

# THÈSE

présentée à

## L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

par Laurent LE MAGOROU

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : MÉCANIQUE

\*\*\*\*\*

IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ÉLASTIQUE ET  
VISCOÉLASTIQUE DE PANNEAUX STRUCTURAUX À BASE DE BOIS

\*\*\*\*\*

Soutenue le : 26 mars 2002

Après avis de :

MM. P. PERRÉ, Professeur, LERMAB-ENGREF  
(Nom et titre) A. VAUTRIN, Professeur, E.N.S. des Mines de St Étienne

**Rapporteurs**

Devant la commission d'examen formée de :

MM. P. MORLIER, Professeur, L.R.B.B.-Univ. Bordeaux I  
(Nom et titre) F. BOS, MdC, L.R.B.B.-Univ. Bordeaux I  
M. NEEL, Ingénieur, ISOROY Holding  
P. PERRÉ, Professeur, LERMAB-ENGREF  
F. ROUGER (Directeur de thèse), D.R.A. CNRS, CTBA  
A. VAUTRIN, Professeur, E.N.S. des Mines de St Étienne

**Président  
Rapporteur  
Examineurs**

IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ELASTIQUE ET  
VISCOELASTIQUE DE PANNEAUX STRUCTURAUX A BASE DE BOIS



*Je remercie le Professeur P. Morlier de m'avoir accueilli au sein de son laboratoire.  
Je salue tous les membres du L.R.B.B. et en particulier tous ceux que j'ai sollicités  
à un moment ou un autre.*

*Je remercie F. Rouger pour la qualité de son encadrement, F. Bos pour sa  
disponibilité et M. Neel d'ISOROY qui a suivi mon travail avec intérêt.  
Enfin, une pensée pour Muriel qui a courageusement corrigé ce mémoire...*



# Table des matières

Table des Figures	x
Liste des Tableaux	xiv
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>I Aspects théoriques et choix des outils</b>	<b>7</b>
<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>I.1 Le bois</b>	<b>11</b>
I.1.1 La constitution du bois . . . . .	11
I.1.2 Le comportement mécanique du bois . . . . .	12
I.1.3 Les composites à base de bois . . . . .	13
<b>I.2 Hypothèses générales sur le modèle mécanique</b>	<b>15</b>
I.2.1 Hypothèses élastiques . . . . .	16
I.2.2 Hypothèses viscoélastiques . . . . .	16
I.2.2.1 Formulation fonctionnelle . . . . .	16
I.2.2.2 Les modèles rhéologiques de base . . . . .	18
I.2.3 Modélisation des panneaux par éléments finis . . . . .	22
<b>I.3 Méthodes d'identification du comportement mécanique</b>	<b>25</b>
I.3.1 Les méthodes d'identification usuelles . . . . .	25
I.3.2 La méthode inverse . . . . .	26
I.3.3 Choix de la méthode d'identification . . . . .	27

<b>I.4</b>	<b>Les méthodes numériques d'optimisation</b>	<b>29</b>
I.4.1	Classification des problèmes d'optimisation . . . . .	29
I.4.2	Généralités sur les méthodes d'optimisation . . . . .	30
I.4.2.1	Optimisation sans contraintes . . . . .	30
I.4.2.2	Optimisation avec contraintes . . . . .	30
I.4.2.3	Optimisation multi-objectifs . . . . .	31
I.4.2.4	Autres méthodes d'optimisation . . . . .	31
I.4.3	Les algorithmes génétiques . . . . .	33
I.4.3.1	Principe de base . . . . .	33
I.4.3.2	Utilisation . . . . .	34
I.4.3.3	Techniques de sélection des parents . . . . .	35
I.4.3.4	Taux de régénération et remplacement régulier . . . . .	38
I.4.3.5	Les techniques de croisement . . . . .	38
I.4.4	Choix des méthodes d'optimisation . . . . .	40
I.4.4.1	Optimisation de la configuration d'essai . . . . .	40
I.4.4.2	Identification des paramètres mécaniques . . . . .	41
<b>I.5</b>	<b>Les méthodes de mesure optique</b>	<b>43</b>
I.5.1	Moiré d'ombre et de projection . . . . .	43
I.5.1.1	Moiré d'ombre : principe de base . . . . .	44
I.5.1.2	Moiré de projection : principe de base . . . . .	45
I.5.1.3	Sensibilité des méthodes . . . . .	47
I.5.2	Interférométrie de Moiré . . . . .	47
I.5.2.1	Principe . . . . .	48
I.5.2.2	Sensibilité de la méthode . . . . .	49
I.5.3	Analyse par mesure de phase . . . . .	50
I.5.3.1	Les optiques de projection . . . . .	50
I.5.3.2	Analyse de l'image d'un réseau de franges déformé . . . . .	51
I.5.3.3	Principe de la mesure de phase . . . . .	52
I.5.3.4	Analyse de performance . . . . .	53
I.5.4	Choix d'une méthode . . . . .	53
I.5.4.1	Méthode hétérodyne : principe . . . . .	53
I.5.4.2	Méthode quasi-hétérodyne : principe . . . . .	54
I.5.5	Présentation de la méthode optique utilisée . . . . .	55

Conclusion	59
<b>II Conception du protocole d'essai et validation numérique</b>	<b>61</b>
Introduction	63
<b>II.1 Conception numérique du protocole d'essais</b>	<b>65</b>
II.1.1 Présentation du problème . . . . .	65
II.1.2 Optimisation des essais . . . . .	68
II.1.2.1 Principe général . . . . .	68
II.1.2.2 Utilisation des algorithmes génétiques . . . . .	69
II.1.2.3 Application . . . . .	74
II.1.3 Identification des caractéristiques mécaniques . . . . .	77
II.1.3.1 Formulation du problème . . . . .	77
II.1.3.2 La loi viscoélastique choisie . . . . .	78
<b>II.2 Validation numérique</b>	<b>81</b>
II.2.1 Principe de la validation numérique . . . . .	81
II.2.2 Exemple : Validation sur le panneau simulé CTP10 . . . . .	84
II.2.2.1 Résultats avec une configuration non optimisée . . . . .	84
II.2.2.2 Résultats avec une configuration optimisée . . . . .	90
II.2.3 synthèse de la validation numérique . . . . .	95
<b>II.3 Développement du dispositif expérimental</b>	<b>97</b>
II.3.1 Le bâti de flexion et le système de mise en charge . . . . .	97
II.3.1.1 Le bâti de flexion . . . . .	97
II.3.1.2 Le système de mise en charge . . . . .	99
II.3.2 Le système de mesure du champ des déplacements . . . . .	103
II.3.3 L'enceinte climatique . . . . .	105
Conclusion	109
<b>III Résultats expérimentaux</b>	<b>111</b>
Introduction	113



<b>III.1</b>	<b>Identification élastique</b>	<b>115</b>
III.1.1	Essai préliminaire sur une plaque d'aluminium . . . . .	115
III.1.2	Identification sur les panneaux contre-plaqués . . . . .	120
III.1.2.1	Le panneau BG10 . . . . .	124
III.1.2.2	Le panneau BG12 . . . . .	129
III.1.2.3	Le panneau BG15 . . . . .	134
III.1.2.4	Le panneau BG18 . . . . .	139
III.1.2.5	Test de la robustesse de l'essai . . . . .	144
III.1.3	Synthèse des résultats . . . . .	144
<b>III.2</b>	<b>Identification viscoélastique</b>	<b>149</b>
III.2.1	Le déroulement de l'essai . . . . .	149
III.2.2	Présentation succincte de l'Eurocode 5 . . . . .	151
III.2.3	Résultats de l'identification viscoélastique du panneau BG18 . . . . .	152
III.2.3.1	Identification des paramètres viscoélastiques . . . . .	152
III.2.3.2	Représentation qualitative . . . . .	159
III.2.4	Résultats de l'identification viscoélastique du panneau FF . . . . .	161
	<b>Conclusion</b>	<b>165</b>
	<b>Conclusion générale</b>	<b>169</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>171</b>
<b>IV</b>	<b>Annexes</b>	<b>175</b>
<b>A</b>	<b>Le modèle viscoélastique</b>	<b>177</b>
<b>B</b>	<b>L'organigramme de "Plaquemouse"</b>	<b>181</b>
B.1	Menu "Fichier..." . . . . .	182
B.2	Menu "Panneau" . . . . .	182
B.3	Menu "Conditions limites" . . . . .	183
B.4	Menu "Résolution" . . . . .	183
B.5	Menu "Visualisation" . . . . .	183
B.6	Menu "Identification" . . . . .	184

B.7	Menu "Sensibilité" . . . . .	184
<b>C</b>	<b>Publications</b>	<b>185</b>



# Table des figures

I.1.1	Repère polaire . . . . .	12
I.2.1	Plaque rectangulaire . . . . .	15
I.2.2	Réponse en fluage puis recouvrance . . . . .	18
I.2.3	Modèle viscoélastique de Kelvin-Voigt . . . . .	18
I.2.4	Réponse en fluage du modèle de Kelvin-Voigt . . . . .	19
I.2.5	Modèle viscoélastique de Maxwell . . . . .	19
I.2.6	Réponse en fluage du modèle de Maxwell . . . . .	20
I.2.7	Modèle viscoélastique de Maxwell généralisé pour les solides . . . . .	21
I.2.8	Maillage d'un panneau (élément DKT9) . . . . .	23
I.3.1	Conditions limites sur un domaine $\Omega$ . . . . .	26
I.4.1	Principe de sélection des parents . . . . .	36
I.4.2	Exemple de croisement simple (Chromosome représenté en boucle)	39
I.4.3	Exemple de croisement uniforme . . . . .	39
I.5.1	Principe du moiré d'ombre . . . . .	44
I.5.2	Principe du moiré de projection . . . . .	46
I.5.3	Préparation de la surface . . . . .	48
I.5.4	Principe de l'interférométrie de moiré . . . . .	49
I.5.5	Système de projection de franges avec changeur de phase . . . . .	51
I.5.6	Analyse de la surface . . . . .	51
I.5.7	Géométrie des systèmes de projection et d'enregistrement . . . . .	56
II.1.1	Repère lié au panneau . . . . .	66
II.1.2	Codage d'un individu . . . . .	70
II.1.3	Zones de recherche . . . . .	71
II.1.4	Optimisation d'une configuration d'essai . . . . .	75

II.1.5	Différentes configurations optimisées en fonction du panneau étudié	76
II.2.1	Le maillage utilisé . . . . .	83
II.2.2	Configuration non optimisée pour le CTP10 . . . . .	85
II.2.3	Identification de $D_{11}$ (configuration non optimisée) . . . . .	86
II.2.4	Identification de $D_{22}$ (configuration non optimisée) . . . . .	87
II.2.5	Identification de $D_{12}$ (configuration non optimisée) . . . . .	88
II.2.6	Identification de $D_{33}$ (configuration non optimisée) . . . . .	89
II.2.7	Configuration optimisée pour le CTP10 . . . . .	90
II.2.8	Identification de $D_{11}$ (configuration optimisée) . . . . .	91
II.2.9	Identification de $D_{22}$ (configuration optimisée) . . . . .	92
II.2.10	Identification de $D_{12}$ (configuration optimisée) . . . . .	93
II.2.11	Identification de $D_{33}$ (configuration optimisée) . . . . .	94
II.3.1	Le bâti de flexion . . . . .	98
II.3.2	Un encastrement aluminium en "H" . . . . .	99
II.3.3	Le système de chargement par plongeurs hydrauliques . . . . .	100
II.3.4	Un vérin souple dans son support . . . . .	101
II.3.5	Le système de mise en charge hydropneumatique . . . . .	102
II.3.6	Analyse de la phase du réseau projeté. Exemple sur un emballage de bouteille . . . . .	104
II.3.7	Le système de mesure optique . . . . .	105
II.3.8	Principe de l'acquisition du champ des déplacements . . . . .	106
II.3.9	L'enceinte contenant le bâti . . . . .	107
III.1.1	Configuration optimisée pour la plaque d'aluminium . . . . .	116
III.1.2	Champ des déplacements mesurés (mm) pour la plaque d'aluminium	117
III.1.3	Champ des déplacements identifiés (mm) pour la plaque d'aluminium	117
III.1.4	Identification des $D_{ij}$ du panneau d'aluminium (résultats normés sur la moyenne identifiée $\mu$ ) . . . . .	119
III.1.5	Configuration optimisée pour les panneaux BG . . . . .	122
III.1.6	Les deux modélisations de l'encastrement . . . . .	123
III.1.7	Champ des déplacements mesurés et identifiés pour le panneau BG10 (en mm) . . . . .	126
III.1.8	Identification des $D_{ij}$ du panneau BG10 . . . . .	128

III.1.9	Champ des déplacements mesurés et identifiés pour le panneau BG12 (en mm) . . . . .	131
III.1.10	Identification des $D_{ij}$ du panneau BG12 . . . . .	133
III.1.11	Champ des déplacements mesurés et identifiés pour le panneau BG15 (en mm) . . . . .	136
III.1.12	Identification des $D_{ij}$ du panneau BG15 . . . . .	138
III.1.13	Champ des déplacements mesurés et identifiés pour le panneau BG18 (en mm) . . . . .	141
III.1.14	Identification des $D_{ij}$ du panneau BG18 . . . . .	143
III.2.1	Configuration optimisée pour les panneaux BG . . . . .	153
III.2.2	Comparaison des champ de déplacements identifiés et mesurés . . .	155
III.2.3	Carte des points présentés . . . . .	155
III.2.4	Quelques mesures de $w$ du panneau BG18 sur une semaine . . . .	156
III.2.5	Simulation sur 6 mois des $D_{ij}(t)$ identifiés (panneau BG18) . . . .	157
III.2.6	Simulation des $\Psi_2.K_{def}$ pour le champ des déplacements identifiés (panneau BG18) . . . . .	158
III.2.7	Simulation des $K_{def}^s$ pour les $D_{ij}(t)$ identifiés (panneau BG18) . . .	159
III.2.8	Répartition des maillons viscoélastiques identifiés (panneau BG18)	160
III.2.9	Configuration optimisée pour le panneau FF . . . . .	161
III.2.10	Répartition des maillons viscoélastiques identifiés (panneau FF) . .	162
B.1	L'interface "Plaquemouse" . . . . .	181
B.2	Importation des $w$ expérimentaux . . . . .	183



# Liste des tableaux

I.1.1	Répartition moyenne des constituants du bois . . . . .	11
I.1.2	Principales classes de composites bois . . . . .	14
II.2.1	Les panneaux simulés . . . . .	81
II.2.2	Sensibilités avec l'essai non optimisé pour le CTP10 . . . . .	85
II.2.3	Sensibilités avec l'essai optimisé pour le CTP10 . . . . .	90
III.1.1	Sensibilités pour la plaque d'aluminium . . . . .	115
III.1.2	Les panneaux étudiés . . . . .	121
III.1.3	Sensibilités pour le panneau BG10 . . . . .	125
III.1.4	Sensibilités pour le panneau BG12 . . . . .	130
III.1.5	Sensibilités pour le panneau BG15 . . . . .	135
III.1.6	Sensibilités pour le panneau BG18 . . . . .	140
III.1.7	Identification avec champ expérimental bruité . . . . .	144
III.1.8	Comparaison de l'ensemble des identifications . . . . .	146
III.2.1	Fréquence des acquisition . . . . .	150
III.2.2	Evolution des $D_{ij}$ . . . . .	158





# Introduction



Les bois reconstitués, depuis le lamellé-collé jusqu'aux panneaux de fibres, répondent à un besoin de valorisation de la ressource en bois sous forme de matériaux élaborés. Leur développement actuel constitue par ailleurs une solution alternative au bois massif. Les composites à base de bois représentent une gamme très diversifiée de produits que l'on peut classer selon leur format ou le niveau de déstructuration de la matière première (du sciage à la fibre).

Les domaines d'utilisation des panneaux à base de bois évoluent et s'orientent de plus en plus vers des applications structurales techniques (bâtiment et transport en particulier). Cette reconquête, notamment dans le secteur de la construction, passe en grande partie par une valorisation technologique des panneaux qui implique le développement d'outils prévisionnels performants, permettant d'acquérir une plus grande maîtrise du comportement mécanique élastique et différé de ces matériaux. Des travaux récents concernant les panneaux structuraux (panneaux de contreplaqués, OSB ...) ont débouché sur le développement de tels outils, limités cependant à une caractérisation élastique des produits. Cela dit, ils permettent de réaliser des procédures d'optimisation basées sur un grand nombre de paramètres, incluant le choix des composants, les proportions relatives de chacun d'eux, leur disposition dans le composite. Ils permettent également de corréliser les propriétés des matériaux de base, les paramètres du process et les caractéristiques du composite. Il apparaît toutefois que ces outils n'ont pas d'équivalents lorsqu'il s'agit de réaliser la prédiction de caractéristiques mécaniques différées en prenant en compte le caractère viscoélastique des constituants. Les travaux concernant l'étude de ce caractère suivent en effet pour l'essentiel une démarche descriptive qui conduit à la formulation de lois phénoménologiques.

D'une manière générale, l'identification d'une loi de comportement se fait en quatre étapes :

- Expériences discriminantes permettant la détermination de la classe de comportement,
- Écriture formelle d'une loi de comportement adaptée,
- Détermination quantitative des valeurs numériques des paramètres de comportement,
- Détermination du domaine de validité de la loi.

Lorsqu'on utilise des essais statiquement ou cinématiquement déterminés pour déterminer un modèle, ceux-ci permettent de s'affranchir d'hypothèses trop fortes sur la loi de comportement envisagée. Par contre, dans le cas des matériaux anisotropes, ils imposent plusieurs essais pour identifier les paramètres mécaniques. C'est pourquoi des approches expérimentales plus complexes ont été développées pour ce type de matériau. Ces méthodes sont dites non déterminées.

Au cours d'essais statiquement déterminés, ceux-ci sont interprétés avec l'hypothèse que l'état de contrainte est parfaitement connu aux points de mesures car il ne dépend pas de la loi de comportement du matériau ; il existe alors une équation analytique simple permettant de déterminer la caractéristique mécanique mise en jeu. Pour les essais dits non statiquement déterminés, les déformations sont mesurées, les conditions limites et les efforts appliqués sont connus et nous voulons remonter à la loi de comportement mais il n'existe pas de relation analytique simple permettant de la déterminer directement ; l'état de contraintes en un point dépend des conditions limites, des efforts appliqués mais aussi de la loi de comportement du matériau. Il s'agit alors de résoudre un problème inverse.

Cette approche permet d'identifier simultanément plusieurs paramètres ou fonctions de comportement et s'avère particulièrement intéressante dans le cadre de lois de comportement anisotropes. Elle présente toutefois un inconvénient majeur, à savoir une identification de la loi de comportement extrêmement sensible aux erreurs de mesure. Ces erreurs sont d'autant plus importantes si les essais réalisés sont des "adaptations" d'essais statiquement déterminés qui n'accordent pas une importance égale à l'ensemble des paramètres à identifier.

En vue de l'augmentation de la sensibilité de l'essai vis-à-vis des paramètres à identifier, la configuration de l'essai doit être optimisée. L'essai réalisé fait intervenir des champs de contraintes et de déformations complexes et contient une information plus riche sur les paramètres de comportement. Ces essais optimaux sont obtenus en jouant sur l'amplitude et la localisation des efforts appliqués, ainsi que sur les conditions limites comme la localisation d'appuis ou d'encastements.

Ce type d'approche nécessite un traitement numérique des résultats pour remonter aux rigidités des panneaux étudiés. Plus exactement, il s'agit d'analyser le problème

de l'identification sous une approche mixte expérimentale et numérique.

Finalement, la méthode comporte trois phases :

- La conception d'un essai optimum pour un panneau donné qui consiste à trouver l'essai non statiquement déterminé le mieux adapté pour permettre l'identification des caractéristiques mécaniques élastiques et viscoélastiques (support numérique),
- L'expérimentation qui consiste à mesurer les déplacements hors plan du panneau sous contrainte grâce à un système optique (support expérimental),
- L'identification des caractéristiques mécaniques (support numérique).

La première partie de ce document présente les aspects théoriques de notre étude. Nous y introduisons le matériau bois et les hypothèses générales sur le modèle. Nous y développons également les méthodes numériques d'optimisation et les méthodes de mesure optique. Cette partie constitue donc une base destinée à familiariser le lecteur avec l'ensemble des outils qui seront utilisés.

La suite du document décrit la contribution originale de la thèse. La deuxième partie présente tout le processus de mise au point du protocole d'essai, à savoir le support numérique entièrement développé sous l'environnement MATLAB et le support expérimental. Nous y développons la conception et la validation numérique du protocole d'essai. Nous présentons ensuite toute la mise au point du dispositif expérimental. Enfin, la troisième partie est dédiée à l'exploitation de la méthode et aux résultats expérimentaux. Nous y exposons les identifications élastiques obtenues sur des panneaux contre-plaqués puis l'identification des paramètres viscoélastiques comparée aux données de l'Eurocode 5.



# Première partie

## Aspects théoriques et choix des outils





# Introduction

Cette première partie sera consacrée à une présentation de l'ensemble des outils utilisés dans notre étude. Après une introduction du matériau étudié, le bois, nous décrirons les hypothèses générales retenues pour la flexion des plaques minces et les représentations mathématiques des comportements élastique et viscoélastique. Nous présenterons ensuite une vue très synthétique des méthodes d'identification usuelles ainsi qu'une synthèse des moyens de mesure du champ des déplacements possibles. Nous pourrions alors justifier notre choix concernant les méthodes d'optimisation des essais, l'identification et la métrologie. Si les différentes notions abordées ici sont familières pour le lecteur, il pourra directement accéder à la deuxième partie de ce document consacrée au travail effectué.



# Chapitre I.1

## Le bois

### I.1.1 La constitution du bois

Le bois est l'un des rares matériaux composites naturels. Il est constitué d'holocelluloses (cellulose et hémicellulose) et de lignines. La répartition de ces constituants varie en fonction de l'essence de l'arbre, mais on peut les regrouper en deux grandes familles : les résineux et les feuillus (Tab. I.1.1). En complément de ces trois polymères

	Résineux	Feuillus
cellulose	40%	45%
Hémicellulose	30%	35%
Lignine	30%	20%

TAB. I.1.1 – Répartition moyenne des constituants du bois

organiques, on trouve des substances telles que des minéraux, pectines, résines... Le bois est un matériau fibreux dont les fibres sont constituées de cellules allongées de 1 à 3 mm de long et d'environ 2/100 mm de large. L'organisation de ces tissus cellulaires présente une élongation dans la direction longitudinale (sens du tronc), une structure lamellaire (cernes de croissance) et des formes de croissance radiale (rayons). Ces tissus assurent deux fonctions essentielles : le soutien de l'ensemble de la partie aérienne de l'arbre et la conduction verticale et horizontale des liquides. L'eau joue un rôle très important sur les propriétés du bois, qu'elles soient physiques ou mécaniques. La teneur en eau peut atteindre 100%, et parfois plus, du poids du bois sec. Elle existe dans le bois à trois niveaux différents :

- L'eau de constitution, combinée à la matière ligneuse, reste présente dans le bois dit "anhydre",
- L'eau d'imprégnation, contenue dans les membranes des cellules,
- L'eau libre, qui remplit les vides des tissus et l'intérieur des cellules lorsque les membranes sont saturées d'eau.

C'est cette quantité d'eau d'imprégnation et d'eau libre qui est caractérisée par le taux d'humidité. Pour le bois "sec", le taux d'humidité se situe entre 12% et 17%.

## I.1.2 Le comportement mécanique du bois

Si l'on considère la grume, elle peut être assimilée à un volume admettant des symétries matérielles cylindriques. D'après la géométrie du tronc, les cernes annuelles qui forment des cylindres, et les rayons ligneux, on définit le tronc comme un volume de matière admettant une symétrie de révolution autour de l'axe du tronc (Guitard D. [1]). Tout plan radial est considéré comme plan de symétrie matérielle. Si de plus on néglige la conicité du tronc, alors tout plan normal à l'axe du tronc est aussi un plan de symétrie matérielle. La structure du bois permet donc de définir un repère en tout point  $O$  noté  $(O, \vec{L}, \vec{R}, \vec{T})$  suivant les axes longitudinal (axe du tronc), radial (sens des cernes) et tangentiel (sens tangent aux cernes) (Figure I.1.1).

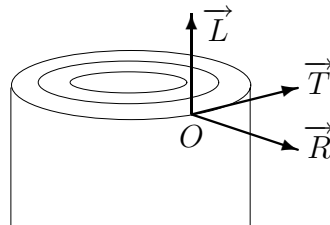


FIG. I.1.1 – Repère polaire

Nous ferons également l'hypothèse du bois dit "idéal"; l'échelle d'observation macroscopique ne fait intervenir que des volumes élémentaires de matière suffisamment grands devant la microstructure cellulaire et les hétérogénéités de structure (nœuds...) du matériau. Le bois sera considéré comme un milieu continu, linéaire, macroscopiquement homogène et possédant une symétrie orthotrope cylindrique.

Du fait de sa structure complexe et variable, le matériau bois présente une grande variabilité de ses caractéristiques physiques et mécaniques. La masse volumique, par exemple, peut être multipliée par 13 d'une espèce à l'autre, par 6 dans la même espèce

et par 3 au sein d'un même arbre (Kollmann et Cote [2]). C'est cette variabilité qui impose de grands coefficients de sécurité lors des dimensionnements de structures en bois. Parmi les éléments prépondérants influençant le comportement mécanique du bois, nous pouvons citer la densité, l'humidité, la température, la vitesse et la durée des sollicitations.

### I.1.3 Les composites à base de bois

Le bois est un matériau composite différent des matériaux composites couramment rencontrés dans l'industrie comme les carbone-epoxy ou fibres de verre-epoxy. A cause de la complexité de la structure du bois, le classement des composites bois est assez difficile. Un des classements les plus utilisés est celui de Bodig et Al [3]. Ce classement est fait en fonction du niveau de déstructuration du bois et du traitement subi par celui-ci (tableau I.1.2) :

**le bois massif** qui peut être considéré comme un composite constitué de fibres liées par une résine naturelle (la lignine),

**les bois traités** comprennent les bois imprégnés de résine, les bois traités pare-feu, les bois traités chimiquement, le bois rétifé,

**les bois reconstitués** comprenant les stratifiés comme les contre-plaqués, le L.V.L., les lamellés-collés, etc ...

**les bois agglomérés** : cela comprend les bois reconstitués à base de plaquettes (O.S.B.), de particules ou de fibres (M.D.F.) et d'une résine synthétique pressées suivant une direction,

**les papiers** qui sont un assemblage de fibres et de résine naturelle ou synthétique.

Pour notre étude, nous nous plaçons au niveau des bois reconstitués et en particulier les panneaux de contre-plaqués. Compte tenu des procédés de fabrication, les hétérogénéités de constitution du bois (nœuds, vides, ...) sont réparties de façon aléatoire au sein des panneaux. A l'échelle d'observation macroscopique, les panneaux composites à base de bois peuvent être considérés comme homogènes et peuvent donc à ce titre être étudiés dans le cadre de la théorie des plaques minces homogènes. Dans les chapitres suivants, nous allons développer l'ensemble des hypothèses utilisées pour leur modélisation.

Composite	Déstructuration	Matrice
Papier	Fibres	Cellulose hémicellulose résine synthétique
M.D.F	Fibres	Résine synthétique
Aggloméré	Copeaux	Résine synthétique
O.S.B.	Plaquettes, copeaux	Résine synthétique
Contre-plaqué, L.V.L.	Bois déroulé	Résine synthétique Résine naturelle
Lamellé-collé	Bois déroulé ou tranché	Résine synthétique Résine naturelle
Bois massif	Bois massif	Lignine Hémicellulose

TAB. I.1.2 – Principales classes de composites bois

## Chapitre I.2

# Hypothèses générales sur le modèle mécanique

Toutes les structures étudiées sont des plaques, définies ainsi car l'épaisseur  $h$  est faible devant les autres dimensions (Fig. I.2.1).

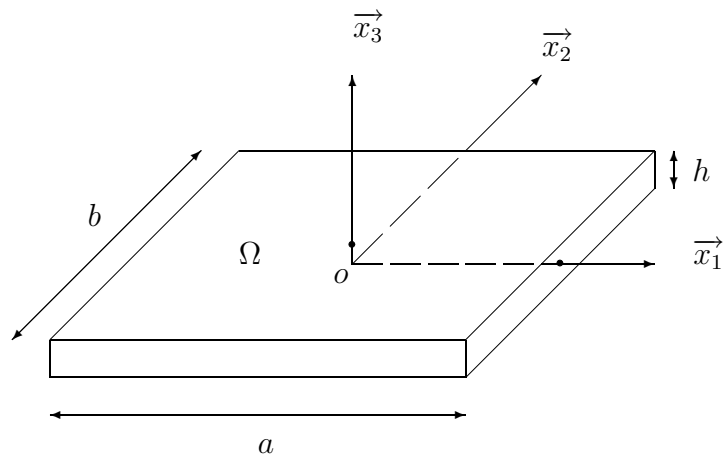


FIG. I.2.1 – Plaque rectangulaire

Nous utilisons la théorie des plaques minces et en particulier, la théorie du premier ordre de Love-Kirchhoff qui néglige le cisaillement transverse (Timoshenko [4]). Nous posons les hypothèses suivantes :

- L'épaisseur  $h$  est faible devant les autres dimensions, ce qui permet de linéariser le champ des déplacements par rapport à la coordonnée  $x_3$  ;
- Les composantes  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{12}$ ,  $\varepsilon_{22}$  du tenseur des déformations peuvent être calculées comme si les segments matériels normaux au plan moyen à l'état de référence restaient rectilignes et orthogonaux à la surface déformée de ce plan ;



– L'état de contraintes est plan en tout point de la plaque.

De plus, dans le cas des plaques en contre-plaquéés qui sont des matériaux multicouches, nous admettons la continuité cinématique entre les couches.

## I.2.1 Hypothèses élastiques

Les panneaux étudiés sont équilibrés, c'est-à-dire que la séquence d'empilement des plis est symétrique par rapport au plan moyen du panneau. Soit  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ , le repère d'orthotropie de la plaque (Fig. I.2.1), l'équation de comportement élastique (en flexion/torsion) est alors de la forme :

$$\{M\} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} \cdot \{\chi\} \quad (\text{I.2.1})$$

où  $\{M\}$  est le vecteur des efforts généralisés (en N),  $[D_{ij}]$  la matrice des rigidités de plaque en flexion/torsion (en N.mm) et  $\{\chi\}$  les courbures associées (en  $\text{mm}^{-1}$ ). Avec l'hypothèse d'un état de contraintes planes, les rigidités de plaques généralisées s'expriment par :

$$\begin{aligned} D_{11} &= \frac{h^3}{12} \frac{E_1}{1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}} \\ D_{22} &= \frac{h^3}{12} \frac{E_2}{1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}} \\ D_{12} &= \frac{h^3}{12} \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}} \\ D_{33} &= \frac{h^3}{12} \cdot G_{12} \end{aligned} \quad (\text{I.2.2})$$

où  $E_1, E_2$  sont les modules d'Young dans les directions 1 et 2,  $\nu_{12}$  le coefficient de Poisson,  $G_{12}$  le module de cisaillement et  $b$  la largeur du panneau.

## I.2.2 Hypothèses viscoélastiques

### I.2.2.1 Formulation fonctionnelle

Les phénomènes dissipatifs associés à l'élasticité peuvent être traduits par la viscosité du matériau. On parle de viscoélasticité. En première approximation, nous

considérons que nous restons dans le domaine de la viscoélasticité isotherme, c'est-à-dire que la dissipation thermique est nulle. La vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$  intervient comme une variable indépendante. Le but du modèle viscoélastique est de rendre compte des évolutions réversibles mais fonction du temps, des panneaux étudiés.

Si l'on désire prédire la déformation  $\varepsilon$  à partir de l'histoire de la contrainte  $\sigma$ , la loi de comportement s'écrit :

$$\varepsilon(t) = \mathcal{F}(\sigma(\tau)), \quad -\infty < \tau \leq t$$

Inversement, si l'on désire prédire la contrainte  $\sigma$  à partir de l'histoire de la déformation  $\varepsilon$ , la loi de comportement s'écrit :

$$\sigma(t) = \mathcal{G}(\varepsilon(\tau)), \quad -\infty < \tau \leq t$$

Les deux manifestations souvent utilisées pour caractériser le comportement viscoélastique d'un matériau sont :

**Le fluage / La recouvrance** qui s'obtient à contraintes constantes.

Au cours du temps, la déformation  $\varepsilon$  est fonction de toute l'histoire de la contrainte :

$$\varepsilon(t) = \mathcal{F}(\sigma(\tau)), \quad -\infty < \tau \leq t$$

Si l'on considère une sollicitation à contrainte constante pendant un certain instant  $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ , on a :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma = 0 & \text{si } t < \tau_1 \\ \sigma = \sigma_0 & \text{si } \tau_1 \leq t \leq \tau_2 \\ \sigma = 0 & \text{si } \tau_2 < t \end{array} \right.$$

Dans ce cas, la réponse en déformation est représentée par la figure I.2.2.

**La relaxation / L'effacement** qui s'obtient à déplacements constants.

Au cours du temps, la contrainte  $\sigma$  est fonction de toute l'histoire de la déformation :

$$\sigma(t) = \mathcal{G}(\varepsilon(\tau)), \quad -\infty < \tau \leq t$$

Si l'on considère une sollicitation à déformations constantes pendant un certain instant  $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ , on a :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varepsilon = 0 & \text{si } t < \tau_1 \\ \varepsilon = \varepsilon_0 & \text{si } \tau_1 \leq t \leq \tau_2 \\ \varepsilon = 0 & \text{si } \tau_2 < t \end{array} \right.$$

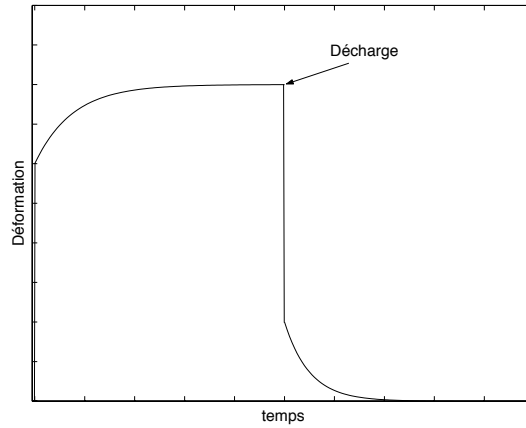


FIG. I.2.2 – Réponse en fluage puis recouvrance

### I.2.2.2 Les modèles rhéologiques de base

Dans le cas particulier de la viscoélasticité linéaire, deux modèles de base co-existent : le modèle de Kelvin-Voigt et le modèle de Maxwell. Ceux-ci sont utilisés pour développer des modèles rhéologiques plus sophistiqués.

#### Le solide de Kelvin-Voigt

Dans ce modèle, la variable observable est la déformation totale  $\varepsilon$  et sa variable associée est la contrainte  $\sigma$  qui doit être décomposée en deux : la contrainte élastique  $\sigma_e$  et la contrainte anélastique  $\sigma_a$ . Il s'agit d'un modèle parallèle (Fig. I.2.3).

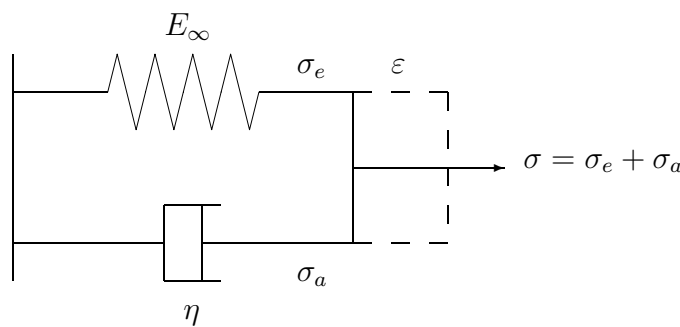


FIG. I.2.3 – Modèle viscoélastique de Kelvin-Voigt

$$\text{On a } \varepsilon = \varepsilon_e = \varepsilon_a, \sigma_e = E_\infty \cdot \varepsilon \text{ et } \sigma_a = \eta \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

$$\text{d'où } \sigma = E_\infty \cdot \varepsilon + \eta \cdot \dot{\varepsilon}$$

La réponse à une expérience de fluage (avec à  $t = 0$ ,  $\varepsilon = 0$ ) de ce modèle est de la forme :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_\infty} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E_\infty}{\eta} \cdot t\right) \right] \quad (\text{I.2.3})$$

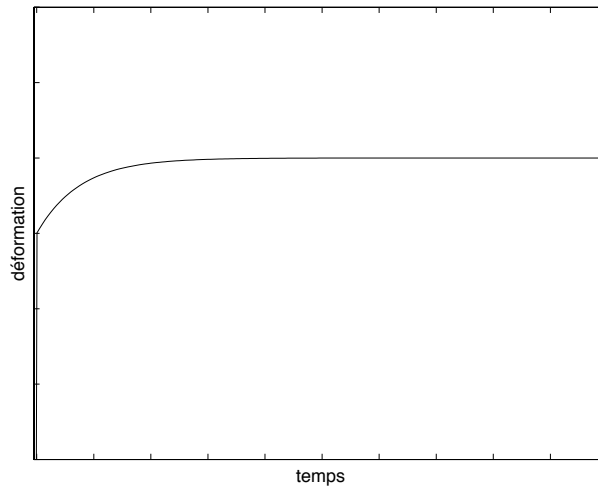


FIG. I.2.4 – Réponse en fluage du modèle de Kelvin-Voigt

### Le modèle de Maxwell

Dans ce modèle, la variable observable est toujours la déformation totale  $\varepsilon$  et sa variable associée est la contrainte  $\sigma$ . Comme il s'agit d'un modèle série (Fig. I.2.5), on effectue cette fois une partition de la déformation totale :  $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_a$  où  $\varepsilon_e$  représente la déformation due à l'élasticité du matériau et  $\varepsilon_a$ , celle due à la viscosité du matériau.

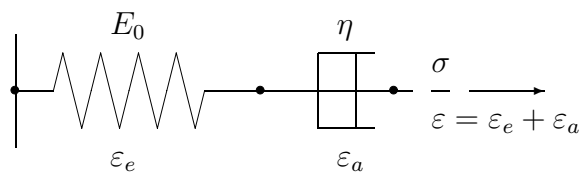


FIG. I.2.5 – Modèle viscoélastique de Maxwell

On a  $\sigma = \sigma_e = \sigma_a$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_a$  et  $\sigma = E_0 \cdot \varepsilon_e = \eta \cdot \dot{\varepsilon}_a$

$$\text{donc } \dot{\varepsilon}_e = \frac{\dot{\sigma}}{E_0} \text{ et } \dot{\varepsilon}_a = \frac{\sigma}{\eta}$$

$$\text{d'où } \dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\eta} + \frac{\dot{\sigma}}{E_0}$$

La réponse à une expérience de fluage (avec à  $t = 0$ ,  $\varepsilon = 0$ ) de ce modèle est de la forme :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\eta} \left[ \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{E_0}{\eta} \cdot t\right)} \right] \quad (\text{I.2.4})$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} \cdot \ln \left[ 1 - \exp\left(\frac{E_0}{\eta} \cdot t\right) \right] \quad (\text{I.2.5})$$

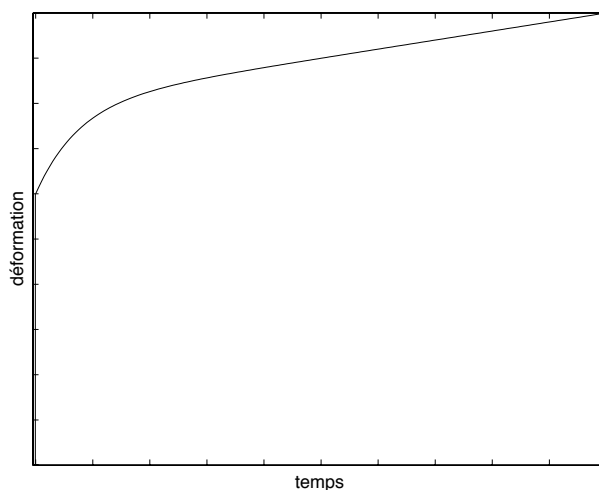


FIG. I.2.6 – Réponse en fluage du modèle de Maxwell

En fait, il s'agit d'un modèle fluide puisqu'il n'est pas possible d'atteindre un état d'équilibre à contrainte constante non nulle. Pour les solides, on utilise le modèle de Maxwell généralisé qui est l'assemblage en parallèle de maillons de Maxwell et d'un ressort.

### Le modèle de Maxwell généralisé

Pour obtenir un état d'équilibre à contrainte constante non nulle, on ajoute un ressort en parallèle aux maillons viscoélastiques déjà existants (Fig. I.2.7).

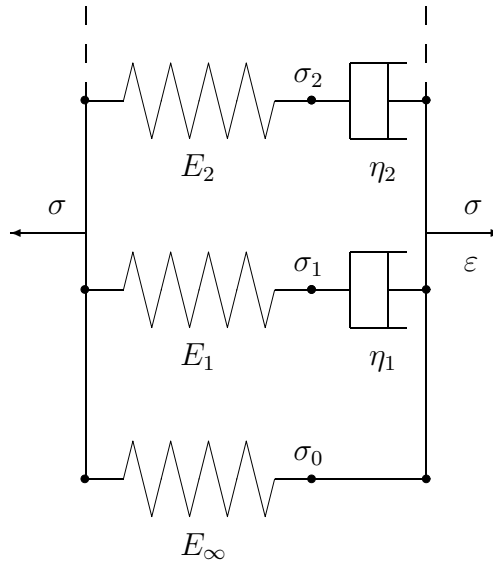


FIG. I.2.7 – Modèle viscoélastique de Maxwell généralisé pour les solides

La loi de comportement d'un tel modèle est de la forme :

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \sigma_0 + \sigma_1 + \dots + \sigma_j + \dots \\
 \varepsilon &= \frac{\sigma_0}{E_\infty} \\
 \dot{\varepsilon} &= \frac{\dot{\sigma}_1}{E_1} + \frac{\sigma_1}{\eta_1} \\
 \dot{\varepsilon} &= \dots \\
 \dot{\varepsilon} &= \frac{\dot{\sigma}_j}{E_j} + \frac{\sigma_j}{\eta_j} \\
 \dot{\varepsilon} &= \dots
 \end{aligned}$$

Si l'on fait apparaître les déformations élastiques et anélastiques, alors  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_j^e + \dot{\varepsilon}_j^a$ , et en écrivant l'égalité de la contrainte dans chaque maillon, on obtient l'expression des déformations anélastiques :

$$\dot{\varepsilon}_j^a = \frac{E_j}{\eta_j} (\varepsilon - \varepsilon_j^a)$$

La loi de comportement peut alors s'écrire :

$$\sigma = E_\infty \cdot \varepsilon + \sum_{j=1}^n \eta_j \cdot \dot{\varepsilon}_j^a$$

*avec*

$$\dot{\varepsilon}_1^a = \frac{E_1}{\eta_1} (\varepsilon - \varepsilon_1^a)$$

.....

$$\dot{\varepsilon}_j^a = \frac{E_j}{\eta_j} (\varepsilon - \varepsilon_j^a)$$

.....

Grâce à cette formulation en étage, on peut représenter des comportements viscoélastiques complexes mais le coût en calcul devient énorme.

C'est ce schéma d'assemblage que nous utiliserons. Afin de limiter les coûts en calcul, nous utiliserons une organisation à trois maillons viscoélastiques. La loi viscoélastique choisie sera développée dans le chapitre consacré à la méthode d'identification viscoélastique (deuxième partie de ce document).

Dans notre cas, il ne s'agit pas d'essais de fluage à contraintes constantes. Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, nous allons réaliser des essais non statiquement déterminés où l'état de contraintes dépend à la fois des conditions limites, mais aussi de la loi de comportement du matériau étudié. A ce titre, même lorsque les conditions limites sont maintenues constantes, le caractère viscoélastique du matériau entraîne une variation de l'état de contraintes au cours du temps.

### I.2.3 Modélisation des panneaux par éléments finis

Toutes les hypothèses que nous venons de poser nous permettent de construire le modèle mathématique des panneaux. Pour modéliser les panneaux, nous utiliserons la méthode de calcul par éléments finis. Celle-ci permet de résoudre tout problème de flexion de plaque de manière approchée.

Tous les essais réalisés, et donc simulés, sont des essais de flexion de plaque. Nous faisons les hypothèses suivantes :

- Les déplacements dans le plan du panneau sont négligeables,
- Les déplacements hors plan sont faibles,
- Les efforts appliqués sont ponctuels, dirigés selon l'axe  $Ox_3$ ,

– Les efforts sont appliqués aux nœuds du maillage.

Nous choisissons d'utiliser un élément triangulaire de type plaque avec 3 degrés de liberté par nœuds : le déplacement hors-plan  $w$  selon l'axe  $Ox_3$  et les deux rotations  $\theta_x$  et  $\theta_y$  respectivement dans les plans  $Ox_1x_3$  et  $Ox_2x_3$  (selon les axes  $Ox_2$  et  $Ox_1$ ). Nous avons retenu l'élément DKT9. Il s'agit d'un élément de type Kirchhoff discret à 3 degrés de liberté par nœuds ( $w, \theta_x, \theta_y$ ). Nous n'entrerons pas ici dans les détails du calcul par éléments finis. Le lecteur pourra se reporter à l'ouvrage de Batoz et Dhatt [5].

Afin d'obtenir une bonne convergence des flèches calculées avec cet élément DKT9, il convient également de choisir un maillage suffisamment fin. Pour des raisons pratiques, nous avons opté pour un maillage régulier comprenant 21 nœuds par côté, soit un total de 441 nœuds et 800 éléments DKT9 pour décrire un panneau (Fig. I.2.8).

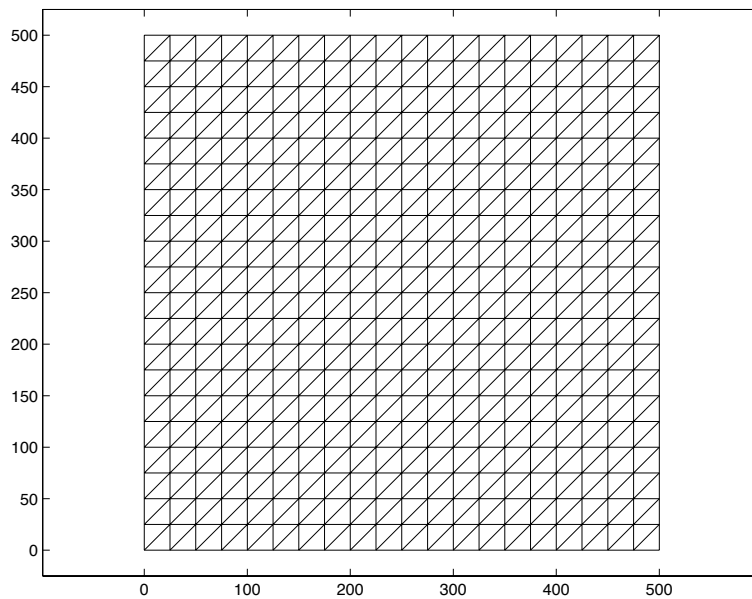


FIG. I.2.8 – Maillage d'un panneau (élément DKT9)

Il s'avère qu'à partir de cette finesse de maillage, la convergence est atteinte. Il est donc inutile d'alourdir les calculs.

L'ensemble du code éléments finis a été spécifiquement développé sous l'environnement de calcul MATLAB<sup>®</sup>. Cet environnement est particulièrement adapté aux calculs matriciels et possède de nombreuses boîtes à outils, notamment l'optimisation et le traitement d'images que nous utiliserons. L'ensemble de tous les outils dont nous



avons besoin pourra être intégré sous la forme d'une unique interface logiciel.

Concernant la modélisation par éléments finis, pour un maillage de 441 nœuds, soit 800 éléments, le temps nécessaire à l'assemblage de la matrice de rigidité  $K$ , qui est une matrice de  $1323 \times 1323$  éléments ( $441 \times 3$  ddl), est d'environ 11 secondes sur un Pentium II<sup>®</sup> cadencé à 333 MHz et 3 secondes sur un Pentium III<sup>®</sup> cadencé à 1 GHz. La résolution d'un problème de plaque en flexion demande environ 2 secondes de calcul sur le Pentium II<sup>®</sup> et est quasi-instantané sur le Pentium III<sup>®</sup>.

# Chapitre I.3

## Méthodes d'identification du comportement mécanique

### I.3.1 Les méthodes d'identification usuelles

Quelle que soit l'hypothèse de comportement élasticité ou viscoélasticité, il est nécessaire d'évaluer les différents paramètres constituant le modèle considéré. Cette évaluation peut se faire au travers de différents types de méthodes d'identification.

En général, plusieurs essais mécaniques simples, où le champ des contraintes est souvent homogène, permettent d'atteindre les paramètres élastiques inconnus. En effet, au cours de ces essais statiquement déterminés, ceux-ci sont interprétés avec l'hypothèse que l'état de contrainte est parfaitement connu aux points de mesures car celui-ci ne dépend pas de la loi de comportement du matériau; il existe alors une équation analytique simple permettant de déterminer la caractéristique mécanique mise en jeu. Cependant, dans le cas des matériaux orthotropes, cette approche nécessite plusieurs échantillons, augmentant ainsi la dispersion des résultats. Ceci a conduit à rechercher de nouvelles méthodes. Dans la plupart des cas, il s'agit d'optimiser les essais classiques ou d'en extrapoler de nouveaux (Grédiac [6][7][8]). On tente par exemple d'améliorer l'application des efforts lors d'essais de traction hors-axes (Richards et al. [9], Rizzo [10], Boehler et al. [11], Sun et Chang [12], Pierron et Vautrin [13], Verchery et Gong [14]) ou l'exploitation des mesures (Gommers et al. [15]). Mais si l'on veut déterminer toutes les caractéristiques mécaniques en même temps, ce qui est intéressant pour les panneaux anisotropes, il faut envisager des essais plus complexes où l'état de contraintes en un point dépend non seulement des

efforts appliqués mais aussi de la loi de comportement du matériau ; il n'existe pas de relation analytique simple permettant de toutes les déterminer directement. Pour ces essais dits non statiquement déterminés, nous mesurons les déformations et les efforts appliqués et nous voulons remonter à la loi de comportement. Dans cette nouvelle approche des méthodes d'identification, il s'agit de résoudre un problème inverse.

### I.3.2 La méthode inverse

Soit un domaine  $\Omega$  sur lequel des forces  $F$  sont appliquées sur la frontière  $\partial\Omega_F$  et des encastrements  $S$  sur la frontière  $\partial\Omega_S$  (Fig. I.3.1).

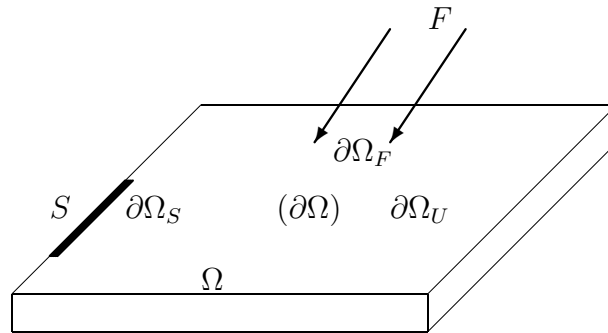


FIG. I.3.1 – Conditions limites sur un domaine  $\Omega$

On mesure les déplacements sur la frontière  $\partial\Omega_U$  afin de déterminer les déformations  $\varepsilon$ . Dans le cas d'essais statiquement déterminés, sur  $\partial\Omega_U$  les contraintes  $\sigma$  ne dépendent que des conditions aux limites telles que  $\sigma = \sigma(F, S)$ . L'état de contraintes  $\sigma$  est donc connu et dans la loi de comportement  $\sigma = f(C, \varepsilon)$ , les déformations  $\varepsilon$  sont connues. Les caractéristiques mécaniques  $C$  peuvent être directement calculées ; il s'agit d'un problème direct.

Dans le cas d'essais non statiquement déterminés, sur  $\partial\Omega_U$ , les contraintes dépendent non seulement des conditions aux limites  $(F, S)$ , mais aussi des caractéristiques mécaniques  $C$  du domaine  $\Omega$ . La loi de comportement s'écrit alors  $\sigma(F, S, C) = f(C, \varepsilon)$ . On voit que dans ce cas  $C$  ne peut pas être directement calculé. Il s'agit d'une approche par problème inverse.

### I.3.3 Choix de la méthode d'identification

Dans la plupart des cas, les méthodes d'identification ne tiennent pas compte de la sensibilité vis-à-vis des caractéristiques mécaniques à identifier. La part relative de chaque caractéristique mécanique dans la réponse de l'échantillon n'est pas quantifiée. Dans sa thèse, Arafah [16] montre qu'il est possible d'envisager des essais optimisés. Ses travaux portent sur l'optimisation d'essais non statiquement déterminés pour identifier les caractéristiques mécaniques élastiques d'une plaque par méthode inverse. Son étude a été menée dans un cadre uniquement théorique mais permet d'évaluer les difficultés de mise en œuvre. Si l'on a en plus pour ambition de suivre le comportement viscoélastique des panneaux, on ajoute une difficulté liée à la métrologie et aux temps d'acquisition.

Nous nous proposons de mener une étude complète à savoir théorique et expérimentale. Notre méthode comporte trois phases :

- La conception d'un essai optimum pour un panneau donné,
- L'expérimentation qui consiste à mesurer les déplacements hors plan du panneau sous conditions limites constantes,
- L'identification et le suivi des caractéristiques mécaniques.

La première phase, ainsi que la dernière, passent par une procédure d'optimisation dont les méthodes seront présentées dans le chapitre suivant. La seconde phase utilise quant à elle une métrologie originale qui sera également développée dans le chapitre consacré aux méthodes de mesure optique.



# Chapitre I.4

## Les méthodes numériques d'optimisation

### I.4.1 Classification des problèmes d'optimisation

Les techniques d'optimisation sont utilisées pour trouver un ensemble de paramètres  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  qui est défini comme optimal pour résoudre un problème donné. Dans les cas les plus simples, il s'agit de minimiser ou maximiser une fonction Objectif  $f(x)$  qui est directement dépendante de  $x$ . Dans d'autres cas, la minimisation ou la maximisation de cette fonction peut être soumise à des contraintes par l'application de contraintes d'égalité,  $G_i(x) = 0$  ( $i = 1, \dots, m_e$ ), de contraintes d'inégalité  $G_i(x) \leq 0$  ( $i = m_e + 1, \dots, m$ ), et/ou des bornes pour limiter le domaine de recherche de  $x$ .

Une solution efficace et adaptée au problème est non seulement dépendante de la taille du problème en termes de nombre de variables de conception, mais aussi des caractéristiques de la fonction Objectif et des contraintes. Quand la fonction Objectif et les contraintes sont toutes des fonctions linéaires des variables de conception, nous avons un problème linéaire (PL). Quand la fonction Objectif est quadratique mais que les fonctions de contraintes sont linéaires, on parle alors d'un problème quadratique (PQ). Pour ces deux types de problème (PL et PQ), beaucoup de procédures d'optimisation efficaces existent. Il est plus difficile de résoudre des problèmes non linéaires (PNL) dans lesquels la fonction Objectif et les fonctions de contraintes peuvent être des fonctions non linéaires des variables de conception. En général, une solution à un problème non linéaire nécessite une procédure de recherche itérative afin d'établir

une direction d'investigation à chaque itération. Ceci est obtenu par la résolution d'un problème linéaire, d'un problème quadratique ou d'un sous-problème sans contrainte. Enfin, nous devons mentionner les problèmes qui sont non linéaires, discontinus, non convexes et non différentiables. Dans ce dernier cas ultime, la fonction Objectif est une expression très complexe dépendante des variables de conception. La résolution de ce type de problème est généralement confiée à des méthodes probabilistes.

## I.4.2 Généralités sur les méthodes d'optimisation

### I.4.2.1 Optimisation sans contraintes

Comme il existe une large gamme de méthodes pour résoudre un problème sans contraintes, on peut les classer en fonction de l'utilisation ou non de l'information des gradients.

- Les méthodes calculant les gradients.

Elles utilisent ces informations pour dicter une direction de recherche. Elles sont plus efficaces lorsque la fonction à minimiser est continuellement dérivable. De ces méthodes, on peut citer les méthodes "quasi-Newton" et les "line search".

- Les méthodes d'ordre supérieur.

Ces méthodes, comme la méthode de Newton, ne sont réellement adaptées que lorsque l'information du second ordre est facilement calculable car sa détermination est très coûteuse en temps de calculs numériques.

- Les méthodes qui n'utilisent que l'évaluation de la fonction Objectif.

Elles sont plus adaptées aux problèmes qui sont non linéaires ou qui possèdent un certain nombre de discontinuités. C'est le cas des optimisations par moindre carrés (voir Dennis [17]), où des méthodes comme "Gauss-Newton" et "Levenberg-Marquardt" sont utilisées.

### I.4.2.2 Optimisation avec contraintes

Pour les optimisations avec contraintes, la technique consiste à transformer le problème en un sous-problème plus facile qui peut être résolu et utilisé comme base pour un processus itératif. De nombreuses méthodes translatent le problème avec contraintes vers un problème sans contrainte en calculant une fonction de pénalisation lorsque les variables de conception approchent ou dépassent les bornes fixées par

les contraintes. De cette façon, le problème avec contraintes est résolu par un ensemble d’optimisations sans contrainte dont la limite converge vers la solution du problème avec contraintes. Cependant, ces techniques sont devenues obsolètes depuis l’apparition des méthodes quadratiques séquentielles (MQS). Schittowski [18], par exemple, a obtenu plus d’efficacité en terme de rapidité et de robustesse. Cette méthode, basée sur les travaux de Biggs [19], Han [20] et Powell [21][22], s’utilise comme la méthode ”Newton” pour les problèmes sans contrainte mais sur les problèmes avec contraintes. A chaque itération, on génère un sous-problème quadratique dont la solution permet de définir une direction de recherche.

### I.4.2.3 Optimisation multi-objectifs

Il arrive souvent que l’optimisation ne relève pas de la simple résolution d’un problème mathématique, mais plutôt d’un problème pratique de recherche de conception optimale. Dans ce cas, une simple fonction Objectif accompagnée de nombreuses contraintes ne représente pas fidèlement le problème ; il s’agit plutôt d’optimiser un vecteur Objectif  $F(x) = \{F_1(x), F_2(x), \dots, F_m(x)\}$ . L’importance relative de chaque objectif n’est généralement pas simple à définir et plus le nombre d’objectifs augmente, plus le choix de l’importance de chaque objectif est complexe et difficilement quantifiable. C’est l’intuition de l’utilisateur et sa capacité à faire des choix qui détermineront finalement les directions de recherche préférentielles de la procédure d’optimisation. Ainsi, définir une stratégie d’optimisation multi-objectifs requière de pouvoir formuler numériquement le problème et faire des choix quant aux préférences de conception.

### I.4.2.4 Autres méthodes d’optimisation

Ils existent d’autres techniques d’optimisation basées sur des méthodes probabilistes. On peut citer le recuit simulé, les réseaux de neurones et les algorithmes génétiques.

La méthode du recuit simulé est une récente technique d’optimisation combinatoire multi-variables dérivée de la méthode de Monte-Carlo. Partant d’une solution donnée  $S$  de coût  $C$ , une nouvelle solution  $S'$  de coût  $C'$  est générée de manière aléatoire. Cette modification est appelée ”un mouvement”. La nouvelle solution est acceptée ou refusée en accord avec un critère de probabilité. De par son critère d’acceptance probabiliste,



certaines mouvements dégradant la fonction Objectif sont autorisés, permettant ainsi à l'algorithme de "s'échapper" du piège constitué par la présence d'optima locaux. Dans cette méthode, la fonction à minimiser est appelée "température". Le processus d'optimisation débute avec une température recuite élevée permettant d'accepter un grand nombre de mouvements. Au fur et à mesure de l'avancement du processus d'optimisation, la température est diminuée, ce qui a pour conséquence de diminuer le nombre de mouvements pouvant dégrader la minimisation. Le système s'approche alors petit à petit de la solution optimale. Pour les basses températures, toutes les solutions acceptées sont très proches les une des autres, l'algorithme s'apparente alors à une méthode d'amélioration itérative. Du à sa nature probabiliste et à son système de recherche unidirectionnel, le recuit simulé peut conduire à différentes solutions sub-optimales. Divers calculs devront par conséquent être effectués pour améliorer la probabilité d'obtenir une excellente solution.

L'idée principale des réseaux de neurones, inspirée par le système nerveux biologique, est la suivante :

On se donne une unité simple, un neurone, qui est capable de réaliser quelques calculs élémentaires. On relie ensuite entre elles un nombre important de ces unités pour obtenir une fonction plus puissante. Toutes les connexions entre les neurones sont affectées d'un poids. Le but de l'optimisation est d'ajuster ces poids pour qu'un ensemble de variables d'entrées conduise à une valeur cible (la fonction Objectif). Il s'agit d'un processus itératif qui consiste à continuellement comparer la valeur de sortie à une valeur cible puis ajuster les poids des connexions et ainsi de suite.

Enfin, les algorithmes génétiques, plutôt que de rechercher un ensemble de paramètres optimaux, permettent de rechercher une population d'ensembles de paramètres (Beasley [23] [24]). Ils simulent les processus naturels d'évolution d'une population par la sélection, la reproduction et la mutation de ses individus qui représentent chacun une solution au problème posé. Ceux qui survivent avec succès ont plus de chance de se reproduire et de brasser leurs gènes. Les individus peu performants ont moins de chance de transmettre leurs gènes, voire pas du tout. Ce sont donc les gènes des individus les mieux adaptés qui se retrouveront dans la génération suivante. Ainsi, la population converge vers une population de mieux en mieux adaptée. Les algorithmes génétiques fonctionnent avec des individus dont chacun représente une solution possible au problème posé. Chacun d'eux est assigné d'un coefficient de convenance (déterminé en fonction de sa capacité à minimiser une fonction coût

par exemple) qui indique son niveau d'opportunité à se reproduire. Une nouvelle population de solutions possibles est générée en "mixant" les meilleurs individus de la précédente génération. Cette nouvelle population contient en plus grande quantité les caractéristiques les mieux adaptées au problème. Si l'algorithme génétique est bien programmé, la population converge vers un ensemble de solutions optimales.

Ces méthodes probabilistes permettent de résoudre des problèmes de toute sorte, discontinus, non linéaires et/ou non différentiables. Pour appliquer ces algorithmes, il faut seulement fournir un ensemble de paramètres définissant le système et une fonction Objectif définissant son état. La conception de la configuration d'essai optimale pour un panneau donné est un tel problème. Nous utiliserons donc l'une de ces méthodes. Notre choix s'est porté sur les algorithmes génétiques dont le principe plus détaillé est maintenant présenté.

### I.4.3 Les algorithmes génétiques

#### I.4.3.1 Principe de base

**le codage** : une solution potentielle au problème est représentée par un ensemble de paramètres (les gènes) qui sont les variables de conception à optimiser. Ceux-ci sont regroupés pour former une chaîne de valeurs (les chromosomes). Chaque individu (une solution) est caractérisé par son chromosome.

**la fonction coût** : la fonction coût permet d'évaluer le niveau de performance des individus (une solution). En fonction du résultat, ils se voient attribuer un "coefficient de convenance" qui déterminera la probabilité de voir cet individu sélectionné pour être l'un des parents de la génération suivante.

**la reproduction** : pour la phase de reproduction, les parents sont sélectionnés de façon aléatoire suivant un schéma qui favorise les meilleurs individus (déterminés par la fonction coût). Les bons individus peuvent être sélectionnés plusieurs fois. En sélectionnant deux parents, leurs chromosomes sont combinés en utilisant les principes de croisement et de mutation.

**Le croisement** : les chromosomes de deux individus sont coupés en deux à une position aléatoire de la chaîne. Les "têtes" et les "queues" sont croisées pour créer de nouveaux individus contenant un mélange des gènes des parents. Cette

technique est le croisement simple. Le croisement n'est pas obligatoirement fait sur tous les individus d'une génération. En général, un choix aléatoire est fait sur une part de la population variant de 0,6 à 1. Les individus non concernés par le croisement sont simplement dupliqués. Ceci permet de transmettre à la génération suivante des individus sans changement de leur chromosome.

**La mutation :** la mutation est appliquée à tous les individus après la phase de croisement. Elle altère de façon aléatoire chaque gène avec une faible probabilité (généralement 0,001). La mutation permet d'ajouter une légère recherche aléatoire et assure que tout point de l'espace de recherche ait une chance d'être exploré.

**La convergence :** si l'algorithme génétique est correctement construit, la population évolue à travers les générations successives vers une population qui contient de plus en plus de bons individus. On considère qu'un gène a convergé quand il a la même valeur dans au moins 95% des individus. La population a convergé quand tous les gènes ont convergé. Cependant, en imposant un nombre maximum de générations, on peut obtenir une population finale dont les individus sont différents et ainsi choisir parmi eux l'individu le mieux adapté au problème.

### I.4.3.2 Utilisation

Chaque application a besoin de sa propre fonction coût. La population de départ peut être générée aléatoirement ou en utilisant une méthode heuristique. La sélection des parents et leur croisement peuvent également se faire selon différentes méthodes. Dans tous les cas, le choix est guidé par la fonction coût utilisée.

#### La fonction coût

Au-delà de la technique de codage utilisée, la fonction coût est l'un des aspects importants de tout algorithme génétique. La méthode est suffisamment robuste pour que le choix des paramètres de départ soit peu influant. Par contre, le choix de la fonction coût et de la technique de codage influence beaucoup la performance d'un algorithme génétique. L'idéal est d'avoir une fonction coût régulière et douce car dans ce cas, les meilleurs individus et les autres sont relativement peu différents. Malheureusement, il n'est pas possible d'obtenir une telle fonction dans la plupart des problèmes. Une règle générale consiste à définir une fonction coût qui reflète bien

la réalité du problème.

## **Pénalités**

Il arrive parfois que des problèmes imposent des contraintes dont on doit tenir compte dans la viabilité ou la faisabilité des solutions. Pour cela, on peut utiliser une fonction de pénalité. Si une solution donne un taux de violation de ces contraintes supérieur à une valeur définie, sa convenance est pénalisée par un coefficient. Ainsi, la population converge non seulement vers une solution optimale mais aussi vers une solution réalisable compte tenu des contraintes fixées (Coit [25] [26], Joines [27]).

## **Evaluation d'une fonction approchée**

Cette technique est utilisée lorsque la fonction coût est particulièrement complexe à évaluer. Si la fonction approchée donne des valeurs suffisamment proches de la fonction coût réelle, l'algorithme génétique convergera beaucoup plus rapidement.

## **Convergence prématurée ou lente**

Un problème classique des algorithmes génétiques est que les gènes d'individus relativement performants (mais pas optimaux) peuvent rapidement "dominer" la population, causant une convergence vers un maximum (ou minimum) local. De même si, après de nombreuses générations, la différence entre les meilleurs et les plus mauvais individus est trop faible, alors l'évolution de la population stagne. Ce phénomène vient du fait que le nombre d'individus d'une population est fini. Pour que l'algorithme génétique fonctionne efficacement sur des populations finies, il convient de modifier la façon de sélectionner les individus devant se reproduire. L'idée de base est de contrôler le nombre d'opportunités que chaque individu a de se reproduire. Le but est de prévenir tout "super" individu de prendre soudainement le contrôle de la population ou au contraire de limiter l'influence des "super faibles" individus.

### **I.4.3.3 Techniques de sélection des parents**

En général, les individus d'une population sont copiés dans un "bassin de mélange" où les plus performants sont copiés plusieurs fois et les plus faibles ne sont quasiment pas copiés. La taille de ce "bassin" est la même que celle de la population (Beasley [24]).

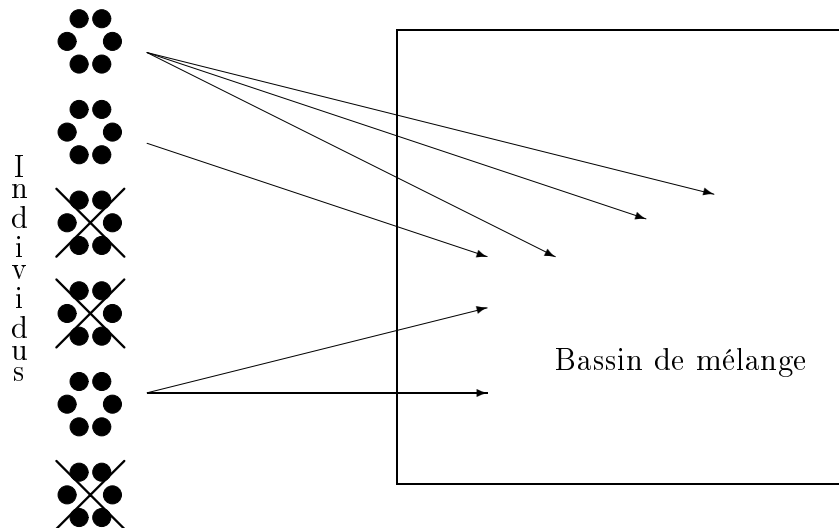


FIG. I.4.1 – Principe de sélection des parents

Ensuite, des paires d'individus sont tirés de ce "bassin" pour être mixés, et ceci jusqu'à ce que le "bassin" soit vide. Le comportement d'un algorithme génétique dépend de la façon de choisir les individus devant être copiés dans le "bassin de mélange". Il y a principalement deux types de techniques : les techniques explicites et les techniques implicites.

### Les techniques explicites

Pour que le "bassin de mélange" ait la même dimension que la population, la moyenne du nombre de copies par individu de la population d'origine doit être égale à 1. Ceci peut être obtenu en prenant par exemple, comme nombre de copies d'un individu, la valeur de sa convenance divisée par la moyenne des convenances. Cette technique permet d'avoir un nombre de copies proportionnel à la convenance, mais les problèmes de cette technique sont que le nombre de copies n'est pas toujours un entier et une convergence prématurée est possible. Pour éviter les copies proportionnelles à la convenance, une méthode souvent employée est la méthode de l'échelle de convenance. Dans celle-ci, on fixe le nombre maximum de copies par individu (en général 2 copies maximum). On y parvient en soustrayant une valeur adéquate à la valeur de convenance, puis en divisant par la moyenne des valeurs de convenances ajustées. Il faut cependant veiller à ne pas générer de valeurs négatives (on peut par exemple prendre pour la soustraction :  $2 \times \text{moyenne} - \text{maximum}$ ). L'échelle de convenance tend à comprimer l'étendue des convenances et à ralentir la convergence. Ceci permet

d'augmenter l'exploration.

Une autre méthode est le fenêtrage de convenance. Le principe est le même que pour l'échelle de convenance mais le total à soustraire est calculé différemment. La convenance minimale de chaque génération est retenue et le total à soustraire est le minimum observé durant les  $n$  précédentes générations (typiquement  $n = 10$ ). Avec ce schéma de sélection, le rapport entre le maximum et la moyenne des copies est variable au cours de l'optimisation. Cependant, la présence d'un individu "super faible" peut causer un sous-développement de la population, tout comme un "super" individu peut provoquer une convergence prématurée. Le problème des deux méthodes présentées est qu'elles dépendent d'un individu extrême (le meilleur ou le pire). Le classement des convenances est une méthode utilisée pour résoudre ce problème; Les individus sont classés dans l'ordre de leur convenance et leur nombre de copies est donné en fonction de leur rang (de façon linéaire ou exponentielle). On obtient un résultat similaire à une méthode d'échelle de convenances où le rapport entre le maximum et la moyenne des convenances est normalisé. Cela assure aux individus "intermédiaires" d'être régulièrement répartis. Plusieurs expériences montrent la supériorité de cette méthode.

### **Les techniques implicites**

Les méthodes implicites remplissent le "bassin de mélange" sans passer par l'étape intermédiaire du remodelage des valeurs de convenance. La sélection par tournoi est une de ces méthodes. Il existe plusieurs variantes mais la plus simple, la sélection par tournoi binaire, prend des paires d'individus aléatoirement parmi la population. Celui qui a la plus grande convenance est placé dans le "bassin de mélange", l'autre est remplacé dans la population d'origine. L'opération est répétée jusqu'à ce que le "bassin" soit plein. Pour moins défavoriser les individus intermédiaires, on peut également mettre en compétition plus de deux individus et copier les  $n$  meilleurs.

Une autre approche est la sélection par tournoi binaire probabiliste où le vainqueur du tournoi est sélectionné avec une probabilité  $p$  (en général,  $0,5 < p < 1$ ). Ceci permet d'ajuster le rapport entre le nombre de bons individus et de moins bons individus sélectionnés pour aller dans le "bassin de mélange".

#### **I.4.3.4 Taux de régénération et remplacement régulier**

Le taux de régénération est la proportion d'individus d'une population remplacée à chaque génération. La plupart des algorithmes génétiques ont un taux de régénération de 1 (toute la population change) mais la tendance actuelle penche pour un remplacement régulier de la population où seuls quelques individus sont remplacés. On est plus proche d'un modèle naturel où, pendant un certain temps, les parents et les enfants coexistent. Il faut donc, en plus de sélectionner deux parents, sélectionner deux individus qui doivent mourir pour laisser place aux enfants. Plusieurs schémas sont possibles :

- Sélection des parents en fonction de leurs convenances et sélection des remplacements aléatoire ;
- Sélection des parents aléatoire et sélection des remplacements en fonction de l'inverse des convenances ;
- Sélection des parents en fonction de leurs convenances et sélection des remplacements en fonction de l'inverse des convenances.

On peut par exemple sélectionner les parents en fonction de leur coefficient de convenance et remplacer les deux moins bons individus de la population par les enfants générés. Entre un remplacement total de la population et le remplacement partiel, les différences sont que les statistiques de la population sont recalculées ou non à chaque fois et que les nouveaux enfants sont ou ne sont pas immédiatement disponibles.

#### **I.4.3.5 Les techniques de croisement**

##### **Le croisement simple**

Traditionnellement, la coupure des chromosomes se fait en un seul point. Il semblerait que des croisements utilisant plusieurs points augmentent le champ des recherches mais pas toujours l'efficacité de l'algorithme génétique. Dans le croisement à plusieurs points, les chromosomes ne sont pas représentés par une chaîne linéaire mais par une boucle (fig. I.4.2). Ceci permet de constituer des blocs qui peuvent contenir à la fois le début et la fin du chromosome.

Après avoir choisi deux points, on échange le segment situé entre ces deux coupures. Si l'on échange un seul segment comme dans le cas du croisement simple, on effectue cette fois ce changement sur un segment plus général. Des recherches ont montré que cette technique est plus efficace que le croisement simple.

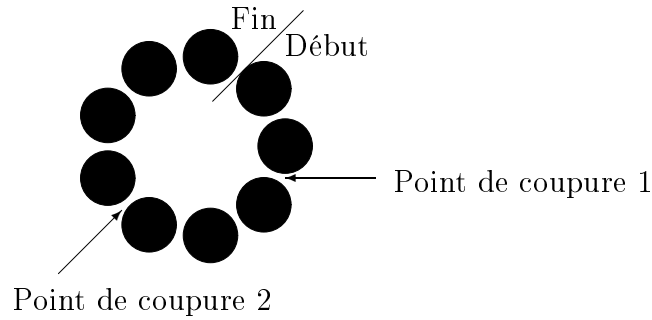


FIG. I.4.2 – Exemple de croisement simple (Chromosome représenté en boucle)

### Le croisement uniforme

Dans ce cas, on prend aléatoirement les gènes chez les deux parents pour construire les chromosomes des enfants. La technique consiste à créer un masque binaire ayant la même longueur que les chromosomes des parents et on l'utilise pour construire le chromosome de l'enfant.

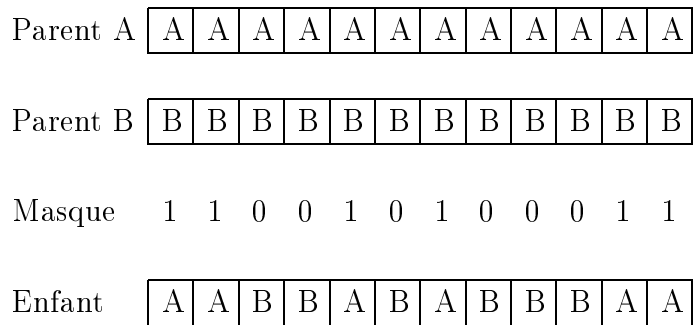


FIG. I.4.3 – Exemple de croisement uniforme

Si l'on a un 1, on prend le gène du parent 1 et si l'on a un 0, on prend celui du parent 2, et ainsi de suite. Le nombre de points de coupure n'est donc pas fixé puisqu'il dépend de la séquence du masque. En moyenne, le nombre de coupures est de l'ordre de  $L/2$  où  $L$  est la longueur des chromosomes.

### Quelle est la meilleure technique ?

Ces différentes techniques de croisement ont été testées sur plusieurs problèmes. Aucun véritable vainqueur ne s'est dégagé. En fait, il n'a été remarqué qu'une différence d'environ 20% sur la vitesse des algorithmes génétiques entre le pire et le



meilleur. En terme de rapport qualité/coût, certains auteurs considèrent le croisement à deux points comme le meilleur compromis. Cependant, lorsque la population a largement convergé, la probabilité de croiser deux segments identiques est importante. Dans ce cas, la production d'enfants différents des parents est réduite. Pour éviter ce type de croisement, il suffit de comparer les deux segments et on procède à un nouveau choix des points de coupure si les segments sont identiques. Il semble que cette technique fonctionne mieux que le croisement uniforme dans plusieurs cas testés. De plus, le gain de performance est d'autant plus important que la taille de la population est plus grande.

### **Autres techniques de croisement**

Si l'on s'inspire de la nature, on peut dire que le croisement est plus probable en certains points du chromosome. Le principe général est que l'algorithme génétique apprend quels sont les sites les plus favorables pour un croisement. Ces informations sont enregistrées dans le chromosome des individus et transmises aux générations successives.

## **I.4.4 Choix des méthodes d'optimisation**

### **I.4.4.1 Optimisation de la configuration d'essai**

Comme le lecteur le découvrira dans la deuxième partie de ce document, la phase d'optimisation de la configuration de l'essai est un problème complexe non linéaire, discontinu, non différentiable et non convexe. Les variables de conception sont nombreuses (emplacements et intensités des efforts, position et taille de l'encastrement...) et il est à priori extrêmement difficile d'évaluer l'importance relative de chacune de ces variables dans la fonction Objectif (sensibilité de l'essai aux paramètres mécaniques du panneau). Notre choix s'est porté sur les algorithmes génétiques. Ils permettent de manipuler un grand nombre de variables de conception sans avoir à se soucier de l'importance relative de chacune d'elles puisque c'est l'algorithme lui-même qui va en quelque sorte "apprendre" quelles sont les variables les plus influentes. De plus, les algorithmes génétiques jouissent d'un avantage sur les techniques d'optimisation classiques, en cela qu'ils peuvent explorer l'ensemble du domaine de recherche avec la même probabilité. Ceci permet de traiter beaucoup plus efficacement les problèmes

discontinus en couvrant simultanément une large zone de recherche. L'optimisation par algorithmes génétiques est donc parfaitement adaptée à notre problème de conception d'essais optimum. En effet, cette méthode nous permettra de choisir un grand nombre de variables de conception et a l'avantage de pouvoir proposer un ensemble de solutions possibles parmi lesquelles nous pourrions déterminer laquelle sera la mieux adaptée en terme de faisabilité. Le codage des individus et l'utilisation des algorithmes génétiques pour concevoir les essais seront développés dans la deuxième partie de ce document.

#### I.4.4.2 Identification des paramètres mécaniques

Lors de la phase d'identification des caractéristiques mécaniques des panneaux, l'objectif sera d'optimiser les paramètres d'un modèle mécanique afin de minimiser les écarts entre le champ des déplacements expérimental et le champ numérique calculé. Il s'agit d'un problème non linéaire "classique" qui pourra aisément être résolu par une méthode d'optimisation quadratique comme la minimisation des moindres carrés. Nous avons choisi un algorithme d'optimisation qui minimise une fonction non linéaire avec contraintes. Il utilise une méthode quadratique séquentielle qui constitue l'état de l'art des méthodes de résolution de problèmes non linéaires.

Soit le problème général (PG) suivant :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser } f(x), x \in \mathfrak{R}^n \\ & \text{avec les contraintes } G_i(x) = 0 \quad (i = 1, \dots, m_e), \\ & G_i(x) \leq 0 \quad (i = m_e + 1, \dots, m), \\ & \text{et } b_i \leq x \leq b_s \end{aligned}$$

où  $b_i$  est la borne inférieure et  $b_s$  la borne supérieure de la zone de recherche de  $x$ .

L'idée principale est la formulation d'un sous-problème quadratique basé sur l'estimation de l'Hessien de la fonction Lagrangienne  $L(x, \lambda)$  à chaque itération avec :

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot g_i(x) \tag{I.4.1}$$

On calcule alors la matrice Hessienne de cette fonction Lagrangienne pour exprimer

le sous-problème quadratique suivant :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser } \frac{1}{2}d^T H_k d + \nabla f(x_k)^T d, d \in \mathfrak{R}^n \\ & \nabla g_i(x_k)^T d + g_i(x_k) = 0, i = 1, \dots, m_e \\ & \nabla g_i(x_k)^T d + g_i(x_k) \leq 0, i = m_e, \dots, m \end{aligned} \tag{I.4.2}$$

La solution  $x_{k+1} = x_k + \alpha_k \cdot d_k$  est utilisée pour former une nouvelle itération. Le paramètre du pas  $\alpha_k$  est déterminé par une procédure "line search". La matrice  $H_k$  est définie positive.

Pour plus d'informations sur les méthodes quadratiques séquentielles, le lecteur se reportera à des auteurs comme Fletcher [28], Gill et al. [29], Powell [30], et Schittowski [31].

# Chapitre I.5

## Les méthodes de mesure optique

Il existe plusieurs techniques pour mesurer des déplacements hors plan à la surface d'un panneau. La métrologie utilisée doit nous permettre d'atteindre ces principaux objectifs :

- La mesure ne doit pas perturber l'essai,
- La mesure doit être quasi-instantanée,
- La mesure doit pouvoir être effectuée en tout point de la surface du panneau étudié.

Il est très vite apparu que les techniques optiques sont les mieux adaptées à ces contraintes. La mesure peut se faire sans contact et permet d'avoir le champ entier des déplacements hors plan aussi rapidement que la prise d'une photo. Cependant, plusieurs techniques coexistent et présentent différentes caractéristiques quant à la taille du champ observable, la précision de la mesure, le type de matériels utilisés et la nécessité ou non de préparer la surface à observer.

Nous allons ici présenter les principales techniques de mesure optique (voir Cloud [32]). Après avoir dégagé les avantages et inconvénients de chacune, nous présenterons la métrologie optique retenue.

### I.5.1 Moiré d'ombre et de projection

Ces techniques sont caractérisées par leur simplicité et leur facilité de mise en œuvre (Pirodda [33], Surrel [34]). On fait la distinction entre les deux procédés : pour le premier, la projection du réseau de référence sur la surface à étudier est obtenue

simplement en plaçant celui-ci le plus près possible de la surface et en l'illuminant avec un faisceau de lumière collimaté ou divergeant. Pour le second, on projette directement l'image du réseau de référence sur la surface.

### I.5.1.1 Moiré d'ombre : principe de base

Une source ponctuelle de lumière (S) distribue l'ombre d'un réseau (RF) positionné près de l'objet, sur la surface de ce dernier (Fig. I.5.1). Le réseau est formé de lignes parallèles noires et équidistantes. Une source de lumière collimatée peut également être utilisée. L'objet est alors observé à travers le réseau de référence. On obtient une image formée en (O) par l'interférence géométrique des deux réseaux (la référence et son ombre) qui produit des franges de moiré. Comme le réseau de référence filtre son ombre, on obtient un excellent contraste. Les franges définissent des lignes de contour qui sont assimilables à des courbes de niveau sur une carte. On suppose que le plan du réseau de référence est le plan de référence pour la détermination des coordonnées  $z$  de la surface. On mesure donc les positions absolues de la surface observée.

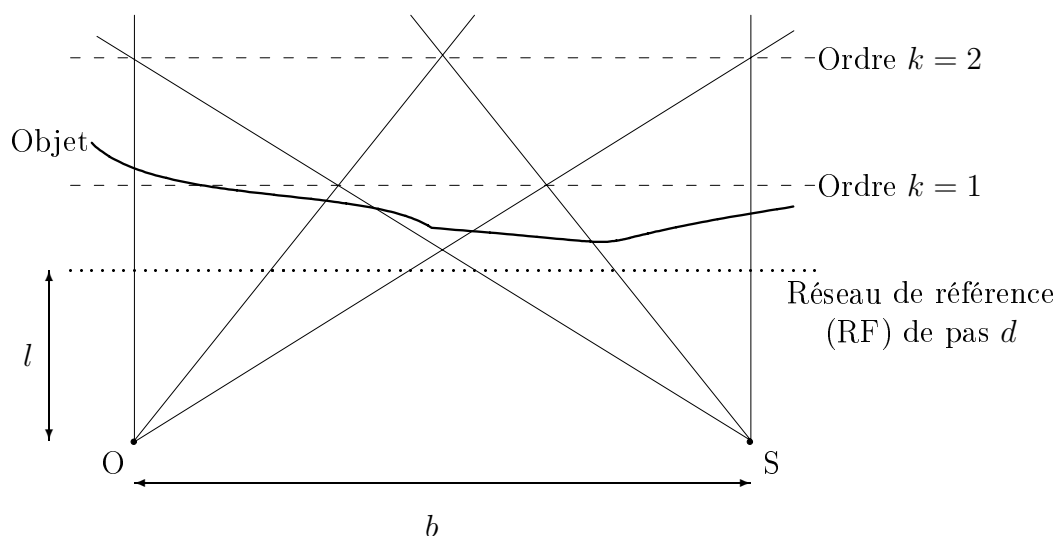


FIG. I.5.1 – Principe du moiré d'ombre

Dans le cas où la source lumineuse et le point d'observation sont situés à la même distance  $l$  du réseau illuminé, on a :

$$z_k = l \cdot \frac{kd}{b - kd} \quad (\text{I.5.1})$$

où ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )

$z_k$  est la coordonnée  $z$  des points situés sur la ligne de contour d'ordre  $k$ ,  $b$  est la distance entre la source lumineuse et le point d'observation, et  $d$  est le pas du réseau de référence.

La différence  $\Delta z$  mesurée entre deux lignes de contour successive, i.e. le facteur de sensibilité, est :

$$\Delta z = \frac{dl}{b} \cdot \frac{\left(1 + \frac{z_k}{l}\right)^2}{1 + \frac{d}{b} \cdot \left(1 + \frac{z_k}{l}\right)} \quad (\text{I.5.2})$$

où ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )

Le facteur de sensibilité n'est pas constant mais croît avec l'ordre de la ligne de contour. Cependant, dans la plupart des cas, on a :

$$\frac{z_k}{l} \ll 1 \quad ; \quad \frac{d}{b} \ll 1$$

Le facteur de sensibilité peut alors être pris constant :

$$\Delta z = d \cdot \frac{l}{b} \quad (\text{I.5.3})$$

Dans le cas particulier où on utilise une lumière collimatée, le facteur de sensibilité dépend des angles formés par les rayons lumineux  $\alpha_1$  incidents et  $\alpha_2$  réfléchis par rapport à la perpendiculaire au plan de référence :

$$\Delta z = \frac{d}{\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2} \quad (\text{I.5.4})$$

### I.5.1.2 Moiré de projection : principe de base

L'image d'un réseau est projetée sous un certain angle sur la surface de l'objet. On observe cette projection sous un autre angle à travers un réseau de référence (RF). On obtient donc une image qui est l'interférence des deux réseaux selon le même principe que le moiré d'ombre (Fig. I.5.2).

L'un des avantages de ce procédé, par rapport au moiré d'ombre, est que l'on peut effectuer des mesures relatives : on projette un réseau de référence rectiligne sur l'objet non chargé. L'image obtenue est enregistrée et devient le nouveau réseau de référence (RF). Lorsque l'on projette de nouveau le réseau rectiligne sur l'objet chargé, on mesure alors les déplacements  $\Delta z$  par rapport à l'état non chargé puisque les lignes de contour seront formées par l'interférence des deux réseaux représentant l'état non chargé et l'état à l'instant de l'observation. On a la relation suivante :

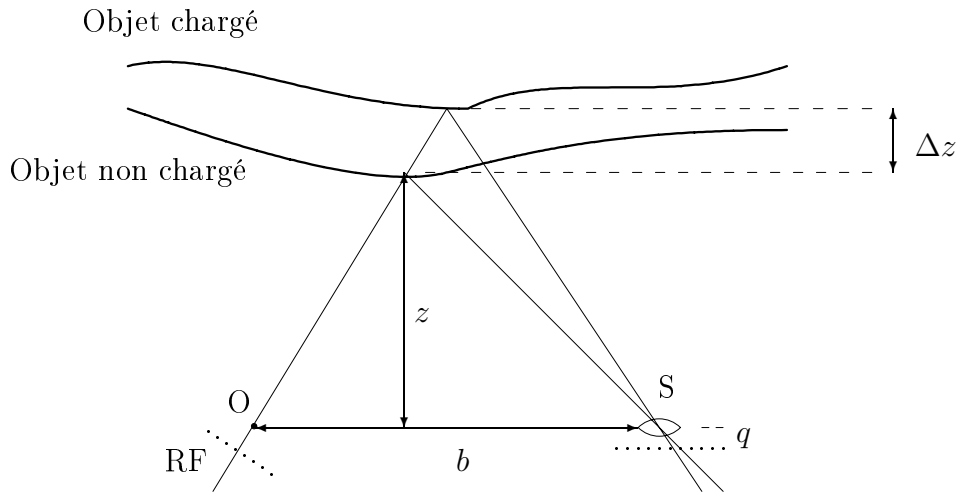


FIG. I.5.2 – Principe du moiré de projection

$$\frac{\Delta z}{(z + \Delta z)z} = k \cdot \frac{d}{bq} \quad (\text{I.5.5})$$

où ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )

$k$  est l'ordre de la ligne de contour, et  $d$  est le pas du réseau rectiligne projeté.

Dans la plupart des cas,  $\Delta z \ll z$ , alors l'expression devient :

$$\frac{\Delta z}{z^2} = k \cdot \frac{d}{bq} \quad (\text{I.5.6})$$

où ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )

Comme  $\Delta z$  est fonction du point observé (par  $z$ ), un calcul point par point est en général nécessaire. Afin de s'affranchir de  $z$ , on peut utiliser une lumière collimatée pour projeter le réseau rectiligne. Soit  $\alpha$  l'angle formé par un rayon incident et son rayon réfléchi, on a :

$$\Delta z = k \frac{d}{\tan \alpha}$$

Dans ce cas, le facteur de sensibilité  $\Delta(\Delta z)$  est constant et vaut :

$$\Delta(\Delta z) = \frac{d}{\tan \alpha} \quad (\text{I.5.7})$$

### I.5.1.3 Sensibilité des méthodes

Pour les deux procédés, la sensibilité de la mesure est inversement proportionnelle à  $d$  et au rapport  $l/b$ . Dans le cas du moiré d'ombre, le paramètre  $d$  possède une borne inférieure déterminée par la pratique : la définition de l'ombre du réseau sur l'objet dépend directement de la distance qui les sépare et un pas minimal du réseau est nécessaire pour limiter les effets de diffraction et de pénombre. Concernant le facteur  $l/b$ , il est limité par des effets similaires dus aux variations d'intensité lumineuse (fonction du rapport  $l/b$ ). La plus grande sensibilité peut être obtenue avec des surfaces d'objet très plates et placées très proches du réseau de référence. On peut atteindre, dans des cas optimum, des sensibilités de l'ordre de  $1/100$  mm. Cependant, on observe en général des sensibilités de l'ordre de  $1/10$  mm.

Dans le cas de la projection, le principal facteur déterminant la sensibilité de la mesure est la qualité des réseaux employés (projeté et référence). On obtient des sensibilités similaires à la méthode du moiré d'ombre, c'est-à-dire  $1/10$  mm. Cependant, des techniques spéciales offrent des sensibilités plus importantes, comme l'utilisation d'une source de lumière cohérente. Cette technique permet en effet d'augmenter le contraste des franges et de diminuer les phénomènes de diffraction et de pénombre sur la surface de l'objet. Il est alors possible de diminuer le pas  $d$  des réseaux. Enfin, la méthode hétérodyne permet, avec le même réseau, d'augmenter la sensibilité de la mesure.

## I.5.2 Interférométrie de Moiré

Les deux méthodes précédentes sont appelées "méthodes géométriques". Il est difficile de réaliser des réseaux de pas très petit (quelques mm) et de les projeter clairement sur la surface observée, ce qui limite leur sensibilité. L'interférométrie permet quant à elle d'opérer avec des réseaux de pas extrêmement petit, de l'ordre de  $\lambda/2$  ( $\lambda$  étant la longueur d'onde de la lumière utilisée). La principale différence entre l'interférométrie et les méthodes géométriques vient du fait que le réseau à analyser est remplacé par une paire de faisceaux de lumière cohérente collimatée qui interfèrent et créent ainsi un réseau "virtuel" (MacKelvie [35]).



### I.5.2.1 Principe

On recouvre la surface à observer d'un réseau diffractant à haute fréquence dont le pas est le double du pas du réseau virtuel que l'on veut obtenir. En général, il s'agit de la réplique d'un "master" par dépôt d'une couche de polymère. Cette couche est ensuite enduite d'une pellicule métallique à haut pouvoir réfléchissant (argent) afin de permettre l'utilisation d'une source lumineuse de faible puissance (Figure I.5.3).

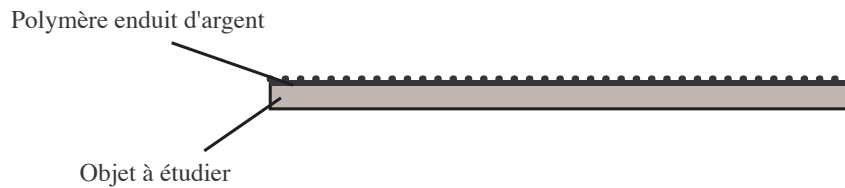


FIG. I.5.3 – Préparation de la surface

D'après la figure I.5.4, chaque faisceau est diffracté par le réseau selon la relation suivante :

$$\sin \beta_m = \sin \alpha \pm \frac{m\lambda}{g} \quad (\text{I.5.8})$$

$\beta_m$  est l'angle formé par un rayon incident et le rayon réfléchi,  $m$  est le numéro d'ordre dans le spectre de diffraction,  $g$  est le pas du réseau et  $\lambda$  est la longueur d'onde de la lumière utilisée.

Lorsque la surface est déformée, le pas  $g$  du réseau varie de  $\Delta g$ . Les ordres de diffraction  $m$  divergent et  $\beta_m$  varie d'un total de  $2\Delta\beta$  où :

$$\Delta\beta = \frac{\lambda\Delta g}{g^2}$$

et avec  $\frac{1}{g} = f$  ( $f$  est la fréquence du réseau), on a :

$$2\Delta\beta = \lambda\Delta f \quad (\text{I.5.9})$$

Ces petites divergences créent des interférences entre le faisceau de référence et le faisceau réfléchi. On visualise alors des franges de moiré de basse fréquence (par rapport à la fréquence du réseau). On peut utiliser les mêmes formules que les méthodes géométriques afin de déterminer les déplacements à la surface de l'objet.

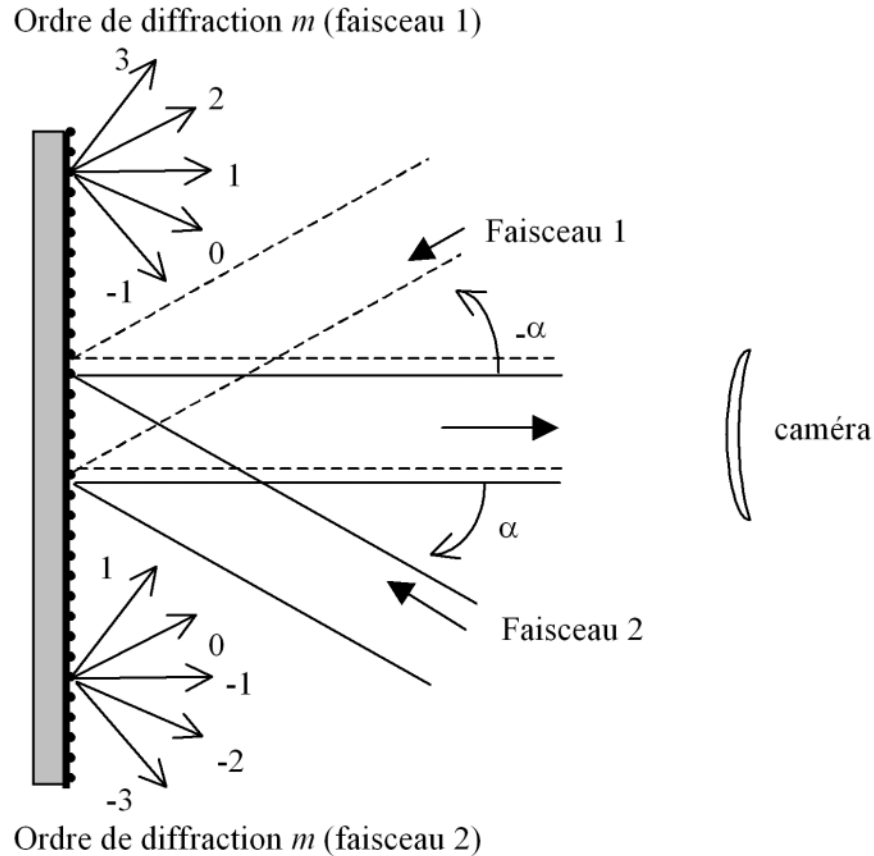


FIG. I.5.4 – Principe de l'interférométrie de moiré

### I.5.2.2 Sensibilité de la méthode

L'utilisation d'un enduit à haut pouvoir réfléchissant permet d'obtenir des franges suffisamment contrastées avec une source de lumière de faible puissance. De plus, il est possible d'enregistrer les franges avec des durées d'expositions très courtes, ce qui permet de geler les franges même si elles bougent sous l'effet de vibrations du support expérimental. Le pas du réseau "virtuel" étant très petit, la fréquence des franges de moiré obtenues est très importante. On peut obtenir jusqu'à plusieurs centaines de franges par millimètre. Dans ce cas, la sensibilité de la mesure est limitée par la sensibilité de la chaîne d'acquisition des images. En général, l'interférométrie est utilisée pour l'analyse de surfaces ne dépassant pas quelques  $cm^2$  où il est possible de "zoomer" à l'aide d'un téléobjectif. Cette technique nécessite une surface de l'objet étudié suffisamment plate. En effet, la précision des informations étant dépendante de l'épaisseur du réseau (polymère), cela implique que la surface observée de l'objet doit elle-même être très plate.

### I.5.3 Analyse par mesure de phase

La plupart des méthodes optiques sans contact, pour la mesure du profil d'une surface, utilise l'interférence entre un réseau de référence (physique ou virtuel) et l'image du même réseau projeté sur la surface à étudier. Une approche alternative consiste à analyser uniquement l'image déformée sur la surface (Mauvoisin [36], Singh [37], Srinivasan [38][39], Surrel [40][41]). Cette méthode directe est basée sur l'analyse par transformée rapide de Fourier (FFT) du réseau déformé. Quand une distribution sinusoïdale d'intensité lumineuse (réseau de franges) est projetée sur une surface, la représentation mathématique de l'image déformée est similaire à celle rencontrée en interférométrie optique conventionnelle. On démontre que la distribution de hauteur sur la surface équivaut à une distribution de phase et donc que les méthodes d'interférométrie en modulation de phase peuvent être employées pour l'analyse. De plus, en utilisant plusieurs projections déphasées, un haut degré de précision de mesure de la phase peut être obtenu. En effet, on peut atteindre une précision de mesure de l'ordre du millièmètre de la période des franges. Dans ce cas, la mesure des hauteurs de la surface étudiée a une résolution inférieure au dixième de millièmètre si l'on utilise un système optique permettant de projeter un réseau avec un pas inférieur à un millièmètre.

#### I.5.3.1 Les optiques de projection

Un réseau de franges d'intensité sinusoïdale peut être projeté de deux façons :

- en générant un réseau par l'interférence de deux ondes de lumière cohérente
- en projetant l'image d'un réseau de franges d'intensité sinusoïdale

Comme il est difficile de fabriquer l'image d'un réseau sinusoïdal par les méthodes photographiques, il est préférable d'utiliser un interféromètre laser possédant une polarisation variable pour obtenir les différentes phases (Fig. I.5.5).

En effet, il suffit alors d'agir sur le polariseur  $P$  pour obtenir l'image du réseau de franges avec la phase désirée (par exemple, une rotation du polariseur de  $180^\circ$  donne une modulation de phase de  $2\pi$ ). Le pas du réseau est quant à lui contrôlé par un prisme de Wollaston  $W$ .

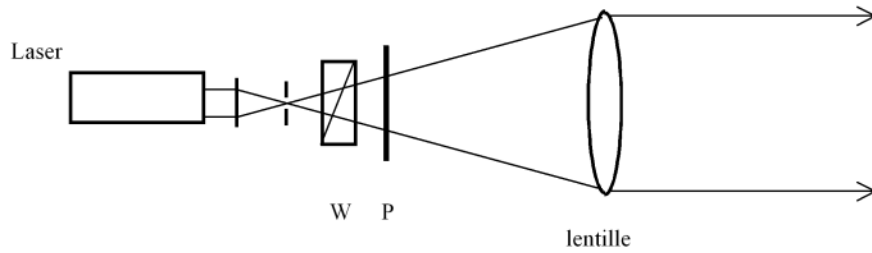


FIG. I.5.5 – Système de projection de franges avec changeur de phase

### I.5.3.2 Analyse de l'image d'un réseau de franges déformé

Une simple approche géométrique peut être utilisée pour l'analyse. Les hauteurs  $h(x, y)$  de la surface sont données en relatif par rapport à un plan de référence qui est en fait le plan "virtuel" formé par le réseau d'interférométrie sinusoidale projeté. Le réseau projeté a une période  $P_0$  et l'intensité en chaque point du plan de référence est, par exemple en  $C$  (Fig. I.5.6) :

$$I_C(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cdot \cos(2\pi \cdot OC/P_0) \quad (\text{I.5.10})$$

où  $a(x, y)$  est l'intensité de fond et  $b(x, y)$  le contraste des franges.

L'argument  $\Phi_{OC} = 2\pi \cdot OC/P_0$  est la phase au point  $C$  et mesure effectivement la distance géométrique  $OC$  si  $O$  est le point de référence où la phase est nulle.

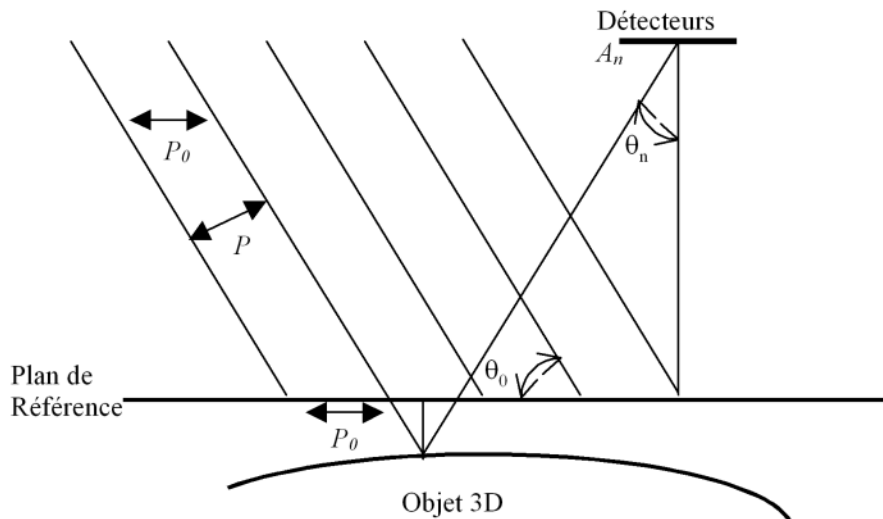


FIG. I.5.6 – Analyse de la surface

L'intensité observée en  $D$  est la même que celle qui serait observée en  $A$  sur le

plan de référence et modifiée par la réflectivité  $r(x, y)$  de l'objet :

$$I_D = r(x, y) \cdot [a(x, y) + b(x, y) \cdot \cos(2\pi \cdot OA/P_0)] \quad (\text{I.5.11})$$

Si l'on a un coefficient de réflexion suffisamment important, alors :

$$\Phi_{OD} = \Phi_{OA} = 2\pi \cdot OA/P_0 \quad (\text{I.5.12})$$

La différence de phase observée par le détecteur au point  $A_n$  peut alors être associée à la distance  $AC$  :

$$AC = (P_0/2\pi) \cdot (\Phi_{OD} - \Phi_{OC}) \quad (\text{I.5.13})$$

Enfin,  $AC$  est lié à la hauteur  $BD$  par :

$$BD = AC \cdot \frac{\tan \theta_0}{1 + \frac{\tan \theta_0}{\tan \theta_n}} \quad (\text{I.5.14})$$

En général, le détecteur est placé tel que  $\theta_n = 90^\circ$ , dans ce cas, on a :

$$BD = AC \tan \theta_0 = (P_0/2\pi) \cdot (\Phi_{OD} - \Phi_{OC}) \tan \theta_0 \quad (\text{I.5.15})$$

### I.5.3.3 Principe de la mesure de phase

Pour mesurer la phase de la variation d'intensité représentée par les équations I.5.10 et I.5.11, le réseau projeté est modulé en phase par la rotation du polariseur. Dans le cas de l'équation I.5.10 par exemple, soit :

$$\Phi_{OC} = 2\pi \cdot OC/P - 0 = 2\pi \cdot n' + \Phi'_{OC} \quad (\text{I.5.16})$$

où  $\Phi'_{OC}$  est l'angle de la phase modulo  $2\pi$  et  $n'$  un entier.

$N$  mesures  $I_1, I_2, \dots, I_N$  de  $I_C$  sont effectuées avec un incrément de phase de  $2\pi/N$  entre chaque mesure, et on a :

$$\tan \Phi'_{OC} = \frac{\sum_{n=1}^N I_n \cdot \sin(2\pi \cdot n/N)}{\sum_{n=1}^N I_n \cdot \cos(2\pi \cdot n/N)} \quad (\text{I.5.17})$$

En enregistrant  $N$  images, la phase vue par chaque détecteur peut être traitée à la fois pour le plan de référence et pour la surface étudiée. Basé sur la continuité de la fonction phase, et en fixant arbitrairement une origine où la phase est nulle, l'entier  $n'$  de l'équation I.5.16 peut être déterminé en contrôlant les phases enregistrées par deux détecteurs adjacents et en identifiant les fortes discontinuités de phase qui résultent de deux transitions. Les équations I.5.13 et I.5.15 permettent alors de calculer le profil de la surface étudiée.

### **I.5.3.4 Analyse de performance**

Une réflexion suffisante de la surface et une illumination sans ombre sont nécessaires au bon fonctionnement de la méthode. La résolution dépend de la longueur d'onde effective  $\lambda_e$  ( $\lambda_e = P_0 \cdot \tan \theta_0$ ) et du plus petit changement de phase mesurable. Ainsi, l'avantage de la méthode est de pouvoir utiliser des franges grossières (grande longueur d'onde effective) pour étudier de larges variations de surface, et des franges très fines (petite longueur d'onde effective) pour des variations de surface très faibles.

#### **Remarque**

Ces équations ne sont valables que pour une projection collimatée. Dans le cas d'une illumination divergente (souvent le cas pour de grandes surfaces), les équations sont plus compliquées. Cependant, elles peuvent toujours être obtenues en fonction des phases. De plus, l'illumination laser peut être remplacée par la projection d'un réseau physique via une source de lumière blanche.

## **I.5.4 Choix d'une méthode**

Compte tenu des avantages et inconvénients de ces méthodes, l'interférométrie est à exclure à cause de sa trop grande sensibilité et de la taille du champ observable qui n'est que de quelques  $\text{cm}^2$ . Quant au moiré d'ombre, il ne permet pas un suivi en temps réel et la position du plan de référence, situé trop près de la surface à étudier, limite les déplacements observables. Il reste donc le moiré de projection et l'analyse de phase.

Compte tenu des progrès obtenus dans le domaine du traitement et de l'analyse d'image, c'est la technique de l'analyse de phase qui a été retenue. Enfin, l'emploi d'une méthode hétérodyne ou quasi-hétérodyne permettra d'augmenter la sensibilité de la méthode.

### **I.5.4.1 Méthode hétérodyne : principe**

L'idée est d'introduire une légère différence de fréquence entre les modulations de deux champs d'ondes. Ainsi, en interférométrie hétérodyne, lorsque les deux ondes

sont d'une pulsation légèrement différente, les franges du champ d'interférences défilent de manière continue. L'exploitation d'un tel signal implique l'utilisation de photodétecteurs ou d'un phasemètre. La sensibilité est de l'ordre du millièbre d'interfrange, mais le temps de mesure, de l'ordre d'une seconde par point, n'est pas adapté à la détermination d'un champ complet de déplacements. Un procédé moins précis que la méthode hétérodyne permet de contourner ce problème : la méthode quasi-hétérodyne.

### I.5.4.2 Méthode quasi-hétérodyne : principe

Le quasi-hétérodynage, encore appelé méthode à décalage de phase, est un procédé moins précis que l'hétérodynage mais il est plus rapide lorsqu'il est associé à un système d'analyse d'images et permet de déterminer la phase sur un champ complet. Il est fondé sur le même principe que l'hétérodynage mais la variation linéaire de la phase relative (entre les deux ondes) est remplacée par une variation en  $N$  paliers. Cette variation de la phase est obtenue en déplaçant le réseau de référence d'une valeur de  $1/N$  du pas du réseau.

Après filtrage, une image de moiré est assimilable à une modulation sinusoïdale d'intensité (franges) :

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cdot \cos \Phi(x, y) \quad (\text{I.5.18})$$

La phase  $\Phi(x, y)$  est liée au relief de l'objet  $z(x, y)$  par la relation :

$$\Phi(x, y) = \frac{2\pi \cdot d \cdot z(x, y)}{p(h + z(x, y))} \quad (\text{I.5.19})$$

L'intensité du réseau de franges au palier  $n$  vaut :

$$I_n(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cdot \cos(\Phi(x, y) + n2\pi/N) \quad (\text{I.5.20})$$

où  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ ,  $a(x, y)$  est l'intensité lumineuse de fond,  $b(x, y)$  le contraste des franges et  $\Phi(x, y)$  la phase.

Trois équations ( $n = 0, 1, 2$ ) suffisent pour déterminer les trois inconnues  $a(x, y)$ ,

$b(x, y)$  et  $\Phi(x, y)$  en tout point :

$$\Phi(x, y) = \arctan \left( \sqrt{3} \cdot \frac{I_2(x, y) - I_1(x, y)}{2 \cdot I_0(x, y) - I_1(x, y) - I_2(x, y)} \right) \quad (\text{I.5.21})$$

$$a(x, y) = \frac{(I_0 + I_1 + I_2)}{3} \quad (\text{I.5.22})$$

$$b(x, y) = \sqrt{(2 \cdot a(x, y) - I_1 - I_2)^2 + \frac{(I_2 - I_1)^2}{3}} \quad (\text{I.5.23})$$

Les  $I_n$  ( $n = 0, 1, 2$ ) sont les intensités obtenues par trois images de franges avec un décalage de phase de  $2\pi/3$  ( $N = 3$ ).

## I.5.5 Présentation de la méthode optique utilisée

Pour rendre le système plus pratique et capable d'opérer sur de grandes surfaces, l'illumination laser collimatée est remplacée par la projection en lumière blanche de l'image d'un réseau de franges d'intensité sinusoïdale. L'analyse, du fait de la nature divergente de l'illumination et la convergence possible des axes optiques des systèmes de projection et d'acquisition, est plus compliquée et nécessite une approche différente.

### Théorie

$P_2$  est le centre de la sortie du système de projection et  $I_2$  est le centre de l'entrée du système d'enregistrement (Fig. I.5.7). Le réseau a un pas  $p_0$  avec une distribution sinusoïdale de l'intensité. Le détecteur est du type CCD.

La variation d'intensité le long du plan de référence peut être décrite par :

$$I_R(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cdot \cos \Phi(x) \quad (\text{I.5.24})$$

où  $a(x, y)$  est l'intensité lumineuse de fond et  $b(x, y)$  est le contraste des franges. La phase  $\Phi(x)$  est une fonction non linéaire de  $x$  à cause de la nature divergente des rayons lumineux formant l'image. En partant d'un point de référence tel que  $O$ , chaque point du plan de référence est caractérisé par une valeur de phase unique. Par exemple, au point  $C$ , on a :

$$\Phi_C = 2\pi \cdot n + \Phi'_C \quad (\text{I.5.25})$$

où  $n$  est un entier et  $0 < \Phi'_C < 2\pi$ .



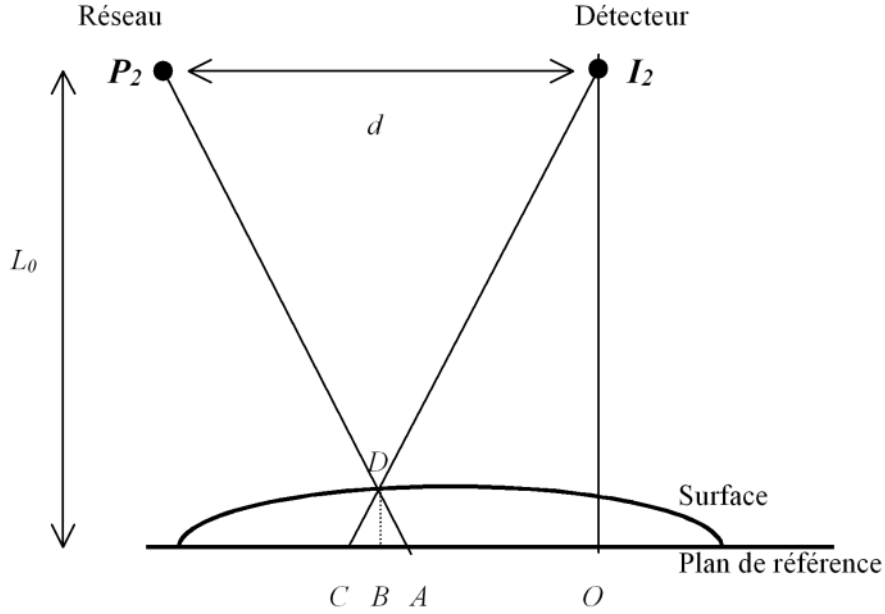


FIG. I.5.7 – Géométrie des systèmes de projection et d'enregistrement

On utilise la technique du changement de phase pour déterminer  $\Phi'_C$ .  $N$  enregistrements sont effectués ( $N > 2$ ) en translatant le réseau de  $p_0/N$  entre chaque enregistrement. Si  $I_1, I_2, \dots, I_N$ , sont les mesures de l'intensité au point  $C$  par exemple, alors :

$$\tan \Phi'_C = \frac{\sum_{n=1}^N I_n \cdot \sin(2\pi \cdot n/N)}{\sum_{n=1}^N I_n \cdot \cos(2\pi \cdot n/N)} \quad (\text{I.5.26})$$

Comme la fonction phase est continue, il est possible de déterminer  $n$  dans l'équation I.5.25 en détectant les changements de phase successifs de  $2\pi$  où une période complète (pas de réseau) a été balayée. Le détecteur mesure ce qu'il "voit" et mesure donc la phase du point  $D$  sur la surface étudiée. Un algorithme permet alors de déterminer la phase d'un point  $A$  sur le plan de référence tel que  $\Phi_A = \Phi_D$ . Ceci permet de calculer la distance  $AC$ ;  $C$  étant une position connue du détecteur et la position de  $A$  pouvant être donnée par une interpolation linéaire utilisant les valeurs linéaires des phases. A partir des triangles  $P_2DI_2$  et  $ADC$ , la hauteur  $h$  de l'objet est donnée par :

$$h(x, y) = \frac{(AC/d) \cdot l_0}{1 + AC/d} \quad (\text{I.5.27})$$

Dans la plupart des cas,  $d \gg AC$  et l'équation (27) peut être simplifiée par :

$$h(x, y) = (AC/d) \cdot l_0 \quad (\text{I.5.28})$$

où  $h(x, y)$  est la hauteur de l'objet en  $B$  et non en  $C$ . En connaissant les paramètres

géométriques du système, on peut calculer la distance  $BC$  et en déduire l'exacte coordonnée  $x$  correspondant au point  $B$ .

### **Analyse de performance**

La plus petite résolution dépend du bruit associé à la mesure de phase. Si  $\Phi_E$  est l'erreur sur la mesure de phase due au bruit, cela crée une incertitude sur la position du point  $A$  de la figure I.5.7 et affecte le calcul de la longueur  $AC$ . Quand un réseau fin est projeté,  $\Phi_E$  représente une plus petite distance sur le plan de référence et la résolution comme la sensibilité sont améliorées grâce à une plus petite longueur d'onde effective.



# Conclusion

Cette première partie, consacrée aux aspects théoriques, nous a permis de présenter l'ensemble des outils utilisés dans notre étude.

Après avoir passé en revue les principales méthodes d'identification usuelles, nous avons dégagé leur principal point faible, à savoir le manque d'optimisation des essais mécaniques. Ceci justifie notre choix concernant la nécessité de complètement "penser" les essais mécaniques pour qu'ils activent l'ensemble des rigidités que nous voulons identifier. Dans ce but, nous avons dégagé des différentes techniques d'optimisation celle qui nous le permettrait, à savoir les algorithmes génétiques. L'identification des paramètres mécaniques des panneaux pourra quant à elle utiliser une technique classique d'optimisation de problème non linéaire.

Toutes les hypothèses nécessaires à cette démarche ont été décrites, que ce soit pour la modélisation de la flexion des plaques minces ou les représentations mathématiques des comportements élastique et viscoélastique du matériau. Enfin, compte tenu des métrologies à notre disposition, nous avons établi un choix sur la technique optique qui nous semblait la plus adaptée.

La deuxième partie de ce document présentent tout le développement numérique et expérimental qui utilise les outils que nous venons de développer.



## Deuxième partie

# Conception du protocole d'essai et validation numérique



# Introduction

Après une présentation du problème, nous développerons dans cette deuxième partie, toute la démarche de mise au point du protocole d'essai, depuis l'optimisation de la configuration des essais jusqu'à la méthode d'identification, en passant par la mise au point expérimentale du bâti de flexion et de son environnement métrologique.





# Chapitre II.1

## Conception numérique du protocole d'essais

### II.1.1 Présentation du problème

Les panneaux composites à base de bois et en particulier les panneaux OSB et les contre-plaqués peuvent être utilisés non seulement comme parement mais aussi comme partie intégrante d'une structure. A ce titre, la connaissance de leurs caractéristiques mécaniques et de leur comportement à long terme est essentielle. Dans les règles de calculs actuelles, les importants coefficients de sécurité témoignent non seulement du soucis de tenir compte de la grande variabilité du matériau bois, mais aussi d'une certaine méconnaissance du comportement de ces panneaux.

De plus, les essais mécaniques classiques utilisent des échantillons dont les dimensions sont de l'ordre de grandeur des hétérogénéités du matériau. Ainsi, non seulement ils nécessitent plusieurs essais différents sur plusieurs échantillons, mais en plus l'échantillonnage lui-même peut fortement influencer les résultats. Par exemple, les essais normalisés comme l'essai EN 310 de flexion trois points, utilisent des éprouvettes de dimensions réduites. La taille des défauts du bois (comme les nœuds) peut être de l'ordre de grandeur de la taille de l'éprouvette. On observe alors une dispersion des résultats. De plus, leur forme ne permet d'identifier qu'une rigidité à la fois.

Pour notre travail, nous allons nous placer à une échelle supérieure pour trois principales raisons :

- Noyer l'hétérogénéité du bois pour considérer les panneaux comme homogènes à l'échelle d'étude,

- Étudier les panneaux à une échelle plus proche des conditions d’usage réel,
- Pouvoir solliciter à la fois toutes les rigidités que nous voulons identifier.

Ce point constitue le départ de notre travail : Identifier à la fois les caractéristiques mécaniques élastiques et viscoélastiques de panneaux structuraux à base de bois sur le même échantillon dont les dimensions permettent de le considérer comme homogène à l’échelle macroscopique.

Cependant, pour des raisons pratiques, il n’est pas envisageable d’utiliser des panneaux entiers. Nous allons utiliser des panneaux de contre-plaqués de dimensions plus réduites à savoir  $500 \times 500 \text{ mm}^2$ .

Pour étudier les panneaux, nous définissons le repère  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$  représenté dans la figure II.1.1.

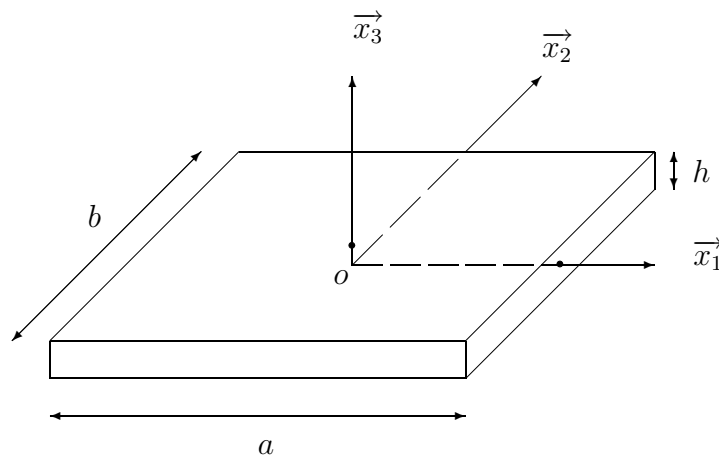


FIG. II.1.1 – Repère lié au panneau

Compte tenu des caractéristiques de constitution des panneaux étudiés, ceux-ci sont équilibrés et orthotropes dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ . En d’autres termes, la matrice des rigidités des panneaux est de la forme :

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II.1.1})$$

Les trois principales rigidités que nous voulons identifier sont les rigidités en flexion longitudinale, en flexion transverse et en torsion que nous noterons respectivement  $D_{11}$ ,  $D_{22}$  et  $D_{33}$ . Nous identifierons également le terme de couplage entre  $D_{11}$  et  $D_{22}$ ,

noté  $D_{12}$ .

Pour atteindre ce but, nous devons activer tous les termes  $D_{ij}$ . Les essais se présenteront sous la forme d'essais de flexion/torsion obtenus par l'application d'efforts ponctuels hors-plan sur la surface de panneaux encastres sur une partie de leurs bords. Nous sortons donc du cadre des méthodes d'identification "classiques" décrites au chapitre I.3. On pourra déterminer toutes les caractéristiques mécaniques en même temps, ce qui est intéressant pour les panneaux anisotropes, mais dans ce cas, il n'existe pas de relations analytiques simples permettant de toutes les déterminer directement ; l'état de contraintes en un point dépend des efforts appliqués mais aussi de la loi de comportement du matériau. Pour ces essais dits non statiquement déterminés, nous mesurons les déformations et les efforts appliqués et nous voulons remonter à la loi de comportement. Il s'agit de résoudre un problème inverse dont le principe est détaillé dans le chapitre I.3.

Notre méthode comporte trois phases :

- La conception d'un essai optimum pour un panneau donné (support numérique) qui consiste à trouver l'essai non statiquement déterminé le mieux adapté pour permettre l'identification des caractéristiques mécaniques élastiques et viscoélastiques en tenant compte de la sensibilité des essais vis-à-vis des caractéristiques mécaniques à identifier ;
- L'expérimentation qui consiste à mesurer les déplacements hors plan du panneau ;
- L'identification des caractéristiques mécaniques (support numérique).

Pour l'étude viscoélastique, le bâti de flexion/torsion sera placé dans une enceinte dont la température et le taux d'humidité sont contrôlés. Une métrologie optique nous permettra de mesurer le champ des déplacements hors plan des panneaux. Cette méthode présente les avantages de ne pas perturber l'essai (puisque sans contact), de pouvoir être effectuée à travers la vitre de l'enceinte et de mesurer le champ entier des déplacements hors plan quasi-instantanément.

## II.1.2 Optimisation des essais

### II.1.2.1 Principe général

La conception d'un essai implique différents choix concernant les dimensions du montage, la position du ou des encastremets et des points d'application des efforts et l'intensité des forces. Une optimisation complète signifie une définition "au mieux" de ces inconnues. Pour cette phase de recherche, nous utilisons la simulation numérique et une loi de comportement des panneaux de type élastique. A priori, on ne peut prédire le comportement viscoélastique du panneau. Par contre, nous disposons d'un modèle prédictif pour obtenir les grandeurs des caractéristiques mécaniques élastiques du panneau contre-plaqué étudié (Bos [42], Guitard [1]). Celles-ci sont utilisées par le modèle numérique. Par la suite, on supposera qu'un essai qualifié d'optimal en élasticité le reste en viscoélasticité. Pour exprimer la capacité d'un essai à permettre une bonne identification, on définit pour chaque paramètre  $D_{ij}$  à identifier un indicateur de sensibilité  $S_{D_{ij}}$ . Cet indicateur est le gradient normé des déplacements  $U$  par rapport au gradient normé des paramètres élastiques  $D_{ij}$ . Il exprime l'influence des rigidités  $D_{ij}$  sur le champ des déplacements  $U$  en s'affranchissant des amplitudes relatives de ces données.  $S_{D_{ij}}$  est de la forme suivante :

$$S_{D_{ij}} = \left\| \frac{dU}{U} \right\|_2 / \left\| \frac{dD_{ij}}{D_{ij}} \right\|_2 \quad (\text{II.1.2})$$

Concrètement, le but est d'optimiser l'essai afin d'obtenir autant que possible les plus grands indicateurs de sensibilité. Puisque les sensibilités dépendent de la loi de comportement du panneau, il y aura un essai optimal différent pour chaque panneau étudié.

Nous définissons pour cela une fonction objectif  $F_C = \text{Min} \langle S_{D_{11}}, S_{D_{12}}, S_{D_{22}}, S_{D_{33}} \rangle$ .

De plus, chaque essai optimal pour un panneau donné doit satisfaire trois contraintes :

- Sensibilité vis-à-vis des caractéristiques mécaniques ;
- Robustesse des essais ;
- Faisabilité des essais.

#### Sensibilité vis-à-vis des caractéristiques mécaniques

Une condition nécessaire est que les indicateurs de sensibilité soient non nuls pour toutes les caractéristiques à déterminer. Plus la valeur d'un indicateur est élevée,

plus sa caractéristique associée est mise en jeu et donc identifiable. Cette condition n'est pas suffisante car il faut également éviter des différences trop importantes entre les indicateurs de sensibilité sous peine de rendre l'identifiabilité impossible sur les grandeurs de faible sensibilité.

### **Robustesse des essais**

Les moyens expérimentaux peuvent être sources d'erreurs. Un essai est dit robuste lorsque les erreurs de mesure ne sont pas amplifiées par la configuration de l'essai et la procédure d'identification des caractéristiques mécaniques.

### **Faisabilité des essais**

Du point de vue expérimental, des distances minimales entre les points d'application des efforts doivent être respectées. De plus, pour des raisons d'encombrement et de domaine d'application du système de mesure, il convient également de limiter la taille des panneaux étudiés.

## **II.1.2.2 Utilisation des algorithmes génétiques**

Notre optimisation consiste à maximiser  $F_C$  qui est une fonction non convexe et non dérivable. Comme nous l'avons vu au chapitre I.4, les méthodes d'optimisation "classiques" sont peu adaptées à ce type de fonction. Par contre, avec les méthodes d'optimisation probabilistes, comme la méthode génétique, la probabilité pour que n'importe quelle solution soit explorée est non nulle. Les algorithmes génétiques simulent l'évolution naturelle d'une population par la sélection, le croisement et la mutation des individus (Beasley [23]). Chacun de ces individus représente une solution au problème posé (ici, une configuration d'essai). Les meilleurs individus seront sélectionnés pour subir des croisements et une légère mutation afin d'introduire une part de recherche aléatoire. Ils permettent alors de créer une nouvelle population. A chaque génération, la population converge vers un ensemble de solutions optimales qui représentent des configurations d'essai parmi lesquelles on peut choisir en tenant compte des contraintes définies précédemment. Les principes de fonctionnement des algorithmes génétiques sont développés dans la section I.4.3.

## Le codage des individus

Chaque individu représente une configuration d'essai caractérisée par le nombre d'efforts appliqués, leur intensité et leur position, ainsi que le nombre d'encastresments, leur position et leur longueur. Les dimensions des panneaux étudiés sont fixées à  $500 \times 500 \text{ mm}^2$  et ne constituent pas une variable de conception.

La taille des individus, c'est-à-dire le nombre de variables de conception, doit être fixé. Sachant que nous voulons activer à la fois les rigidités de flexion et les rigidités de torsion, il apparaît nécessaire d'imposer au panneau une sollicitation de type anticlastique. Pour cela, nous avons envisagé plusieurs types de configurations :

- 1 à 3 efforts appliqués,
- 1 à 2 encastresments.

Cette étude de sensibilité a montré que des configurations à un encastrement et trois forces appliquées présentent les meilleurs résultats. Avec ce type de configurations, les trois efforts permettent de solliciter le panneau selon ses deux axes. De plus, l'utilisation d'un seul encastrement permet d'obtenir un champ des déplacements plus important et par conséquent des valeurs de sensibilités plus grandes. Les variables de conception sont donc au nombre de onze :

- Les trois intensités des efforts appliqués ( $F_1, F_2, F_3$ ),
- Les deux coordonnées ( $x_i, y_i$ ) de chaque effort  $i$  soit six coordonnées,
- La position ( $x_E$ ) et la longueur ( $L_E$ ) de l'encastrement.

Chaque individu a onze chromosomes destinés à définir la configuration d'essai associée. On y ajoute un douzième chromosome qui contiendra la valeur de la fonction  $F_C$  calculée pour cet individu. Ainsi, tous les individus contiennent eux-même leur performance. La figure (II.1.2) présente le codage d'individu.

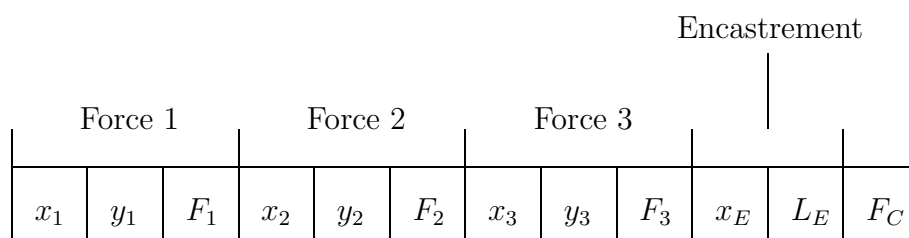


FIG. II.1.2 – Codage d'un individu

Il est d'usage dans la littérature de coder ces chromosomes sous formes binaires pour obtenir de meilleurs résultats (Davis [43]). Cependant, nous utilisons un codage en nombres réels issu d'une "Toolbox" MATLAB (Houk [44]), environnement de calcul sous lequel nous avons développé toutes nos procédures. L'utilisation de nombres réels est plus simple pour assurer le traitement des données.

Le choix du nombre d'individus par population a fait l'objet d'une étude statistique; pas assez d'individus entraîne une convergence prématurée de la population, alors que trop d'individus gêne la convergence et augmente les coûts de calcul. Le but était de déterminer la taille de la population qui permette un bon compromis entre rapidité de la convergence et une étendue du domaine de recherche suffisante. On trouve dans la littérature des tailles de populations de l'ordre de 1,1 à 1,2 fois le nombre de chromosomes des individus. Selon cette hypothèse, la population devrait avoir une taille de 13 à 15 individus.

## Paramétrage de l'algorithme génétique

### Les domaines de recherche

La figure II.1.3 représente la zone de recherche des points d'application des efforts. Il s'agit de toute la surface du panneau à laquelle on a retiré 25 mm sur toute la périphérie. Cette zone périphérique est réservée à la recherche de l'encastrement.

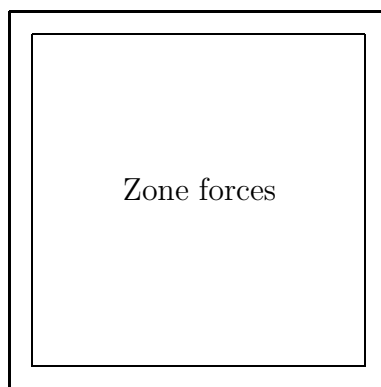


FIG. II.1.3 – Zones de recherche

L'intensité maximale des efforts est fixée à 1000 N. On notera que pour créer une sollicitation de type anticlastique, il convient d'imposer deux efforts selon une direction et le troisième selon la direction opposée. Finalement, les domaines de recherche sont les suivants :



- Coordonnée  $x$  des forces :  $25 < x < 475$  mm
- Coordonnée  $y$  des forces :  $25 < y < 475$  mm
- Intensité des forces :  $1 < F < 1000$  N
- Longueur de l’encastrement :  $50 < L_E < 200$  mm

Les premières configurations optimisées étaient obtenues lorsque les points d’application des efforts étaient très proches, c’est-à-dire un ou deux nœuds de distances, soit 25 ou 50 mm. On comprend aisément que plus le panneau est ”torturé”, plus les rigidités sont activées. De plus, dans la plupart de ces configurations, les déplacements étaient souvent faibles.

Deux problèmes de faisabilité étaient mis en évidence :

**l’encombrement des vérins** qui imposent une distance minimale entre les points d’application des efforts de 100 mm,

**la sensibilité de la mesure** qui imposent des déplacements minimaux.

Nous avons donc introduit des pénalités pour affecter la fonction Objectif des individus.

### Pénalisation des individus

Les configurations d’essai doivent satisfaire plusieurs contraintes. Nous utilisons une fonction de pénalité non stationnaire pour les problèmes non linéaires d’optimisation faisant appel aux algorithmes génétiques avec valeurs réelles (Joines [27]). Ces fonctions sont non stationnaires car elles dépendent du nombre de générations. Ainsi, plus on avance dans l’optimisation, plus une pression est mise sur la sélection des individus pour choisir les plus adaptés.

Un problème général d’optimisation non linéaire, noté II.1.2.2, est :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser } f(\bar{X}) \\ & \text{avec les contraintes } g_i(\bar{X}) \geq 0 \text{ et } h_j(\bar{X}) = 0 \\ & i = 1, \dots, m \text{ et } j = 1, \dots, p \end{aligned}$$

La méthode utilisée résout le problème général (II.1.2.2) par une séquence de problèmes d’optimisation sans contraintes. Elle rejette les points inacceptables au-delà de la région de faisabilité en augmentant la pénalité  $\rho_k$  utilisée dans la fonction

de pénalisation  $\mathcal{P}(\rho_k, \bar{X})$ . Il a été montré qu'une solution  $\bar{X}$  qui minimise le problème suivant, minimise aussi le problème (II.1.2.2) lorsque  $k$  tend vers l'infini :

$$\text{minimiser } F(\bar{X}, \rho_k) = f(\bar{X}) + \mathcal{P}(\rho_k, \bar{X})$$

$$\text{avec } \lim_{k \rightarrow \infty} \rho_k = \infty \text{ et } \lim_{\bar{X} \rightarrow \text{faisable}} \mathcal{P}(\rho_k, \bar{X}) = 0$$

Nous appliquons cette procédure en incorporant une évolution de la pénalité  $\rho_k$  au cours de la progression de l'algorithme génétique.

$$\rho_k = C \times k$$

$C$  est une constante et  $k$  est le numéro de la génération.

Notre fonction de pénalisation est basée sur la somme des contraintes violées notée  $SVC(\beta, \bar{X})$  :

$$D_i(\bar{X}) = \begin{cases} 0 & \text{si } g_i(\bar{X}) \geq -\epsilon \\ |g_i(\bar{X})| & \text{sinon} \end{cases} \quad 1 \leq i \leq m$$

$$D_j(\bar{X}) = \begin{cases} 0 & \text{si } -\epsilon \geq h_j(\bar{X}) \geq \epsilon \\ |h_j(\bar{X})| & \text{sinon} \end{cases} \quad 1 \leq j \leq p$$

$$SVC(\beta, \bar{X}) = \sum_{i=1}^m D_i^\beta(\bar{X}) + \sum_{j=1}^p D_j^\beta(\bar{X}), \quad \beta = 1, 2, \dots$$

On introduit alors une famille de fonctions de pénalité :

$$\mathcal{P}(\alpha, \beta) = \rho_k^\alpha \times SVC(\beta, \bar{X})$$

Dans notre cas, il y a sept contraintes :

- les distances  $d(F_i, F_j)$  minimales entre les points d'application des efforts (3),
- les distances  $d(F_i, E)$  minimales entre chaque force et l'encastrement (3),
- la flèche maximale  $w_{max}$  doit être supérieure à un certain minimum (pour la mesure optique).

Nous aurons donc un problème d'optimisation avec les contraintes suivantes :

$$d(F_i, F_j) \geq d_{min}, \quad i \neq j \text{ et } i, j = 1, 2, 3$$

$$d(F_i, E) \geq d_e, \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$w_{max} \geq f_{min}$$

où  $d_{min}$  est la distance minimale possible entre deux points d'application des efforts,  $d_e$  est la distance minimale possible entre l'encastrement et les points d'application des efforts et  $f_{min}$  est la valeur minimale que doit prendre la flèche maximale du panneau.

Concrètement, les contraintes violées, notées  $D_i$ , sont :

$$D_i = |d(F_i, E) - d_e| \quad , \quad i = 1, 2, 3$$

$$D_4 = |d(F_1, F_2) - d_{min}|$$

$$D_5 = |d(F_1, F_3) - d_{min}|$$

$$D_6 = |d(F_3, F_2) - d_{min}|$$

et enfin

$$D_7 = |w_{max} - f_{min}|$$

Le choix des paramètres  $C$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  a nécessité plusieurs ajustements ; une pénalité trop faible ne suffit pas pour converger vers des solutions réalisable et au contraire, une pénalité trop forte empêche de converger vers de bonnes configurations optimisées. La violation des contraintes ne suivra pas une loi linéaire. Nous avons choisi  $\beta = 2$ . Ceci permet de pénaliser plus fortement les configurations inadaptées. La progression de l'algorithme génétique engendre une pénalisation de plus en plus forte avec  $\alpha = 2$ . Puis nous avons incorporé le nombre de générations dans la procédure de pénalisation avec  $C = 0, 1$  pour ajuster le taux de pénalisation, c'est-à-dire que les pénalités restent du même ordre de grandeur que les valeurs de la fonction Objectif.

### II.1.2.3 Application

Comme nous l'avons dit, les configurations d'essai seront des configurations à trois efforts et un encastrement. En utilisant l'ensemble des paramètres décrits plus haut, on observe un taux de pénalité variant de 0% (solution acceptable) à 100% (solution impossible) lors des premières générations, puis ce taux chute fortement au cours de l'optimisation indiquant l'efficacité de la procédure. La figure II.1.4 représente un exemple d'optimisation de configuration d'essai. On représente le meilleur individu de la population, c'est-à-dire la meilleure valeur de sensibilité minimale parmi les  $SD_{ij}$  (en fait toujours  $SD_{12}$ ), et la moyenne des individus. Pour mieux apprécier l'évolution, le tout est normé sur la valeur de la population initiale.

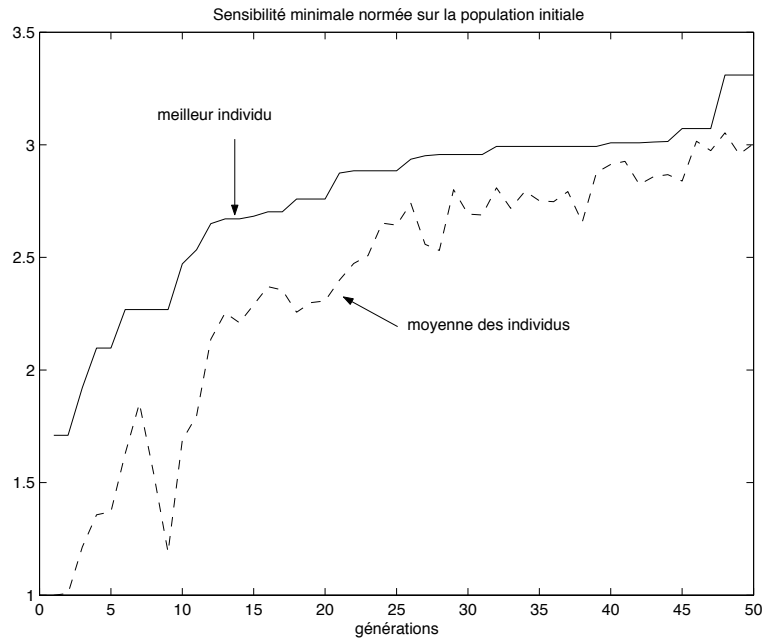
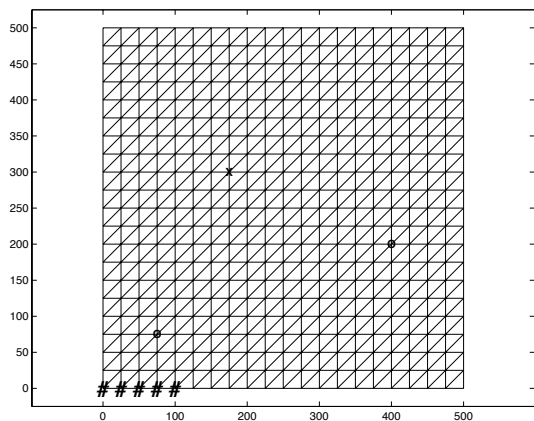


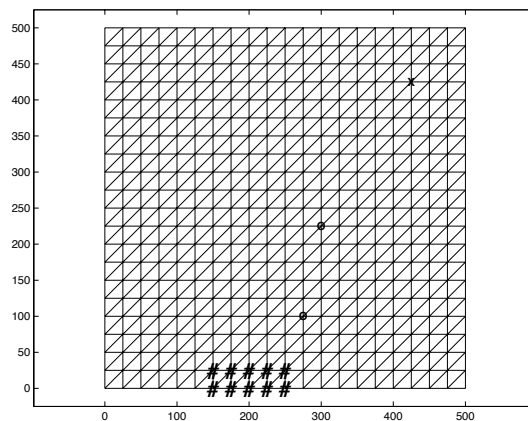
FIG. II.1.4 – Optimisation d’une configuration d’essai

En fonction du rapport d’anisotropie du panneau étudié, on observe également une grande différence des configurations optimales. La figure II.1.2.3 représente trois essais optimisés pour trois types de panneau :

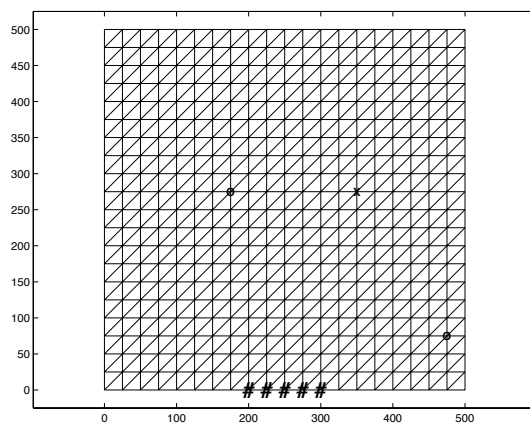
- un contre-plaqué "standard",
- une plaque d’aluminium à priori isotrope dans le plan,
- un contre-plaqué "fil sur fil" ayant une forte anisotropie dans le plan.



contre-plaqué "standard"



plaque d'aluminium



contre-plaqué "fil sur fil"

FIG. II.1.5 – Différentes configurations optimisées en fonction du panneau étudié

## II.1.3 Identification des caractéristiques mécaniques

### II.1.3.1 Formulation du problème

Nous voulons identifier les paramètres mécaniques élastiques et viscoélastiques d'un panneau à partir d'un essai dans lequel les déplacements et les efforts sont connus. Dans les deux cas, il s'agit de résoudre un problème inverse.

Pour identifier les rigidités élastiques en flexion longitudinale  $D_{11}$ , transverse  $D_{22}$  et en torsion  $D_{33}$ , ainsi que le terme de couplage  $D_{12}$ , on peut formuler le problème ainsi :

Évaluer les  $D_{ij}$  tels que la fonction coût  $J$  définie comme suit soit minimale :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{pts}} (\bar{w}_i - w_i(D_{ij}))^2 \quad (\text{II.1.3})$$

où

- $N_{pts}$  : Nombre de points du maillage du panneau
- $\bar{w}_i$  : Déplacements mesurés au point  $i$
- $w_i$  : Déplacements calculés numériquement au point  $i$

Dans le cas de l'identification viscoélastiques des rigidités, nous allons considérer un modèle rhéologique de type Maxwell généralisé à  $\alpha$  maillons viscoélastiques  $D_{ij,\alpha}$  dont les délais d'activation sont notés  $\lambda_\alpha$ . On suppose également qu'il existe des rigidités limites notées  $D_{ij,\infty}$ .

On peut formuler le problème de l'identification viscoélastique ainsi :

Évaluer les  $D_{ij,\infty}$ ,  $D_{ij,\alpha}$  et  $\lambda_\alpha$  tels que la fonction coût  $J$  définie comme suit soit minimale :

$$J = \sum_{k=1}^r \left[ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{pts}} (\bar{w}_i(t_k) - w_i(D_{ij,\infty}, D_{ij,\alpha}, \lambda_\alpha, t_k))^2 \right] \quad (\text{II.1.4})$$

où

- $N_{pts}$  : Nombre de points du maillage du panneau
- $\bar{w}_i(t_k)$  : Déplacements mesurés à l'instant  $t_k$  au point  $i$
- $w_i(t_k)$  : Déplacements calculés numériquement à l'instant  $t_k$  au point  $i$

–  $r$  : Nombre de pas de temps

L'identification des paramètres mécaniques repose donc sur une minimisation de moindres carrés qui peut être traitée par une méthode d'optimisation "classique" qui est présentée dans la section I.4.4.2 de ce document.

### II.1.3.2 La loi viscoélastique choisie

Si l'on considère une loi de comportement viscoélastique, à l'instant  $t_r$ , on a :

$$\begin{aligned}\sigma_i(t_r) &= \int_{t=0}^{t_r} D_{ij}(t_r - t) \cdot \dot{\varepsilon}_j(t) \cdot dt \\ &= \sum_{k=1}^r \int_{t_{k-1}}^{t_k} D_{ij}(t_r - t) \cdot \dot{\varepsilon}_j(t) \cdot dt\end{aligned}\quad (\text{II.1.5})$$

Afin de "discrétiser" l'intervalle  $[0, t_r]$ , nous supposons que  $[t_{k-1}, t_k]$  est suffisamment petit pour que  $\dot{\varepsilon}_j(t)$  soit constant sur  $[t_{k-1}, t_k]$ . On peut écrire que  $\dot{\varepsilon}_j(t) = \frac{\Delta\varepsilon_j(t_k)}{\Delta t_k}$ , d'où :

$$\sigma_i(t_r) = \sum_{k=1}^r \frac{\Delta\varepsilon_j(t_k)}{\Delta t_k} \int_{t_{k-1}}^{t_k} D_{ij}(t_r - t) \cdot dt \quad (\text{II.1.6})$$

Nous utiliserons un modèle viscoélastique qui permet de réduire considérablement les temps de calculs. Il utilise les propriétés mathématiques des exponentielles et suppose qu'il existe une rigidité limite  $D_{ij,\infty}$  :

$$D_{ij}(t) = D_{ij,\infty} + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot e^{-\frac{t}{\lambda_{\alpha}}} \quad (\text{II.1.7})$$

où  $D_{ij,\infty}$  représente la rigidité atteinte au bout d'un temps infini et les  $D_{ij,\alpha}$  représentent les caractères viscoélastiques qui s'activent selon les temps de retard  $\lambda_{\alpha}$ . Le nombre de maillons nécessaire pour décrire le comportement viscoélastique du matériau est noté  $\alpha$ .

En supposant que l'on parte d'un état non chargé, c'est-à-dire que  $\varepsilon_j(t_0) = 0$ , l'équation (II.1.6) est développée pour obtenir l'expression suivante (dont le calcul est développé dans l'annexe A) :

$$\begin{aligned}\sigma_i(t_r) &= D_{ij,\infty} \cdot \varepsilon_j(t_r) \\ &+ \frac{1}{\Delta t_r} \cdot \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} (1 - e^{-\frac{\Delta t_r}{\lambda_{\alpha}}}) \cdot (\varepsilon_j(t_r) - \varepsilon_j(t_{r-1})) \\ &+ \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r}{\lambda_{\alpha}}} \cdot Y_{\alpha}(t_{r-1})\end{aligned}\quad (\text{II.1.8})$$

avec

$$Y_\alpha(t_{r-1}) = \sum_{k=1}^r \frac{\Delta\varepsilon_j(t_k)}{\Delta t_k} \cdot (e^{\frac{t_k}{\lambda_\alpha}} - e^{\frac{t_{k-1}}{\lambda_\alpha}})$$

Le choix de cette expression du comportement viscoélastique est guidé par la nécessité de réduire les temps de calcul. En effet, nous utiliserons le calcul par éléments finis où l'utilisation d'une somme d'exponentielles dans l'équation II.1.8 permet d'effectuer l'assemblage des matrices de chaque maillon viscoélastique une seule fois ; il n'est donc pas nécessaire de recalculer ces matrices à chaque pas de temps. On réduit ainsi le nombre de matrices à assembler à  $1 + \alpha$  quel que soit le nombre de pas de temps pour atteindre l'instant  $t_r$ .

Nous allons considérer un modèle à trois maillons viscoélastiques ( $\alpha = 3$ ). Nous aurons à identifier dix-neuf paramètres :

- les quatre paramètres d'élasticité différée  $D_{ij,\infty}$
- pour chaque maillon viscoélastique  $\alpha$  (avec  $\alpha = 3$ ) :
  - les quatre paramètres  $D_{ij,\alpha}$
  - le délai d'activation  $\lambda_\alpha$

Le choix de trois maillons est guidé par la composition du matériau bois. Les trois constituants principaux que sont la lignine, la cellulose et l'hémicellulose, n'ont pas la même température de transition vitreuse ; il est donc légitime de penser que nous observerons une combinaison de trois comportements viscoélastiques que chacun des maillons tentera d'identifier. De plus, au niveau des temps de calcul, cette modélisation à trois maillons viscoélastiques est un bon compromis entre le coût et la finesse.





# Chapitre II.2

## Validation numérique

### II.2.1 Principe de la validation numérique

Une première campagne numérique d'identification des paramètres élastiques de panneau a été menée afin de valider cette approche d'essais optimaux. Cette démarche nous a permis d'évaluer l'influence qualitative de l'optimisation des conditions limites sur l'identification des paramètres mécaniques élastiques de panneaux simulés.

Considérons les panneaux de contre-plaqué simulés suivants :

Désignation	Nbre de plis	Épaisseurs des plis (mm)	Séquence
CTP10	5 plis	1,2/2,6/2,6/2,6/1,2	0°/90°
CTP12	7 plis	1,2/2,6/1,2/2,6/1,2/2,6/1,2	0°/90°
CTP15	7 plis	1,2/2,6/2,6/2,6/2,6/2,6/1,2	0°/90°
CTP18	9 plis	1,2/2,6/1,2/2,6/2,6/2,6/1,2/2,6/1,2	0°/90°

TAB. II.2.1 – Les panneaux simulés

Les matrices de rigidités en flexion/torsion calculées grâce au modèle prédictif (utilisant la théorie des multicouches [45]) pour ces panneaux sont (en N.mm) :

– CTP10 :

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 561000 & 25600 & 0 \\ 25600 & 437000 & 0 \\ 0 & 0 & 58600 \end{bmatrix}$$

– CTP12 :

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 816000 & 43800 & 0 \\ 43800 & 893000 & 0 \\ 0 & 0 & 100000 \end{bmatrix}$$

– CTP15 :

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 1790000 & 88100 & 0 \\ 88100 & 1650000 & 0 \\ 0 & 0 & 202000 \end{bmatrix}$$

– CTP18 :

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 2540000 & 141000 & 0 \\ 141000 & 2950000 & 0 \\ 0 & 0 & 322000 \end{bmatrix}$$

Le principe de la validation numérique est le suivant :

- Pour une configuration d’essai donnée, le champ des déplacements est simulé numériquement. On utilise les rigidités  $D_{ij}$  du modèle prédictif pour cette simulation.
- Pour approcher une réalité expérimentale, on introduit une distribution aléatoire d’erreurs sur les flèches calculées (erreurs prises entre  $\pm 10\%$ ).
- On effectue une série d’identifications pour retrouver les  $D_{ij}$  en partant de différentes valeurs initiales afin d’éprouver la robustesse de l’identification.

Pour chaque panneau étudié, nous utilisons deux configurations d’essai différentes. Une première configuration dont les conditions limites sont choisies aléatoirement et une deuxième configuration obtenue après optimisation des conditions limites par les algorithmes génétiques selon la procédure indiquée à la section II.1.2. Afin de rester

dans le cadre des essais qui seront réellement réalisés, toutes ces configurations sont des essais avec un encastrement et trois forces appliquées.

Le maillage utilisé pour la simulation est un maillage régulier composé de 800 éléments triangulaires DKT9. Cet élément est un élément de type plaque possédant trois degrés de liberté par nœuds : le déplacement hors-plan  $w$  et les deux rotations  $\theta_x$  et  $\theta_y$  dans les plans  $Ox_1x_3$  et  $Ox_2x_3$ . Le maillage est constitué de 441 nœuds dont la carte est présentée par la figure II.2.1.

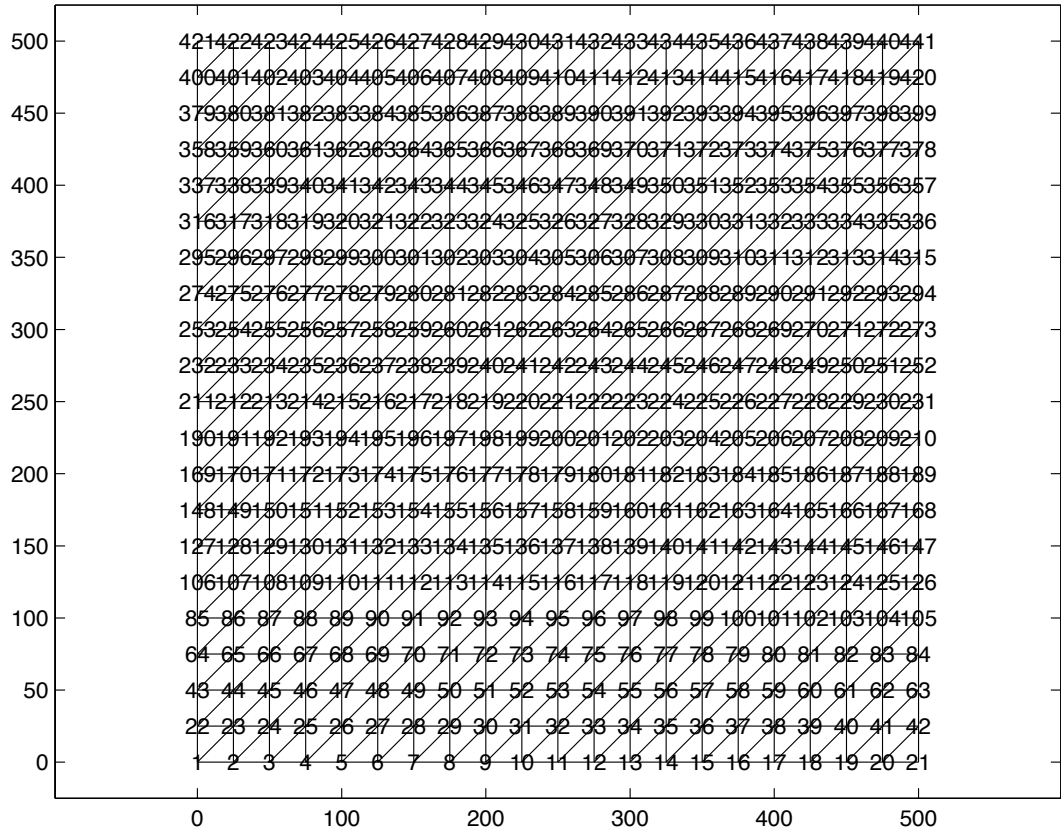


FIG. II.2.1 – Le maillage utilisé

Pour analyser les résultats des identifications, nous avons choisi la méthode de Monte-Carlo. Cette méthode permet d'étendre à une population aussi large que possible les résultats donnés par un échantillon de calculs.

- On effectue 20 identifications des paramètres élastiques (rigidités),
- Pour chaque paramètre, on peut alors calculer :
  - la moyenne  $\mu$  du paramètre identifié,
  - l'écart-type  $E_S$  du paramètre identifié,
  - l'intervalle de confiance sur la moyenne  $[\mu-r, \mu+r]$  à 95% de probabilité. Dans

le cas d'un petit nombre  $n$  d'échantillons ( $n < 30$ ), on utilise la distribution de Student pour obtenir les niveaux de confiance (Spiegel [46], Baillargeon [47]) :

$$prob[\mu - r < \mu < \mu + r] = 0,95$$

$$r = \frac{E_S \cdot t_{conf}}{\sqrt{n}}$$

où  $\mu$  est la moyenne que l'on pourrait trouver sur un nombre infini d'identification.  $t_{conf}$  provient de la table des valeurs critiques de la distribution  $t$  de Student.

- le facteur d'amplification d'erreur  $AmpliE$ ,
- les indicateurs de sensibilité  $S_{D_{ij}}$  (introduits à la section II.1.2).

## II.2.2 Exemple : Validation sur le panneau simulé CTP10

La matrice des rigidités en flexion/torsion calculée grâce au modèle prédictif pour ce panneau est (en N.mm) :

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 561000 & 25600 & 0 \\ 25600 & 437000 & 0 \\ 0 & 0 & 58600 \end{bmatrix}$$

### II.2.2.1 Résultats avec une configuration non optimisée

Nous choisissons une configuration d'essai quelconque avec un encastrement et trois efforts appliqués  $F_1 = 120$  N au nœud 172,  $F_2 = 100$  N au nœud 177 et  $F_3 = -50$  N au nœud 261.

Les sensibilités calculées avec cette configuration non optimisée sont :

La figure II.2.2 montre la configuration avec des conditions limites non optimisées. Les symboles  $\circ$  et  $\times$  représentent les efforts et les symboles  $\#$  représentent les nœuds encastres.

Les valeurs de sensibilités nous permettent de prévoir une identification difficile des paramètres  $D_{11}$  et  $D_{12}$ , mais une identification à priori plus facile du paramètre

Rigidité	Sensibilité
$D_{11}$	0,085
$D_{12}$	0,011
$D_{22}$	0,835
$D_{33}$	0,215

TAB. II.2.2 – Sensibilités avec l’essai non optimisé pour le CTP10

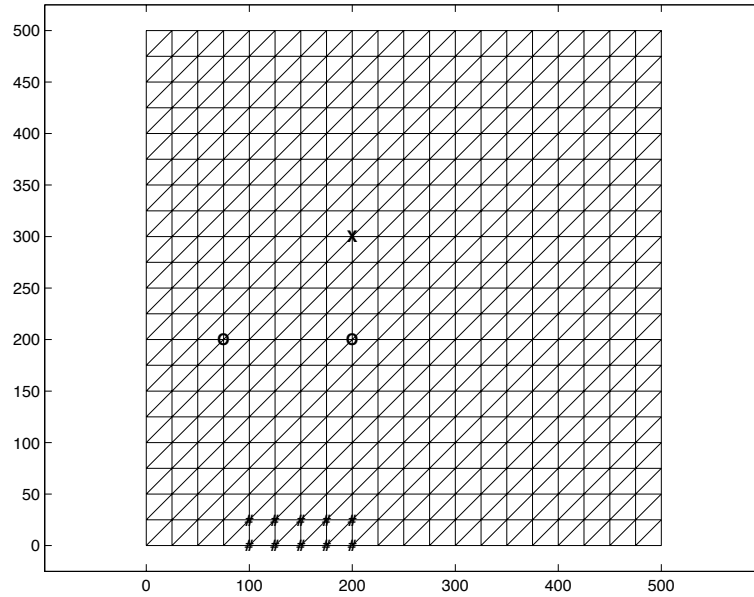


FIG. II.2.2 – Configuration non optimisée pour le CTP10

$D_{33}$ , et même bien meilleure pour le paramètre  $D_{22}$ .

Pour chaque  $D_{ij}$  la valeur attendue est notée  $M$ . L’amplification d’erreur (*AmpliE*) est également indiquée. Il s’agit du rapport entre le coefficient de variation des identifications et l’écart-type de l’erreur. Cela indique le niveau de robustesse de l’essai vis-à-vis des erreurs expérimentales. Lorsque l’amplification d’erreur est inférieure à 1, l’essai est suffisamment robuste pour ”gommer” en partie les erreurs expérimentales. On représente également l’intervalle de confiance à 95% de probabilité [ $\mu - r < \mu < \mu + r$ ] sur la moyenne qui est d’autant plus large que l’identification est difficile. Inversement, un intervalle très étroit signifie que les identifications convergeront bien vers les mêmes valeurs de rigidités. On indique également l’erreur sur la moyenne  $\mu$  par rapport à la valeur attendue  $M$ . Afin de mieux visualiser la qualité de l’identification, on représente l’ensemble des identifications normalisées sur la moyenne  $\mu$ .

## Résultats de l'identification de $D_{11}$

Sensibilité	:	0,085
Valeur attendue $M$	:	561 000 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	681 700 N.mm
Erreur	:	21,5%
Borne $\mu - r$	:	580 600 N.mm
Borne $\mu + r$	:	782 800 N.mm
Écart-type	:	215 400 N.mm
$AmpliE$	:	3,6489

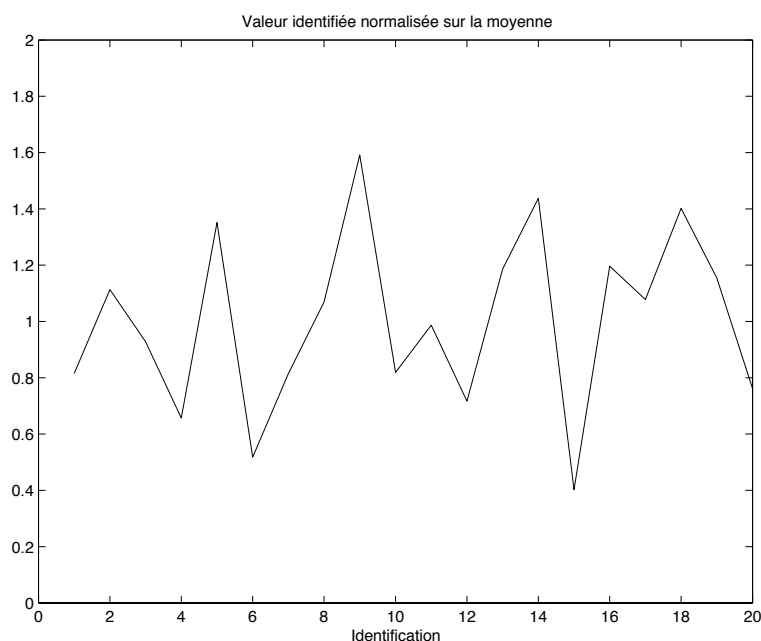


FIG. II.2.3 – Identification de  $D_{11}$  (configuration non optimisée)

Comme attendu, on observe une très mauvaise identification du paramètres  $D_{11}$ . La base de l'intervalle de confiance à 95% de probabilité est très large puisque comprise entre 580600 N.mm et 782800 N.mm avec une valeur moyenne  $\mu$  de 681700 N.mm. De plus, l'amplification d'erreur ( $AmpliE$ ) avec une valeur de 3,6489 est très importante. Ceci signifie qu'avec cette configuration, une erreur sur la mesure du champ des déplacements pourrait entraîner une amplification importante de l'erreur sur la valeur identifiée de  $D_{11}$ .

## Résultats de l'identification de $D_{22}$

Sensibilité	:	0,835
Valeur attendue $M$	:	437 000 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	428 000 N.mm
Erreur	:	2%
Borne $\mu - r$	:	419 600 N.mm
Borne $\mu + r$	:	436 600 N.mm
Écart-type	:	17 900 N.mm
$AmpliE$	:	0,4835

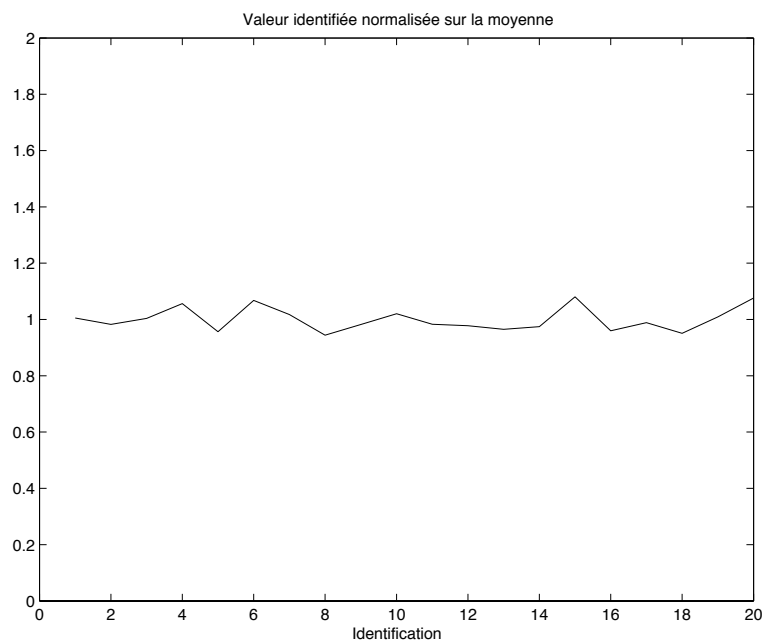


FIG. II.2.4 – Identification de  $D_{22}$  (configuration non optimisée)

A l'opposé de  $D_{11}$ , l'identification du paramètre  $D_{22}$  est stable. La base de l'intervalle de confiance à 95% de probabilité est beaucoup plus réduite puisque comprise entre 419600 N.mm et 436600 N.mm avec un écart-type de 17900 N.mm. De plus, l'amplification d'erreur ( $AmpliE$ ) avec une valeur de 0,483 indique qu'une erreur sur la mesure du champ des déplacements aura beaucoup moins d'influence sur l'identification du paramètre  $D_{22}$ .



## Résultats de l'identification de $D_{12}$

Sensibilité	:	0,0115
Valeur attendue $M$	:	25 600 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	31 000 N.mm
Erreur	:	21%
Borne $\mu - r$	:	26 100 N.mm
Borne $\mu + r$	:	35 800 N.mm
Écart-type	:	10 300 N.mm
$AmpliE$	:	3,839

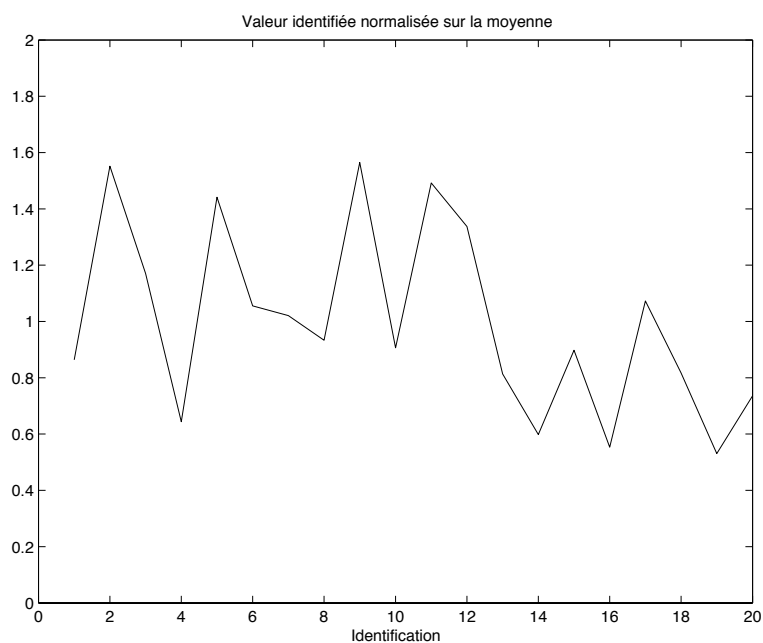


FIG. II.2.5 – Identification de  $D_{12}$  (configuration non optimisée)

Compte tenu de la sensibilité de cette configuration sur la paramètre  $D_{12}$  on observe une grande instabilité des identifications. Comme nous le verrons plus loin, ce paramètre sera toujours très difficile à identifier, y compris dans le cas des configurations optimisées.

## Résultats de l'identification de $D_{33}$

Sensibilité	:	0,215
Valeur attendue $M$	:	58 600 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	59 000 N.mm
Erreur	:	0,68 %
Borne $\mu - r$	:	55 700 N.mm
Borne $\mu + r$	:	62 200 N.mm
Écart-type	:	7 000 N.mm
$AmpliE$	:	1,3655

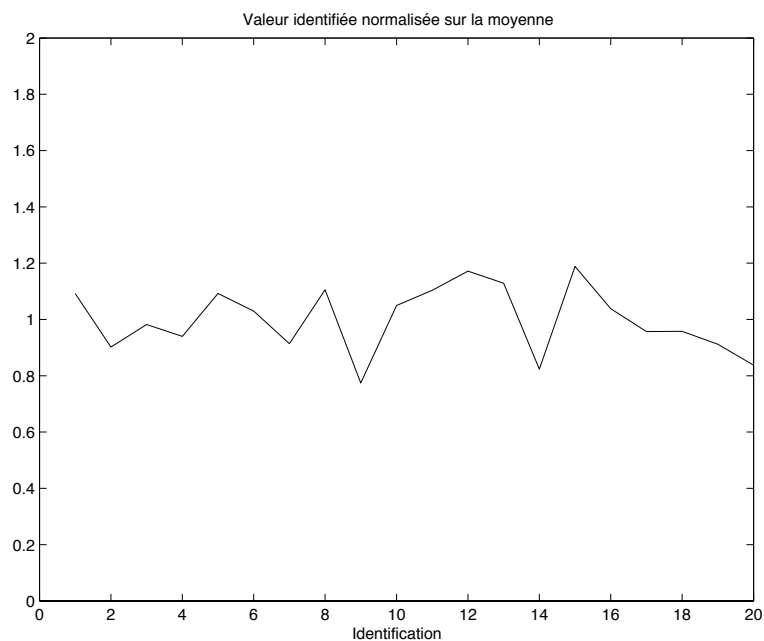


FIG. II.2.6 – Identification de  $D_{33}$  (configuration non optimisée)

Compte tenu de la sensibilité sur le paramètre  $D_{33}$ , son identification est relativement convenable avec une erreur de moins de 1% et un écart-type de 7 000 N.mm. Ce résultat est intéressant dans la mesure où il nous montre qu'un niveau de sensibilité de l'ordre de 0,2 peut suffire pour atteindre une identification correcte du paramètre associé.

### II.2.2.2 Résultats avec une configuration optimisée

Toujours en modélisant le panneau de contre-plaqué CTP10, nous avons optimisé la configuration de l'essai avec un encastrement et trois efforts  $F_1 = 220$  N (nœud 74),  $F_2 = 165$  N (nœud 160) et  $F_3 = -105$  N (nœud 269). Les sensibilités sont :

Rigidité	Sensibilité
$D_{11}$	0,743
$D_{12}$	0,111
$D_{22}$	0,728
$D_{33}$	0,34

TAB. II.2.3 – Sensibilités avec l'essai optimisé pour le CTP10

Ces sensibilités nous indiquent que les deux paramètres  $D_{11}$  et  $D_{22}$  sont tous deux fortement activés dans cette configuration. Leurs identifications devraient donc être à priori stables. Cependant, nous ne devrions pas observer une stabilité aussi importante que lors de l'identification du  $D_{22}$  de l'essai non optimisé, puisqu'aucune des deux sensibilités n'est largement supérieure à l'ensemble des autres sensibilités. Enfin, bien que plus sensible au paramètre  $D_{12}$ , cette essai ne devrait pas permettre une excellente identification de ce paramètre.

La figure II.2.7 représente les conditions limites optimisées pour le panneau simulé CTP10.

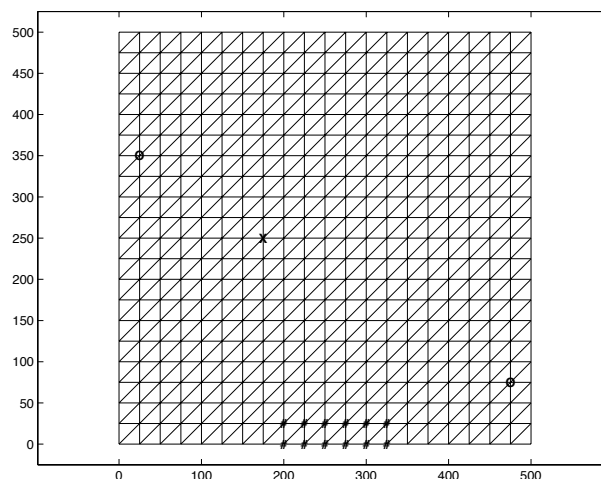


FIG. II.2.7 – Configuration optimisée pour le CTP10

## Résultats de l'identification de $D_{11}$

Sensibilité	:	0,743
Valeur attendue $M$	:	561 000 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	577 000 N.mm
Erreur	:	2,85%
Borne $\mu - r$	:	559 500 N.mm
Borne $\mu + r$	:	594 700 N.mm
Écart-type	:	37 700 N.mm
$AmpliE$	:	1,13

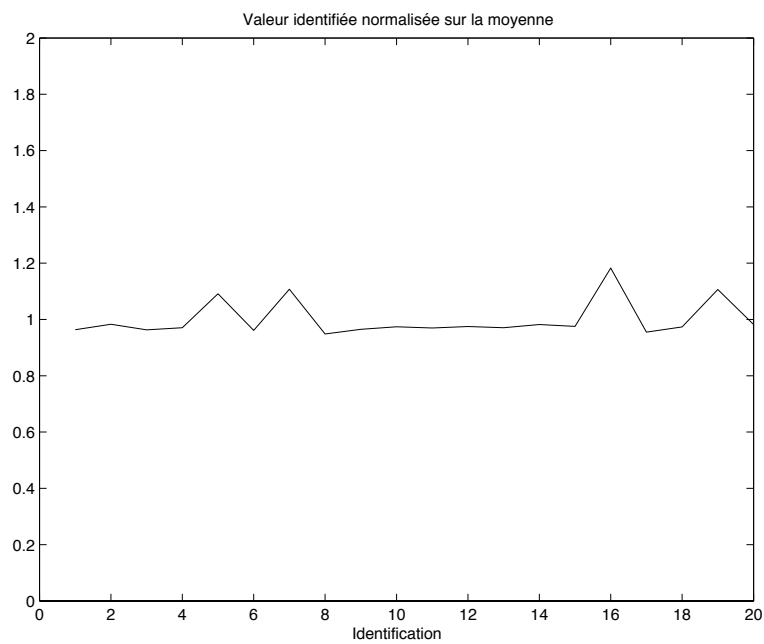


FIG. II.2.8 – Identification de  $D_{11}$  (configuration optimisée)

Comme attendu, l'identification du paramètre  $D_{11}$  est très stable avec un écart-type de 37 700 N.mm, c'est-à-dire moins de 7% de la valeur moyenne identifiée  $\mu$ . L'amplification d'erreur  $AmpliE$  est proche de 1. Ceci nous indique que cet essai est relativement robuste pour l'identification de  $D_{11}$  puisque la procédure d'identification n'amplifie pas les erreurs de mesure.

## Résultats de l'identification de $D_{22}$

Sensibilité	:	0,728
Valeur attendue $M$	:	437 000 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	428 800 N.mm
Erreur	:	1,87%
Borne $\mu - r$	:	407 200 N.mm
Borne $\mu + r$	:	450 000 N.mm
Écart-type	:	46 000 N.mm
$AmpliE$	:	1,8

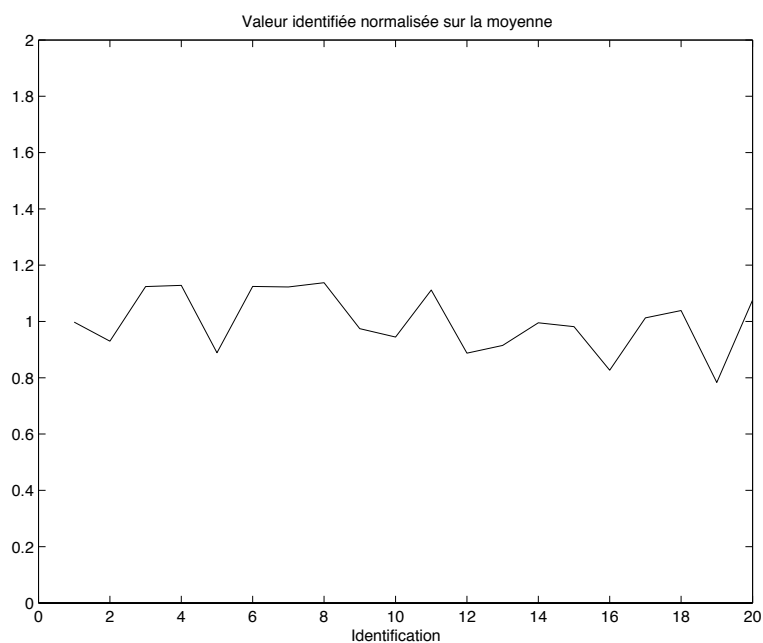


FIG. II.2.9 – Identification de  $D_{22}$  (configuration optimisée)

Tout comme l'identification de  $D_{11}$ , celle de  $D_{22}$  est satisfaisante quoique moins stable. Ce résultat est en corrélation avec une valeur de sensibilité plus faible et une amplification d'erreur plus importante. Cependant, la qualité de l'identification n'en est pas affectée puisque l'erreur sur la moyenne identifiée  $\mu$  est de moins de 2% .

## Résultats de l'identification de $D_{12}$

Sensibilité	:	0,111
Valeur attendue $M$	:	25 600 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	27 200 N.mm
Erreur	:	6,2%
Borne $\mu - r$	:	22 100 N.mm
Borne $\mu + r$	:	32 300 N.mm
Écart-type	:	10 900 N.mm
$AmpliE$	:	6,9

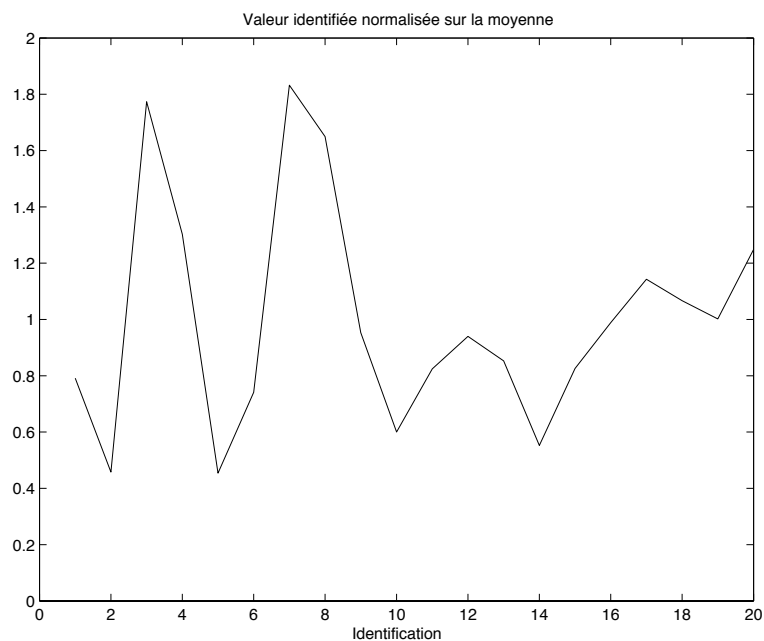


FIG. II.2.10 – Identification de  $D_{12}$  (configuration optimisée)

Sur l'identification du paramètre  $D_{12}$  nous constatons une importante instabilité avec un écart-type de l'ordre de 50% de la valeur moyenne identifiée  $\mu$ . De plus, l'amplification d'erreur ajoute à cette difficulté d'identification. Pourtant, le résultat de la valeur moyenne identifiée reste acceptable avec une erreur 6,2 %. Ce résultat, malgré une faible sensibilité, nous indique qu'il sera peut-être envisageable d'identifier le paramètre  $D_{12}$  lors des essais réels.

## Résultats de l'identification de $D_{33}$

Sensibilité	:	0,34
Valeur attendue $M$	:	58 600 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	61 300 N.mm
Erreur	:	4,6%
Borne $\mu - r$	:	58 200 N.mm
Borne $\mu + r$	:	64 400 N.mm
Écart-type	:	6 600 N.mm
$AmpliE$	:	1,87

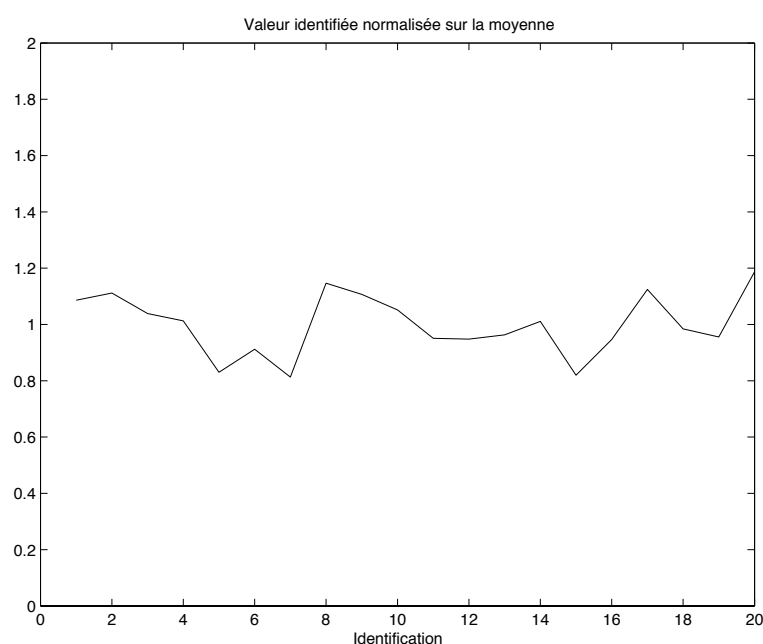


FIG. II.2.11 – Identification de  $D_{33}$  (configuration optimisée)

Malgré une sensibilité deux fois plus faible sur le paramètre  $D_{33}$  (par rapport aux deux paramètres  $D_{11}$  et  $D_{22}$ ), on observe une instabilité des identifications relativement faible; l'écart-type est de l'ordre de 10% de la valeur moyenne identifiée et l'intervalle de confiance à 95% de la valeur moyenne identifiée est très petit ( 5% ). Ce résultat nous indique que pour une sensibilité minimale atteinte, la présence de paramètres très sensibles  $D_{11}$  et  $D_{22}$  ne masque pas l'activation du paramètre  $D_{33}$  et permet son identification de façon satisfaisante.

### II.2.3 synthèse de la validation numérique

Dans ce chapitre nous venons de quantifier l'importance d'un essai optimisé sur la qualité de l'identification des paramètres élastiques d'un panneau. Comme nous l'avons vu, un essai non optimisé, c'est-à-dire potentiellement inadapté, peut conduire à des identifications difficiles ou erronées.

Un point important a été dévoilé. La présence de trop grande différence des sensibilités ne permet pas une bonne identification du paramètre faiblement activé (cas de l'essai non optimisé). Cependant, nous avons constaté que lorsqu'une sensibilité minimale est atteinte, c'est-à-dire lorsque le rapport des sensibilités n'est pas trop important, l'identification du paramètre faiblement activé est tout à fait correcte.

Nous retiendrons également qu'il est toujours très difficile d'obtenir une bonne sensibilité du paramètre  $D_{12}$ . Par contre, ce terme exprimant le couplage entre les deux paramètres  $D_{11}$  et  $D_{22}$ , il semble que de bonnes sensibilités sur ces deux paramètres entraînent une identification correcte de  $D_{12}$ , du moins en terme d'erreur.

Enfin, nous constatons une influence importante des sensibilités sur l'amplification d'erreur. Ce comportement prévisible nous permet d'appuyer notre hypothèse selon laquelle un essai optimisé est beaucoup plus robuste qu'un essai non optimisé.

Nous venons donc de valider numériquement la pertinence de notre protocole d'essai. La validation de l'essai et de la robustesse de l'essai passe par la mise au point du dispositif expérimental développée dans le chapitre suivant.





## Chapitre II.3

# Développement du dispositif expérimental

Les essais optimisés par la phase de conception sont des essais de flexion et torsion basés sur l'application de forces ponctuelles hors plan sur la surface d'un panneau encastéré. Comme nous l'avons montré au chapitre II.1, le but est d'activer à la fois toutes les rigidités à identifier. Pour rester dans un contexte de matériau homogène, nous utilisons des échantillons de moyennes dimensions, à savoir  $500 \times 500 \text{ mm}^2$  où les hétérogénéités de constitution sont de faibles dimensions par rapport à celles du panneau. Pour accélérer les mécanismes viscoélastiques du panneau, le bâti de flexion est placé dans une enceinte à ambiance contrôlée en température et en humidité. Se pose alors le problème du choix d'une métrologie adaptée permettant la mesure instantanée du champ des déplacements hors plan à distance. Notre choix s'est porté sur une méthode optique. Ce chapitre présente l'ensemble du dispositif expérimental qui a été développé.

### II.3.1 Le bâti de flexion et le système de mise en charge

#### II.3.1.1 Le bâti de flexion

Le bâti de flexion est dimensionné pour accueillir des panneaux de  $500 \times 500 \text{ mm}^2$ . Il s'agit d'un cadre en acier permettant de positionner des encastremets en n'importe quel point tout autour du panneau testé. Ce cadre est disposé selon un plan vertical.

En effet, la métrologie optique destinée à mesurer le champ des déplacements hors plan du panneau nécessite que l'objet éclairé soit en position verticale.

Un deuxième cadre, situé à 35 centimètres en arrière du premier, sert de support aux vérins qui appliquent les efforts à la surface du panneau. Un système de traverses mobiles permet d'ajuster la position des vérins selon les deux axes  $x_1$  et  $x_2$  du panneau. Cet ensemble a été dimensionné pour supporter des charges de plus de 2000 N par effort appliqué.

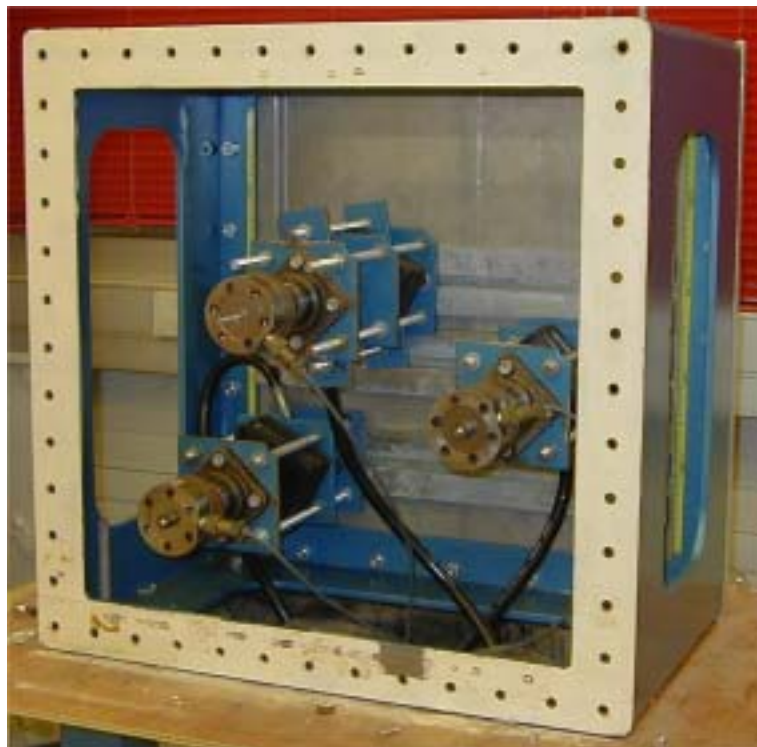


FIG. II.3.1 – Le bâti de flexion

Les encastremets sont usinés dans un bloc d'aluminium. Ils sont en forme de "H". La partie inférieure est fixée au bâti, et la partie supérieure vient prendre le bord du panneau par un système de serrage. La figure II.3.2 présente ce type d'encastrement.

Cet encastrement a montré ses limites pour des panneaux de fortes rigidités. En effet, pour des panneaux relativement peu rigides comme les panneaux de 10 mm d'épaisseur, l'encastrement est peu sollicité et sa déformation très minime n'a pas d'influence sur le champ des déplacements du panneau. Par contre, lors des essais menés sur des panneaux beaucoup plus rigides comme le 18 mm, les efforts mis en jeu sollicitent fortement l'encastrement dont la déformation est devenue gênante pour



FIG. II.3.2 – Un encastrement aluminium en "H"

l'identification des paramètres mécaniques des panneaux. Il a fallu repenser l'encastrement et utiliser un autre matériau comme l'acier. Les détails concernant l'utilisation et la modélisation de l'encastrement seront développés dans le chapitre consacré aux identifications (section III.1.2).

### II.3.1.2 Le système de mise en charge

C'est le système de chargement qui nous a causé le plus de problèmes de mise au point. Nous devons atteindre plusieurs objectifs :

- Couvrir toute la gamme d'efforts de 0 à 2000 N,
- Maintenir des efforts constants,
- Supporter les variations de température et d'humidité sans variation des efforts.

Le premier système utilisait des vérins hydrauliques à piston simple effet classiques pour appliquer les efforts sur les panneaux. Ces vérins étaient reliés à des plongeurs situés hors de l'enceinte. La mise en pression était obtenue par des poids calibrés posés sur les plongeurs. La figure II.3.3 présente ce système. En fonction des poids posés sur les plongeurs, nous obtenions bien les efforts à appliquer sur le panneau. Les vérins hydrauliques n'étant pas sensibles aux variations de température et d'humidité dans



FIG. II.3.3 – Le système de chargement par plongeurs hydrauliques

l'enceinte, nous avons atteint deux des trois objectifs.

Par contre, ce système s'est montré totalement inadapté pour maintenir un effort constant. Les vérins hydrauliques sont en général conçus pour une utilisation dynamique. Or, après la mise en charge initiale, l'essai est quasi-statique. La présence de joints à lèvres au niveau du piston des vérins et des plongeurs engendre le "grippage" des vérins. On observe alors une chute des efforts appliqués. Ce n'est que lorsqu'un certain seuil, qui correspond à l'effort minimal nécessaire pour compenser les frottements et décoller les joints à lèvres, est atteint que les vérins s'ajustent de nouveau à l'effort demandé. Ce seuil pouvant atteindre 20 à 30 N, ce système ne permet pas une bonne stabilité des efforts appliqués à une valeur constante. Nous avons alors entièrement repensé le système de mise en charge.

Nous avons décidé d'éliminer autant que possible toutes les sources de frottements. Les vérins hydrauliques ont été remplacés par des vérins souples. Ils se présentent sous

la forme d'un accordéon en PVC souple qui se déploie lorsqu'il est mis en pression par de l'eau, du gaz ou de l'huile. Leurs principaux avantages sont l'absence de pièce en mouvement et la possibilité de créer des efforts jusqu'à 2500 N. Leur inconvénient est que compte tenu de leur souplesse, il faut absolument guider leur déploiement. Ils ont été fixés à l'intérieur de supports et agissent sur un piston guidé par une douille à billes. Le mouvement obtenu est parfaitement rectiligne et sans frottement. Afin qu'ils soient insensibles aux variations de température et d'humidité dans l'enceinte, ils sont remplis d'huile. La figure II.3.4 présente ce montage.



FIG. II.3.4 – Un vérin souple dans son support

Pour la mise en pression de ces vérins souples, le système par plongeurs a été remplacé par des accumulateurs hydropneumatiques. Une première étude de faisabilité a été menée en utilisant des sphères de suspension Citroën. Elles ont été vidées de leur gaz et fluide d'origine et modifiées pour servir d'interface entre un réseau d'air comprimé et l'huile alimentant les vérins souples. En régulant la pression de l'air, il est alors possible de réguler avec précision les efforts appliqués aux panneaux. L'utilisation de régulateurs de pression pneumatiques nous a permis de maintenir des efforts constants avec satisfaction quel que soit le déplacement du piston. Cependant, le très faible volume d'huile des sphères Citroën ne permettait pas d'atteindre les déplacements voulus.

La faisabilité étant démontrée, nous avons remplacé les sphères par des accumulateurs hydropneumatiques de plus grandes capacités, à savoir deux litres. De plus, ces accumulateurs n'ont pas de membrane. L'interface air/huile est directe ; il n'y a donc aucune pièce en mouvement. La figure II.3.5 présente le système définitif de mise en charge.

Enfin, des capteurs de force ont été placés aux extrémités des vérins au niveau des points d'application des efforts. Notre choix s'est porté sur des capteurs de faible



FIG. II.3.5 – Le système de mise en charge hydropneumatique

encombrement pour ne pas limiter la course des vérins.

Grâce à ce système de chargement, nous maîtrisons complètement les conditions limites en terme d'application des efforts. On peut cependant émettre un reproche concernant le temps nécessaire pour établir une mise en charge. En effet, la montée en pression du système hydropneumatique est manuelle. Il n'est pas possible d'obtenir une mise en charge instantanée du panneau. En moyenne, deux à trois minutes sont nécessaires. La première mesure du champ des déplacements n'est donc pas réellement la réponse instantanée du panneau, mais une réponse différée à deux ou trois minutes. Il faut cependant relativiser ce décalage, car tout système de mise en charge, quel qu'il soit, nécessite un certain délai pour atteindre l'effort demandé. De plus, ce temps de mise en charge sera négligeable par rapport au temps total de l'essai qui peut durer plusieurs jours, voire plusieurs semaines.

## II.3.2 Le système de mesure du champ des déplacements

Pour l'identification des paramètres mécaniques des panneaux, nous avons besoin de connaître les déplacements expérimentaux en tout nœud du maillage utilisé pour la modélisation par éléments finis. La mesure du champ des déplacements hors-plan du panneau doit nous permettre d'atteindre le déplacement de tout point situé à la surface du panneau. De plus, nous voulons une mesure quasi-instantanée et sans contact pour ne pas perturber l'essai et passer outre la présence d'une enceinte climatique. Les techniques de mesures optiques remplissent ce cahier des charges.

Comme nous l'avons développé dans le chapitre I.5, plusieurs techniques existent dont le choix doit être guidé par le domaine d'application, la taille du champ à observer, la sensibilité et/ou la définition de la mesure désirée, l'état de surface de l'objet éclairé, la possibilité ou non de préparer la surface de l'objet, etc... Compte tenu de la taille du champ à éclairer, nous avons immédiatement écarté les techniques utilisant le laser comme source lumineuse. Celles-ci sont adaptées aux petites et très petites surfaces ne dépassant pas quelques centimètres carrés. Il existe actuellement des techniques en lumière blanche très performantes qui permettent d'éclairer de plus grandes surfaces.

La plupart des techniques optiques utilisent un faisceau lumineux collimaté pour faciliter l'analyse. Dans notre cas, cela signifie qu'il faut une lentille dont le diamètre doit couvrir la taille du panneau. Une lentille de cette taille n'étant pas envisageable, nous avons opté pour une technique en lumière divergente, en d'autres termes, utilisant une source lumineuse ponctuelle.

Enfin, nous voulions une technique ne nécessitant aucun état de surface particulier du panneau, ni aucun autre appareillage que la source lumineuse et la caméra. Nous nous sommes détourné des techniques basées sur les méthodes d'interférométrie et nous avons porté notre choix sur les techniques d'analyse de phase d'un réseau de franges lumineuses.

Cette méthode consiste à projeter un réseau de franges lumineuses rectilignes obtenues par la variation sinusoïdale de l'intensité lumineuse et à analyser la variation locale de la phase du réseau (Fig. II.3.6).



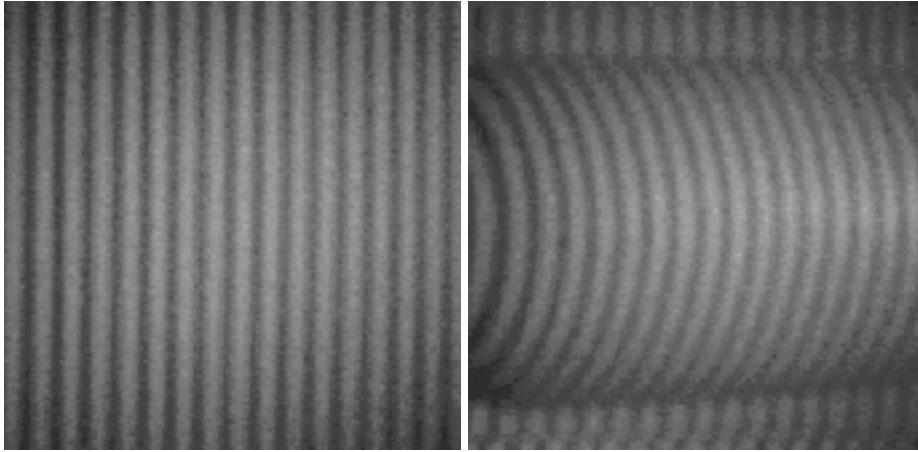


FIG. II.3.6 – Analyse de la phase du réseau projeté. Exemple sur un emballage de bouteille

Le long d'une frange lumineuse, la phase  $\varphi(x, y)$  du réseau est constante. Sur l'image de gauche, les franges sont rectilignes ; la surface éclairée est plane. Par contre lorsqu'il y a une variation  $\Delta z$  de la surface éclairée, le long d'une droite verticale (image de droite) on observe une variation de  $\varphi(x, y)$ . Pour suivre une phase constante, il faut suivre une frange déformée. La déformation de l'image, c'est-à-dire la variation locale de la phase du réseau, est directement proportionnelle à la variation de hauteur de la surface éclairée et donc aux déplacements hors plan. On a  $\Delta z = \frac{p}{\tan\theta}$  où  $p$  est le pas du réseau de franges et  $\theta$  l'angle de projection. Par une analyse de phase, on établit dans un premier temps une carte de la variation locale de la phase du réseau (de 0 à  $2\pi$ ) sur toute la surface éclairée, puis une correspondance entre  $2\pi$  et  $\Delta z$  afin de déterminer le champ des déplacements hors plan. Tous les détails de cette technique sont développés dans le chapitre I.5.

La source de projection du réseau est un vidéoprojecteur piloté par un ordinateur (Fig. II.3.7). Le récepteur est une caméra CCD.

L'angle formé par l'axe de projection et l'axe de visée de la caméra est de  $45^\circ$ . La caméra, située face à la surface à observer, est également reliée au PC qui permettra le traitement et l'analyse du réseau de franges déformé. Si l'on se contente d'une seule image, la précision de la mesure est de l'ordre de grandeur du pas du réseau de franges projeté. Afin d'augmenter cette précision, on couple cette technique avec le quasi-hétérodynage qui consiste à prendre  $N$  images avec un décalage de la phase du réseau entier de  $2\pi/N$ . Nous utilisons une analyse à six images ; La précision obtenue



FIG. II.3.7 – Le système de mesure optique

est de l'ordre de  $1/5000$  de la taille du champ observé, soit  $1/10$  mm dans notre cas puisqu'il s'agit de panneau de  $500 \times 500$  mm<sup>2</sup>. L'acquisition de ces six images est quasi-instantanée puisqu'elle nécessite moins de deux secondes, l'analyse de phase se faisant en post traitement.

La figure II.3.8 représente un réseau projeté sur un panneau, la carte de la mesure locale de la phase du réseau et enfin le champ des déplacements associé.

### II.3.3 L'enceinte climatique

L'ensemble du bâti est placé dans une ambiance contrôlée en température et en humidité. Le but est d'accélérer les phénomènes viscoélastiques. L'enceinte doit cependant permettre à la métrologie optique "d'observer" le panneau testé. Compte tenu de la taille du champ observé et du système optique, la caméra doit être placée à 1,4 mètre du panneau et le vidéoprojecteur est à environ 2 mètres du panneau avec un angle de  $45^\circ$ . Il n'était donc pas envisageable de placer la métrologie optique et le bâti dans une enceinte de cette taille. Seul le bâti est placé dans une enceinte dont la partie avant est constituée d'une vitre. L'image de la figure II.3.9 nous montre ce dispositif. Plusieurs mesures sur un même panneau ont été effectuées avec et sans la vitre de l'enceinte afin d'évaluer son influence sur les mesures. Nous n'avons observé aucune différence sur la mesure du champ des déplacements. La focale de la caméra

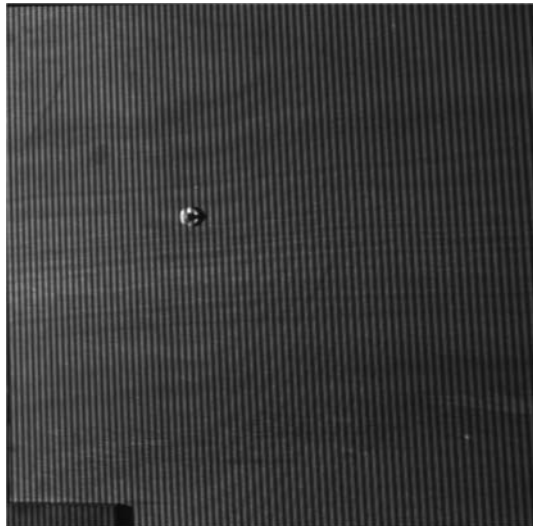
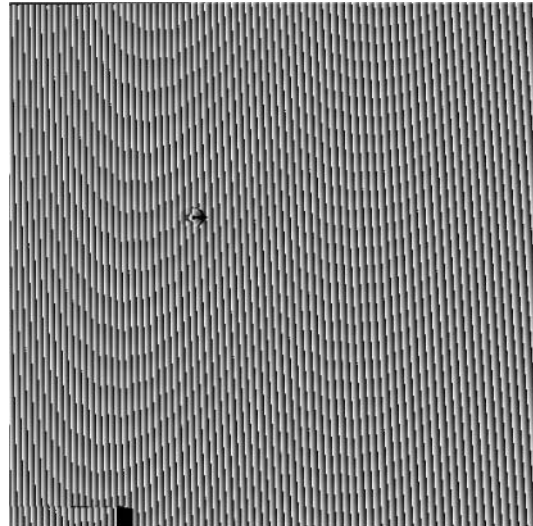


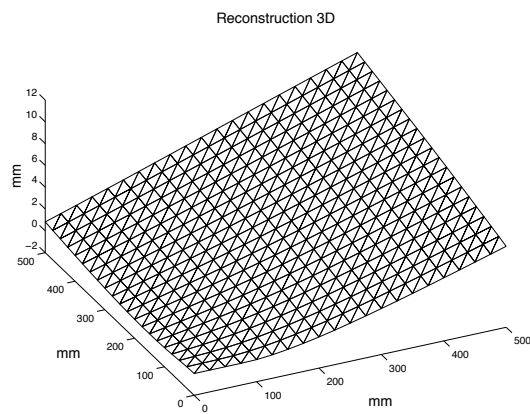
Image du réseau projeté et déformé



Carte des phases (modulo  $2\pi$ )



Champ des déplacements calculé à partir des phases



Champ des déplacements reconstruit en 3D

FIG. II.3.8 – Principe de l'acquisition du champ des déplacements

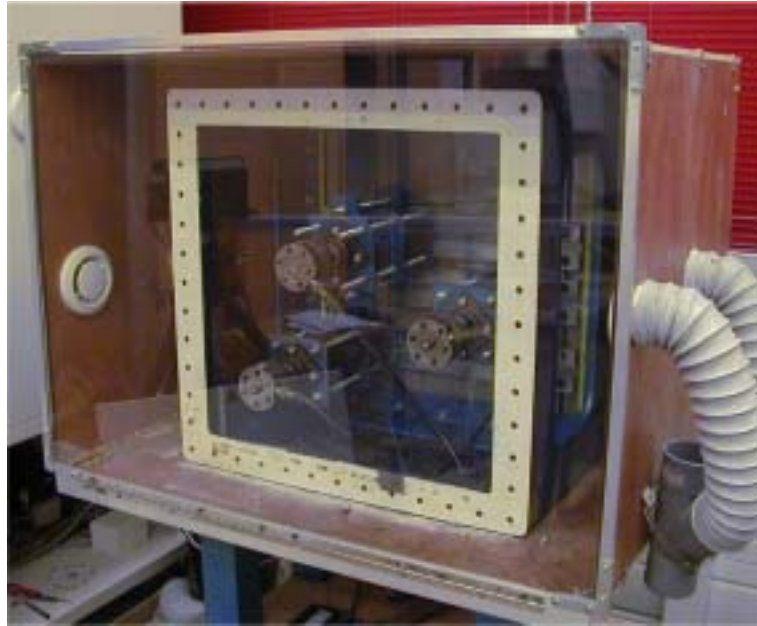


FIG. II.3.9 – L'enceinte contenant le bâti

étant réglée pour une mise au point sur le panneau, les images "résiduelles" sur la vitre ne sont pas visibles pour la caméra. Par contre, nous avons observé des perturbations possibles lors de la présence de reflets sur la vitre. De même, il faut veiller à ne pas créer de condensation. Dans ce cas, l'image du réseau de franges projeté se forme sur la vitre. Il est alors impossible de "voir" le panneau derrière cette zone et donc d'effectuer une mesure de la partie cachée du panneau.



# Conclusion

Nous venons de développer tout le processus de mise au point de notre protocole d'essai. La pertinence de l'optimisation des conditions limites par algorithmes génétiques a été validée sur plusieurs panneaux simulés et illustrée par un exemple. Nous avons également validé la procédure d'identification par minimisation des moindres carrés.

Toute la mise au point expérimentale a été l'un des aspects le plus long à développer. Notre méthode d'identification étant basée sur l'optimisation des conditions limites, le dispositif expérimental doit permettre une maîtrise totale de celles-ci. Il nous a fallu exploiter et modifier plusieurs fois notre montage expérimental avant de le valider. La métrologie optique a quant à elle donné entière satisfaction, validant ainsi notre choix technique.



**Troisième partie**

**Résultats expérimentaux**





# Introduction

Cette troisième partie est consacrée aux résultats expérimentaux obtenus en suivant notre protocole d'essai. La validation expérimentale est menée sur une première série d'identifications élastiques sur des panneaux dont les modules sont également identifiés par des méthodes "classiques" comme l'essai normalisé EN310 et un essai vibratoire.

Enfin, nous présenterons les premiers résultats expérimentaux portant sur l'identification viscoélastique.



# Chapitre III.1

## Identification élastique

### III.1.1 Essai préliminaire sur une plaque d'aluminium

Afin de vérifier la faisabilité du mode opératoire, nous avons commencé par une identification des paramètres élastiques d'une plaque d'aluminium de 5 mm d'épaisseur. Ce matériau présentant peu de variabilité, les caractéristiques de cette plaque sont à priori bien connues. A partir des modules élastiques trouvés dans la littérature, la matrice des rigidités estimée est :

$$D_{ij}^{alu} = \begin{bmatrix} 847000 & 220300 & 0 \\ 220300 & 734000 & 0 \\ 0 & 0 & 455000 \end{bmatrix}$$

La figure III.1.1 représente les conditions limites optimisées pour cette plaque d'aluminium avec les efforts suivants :  $F_1 = 740$  N au nœud 96,  $F_2 = 940$  N au nœud 202 et  $F_3 = -356$  N au nœud 325. Les sensibilités calculées avec cette configuration sont :

Rigidité	Sensibilité
$D_{11}$	0,57
$D_{12}$	0,16
$D_{22}$	0,72
$D_{33}$	0,37

TAB. III.1.1 – Sensibilités pour la plaque d'aluminium

La plaque n'est pas isotrope dans la plan. Le procédé de fabrication par laminage augmente la rigidité longitudinale de la plaque (sens de défilement) et diminue la rigidité transverse.

Ces valeurs de sensibilités nous indiquent que le paramètre  $D_{22}$  devrait être le plus facile à identifier. En d'autres termes, les identifications de ce paramètres devraient converger vers une valeur stable. A l'opposé, la faible sensibilité du paramètre  $D_{12}$  nous indique la possibilité d'une certaine instabilité de l'identification de ce paramètre.

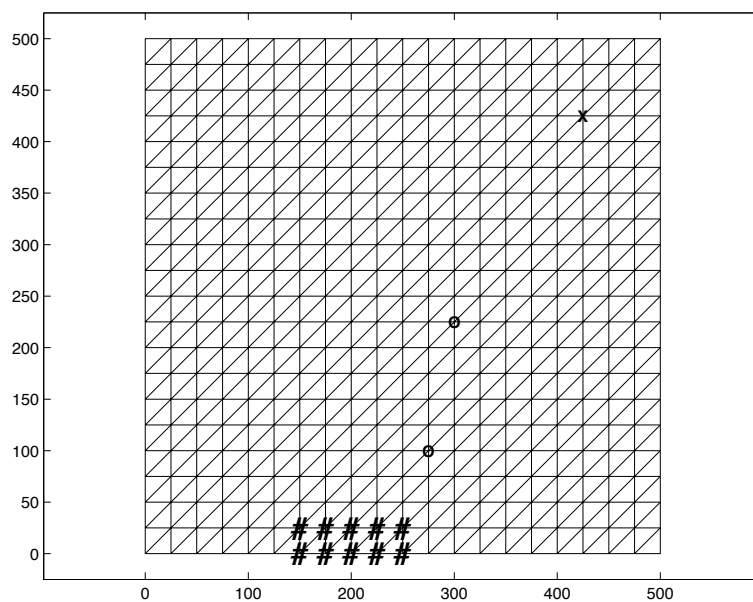


FIG. III.1.1 – Configuration optimisée pour la plaque d'aluminium

La figure III.1.2 représente le champ des déplacements mesurés. Le déplacement maximal est de 4,77 mm au nœud 421.

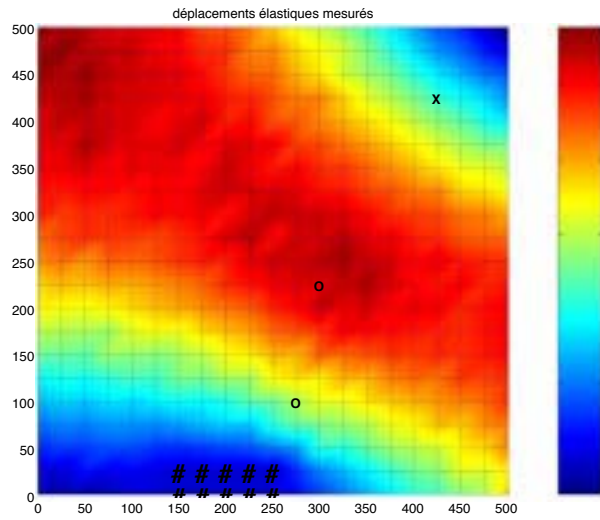


FIG. III.1.2 – Champ des déplacements mesurés (mm) pour la plaque d'aluminium

La figure III.1.3 représente le champ des déplacements identifiés. Le déplacement maximal est de 5,8 mm au nœud 223.

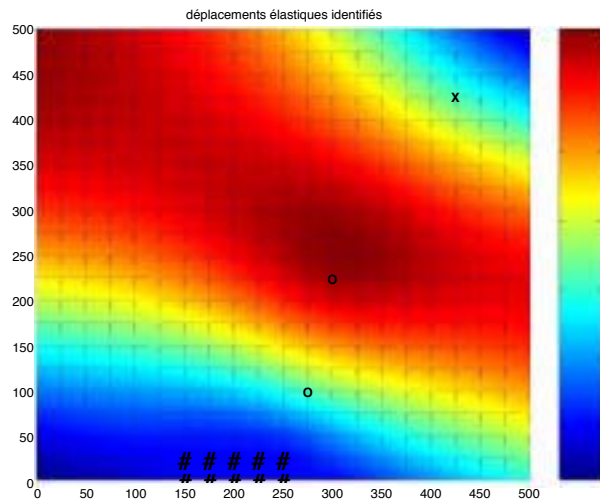


FIG. III.1.3 – Champ des déplacements identifiés (mm) pour la plaque d'aluminium

Identification de  $D_{11}$

Sensibilité	:	0,57
Valeur attendue $M$	:	847 000 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	867 400 N.mm
Erreur	:	2,4%
Borne $\mu - r$	:	847 600 N.mm
Borne $\mu + r$	:	887 200 N.mm
Écart-type	:	42 200 N.mm

Identification de  $D_{22}$

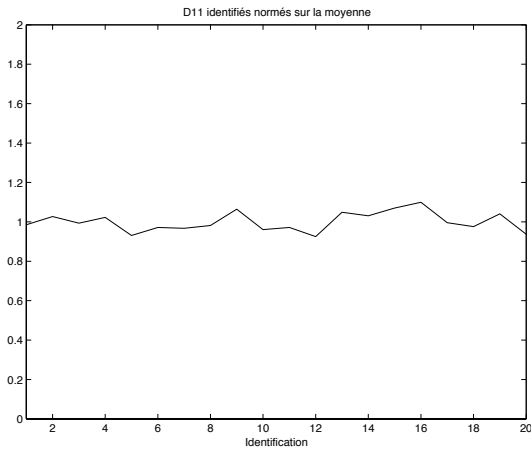
Sensibilité	:	0,72
Valeur attendue $M$	:	734 000 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	614 600 N.mm
Erreur	:	16,2%
Borne $\mu - r$	:	613 900 N.mm
Borne $\mu + r$	:	615 400 N.mm
Écart-type	:	1 500 N.mm

Identification de  $D_{12}$

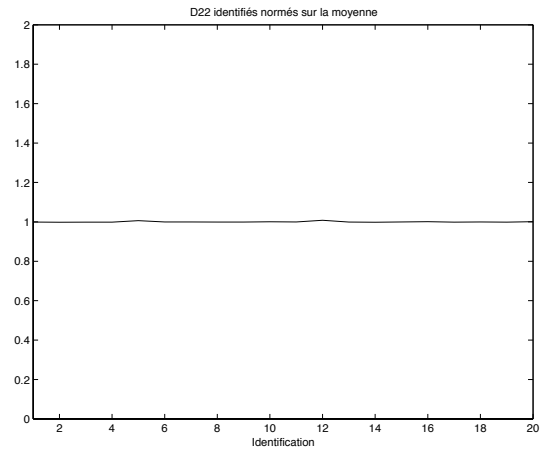
Sensibilité	:	0,16
Valeur attendue $M$	:	220 300 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	214 500 N.mm
Erreur	:	2,6%
Borne $\mu - r$	:	199 000 N.mm
Borne $\mu + r$	:	230 000 N.mm
Écart-type	:	32 800 N.mm

Identification de  $D_{33}$

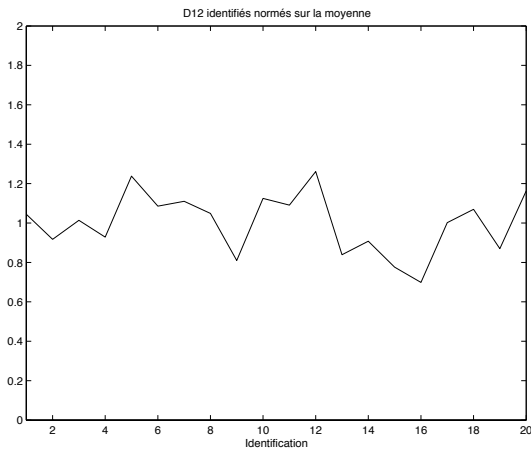
Sensibilité	:	0,37
Valeur attendue $M$	:	455 000 N.mm
Moyenne identifiée $\mu$	:	390 000 N.mm
Erreur	:	14,28%
Borne $\mu - r$	:	388 900 N.mm
Borne $\mu + r$	:	391 200 N.mm
Écart-type	:	2 500 N.mm



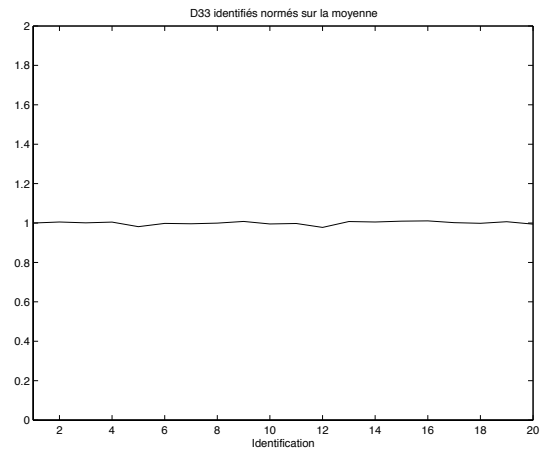
Identification de  $D_{11}$



Identification de  $D_{22}$



Identification de  $D_{12}$



Identification de  $D_{33}$

FIG. III.1.4 – Identification des  $D_{ij}$  du panneau d'aluminium (résultats normés sur la moyenne identifiée  $\mu$ )



Ces résultats sont très satisfaisants. Comme prévu par les valeurs de sensibilité, l'identification de  $D_{22}$  est extrêmement stable. On observe pourtant une erreur de 16,2% par rapport à la valeur attendue  $M$ . Or les valeurs attendues sur cet essai préliminaire ne sont pas des valeurs mesurées par d'autres moyens mais des valeurs estimées, le but de cet essai préliminaire étant de tester le protocole expérimental. Concernant l'identification du paramètre  $D_{11}$ , on observe une bonne stabilité avec un écart-type de l'ordre de 5% de la moyenne identifiée. La sensibilité très faible du paramètre  $D_{12}$  induit comme prévu une grande instabilité de son identification. Par contre, malgré une sensibilité du paramètre  $D_{33}$  qui est deux fois inférieure à celle du paramètre  $D_{22}$ , l'identification de  $D_{33}$  est aussi performante. Nous n'avons pas dégagé d'hypothèses particulières pour expliquer cette performance.

Ce premier essai préliminaire nous permet de valider la procédure expérimentale de notre protocole d'essai. Cependant, comme nous l'avons dit, les rigidités attendues de cette plaque d'aluminium étaient estimées et non mesurées. A ce stade, nous n'avons pas complètement validé notre méthode d'identification. Pour cela, nous allons étudier plusieurs panneaux en confrontant différents résultats obtenus selon des méthodes d'identification différentes dont notre protocole d'essai.

### III.1.2 Identification sur les panneaux contre-plaqués

Nous allons nous intéresser aux panneaux de contre-plaqués. Il s'agit de panneaux tout Okoumé couramment utilisés dans le bâtiment (plancher, cloison, contre-ventement) et le transport (plancher). Nous n'avons retenu que quatre épaisseurs : 10 mm, 12 mm, 15 mm et 18 mm. Nous couvrons ainsi les panneaux les plus utilisés et une large gamme de rigidités. Les épaisseurs de déroulage des plis sont standards : 1,2 mm et 2,6 mm. La séquence d'empilement des plis est également standard :  $0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/\dots$  Ces orientations correspondent à l'orientation du sens "fil" des plis par rapport au grand axe du panneau (axe longitudinal). Le tableau III.1.2 présente les caractéristiques de constitution des panneaux étudiés.

Avant de procéder à l'identification des paramètres élastiques avec notre protocole d'essai, nous avons effectué des essais de caractérisation élastique sur chacun de ces panneaux avec deux techniques usuelles : l'essai normalisé EN 310, qui est un essai de flexion 3 points, et un essai de caractérisation par méthode vibratoire. Dans les

Désignation	Épaisseur	Plis (mm)	Séquence
BG10	10 mm (5 plis)	1,2/2,6/2,6/2,6/1,2	0°/90°
BG12	12 mm (7 plis)	1,2/2,6/1,2/2,6/1,2/2,6/1,2	0°/90°
BG15	15 mm (7 plis)	1,2/2,6/2,6/2,6/2,6/2,6/1,2	0°/90°
BG18	18 mm (9 plis)	1,2/2,6/1,2/2,6/2,6/2,6/1,2/2,6/1,2	0°/90°

TAB. III.1.2 – Les panneaux étudiés

deux cas, les grandeurs identifiées sont les modules élastiques apparents en flexion longitudinale et transverse, notés  $E_L$  et  $E_T$ .

Dans la cas de l’essai EN310, les modules apparents identifiés sont des modules en flexion 3 points longitudinale et transverse. Cependant, il est communément admis qu’en appliquant un coefficient compris entre 1.2 et 1.28, on remonte aux modules apparents en flexion pure (flexion 4 points). Nous obtiendrons un encadrement des modules  $E_L$  et  $E_T$  et nous retiendrons les valeurs moyennes comme valeurs attendues.

Ensuite, pour chacun des quatre panneaux étudiés, nous avons procédé à plusieurs optimisations de la configuration d’essai à utiliser. Lors du traitement des configurations proposées par notre optimisation par algorithmes génétiques, nous avons constaté une configuration quasi-identique pour les quatre panneaux. Les positions de l’encastrement et des efforts sont identiques, seules les intensités des efforts sont toutes différentes. Nous avons exploité cette particularité en utilisant cette configuration d’essai pour les quatres panneaux BG10, BG12, BG15 et BG18. La figure III.1.5 représente cette configuration.

La procédure d’identification des paramètres élastiques est répétée vingt fois avec des paramètres initiaux différents à chaque fois. Cet ensemble d’identification sert de base à l’analyse statistique de Monte-Carlo. Nous avons constaté une instabilité croissante des résultats au fur et à mesure que les rigidités des panneaux augmentaient. Ce problème était d’origine numérique.

La modélisation de l’encastrement se fait par le blocage de l’ensemble des trois degrés de liberté (le déplacement hors-plan  $w$  et les deux rotations  $\theta_x$  et  $\theta_y$ ) des nœuds concernés du maillage. En d’autres termes on impose une rigidité infinie à ces nœuds. Lors des premiers essais sur le panneau BG10 de faible épaisseur, la rigidité de l’encastrement en aluminium (cf. chapitre II.3) est suffisamment grande pour que les déformations de l’encastrement soient négligeables. Imposer une rigidité infinie dans

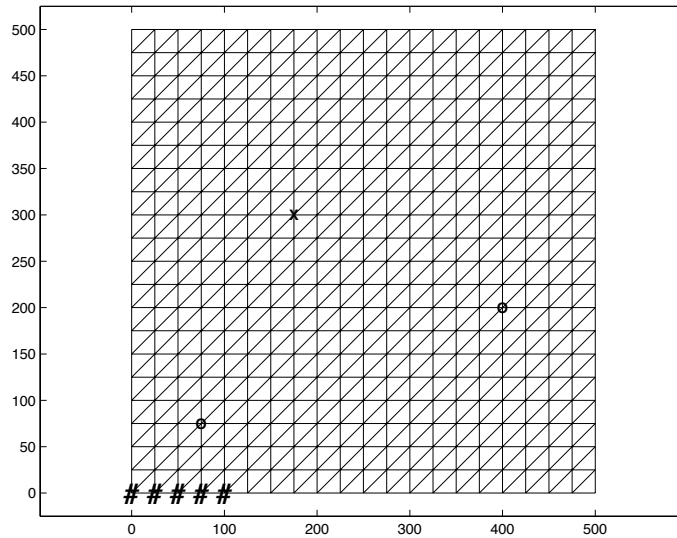


FIG. III.1.5 – Configuration optimisée pour les panneaux BG

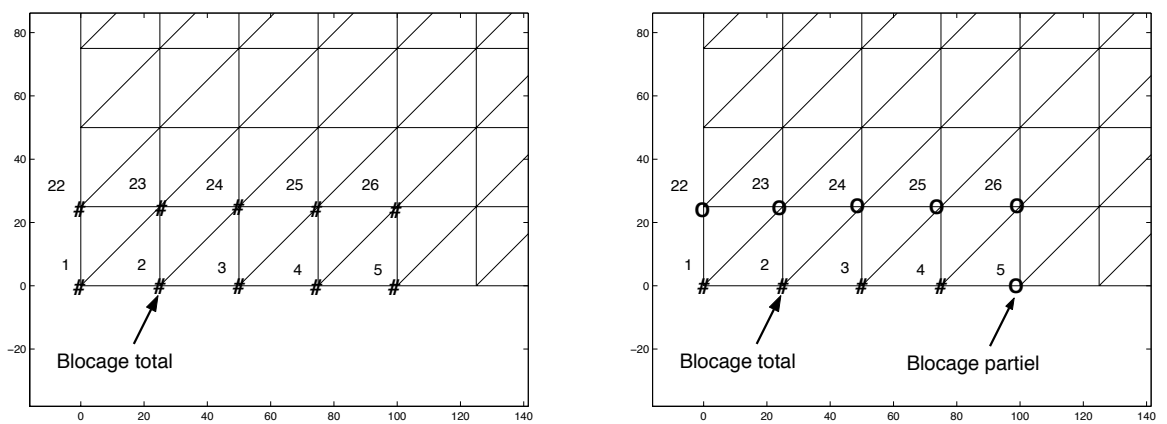
la simulation par éléments finis ne pose aucun problème dans ce cas.

Par contre lors des essais sur des panneaux plus épais, l'ordre de grandeurs des rigidités du panneau est proche de celui des rigidités de l'encastrement. Les sollicitations au niveau de l'encastrement sont telles qu'il se déforme suffisamment pour modifier le champ des déplacements du panneau lors du chargement. L'hypothèse de rigidité infinie de l'encastrement n'est plus applicable et la simulation n'étant plus adaptée, l'identification des paramètres élastiques du panneau devient instable.

Ce problème a été résolu en jouant à la fois sur l'encastrement et sur sa modélisation. Tout d'abord nous avons remplacé l'encastrement en aluminium par un encastrement plus rigide en acier afin de minimiser ses déformations lors des essais sur des panneaux de grandes rigidités. Ensuite nous avons modifié la modélisation de l'encastrement pour tenir compte de sa rigidité réelle.

Seuls les nœuds situés sur le bord du maillage sont bloqués en déplacement hors-plan  $w$  et en rotation dans le plan  $0x_1x_3$  noté  $\theta_x$  et dans le plan  $0x_2x_3$  noté  $\theta_y$ . De ce fait, les autres nœuds qui y sont directement connectés n'ont qu'un blocage "partiel" de leur déplacement. La figure III.1.6 illustre ce principe.

Grâce à cette modélisation de l'encastrement, les identifications ont pu être menées avec satisfaction pour tous les panneaux testés, du BG10 au BG18. Les sections suivantes présentent l'ensemble des résultats expérimentaux bruts suivis d'une synthèse en section III.1.3.



Blocages des nœuds utilisés

Nœuds	Blocage
1 à 4	$w, \theta_x$ et $\theta_y$
5	$w$ et $\theta_y$
22 à 26	$\theta_x$

FIG. III.1.6 – Les deux modélisations de l'encastrement

### III.1.2.1 Le panneau BG10

Les paramètres de constitution du panneau BG10 sont les suivants :

Épaisseur mesurée	: 9,8 mm
Nombre de plis	: 5
Épaisseur mesurée des plis	: 1,1/2,5/2,5/2,5/1,1 mm
Séquence d'empilement	: 0°/90°

La modélisation de ce panneau par notre modèle prédictif nous donne la matrice des rigidités en flexion/torsion suivante :

$$D_{ij}^{BG10} = \begin{bmatrix} 484000 & 22700 & 0 \\ 22700 & 401500 & 0 \\ 0 & 0 & 52000 \end{bmatrix}$$

On en déduit les modules apparents en flexion longitudinale  $E_L$ , en flexion transverse  $E_T$  et de cisaillement (torsion)  $G_{LT}$  :

$E_L$	: 6 150 MPa
$E_T$	: 5 100 MPa
$G_{LT}$	: 660 MPa

Les essais de caractérisation élastique menés selon la norme EN310 et avec la méthode vibratoire nous ont permis d'identifier les modules apparents en flexion longitudinale et en flexion transverse :

– Module en flexion longitudinale ( $E_L$ )

EN 310	: 5 090 MPa
EN 310 corrigé (Flexion 4 points)	: 6 100 < $E_L$ < 6 510 MPa
Méthode vibratoire	: 6 100 MPa

– Module en flexion transverse ( $E_T$ )

EN 310	: 4 260 MPa
EN 310 corrigé (Flexion 4 points)	: 5 110 < $E_T$ < 5 450 MPa
Méthode vibratoire	: 5 000 MPa

L'ensemble de ces données constitue les valeurs attendues, soit :

Module	EN310 (4 points)	Vibration	Modèle	Moyenne attendue
$E_L$ (MPa)	6 300	6 100	6 150	6 180
$E_T$ (MPa)	5 280	5 000	5 100	5 130

La figure III.1.5 représente les conditions limites optimisées pour le panneau de contre-plaqué BG10 avec les efforts suivants :  $F_1 = 128$  N au nœud 67,  $F_2 = 76$  N au nœud 185 et  $F_3 = -105$  N au nœud 260.

Les sensibilités calculées avec cette configuration sont :

Rigidité	Sensibilité
$D_{11}$	0,77
$D_{12}$	0,09
$D_{22}$	0,80
$D_{33}$	0,54

TAB. III.1.3 – Sensibilités pour le panneau BG10

Les pages suivantes présentent le champ des déplacements mesurés (avec un déplacement maximal de 11,4 mm au nœud 21), le champ des déplacements identifiés (avec un déplacement maximal de 12 mm au nœud 21) (figure III.1.7) et les résultats des identifications des paramètres élastiques  $D_{ij}$ .

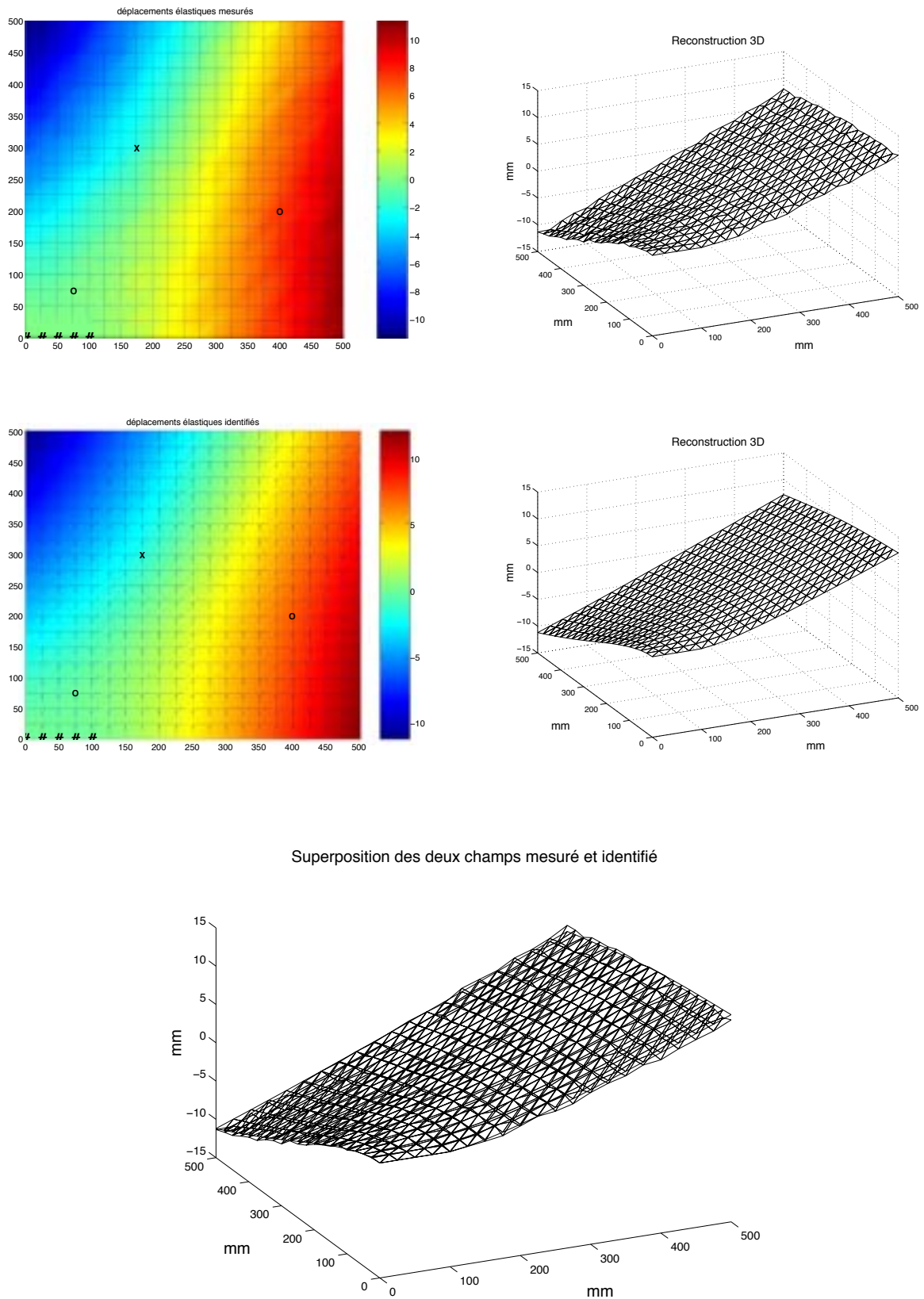


FIG. III.1.7 – Champ des déplacements mesurés et identifiés pour le panneau BG10 (en mm)

Identification de  $D_{11}$

Sensibilité	:	0,77
Moyenne identifiée $\mu$	:	503 850 N.mm
Borne $\mu - r$	:	499 200 N.mm
Borne $\mu + r$	:	508 500 N.mm
Écart-type	:	8 480 N.mm

Identification de  $D_{22}$

Sensibilité	:	0,80
Moyenne identifiée $\mu$	:	419 900 N.mm
Borne $\mu - r$	:	416 000 N.mm
Borne $\mu + r$	:	423 700 N.mm
Écart-type	:	7 060 N.mm

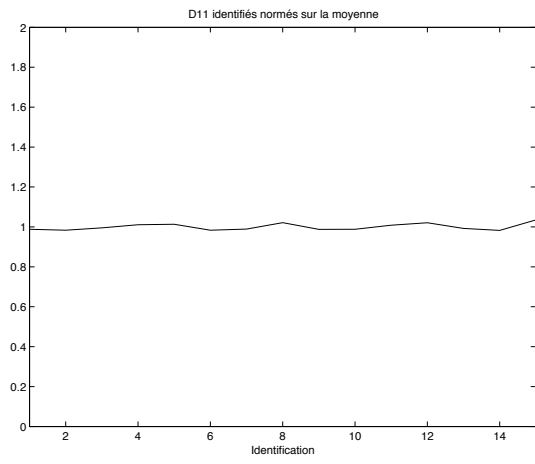
Identification de  $D_{12}$

Sensibilité	:	0,09
Moyenne identifiée $\mu$	:	16 100 N.mm
Borne $\mu - r$	:	9 900 N.mm
Borne $\mu + r$	:	22 300 N.mm
Écart-type	:	11 350 N.mm

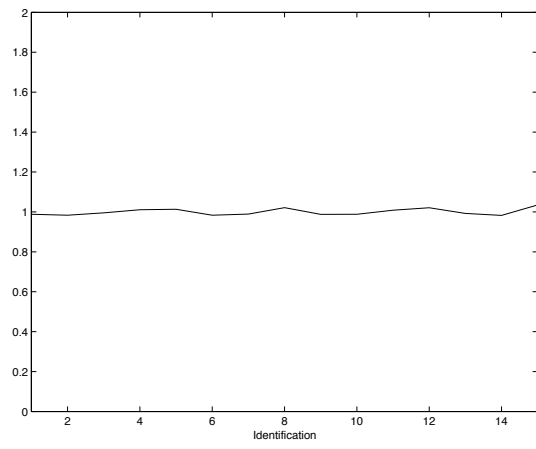
Identification de  $D_{33}$

Sensibilité	:	0,54
Moyenne identifiée $\mu$	:	55 700 N.mm
Borne $\mu - r$	:	55 500 N.mm
Borne $\mu + r$	:	55 800 N.mm
Écart-type	:	280 N.mm

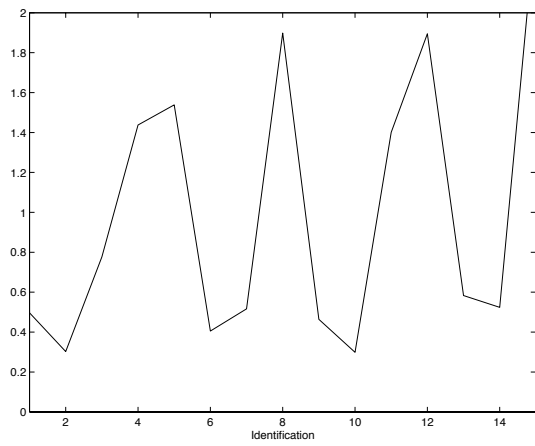




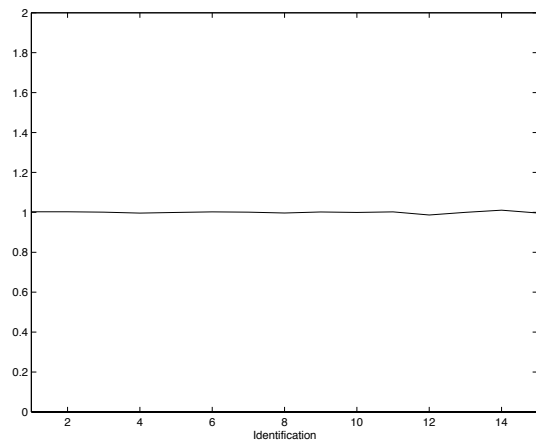
Identification de  $D_{11}$



Identification de  $D_{22}$



Identification de  $D_{12}$



Identification de  $D_{33}$

FIG. III.1.8 – Identification des  $D_{ij}$  du panneau BG10

### III.1.2.2 Le panneau BG12

Les paramètres de constitution du panneau BG12 sont les suivants :

$$\begin{aligned}
 \text{Épaisseur mesurée} & : 11,7 \text{ mm} \\
 \text{Nombre de plis} & : 7 \\
 \text{Épaisseur mesurée des plis} & : 1/2,5/1,1/2,5/1,1/2,5/1 \text{ mm} \\
 \text{Séquence d'empilement} & : 0^\circ/90^\circ
 \end{aligned}$$

La modélisation de ce panneau par notre modèle prédictif nous donne la matrice des rigidités en flexion/torsion suivante :

$$D_{ij}^{BG12} = \begin{bmatrix} 734000 & 38600 & 0 \\ 38600 & 773000 & 0 \\ 0 & 0 & 88400 \end{bmatrix}$$

On en déduit les modules apparents en flexion longitudinale  $E_L$ , en flexion transverse  $E_T$  et de cisaillement (torsion)  $G_{LT}$  :

$$\begin{aligned}
 E_L & : 5\,480 \text{ MPa} \\
 E_T & : 5\,780 \text{ MPa} \\
 G_{LT} & : 663 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

Les essais de caractérisation élastique menés selon la norme EN310 et avec la méthode vibratoire nous ont permis d'identifier les modules apparents en flexion longitudinale et en flexion transverse :

- Module en flexion longitudinale ( $E_L$ )
  - EN 310 : 4 390 MPa
  - EN 310 corrigé (Flexion 4 points) : 5 250 <  $E_L$  < 5 600 MPa
  - Méthode vibratoire : 5 500 MPa
- Module en flexion transverse ( $E_T$ )
  - EN 310 : 4 840 MPa
  - EN 310 corrigé (Flexion 4 points) : 5 800 <  $E_T$  < 6 200 MPa
  - Méthode vibratoire : 5 700 MPa

L'ensemble de ces données constitue les valeurs attendues, soit :

Module	EN310 (4 points)	Vibration	Modèle	Moyenne attendue
$E_L$ (MPa)	5 430	5 500	5 480	5 470
$E_T$ (MPa)	6 000	5 700	5 780	5 830

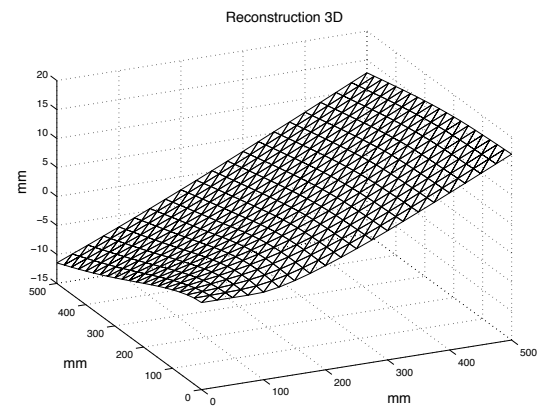
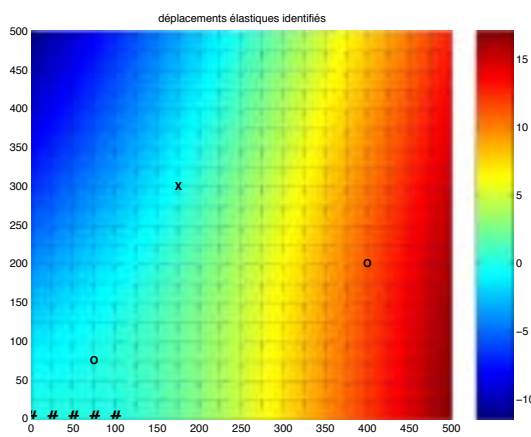
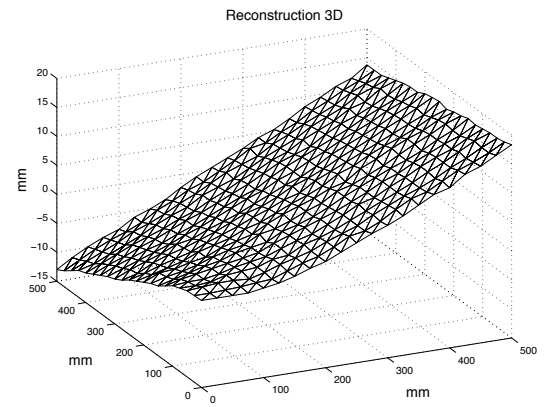
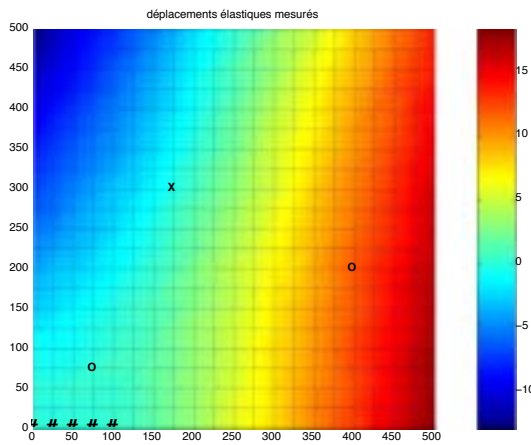
La figure III.1.5 représente les conditions limites optimisées pour le panneau de contre-plaqué BG12 avec les efforts suivants :  $F_1 = 259$  N au nœud 67,  $F_2 = 161$  N au nœud 185 et  $F_3 = -209$  N au nœud 260.

Les sensibilités calculées avec cette configuration sont :

Rigidité	Sensibilité
$D_{11}$	0,80
$D_{12}$	0,12
$D_{22}$	0,74
$D_{33}$	0,55

TAB. III.1.4 – Sensibilités pour le panneau BG12

Les pages suivantes présentent le champ des déplacements mesurés (avec un déplacement maximal de 18,3 mm au nœud 21), le champ des déplacements identifiés (avec un déplacement maximal de 17,1 mm au nœud 21) (figure III.1.9) et les résultats des identifications des paramètres élastiques  $D_{ij}$ .



Superposition des champ mesuré et simulé

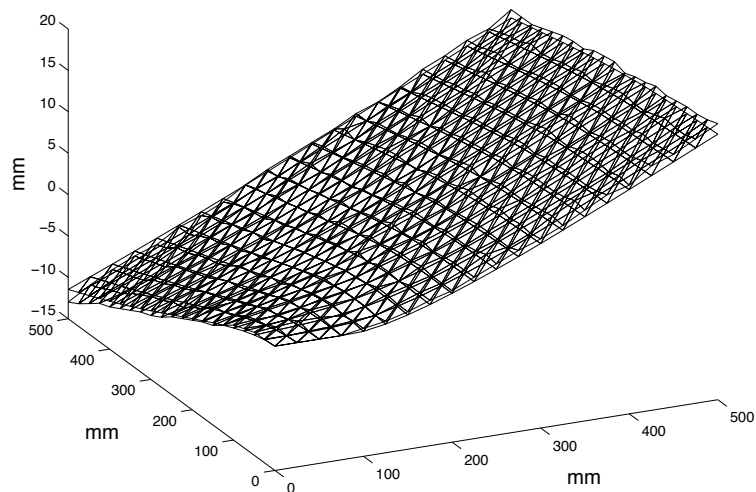


FIG. III.1.9 – Champ des déplacements mesurés et identifiés pour le panneau BG12 (en mm)

Identification de  $D_{11}$

Sensibilité	:	0,80
Moyenne identifiée $\mu$	:	737 300 N.mm
Borne $\mu - r$	:	725 000 N.mm
Borne $\mu + r$	:	749 500 N.mm
Écart-type	:	26 000 N.mm

Identification de  $D_{22}$

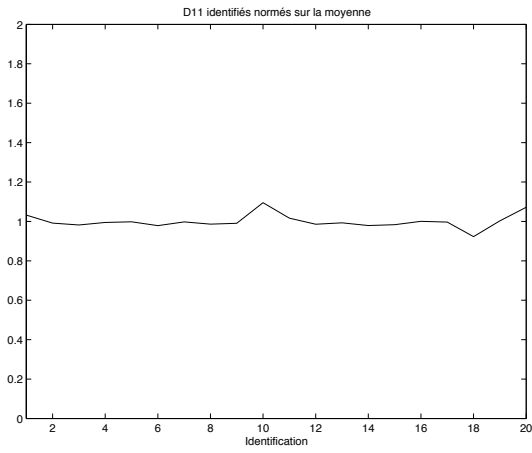
Sensibilité	:	0,74
Moyenne identifiée $\mu$	:	762 800 N.mm
Borne $\mu - r$	:	749 700 N.mm
Borne $\mu + r$	:	775 800 N.mm
Écart-type	:	27 900 N.mm

Identification de  $D_{12}$

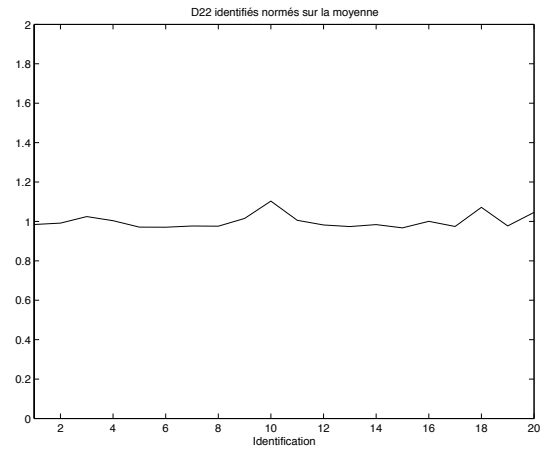
Sensibilité	:	0,12
Moyenne identifiée $\mu$	:	39 700 N.mm
Borne $\mu - r$	:	33 300 N.mm
Borne $\mu + r$	:	46 100 N.mm
Écart-type	:	13 700 N.mm

Identification de  $D_{33}$

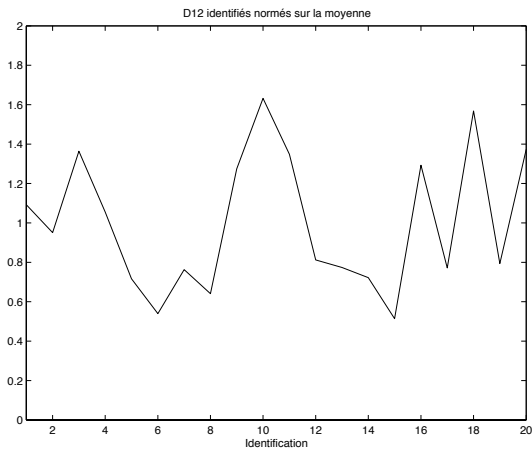
Sensibilité	:	0,55
Moyenne identifiée $\mu$	:	119 400 N.mm
Borne $\mu - r$	:	117 100 N.mm
Borne $\mu + r$	:	121 700 N.mm
Écart-type	:	4 900 N.mm



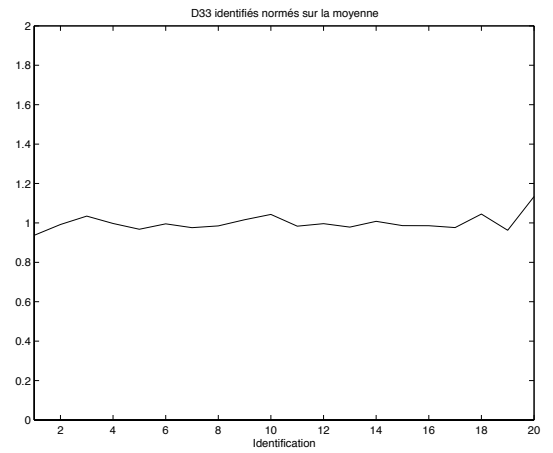
Identification de  $D_{11}$



Identification de  $D_{22}$



Identification de  $D_{12}$



Identification de  $D_{33}$

FIG. III.1.10 – Identification des  $D_{ij}$  du panneau BG12

### III.1.2.3 Le panneau BG15

Les paramètres de constitution du panneau BG15 sont les suivants :

Épaisseur mesurée	: 14,7 mm
Nombre de plis	: 7
Épaisseur mesurée des plis	: 1,1/2,5/2,5/2,5/2,5/2,5/1,1 mm
Séquence d'empilement	: 0°/90°

La modélisation de ce panneau par notre modèle prédictif nous donne la matrice des rigidités en flexion/torsion suivante :

$$D_{ij}^{BG15} = \begin{bmatrix} 1528900 & 76600 & 0 \\ 76600 & 1459500 & 0 \\ 0 & 0 & 175400 \end{bmatrix}$$

On en déduit les modules apparents en flexion longitudinale  $E_L$ , en flexion transverse  $E_T$  et de cisaillement (torsion)  $G_{LT}$  :

$E_L$	: 5 760 MPa
$E_T$	: 5 500 MPa
$G_{LT}$	: 663 MPa

Les essais de caractérisation élastique menés selon la norme EN310 et avec la méthode vibratoire nous ont permis d'identifier les modules apparents en flexion longitudinale et en flexion transverse :

- Module en flexion longitudinale ( $E_L$ )
 

EN 310	: 6 380 MPa
EN 310 corrigé (Flexion 4 points)	: 6 170 < $E_L$ < 6 580 MPa
Méthode vibratoire	: 6 350 MPa
- Module en flexion transverse ( $E_T$ )
 

EN 310	: 4 340 MPa
EN 310 corrigé (Flexion 4 points)	: 5 210 < $E_T$ < 5 560 MPa
Méthode vibratoire	: 5 100 MPa

L'ensemble de ces données constitue les valeurs attendues, soit :

Module	EN310 (4 points)	Vibration	Modèle	Moyenne attendue
$E_L$ (MPa)	6 380	6 350	5 760	6 160
$E_T$ (MPa)	5 390	5 100	5 500	5 330

La figure III.1.5 représente les conditions limites optimisées pour le panneau de contre-plaqué BG12 avec les efforts suivants :  $F_1 = 430$  N au nœud 67,  $F_2 = 270$  N au nœud 185 et  $F_3 = -346$  N au nœud 260.

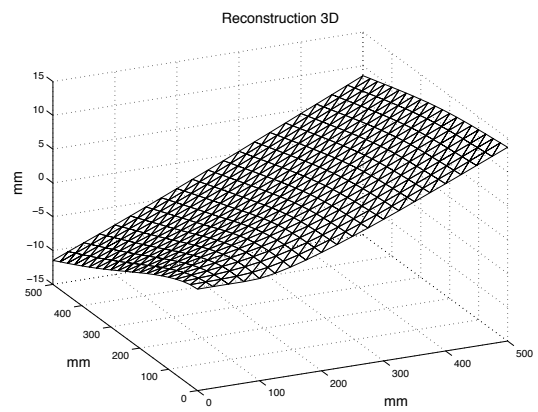
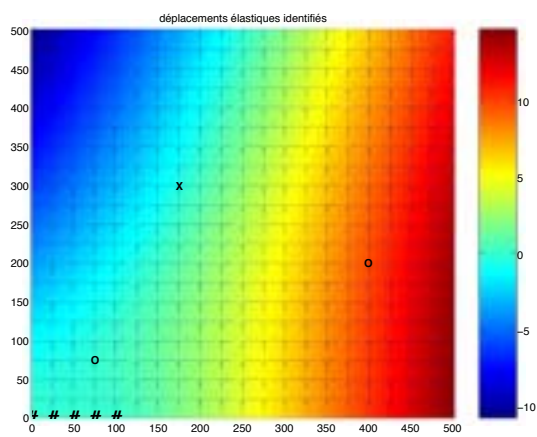
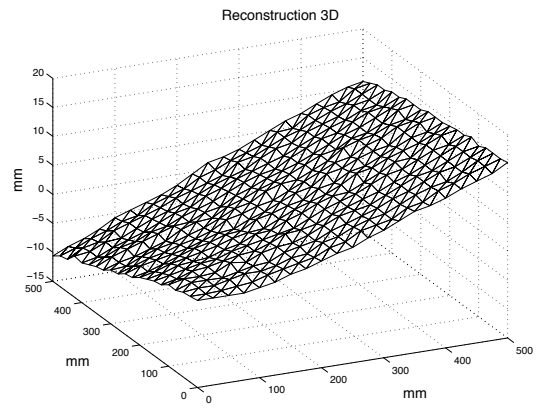
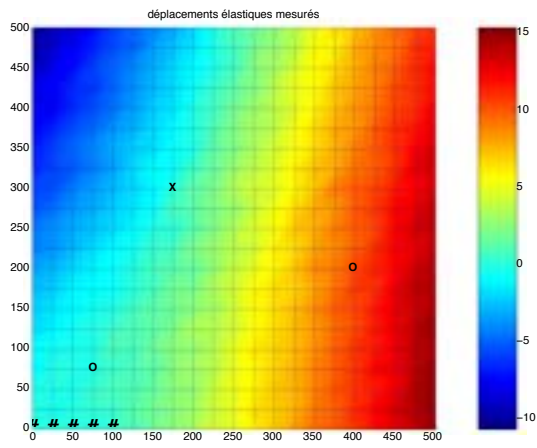
Les sensibilités calculées avec cette configuration sont :

Rigidité	Sensibilité
$D_{11}$	0,78
$D_{12}$	0,16
$D_{22}$	0,63
$D_{33}$	0,60

TAB. III.1.5 – Sensibilités pour le panneau BG15

Les pages suivantes présentent le champ des déplacements mesurés (avec un déplacement maximal de 15,3 mm au nœud 21), le champ des déplacements identifiés (avec un déplacement maximal de 14,7 mm au nœud 21) (figure III.1.11) et les résultats des identifications des paramètres élastiques  $D_{ij}$ .





Superposition des champ mesuré et identifié

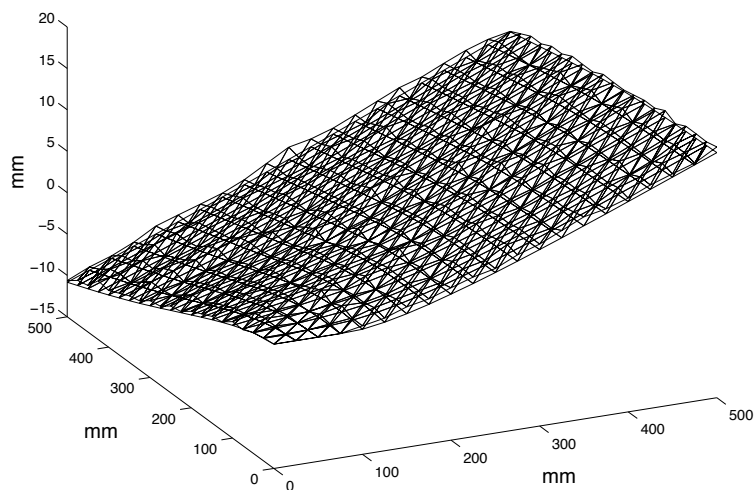


FIG. III.1.11 – Champ des déplacements mesurés et identifiés pour le panneau BG15 (en mm)

Identification de  $D_{11}$

Sensibilité	:	0,78
Moyenne identifiée $\mu$	:	1 619 800 N.mm
Borne $\mu - r$	:	1 585 000 N.mm
Borne $\mu + r$	:	1 654 600 N.mm
Écart-type	:	74 200 N.mm

Identification de  $D_{22}$

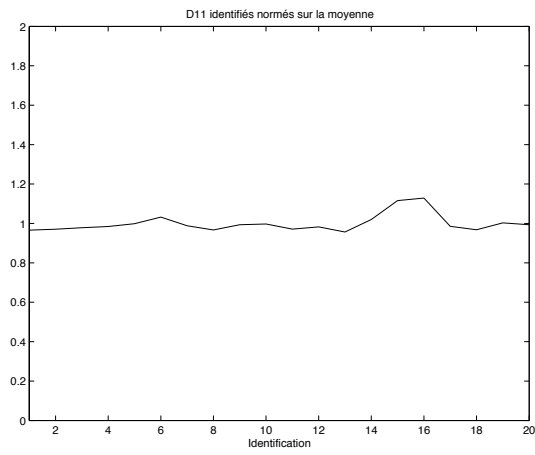
Sensibilité	:	0,62
Moyenne identifiée $\mu$	:	1 312 400 N.mm
Borne $\mu - r$	:	1 293 600 N.mm
Borne $\mu + r$	:	1 331 100 N.mm
Écart-type	:	40 000 N.mm

Identification de  $D_{12}$

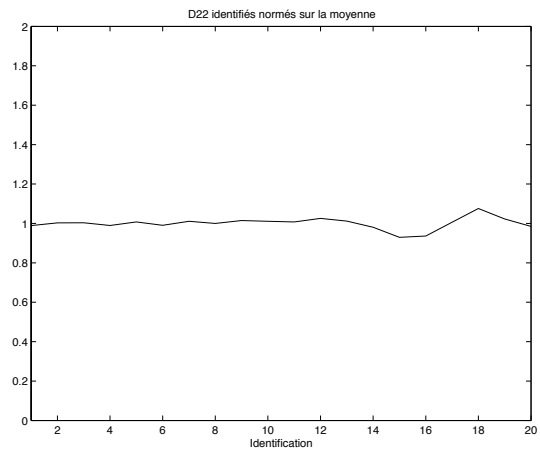
Sensibilité	:	0,16
Moyenne identifiée $\mu$	:	92 700 N.mm
Borne $\mu - r$	:	77 200 N.mm
Borne $\mu + r$	:	108 200 N.mm
Écart-type	:	40 000 N.mm

Identification de  $D_{33}$

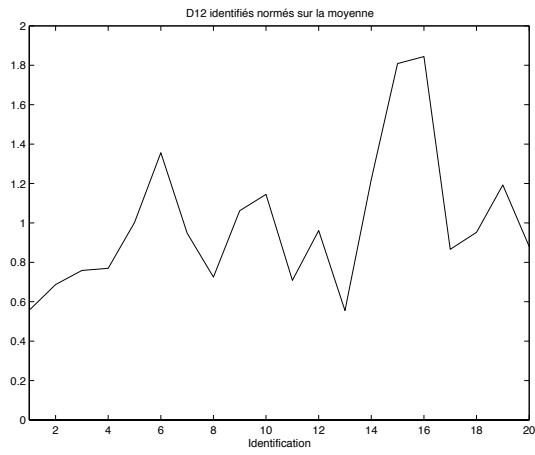
Sensibilité	:	0,60
Moyenne identifiée $\mu$	:	206 900 N.mm
Borne $\mu - r$	:	199 500 N.mm
Borne $\mu + r$	:	214 300 N.mm
Écart-type	:	15 800 N.mm



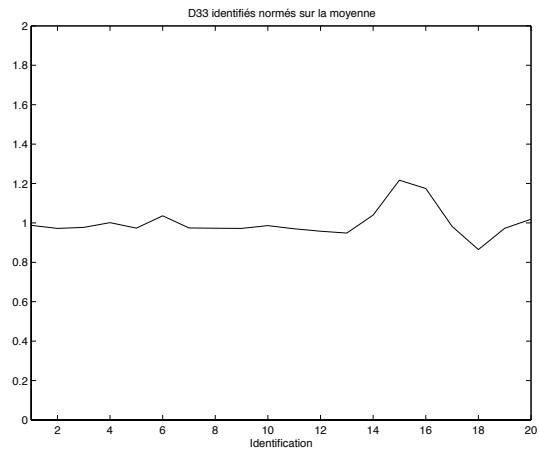
Identification de  $D_{11}$



Identification de  $D_{22}$



Identification de  $D_{12}$



Identification de  $D_{33}$

FIG. III.1.12 – Identification des  $D_{ij}$  du panneau BG15

### III.1.2.4 Le panneau BG18

Les paramètres de constitution du panneau BG18 sont les suivants :

Épaisseur mesurée	: 18,1 mm
Nombre de plis	: 9
Épaisseur mesurée des plis	: 1,1/2,6/1,2/2,6/2,6/2,6/1,2/2,6/1,1 mm
Séquence d'empilement	: 0°/90°

La modélisation de ce panneau par notre modèle prédictif nous donne la matrice des rigidités en flexion/torsion suivante :

$$D_{ij}^{BG18} = \begin{bmatrix} 2333500 & 124800 & 0 \\ 124800 & 2684400 & 0 \\ 0 & 0 & 291900 \end{bmatrix}$$

On en déduit les modules apparents en flexion longitudinale  $E_L$ , en flexion transverse  $E_T$  et de cisaillement (torsion)  $G_{LT}$  :

$E_L$	: 4 710 MPa
$E_T$	: 5 410 MPa
$G_{LT}$	: 590 MPa

Les essais de caractérisation élastique menés selon la norme EN310 et avec la méthode vibratoire nous ont permis d'identifier les modules apparents en flexion longitudinale et en flexion transverse :

- Module en flexion longitudinale ( $E_L$ )
 

EN 310	: 3 790 MPa
EN 310 corrigé (Flexion 4 points)	: 4 550 < $E_L$ < 4 850 MPa
Méthode vibratoire	: 4 200 MPa
  
- Module en flexion transverse ( $E_T$ )
 

EN 310	: 4 430 MPa
EN 310 corrigé (Flexion 4 points)	: 5 300 < $E_T$ < 5 650 MPa
Méthode vibratoire	: 5 450 MPa

L'ensemble de ces données constitue les valeurs attendues, soit :

Module	EN310 (4 points)	Vibration	Modèle	Moyenne attendue
$E_L$ (MPa)	4 700	4 200	4 710	4 540
$E_T$ (MPa)	5 480	5 450	5 410	5 450

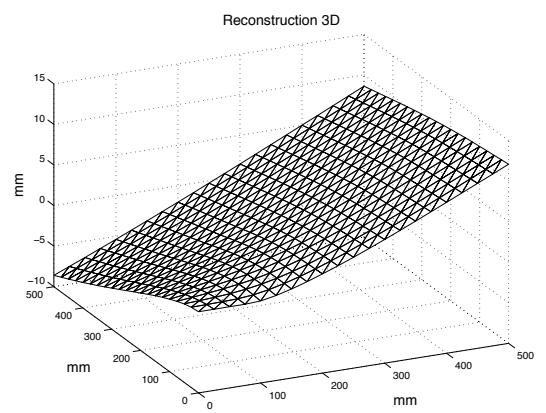
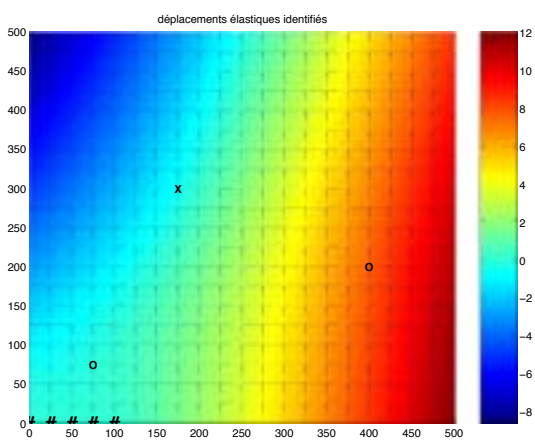
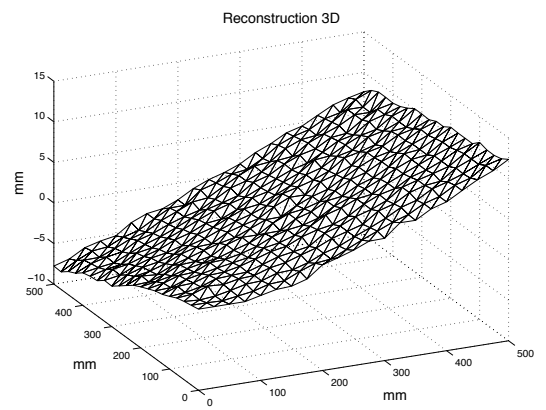
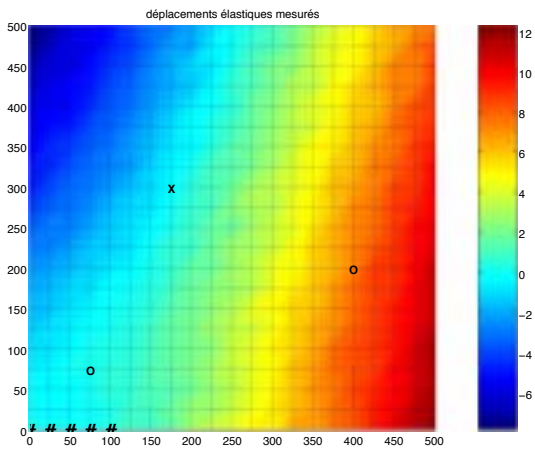
La figure III.1.5 représente les conditions limites optimisées pour le panneau de contre-plaqué BG18 avec les efforts suivants :  $F_1 = 565$  N au nœud 67,  $F_2 = 338$  N au nœud 185 et  $F_3 = -468$  N au nœud 260.

Les sensibilités calculées avec cette configuration sont :

Rigidité	Sensibilité
$D_{11}$	0,79
$D_{12}$	0,12
$D_{22}$	0,74
$D_{33}$	0,55

TAB. III.1.6 – Sensibilités pour le panneau BG18

Les pages suivantes présentent le champ des déplacements mesurés (avec un déplacement maximal de 12,4 mm au nœud 21), le champ des déplacements identifiés (avec un déplacement maximal de 12,1 mm au nœud 21) (figure III.1.13) et les résultats des identifications des paramètres élastiques  $D_{ij}$ .



Superposition des champ mesuré et identifié

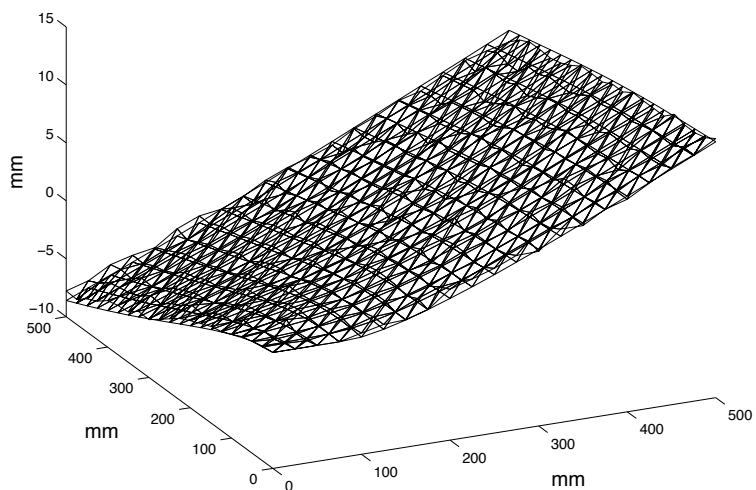


FIG. III.13 – Champ des déplacements mesurés et identifiés pour le panneau BG18 (en mm)

identification de  $D_{11}$

Sensibilité	:	0,79
Moyenne identifiée $\mu$	:	2 167 400 N.mm
Borne $\mu - r$	:	2 088 200 N.mm
Borne $\mu + r$	:	2 246 500 N.mm
Écart-type	:	168 700 N.mm

Identification de  $D_{22}$

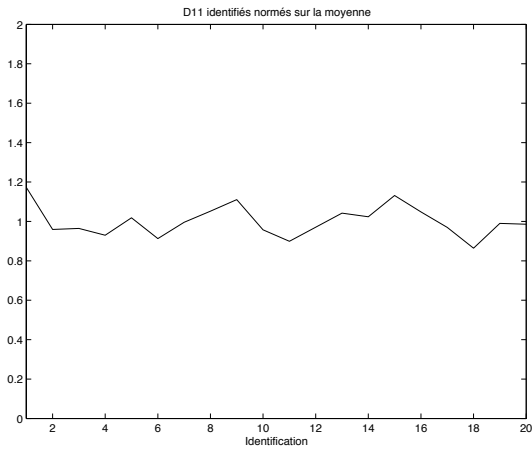
Sensibilité	:	0,74
Moyenne identifiée $\mu$	:	2 671 600 N.mm
Borne $\mu - r$	:	2 537 000 N.mm
Borne $\mu + r$	:	2 806 200 N.mm
Écart-type	:	286 800 N.mm

Identification de  $D_{12}$

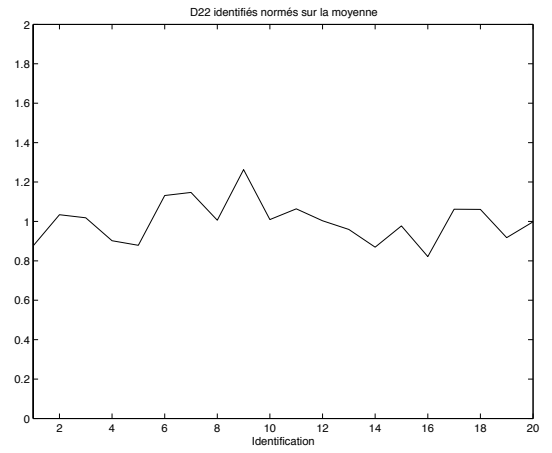
Sensibilité	:	0,12
Moyenne identifiée $\mu$	:	65 400 N.mm
Borne $\mu - r$	:	33 700 N.mm
Borne $\mu + r$	:	97 100 N.mm
Écart-type	:	67 600 N.mm

Identification de  $D_{33}$

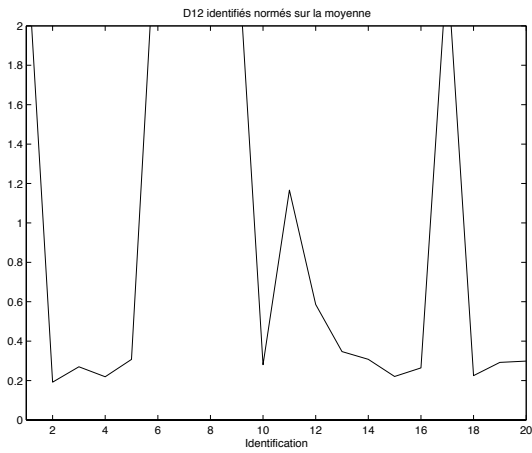
Sensibilité	:	0,55
Moyenne identifiée $\mu$	:	292 500 N.mm
Borne $\mu - r$	:	275 200 N.mm
Borne $\mu + r$	:	309 800 N.mm
Écart-type	:	37 000 N.mm



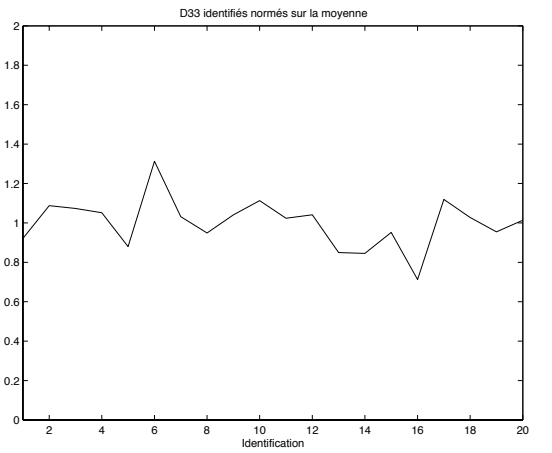
Identification de  $D_{11}$



Identification de  $D_{22}$



Identification de  $D_{12}$



Identification de  $D_{33}$

FIG. III.1.14 – Identification des  $D_{ij}$  du panneau BG18



### III.1.2.5 Test de la robustesse de l'essai

Pour évaluer la robustesse de ces essais, nous avons étudié l'influence d'une erreur de mesure sur l'identification des paramètres élastiques. Lors de l'identification par la méthode de Monte-Carlo, le champ des déplacements expérimental est systématiquement bruité entre 0% et 5% selon une loi de probabilité uniforme et à chaque identification. Ainsi, pour chaque identification, à la fois les valeurs initiales et le champ des déplacements de référence sont différents. Le tableau III.1.7 présente les résultats obtenus avec l'identification des paramètres élastiques du panneau BG12 comparés aux valeurs attendues des modules  $E_L$  et  $E_T$ . On peut constater l'influence

<b>BG12</b>	Valeurs attendues	Valeurs identifiées	Coef. var.	Erreur
$E_L$ (MPa)	5 470	5 370	1,5%	1,8%
$E_T$ (MPa)	5 830	5 680	1,8%	2,6%

TAB. III.1.7 – Identification avec champ expérimental bruité

très limitée du bruit sur la qualité de l'identification. Les coefficients de variation restent très faible et l'erreur est peu ou pas amplifiée. Notre objectif est donc atteint puisque la robustesse de l'ensemble du protocole d'essai a été validée. La section suivante présente l'ensemble des résultats des identifications élastiques.

### III.1.3 Synthèse des résultats

Les matrices identifiées des rigidités en flexion/torsion  $D_{ij}$  sont (en N.mm) :

– Panneau BG10

$$D_{ij}^{BG10} = \begin{bmatrix} 503850 & 16100 & 0 \\ 16100 & 419900 & 0 \\ 0 & 0 & 55700 \end{bmatrix}$$

– Panneau BG12

$$D_{ij}^{BG12} = \begin{bmatrix} 737300 & 39700 & 0 \\ 39700 & 762800 & 0 \\ 0 & 0 & 119400 \end{bmatrix}$$

– Panneau BG15

$$D_{ij}^{BG15} = \begin{bmatrix} 1620000 & 92700 & 0 \\ 92700 & 1312400 & 0 \\ 0 & 0 & 206900 \end{bmatrix}$$

– Panneau BG18

$$D_{ij}^{BG18} = \begin{bmatrix} 2167400 & 65400 & 0 \\ 65400 & 2671600 & 0 \\ 0 & 0 & 292500 \end{bmatrix}$$

On en déduit les modules  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$  et le coefficient  $\nu_{LT}$ . Les tableaux suivants regroupent l'ensemble des paramètres identifiés.

<b>BG10</b>	$E_L$ (MPa)	$E_T$ (MPa)	$G_{LT}$ (MPa)	$\nu_{LT}$
EN310 (4 points)	6 300	5 280	-	-
Vibration	6 100	5 000	-	-
Modèle	6 150	5 100	660	0,046
Moyenne attendue	6 180	5 130	660	0,046
Moyenne identifiée	6 420	5 350	710	0,032
Erreur	3,9%	4,3%	7,6%	30%

<b>BG12</b>	$E_L$ (MPa)	$E_T$ (MPa)	$G_{LT}$ (MPa)	$\nu_{LT}$
EN310 (4 points)	5 430	6 000	-	-
Vibration	5 500	5 700	-	-
Modèle	5 480	5 780	662	0,053
Moyenne attendue	5 470	5 830	663	0,053
Moyenne identifiée	5 510	5 700	890	0,054
Erreur	0,7%	2,6%	34,2%	1,9%

<b>BG15</b>	$E_L$ (MPa)	$E_T$ (MPa)	$G_{LT}$ (MPa)	$\nu_{LT}$
EN310 (4 points)	6 380	5 390	-	-
Vibration	6 350	5 100	-	-
Modèle	5 760	5 500	662	0,05
Moyenne attendue	6 160	5 330	662	0,05
Moyenne identifiée	6 100	4 950	780	0,057
Erreur	1%	7,1%	17,8%	14%

<b>BG18</b>	$E_L$ (MPa)	$E_T$ (MPa)	$G_{LT}$ (MPa)	$\nu_{LT}$
EN310 (4 points)	4 700	5 480	-	-
Vibration	4 200	5 450	-	-
Modèle	4 710	5 410	590	0,053
Moyenne attendue	4 540	5 450	590	0,053
Moyenne identifiée	4 380	5 400	592	0,03
Erreur	3,5%	0,93%	0,34%	43,4%

TAB. III.1.8 – Comparaison de l'ensemble des identifications

Le tableau III.1.8 regroupe l'ensemble des identifications obtenues selon les trois méthodes d'identification. La méthode EN310 nécessite le découpage d'éprouvettes de dimensions réduites selon les deux sens longitudinale et transverse. Les hétérogénéités du matériau peuvent être de la taille des éprouvettes et provoquer une dispersion importante des résultats. Il est nécessaire d'effectuer un grand nombre d'essais et de moyenner les résultats obtenus. A l'opposé, la méthode vibratoire a été utilisée sur les panneaux entiers de grandes dimensions. Ces deux méthodes ont fourni des résultats très proches pour les modules  $E_L$  et  $E_T$ . La moyenne de ces résultats est considérée comme la valeur attendue.

On observe une très bonne corrélation des résultats en ce qui concerne les deux modules ayant les plus fortes sensibilités, à savoir  $E_L$  et  $E_T$  (liés aux identifications de  $D_{11}$  et  $D_{22}$ ), pour l'ensemble des quatre panneaux. L'erreur moyenne sur l'identification du paramètre  $D_{11}$  est de 2,28% et de 3,73% sur le paramètre  $D_{22}$ .

N'ayant pas de donnée expérimentale concernant  $G_{LT}$ , on ne peut que le confronter au module de cisaillement attendu par le modèle et donc non vérifié ; il convient d'être prudent. Cependant, on observe une bonne stabilité sur l'identification de ce paramètre (lié à l'identification de  $D_{33}$ ) et un petit intervalle de confiance à 95% de probabilité.

Concernant le paramètre  $\nu_{LT}$  (lié à l'identification de  $D_{12}$ ), le niveau de sensibilité laissait indiquer la possibilité d'une identification difficile. C'est en effet ce que l'on observe avec la présence d'un écart-type important et une erreur moyenne de plus de 22%. Nous ferons la même remarque que précédemment, à savoir qu'il s'agit d'une erreur par rapport à un modèle non fiable en  $D_{12}$ . Nous considérons l'identification de ce paramètre comme étant plutôt indicative.

En se référant uniquement à l'identification des paramètres  $D_{11}$  et  $D_{22}$ , nous pouvons considérer que nous avons validé notre méthode pour l'identification élastique des paramètres mécaniques de panneaux. De plus, nos essais sont optimisés pour activer autant que possible toutes les rigidités des panneaux. En regard des résultats des identifications des paramètres  $D_{11}$  et  $D_{22}$ , nous pouvons également considérer que l'identification des paramètres  $D_{33}$  et  $D_{12}$  est également validée. Par contre, dans le cas de ces deux paramètres, nous ne disposons pas de la possibilité de vérifier ces identifications par une méthode expérimentale alternative. Les valeurs identifiées

n'ont pour nous pour le moment qu'une valeur indicative.

## Chapitre III.2

# Identification viscoélastique

Dès le début de notre étude, nous avons fait l'hypothèse qu'un essai optimisé pour l'identification des paramètres élastiques d'un panneau, le reste pour l'identification des paramètres viscoélastiques de ce panneau.

Nous avons effectué un essai viscoélastique sur le panneau BG15 et le panneau BG18. Nous avons délibérément choisi les deux panneaux les plus rigides pour limiter la flèche maximale. Celle-ci ne doit pas sortir de la profondeur de champ mesurable (calibrée à 40 mm). Nous présentons ici les résultats obtenus avec les essais viscoélastiques sur le panneau BG18 et un panneau spécial fil sur fil.

### III.2.1 Le déroulement de l'essai

Dès que l'acquisition du champ des déplacements pour l'identification élastique est faite, le panneau est déchargé immédiatement. Après un délai de repos, le panneau est de nouveau chargé pour l'essai viscoélastique. L'acquisition du champ des déplacements est automatisée.

Qualitativement, nous connaissons à priori le comportement viscoélastique global du panneau. Nous savons que les quelques heures qui suivent le début du chargement sont très riches en informations car la vitesse de fluage  $y$  est la plus grande. Puis, cette vitesse diminuant, il est possible d'espacer de plus en plus les acquisitions. La fréquence des acquisitions n'est donc pas constante mais suit la loi d'une suite géométrique dont la raison dépend de la durée totale de l'essai, du délai de la première

acquisition viscoélastique et du nombre de pas de temps.

Nous avons fixé la durée de l'essai à une semaine complète, soit 604 800 secondes. La première acquisition viscoélastique est fixée à 5 minutes (soit 300 secondes) d'une toute première acquisition élastique. La suite géométrique donnant la fréquence des acquisitions est :

$$t_1 = 300$$

$$\Delta t_n = 1,606^n \cdot t_1 \quad n > 1$$

Nous avons quinze acquisitions viscoélastiques plus l'acquisition élastique initiale à  $t = 0$ , soit au total seize acquisitions :

$t_n$ (sec)	hh :mm :ss	$t_n$ (sec)	hh :mm :ss
0	00 :00 :00	21438	05 :57 :18
300	00 :05 :00	34737	09 :38 :57
782	00 :13 :02	56100	15 :35 :00
1556	00 :25 :56	90416	1 jour 01 :06 :56
2799	00 :46 :39	145539	1 jour 16 :25 :39
4796	01 :19 :56	234085	2 jours 17 :01 :25
8005	02 :13 :25	376321	4 jours 08 :32 :01
13159	03 :39 :19	604800	7 jours 00 :00 :00

TAB. III.2.1 – Fréquence des acquisition

Le bâti est placé dans l'enceinte climatique. Comme nous l'avons indiqué dans la deuxième partie consacrée à la mise au point du dispositif expérimental, il faut absolument éviter toute apparition de buée sur la vitre de l'enceinte sous peine de rendre l'acquisition impossible. Compte tenu de l'ambiance de la pièce (20°C et 45% d'humidité relative), la température de l'enceinte de doit pas dépasser 25°C pour une humidité relative d'environ 60 à 65%. Dans ces conditions, selon l'Eurocode 5, nous sommes en classe de service 1, c'est-à-dire en humidité relative de l'air ambiant de 65% durant seulement quelques semaines par an.

## III.2.2 Présentation succincte de l’Eurocode 5

L’Eurocode 5 [48] fait partie d’un ensemble de neuf programmes destinés à établir les règles de conception de structures. L’Eurocode 5 concerne la construction en bois [48]. Dans la section 3 de l’Eurocode, consacrée aux propriétés mécaniques des matériaux, on définit un coefficient de déformation pour prendre en compte le fluage, noté  $K_{def}$ .

La valeur finale moyenne d’une rigidité, notée  $E_{mean,fin}$ , doit être donnée par :

$$E_{mean,fin} = \frac{E_{mean,inst}}{1 + \Psi_2 \cdot K_{def}} \quad (\text{III.2.1})$$

où  $E_{mean,inst}$  est la valeur instantanée de la rigidité,  $K_{def}$  le facteur de déformation pour tenir compte des effets du chargement et de l’humidité sur la structure et  $\Psi_2$  est un coefficient de correction qui dépend de la durée du chargement. Cette formulation correspond à l’hypothèse d’un comportement élastique sécant. Pour des actions permanentes,  $\Psi_2 = 1, 0$ .

Ces deux facteurs,  $K_{def}$  et  $\Psi_2$ , permettent également de calculer les déformations. La déformation instantanée  $u_{int}$  pour une action donnée, est calculée en utilisant la valeur du module d’élasticité appropriée. La déformation finale  $u_{fin}$  est égale à la somme de la déformation instantanée  $u_{int}$  et des déformations dues au fluage  $u_{creep}$  :

$$u_{fin} = u_{int} + u_{creep} = u_{int}(1 + \Psi_2 \cdot K_{def}) \quad (\text{III.2.2})$$

La valeur du facteur  $K_{def}$  dépend de deux paramètres qui sont la classe de service, c’est-à-dire les conditions d’environnement, la durée d’application des charges et la pièce de bois considérée.

Pour une humidité relative de l’air ambiant de 65% durant quelques semaines, nous sommes en classe de service 1. La durée d’application des charges est détaillée dans le tableau suivant :



Classe de durée	Durée cumulée	Exemple d'actions
permanente	10 ans et plus	poids propre
long terme	6 mois à 1 an	éléments stockés
moyen terme	1 semaine à 6 mois	charge d'exploitation
court terme	moins d'une semaine	neige, vent
instantanée	-	action accidentelle

Dans le cas des panneaux contre-plaqués en classe de service 1, les termes  $\Psi_2.K_{def}$  sont :

Durée	instantanée	court terme	moyen terme	long terme	permanente
$\Psi_2.K_{def}$	0,00	0,00	0,25	0,80	0,80

Nous utiliserons ces données ainsi que les équations III.2.1 et III.2.2 pour valider l'identification des paramètres viscoélastiques du panneau BG18.

### III.2.3 Résultats de l'identification viscoélastique du panneau BG18

#### III.2.3.1 Identification des paramètres viscoélastiques

L'essai viscoélastique sur le panneau BG18 a été mené selon le protocole énoncé plus haut en utilisant les mêmes conditions limites que l'essai élastique. Cependant, la mise en charge étant manuelle, il n'est pas possible d'atteindre des efforts strictement identiques. La figure III.2.1 rappelle la configuration d'essai, avec les efforts suivants :  $F_1 = 552$  N au nœud 67,  $F_2 = 325$  N au nœud 185 et  $F_3 = -456$  N au nœud 260.

Comme nous l'avons indiqué au chapitre II.1, nous avons choisi une modélisation des paramètres viscoélastiques selon un schéma d'assemblage de type maxwell généralisé à trois maillons viscoélastiques ( $\alpha = 3$ ) :

$$D_{ij}(t) = D_{ij,\infty} + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} e^{-\frac{t}{\lambda_{\alpha}}} \quad (\text{III.2.3})$$

où  $D_{ij,\infty}$  représente la rigidité atteinte au bout d'un temps infini et les  $D_{ij,\alpha}$  représentent les caractères viscoélastiques qui s'activent selon les temps de retard  $\lambda_{\alpha}$ .

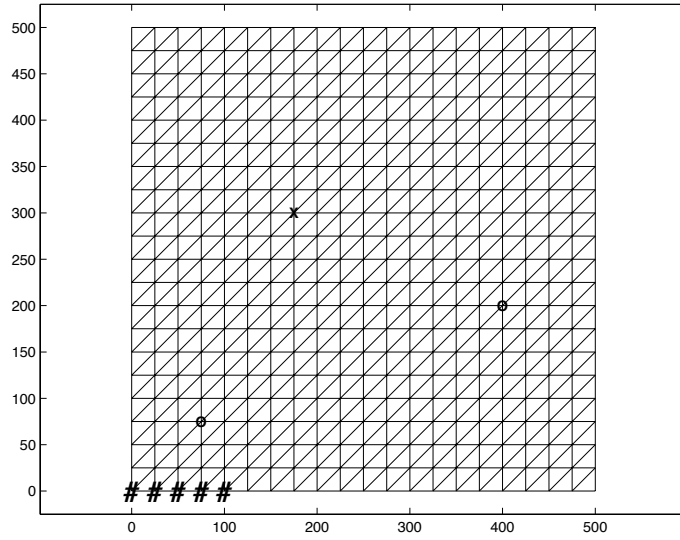


FIG. III.2.1 – Configuration optimisée pour les panneaux BG

Les paramètres viscoélastiques identifiés sont :

$$D_{ij,\infty} = \begin{bmatrix} 1366620 & 20155 & 0 \\ 20155 & 1235100 & 0 \\ 0 & 0 & 162870 \end{bmatrix} \quad D_{ij,\alpha=1} = \begin{bmatrix} 119940 & 108370 & 0 \\ 108370 & 693800 & 0 \\ 0 & 0 & 11185 \end{bmatrix}$$

$$D_{ij,\alpha=2} = \begin{bmatrix} 383110 & 44910 & 0 \\ 44910 & 161290 & 0 \\ 0 & 0 & 61380 \end{bmatrix} \quad D_{ij,\alpha=3} = \begin{bmatrix} 298870 & 44680 & 0 \\ 44680 & 386540 & 0 \\ 0 & 0 & 39890 \end{bmatrix}$$

avec  $\lambda_1 = 3566$ ,  $\lambda_2 = 403470$  et  $\lambda_3 = 6882200$ .

A  $t = 0$ , nous devrions retrouver la relation suivante :

$$D_{ij}^{lastique} = D_{ij}^{viscolastique}(0) = D_{ij,\infty} + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha}$$

Nous rappelons les résultats de l'identification élastique :

$$D_{ij}^{elastique} = \begin{bmatrix} 2167400 & 65400 & 0 \\ 65400 & 2671600 & 0 \\ 0 & 0 & 292500 \end{bmatrix}$$

A  $t = 0$ , nous avons :

$$D_{ij}^{viscolastique}(0) = \begin{bmatrix} 2168540 & 218110 & 0 \\ 218110 & 2476730 & 0 \\ 0 & 0 & 275330 \end{bmatrix}$$

Nous obtenons une excellente corrélation sur les termes diagonaux (bonnes sensibilités). Par contre nous observons une différence importante sur le terme de couplage  $D_{12}$ . Il faut cependant noter qu'il s'agit ici des résultats obtenus sur une identification et non une moyenne obtenue par Monte-Carlo. Nous avons montré que la très faible sensibilité du paramètre  $D_{12}$  entraînait une grande variation de la valeur identifiée sur plusieurs identifications. On ne peut donc pas conclure sur cette valeur de  $D_{12}$  obtenue par une seule identification.

Si l'on représente sur un même graphe le champ des déplacements à  $t = 0$  calculé avec les paramètres viscoélastiques identifiés et mesuré, nous observons deux maillages quasi-identiques (figure III.2.2).

Les figures suivantes représentent un échantillon du calage du champ des déplacements en six nœuds (16, 124, 222, 302, 361, 384). La position de ces nœuds est indiquée sur la figure III.2.3. Ces points ont été choisis car ils forment un échantillon représentatif du comportement de l'ensemble des points mesurés. Comme nous l'avons indiqué dans la section I.2.2, il s'agit d'essais non statiquement déterminés à conditions limites constantes où l'état de contraintes est fonction du temps puisque dépendant de la loi de comportement viscoélastique du matériau. Nous ne sommes pas dans des conditions de fluage; il est donc normal d'observer des évolutions "non conventionnelles" des déplacements qui ont été mesurées et identifiées (différentes des représentations classiques de type fluage ou relaxation comme vu dans la section I.2.2).

Champs des déplacements identifiés et expérimentaux à  $t=0s$

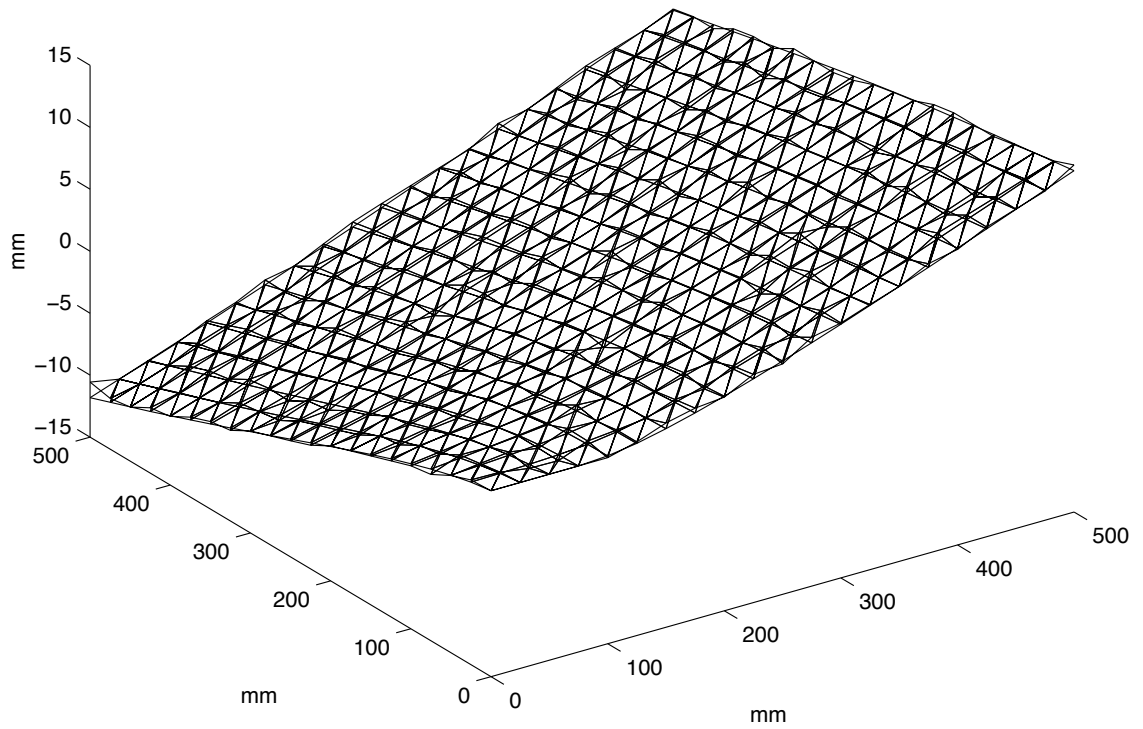


FIG. III.2.2 – Comparaison des champs de déplacements identifiés et mesurés

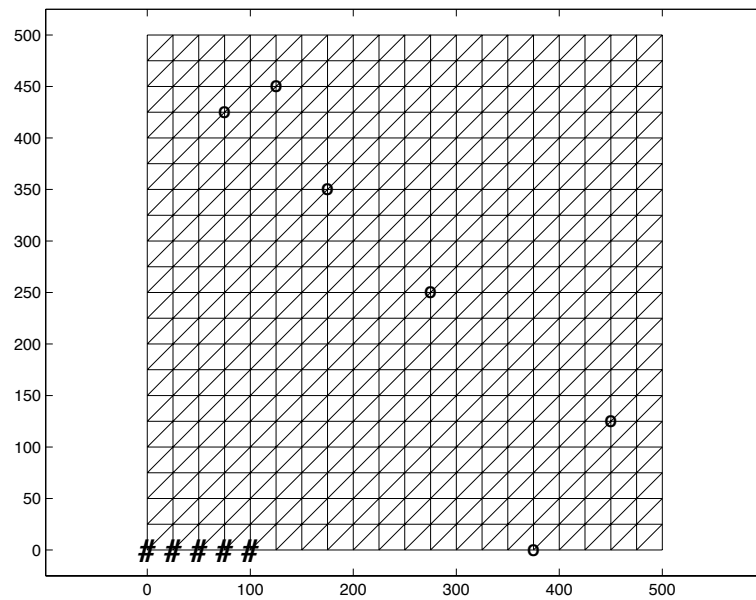


FIG. III.2.3 – Carte des points présentés

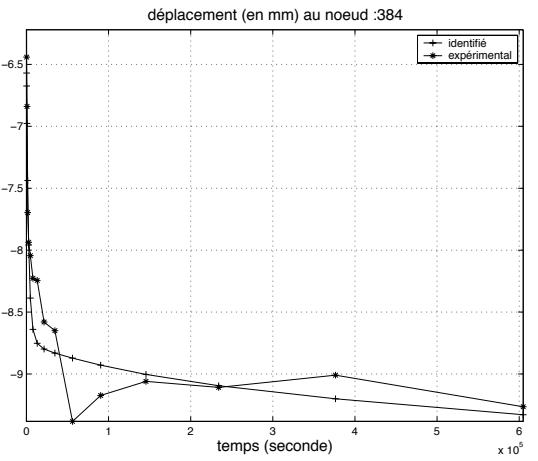
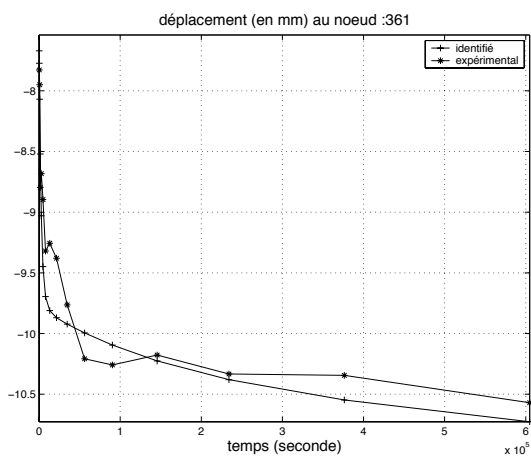
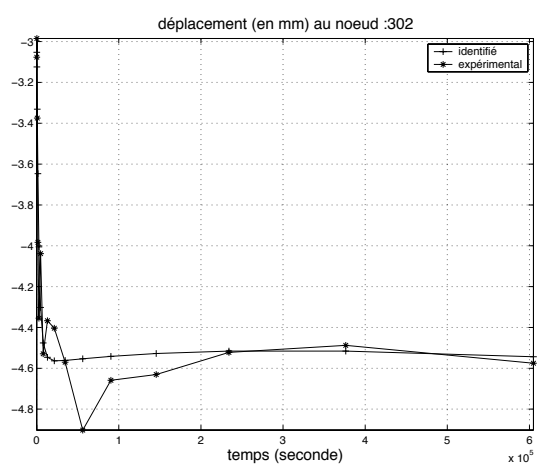
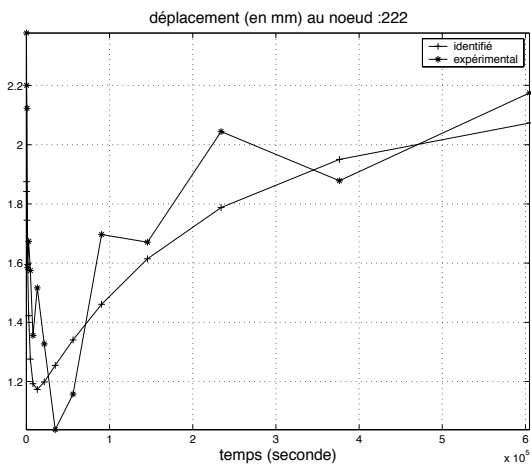
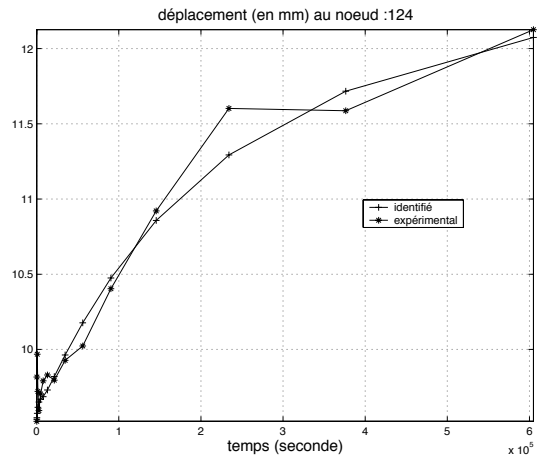
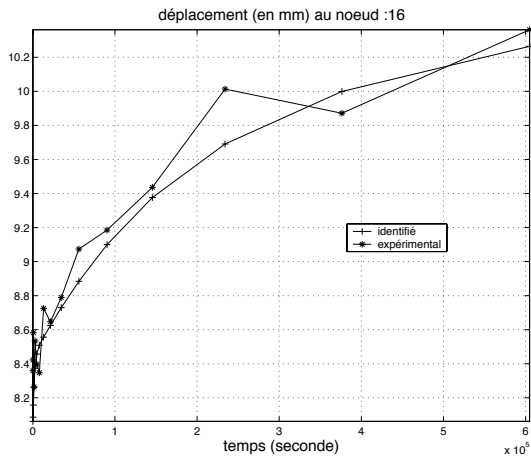


FIG. III.2.4 – Quelques mesures de  $w$  du panneau BG18 sur une semaine

Nous pouvons maintenant exploiter le modèle viscoélastique en simulant un chargement à long terme. Nous avons effectué une simulation sur six mois. L'évolution des rigidités  $D_{ij}(t)$  est présentée dans la figure suivante.

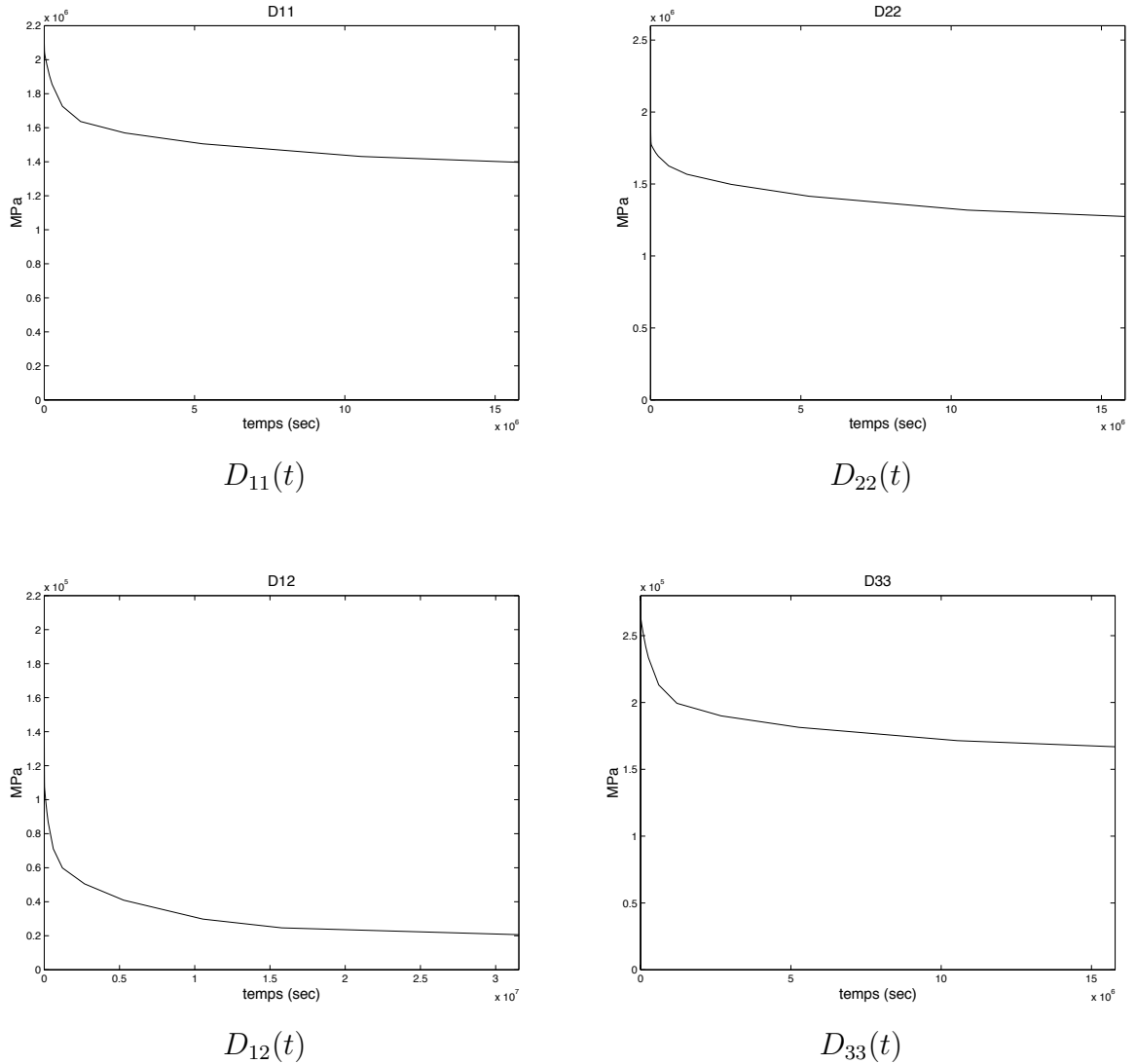


FIG. III.2.5 – Simulation sur 6 mois des  $D_{ij}(t)$  identifiés (panneau BG18)

Si l'on prolonge le calcul à dix ans, nous pouvons déterminer les facteurs de déformation  $\Psi_2.K_{def}$  à une semaine, six mois, un an et dix ans. La figure III.2.6 rassemble les  $\Psi_2.K_{def}$  donnés par l'Eurocode 5 et les  $\Psi_2.K_{def}$  identifiés par notre essai viscoélastique sur le champ des déplacements.

Si l'on considère ces  $\Psi_2.K_{def}$  sur le champ des déplacements, nous observons une très bonne corrélation. Les  $\Psi_2.K_{def}$  identifiés suivent les valeurs des  $\Psi_2.K_{def}$  empiriques

données dans l’Eurocode 5 et établies par l’expérience.

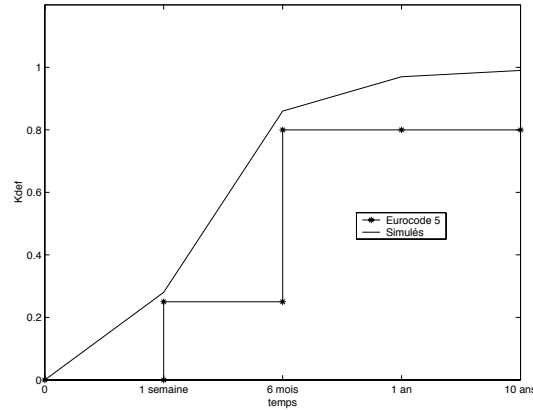


FIG. III.2.6 – Simulation des  $\Psi_2 \cdot K_{def}$  pour le champ des déplacements identifiés (panneau BG18)

A partir d’un essai viscoélastique sur une courte durée d’une semaine, il semble que nous puissions envisager de prédire les  $\Psi_2 \cdot K_{def}$  de déformations à long terme (un an) et plus. Il nous faudrait conduire pour cela des essais plus longs.

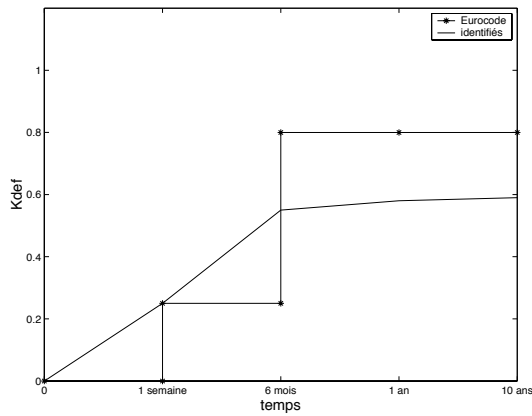
La figure III.2.7 représente les facteurs  $K_{def}^s$  simulés à une semaine, six mois, un an et dix ans pour les  $D_{ij}(t)$  identifiés.

Plutôt que  $K_{def}^s$ , nous pouvons présenter les coefficients  $1/(1 + K_{def}^s)$  qui exprime l’élasticité sécante à court, moyen et long terme, soit  $\frac{D_{ij}(t)}{D_{ij}(0)}$ .

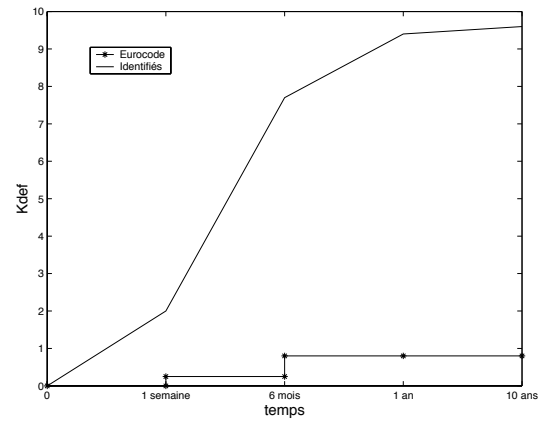
temps	court terme	moyen terme	long terme	permanent
$\frac{D_{11}(t)}{D_{11}(0)}$	0,80	0,65	0,63	0,628
$\frac{D_{22}(t)}{D_{22}(0)}$	0,67	0,52	0,51	0,5
$\frac{D_{33}(t)}{D_{33}(0)}$	0,78	0,61	0,60	0,59
$\frac{D_{12}(t)}{D_{12}(0)}$	0,33	0,12	0,10	0,10

TAB. III.2.2 – Evolution des  $D_{ij}$

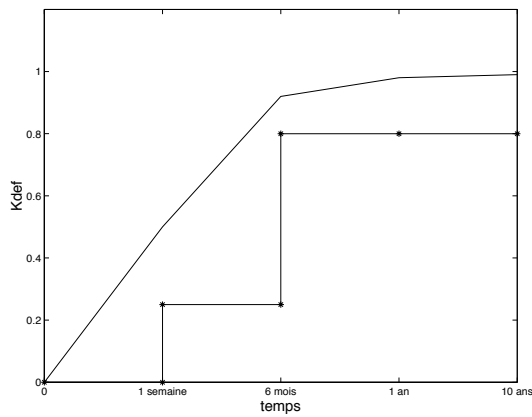
Nous pouvons constater une bonne corrélation entre les  $K_{def}$  donnés dans l’Eurocode 5 et les  $K_{def}^s$  simulés. Il faut cependant rappeler que les  $K_{def}$  de l’Eurocode 5 sont basés sur des essais uni-axiaux qui ne font donc intervenir qu’une rigidité à la fois



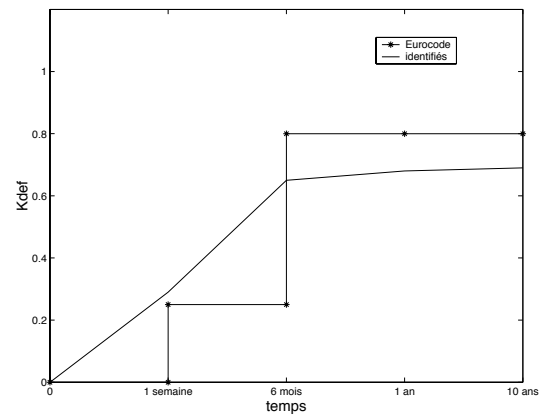
$K_{def}^s$  pour  $D_{11}$



$K_{def}^s$  pour  $D_{12}$



$K_{def}^s$  pour  $D_{22}$



$K_{def}^s$  pour  $D_{33}$

FIG. III.2.7 – Simulation des  $K_{def}^s$  pour les  $D_{ij}(t)$  identifiés (panneau BG18)

sous contraintes constantes. Dans notre cas, toutes les rigidités sont activées et l'état de contraintes n'est pas constant. Dans ces conditions, rien ne nous indique que tous les paramètres mécaniques devraient suivre le même comportement viscoélastique et donc suivre la même "courbe" de  $K_{def}$ .

### III.2.3.2 Représentation qualitative

Pour évaluer la participation relative de chaque maillon viscoélastique à court, moyen et long terme, nous avons représenté chaque rigidité  $D_{ij}$  comme l'assemblage de tous les maillons. La figure III.2.8 permet de comparer les parts relatives de chaque



maillon, notés  $\infty$ , 1, 2 et 3, correspondant au maillon  $D_{ij,\infty}$  et aux trois maillons viscoélastiques  $D_{ij,k}$  activés selon les temps  $\lambda_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ .

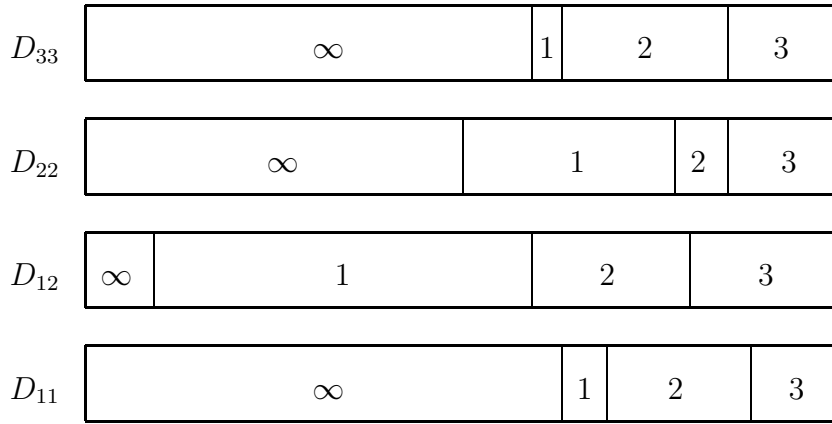


FIG. III.2.8 – Répartition des maillons viscoélastiques identifiés (panneau BG18)

On rappelle les temps d'activation :  $\lambda_1 = 1 h$ ,  $\lambda_2 = 4 \text{ jours } 16 h$  et  $\lambda_3 = 79 \text{ jours } 16 h$ .

Avec cette représentation, nous mettons en évidence différents comportements viscoélastiques. Le terme de couplage  $D_{12}$ , notamment, qui montre une grande vitesse viscoélastique à très court terme puisque le maillon correspondant participe à hauteur de 50%. Cette particularité pourrait expliquer la différence observée entre le terme viscoélastique à  $t = 0$ ,  $D_{12}(0)$ , et le terme élastique identifié  $D_{12}$ . Le temps de mise en charge du panneau, puis le temps de faire la première acquisition, permettent au terme de couplage  $D_{12}$  de commencer à exprimer son caractère viscoélastique à très court terme. Ceci influence l'identification élastique.

Le panneau BG18 testé en viscoélasticité ne présente pas une anisotropie suffisante permettant de conclure sur l'anisotropie des phénomènes viscoélastiques. On observe cependant une répartition différente de l'influence de chaque maillon sur le comportement viscoélastique de chacune des rigidités. Pour aller plus loin, des essais sur des panneaux fortement anisotropes sont nécessaires. Un panneau spécial fil sur fil (notés FF) a été testé dans ce but.

### III.2.4 Résultats de l'identification viscoélastique du panneau FF

Pour obtenir un panneau fortement anisotrope, il suffit d'orienter tous les plis dans le même sens. Nous avons fabriqué un panneau tout okoumé constitué de sept plis selon la séquence (épaisseurs) 1,2/2,6/2,6/2,6/2,6/2,6/1,2. L'épaisseur totale théorique est de 15,4 mm mais après pressage l'épaisseur mesurée est de 15 mm.

La modélisation de ce panneau nous donne la matrice des rigidités de plaques élastiques suivantes (en N.mm) :

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 3000000 & 81400 & 0 \\ 81400 & 173200 & 0 \\ 0 & 0 & 186400 \end{bmatrix}$$

la configuration d'essai optimisée est donnée dans la figure III.2.9. Les efforts sont  $F_1 = 535$  N au nœud 83,  $F_2 = 220$  N au nœud 239 et  $F_3 = -300$  N au nœud 246.

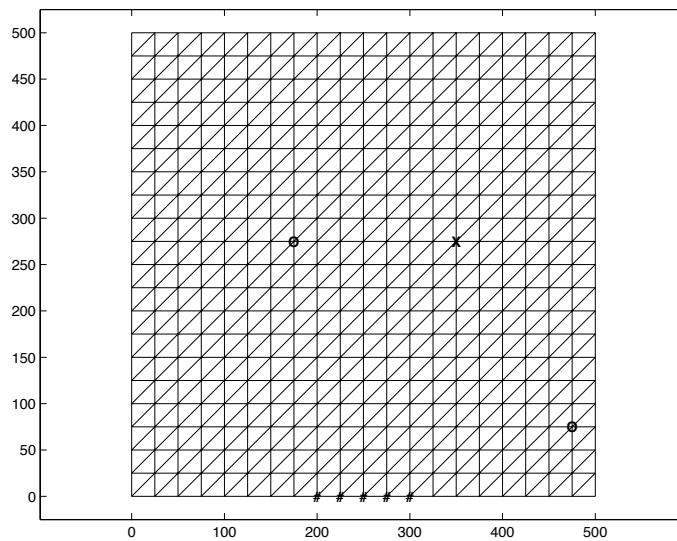


FIG. III.2.9 – Configuration optimisée pour le panneau FF

L'essai viscoélastique sur le panneau FF a été mené sur deux semaines. Le bâti est placé dans l'enceinte climatique avec une température de 25°C pour une humidité relative d'environ 55 à 60%. Dans ces conditions, selon l'Eurocode 5, nous sommes en classe de service 1, c'est-à-dire en humidité relative de l'air ambiant de 65% durant

seulement quelques semaines par an.

Les paramètres viscoélastiques identifiés sont (en N.mm) :

$$D_{ij,\infty} = \begin{bmatrix} 1643100 & 59700 & 0 \\ 59700 & 66830 & 0 \\ 0 & 0 & 42500 \end{bmatrix} \quad D_{ij,\alpha=1} = \begin{bmatrix} 137980 & 5900 & 0 \\ 5900 & 98470 & 0 \\ 0 & 0 & 30500 \end{bmatrix}$$

$$D_{ij,\alpha=2} = \begin{bmatrix} 1238250 & 28490 & 0 \\ 28490 & 43600 & 0 \\ 0 & 0 & 7130 \end{bmatrix} \quad D_{ij,\alpha=3} = \begin{bmatrix} 587600 & 29580 & 0 \\ 29580 & 33050 & 0 \\ 0 & 0 & 52130 \end{bmatrix}$$

avec  $\lambda_1 = 4670$  s (1h20m),  $\lambda_2 = 897750$  s (10 jours 9h) et  $\lambda_3 = 92072300$  s (1065 jours 16h).

On représente alors la répartition des maillons viscoélastiques afin de visualiser l'influence des différents maillons sur le comportement viscoélastique globale du panneau (fig. III.2.10). On remarque une différence très marquée entre les comportements

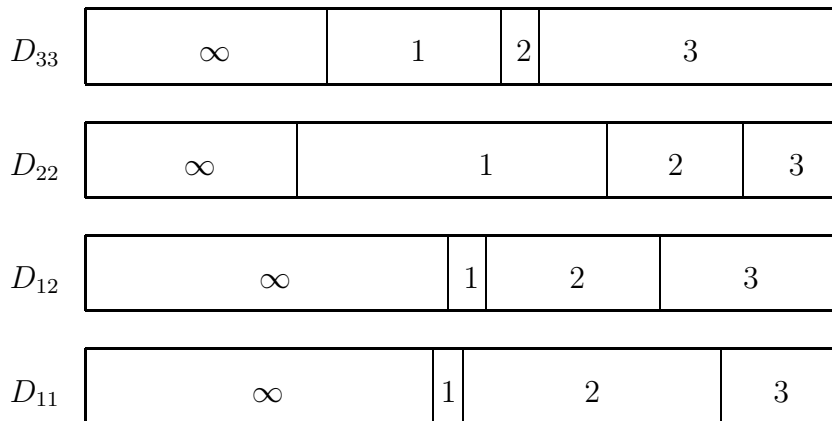


FIG. III.2.10 – Répartition des maillons viscoélastiques identifiés (panneau FF)

viscoélastiques des rigidités en flexion longitudinale ( $D_{11}$ ) et transverse ( $D_{22}$ ), c'est-à-dire selon que l'on sollicite le panneau dans le sens des fibres du bois ou dans le sens transverse aux fibres. A court terme, la "vitesse de fluage" de la rigidité  $D_{11}$  est beaucoup plus faible que la "vitesse de fluage" de la rigidité  $D_{22}$ . Ce phénomène a

déjà était identifié lors d'essais de fluage sur du bois massif.

Par contre, ce que nous montrons ici, c'est que le comportement viscoélastique global d'un panneau est bien une combinaison de l'ensemble des comportements viscoélastiques des plis et des sollicitations. Ainsi, le terme  $\Psi_2.K_{def}$  devrait être différent. Dans le cas de notre panneau fil sur fil, en classe de service 1, le terme  $\Psi_2.K_{def}$  identifié est :

Durée	instantanée	court terme	moyen terme	long terme	permanente
$\Psi_2.K_{def} D_{11}$	0,00	0,26	0,68	0,75	1,17
$\Psi_2.K_{def} D_{22}$	0,00	0,96	1,53	1,65	2,53

Dans le sens des fibres, le terme  $\Psi_2.K_{def}$  reste cohérent avec ce que nous donne l'Eurocode 5. Dans la plupart des cas, les éléments structuraux sont sollicités dans le sens des fibres. Ce résultat est donc justifié. Par contre, on met en évidence le fait qu'une sollicitation dans le sens transverse peut avoir de lourdes conséquences sur le comportement différé de l'élément structural dès le court terme.



# Conclusion

Nous venons de présenter les premiers résultats expérimentaux obtenus selon notre protocole d'essai. Pour valider nos résultats issus de l'identification des paramètres élastiques des panneaux étudiés, nous les avons confrontés à des résultats obtenus selon des méthodes expérimentales "classiques". Cette validation n'a pu se faire que sur une partie des paramètres mécaniques mais nous a confirmé la pertinence de notre approche.

Nous avons alors entrepris d'exploiter notre méthode pour identifier les paramètres viscoélastiques des panneaux. Nous ne disposons pas de données de référence. Seules des règles de calcul basées sur une approche empirique nous ont permis de valider nos résultats. Il ressort cependant que la constitution du panneaux aura une influence non négligeable sur son comportement différé.



# Conclusion générale





Nous avons traité le problème de la caractérisation élastique et viscoélastique en flexion de plaques minces orthotropes de manière originale. En général, les configurations d'essais sont extrapolées, par expérience ou par analogie, d'essais mécaniques simples sur des échantillons de faibles dimensions. Nous avons adopté la démarche inverse qui consiste à optimiser l'essai en fonction des paramètres à identifier. De plus, la conception d'essai par optimisation a pour but d'obtenir une grande robustesse des essais réalisés. Nous avons choisi d'identifier toutes les caractéristiques mécaniques en une seule fois en travaillant directement sur un échantillon de type plaque.

Le travail numérique de cette approche a été facilité par des thèses antérieures montrant la faisabilité de cette méthode. Notre contribution originale a été le développement à la fois numérique et expérimental du protocole d'essai, ainsi que l'introduction de l'identification des paramètres viscoélastiques. L'interaction expérience/numérique a dévoilé de nombreux problèmes cachés lors des études purement numériques. On citera par exemple la modélisation des conditions limites comme l'encastrement.

La nécessité de connaître le champ des déplacements hors plan du panneau nous a conduit à l'utilisation d'une métrologie optique basée sur l'analyse de la déformation d'un réseau de franges lumineuses projeté sur la surface du panneau. Elle nous permet d'obtenir les informations voulues avec une bonne précision sur un échantillon de type plaque de grandes dimensions. De plus, cette métrologie a l'avantage de ne nécessiter aucune préparation particulière de l'échantillon. La mise en place du dispositif expérimental a nécessité de longues mises au point, notamment pour obtenir un contrôle fiable des conditions limites compte tenu de la sensibilité de l'essai.

La validation de notre protocole a été réalisée numériquement dans un premier temps. Elle a été conduite sur des identifications de lois de comportement élastique et viscoélastique. Les premiers résultats sont encourageants et montrent qu'il est possible de caractériser un matériau en élasticité avec une bonne précision. Les résultats expérimentaux présentés ont été obtenus sur un nombre d'identifications réduit car chacune d'elles mobilise toutes les ressources d'un PC pendant plusieurs heures. Compte tenu de l'évolution des puissances de calcul, cette situation sera réglée à court terme.

Bien que le comportement viscoélastique du bois massif soit traité depuis longtemps, il est très mal connu pour les matériaux composites à base de bois, alors même que l'essor des structures bois imposent le développement de panneaux structuraux dont le comportement différé mérite d'être maîtrisé.

Par rapport à nos objectifs initiaux, les résultats viscoélastiques sont peu nombreux car la mise au point du dispositif expérimental a nécessité de résoudre successivement plusieurs problèmes qui ont ralenti notre travail. Ces quelques résultats montrent une bonne corrélation avec les résultats empiriques établis par l'expérience, comme les résultats extraits de l'Eurocode 5, mais ne peuvent pas être complètement validés. Cette thèse constitue en fait une contribution aux identifications viscoélastiques. Nous continuons dans cette voie en exploitant l'ensemble des outils qui ont été développés pour ce travail. Toute notre démarche a permis de traiter le cas de panneaux de contre-plaqués mais peut être facilement applicable à tous types de panneaux, qu'il s'agisse de panneaux composites à base de bois ou d'autres matériaux.

Ce travail a été mené avec le soutien du fabricant de panneaux à base de bois, ISOROY. Les résultats présentés ont été jugés satisfaisants mais il apparaît qu'un tel protocole d'essai avec toutes les contraintes imposées (conception numérique de l'essai, temps de calcul, erreurs sur les conditions limites) ne peut pas encore être directement transposable en milieu industriel. Par contre, cette approche numérique/expérience est un outil performant en conception de nouveaux matériaux puisqu'elle permet un échange rapide entre la configuration d'un panneau et son comportement instantané et différé.

Enfin, l'extension de l'application de ce dispositif à d'autres types de comportement est tout à fait envisageable. On citera le suivi de la mise en forme des matériaux viscoplastiques et l'étude des phénomènes d'endommagement et de rupture.

# Bibliographie

- [1] GUITARD D. *Mécanique du matériau bois et composites*. Cepadues-Editions, 1987.
- [2] KOLLMANN F.F.P. et COTE W.A. Principles of wood science and technology. *Solid Wood Springer*, 1, 1968.
- [3] BODIG J. et JAYNE B.A. *Mechanics of wood and wood composites*. V.N.R. Publishing Co., 1982.
- [4] TIMOSHENKO S. et WOINOWSKY-KRIEGER S. *Théorie des plaques et coques*. librairie polytechnique Ch. Béranger, 1961.
- [5] BATOZ J.L. et DHATT G. *Modélisation des structures par éléments finis. Tome 2 : poutres et plaques*. Editions HERMES, 1992.
- [6] GRÉDIAC M. *Mesure des rigidités de flexion de stratifiés minces anisotropes à l'aide d'essais sur plaques*. Thèse, Université Claude Bernard - Lyon 1, 1989.
- [7] GRÉDIAC M., AUSLENDER F., et PIERRON F. Identification simultanée de paramètres pilotant une loi de comportement orthotrope avec prise en compte d'une non-linéarité. *Comptes rendus des douzièmes Journées Nationales sur les Composites*, 1 :365–374, 2000.
- [8] GRÉDIAC M., FOURNIER N., PARIS P.-A., et SURREL Y. Direct measurement of invariant mechanical parameters of composite plates. *Journal of Composite Materials*, 33(21) :2017–2036, 1999.
- [9] RICHARDS G.L., AIRHART T.P., et ASHTON J.E. Off-axis tensile coupon testing. *Journal of Composite Materials*, 3 :586–589, 1969.
- [10] RIZZO R.R. More on the influence of end constraints on off-axis tensile test. *Journal of Composite Materials*, 3 :202–219, 1969.
- [11] BOEHLER J.-P., EL AOUI L., et RACLIN J. On experimental testing methods for anisotropic materials. *Res. Mechanica*, 21 :73–95, 1987.

- [12] SUN C.T. et CHUNG I. An oblique end-tab design for testing off-axis composite specimens. *Composites*, 24 :619–623, 1993.
- [13] PIERRON F. et VAUTRIN A. The ten degrees off-axis tensile test : a critical approach. *Composites Science and Technology*, 56(4) :483–488, 1996.
- [14] VERCHERY G. et GONG X.J. Pure tension with off-axis tests for orthotropic laminates. *Proc. 12th International Conference on Composite Materials*, 1999.
- [15] GOMMERS B., VERPOEST I., et VAN HOUTTE P. Determination of the mechanical properties of composite materials by tensile tests. part i : elastic properties. *Journal of Composite Materials*, 32(4) :310–334, 1998.
- [16] ARAFEH M.H. *Identification de lois de comportement élastique de matériaux orthotropes*. Thèse, Université de Technologie de Compiègne, 1995.
- [17] DENNIS J.E. Jr. Non linear least squares. *State of the Art in numerical analysis*, 1977.
- [18] SCHITTOWSKI K. Nlqpl : A fortran subroutine solving constrained nonlinear programming problems. *Annals of Operations Research*, 5 :485–500, 1985.
- [19] BIGGS M.C. Constrained minimization using recursive quadratic programming. *Towards Global Optimization*, pages 341–349, 1975.
- [20] HAN S.P. A globally convergent method for nonlinear programming. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 22 :297, 1977.
- [21] POWELL M.J.D. The convergence of variable metric methods for nonlinearly constrained optimisation calculations. *Nonlinear Programming 3*, 1978.
- [22] POWELL M.J.D. A fast algorithm for nonlinearly constrained optimisation calculations. *Numerical Analysis*, 630.
- [23] BEASLEY D., BULL D.R., et MARTIN R.R. An overview of genetic algorithms : part 1, fundamentals. *University computing*, 15 :58–69, 1993.
- [24] BEASLEY D., BULL D.R., et MARTIN R.R. An overview of genetic algorithms : part 2, research topics. *University computing*, 15 :170–181, 1993.
- [25] COIT D.W. et SMITH A.E. Adaptive penalty methods for genetic optimization of constrained combinatorial problems. *Journal on Computing*, 1995.
- [26] COIT D.W. et SMITH A.E. Penalty guided genetic search for reliability design optimization. *Computers and industrial Engineering*, 30(4), 1996.

- [27] JOINES J.A. et HOUCK C.R. On the use of non-stationary penalty functions to solve nonlinear constrained optimization problems with genetic algorithms. 1995.
- [28] FLETCHER R. Practical methods of optimisation. *Constrained Optimisation, Vol. 2*, 1980.
- [29] GILL P.E., MURRAY W., et WRIGHT M.H. *Practical Optimisation*. Academic Press, 1981.
- [30] POWELL M.J.D. Variable metric methods for constrained optimisation. *Mathematical Programming : The State of the Art*, pages 288–311, 1983.
- [31] HOCK W. et SCHITTOWSKI K. A comparative performance evaluation of 27 nonlinear programming codes. *Computing*, 30 :335, 1983.
- [32] CLOUD D. *Optical methods of engineering analysis*. Cambridge University Press, 1995.
- [33] PIRODDA L. Shadow and projection moiré techniques for absolute or relative mapping of surface shapes. *Optical Engineering*, 21(4), 1982.
- [34] SURREL J. et SURREL Y. La technique de projection de franges pour la saisie des formes d'objets biologiques vivants. *Journal of Optics*, 29 :6–13, 1998.
- [35] MACKELVIE J. et WALKER C.A. Moiré interferometry : A review and update on principles and applications. *Photomécanique*, pages 13–18, 1995.
- [36] MAUVOISIN G., BRÉMAND F., et LAGARDE A. Three-dimensional shape reconstruction by phase-shifting shadow moiré. *Applied Optics*, 33(11), 1994.
- [37] SINGH H. et SIRKIS J.S. Direct extraction of phase gradients from fourier-transform and phase-step fringe patterns. *Applied Optics*, 33(22) :5016–5020, 1994.
- [38] SRINIVASAN V., LIU H.C., et HALIOUA M. Automated phase measuring profilometry of 3-d diffuse objects. *Applied Optics*, 23(18), 1984.
- [39] SRINIVASAN V., LIU H.C., et HALIOUA M. Automated phase measuring profilometry : a phase mapping approach. *Applied Optics*, 24(2), 1985.
- [40] SURREL Y. Design of algorithms for phase measurements by the use of phase stepping. *Applied optics*, 35(1) :51–60, 1996.
- [41] SURREL Y. Phase stepping : a new self-calibrating algorithm. *Applied optics*, 32(19) :3598–3600, 1993.

- [42] BOS F. et GUITARD D. Validation expérimentale d'un outil de conception mécanique des contreplaqués. *Ann. Sci. For.*, 52 :423–431, 1995.
- [43] DAVIS L. *Handbook of genetic algorithms*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [44] HOUCK C.R., JOINES J.A., et KAY G. A genetic algorithm for function optimization : A matlab implementation. 1996.
- [45] GAY D. *Matériaux composites*. Hermès, 1991.
- [46] SPIEGEL M.R. *Probabilité et statistique*. Mc Graw-Hill, Série Schaum, 1981.
- [47] BAILLARGEON G. *Méthodes statistiques de l'ingénieur. Volume 1*. Les Editions SMG, 1990.
- [48] EUROCODE 5. *Design of timber structures*. 1995.
- [49] ROUGER F., BARETT J.D., et FOSCHI R.O. Reliability analysis of viscoelastic floors. *Working Commission W18A - Timber Structures*, 1989.
- [50] ROUGER F. *Application des méthodes numériques aux problèmes d'identification des lois de comportement du matériau bois*. Thèse, Université de Technologie de Compiègne, 1988.
- [51] LE MAGOROU L., ROUGER F., et BOS F. An inverse problem approach to identify viscoelastic behavior of structural wood based panels. Dans *World Conference on Timber Engineering*, 2000.

# Quatrième partie

## Annexes





# Annexe A

## Le modèle viscoélastique

Nous présentons ici le détail du calcul de notre modèle viscoélastique.

L'expression générale d'une loi comportement est :

$$\sigma_i(t_r) = \int_0^{t_r} D_{ij}(t_r - t) \cdot \dot{\varepsilon}_j(t) \cdot dt$$

où  $\sigma_i(t_r)$  est l'état de contraintes à l'instant  $t_r$  qui dépend de toute l'histoire des contraintes de 0 à  $t_r$ . Les  $D_{ij}$  sont les termes de la matrice des rigidités et  $\varepsilon_j$  les déformations.

On "discrétise" l'intervalle  $[0, t_r]$  :

$$\sigma_i(t_r) = \sum_{k=1}^r \int_{t_{k-1}}^{t_k} D_{ij}(t_r - t) \cdot \dot{\varepsilon}_j(t) \cdot dt \quad (\text{A.1})$$

On suppose que l'intervalle  $[t_{k-1}, t_k]$  est suffisamment petit pour considérer que sur cet intervalle  $\varepsilon_j(t)$  est linéaire :

$$\dot{\varepsilon}_j(t) = \frac{\Delta \varepsilon_j(t_k)}{\Delta t_k}$$

L'équation A.1 devient :

$$\sigma_i(t_r) = \sum_{k=1}^r \int_{t_{k-1}}^{t_k} D_{ij}(t_r - t) \cdot \frac{\Delta \varepsilon_j(t_k)}{\Delta t_k} \cdot dt = \sum_{k=1}^r \frac{\Delta \varepsilon_j(t_k)}{\Delta t_k} \int_{t_{k-1}}^{t_k} D_{ij}(t_r - t) \cdot dt$$

Pour modéliser le comportement viscoélastique, nous avons choisi l'expression suivante :

$$D_{ij}(t) = + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r-t}{\lambda_{\alpha}}}$$

où  $D_{ij,\infty}$  représente la rigidité atteinte au bout d'un temps infini et  $D_{ij,\alpha}$  les maillons viscoélastiques activés selon les délais  $\lambda_\alpha$ .

Une primitive de cette expression est :

$$D_{ij,\infty} \cdot t - \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t}{\lambda_{\alpha}}}$$

qui, en  $(t_r - t)$  devient :

$$-D_{ij,\infty} \cdot (t_r - t) + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r - t_k}{\lambda_{\alpha}}}$$

L'intégrale du terme en  $k$  s'écrit donc :

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} D_{ij}(t_r - t) \cdot dt = -D_{ij,\infty} \cdot (t_r - t_k) + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r - t}{\lambda_{\alpha}}} + D_{ij,\infty} \cdot (t_r - t_{k-1}) - \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r - t_{k-1}}{\lambda_{\alpha}}}$$

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} D_{ij}(t_r - t) \cdot dt = D_{ij,\infty} \cdot (t_k - t_{k-1}) + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r}{\lambda_{\alpha}}} \cdot (e^{\frac{t_k}{\lambda_{\alpha}}} - e^{\frac{t_{k-1}}{\lambda_{\alpha}}})$$

L'équation A.1 devient :

$$\sigma_i(t_r) = \sum_{k=1}^r D_{ij,\infty} \cdot \Delta \varepsilon_j(t_k) + \sum_{k=1}^r \frac{\Delta \varepsilon_j(t_k)}{\Delta t_k} \cdot \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r}{\lambda_{\alpha}}} \cdot (e^{\frac{t_k}{\lambda_{\alpha}}} - e^{\frac{t_{k-1}}{\lambda_{\alpha}}})$$

On pose  $X(t_r) = \sum_{k=1}^r \Delta \varepsilon_j(t_k)$  et  $Y_{\alpha}(t_r) = \sum_{k=1}^r \frac{\Delta \varepsilon_j(t_k)}{\Delta t_k} \cdot (e^{\frac{t_k}{\lambda_{\alpha}}} - e^{\frac{t_{k-1}}{\lambda_{\alpha}}})$ .

l'équation A.1 s'écrit :

$$\sigma_i(t_r) = D_{ij,\infty} \cdot (X(t_{r-1}) + \Delta \varepsilon_j(t_r)) + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r}{\lambda_{\alpha}}} \cdot (Y_{\alpha}(t_{r-1}) + \frac{\Delta \varepsilon_j(t_r)}{\Delta t_r} \cdot (e^{\frac{t_r}{\lambda_{\alpha}}} - e^{\frac{t_{r-1}}{\lambda_{\alpha}}}))$$

$$\sigma_i(t_r) = \left( D_{ij,\infty} + \frac{1}{\Delta t_r} \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r}{\lambda_{\alpha}}} \cdot (e^{\frac{t_r}{\lambda_{\alpha}}} - e^{\frac{t_{r-1}}{\lambda_{\alpha}}}) \right) \cdot \Delta \varepsilon_j(t_r) + D_{ij,\infty} \cdot X(t_{r-1}) + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r}{\lambda_{\alpha}}} \cdot Y_{\alpha}(t_{r-1})$$

$$\sigma_i(t_r) = \left( D_{ij,\infty} + \frac{1}{\Delta t_r} \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta t_r}{\lambda_{\alpha}}}) \right) \cdot \varepsilon_j(t_r) - \left( D_{ij,\infty} + \frac{1}{\Delta t_r} \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta t_r}{\lambda_{\alpha}}}) \right) \cdot \varepsilon_j(t_{r-1}) + D_{ij,\infty} \cdot X(t_{r-1}) + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r}{\lambda_{\alpha}}} \cdot Y_{\alpha}(t_{r-1})$$

Nous faisons l'hypothèse d'un état initial non chargé, non déformé à  $t_0 = 0$  :

$$\varepsilon_j(t_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad X(t_{r-1}) = \varepsilon_j(t_{r-1})$$

L'expression de  $\sigma_i(t_r)$  s'écrit finalement :

$$\begin{aligned} \sigma_i(t_r) = & \left( D_{ij,\infty} + \frac{1}{\Delta t_r} \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta t_r}{\lambda_{\alpha}}}) \right) \cdot \varepsilon_j(t_r) \\ & - \frac{1}{\Delta t_r} \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta t_r}{\lambda_{\alpha}}}) \cdot \varepsilon_j(t_{r-1}) \\ & + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_r}{\lambda_{\alpha}}} \cdot Y_{\alpha}(t_{r-1}) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

**Remarque :**

En  $t_1 = 0^+$ , c'est-à-dire à l'état de chargement initial (élasticité), on a  $\Delta t_1 = t_1$  et :

$$\begin{aligned} \sigma_i(t_1) = & \left( D_{ij,\infty} + \frac{1}{\Delta t_1} \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot (1 - e^{-\frac{t_1}{\lambda_{\alpha}}}) \right) \cdot \varepsilon_j(t_1) \\ & - \frac{1}{t_1} \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot (1 - e^{-\frac{t_1}{\lambda_{\alpha}}}) \cdot \varepsilon_j(t_0) \\ & + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot e^{-\frac{t_0}{\lambda_{\alpha}}} \cdot Y_{\alpha}(t_0) \\ \Rightarrow \quad \sigma_i(t_1) = & \left( D_{ij,\infty} + \frac{1}{t_1} \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot (1 - e^{-\frac{t_1}{\lambda_{\alpha}}}) \right) \cdot \varepsilon_j(t_1) \end{aligned}$$

Un développement limité de  $e^{-\frac{t}{\lambda_{\alpha}}}$  en  $0^+$  est :

$$e^{-\frac{t}{\lambda_{\alpha}}} = 1 - \frac{t}{\lambda_{\alpha}}$$

En  $t_1 = 0^+$  (élasticité), l'équation A.2 s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \sigma_i(t_1) = & \left( D_{ij,\infty} + \frac{1}{t_1} \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} \cdot \frac{t_1}{\lambda_{\alpha}} \right) \cdot \varepsilon_j(t_1) \\ \Rightarrow \quad \sigma_i(t_1) = & \left( D_{ij,\infty} + \sum_{\alpha} D_{ij,\alpha} \right) \cdot \varepsilon_j(t_1) \end{aligned}$$

Nous retrouvons bien la loi de comportement élastique.



# Annexe B

## L'organigramme de "Plaquemouse"

Tout le support numérique a été développé sous l'environnement de calcul MATLAB. L'ensemble des procédures a été rassemblé dans une unique application nommée "Plaquemouse" (figure B.1). Nous présentons ici les grandes lignes de son organigramme.

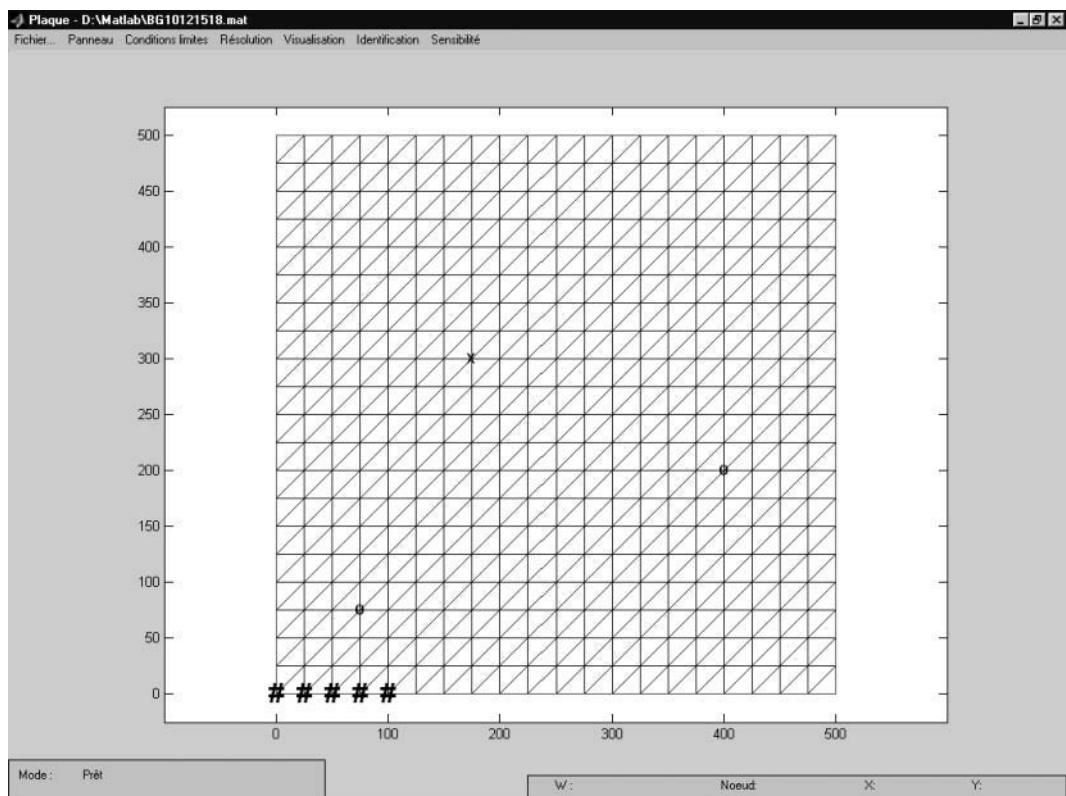


FIG. B.1 – L'interface "Plaquemouse"

Le menu principal est composé des sous-menus suivants :

**Fichier** gère les fichiers de données,

**Panneau** permet de définir la géométrie du panneau et ses caractéristiques mécaniques,

**Conditions limites** permet de créer les conditions limites de l'essai,

**Résolution** lance la résolution élastique ou viscoélastique,

**Visualisation** affiche les champs des déplacements, des contraintes ou des déformations,

**Identification** lance la procédure d'identification élastique ou viscoélastique,

**Sensibilité** calcule ou affiche les sensibilités de l'essai.

## B.1 Menu "Fichier..."

Ce menu gère l'ensemble des fichiers de données. Il permet de créer un nouveau fichier vierge ou de charger un fichier existant.

C'est également à partir de ce menu que l'utilisateur peut importer la mesure des champs des déplacements élastiques et viscoélastiques. Le fichier de points est chargé et l'utilisateur découpe dans l'image, la zone d'intérêt c'est-à-dire le panneau. Ensuite, l'application "Plaquemouse" calcule automatiquement la position des nœuds du maillage créé dans le menu "Panneau" dans cette zone (figure B.2). Ce sont ces points qui seront extraits du fichier de mesures.

## B.2 Menu "Panneau"

Ce menu gère la modélisation du panneau. L'utilisateur y définit les dimensions du panneau, et les caractéristiques du maillage pour la modélisation par éléments finis. Un sous-menu indépendant permet d'entrer les caractéristiques mécaniques du panneau et d'assembler la matrice des rigidités qui sera utilisée pour la simulation par éléments finis.

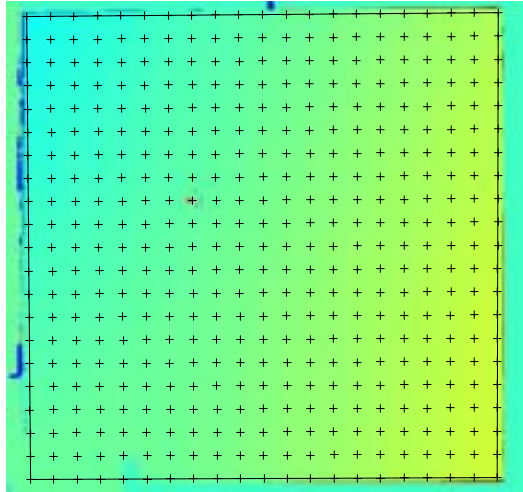


FIG. B.2 – Importation des  $w$  expérimentaux

### B.3 Menu "Conditions limites"

Les conditions limites sont créées dans ce menu. Il existe un mode manuel où l'utilisateur peut positionner les encastremets, les efforts et définir les intensités des forces. Le mode "optimisation" lance la procédure d'optimisation des conditions limites par algorithmes génétiques. L'utilisateur n'impose que les paramètres d'optimisation (nombre de forces, d'encastrement, zones de recherche, ...).

### B.4 Menu "Résolution"

Ce menu lance simplement la résolution élastique ou viscoélastique par éléments finis de la configuration en cours.

### B.5 Menu "Visualisation"

Ce menu propose de visualiser les champs des déplacements numériques ou expérimentaux en 2D ou 3D. Cette visualisation se fait soit en élasticité, soit en viscoélasticité où l'utilisateur peut suivre le "fluage" du panneau.

Ce menu permet également de visualiser les états de contraintes et de déformations simulés.



## B.6 Menu "Identification"

Ce menu permet de gérer toutes les procédures d'identification des paramètres mécaniques. Il se divise en deux modes : le mode simulation et le mode réel.

En mode simulation, l'identification (élastique ou viscoélastique) se fait à partir d'un champ des déplacements simulé et bruité. L'utilisateur peut procéder à une identification unique ou lancer une procédure de Monte-Carlo.

En mode réel, l'identification (élastique ou viscoélastique) se fait à partir d'un champ des déplacements expérimental. L'utilisateur peut également procéder à une identification unique ou lancer une procédure de Monte-Carlo.

## B.7 Menu "Sensibilité"

Ce menu permet de calculer les sensibilités de l'essai en cours. Il permet également de visualiser la carte des sensibilités qui indique le niveau de sensibilité en chaque nœud du maillage.

# Annexe C

## Publications

### Revue et journaux :

"IDENTIFICATION OF CONSTITUTIVE LAWS OF WOOD BASED PANELS USING INVERSE METHOD", L. Le Magorou, F. Bos, F. Rouger, *Accepté pour Journal of Composite Science and Technology*, 2001.

"IDENTIFICATION VISCOELASTIQUE DE PANNEAUX STRUCTURAUX A BASE DE BOIS", Laurent Le Magorou, Frédéric Rouger et Frédéric Bos, *Hors série de la Revue des Composites et Matériaux avancés*, Ed. Hermès, 2000.

### Colloques internationaux avec actes :

"AN INVERSE PROBLEM APPROACH TO IDENTIFY VISCOELASTIC BEHAVIOUR OF STRUCTURAL WOOD BASED PANELS", Le Magorou L., Bos F., Rouger F., *World Timber Engineering*, Canada, 2000.

"ELASTIC AND VISCOELASTIC CHARACTERISATION OF WOOD BASED PANELS", L. Le Magorou, F. Rouger, F. Bos, *Third European Panel products Symposium*, England, 1999.

**Colloques français avec actes :**

”IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ELASTIQUE ET VISCOELASTIQUE DE PANNEAUX A PARTIR DE MESURES DE CHAMPS”, Laurent Le Magorou, Frédéric Bos et Patrick Castéra, Journée AFM, France, 2002.

”IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT DE PANNEAUX STRUCTURAUX A BASE DE BOIS PAR METHODE INVERSE”, Laurent Le Magorou, Frédéric Rouger et Frédéric Bos, 12ième Journées Nationale des Composites, France, 2000.

”APPLICATION D’UNE METHODE OPTIQUE A L’IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ELASTIQUE ET VISCOELASTIQUE DE PANNEAUX STRUCTURAUX A BASE DE BOIS”, Le Magorou L., Méthodes optiques appliquées à l’industrie, France, 2000.

”APPLICATION D’UNE METHODE OPTIQUE A L’IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT VISCOELASTIQUE PAR METHODE INVERSE ”, L. Le Magorou, F. Rouger, F. Bos, Méthodes optiques appliquées à l’industrie, France, 1999.

”APPROXIMATION DES PROPRIETES ELASTIQUES DE PANNEAUX COMPOSITES A BASE DE BOIS”, Laurent Le Magorou, Frédéric Bos et Patrick Castéra, 11ième Journées Nationale des Composites, France, 1998.

## Résumé

La détermination rigoureuse des caractéristiques mécaniques est nécessaire pour réduire les coefficients de sécurité utilisés pour les applications techniques de panneaux. Les démarches usuelles pour identifier le comportement élastique ou viscoélastique des matériaux sont basées sur des essais statiquement déterminés comme la flexion, la traction, la compression ou le cisaillement. Dans ces essais, l'état de contraintes est connu aux points de mesure et déterminé uniquement par les conditions limites. Le prix de cette simplicité est qu'on ne peut déterminer qu'une composante viscoélastique de la matrice des rigidités à la fois. De nouvelles méthodes, basées sur la résolution de problèmes inverses, permettent la détermination de plusieurs composantes en même temps. Dans ces essais, le champ des contraintes dépend non seulement des conditions limites, mais aussi de la loi de comportement. Par cette dépendance, il est possible d'augmenter le nombre des mesures et d'accéder à ces composantes. Cependant il convient d'optimiser l'essai pour activer toutes les rigidités qu'on souhaite identifier. Notre méthode contient trois phases :

- La recherche de l'essai optimal pour un panneau donné,
- L'essai,
- L'identification des caractéristiques mécaniques.

Nous développerons l'approche pour concevoir les essais : l'optimisation par algorithme génétique. Nous décrirons le dispositif expérimental développé pour mesurer le champ des déplacements via une métrologie optique. Ce dernier et les conditions limites étant connus, le choix des fonctions viscoélastiques pour identifier les paramètres mécaniques a une grande influence sur les temps de calcul (éléments finis). Afin de vérifier la pertinence de cette approche, des résultats préliminaires ont été obtenus par simulation numérique. On montre que la qualité des résultats dépend de l'optimisation de l'essai. Finalement, plusieurs essais d'identifications élastiques et viscoélastiques ont été menés sur des panneaux de contre-plaqué pour valider l'ensemble de cette approche.

*Mots clés : identification, optimisation, viscoélasticité, bois, algorithmes génétiques, modélisation, méthode inverse, métrologie optique*

## Summary

Rigorous determination of elastic and viscoelastic mechanical characteristics is necessary for reducing the safety factors used for technical applications of panels. Usual investigations to identify elastic and viscoelastic materials rely on statically determined tests as bending, tension, compression or shear. In these tests, the stress is known at the location of measurement points, and determined only by the boundary conditions. Price of simplicity is that one can only find one component of the viscoelastic stiffness matrix. New methods, based on inverse problem solving, allow the determination of several components by one test only. In these tests, the stresses field depends on the boundary conditions, but also on the constitutive equations. Through this dependance, it is possible to increase the number of measurements and access these components. It is necessary to optimise the tests in order to activate these components. Our method contains three phases :

- The design of an optimal test for a given panel,
- The experiment,
- The identification of mechanical characteristics.

After a brief description of the inverse problem theory, we will focus on a new approach used to design these tests, i.e. genetic optimization. Once the test is designed, one needs optical measurement methods to access the whole field of deformation. These methods will be described. From the tests, the displacements field and the applied forces are known. To identify the mechanical parameters, the choice of the viscoelastic functions, which have a very strong influence on the computing time of viscoelastic finite elements programs, have to be made. In order to verify the pertinence of this approach, preliminary results were obtained by simulated elastic identifications. The results quality depends on the optimization of tests. Finally, several tests are made, using plywood panels, to validate this new approach.