

# THÈSE

présentée à

## L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE DE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR

par Lionel DUPUY

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : Sciences du Bois

\*\*\*\*\*

Modélisation de l'ancrage racinaire des arbres forestiers

\*\*\*\*\*

Soutenue le : 18 Décembre 2003

Après avis de :

MM. Pr. F. Bremand .....	<b>Rapporteurs</b>
MM. Pr. A. Fitter .....	

Devant la commission d'examen formée de :

MM. Pr. P. Morlier .....	<b>Président</b>
Dr. T. Fourcaud .....	
Pr. F. Bremand .....	<b>Examineurs</b>
Pr. A. Favre .....	
Pr. A. Fitter .....	
Dr. C. Drenou .....	
Dr. A. Stokes .....	

# Remerciements

J'exprime en premier lieu toute ma reconnaissance à Pierre Morlier, Directeur du Laboratoire de Rhéologie du Bois de Bordeaux pour m'avoir accueilli et supporté dans ce projet. Merci aussi à Thomas Formery directeur de l'IDF et Patrick Castera directeur du LRBB pour avoir rendu possible ce travail de recherche.

Je tiens à remercier aussi les rapporteurs et membres du jury, pour l'intérêt et la patience qu'ils ont manifesté au cours de la lecture et de la soutenance de cette thèse.

J'adresse mes remerciements les plus vifs à Christophe Drenou, Thierry Fourcaud, Patrick Lac et Alexia Stokes pour m'avoir encadré pendant ces trois années.

Je n'oublie pas finalement toute ma famille qui m'a intégralement soutenue durant ces longues années d'études.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Etat de l'art</b>	<b>9</b>
1.1	Contexte et enjeux . . . . .	9
1.2	Etat de l'art . . . . .	10
1.2.1	Stabilité et ancrage de l'arbre . . . . .	10
1.2.2	Les systèmes racinaires . . . . .	13
1.2.3	Le sol . . . . .	19
1.3	Problématique . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Analyse de la morphologie des systèmes racinaires</b>	<b>25</b>
2.1	La campagne de mesure . . . . .	26
2.1.1	Matériel de l'étude . . . . .	26
2.1.2	Le protocole . . . . .	26
	Préparation de la souche . . . . .	26
	Mesure des systèmes racinaires . . . . .	28
2.2	Méthode d'analyse des systèmes racinaires . . . . .	31
2.2.1	Propriétés de la racine . . . . .	31
	Les trajectoires . . . . .	31
	La ramification . . . . .	31
	Section des axes . . . . .	32
	Propriétés agrégées des racines . . . . .	33
2.2.2	Modèles statistiques de la morphologie racinaire . . . . .	34
	Modélisation explicite . . . . .	34
	Modélisation agrégée . . . . .	36
2.2.3	Modèles de simulation des systèmes racinaire . . . . .	37
	SIMUL3R, simulateur des modèles explicites . . . . .	37
	La simulation des modèles agrégés . . . . .	41

2.3	Résultats . . . . .	43
2.3.1	Description qualitative des systèmes racinaires . . . . .	43
	Le pin maritime . . . . .	44
	Les peupliers . . . . .	44
	Le hêtre . . . . .	45
	L'épicéa . . . . .	47
	Le Douglas . . . . .	48
2.3.2	Etude quantitative de la morphologie racinaire . . . . .	49
	Le pin maritime . . . . .	49
	Les peupliers . . . . .	54
2.3.3	Modélisation des systèmes racinaires . . . . .	57
	Le pin maritime . . . . .	57
	Les peupliers . . . . .	57
2.4	Discussion . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Analyse mécanique de l'ancrage d'un système racinaire</b>	<b>63</b>
3.1	Caractérisation des éléments constituant l'ancrage . . . . .	63
3.1.1	La plasticité du sol et des racines . . . . .	63
3.1.2	L'eau capillaire du sol . . . . .	66
3.1.3	L'interaction racine sol . . . . .	68
3.2	Application de la méthode des éléments finis à l'étude de l'ancrage racinaire	70
3.2.1	Principe . . . . .	70
3.2.2	Modélisation du contact . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Sensibilité de l'ancrage à divers facteurs</b>	<b>75</b>
4.1	Les mécanismes d'arrachement à l'échelle de la racine . . . . .	75
4.1.1	Objectifs . . . . .	75
4.1.2	Définition du problème . . . . .	76
	Définition des motifs racinaires . . . . .	76
	Propriétés mécaniques . . . . .	78
4.1.3	Application de la méthode des éléments finis . . . . .	79
	Le maillage . . . . .	79
	Chargement et conditions limites . . . . .	80
4.1.4	Analyse de sensibilité . . . . .	81

4.1.5	Résultats . . . . .	82
	Les mécanismes de rupture . . . . .	82
	Analyse par groupe . . . . .	83
	Influence des paramètres généraux . . . . .	85
4.2	A l'échelle de l'arbre . . . . .	86
4.2.1	Objectifs . . . . .	86
4.2.2	Définition du problème . . . . .	87
	Définition des géométries types . . . . .	87
	Propriétés mécaniques des matériaux . . . . .	90
4.2.3	Application de la méthode des éléments finis . . . . .	91
	Les éléments . . . . .	91
	Maillage du sol et des racines . . . . .	92
4.2.4	Chargement et conditions limites . . . . .	95
4.2.5	Sensibilité du calcul à la finesse du maillage . . . . .	96
4.2.6	Résultats . . . . .	96
	Finesse du maillage . . . . .	96
	Comportement de l'ancrage . . . . .	96
4.2.7	Discussion . . . . .	99
	Influence du sol . . . . .	99
	Influence de la morphologie racinaire . . . . .	102
4.3	Influence de l'eau du sol : un premier calcul analytique . . . . .	105
<b>5</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>109</b>
5.1	Des connaissances nouvelles . . . . .	109
5.1.1	Données importantes sur les architectures racinaires . . . . .	109
5.1.2	Des nouveaux principes pour la modélisation . . . . .	109
5.1.3	Des résultats significatifs . . . . .	110
	L'influence de l'architecture dans l'ancrage . . . . .	110
	L'influence du type de sol . . . . .	111
5.2	Des nouveaux enjeux pour la biomécanique des racines . . . . .	111
5.2.1	Développer les méthodes de mesure . . . . .	111
5.2.2	L'amélioration des modèles . . . . .	113
5.2.3	L'interaction racine sol au sens large. . . . .	113

<b>A</b>	<b>Estimation des densités par fonction noyau</b>	<b>115</b>
A.1	Qu'est-ce qu'une fonction noyau ? . . . . .	115
A.2	Construction de la fonction densité à partir de fonction noyaux . . . . .	115
A.3	Densités de probabilité . . . . .	116
<b>B</b>	<b>Estimation des densités de probabilité conditionnelles</b>	<b>119</b>
B.1	L'inférence . . . . .	119
B.1.1	Méthode du maximum de vraisemblance . . . . .	120
B.2	Utilisation des réseaux de neurones avec mélanges gaussiens . . . . .	121
B.2.1	Qu'est-ce qu'un réseau de neurones . . . . .	121
B.2.2	Modélisation de lois de probabilités conditionnelles . . . . .	122

# Notations

+ : Formalisation de la relation liant une racine fille à sa racine mère

< : Formalisation de la relation de liaison entre deux racines successives du même ordre.

<> : Ligne dans la liste de noeuds ou d'éléments pour la définition du maillage

$\alpha_i$  : Angle entre une racine et sa précédente.

$\alpha_c$  : Angle définissant la conicité d'une racine.

$\beta_i$  : Coefficient de mélange dans une densité de probabilité par mélange.

$\varepsilon$  : Tenseur des déformations.

$\bar{\varepsilon}$  : Déformation plastique équivalente.

$\varepsilon^e$  : Composante élastique du tenseur des déformations.

$\varepsilon^p$  : Composante plastique du tenseur des déformations.

$\gamma_w$  : Poids volumique de l'eau.

$\gamma_s$  : Poids volumique de la fraction solide.

$\phi$  : Angle de frottement interne.

$\sigma'$  : Tenseur des contraintes effectives, s'exerçant entre les grains du le sol.

$\sigma$  : Tenseur des contraintes.

$\sigma_i$  :  $i^{eme}$  contrainte principale dans la direction  $x_i$ .

$\Sigma(M, i)$  : Somme selon la  $i_{eme}$  dimension d'une matrice M.

$\sigma_t, \sigma_n$  : contrainte normale et tangentielle à une surface.

AMAP : (Atelier de Modélisation de l'Architecture des Plantes). Logiciels d'analyse et de modélisation des plantes.

APEX : Structure du logiciel SIMUL3R recensant les extrémités de racines en activité.

$a_v$  : Coefficient de compressibilité.

AXE : Structure du logiciel SIMUL3R comportant toutes les propriétés d'une portion d'axe.

$B^e$  : Opérateur de calcul du champ de contrainte à partir des déplacements aux noeuds.

BEAM : Liste des éléments pour le maillage élément finis.

$c$  : Cohésion.

$C$  : Matrice de complaisance des propriétés élastiques du matériau.

CRPF : Centre Régional de la Propriété Forestière

$c_v$  : Coefficient de consolidation.

$D_0$  : Diamètre initial du tronc au niveau du collet.

*DENS* : Densité de racine dans le sol.  
*DEP* : Profondeur de l'élément racinaire.  
*DIAM* : Diamètre à la base de l'élément racinaire.  
*D<sub>n</sub>* : Diamètre de racine à l'ordre  $n$ .  
*D<sup>t</sup>* : Diamètre de racine au noeud  $t$ .  
*d()* : Densité de ramification généralisée aux paramètres  $x_i$ .  
*e* : indice des vides.  
*E<sub>t</sub>(t)* : Fonction d'erreur à l'instant  $t$ .  
*f()* : Fonction critère de plasticité.  
*F* : Résistance maximum observée au cours du déplacement imposée au sommet de la racine la structure.  
*F<sub>e</sub>* : Valeur adimensionnelle de la résistance  $F$ .  
*g* : Fonction d'activation du réseau de neurones.  
*h* : Ecartement relatif entre deux surfaces.  
*H(x)* : Fenêtre de Parzen.  
 IDF : Institut pour le Développement Forestier  
*incl* : Angle d'inclinaison de la racine.  
*ins* : Angle d'une racine avec l'axe de la racine mère.  
*k* : Perméabilité du sol.  
*K* : Matrice de rigidité d'une structure.  
*L* : Fonction maximum de vraisemblance pour l'estimation des paramètres d'une loi de probabilité.  
*LENG* : Longueur totale des racines dans l'élément racinaire.  
*l<sub>fourche</sub>* : Longueur de la racine avant la création d'une fourche.  
*l<sub>i</sub>* : Longueur de référence pour les éléments du groupe  $i$ .  
*l* : Longueur séparant deux départs de racine sur un axe.  
 LRBB : Laboratoire de Rhéologie du Bois de Bordeaux.  
 MTG : (Multiscale Tree Graph) fichier de données architecturales.  
*NUM* : Nombre de racines dans l'élément.  
*N(x)* : Loi normale centrée réduite.  
*N(μ, σ)* : Loi normale centrée en  $\mu$  et d'écart type  $\sigma$ .  
*n* : Porosité du sol.  
*n<sub>i</sub>* : Nombre de zigzags pour les éléments du groupe 1 et nombre de racines latérales pour

les groupes 2 et 3.

$N(o)$  : Numéro de ligne du dernier noeud d'ordre  $o$ .

$NODE$  : Liste des noeuds pour le maillage éléments finis.

$n_r$  : Normale à la surface extérieure de la racine.

$n_s$  : Normale à la surface extérieure du sol.

$o(i)$  : Ordre de ramification à la ligne  $i$ .

$PLOG$  : structure du logiciel SIMUL3R contenant l'architecture du système racinaire complet.

$p(x|y)$  : Densité de probabilité conditionnelle. La variable aléatoire  $x$  est conditionnée par la variable  $y$ .

$q_i$  : Débit d'eau dans la direction  $x_i$ .

$r$  : Distance à l'axe  $z$ . Dans un système racinaire, il s'agit de la distance à l'axe du tronc.

$R$  : Nombre aléatoire entre 0 et 1.

$rad$  : Angle de rotation autour de l'axe de la racine mère amenant un racine fille dans un plan vertical.

$R_c$  : Rayon de courbure.

$r_i$  : Distance entre un point de la racine et son point de départ.

$round(x)$  : Arrondie de  $x$  en valeur entière.

$S_r$  : Saturation du sol.

$SURF$  : Surface de l'élément racinaire.

$u$  : Pression de l'eau interstitielle.

$U$  : Déplacement aux noeuds d'une structure.

$V_w$  : Volume d'eau dans le sol.

$VOL_r$  : Volume de l'élément racinaire.

$VOL_b$  : Volume de l'ensemble racine sol.

$V_s$  : Volume de la fraction solide du sol.

$WID$  : Largeur de l'élément racinaire.

$w_{ij}$  : Poids synaptiques d'un réseau de neurones.

$\bar{x}$  : Valeur moyenne d'une variable aléatoire  $x$ .

$x^t$  : Valeur de la variable  $x$  à l'instant  $t$ .

$y = (y_i)$  : Variables conditionnant l'état de la variable aléatoire  $x$ .



# Chapitre 1

## Etat de l'art

### 1.1 Contexte et enjeux

Avec les dizaines de morts, les milliers de foyers privés d'électricité, les millions d'arbres abattus, les voies de circulations et de communications coupées, les tempêtes qui ont frappé la France en décembre 1999 resteront durablement un traumatisme pour les populations. Au delà de toutes ces tragédies individuelles ayant frappé des milliers de personnes, la catastrophe a pris indiscutablement une dimension économique, écologique et sociale. Les pertes de bois considérables (140 millions de m<sup>3</sup> au sol en France selon Bergonzini (2000)) ont fait chuter les cours de la matière première et ont durablement engagé les réserves de bois pour le futur. L'avenir pour les 40000 entreprises de la filière bois forêt française est très incertain, et de nombreuses interrogations sur le choix de la sylviculture se posent autant pour maintenir l'activité actuelle de la filière que pour tenter de tirer des leçons pour le futur. L'inquiétude est d'autant plus compréhensible que la fréquence des tempêtes au cours des trente dernières années est en progression et que les changements climatiques annoncés tendraient à aggraver la situation (Riou-Nivert (2001)).

Face à toutes ces préoccupations, la filière bois n'a pas baissé les bras. Dans un premier temps il a fallu tirer des enseignements immédiats de la tempête. Toutes les grandes institutions qui s'intéressent à la recherche forestière ont réuni leurs efforts pour mettre en commun leurs connaissances scientifiques à travers différentes expertises communes (Bergonzini & Laroussinie (2000), CEMAGREF (2001), Birot *et al.* (2001)). A plus long terme, des études plus fondamentales ont été initiées dans les différentes unités de recherche, afin de développer les connaissances sur les mécanismes propres mis en jeu avant, pendant et après la tempête et conduisant aux ravages disproportionnés que l'on

connaît. Des chercheurs se sont ainsi investis sur un grand nombre de domaines liés à la sensibilité des forêts : dynamique du mouvement de l'arbre, écoulements aérodynamiques dans les forêts, développement racinaire, ancrage, reconstitutions après tempêtes, impacts sur les écosystèmes ...

Devant la multitude des phénomènes conduisant à la dévastation des forêts au cours des tempêtes, la portée d'une étude centrée exclusivement sur l'ancrage du système racinaire de l'arbre seul peut paraître très insuffisante. La multiplicité des facteurs entrant en jeu rend inaccessible la compréhension du phénomène dans son ensemble. De plus, il est très probable qu'une meilleure compréhension de la transmission des efforts dans le sol par le système racinaire permettra de limiter certaines causes de déracinements exceptionnels en évitant des erreurs grossières d'incompatibilités entre sols sylviculture et essences du point de vue de la biomécanique. Un mauvais ancrage peut aussi avoir des conséquences sur la qualité du bois. La rectitude de la tige notamment peut être altérée si le système racinaire ne reprend pas sa place initiale après une tempête.

## 1.2 Etat de l'art

### 1.2.1 Stabilité et ancrage de l'arbre

Le thème de l'ancrage des arbres est un sujet qui jusqu'à ces 15 dernières années était resté très anecdotique et restreint essentiellement à l'analyse des dégâts post tempêtes (Day (1950), Fraser (1962), Putz *et al.* (1983), Bouchon (1987)). C'est avec Coutts (1983) qu'ont été posées les premières bases d'une compréhension individuelle du mécanisme de déracinement et la prise en compte des caractéristiques des racines. Sa démarche expérimentale originale consiste, au cours d'essais de flexion du tronc, à supprimer certaines composantes de l'ancrage pour quantifier leurs effets. Il s'agit par exemple de couper les racines au vent et d'observer la baisse du moment d'ancrage induite. Ainsi, sur des épicéas de Sitka au système racinaire peu profond, Coutts a pu dégager quatre grandes composantes de l'ancrage : (1) les racines au vent sollicitées en traction qui représentent 60% de la résistance de l'arbre, (2) les racines latérales sous le vent soumises à de la flexion représentent 20% de la résistance, (3) le poids de la souche et (4) la résistance du sol au cisaillement prenant les 20 % restant. Par la suite une étude réalisée sur des pins sylvestres par Mickovski (2002) a révélé des résultats sensiblement différents. Les essais

de déracinement réalisés sur cette essence au système racinaire de type pivotant ont montré que le rôle du pivot prédomine sur celui des racines latérales. Ces deux expériences illustrent la diversité des mécanismes et la grande sensibilité de ce phénomène à des changements de conditions d'enracinement. Parmi les facteurs susceptibles d'interagir avec ces mécanismes, la profondeur de l'enracinement est l'aspect le plus souvent mis en cause (Day (1950), Fraser (1962)), car elle conditionne le poids du sol soulevé et sa résistance au cisaillement. D'autre part, la nature du sol influence la capacité de la prospection des racines (Fraser (1962), Fraser & Gardiner (1967), Moore (2000)). Day (1950) a pu observer que même pour les enracinements profonds, la saturation en eau du sol, conduisait à des déracinements plus fréquents. Ceci conduit à penser que les interventions humaines comme les éclaircies ou le drainage (Fraser & Gardiner (1967)) peuvent influencer la stabilité du peuplement en agissant aussi bien sur le développement des racines que sur les propriétés mécaniques du sol. Par ailleurs, les études de Stokes *et al.* (2000) indiquent que l'architecture et le développement des racines sont déterminants pour l'ancrage. Henwood (1973) et Crook *et al.* (1997) ont montré que les racines contreforts ont un rôle positif en réduisant les efforts de traction dans les racines au vent, bien que cet effet n'aie pas été constaté sur les dégâts observés (Putz *et al.* (1983)) à l'échelle du peuplement. Le nombre et la position des racines sur le collet ont été identifiés comme des caractères déterminant pour la stabilité du maïs (Denis *et al.* (2000)) mais peu d'études ont montré une influence sur les arbres forestiers. De même, la résistance du bois du tronc est apparue comme un facteur expliquant la rupture par volis (Putz *et al.* (1983)), ce qui semble indiquer que la résistance de la racine est un indicateur potentiel de la résistance au déracinement.

<i>Essence</i>	Moment d'ancrage (kN.m)	<i>Type de rupture</i>
Hêtre ( <i>Fagus sylvatica</i> )	22.5	Rupture du tronc à 1m
Douglas ( <i>Pseudotsuga menziesii</i> )	13.9	Rupture du tronc à 1.8m
Chêne ( <i>Quercus robur</i> )	16.1	Rupture du tronc à 1.5m
Epicea ( <i>Picea abies</i> )	7.5	déracinement
Pin maritime ( <i>Pinus pinaster</i> )	12.8	déracinement

TAB. 1.1 – Valeurs indicatives du moment d'ancrage d'arbres adultes de quelques essences communes (Stokes (2000), Stokes *et al.* (2000))

Plus généralement, le déracinement n'est pas le seul fait de la faiblesse des fondations

de l'arbre, mais traduit plutôt une disproportion entre la résistance de la structure souterraine de l'arbre et les efforts qui lui sont transmis par l'intermédiaire du houppier. A ce titre les travaux portant sur les aspects plus généraux de la stabilité à l'échelle du peuplement sont précieux et montrent que plusieurs caractéristiques de la structure des peuplements entrent en jeu. Un grand nombre d'études indiquent que la sensibilité au vent des peuplements est essentiellement liée à la hauteur dominante et à l'âge du peuplement (Ruel (2000), Dhôte (2000), Vinkler (2002)), les arbres plus petits et massifs (H/D faible) tendant davantage à se déraciner (Putz *et al.* (1983)). Les éclaircies dans les futaies régulières fragilisent considérablement les peuplements pendant les quelques années qui suivent l'intervention (Huggard *et al.* (1999)). Par contre, à plus long terme, l'éclaircie est nécessaire et tous les textes confirment que les peuplements denses et élancés sont très sensibles au vent (Becquey & Riou-Nivert (86), Baker *et al.* (2002), Wilson & Oliver (2000)). En ce qui concerne la stratification du peuplement, il semble que pour les zones faiblement exposées, les peuplements stratifiés soient légèrement plus résistants que les peuplements réguliers (Mason (2002)). Ces résultats sont à vérifier, car on ne dispose que de peu d'expériences pour valider ce point de vue. Par contre, dans le cas où les parcelles sont endommagées, ces structures stratifiées ont des avantages certains pour la régénération et la préservation des écosystèmes (Dhôte (2000)). Il est aussi très difficile d'établir un classement entre les différentes espèces forestières quant à leur stabilité au vent. Bouchon (1987) relève de nombreuses contradictions à ces analyses post-tempête et l'explique par des sensibilités diverses des essences aux conditions de sol, à l'orientation des vents. Il semble malgré tout que l'on puisse affirmer sans risque que les résineux (Epicéa Douglas pin ou sapin) subissent plus de dégâts que les feuillus tels que le chêne ou le hêtre au cours des tempêtes (Dhôte (2000)), ce qui semble confirmé par les déracinements artificiels (Tab. 1.1). Les peupliers sont assez sensibles (Paillassa (2001)) de part la forte humidité de leurs sols. La vitesse des vents reste bien évidemment la cause principale du déracinement, mais au cours de vent violent, il a pu être constaté que les différences de vitesse de vent mesurées localement expliquent peu la disparité des dégâts (Ruel (2000), Vinkler (2002)). Notons que les arbres situés sur les zones en pentes sont en général moins endommagés que sur les reliefs plats (Ruel (2000), Vinkler (2002)).

Malgré la diversité des connaissances sur la stabilité de l'arbre, les méthodes d'investigation utilisées restent très limitées pour passer du stade de l'observation au stade de la compréhension. Jusqu'à présent trois approches ont été adoptées. La première, plus

traditionnelle, consiste à observer les dégâts occasionnés par les tempêtes et à établir les relations qui lient les chutes d'arbres aux conditions du peuplement et de l'environnement (Huggard *et al.* (1999), Putz *et al.* (1983), Ruel (2000), Vinkler (2002)). Toutefois, la multitude de facteurs indivisibles pouvant expliquer l'importance des dégâts limite la détermination des causes exactes des dommages. Une démarche alternative, initiée par Fraser (Fraser (1962)), consiste à s'intéresser à l'arbre seul en le déracinant artificiellement à l'aide de moyens mécanisés et parallèlement à enregistrer la réaction de l'arbre (rotation, moment, émission acoustiques etc ...). Ces essais ont pu être réalisés dans des configurations très variées de sol (Fraser & Gardiner (1967)) et en considérant des essences (Stokes *et al.* (2000)) et des âges (Stokes (2000)) différents. Cette méthode permet de caractériser le comportement mécanique global de la structure en déterminant la rigidité de l'ancrage ou le moment maximal. Mais ces expériences sont difficiles et longues à réaliser

De nouvelles méthodes d'investigation, plus modernes, ont permis d'affiner ces expériences. L'utilisation de jauges de déformation (Crook & Ennos (1996), Stokes (2000)) permet d'obtenir l'état de déformation et de contrainte sur les racines en surface et demeure un indicateur efficace du mode de rupture de l'arbre. L'utilisation de procédés optiques (Robin *et al.* (2003)) permet aussi d'interpréter le comportement de l'arbre soumis à des actions mécaniques. Les techniques sonores ont aussi été utilisées pour identifier les ruptures des racines en profondeur (Coutts (1983)). L'utilisation de radars (GPR) pour sonder les sols (Hruska *et al.* (1999), Stokes *et al.* (2002)) commence à émerger et laisse envisager des moyens beaucoup plus puissants pour explorer les mécanismes au cours du déracinement. Enfin, la modélisation mécanique de l'enracinement permet d'explorer de l'intérieur le mécanisme et complète les manques d'une expérimentation en cours de perfectionnement. Jusqu'à récemment, les modèles utilisés proviennent de développements analytiques dans le cadre de la résistance des matériaux et de la théorie des poutres sur fondations plastiques (Ennos (1991), Mickovski & Ennos (2002), Niklas *et al.* (2002), Wu *et al.* (1988)). Ces modèles nécessitent une très bonne compréhension du phénomène car la complexité des formes reste limitée. Avec l'avènement des techniques numériques, la méthode des éléments finis appliquée aux structures végétales (Mattheck *et al.* (1997), Fourcaud & Lac (2003), Kirby & Bengough (2002)) permet d'analyser le comportement de ces structures complexes.

Finalement, les avancées récentes dans le domaine de la stabilité laissent apparaître une

multitude de phénomènes biologiques (morphologie et croissance des systèmes racinaires Stokes *et al.* (2003)) et physiques (mécanique des sols, hydrologie, contact). La prise en compte de ces nouveaux champs de connaissances sont désormais nécessaires pour améliorer la connaissance du mécanisme de déracinement.

### 1.2.2 Les systèmes racinaires

Les systèmes racinaires, par la multitude de leurs formes et de leurs topologies, expriment au premier abord un profond désordre. Cependant, les premières descriptions des systèmes racinaires ont amené, à force de simplification, à mettre en évidence des grandes classes d'architectures. La classification la plus répandue est apportée par Köstler *et al.* (1968), qui définit trois grandes classes de systèmes racinaires (Fig. 1.1) : les systèmes traçant dont toutes les racines se développent à l'horizontale et en surface, les systèmes pivotant constitués d'une grosse racine verticale dans le prolongement de tronc (pivot) et de racines latérales partant du collet, et enfin le système coeur dont les multiples racines fasciculées et dirigées selon diverses inclinaisons exploitent intensivement la zone autour du collet. D'autres classifications ont tenté par la suite de gagner en précision. L'étude de Drenou (2003) permet de décomposer la structure globale du système en un combinaison de propriétés horizontales et verticales. Ce travail constitue un début vers une paramétrisation des systèmes racinaires. Une toute autre approche consiste à se concentrer uniquement sur la répartition spatiale des racines dans le sol sans considérer les aspects architecturaux. Il a été observé (Lyford (1980), Lucot (1994)) que l'occupation du sol pour un système racinaire donné, s'organise en deux niveaux. Dans le proche voisinage du collet, une zone de ramification très dense à forte décroissance en diamètre se développe dans un périmètre de  $1m$  environ. Les parties éloignées du collet, moins ramifiées et plus traçantes, correspondent au développement extensif, peuvent se déployer jusqu'à plusieurs mètres de l'arbre. Dans le système intensif, on observe aussi une très forte décroissance des diamètres. Cette zone est appelée ZRT (Zone of Rapid Taper) par Wilson (1975). L'utilisation de cartographie spatiale de la présence de racines est alors un moyen d'analyser le système racinaire. (Danjon *et al.* (2000), Tardieu (1994), Jourdan & Rey (1997), Ozier-Lafontaine *et al.* (1999)).

Bien souvent il est nécessaire d'avoir une compréhension de la mise en place des racines beaucoup plus fine afin d'expliquer toute la diversité observée. Certaines réponses sont

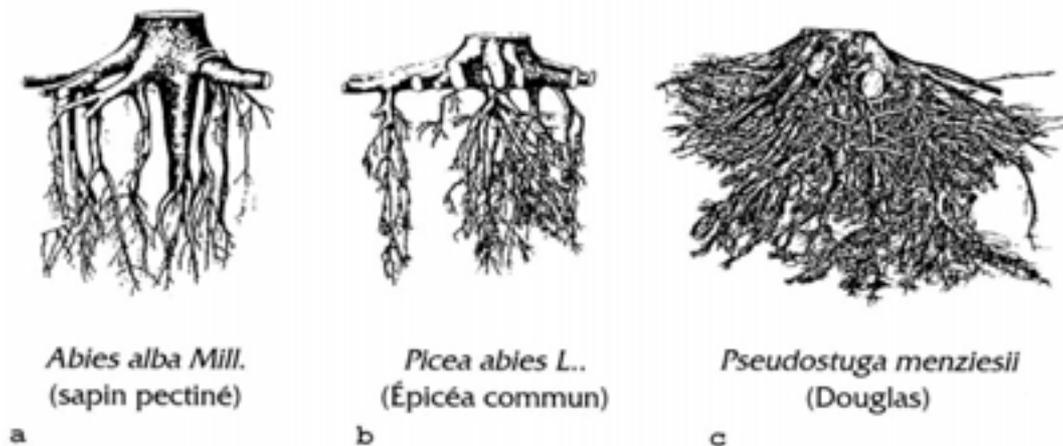


FIG. 1.1 – Schématisation par Köstler *et al.* (1968) de trois essences illustrant la classification pivot/coeur/plaque. En a) le sapin pectiné qui possède un pivot développé fait partie du type pivotant. L'épicéa commun b) qui développe essentiellement des racines en surface est de type traçant. Enfin le douglas c) se caractérisent par un ensemble dense de racines fines et orientées dans toutes les directions illustre le type coeur

apportées par l'étude de la croissance des racines. Le système racinaire tel qu'on le découvre lors des excavations est une photographie de l'organisation des racines mises en place tout au long de la vie antérieure de l'arbre.

Quatre fonctions essentielles rythment la croissance des racines : la croissance axiale et radiale, la ramification des axes et la mortalité (Vercambre *et al.* (2001), Puhe (2003)). Les nombreuses nouvelles racines exploitent temporairement le sol et une majorité d'entre elles périssent après quelques semaines (Coutts (1986), Puhe (2003)). Les racines de structure sont donc mises en place très tôt dans la vie de l'arbre et les facteurs environnementaux déterminent si une racine s'épaissit ou meurt.

Ces fonctions essentielles sont rythmées par les différentes phases de la vie de l'arbre. Durant les quelques premières années et pour la plupart des essences forestières, le système racinaire est essentiellement constitué d'une racine verticale directement issue du collet (le pivot) et de quelques racines latérales principalement en surface (Raimbault (2001)). Le pivot du jeune plant, très fortement géotropique et à croissance forte, est l'élément central de l'enracinement de la plantule. Les blessures ou perturbations générées par les modes de plantations artificielles (pots, transplantations) ralentissent le développement de la plante et sont en général défavorable à l'ancrage (Sundström & Keane (2000)). Pendant les quelques dizaines d'années qui suivent, les caractères propres à chaque espèce

commencent à s'exprimer. Il semble que pour beaucoup d'espèces cependant, la croissance du pivot tend à diminuer au profit des racines latérales. Pendant cette période, une grande partie de la structure du système racinaire adulte est mise en place (Puhe (2003), Coutts (1986)). L'enracinement est alors classiquement décomposé en système horizontal et système vertical (Laitakari (1927), Atger (1995)). L'enracinement horizontal se trouve principalement à une trentaine de centimètres de la surface et peut étendre son influence à des dizaines de mètres du collet (Puhe (2003), Lyford (1980)). L'enracinement vertical, par contre, est rapidement bloqué par des horizons de sols impénétrables ou par la nappe phréatique. Coutts (1989) affirme que l'inclinaison initiale détermine définitivement la direction de croissance de la racine en l'absence d'obstacle, mais Puhe (Puhe (2003)) indique que les changements de direction après la naissance de la racine peuvent être masqués avec l'âge par la croissance secondaire. Enfin, pendant les dernières années de leur vie, les racines proches du collet s'épaississent largement pour maintenir la stabilité de l'arbre, alors que le renouvellement du chevelu racinaire ralentit progressivement (Raimbault (2001), Puhe (2003)).

Le développement du système racinaire est cependant largement perturbé et modifié par les contraintes imposées par le milieu. La forte capacité d'adaptation de la racine lui vaut le qualificatif d'opportuniste. En effet, de nombreuses études ont montré qu'en présence de milieux fortement hétérogènes, le système racinaire se développe davantage dans les zones plus riches (Gersani & Sachs (1992)). Les contraintes environnementales imposées au développement des racines sont de plusieurs natures. Les obstacles mécaniques impénétrables que les racines doivent contourner sont parmi les éléments qui modifient le plus la morphologie. Il peut s'agir aussi bien de la présence de pierres réparties irrégulièrement que de couches de sols ou de roches très compactes et rendues impénétrables (Tardieu (1994), Bennie (2002)). Les racines ont la capacité de retrouver leur direction de croissance initiale si l'obstacle mesure moins de quelques centimètres (Coutts (1989)). Ainsi Raimbault (1999) observe que dans les sols de type sableux, les racines restent longilignes alors que pour les sols argileux, les périodes de sécheresse durcissent l'argile et les racines se développent dans les fissures. On observe alors des oscillations plus importantes. Le manque d'oxygène du sol, souvent en étroite relation avec l'hydrométrie du sol, a pour effet de ralentir la croissance, et lorsque l'asphyxie est prolongée, de tuer les apex racinaires (Drew & Stolzy (2002)). Toute mort d'apex est en général suivie de nombreuses initiations de racines latérales quelques centimètres en amont qui reprennent très rapide-

ment la même direction de croissance (Coutts (1989)). La fluctuation de la hauteur de la nappe phréatique chez certaines essences, génère sur les racines verticales inférieures des extrémités semblables à des pinceaux. La richesse nutritionnelle est un facteur pouvant influencer les propriétés de l'architecture racinaire. Fitter (1987) a pu montrer que des différences topologiques s'observent dans des sols de richesse différente. De même les caractéristiques géométriques comme l'angle d'inclinaison des racines au collet (Coutts (1989)) peuvent être modifiées. L'acidité du sol, liée à une pollution excessive, tend à ralentir la croissance et peut engendrer des modifications de formes (Gruber (1994)). Le rapprochement des arbres peut créer des situations de concurrence entre les systèmes racinaires en limitant leur développement extensif (Caldwell (1986)). Dans d'autre cas on peut observer des anastomoses entre les racines (Eis (1971)) et même entre arbres voisins de la même espèce. Enfin certaines actions s'exerçant sur la partie aérienne de l'arbre ont des conséquences importantes sur la physiologie du système racinaire. Des tests réalisés en soufflerie montrent que le pivot des arbres soumis à un vent régulier est plus court et les racines latérales du coté au vent sont plus longues (Stokes *et al.* (1995)). Les racines de structure, initiées au collet ont aussi tendance à s'épaissir et à adopter des formes non circulaires comme chez l'épicéa de Sitka ou le chêne notamment (Coutts *et al.* (2000)). La topographie du terrain induit aussi des inégalités sensibles du système racinaire, notamment avec l'accroissement de l'inclinaison de la pente (Shrestha *et al.* (2000)).

L'analyse de la ramification au sein d'une architecture, aussi bien pour les racines que pour le houppier des arbres est un aspect délicat car il n'existe pas à priori un nombre fixé de variables pour décrire exactement ce système. Fitter (1987) montre par exemple qu'une architecture qui a un nombre fixé de connexions peut se structurer de manière différente et avoir des capacités d'absorption très différentes selon l'arrangement des connexions. Pour pouvoir prendre en compte la notion de connexion des racines entre elles (la topologie), des outils mathématiques spécifiques, issus de la théorie des graphes (Godin & Caraglio (1998), Oppelt *et al.* (2000)), peuvent être utilisés : le système racinaire est assimilé à un ensemble de segments, chacun pouvant avoir des attributs géométriques (le diamètre par exemple) ou biologique. Dans ces conditions le système racinaire complet est un ensemble de segments dont les connexions diverses permettent de représenter une grande partie de la diversité architecturale. Ce modèle général est souvent complété des contraintes liées à la nature des plantes, comme l'orientation des axes (direction de croissance) ou l'unicité de l'origine (1 racine - 1 apex). L'application de la théorie des graphes pour la repré-

sensation des plantes a été largement explorée par Godin & Caraglio (1998). L'analyse de ces données permet de renseigner toute sorte de relations allométriques dont le "Pipe model" de Shinozaki est la plus emblématique (Ozier-Lafontaine *et al.* (1999)). Fitter est l'un des précurseurs de l'analyse topologique des structures racinaires en introduisant des indicateurs de la branchaison dans l'architecture dont les valeurs traduisent des différences entre la richesse nutritionnelle du sol ou entre essences (Fitter (1987), Fitter *et al.* (1988)). Plus récemment l'utilisation de méthodes nouvelles, comme les fractales (Ozier-Lafontaine *et al.* (1999)) ou les processus stochastiques (Jourdan & Rey (1997)) ont permis de procéder à des analyses supplémentaires du système ramifié.

Le bois racinaire est un matériau composite, constitué de fibres orientées essentiellement

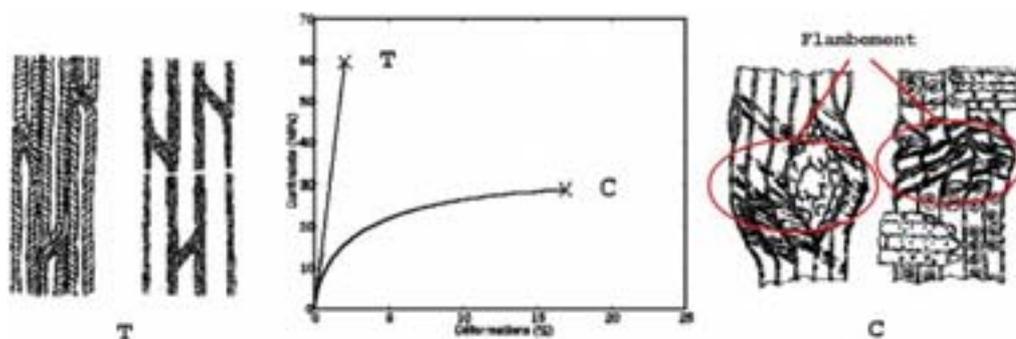


FIG. 1.2 – Schématisation d'une courbe contrainte/déformation en traction et en compression. La rupture en traction est soudaine (T) et résulte de la rupture en traction de la paroi des cellules. En compression (C), la rupture est plastique et traduit le flambement des fibres.(Pluvinage (1984))

dans le sens de la croissance primaire et assemblées dans une matrice de lignine et d'hémicellulose. Cette orientation naturelle des fibres induit une orthotropie de ses propriétés mécaniques, ce qui signifie que le bois réagit de manière différente selon qu'il est sollicité dans le sens des fibres ou perpendiculairement. Le sens longitudinal est plus résistant car les fibres, très élancées, agissent comme des cordes et les cellules se rompent dans la paroi (Pluvinage (1984)). La rupture du bois est alors soudaine et brève (Fig. 1.2 T). Elle se manifeste au cours du déracinement par des claquements sourds venant du sol (Coutts (1983)). En compression, au delà d'un seuil de contrainte environ deux fois plus faible que celui de la traction (Pluvinage (1984)), le bois s'écrase par flambement local des fibres (Fig. 1.2 C) et maintient une résistance relativement constante à l'enfoncement. Pour ce

type de sollicitation, la rupture est donc ductile. La résistance du bois de racine a été étudié pour diverses essences de bois (Tab. 1.2). Cette résistance varie considérablement, non

<i>Essence</i>	Module de rupture (MPa)
Pin sylvestre	23
Sapin	28
Epicea	28
Douglas	17
Peuplier noir	20
Chêne pédonculé	45
Platane	27

TAB. 1.2 – Quelques valeurs indicatives du module de rupture à la traction de racines d’essences communes (extraites de Stokes & Mattheck (1996), Stokes (2001), Commandeur & Pyles (1990) )

seulement entre différentes espèces, mais aussi au sein de l’arbre lui même. La résistance à la traction en général augmente avec l’inverse du diamètre de la racine (Commandeur & Pyles (1990), Stokes & Mattheck (1996)), ce qui serait peut-être dû au taux de cellulose plus élevés dans les jeunes racines. D’autres facteurs extérieurs sont susceptibles de modifier la résistance des racines. Lindström & Rune (2000) ont montré que chez les arbres semés, les racines sont plus résistantes en comparaison de celles issues d’arbres élevés en pots.

L’arbre réagit au stress mécanique notamment avec la croissance secondaire. Ainsi, la section des racines peut varier fortement en fonction du rôle dans le maintien de l’arbre. Les racines latérales charpentières étant soumises à de la flexion tendent à s’épaissir plus fortement dans le plan de la flexion que perpendiculairement et ont pour effet d’uniformiser le champ de contraintes dans la racine (Coutts *et al.* (2000), Mattheck & Breloer (1994)). On trouve alors des racines dont la section est en forme de I ou de T (Fig. 1.3).

### 1.2.3 Le sol

Le sol est un matériau constitué de particules, majoritairement minérales et très partiellement organiques (0 à 5% de la masse), associées à l’eau et à l’air qui remplissent les interstices laissés entre les grains. Les particules minérales sont soit directement héritées

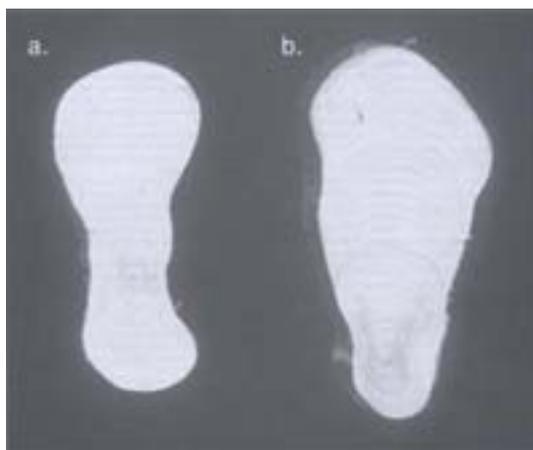


FIG. 1.3 – Deux types de racines fréquemment observées sur les racines latérales de l'épicéa (Coutts *et al.* (2000)). La figure a) désigne la forme en I et la figure b) la forme en T.

de la roche mère soit issues de transformations et de dégradations ultérieures. La fraction organique provient du cycle de carbone alimenté par les dépôts en surface (feuilles, branches etc..) ou en profondeur, transformés par la faune et la flore du sol. Le sol est donc en perpétuelle évolution, au gré du climat et de la végétation. A mesure que l'évolution du sol se poursuit, il s'approfondit et se différencie constituant ainsi la stratification verticale retrouvée sur les fosses pédologiques (Duchaufour (1997)).

La nature particulière des sols se traduit par un comportement mécanique très particulier. Les forces qui sont appliquées sur le sol se transmettent de particule en particule par les contacts qui existent entre les grains. La résistance au glissement tangentiel entre les grains étant faible, la défaillance du sol à l'échelle macroscopique, se traduit par un glissement sur une surface où le cisaillement est le plus fort (Lambe & Whiteman (1969)). De plus, les très anciennes études de Coulomb sur le frottement ont montré que la force de frottement (tangentielle) entre deux surfaces est proportionnelle à la force normale (François *et al.* (1993)). Ceci s'observe en toute logique dans les sols : la résistance au cisaillement est d'autant plus importante que la pression environnante est forte.

L'eau joue aussi un rôle majeur dans les propriétés du sol, selon son affinité avec les particules et la dimension des cavités. Il en découle deux grandes classes de sol quant à leur comportement mécanique :

- Les sols sableux (drainés), à forte perméabilité, ont la capacité de dissiper très rapidement les pressions de l'eau de pore générées par les actions mécaniques. Le comportement correspond alors à une loi de Mohr Coulomb. Le rôle de l'eau est

purement statique et exerce sur les grains la poussée d’Archimède. (Whitlow (1995), Lambe & Whiteman (1969))

- Dans les sols argileux (non drainés), dont la taille des particules est plus faible, la circulation de l’eau est plus difficile. Dans ce cas, l’eau étant considérée incompressible, les variations de la pression isostatique dans le sol portent essentiellement sur l’eau. Les forces de contact entre les grains restent constantes et le sol se caractérise par une résistance au cisaillement constant, quelle que soit la pression environnante. (Whitlow (1995), Lambe & Whiteman (1969))

Cette vision bipolaire du comportement des sols est autant liée à la nature du sol qu’à la durée du chargement appliqué. Le tableau (1.3) expose les ordres de grandeur des paramètres de Mohr Coulomb pour les deux types de comportement. On peut noter que l’argile peut avoir un comportement non drainé, dans le cas d’effort courts, mais pour des comportements plus long (fondations par exemple), son comportement est de type drainé.

	Cohésion (kPa)	Angle frottement (°)
Sable	0-15	20-50
Limon	10-14	25-38
Argile (drainé)	5	25
Argile (non drainé)	20-50	0

TAB. 1.3 – Ordre de grandeur de la cohésion et de l’angle de frottement pour des sols classiques. Données extraites de Neves *et al.* (2001a), Wu *et al.* (1988), Hong *et al.* (2003), Wu & Watson (1998), Lambe & Whiteman (1969), Brinkgreve & Vermeer (1998), Pan *et al.* (2002), Yang & Jeremic (2002), Hong *et al.* (2003)

La loi de Mohr Coulomb est classiquement utilisée pour la modélisation du comportement des sols (Whitlow (1995)). Celle-ci suppose que la relation entre la résistance au cisaillement augmente linéairement avec la pression moyenne dans le sol. La réalité est souvent différente, et on observe souvent une augmentation de l’angle de frottement lorsque la pression isostatique diminue (Jiang *et al.* (2003)). De plus, le sol est renforcé par la colonisation des racines (Greenway (1987)). Lorsque celles-ci sont de l’ordre de quelques millimètres, elle transmettent essentiellement des efforts de tractions. Il est alors courant de les incorporer dans la cohésion du sol rendu supérieure par la présence des racines.

La résistance au cisaillement supplémentaire ajouté est fonction de la traction admissible dans la racine (Waldron (1977), Wu *et al.* (1979)). Pour les racines plus grosses se déformant peu, la théorie des poutres sur fondations plastiques permet de déduire la contribution des racines à la résistance du sol (Wu *et al.* (1988)). Les sols réels tels que l'on peut trouver en forêt montrent des comportements bien plus complexes que ceux définis théoriquement par la loi de Mohr Coulomb. L'utilisation de cette loi reste néanmoins l'une des plus robustes et a le mérite d'être pilotée par des paramètres en nombre limité et dont l'interprétation physique est élémentaire.

### 1.3 Problématique

Après ce bref passage en revue de l'état de la connaissance du phénomène d'ancrage racinaire, un premier constat peut être dressé en trois points :

1. La connaissance du processus de déracinement de l'arbre conduit à étudier aussi bien les aspects biologiques de l'enracinement (état sanitaire des arbres, croissance des racines, concurrence souterraine) que physiques (mécanique des sols et du bois, hydrologie). Il s'agit par conséquent d'un phénomène gouverné par de nombreux paramètres dont les mesures font apparaître une très grande variabilité. Cette réalité a souvent limité les études expérimentales.
2. L'étude de l'ancrage racinaire pose avant tout un problème de méthode. Jusqu'à présent, trois approches principales ont été employées par les chercheurs : l'analyse statistique des dégâts post tempêtes, le déracinement artificiel d'arbres par flexion du tronc ou encore par la modélisation essentiellement analytique. Ces méthodes permettent d'avoir une indication sur les facteurs qui semblent agir sur la résistance des arbres. En revanche, rarement ces études permettent de comprendre comment les racines transmettent les efforts dans le sol. Aucune méthode sur le terrain ne permet de suivre au cours d'un déracinement les contraintes mécaniques se propageant dans les racines et le sol. La prise de données dans le sol et sur les parties enfouies des systèmes racinaires reste encore difficilement envisageable dans le cadre des outils actuels de mesures (jauges de déformation, radar géologique, matériel optique ...)
3. Les connaissances dans le domaine de l'ancrage racinaire sont globalement très fragmentées et se cantonnent soit à certains cas particuliers (une essence sur un sol et à un âge donné) soit à des informations très partielles (propriétés du bois de racine

ou du sol).

Le bilan des connaissances actuelles sur la stabilité de l'arbre fait apparaître un manque de connections entre les informations sur la botanique des racines, la mécanique des matériaux (sol, bois ou contact) et des structures.

Le travail présenté dans ce document tente de dégager les mécanismes essentiels du déracinement et de comprendre comment interagissent les propriétés mécaniques du sol et des racines ainsi que la morphologie du systèmes racinaires. Une méthodologie spécifique a été mise en place permettant d'explorer la diversité des formes et du comportement mécanique de ces structures.

Le travail réalisé au cours de cette étude s'articule en quatre parties distinctes. Tout d'abord, une étude bibliographique générale présentée dans ce chapitre, permet de mettre en évidence les différents phénomènes entrant en jeu dans le déracinement. L'influence de la morphologie des systèmes racinaires sur le déracinement est un aspect sur lequel portent beaucoup d'interrogations : non seulement ce facteur est pressenti comme responsable d'une partie des dégâts occasionnés pendant les tempêtes, mais il est aussi possible d'agir sur cette caractéristique de l'arbre en changeant d'essence ou de type de culture. Par contre, la considération des facteurs architecturaux dans l'analyse de la mécanique du déracinement est apparue limitée par des procédures purement expérimentales. L'utilisation de modèles de systèmes racinaires a donc été choisie car leurs propriétés morphologiques peuvent être maîtrisées.

Le deuxième chapitre aborde la caractérisation des systèmes racinaires. Le travail de mesure et d'analyse des systèmes racinaires a été menée sur plusieurs essences forestières françaises servant de base pour la modélisation de l'ancrage.

L'analyse mécanique des structures racines / sol doit permettre de prendre en compte des structures décrites assez finement pour pouvoir distinguer l'influence de paramètres géométriques très ponctuels. De plus, cette analyse doit apporter des informations nécessaires pour comprendre les mécanismes conduisant à des différences de résistance. L'approche numérique (méthode des éléments finis) est apparue plus adaptée que les méthodes analytiques pour traiter ce problème. Non seulement elle permet d'analyser des géométries très complexes pour lesquels les solutions analytiques n'existent pas forcément, mais elle autorise aussi le couplage entre tous les phénomènes physiques pouvant être impliqués dans l'ancrage. Enfin cette méthode est un formidable outil d'exploration, car il est possible de visualiser au cours du déracinement calculé, l'évolution de toutes les variables expliquant

les processus internes modélisés. Le chapitre 3 présente les techniques de modélisation qui sont employées pour la simulation du déracinement d'un système racinaire donné. Le quatrième chapitre présente les configurations racine/sol étudiées qui ont permis de mettre en valeur les mécanismes du déracinement.

Enfin, le dernier chapitre propose une réflexion plus profonde sur la portée des résultats obtenus ainsi que les perspectives de ce travail.

## Chapitre 2

# Analyse de la morphologie des systèmes racinaires

Les analyses qui ont été réalisées dans ce chapitre ont pour objectif de fournir à l'étude mécanique des formes simplifiées, retenant les aspects essentiels de la forme des racines. Dans un premier temps une série de mesures a permis d'emmagasiner des données sur les systèmes racinaires de plusieurs essences sur plusieurs sites différents. Ensuite, deux types d'analyses ont été menées. Dans un premier temps, la complexité du système racinaire complet est décomposée en caractérisant la racine en un endroit du système racinaire. Les propriétés nécessaires pour définir sa ramification et sa géométrie sont alors en nombre limité. D'un tout autre point de vue, il est possible aussi de se placer au niveau de l'occupation du sol en représentant la présence des racines sous une forme agrégée, comme c'est le cas dans une cartographie spatiale de la densité de racine. Ces deux approches ont été développées pour quantifier les différences morphologiques racinaires et ont abouti à deux types de modélisation pour l'analyse morphologique.

A partir de ces modèles, il est possible de reconstruire par la simulation des structures simplifiées issues d'un modèle (Jourdan & Rey (1997), Pagès (2002)). Dans ce chapitre, la simulation des modèles agrégés a permis de construire des architectures moyennes représentatives de chacune des essences. Les informations ainsi obtenues ont apporté une compréhension supplémentaire sur l'organisation des racines dans l'arbre.

## 2.1 La campagne de mesure

La campagne de mesures a eu lieu en 2001 et s'est étalée sur la période du 1<sup>er</sup> juin au 20 décembre. 12 semaines ont été nécessaires pour réaliser l'ensemble des mesures. Ces mesures ont pu être menées grâce à la participation précieuse des propriétaires forestiers ainsi que celle des CRPF et du personnel de l'IDF.

### 2.1.1 Matériel de l'étude

L'étude expérimentale des systèmes racinaires a été réalisée sur des parcelles forestières et sur des arbres en partie déjà déracinés. Il est évident que ce choix, motivé par le nombre considérable d'arbres tombés après les tempêtes de 1999, est une restriction importante de l'échantillon de l'étude. Néanmoins, les mesures ont concerné un grand nombre d'essences et de sites différents (parfois très inégalement touchés), ce qui a permis d'enregistrer les morphologies les plus diverses pour des essences forestières française très variées. Au total, 29 systèmes racinaires ont pu être dégagés et nettoyés sur 10 sites différents (Tab. 2.1). Ces données ont été complétées par les mesures de pins maritime déjà numérisées par F. Danjon et disponibles à l'Unité de Recherches Forestières de l'INRA de Pierroton. Les analyses se sont concentrées uniquement sur les peupliers et le pin maritime pour deux raisons principales : le nombre d'arbres mesurés chez certaines essences était trop limité pour réaliser les analyses statistiques, ensuite le temps pour effectuer ces analyses a manqué. L'observation de ce grand nombre de spécimens, dans des conditions d'enracinement très différentes, a permis toutefois d'acquérir une expérience très intuitive des systèmes racinaires, indispensable pour ce travail.

### 2.1.2 Le protocole

#### Préparation de la souche

Le dégagement d'un système racinaire se fait généralement par des moyens mécanisés (pelle mécanique, jet d'air comprimé). Au cours de cette étude, ces moyens n'ont pas été employés car les sites d'études étaient trop nombreux. L'utilisation d'un tire fort manuel est apparu économique et plus souple d'utilisation.

La sortie de la souche, étape préliminaire de la mesure, avait pour objectif de pouvoir désolidariser la souche du sol le plus rapidement possible. Dans un premier temps, la

<i>Essence</i>	Age	Nombre	Nom site	Type de sol
Peuplier Beaupré	7 / 13 ans	6	Bariteau (37)	Sol lessivé à pseudogley
<i>Po. trichocarpa</i> Torr. Gray	7 / 13 ans	6	Montauban (82)	sables alluviaux
Peuplier Raspalje	7 / 13 ans	6	Bariteau (37)	Sol lessivé à pseudogley
<i>Po. deltooides</i> Bartr. Marsh	7 / 13 ans	6	Montauban (82)	sables alluviaux
Hêtre	80 ans	2	Delincourt (54)	
<i>Fagus sylvatica</i>	120 ans	2	Lay St Christophe (54)	plateau calcaire
Epicéa	40 ans	5	Champoli (42)	sol brun / bunisol mésosaturé
<i>Picea abies</i>	35 ans	5	Bourg Lastic (63)	sol lessivé acide à pseudogley
Douglas	35 ans	8	Salbris (41)	Podzol humique
<i>Pseudotsuga menziesii</i>	40 ans	3	Ambierle (42)	sol brun ocreux/ crytopodzolique brun
Pin maritime	50 ans	24	Bilos (33)	Podzol humique
<i>Pinus pinaster</i>				à alios

TAB. 2.1 – Récapitulatif du matériel expérimental de l'étude

zone de l'étude est déblayée de toute végétation afin de faciliter les déplacements et les opérations mécaniques. Ensuite, la partie sous le vent est dégagée pour délester la souche, les grosses racines charpentières s'étant enfoncées dans le sol. Une fois que toutes les grosses racines latérales sont dégagées et que l'essentiel de la terre a été retiré, la sortie de la souche se fait à l'aide d'un tire fort.

Ensuite, intervient le nettoyage fin des éléments du système. Une fois que la souche est sortie de terre, et délestée d'une bonne partie de son poids, elle peut se manipuler à main nue pour les plus petites, à l'aide de leviers pour les moyennes, et avec le tire fort pour les plus grosses. La base du tronc est alors glissée dans un trou de quelques dizaines de centimètres de profondeur, les racines pointant vers le ciel. Cette position, particulièrement pratique pour accéder au coeur des racines au cours de la mesure, facilite aussi le nettoyage de la terre qui peut s'écouler naturellement vers le bas. Le nettoyage plus fin doit être suffisamment précis pour permettre de distinguer complètement les connections de toutes les racines entre elles. Une fois que cette précision est atteinte, la mesure de l'architecture peut commencer.



FIG. 2.1 – Une fois sorti de terre, le système racinaire est positionné 'racines en l'air'. Cette position facilite le nettoyage et la mesure.

Le temps nécessaire pour préparer un système racinaire est très variable en fonction de la nature du sol. Avec deux personnes, il suffit de quelques heures pour achever la préparation d'un arbre sur sol sableux. Par contre, les systèmes racinaires densément ramifiés et sur des sols argileux ou limoneux relativement humides peuvent prendre plus d'un jour complet de travail.

### Mesure des systèmes racinaires

La mesure des systèmes racinaires pose des difficultés liés à la nature ramifiée des objets à décrire.

Tout d'abord, ces systèmes ne contenant pas un nombre fixé de racines, posent un problème de formalisme. Le système racinaire est assimilé à un graphe, ou chaque portion de racine est représentée par une connection entre deux points de l'espace. Le système complet est représenté par une structure de donnée de type MTG (Godin *et al.* (1999)), enregistrant un chemin à travers l'architecture donnant le type de relation avec la racine précédente (ordre de ramification). L'itinéraire tracé au travers de l'architecture est complet et unique et réalisé en appliquant quelques règles simples.

- Le départ de la mesure est initié au niveau du collet, l'origine de toute racine. La

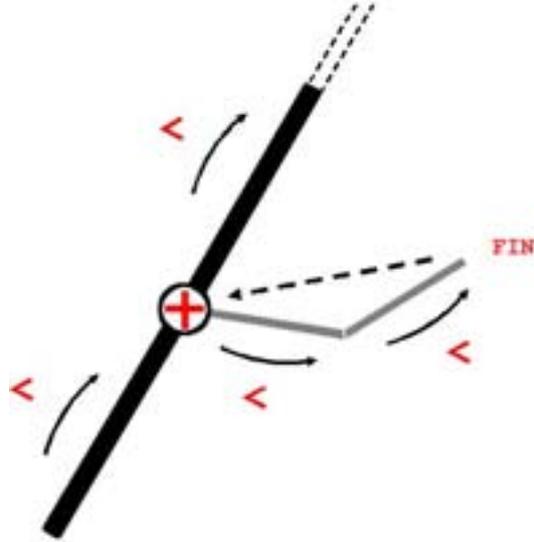


FIG. 2.2 – La mesure d’un système racinaire suit le chemin de l’ordre de ramification le plus élevé. Les axes en noir représente la racine d’ordre  $n$  et la racine en gris la racine d’ordre  $n + 1$ . Trois opérations élémentaires sont utilisées pour parcourir l’architecture : l’ajout de nouvelle portion d’axe ( $<$ ), l’insertion de racine d’ordre supérieure ( $+$ ) et à l’extrémité d’une branche, l’action (**FIN**) permet de revenir sur la racine porteuse.

mesure suit la direction de croissance de la racine.

- Trois types d’opérations sont réalisés pour parcourir l’architecture : l’insertion d’une racine d’ordre supérieur, symbolisée par le signe ‘+’, l’ajout d’une nouvelle portion d’axe sur la racine, représenté par le signe ‘<’, enfin lorsqu’une racine d’ordre  $n$  se termine, l’action ‘**FIN**’ permet de revenir sur la racine d’ordre  $n - 1$  pour finir sa description.
- A partir des trois actions  $+$ ,  $<$  et **FIN**, le chemin doit systématiquement décrire les racines d’ordre plus élevé avant de finir celles d’ordre inférieur déjà commencées. (Fig. 2.2)

Ensuite se pose la question du principe à utiliser pour acquérir les informations géométriques pour chaque nouvelle racine ( $>$ ), c’est à dire les coordonnées  $(x, y, z)$  du dernier noeud ainsi que le diamètre associé. Les mesures de position par capteur de mouvement (Danjon *et al.* (2000)) ou par le principe de Nielsen (Nieuwenhuis & Wills (2002)) sont difficilement applicables sur des terrains accidentés comme ce fut le cas dans bon nombre de nos sites forestiers. Par conséquent, la détermination de la position de chaque noeud

a été réalisée par calcul, à partir de la position précédente : chaque nouvelle racine est mesurée par une longueur ( $l$ ) et une direction dans l'espace (angle d'inclinaison et angle d'azimut). La position de son extrémité est calculée par rapport à la précédente :

$$\begin{pmatrix} x^{t+1} \\ y^{t+1} \\ z^{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^t \\ y^t \\ z^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l \cos(\text{inclinaison}) \cos(\text{azimut}) \\ l \cos(\text{inclinaison}) \sin(\text{azimut}) \\ l \sin(\text{inclinaison}) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Enfin, ces mesures étant généralement longues et fastidieuses, se pose le problème de la mise en place pratique d'un tel système de mesure, permettant de perdre le moins de temps et d'éviter un maximum d'erreur sur le terrain. Un logiciel de saisie sur le terrain, Archiroot a été spécifiquement développé (Dupuy *et al.* (2003a)). Celui-ci permet de calculer les coordonnées spatiales automatiquement à partir du point précédent et de la direction dans l'espace de la racine. Les données sont écrites directement sous format MTG compatibles avec les logiciels AMAP (Godin *et al.* (1999)). Ce logiciel permet aussi de visualiser instantanément le système racinaire numérisé à chaque instant de la mesure afin de pouvoir déceler les erreurs de saisie sur place, et les corriger si nécessaire. (Fig. 2.3)

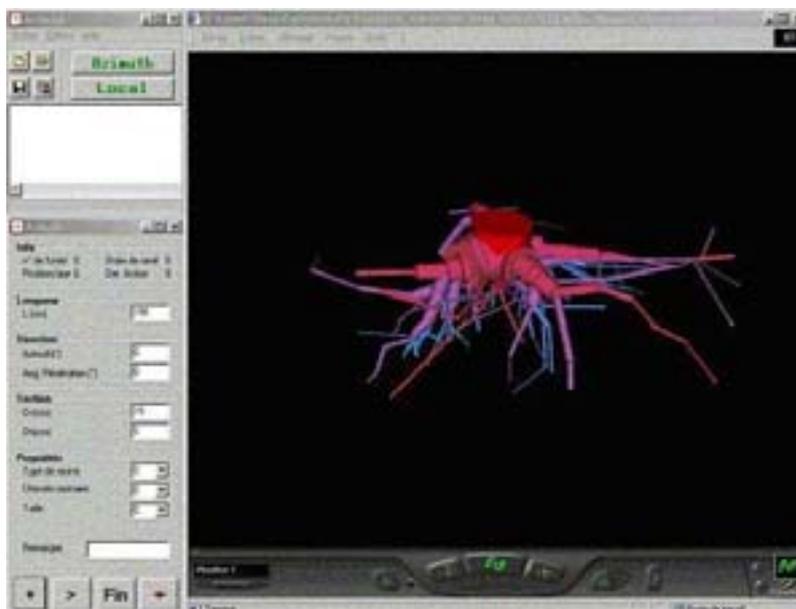


FIG. 2.3 – Visualisation d'un épicea commun par l'interface graphique d'Archiroot (Dupuy *et al.* (2003a)), logiciel de mesure des systèmes racinaires sur le terrain. Chaque point de l'architecture est calculé par translation du point précédent.

La segmentation des racines est arbitraire et vise à prendre en compte les informations

géométriques essentielles avec un nombre de saisies minimum. Seules les racines de diamètre supérieur à 1 cm ont été enregistrées. La mesure d'un système racinaire prend alors en moyenne entre 4 et 6 heures de mesure.

## 2.2 Méthode d'analyse des systèmes racinaires

### 2.2.1 Propriétés de la racine

Trois grandes classes de paramètres sont nécessaires pour caractériser la racine en un point donné : l'évolution de sa trajectoire, la position des racines latérales, et enfin la variation de son diamètre.

#### Les trajectoires

La forme d'une portion d'axe peut être représentée comme une trajectoire dans l'espace. En un endroit donné de la racine, l'évolution de la trajectoire se définit par un vecteur. La courbure ( $1/R_c$ ) est aussi une mesure du changement de direction de la racine. (Fig. 2.4)

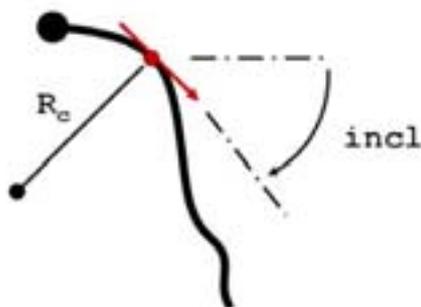


FIG. 2.4 – L'évolution de la trajectoire, à un instant donné, se caractérise par un vecteur unitaire (flèche) ou de manière équivalente par l'angle d'inclinaison (*incl*). Le rayon de courbure ( $R_c$ ) est aussi un indicateur de cette propriété.

#### La ramification

La fréquence de l'apparition de racines filles portées par un axe est une propriété essentielle des systèmes racinaires. A un niveau statique, celle-ci se traduit par une distance  $l$  séparant deux insertions de racine sur l'axe principal. On peut préciser davantage la

nature de la ramification en indiquant la direction de croissance. Celle-ci se définit par deux angles :

- L'angle d'insertion *ins* défini par l'angle que fait la racine fille avec sa racine mère
- L'angle radial *rad* définit l'angle de rotation pour amener la ramification dans le plan vertical

Le triplet  $(l, rad, ins)$  définit à un endroit donné la ramification sur un axe (Fig. 2.5).

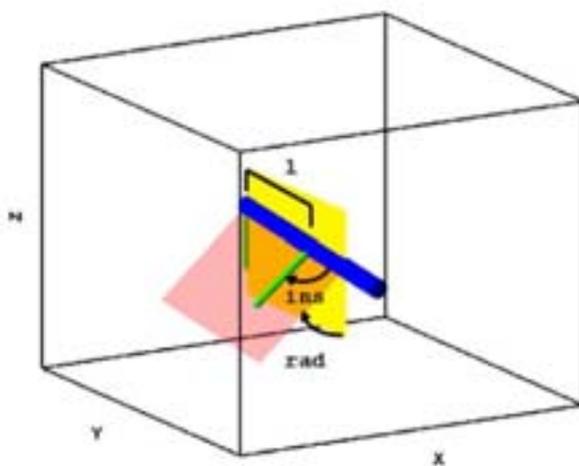


FIG. 2.5 – La ramification latérale se définit par la longueur ( $l$ ) séparant deux insertions de racine, l'angle radial ( $rad$ ) et l'angle d'insertion ( $ins$ ).

Enfin, il est possible d'attribuer d'autres propriétés pour caractériser la ramification. Il s'agit notamment du diamètre que va prendre la nouvelle racine ou alors du ratio entre diamètre mère et diamètre fille :  $D_{n+1}/D_n$ . Bien d'autres informations pourraient encore compléter cette définition, mais celles-ci n'ont pas été considérées au cours de l'étude.

### Section des axes

La section le long de la racine évolue en fonction du type de racine et de sa position dans l'arbre. Plus particulièrement, la diminution du diamètre lorsque l'on s'éloigne du collet (Goodman & Ennos (1999)), apparaît avoir un rôle mécanique essentiel dans la structure.

Cette propriété a été définie par un angle de conicité, pris par convention négatif lorsque le diamètre augmente. Si l'angle vaut 0, il n'y a aucun changement de diamètre. On observe que l'angle de conicité  $\alpha_c$  s'exprime en fonction des diamètres aux extrémités d'une portion d'axe (Fig. 2.6).

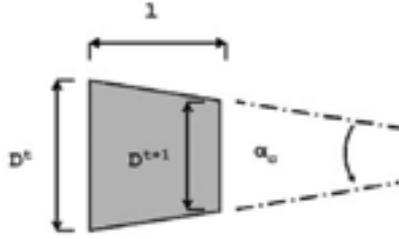


FIG. 2.6 – La variation du diamètre le long de la racine (en gris sur la figure) peut se caractériser par la conicité. Il s’agit d’un angle ( $\alpha_c$ ) qui se calcule en fonction de  $D^t$  et  $D^{t+1}$  les diamètres au début et à la fin de la section et à partir d’un segment de longueur  $l$  :  $\alpha_c = \arctan((D^t - D^{t+1})/l)$ .

Il faudrait certainement bien plus de paramètres pour s’approcher finement des sections réelles, en distinguant les formes en I des formes T ou ovales. Cependant, la conicité clairement été identifiée comme un paramètre déterminant de la stabilité (Goodman & Ennos (1999), Wilson (1975)).

### Propriétés agrégées des racines

L’ensemble des définitions précédentes s’attache à définir la ramification en un endroit de la racine. Une approche plus globale consiste à se placer du point de vue du sol et à déterminer en un endroit de l’espace la nature des racines présentes. Si l’on décompose le volume de sol exploité par les racines en petits éléments de volume, il est alors possible de compter le nombre de racines ou de ramifications par volume élémentaire. La densité volumique de racine s’exprime alors comme le rapport entre le nombre de ramifications sur le volume élémentaire  $dx \times dy \times dz$  choisi et se définit en chaque petit cube de l’espace.

$$d(x, y, z) = \frac{nb_{ramifications}}{dx \times dy \times dz} \quad (2.2)$$

Seulement, l’information concernant la présence ou non de racines à un endroit donné est insuffisante pour décrire un système racinaire réel comportant des racines de diamètre, d’ordre ou d’inclinaison différentes. La notion de densité se généralise alors pour des variables autres que les coordonnées spatiales. Par exemple, on peut définir la densité de ramification comme l’ensemble des racines comprises entre  $x$  et  $x + dx$ ,  $y$  et  $y + dy$ ,  $z$  et  $z + dz$  dont l’inclinaison est comprise entre  $incl$  et  $incl + dincl$ . La définition de la densité

est alors :

$$d(x, y, z, incl) = \frac{nb_{ramifications}}{dx \times dy \times dz \times dincl} \quad (2.3)$$

D'une manière plus générale, un nombre fini de variables  $x_i$  peuvent définir la ramification en un point généralisé. La densité de ramification s'écrit alors :

$$d(x_i) = \frac{nb_{ramifications}}{\prod dx_i} \quad (2.4)$$

Si l'on fait tendre le volume élémentaire vers 0, on obtient alors une définition locale de la densité. La détermination de la densité de ramification ainsi généralisée peut se faire par des outils comme les fonctions noyaux ou la technique des  $k$  plus proches voisins (Bishop (1995)).

Il est possible aussi d'appliquer le même principe pour des paramètres autres que la ramification. Ainsi le nombre de ramifications peut être remplacé par le nombre de racines, le volume des racines ou tout autre variable déterminant la physionomie du système racinaire.

## 2.2.2 Modèles statistiques de la morphologie racinaire

### Modélisation explicite

Les propriétés explicites des axes et de la ramification décrites dans la partie 2.2.1 (courbure,  $1/R_c$ , angle d'insertion,  $ins$ , angle radial  $rad$  et conicité  $\alpha_c$ ), permettent de prendre en compte l'essentiel des formes exprimées par les racines. L'analyse statistique a pour but de quantifier comment évoluent ces propriétés en fonction des conditions extérieures. Ces variables définissant la géométrie sont notées  $x = (x_i)$ . Celles-ci peuvent être en partie déterminées par des facteurs extérieurs, notés  $y = (y_i)$ , mais restent aléatoires du fait du long passé inconnu de l'arbre. Les valeurs de  $x$  s'expriment donc sous la forme d'une densité de probabilité conditionnelle :

$$p(x|y) \quad (2.5)$$

les  $y_i$  sont les facteurs influençant la géométrie de la racine, comme par exemple la profondeur, la résistance du sol ou l'état hydrique local. Dans le cas de notre étude, les informations disponibles concernent uniquement celles obtenues au moment de la mesure (coordonnées spatiales, l'ordre de ramification, les diamètres ou l'inclinaison).

Dans la réalité, la loi de probabilité (Equ. 2.5) n'est jamais connue exactement mais peut

s'approcher par une forme mathématique dépendante de paramètres  $\theta = (\theta_i)$  (Equ. 2.6), et qui sont estimés à partir des données expérimentales.

$$p_{\theta}(x|y) \tag{2.6}$$

De plus, les connaissances sur le développement racinaire ne sont pas encore suffisantes

$x_i$	$y_i$	Type de modèle
$1/l$	$r$	régression
$ins$	$incl$	régression
$D_{n+1}$	$D_n$	régression
$\alpha_c$	$r$	régression
$rad$	$incl$	Réseau Neurone et Mélange
$1/R_c$	$incl$	Réseau Neurone et Mélange

TAB. 2.2 – Les propriétés de la racine sont toutes considérées comme indépendantes et conditionnées par une seule variable. Pour les lois de comportement les plus simples, la relation les reliant est une régression. Dans le cas de l'angle radial et de la courbure, une loi plus élaborée a été choisie

pour intégrer des interactions multiples et diverses dans l'expression de la ramification. Il est par conséquent préférable de limiter au maximum le nombre de variables dans chaque modèle. Aussi, au cours de l'étude les variables ( $x_i$ ) ont été supposées indépendantes et expliquées chacune par une seule variable  $y_i$  (Tab. 2.2).

Pour la majorité des paramètres, la relation 2.6 est une régression classique. Celle-ci établit une relation entre la valeur de  $y_i$  et la valeur moyenne de  $x_i$ , supposant une distribution normale autour de la moyenne (Tab. 2.2). Ainsi la densité de ramification et l'angle de conicité ont pu être corrélés avec la distance parcourue par la racine. L'angle d'insertion de la racine a été corrélé à l'inclinaison de la racine porteuse et la diamètre à celui de la racine porteuse.

Pour certaines propriétés comme l'angle radial  $rad$ , une valeur moyenne n'est pas représentative de la distribution réelle des racines. En effet il se dégage en général, un groupe de racines verticales (les pivots secondaires), dont l'angle radial est nul et un groupe de racines horizontales dont l'angle radial est  $+/- 90^\circ$ . Une régression classique, supposant une distribution normale autour de la valeur moyenne n'est par conséquent pas adaptée

car elle proposerait une valeur moyenne unique.

L'angle radial est apparu influencé par l'angle d'inclinaison. Un modèle plus élaboré a été établi par un réseau de neurones couplé à des mélanges gaussiens. Ce travail a été réalisé avec l'aide logiciel NETLAB © (I. Nabney et C. Bishop), fonctionnant sous Matlab. La loi de probabilité conditionnelle  $p(rad|incl)$  a été modélisée à l'aide d'un réseau de neurones à mélange gaussien en sortie (Annexe B). La couche intermédiaire comporte un neurone à fonction d'activation tanh sur la couche intermédiaire, qui calcule les valeurs moyennes, variances et coefficients de mixage des gaussiennes. 3 fonctions gaussiennes sont appliquées en sortie de façon à pouvoir décrire 3 groupes de racines distincts (verticales, horizontales droite, horizontale gauche). L'algorithme d'optimisation des gradients conjugués a été appliqué pour estimer les paramètres du réseau de neurones.

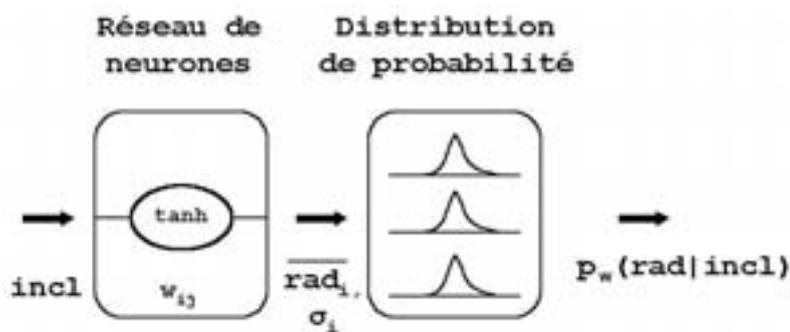


FIG. 2.7 – Le modèle utilisé pour la représentation de l'angle radial en fonction de l'inclinaison de la racine mère. Le réseau comporte un neurone dans la couche intermédiaire (activation tangente hyperbolique) et trois fonctions gaussiennes en sortie.

Pour la courbure, un modèle similaire a été mis en place. La courbure est apparue influencée par l'angle d'inclinaison de la racine. La densité de probabilité conditionnelle  $p(1/R_c|incl)$  a été approchée par un réseau de neurones avec un neurone d'activation tanh. Deux fonctions gaussiennes sont appliquées en sortie. L'algorithme d'optimisation des gradients conjugués a été appliqué pour estimer les paramètres du réseau de neurones. L'annexe B détaille le principe de modélisation par réseau de neurones.

### Modélisation agrégée

Comme l'expose la partie 2.2.1, un système racinaire peut se caractériser par des fonctions de densité décrivant la distribution des racines en un endroit donné (position, ordre de ramification etc...).

La ramification est alors caractérisée par un ensemble de variables, comme les coordonnées dans l'espace, l'inclinaison de la racine porteuse, l'inclinaison de la racine portée, notée par le vecteur  $x = (x_1, x_2 \dots x_n)$  (Tab. 2.3). Dans un système racinaire réel on peut caractériser chaque départ de racine par une valeur de  $x \in \mathbb{R}^n$ . Si on note  $x^i$  la valeur prise par  $x$  à la  $i^{eme}$  ramification,  $i < n_r$ , alors le vecteur  $x^i$  s'écrit  $x^i = (x_1^i, x_2^i \dots x_n^i)$ .

Il est alors possible de représenter dans l'arbre la proportion de racines ayant pour propriété  $x$  à l'aide d'une fonction densité  $d(x)$  (Equ. 2.4). La détermination de cette fonction densité peut être réalisée par la méthode des fonctions noyaux (ou estimateurs de Parzen, Annexe A). Les fonctions gaussiennes ont été utilisées pour réaliser les calculs (Equ. 2.7).

$$d(x) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{((2\pi)^{d_v})^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{\|x - x^i\|}{2v}\right) \quad (2.7)$$

Comme pour la modélisation explicite, le modèle général a été simplifié pour s'appliquer aux données expérimentales. Tout d'abord les densités ont concerné uniquement le nombre de ramifications et leur volume. Ensuite, afin de pouvoir visualiser facilement les densités de racine étudiées, celles-ci ne sont définies qu'à partir de deux variables, la profondeur  $z$  et la distance à l'axe de l'arbre  $r$  (Tab. 2.3). Le nombre de points dans la base de données étant différent pour chaque essence, la variance des fonctions gaussiennes a été adaptée pour chaque modèle. Elle est déterminée manuellement de façon à obtenir des zones de densités homogènes tout en préservant un maximum de précision.

## 2.2.3 Modèles de simulation des systèmes racinaire

### SIMUL3R, simulateur des modèles explicites

A partir des ces modèles explicites des propriétés locales de la racine, un programme permettant de générer des systèmes racinaires virtuels a été développé. La simulation a un intérêt pratique considérable, puisqu'elle permet de construire des systèmes racinaires dont les propriétés internes sont contrôlées. Ces modèles ont été employés au chapitre 4 pour créer des systèmes racinaires très différents les uns des autres. L'étude mécanique a permis ensuite d'analyser la capacité d'ancrage de ces structures.

Le simulateur, SIMUL3R, reproduit les processus élémentaires de la croissance primaire des racines : extension aux extrémités des racines et insertion de nouvelles racines le long de cet axe. Les phénomènes de mortalité ou de ramification adventive ne sont pas pris en compte car les analyses mécaniques concernent une structure figée dans le temps. De

plus, il est parfaitement possible de construire un système racinaire virtuel imitant celui d'un arbre réel à un instant donné sans qu'il ait suivi les mêmes étapes de croissance.

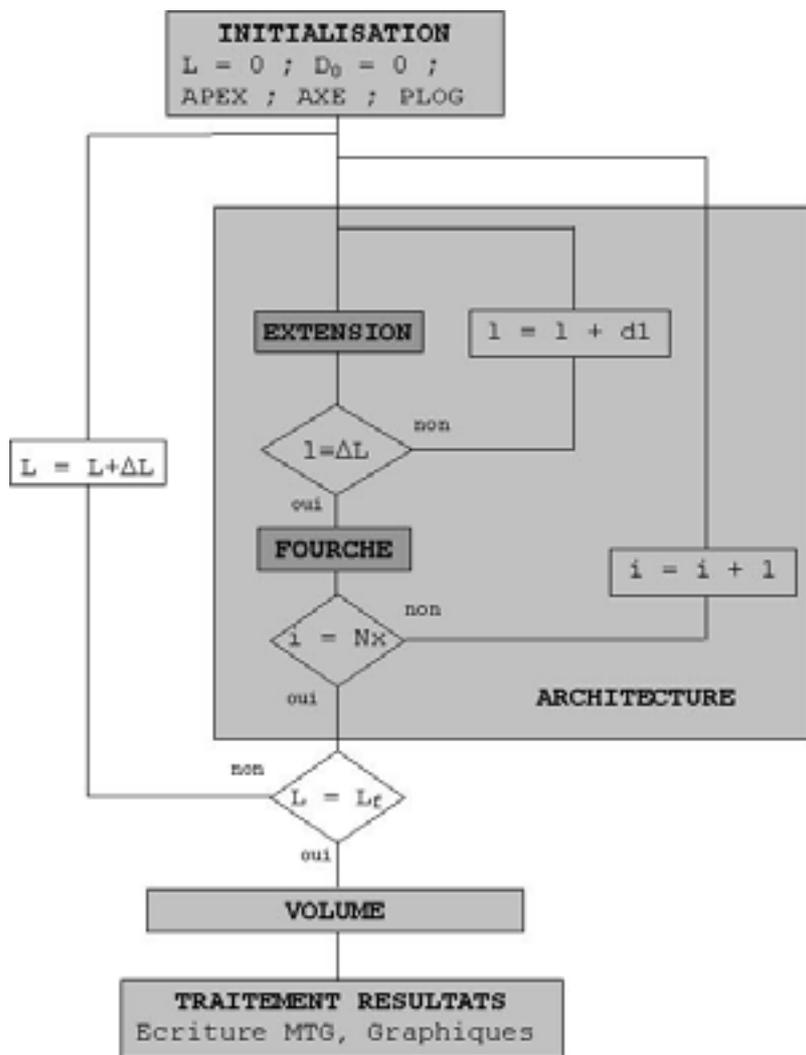


FIG. 2.8 – Fonctionnement du simulateur générant les systèmes racinaires.

Le graphique de la figure (Fig. 2.8) expose le principe de fonctionnement de SIMUL3R. La variable qui rythme l'évolution de la structure racinaire est la longueur de racine  $\Delta L$  ajoutée à chaque cycle et à chaque extrémité de racine. La structure des données s'organise en trois éléments essentiels. La structure APEX qui contient à chaque extrémité de racine, toutes les variables caractérisant la ramification. Par exemple,  $APEX.l_{restant}$  est la longueur restant avant la position de la nouvelle ramification pour l'APEX en cours.  $APEX.rad$  est l'angle radial,  $APEX.ins$  l'angle d'insertion de cette prochaine racine. La structure AXE est la structure contenant les informations relatives à chaque portion d'axe dont notamment  $AXE.cone$ , la conicité de la portion d'axe. PLOG est un tableau de don-

nées représentant l'architecture complète dans une structure de type MTG.  $D_0$  est le diamètre à l'initiation de la structure.

Dans un premier temps, le simulateur initie la structure par un certain nombre de départs de racines aux coordonnées  $(0, 0, 0)$  et possédant toutes le même diamètre. En général, il s'agit d'une racine verticale (le pivot) et éventuellement de racines latérales.

La deuxième partie du programme réalise l'extension et la ramification à l'extrémité des racines, et construit ainsi le squelette du système racinaire. A chaque incrément de longueur  $\Delta L$ , le programme fait croître chacune des  $N_x$  extrémités de racines en activité, et réalise donc  $N_x$  pas de calcul. Chaque extrémité de racine réalise son extension totale de  $\Delta L$  en plusieurs étapes de longueur  $dl$ . A chaque nouveau  $dl$ , le sous programme EXTENSION s'exécute et déterminent l'orientation des nouvelles portions d'axes la conicité ou encore la position de la prochaine ramification :

EXTENSION

SI (APEX.L<sub>restant</sub> > dl)

*// Détermination de la direction de l'extention (dir) et de la conicité :*

dir = model\_dir(APEX, AXE)

$\alpha_c$  = model\_cone(APEX, AXE)

*// Nouvelle portion d'axe (<) dans la structure des données :*

new\_axe(APEX, AXE, PLOG, dl, dir,  $\alpha_c$ )

APEX.L<sub>restant</sub> = APEX.L<sub>restant</sub> - dl)

SINON

*// Détermination de la direction de l'extention (dir) et de la conicité :*

dir = model\_dir(APEX, AXE)

$\alpha_c$  = model\_cone(APEX, AXE)

dl<sub>2</sub> = dl - APEX.L<sub>restant</sub>

*// Nouvelle portion d'axe (<) de longueur L<sub>restant</sub> :*

new\_axe(APEX, AXE, PLOG, APEX.L<sub>restant</sub>, dir,  $\alpha_c$ )

*// Nouvelle branche (+) dans la structure des données :*

new\_branch(APEX, PLOG, APEX.rad, APEX.ins)

(APEX.L<sub>restant</sub>, APEX.rad, APES.ins) = model\_ram(APEX, AXE)

*// Nouvelle portion d'axe (<) de longueur dl - L<sub>restant</sub> :*

new\_axe(APEX, AXE, PLOG, dl<sub>2</sub>, dir,  $\alpha_c$ )

APEX.L<sub>restant</sub> = APEX.L<sub>restant</sub> - dl<sub>2</sub>)

FIN

Les fonctions `model_dir`, `model_cone`, `model_ram` contiennent les modèles statistiques construits par l'utilisateur. Ces modèles régissent, en fonction de la position de l'apex ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $o$ ,  $incl \dots$ ), l'évolution des variables définissant la géométrie et la ramification ( $l$ ,  $rad$ ,  $ins$ ,  $\alpha_c$ ,  $dir$ ). Un tirage aléatoire permet de déterminer ces variables, à chaque nouveau calcul. La fonction `new_axe()` modifie alors les propriétés de l'APEX en cours et ajoute une portion d'axe dans AXE et PLOG. La fonction `new_branch()` crée les départs de racines dans APEX et PLOG.

La détermination des diamètres ne se déroule pas au fur et à mesure de l'extension des axes. En effet, chaque diamètre est défini par rapport au diamètre précédant, par la conicité  $\alpha_c$  ou par le rapport  $D_n/D_{n+1}$  au niveau de la ramification. Par conséquent, une fois que la structure est établie, chaque diamètre dépend du diamètre initial  $D_0$ . Par ailleurs, les relations de transition entre les diamètres sont toutes des fonctions croissantes (Tab. 2.4, Tab. 2.5, Tab. 2.6). Par conséquent, le volume total est une fonction croissante de  $D_0$ . Le principe de dichotomie est appliqué pour déterminer la valeur de  $D_0$  qui donne le volume souhaité.

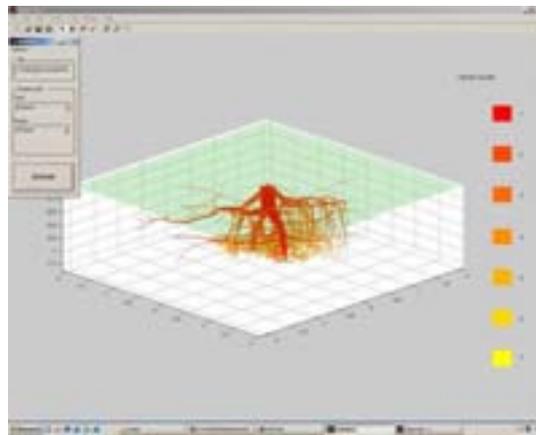


FIG. 2.9 – Le logiciel SIMUL3R permet de générer des systèmes racinaires virtuels dont les lois de probabilités sont explicitées. Divers sorties graphiques permettent de visualiser par des codes de couleur l'ordre de ramification ou la date de mise en place de chaque portion de racine.

## La simulation des modèles agrégés

La densité de ramification  $d(x)$  (2.2.1) modélise la distribution de la ramification dans l'arbre. Il est possible alors de reconstruire un système racinaire présentant la même distribution de densité que  $d(x)$ . Cette structure peut être construite racine par racine : à chaque incrément  $t$ , la densité du système racinaire en construction est la fonction densité  $d_t(x)$ . La quantité  $E_t = \|d - d_t\|$  ( $\|\cdot\|$  est une norme de fonction) est une mesure de l'erreur commise à l'instant  $t$ . À l'étape  $t + 1$ , une nouvelle racine doit être ajoutée de manière à minimiser l'erreur en  $t + 1$ .  $E_{t+1}$  ne dépend que des caractéristiques  $x^{t+1}$  de la nouvelle racine. Le positionnement de la nouvelle racine revient à un problème d'optimisation avec contrainte :

$$\begin{cases} x^{t+1} \text{ tq } E_{t+1}(x^{t+1}) = \min_{x \in \mathbb{R}^n} (E_{t+1}(x)) \\ x^{t+1} \in \text{Système racinaire existant} \end{cases} \quad (2.8)$$

Un simulateur de systèmes racinaires a été conçu à partir de quelques principes très simples :

- À partir d'une situation initiale où une seule racine verticale est présente, la structure évolue par itération afin d'obtenir la même densité que celle déterminée sur les données expérimentales
- À chaque itération, une racine est insérée de manière à engendrer la plus forte baisse de l'erreur.
- La position de la nouvelle racine est déterminée en discrétisant l'espace des variables. La recherche du minimum est alors simplifiée puisqu'il existe un nombre fini de positions pour la nouvelle racine.

La discrétisation de l'espace conduit à déterminer un nombre fini de valeurs prises par chaque variable  $x_i$ . Les valeurs prises par  $x_i$  sont représentées par un vecteur  $X^i$  de dimension  $m_i$ . On note alors  $K$ , l'ensemble de n-uplets  $[1, m_1] \times \dots [1, m_n]$ .

Chaque élément de  $K$  correspond à un jeu de valeurs de  $x_i$ , c'est à dire un point de la discrétisation du domaine occupé par les racines. Afin de faciliter les calculs, le quadrillage de l'espace est représenté par des matrices à  $n$  dimensions  $A_i(X^i, K)$ .

Par exemple, si la densité est définie à partir de la distance à l'axe de l'arbre  $x_1$  et la profondeur  $x_2$ . La distance à l'axe  $x_1$  peut prendre les valeurs 0 m, 1 m ou 2 m. La profondeur  $x_2$  peut prendre la valeur 0 m, 0.4 m, 0.8 m. On note alors

$$A_1(X^1, K) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} A_2(X^2, K) = \begin{pmatrix} 0 & 0.4 & 0.8 \\ 0 & 0.4 & 0.8 \\ 0 & 0.4 & 0.8 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Le couple (2,3) est un élément de  $K$  et désigne une racine à une distance de 1 m de l'axe de l'arbre et à une profondeur de 0.8 m. les matrices  $A_i(X^i, K)$  sont toutes de taille identique et permettent les opérations terme à terme. Les matrices  $A_i(X^i, K)$  se généralisent à une dimension quelconque et sont construites sous MATLAB par la fonction `ndgrid`.

La contrainte exprimée dans la définition du problème du positionnement de la nouvelle racine (Equ. (2.8)) se traduit par des relations liant certaines des variables  $x_i$  au point de rattachement dans le système racinaire existant. Par exemple, les coordonnées spatiales ou l'ordre de ramification de la nouvelle racine sont déterminés une fois que le numéro du noeud où se greffe la nouvelle racine est connu. Il suffit par conséquent d'un seul indice dans le quadrillage pour faire varier toutes ces propriétés liées au système racinaire existant.

Si l'on suppose que les  $s$  premières variables ( $x_i$ ) sont les variables indépendantes et les  $n - s$  restantes sont liée à la structure racinaire existante, alors, le quadrillage ne nécessitera que des matrices de dimension  $s + 1$ . La  $s + 1^{eme}$  dimension fait varier simultanément toutes les variables dépendantes de la structure existante.

En chacun des points du quadrillage existe une valeur de densité de ramification mesurée sur les arbres et celle créée par le système racinaire en cours de construction. Il est donc possible de représenter les densités de ramification discrétisées (finale ou à l'instant  $t$ ), par des matrices de dimensions identiques aux matrices  $A_i(X^i, K)$ , que l'on notera respectivement  $D$  et  $D^t$ .

La détermination de densités en un point du quadrillage par la méthode des noyaux (Annexe A) commence par le calcul de la distance entre  $X^i$  et chaque point de la ramification. On note alors  $(RAM_i)_{i \leq n}$  les valeurs de la variable ( $x_i$ ) en chaque ramification existante.  $(RAM_i)$  est de longueur  $n_r$ , le nombre de ramifications dans le système racinaire en cours. On peut alors écrire la matrice  $DIST$  mesurant la distance entre chaque noeud du système racinaire et chaque insertion de racine.  $DIST$  est par conséquent de dimension  $s + 2$ , la dernière dimension étant utilisée pour enregistrer chaque départ de nouvelle ramification.

$$DIST = \sqrt{\sum_{i=1}^s [A_{s+2}(RAM_i, K') - A_i(X^i, K')]^2 + \sum_{i=s+1}^{i=n} [A_{s+2}(RAM_i, K') - A_{s+1}(X^i, K')]^2} \quad (2.10)$$

avec  $K' = [m_1, \dots, m_{s+1}, n_r]$ . Le premier terme de l'équation représente la contribution des variables indépendantes, et le deuxième terme, celle des variables dépendantes.

Il en découle naturellement la matrice de densité de ramification à l'instant  $t$  d'après A.7 :

$$D^t = \frac{1}{((2\pi)^{n_v})^{\frac{1}{2}}} S[\exp(\frac{1}{2v} DIST), s + 2] \quad (2.11)$$

$S[A, dim]$  est l'opérateur réalisant la somme selon le  $s^{eme}$  indice de la matrice  $A$ . Cette opération est réalisée sous Matlab par la fonction `sum(A, dim)`.  $D^t$  devient donc de dimension  $s + 1$  et donne la valeur de la densité en chaque point du quadrillage. On en déduit de la même façon  $D$  ainsi que la matrice d'erreur qui traduit l'écart entre ces deux fonctions en chaque point de la discrétisation, par la formule :

$$E = [e_{i_1 i_2 \dots i_n}] = |(dt - df)_{i_1 i_2 \dots i_n}| \quad (2.12)$$

l'erreur entre les deux densités s'écrit naturellement :

$$e = \max(e_{i_1 i_2 \dots i_n}) \quad (2.13)$$

Il ne reste alors qu'à déterminer quelle valeur  $k_{min} \in [1, n_1] \times \dots \times [1, n_n]$  engendre la plus grande diminution d'erreur, afin d'y ajouter la prochaine racine.

Pour la construction de systèmes racinaires moyens par la simulation, seule la densité de ramification a été prise en compte. L'analyse concerne donc uniquement la topologie du système racinaire. Les paramètres  $x_i$  pris en compte sont la profondeur, la distance à l'axe de l'arbre, l'inclinaison de la racine mère  $incl_0$  et l'inclinaison de la nouvelle racine  $incl$  (Tab. 2.3). Lorsqu'une racine est créée, elle possède une direction qu'elle garde jusqu'à atteindre les bornes  $r$  et  $z$  qui ont été fixées à 2.5 m et respectivement 1 m. Par ailleurs, la variance  $v$  (Annexe A) utilisée pour la détermination de la fonction densité du système racinaire en cours ( $d_t$ ) a été fixée à 0.2.

## 2.3 Résultats

### 2.3.1 Description qualitative des systèmes racinaires

Les données utilisées pour le système racinaire concernent les racines de diamètre supérieur à 1.5 cm de manière à se concentrer uniquement sur les racines de structure. Le système racinaire de pin maritime présente souvent un pivot à fort diamètre mais

Type d'analyse	Densité	$x_i$
Modélisation	Nb Ramification	$r, z$
	Volume de racine	$r, z$
Simulation	Nb Ramification	$r, z, incl_0, incl$

TAB. 2.3 – Variables utilisées pour la modélisation des densités et des systèmes racinaires par la simulation

parfois une multitude de petits pivots de diamètres moindres s'y substituent (Fig. 2.10). La profondeur de pénétration est limitée par la couche d'aliou, dure et impénétrable par les racines, à une profondeur d'environ 80 à 100 cm. Les extrémités des racines verticales, bloquées par la couche d'aliou, sont déviées horizontalement

### Le pin maritime

et fusionnent entre elles en formant une plaque rigide appelée "bouclier de racine" (F. Danjon, communication personnelle). Les racines latérales du second ordre peuvent s'initier tout le long du pivot mais une majorité se situe en surface. Les racines de gros diamètre ( $>15$  cm) sont en nombre limité (entre trois et quatre par arbre). L'orientation de ces racines, relativement longilignes et sans fourche, est globalement horizontale. La ramification latérale sur ces axes d'ordre 2 donne naissance en majorité à des axes verticaux (pivots secondaires ou surnuméraires) et plus occasionnellement à des racines horizontales.

### Les peupliers

Le système racinaire des peupliers est particulièrement influencé par le mode de plantation. Les jeunes plants, à l'âge de 2 ans mesurant déjà jusqu'à 10 ou 12 cm de diamètres sont directement enfoncés dans le sol à une profondeur de 1m. L'insertion des racines commence alors tout au long de la partie enterrée du plançon. Il n'est pas surprenant alors de trouver que deux ans après la plantation, le système racinaire de ces deux cultivars consiste en une sorte de pivot (précédemment plançon), recouvert de manière continue et dense sur sa longueur de racines secondaires horizontales.

A 7 ans, seules certaines racines ont pu poursuivre leur croissance en diamètre et des racines obliques apparaissent sur le pivot (Fig. 2.11). Quelques légères différences entre

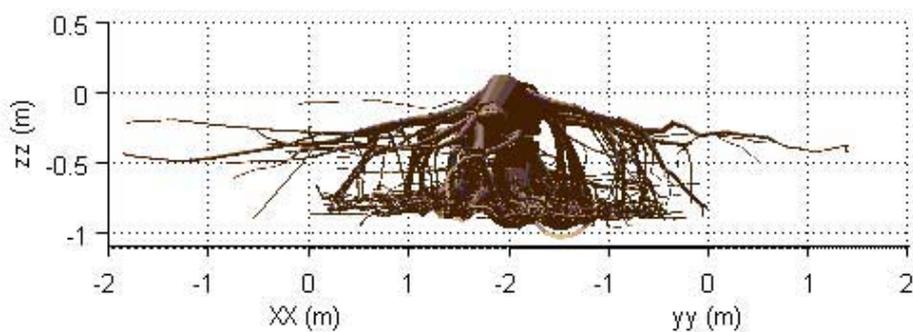


FIG. 2.10 – Image d’un système racinaire de pin maritime digitalisée. Les deux directions de croissance privilégiées, horizontale et verticale, forment un quadrillage autour du pivot. On observe aussi la formation d’une plaque de racine à une profondeur de 1 m, résultat de l’accumulation de racines au niveau de l’alios.

les cultivars commencent à se dessiner. Les racines latérales du second ordre ont des diamètres plus conséquents chez le Raspalje, alors que chez le Beaupré leur nombre est plus important (Fig. 2.12). Chez le Raspalje, on constate la présence de racines plongeantes sur le pivot en profondeur, ce qui n’est pas le cas du Raspalje.

A 13 ans, les parties inférieures du système racinaire semblent en voie de régression (Fig. 2.11). Le Raspalje possède toujours des racines obliques mais l’essentiel de l’enracinement est constitué par le pivot et les racines latérales s’initiant au collet.

## Le hêtre

Le système racinaire du hêtre possède un nombre de racines charpentières sur le collet beaucoup plus important que toutes les autres essences mesurées (une dizaine). Ces racines sont dirigées globalement à l’horizontale et se terminent en majorité par des fourches multiples.

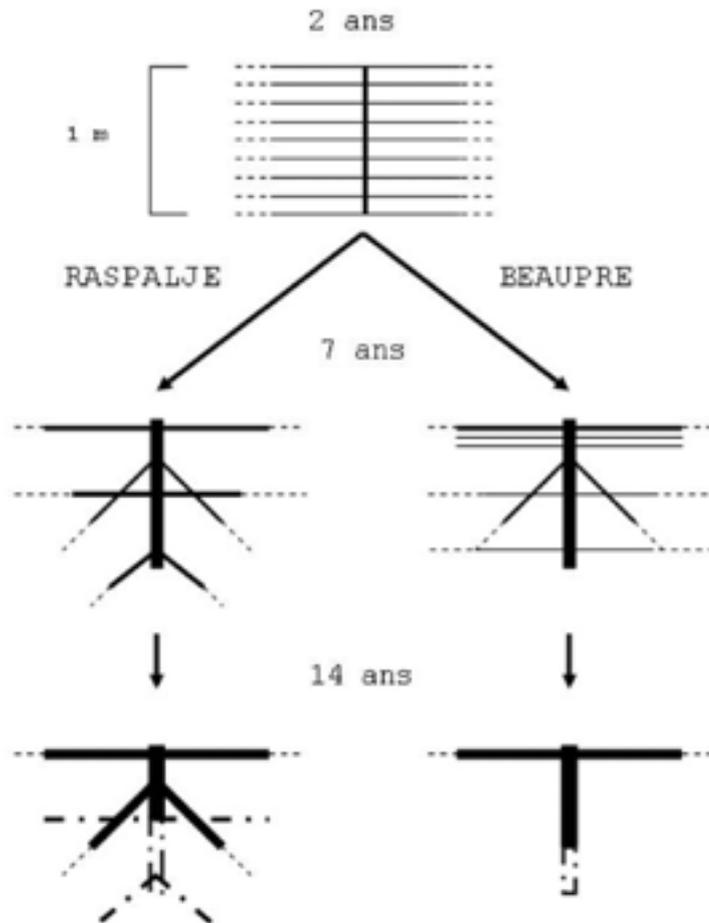


FIG. 2.11 – Schématisation par Maitrot (Maitrot (2003)) de l'enracinement des peupliers Raspalje et Beaupré pour le projet sur l'enracinement des peupliers coordonné par l'IDF. Les traits épais indiquent la présence de grosses racines (supérieure à 10 cm à 7 ans et supérieure à 20 cm à 13 ans). Les traits en pointillés traduisent la continuité de la racine dans la direction donnée. Les traits discontinus indiquent des racines disparues ou en voie de régression. Les systèmes racinaires à treize ans ont une profondeur moindre qui pourrait être liée à la remontée de la nappe phréatique.

Sur le site de Lay Saint Christophe, la couche de sol calcaire est très contraignante pour les racines. Les racines latérales charpentières s'initiant au collet sont moins ramifiées que sur le site de Jean Delincourt. Seulement certaines racines latérales parviennent à se développer en profondeur et très peu d'entre elles sont clairement verticales. La majorité des racines sont très sinueuses et peu profondes. De nombreuses anastomoses s'opèrent en surface et forment une sorte de grillage ou s'encastrent les blocs de roche. Le système racinaire possède un pivot qui se termine par des fourches multiples.

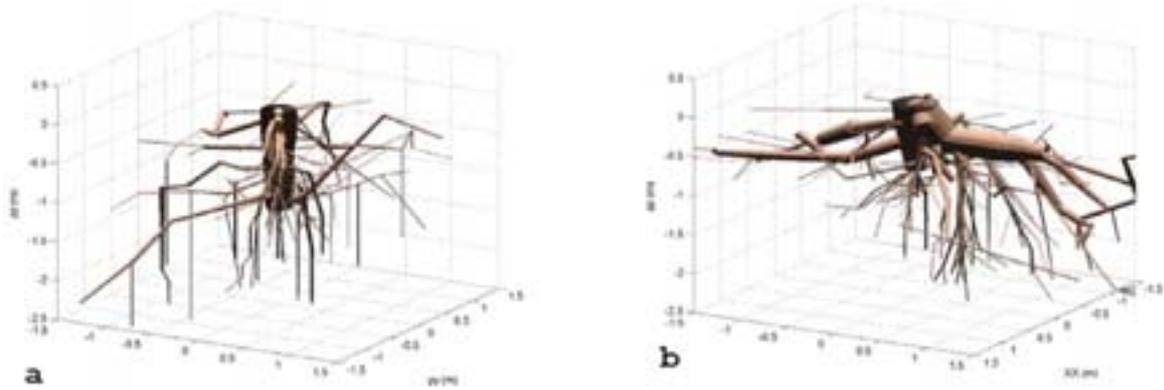


FIG. 2.12 – Image reconstituée sous MATLAB du Beaupré à 7 ans (a) et à 13 ans (b). Les peupliers présentent la particularité de générer des racines tout le long du plançon, plus particulièrement à l'âge de 7 ans.

Sur le site de Jean Delincourt, les arbres possèdent un grand nombre de racines charpentières sur le collet (Fig. ??). la ramification sur les racines charpentières horizontales est très dense jusqu'à l'apparition des premières fourches. Il en résulte une exploration très intense du sol au voisinage du collet. L'orientation des racines semble à priori aléatoire et on ne peut pas distinguer de groupes distincts de racines horizontales ou verticales. Aucun pivot prédominant ne se distingue clairement. La forte ramification latérale et la présence de fourches créent, en s'éloignant du collet, une forte diminution du diamètre accompagnée d'une forte croissance du nombre de racines.

## L'épicéa

Les épicéas observés sur les sites de Bourg-Lastic et Champoli n'ont pas montré de différences très marquées. Aucun de ces arbres n'ont montré de pivots fortement développés. Le collet est constitué de quelques racines charpentières très longilignes, horizontales avec une forme en I très prononcée (Fig. 1.3) et à décroissance très rapide. La ramification sur ces racines charpentières est peu dense et donne naissance en majorité à des racines verticales.

Sur le site de Bourg-Lastic, Les pivots secondaires pénètrent plus profondément dans le sol et peuvent avoir des diamètres importants. Un pivot principal a parfois subsisté après avoir été dévié de sa direction initiale de croissance. Sur le site de Champoli l'enracinement est moins profond et aucun système racinaire n'a présenté de pivot. Les pivots

secondaires sont de faibles diamètres, au même titre que les racines horizontales.

## Le Douglas

Le système racinaire du douglas, comme pour tous les autres résineux étudiés, différencie clairement le développement horizontal du développement vertical et les racines sont en général longilignes. Des différences très importantes de la morphologie ont toutefois été relevées entre les deux sites étudiés.

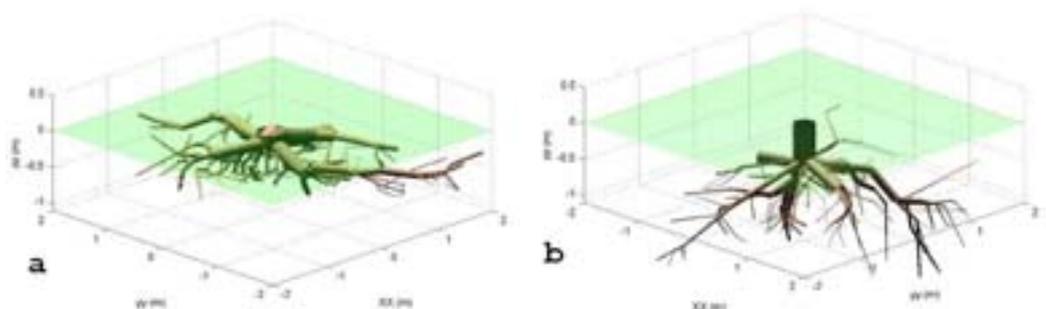


FIG. 2.13 – Des différences très marquées sont observées pour le douglas entre les deux sites de l'étude. A Ambierle (a) le douglas se caractérise par 3 ou 4 grosses racines latérales sur le collet alors qu'à Salbris (b), le douglas présente un pivot développé et des racines charpentières à différentes profondeurs.

A Salbris, les systèmes racinaires du douglas possèdent un pivot qui permet au système racinaire de s'enfoncer profondément dans le sol (Fig. 2.13 a)). Le système possède plusieurs racines charpentières horizontales essentiellement au niveau du collet. Certaines d'entre elles changeront de direction et deviendront verticales (racines dites plongeantes) dans un rayon d'environ 1 mètre autour du collet. Les racines charpentières peuvent se situer plus en profondeur sur le pivot et adoptent rapidement une direction de croissance verticale. Le pivot est généralement couvert de racines de petit diamètre (quelques centimètres). Quelques racines forment des fourches à leur extrémité.

Sur le site de Ambierle, la roche mère se présente à une cinquantaine de centimètres de profondeur, ce qui limite considérablement le système racinaire (Fig. 2.13 b)). Le pivot est inexistant et les racines verticales sont stoppées très rapidement dans leur extension. En contre partie, le collet est constitué de 3 ou 4 très grosses racines latérales (vingtaine de centimètres de diamètre). La ramification latérale ne se structure pas en groupe hori-

zontales / verticales. Une distribution plus uniforme entre l'horizontale et la verticale est observée. Le système racinaire possède occasionnellement des racines plongeantes ainsi que des fourches.

Le figure 2.14 résume les spécificités de chaque système racinaire observé sur le terrain.

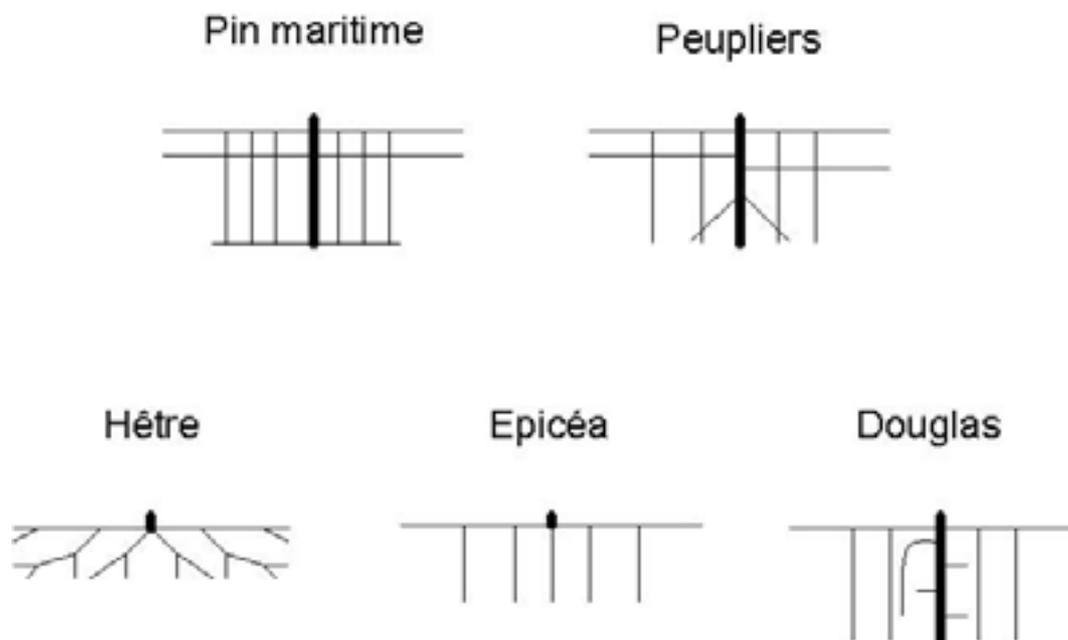


FIG. 2.14 – Schémas représentant les caractéristiques spécifiques à chaque essences dans le plan vertical.

### 2.3.2 Etude quantitative de la morphologie racinaire

#### Le pin maritime

La densité linéaire de ramification est le nombre de départs de racines par mètre. Chez le pin maritime de 50 ans, la densité sur une racine décroît en s'éloignant de son point d'insertion, et cette décroissance correspond assez bien à une loi en  $1/x$ . Concrètement, cela signifie que la majorité des racines est située à un voisinage proche du collet et constitue un enracinement intense autour de l'arbre (Fig. 2.19).

L'angle radial et l'angle d'insertion sont deux mesures (Fig. 2.5) qui permettent de définir la direction dans l'espace de la nouvelle racine, à partir de la direction de l'axe qui la porte. Il s'agit d'une propriété essentielle car elle oriente la prospection et par conséquent la fonction de la racine ainsi créée. Les valeurs prises par l'angle d'insertion chez le pin maritime montrent une augmentation de celui-ci avec l'inclinaison de la racine mère.

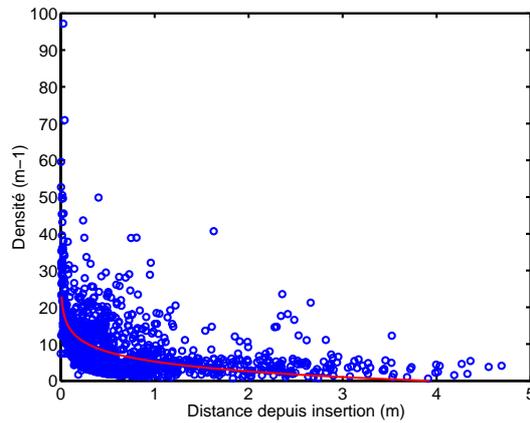


FIG. 2.15 – Densité linéaire ( $d_i$ ) de la ramification en fonction de la distance depuis l'insertion de la racine ( $r_i$ ) pour le pin maritime.

La corrélation indique une loi en  $1/x$ , bien que la variabilité très importante nuance ce résultat (Tab. 2.4).

Pour l'angle radial la distribution des points est moins élémentaire (Fig. 2.16 a)). Lorsque  $incl = 0$ , il se distingue très nettement le groupe des racines verticales ( $rad = 0$ ) et celui des horizontales ( $rad = 90$ ). Au cours de la modélisation par réseau de neurones (Fig. 2.16 b)), la position du centre des fonctions gaussiennes (Annexe A.1) indique que le groupe des racines horizontales est centré en  $91^\circ$  et en  $-89^\circ$ . Pour le groupe des racines verticales, le centre de la fonction gaussienne est de  $0.38^\circ$ . Ces valeurs sont conformes à ce que l'on observe dans la réalité, avec une majorité de racines étant soit horizontales, soit verticales. La valeur des coefficients de mixage dénote la répartition entre les racines horizontales (0.21 et 0.19) et verticales (0.59). Les pivots représentent donc 60% des départs de racines sur les racines verticales, et les racines latérales 40%. Lorsque l'inclinaison de la racine mère dépasse  $40^\circ$ , la distribution de l'angle radial bascule vers une répartition uniforme entre  $-180^\circ$  et  $180^\circ$ .

La variation de la courbure évolue en fonction de l'inclinaison. Comme l'indique la figure 2.16 lorsque l'inclinaison est proche de l'horizontale, la courbure est positive, et augmente avec l'inclinaison. La courbure tend à redresser la racine vers l'horizontale, et d'autant plus rapidement que l'inclinaison est grande. Par contre, lorsque l'inclinaison est plus proche de la verticale, le redressement est négatif et augmente lorsque l'inclinaison s'éloigne de la verticale. Le redressement a donc tendance à ramener la racine à la verticale. D'une manière générale, le redressement a donc tendance à orienter les racines vers la position

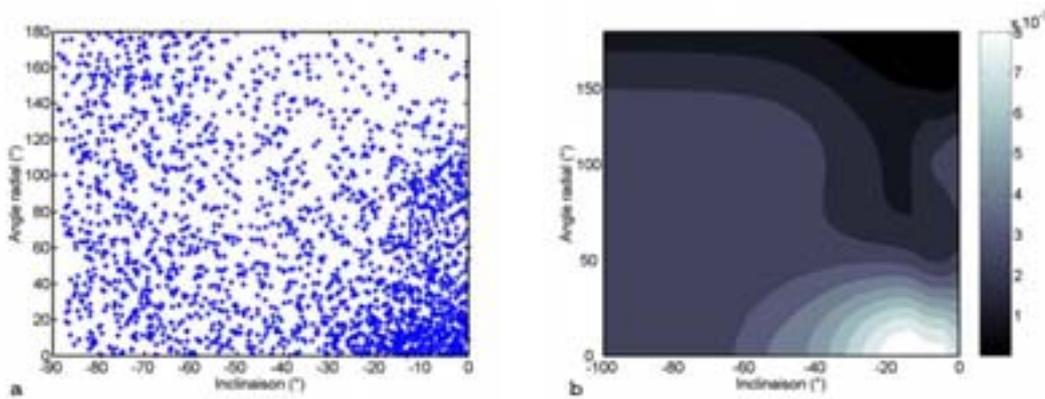


FIG. 2.16 – Angle radial de la ramification en fonction de l’inclinaison chez le pin maritime. En (a) les points expérimentaux montrent que sur les racines horizontales (inclinaison proche de 0), on observe un nuage de points correspondant aux racines verticales ( $rad = 0$ ) et un nuage correspondant aux racines horizontales. Lorsque l’inclinaison augmente, l’angle radial devient complètement aléatoire. La figure b) montre la densité de probabilité de l’angle radial en fonction de l’angle d’inclinaison, modélisée par réseau de neurone et mélange gaussien.

horizontale ou verticale la plus proche.

La figure 2.17 montre la modélisation de la densité de probabilité conditionnelle  $p(\text{courbure}|\text{incl})$  modélisée par un réseau de neurones avec mélange gaussien. La figure 2.17 montre que le comportement modélisé traduit les observations qualitatives faites sur les points expérimentaux : lorsque l’inclinaison est faiblement négative, la courbure est positive et tend à redresser la racine à l’horizontale. Lorsque l’inclinaison est proche de la verticale, la courbure devient négative et redresse la racine vers la verticale. Entre ces deux états limites, une zone dont l’inclinaison est comprise entre  $-45^\circ$  et  $-30^\circ$  montre que le redressement de la racine est plus aléatoire.

Le diamètre à l’insertion est apparu largement déterminé par le diamètre de la racine mère : plus la racine initiale est grosse, plus les racines secondaires qu’elle porte ont des diamètres importants. Une régression linéaire entre  $D_n$  et  $D_{n+1}$  a établi que le rapport se situe à environ 0.33.

La conicité des racines, exprimée sous la forme d’un angle, est apparue influencée par l’éloignement du collet : plus une racine est éloignée du collet, plus son diamètre diminue lentement (Fig. 2.18). Le tableau 2.4 résume les corrélations établies sur les données du pin maritime.

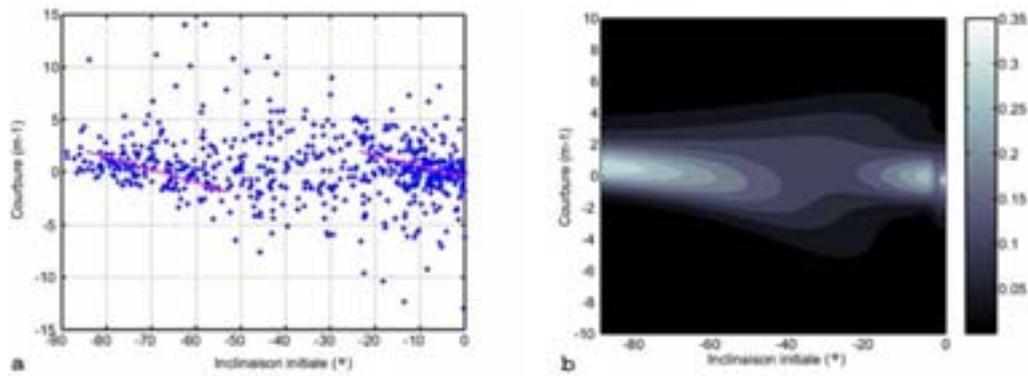


FIG. 2.17 – (a) valeurs de la courbure en fonction de l’inclinaison de la racine pour le pin maritime : lorsque l’inclinaison est proche de 0, le redressement tend à ramener la racine à l’horizontale. Lorsque l’inclinaison est proche de la verticale, le redressement tend à amener la racine à la verticale. La modélisation par réseau de neurones et fonction de mélange (b) prend relativement bien en compte le comportement réel.

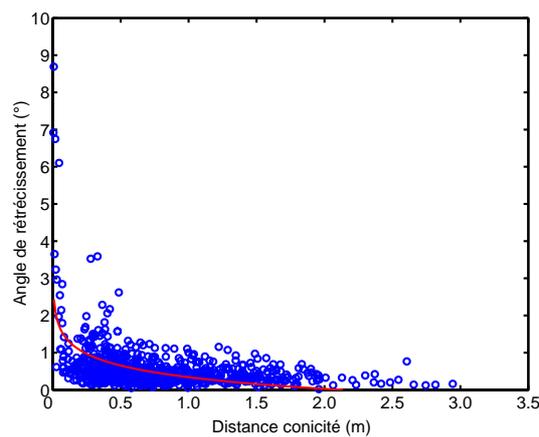


FIG. 2.18 – La conicité des racines de pin maritime ( $\alpha_c$ ) est corrélée avec la distance au collet. Au niveau du pivot, la décroissance de la racine est très forte. En s’éloignant de l’arbre, la diminution du diamètre devient très faible

L’analyse des densités dessine une vue plus globale qui permet d’intégrer un grand nombre de facteurs dans le modèle. Ces informations complètent les analyses très locales de la ramification et de la géométrie au niveau de la racine.

Tout d’abord, la densité de volume de racine a été modélisée par fonctions noyaux avec une variance de 0.07 (Annexe A). En terme de volume (Fig. 2.19 a)), le pivot occupe une place importante dans l’arbre. Il se présente par une ligne de forte densité comprise entre 0 et 60 cm de profondeur. Les racines latérales charpentières s’initiant au collet

Propriété	Loi de comportement	$R^2$	p
Densité ramification ( $m^{-1}$ )	$5.23 \times 1/r_i - 3.84$	0.25	0.001
Angle insertion ( $^\circ$ )	$-8281 \times 1/(incl - 140) + 9.93$	0.15	0.001
Diamètre ( $m$ )	$D_{n+1} = 0.33 \times Dn + 0.02$	0.50	0.001
Conicité ( $^\circ$ )	$-0.45 \times \ln(r) + 0.35$	0.30	0.001

TAB. 2.4 – Résumé des lois de comportement obtenues par regression, sur les données du Pin maritime (50 ans, landes humides).

sont de volumes moindres. Elles sont cependant clairement détectées dans le graphique, se présentant sous la forme d'une zone de concentration de volume s'initiant au centre du système racinaire et s'éloignant avec un angle d'inclinaison faible.

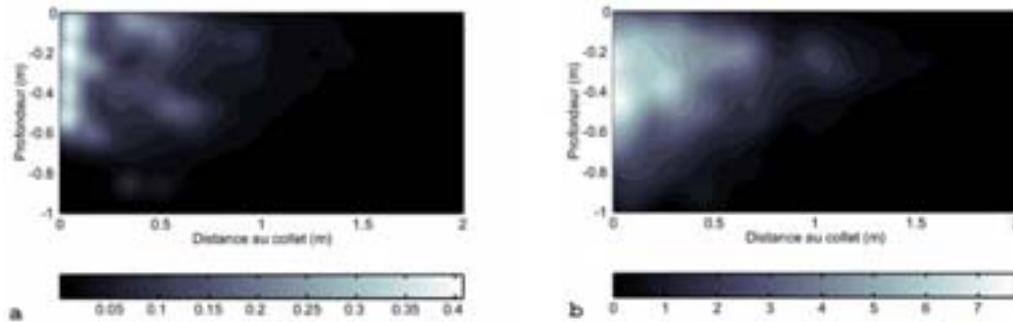


FIG. 2.19 – Cartographie de la colonisation du sol par les racines. La figure (a) montre le volume cumulé de racines par  $m^2$ . La figure (b) indique le nombre cumulé de départ de racines par  $cm^2$ .

La densité de ramification a été modélisée par fonctions noyaux avec une variance de 0.09. La carte des densités de ramification (Fig. 2.19 b)) indique pour les faibles profondeurs, une zone dense de ramification s'étendant jusqu'à une distance de 1 m du collet. Cette zone est inclinée avec un angle similaire à celui observé sur la cartographie volumique pour les racines charpentières issues du collet. Cette bande marque la ramification sur les racines horizontales initiées au collet, sur lesquelles naissent des pivots secondaires et des racines horizontales. Le long du pivot et jusqu'à une profondeur de 80 cm la ramification est intense. Elle tend à s'amoinrir en s'enfonçant dans le sol. Le résultat total est une forme en triangle, un coté pointant à l'horizontal, l'autre en profondeur. L'essentielle de l'activité de ramification semble se concentrer dans un rayon de 80 cm autour de l'arbre

et à une profondeur de 80 cm.

## Les peupliers

Les relations allométriques sur les peupliers concernent les systèmes racinaires de 13 ans des Raspaljes et Beauprés du Moulin de Bariteau. La base de données est constituée par trois arbres pour chaque cultivar. Les mêmes lois que pour le pin maritime ont été établies sur les peupliers pour étudier la variation des caractéristiques morphologiques des racines. Les tableaux 2.5 et 2.6 exposent les relations trouvées sur les données expérimentales.

Concernant la densité de ramification une loi en  $1/x$  a été établie pour lier la densité de ramification à la distance parcourue par la racine. Les deux peupliers ont des valeurs sensiblement communes, contrairement au pin maritime dont la densité est deux fois plus importante. La grande variabilité obtenue ( $R^2 \simeq 0.1$ ) semble indiquer que la différence entre cultivar n'est pas significative (Tab. 2.5, Tab. 2.6).

De même, l'angle d'insertion chez les peupliers est une fonction inversement proportionnelle à l'inclinaison et présente des différences minimales entre cultivar. L'angle d'insertion est légèrement plus faible chez les peupliers, mais ces différences restent négligeables comparées à la dispersion des données (Tab. 2.5 et Tab. 2.6,  $R^2$  entre 0.1 et 0.2).

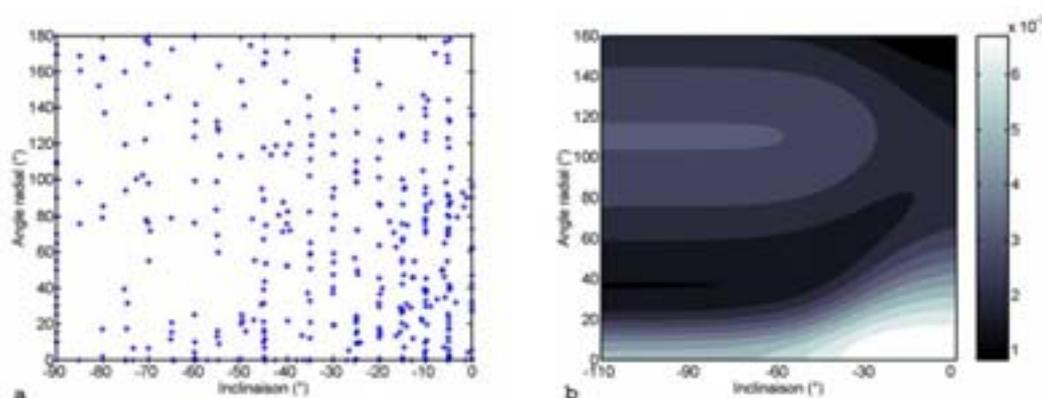


FIG. 2.20 – Densité de probabilité de l'angle radial en fonction de l'inclinaison chez le Beauprés. Le groupe des racines horizontales ne se dégage pas clairement des racines verticales lorsque l'inclinaison est nulle b). Davantage de données seraient nécessaires pour compléter les données expérimentales (a)) et confirmer ces résultats.

La distribution de l'angle radial pour les peupliers est par contre très différente de celle du pin maritime (Fig. 2.20). Tout d'abord, lorsque l'angle d'inclinaison est proche de

0, il ne se dégage pas distinctement deux groupes de racines (horizontales et verticales) contrairement au pin maritime. La direction verticale n'est pas clairement privilégiée : Le coefficient de mélange est de 0.50 pour le Beaupré et 0.54 pour le Raspalje pour des centres positionnés respectivement en  $1.18^\circ$  et  $-2.4^\circ$ . La densité de probabilité de l'angle radial est forte entre  $-80^\circ$  et  $+80^\circ$ . On peut noter aussi que l'inclinaison limite, à partir de laquelle la distribution de l'angle radial devient uniforme ( $40^\circ$  chez le pin maritime) est plus élevée, puisqu'elle se maintient quasiment jusqu'à la verticalité. Il semble aussi que sur les racines verticales, les nouvelles racines tendent à s'éloigner de l'arbre. Cette caractéristique est propre aux deux peupliers et ne s'observe pas chez le pin maritime.

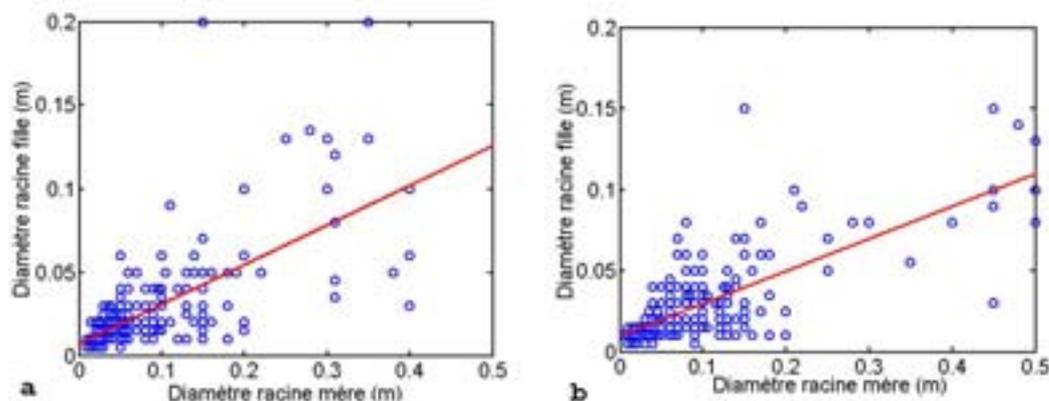


FIG. 2.21 – Relation de transition entre les diamètres. Pour le Beaupré (a) comme pour le Raspalje (b).

Le rapport du diamètre des racines  $D_t/D_{t+1}$  à l'angle d'insertion est plus grand chez le pin maritime. Chez les peupliers, les relations liant les diamètres sont quasiment identiques (Fig. 2.21). La conicité, par contre, est plus importante chez les peupliers, qui développent davantage de grosses racines à 13 ans.

Propriété	Loi de comportement	$R^2$	$P$
Densité ramification ( $m^{-1}$ )	$2.51 \times 1/r_i - 0.90$	0.08	0.001
Angle insertion ( $^\circ$ )	$-5593 \times 1/(incl - 140) + 21.93$	0.11	0.001
Diamètre ( $m$ )	$D_{n+1} = 0.23 \times D_n + 0.002$	0.48	0.001
Conicité ( $^\circ$ )	$-1.78 \times \ln(r) + 11.37$	0.15	0.005

TAB. 2.5 – Résumé des lois de comportement obtenues par régression, sur les données du Beaupré (13 ans).

Propriété	Loi de comportement	$R^2$	$P$
Densité ramification ( $m^{-1}$ )	$2.13 \times 1/r_i - 0.62$	0.13	0.001
Angle insertion ( $^\circ$ )	$-7851 \times 1/(incl - 140) + 4.78$	0.23	0.001
Diamètre ( $m$ )	$D_{n+1} = 0.19 \times D_n + 0.002$	0.42	0.001
Conicité ( $^\circ$ )	$-2.08 \times \ln(r) + 16.19$	0.03	0.329

TAB. 2.6 – Résumé des lois de comportement obtenues par régression, sur les données du Raspalje (13 ans).

La distribution des densités de ramification et du volume sur les peupliers a été réalisée en mélangeant les données du Raspalje et du Beaupré. En effet, chacun des cultivars n'est représenté que par trois arbres. Ces données sont suffisantes pour déterminer les relations allométriques précédentes, mais restent insuffisantes pour quadriller l'espace et en déduire une fonction densité. De plus, l'analyse a concerné les peupliers de 7 ans car les systèmes racinaires étaient moins endommagés et présentaient beaucoup plus de similarités qu'à 13 ans.

La modélisation par fonctions noyau a employé une variance de 1.3 pour les densités de volume de racine et une variance de 1.5 pour les densités de ramification. Des caractères

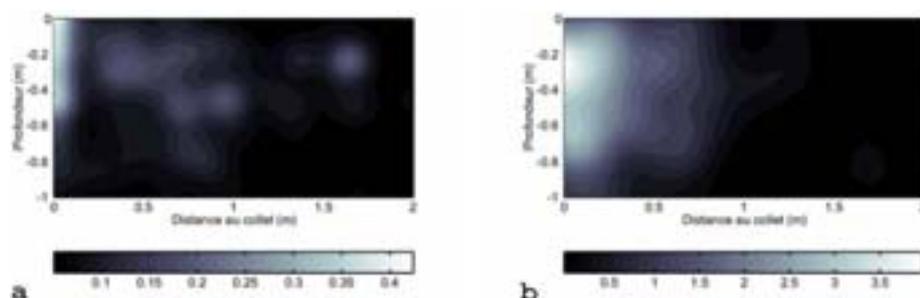


FIG. 2.22 – Distribution spatiale du volume de racine (a) et du nombre de ramifications par mètre cube (b) pour les peupliers de Bariteau.

très marqués apparaissent et différencient clairement les peupliers du pin maritime. La distribution uniforme le long du pivot, comme l'observe Maitrot (2003), ressort de la cartographie de la densité de ramification (Fig. 2.22). Ceci se manifeste, par des courbes iso valeur en bandes parallèles le long du pivot. Cette zone s'étend entre 0 et 80 cm de profondeur. La distribution du volume ne montre pas de collet très volumineux, contrairement au pin maritime.

### 2.3.3 Modélisation des systèmes racinaires

#### Le pin maritime

La dispersion utilisée pour l'estimation de la densité  $d(x)$  est de 0.09, et pour  $d_t(x)$  celle-ci est de 0.15. La figure 2.23 présente l'architecture obtenue par la simulation. Le système racinaire schématique possède des caractéristiques typiques de celle du pin maritime. Tout d'abord les racines latérales portées par le pivot s'initient principalement au niveau du collet. A partir de ces racines s'initient principalement des pivots : quatre des six racines initiées sont des racines verticales ce qui est très proche des 60% obtenu par l'analyse sur l'angle radial.

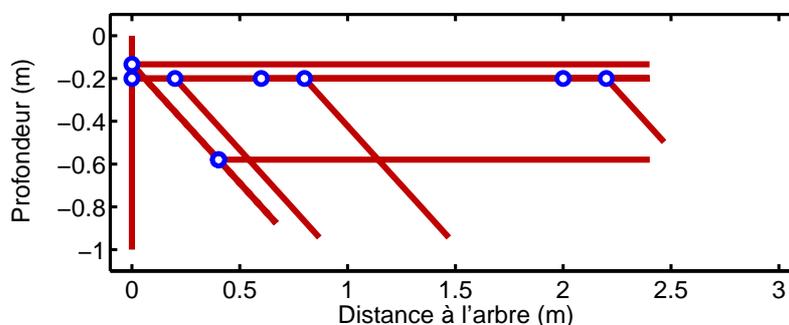


FIG. 2.23 – Système racinaire généré à partir de la densité généralisée. Les caractéristiques essentielles du pin maritime ressortent : concentration des racines latérales au collet, les pivots secondaires sont plus nombreux que les racines latérales

#### Les peupliers

Pour les mêmes raisons évoquées précédemment, les densités de ramification ont été établies sur les données communes du Raspalje et du Beaupré à 7 ans. La construction du système racinaire moyen par la simulation numérique laisse transparaître les caractéristiques observées sur les peupliers de 7 ans. La présence de racines latérales sur le pivot à toutes les profondeurs (Fig. 2.24). De même, l'essentiel des départs de racines se situent dans une zone de 1 m autour du pivot. Seule une faible proportion de racines du 3<sup>eme</sup> ordre sont verticales.

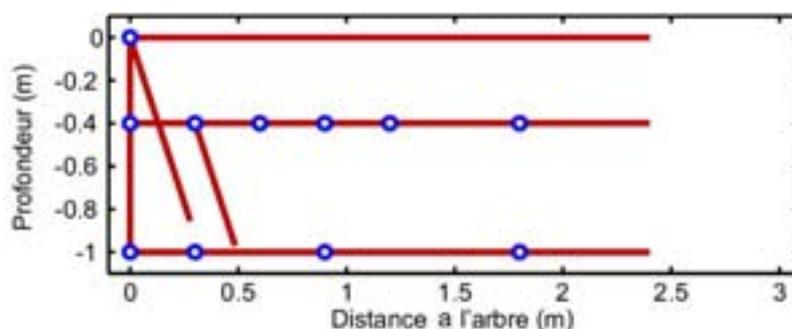


FIG. 2.24 – Système racinaire schématisé de peuplier à 7 ans, généré à partir de la densité généralisée. Le système se caractérise par la présence de racines latérales tout le long du collet et peu de racines verticales secondaires.

## 2.4 Discussion

La discussion concerne uniquement le pin maritime et les peupliers, dont les analyses statistiques ont apportés des éléments quantitatifs pour l'analyse et la comparaison des systèmes racinaires.

Dans un premier temps, deux facteurs sont apparus particulièrement importants pour la morphologie de la racine : la distance parcourue par la racine et l'inclinaison de la racine mère ont montré une influence significative sur la variation de la densité de ramification, de la conicité, ou des angles définissant la direction d'insertion de chaque nouvelle racine. Cette tendance est confirmée par Wilson (1975), Pagès & Pellerin (1994), Bengough *et al.* (2000), qui ont mis en évidence que l'éloignement au centre de l'arbre détermine notamment la densité de ramification et la décroissance du diamètre. Coutts (1989) a aussi montré que l'inclinaison de la racine détermine très tôt le devenir de la plante. Par contre, ces facteurs n'ont expliqué qu'une faible partie de la variation des propriétés de la racine (entre 10 et 50%). L'historique complet du développement de la plante est certainement une donnée qui aurait permis d'expliquer cette dispersion et de la corriger.

L'observation du système racinaire du pin maritime a laissé clairement apparaître deux directions de croissance privilégiées (horizontales et verticales) comme on l'observe pour la majorité des essences résineuses (Puhe (2003), Laitakari (1927)). La présence du couple racines latérales / pivot secondaire à différentes hauteurs sur le pivot se traduit alors par un quadrillage presque régulier de l'espace autour du collet. L'exploration intensive (Atger & Edelin (1994), Lucot & Bruckert (1992)) du sol par les racines se fait en général sur un

voisinage proche de l'axe principal de l'arbre, dans un rayon d'environ 1 m. Les racines latérales en surface peuvent s'étendre à plusieurs mètres du collet, mais sont rarement extraites par l'excavation mécanisée. Elles constituent l'enracinement extensif (Atger & Edelin (1994), Lucot & Bruckert (1992)) du système racinaire.

Les peupliers ont montré des caractéristiques bien différentes à 7 ans. Pour les deux cultivars, le système racinaire est constitué essentiellement d'une racine verticale dominante (initialement le plançon) de faible conicité, recouverte de manière uniforme de racines latérales secondaires. Cette structure rappelle les topologies du type "herringbone" (arrête de poisson) décrites par Fitter (1986). A 13 ans, le système racinaire a évolué et les racines en surface au niveau du collet ont pris plus d'importance. Le système racinaire retrouve une forme plus classique, de type pivotant, avec cependant quelques racines obliques en profondeur sur le pivot

Le Beaupré et le Raspalje n'ont pas montré de différences morphologiques très importantes. De plus la forte variabilité nécessiterait d'avantage de données pour mettre en évidence clairement des différences. Par contre, les différences avec le pin maritime sont très marquées : une densité de ramification moindre, conicité accrue des racines latérales. Enfin le pin maritime a montré une distinction très nette entre les racines horizontales et les racines verticales, observée chez une majorité d'essences résineuses (Puhe (2003), Laitakari (1927)), alors que l'orientation des racines chez les peupliers est plus aléatoire.

L'utilisation des réseaux de neurones pour modéliser les densités de probabilité conditionnelles est apparue pertinente pour modéliser le comportement de l'angle radial et de la courbure des racines. Cependant, son utilisation a montré des limitations pour la modélisation des angles, aux bornes du domaine étudié ( $rad = 90^\circ$  2.16 b)). Ce problème est lié à la périodicité de l'angle radial qui aurait du être pris en compte par des fonctions noyau périodiques.

A un niveau plus global, il est apparu, pour les peupliers comme pour le pin maritime, que l'activité racinaire de l'arbre dans un voisinage très proche du tronc est très intense. Tout d'abord, l'essentiel du volume du système racinaire se confine dans un cylindre autour de l'axe de l'arbre, de profondeur 60 cm et de rayon 80 cm. Cette zone semble matérialiser la ZRT (Zone of Rapid Taper) définie par Wilson (1975) particulièrement significative de la rigidité et la résistance de l'ancrage. Pour le pin maritime comme pour les peupliers, le pivot représente le plus gros volume de racine dans l'arbre. Par contre, les racines charpentières au collet se dessinent plus clairement chez le pin maritime.

Du point de vue de la ramification, une zone semblable de forte concentration est localisée à moins d'un mètre de l'arbre et pourrait indiquer la zone d'exploration intensive des racines (Lucot & Bruckert (1992)). Chez le pin maritime, cette zone s'étend aussi bien horizontalement en surface et horizontalement le long du pivot. Il en résulte une zone intensive de forme triangulaire. Par contre, chez les peupliers, la structure herringbone (arrête de poisson) génère une exploration similaire en surface comme en profondeur. L'exploration intensive est de forme rectangulaire.

Propriété	Pin maritime	Peupliers 14 ans	Peupliers 7 ans
Densité de Ramification	⊕	⊖	-
Rapport $D_{n+1}/D_n$	⊕	⊖	-
Conicité	⊖	⊕	-
Ratio horizontales / verticales	40 / 60	aléatoire	-
Distribution volume	Pivot et collet	-	Pivot
Distribution ramification	En surface	-	Le long du Pivot

TAB. 2.7 – Synthèse de la comparaison entre les peupliers et le pin maritime. Les symboles ⊕ désignent un valeur plus élevée et ⊖ une valeur plus faible.

Un effort particulier a été porté sur la modélisation du système racinaire complet. Deux approches ont été développées. Tout d'abord, l'approche explicite consiste à construire le système racinaire virtuel en imitant les processus botaniques d'extension et de branchaison des apex. Le modèle général développé généralise les différents principes développés jusqu'à présent par Pagès (2002), Jourdan & Rey (1997) ou Fitter *et al.* (1991) en traitant la ramification comme un phénomène continu et multi-variables. Cette approche est intéressante pour la compréhension des processus botaniques car elle permet de représenter la chronologie du développement des racines. De tels modèles nécessitent une très bonne connaissance de la croissance des systèmes racinaires pour chaque situation étudiée.

La modélisation agrégée par la méthode des densités apporte une vision différente et plus globale de la morphologie du système racinaire. Comme l'ont montré les résultats des simulations (Fig. 2.24, 2.23), le procédé permet avec un petit nombre de variables, de reproduire des morphologies très diverses. Le modèle schématique du pin maritime résume les caractéristiques essentielles de sa morphologie. La présence d'un collet développé, et

de pivots secondaires majoritaires sur les racines horizontales. Pour les peupliers de 7 ans, la modélisation a pu clairement mettre en évidence la structure Herringbone.

La méthode de modélisation par les densités généralisées doit encore être développée et validée. Par la suite, ce principe de modélisation serait plus adapté pour échantillonner les mesures du système racinaire, et éventuellement éviter les procédés destructifs traditionnellement utilisés.



# Chapitre 3

## Analyse mécanique de l'ancrage d'un système racinaire

### 3.1 Caractérisation des éléments constituant l'ancrage

#### 3.1.1 La plasticité du sol et des racines

Le sol comme le bois de racine (en compression) sont des matériaux pouvant être représenté par une loi elasto-plastique : au delà d'un certain niveau de contrainte, les déformations engendrées sont irréversibles et instantanées. L'état de déformation peut se décomposer en une composante élastique  $\varepsilon^e$  et une composante plastique  $\varepsilon^p$ . L'irréversibilité du comportement nécessite une formulation incrémentale de l'évolution des variables du problème, on écrit alors :

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (3.1)$$

Le niveau de contrainte acceptable au dessous duquel les déformations restent entièrement réversibles (domaine élastique) est matérialisé par une surface dans l'espace des contraintes. Le matériau se trouve donc dans l'un des deux cas suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\sigma) < 0, \quad d\varepsilon^p = 0 \quad (\text{reversible}) \\ f(\sigma) = 0, \quad d\varepsilon^p \geq 0 \quad (\text{irreversible}) \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Le critère de plasticité, propre au matériau, est la surface définie par  $f(\sigma) = 0$ .  $f$  ne prend pas de valeurs positives, car l'apparition de déformations plastiques entraîne un réarrangement immédiat de la distribution des contraintes.

Dans le cas du sol, le comportement macroscopique résulte du frottement interne des particules entre elles, la déformation plastique provient du glissement relatif des grains entre eux. En effet, il est plus facile pour les particules de sol de glisser entre elles et de se réarranger, plutôt que d'écraser le grain lui même. Cela se traduit au niveau macroscopique par le fait que le critère de plasticité est atteint en cisaillement. Le frottement des grains étant la cause essentielle de la plasticité, son comportement a aussi des similitudes très fortes avec les lois décrivant le contact entre deux corps.

Si l'on considère un plan imaginaire séparant le sol en deux parties, alors, la résistance au cisaillement peut être assimilée à une contrainte de frottement ( $\sigma_t$ ) dirigée tangentielle-ment au plan de contact. Par analogie avec les lois de Coulomb la contrainte maximale au cisaillement s'exprime en fonction de la pression normale sur la facette ( $\sigma_n$ ). On a donc au moment du glissement (en prenant comme convention  $\sigma_n > 0$  en traction) :

$$\sigma_t = c - \sigma_n \times \tan(\phi) \quad (3.3)$$

Cette relation traduit l'augmentation de la résistance au cisaillement lorsque la pression normale sur la facette augmente. L'angle de frottement  $\phi$  détermine de combien augmente la résistance au cisaillement lorsque la pression normale augmente.  $c$  est la cohésion, c'est à dire la résistance naturelle au cisaillement lorsque aucune pression normale n'est appliquée sur la facette.

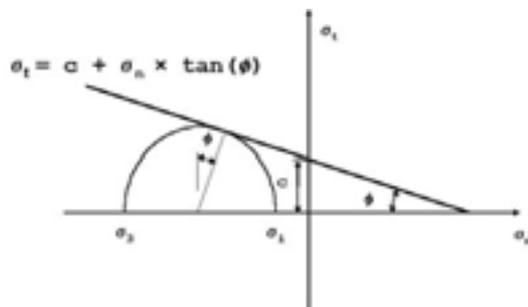


FIG. 3.1 – Représentation du critère de Mohr-Coulomb avec les cercles de Mohr.

Dans le cas d'un milieu continu, il existe une infinité de facettes, chacune présentant un couple  $(\sigma_t, \sigma_n)$ . Le plan dans lequel s'effectue le glissement est dirigé selon un angle  $\phi/2$  avec la facette de cisaillement maximum, comme l'indique le tracé des cercles de Mohr (Fig. 3.1). Si l'on note  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  les contraintes principales, classées par ordre croissant, le critère de coulomb (3.3) exprimé sur cette facette s'écrit alors :

$$-\frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1) \times \cos(\phi) = c - \left( \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2} - \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \times \sin(\phi) \right) \times \tan(\phi) \quad (3.4)$$

Dans un cas quelconque, le critère de Coulomb consiste à vérifier pour chaque couple  $(\sigma_i, \sigma_j)$  si le critère (3.4) est atteint. Dans le cas général, le critère de Mohr Coulomb s'écrit donc :

$$\max_{i \neq j} [|\sigma_i - \sigma_j| + (\sigma_i + \sigma_j) \sin(\phi)] = 2c \cos(\phi) \quad (3.5)$$

La figure 3.2 montre que la surface ainsi définie dans l'espace des contraintes est un cône de base hexagonale. Druker et Prager, en s'inspirant du critère de Von Mises, ont proposé une évolution du critère de Mohr-Coulomb. La surface générée possède une forme conique, mais de base circulaire passant par les sommets de la surface de Mohr Coulomb. le critère

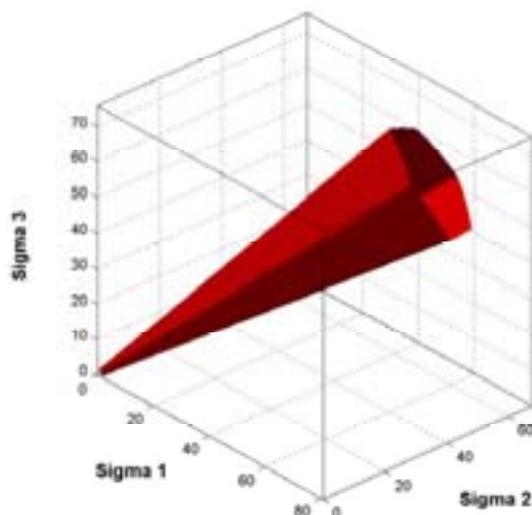


FIG. 3.2 – Représentation spatiale du critère de Mohr Coulomb

de Druker Prager s'écrit alors :

$$\frac{2 \sin(\phi)}{\sqrt{3}(3 - \sin(\phi))} I_1 + J_2 = \frac{6c \cos(\phi)}{\sqrt{3}(3 - \sin(\phi))} \quad (3.6)$$

Avec  $I_1$  le premier invariant du tenseur des contraintes et  $J_2$  le second invariant du déviateur.

Pour le bois en compression, les métaux ou encore les sols argileux, la contrainte de cisaillement n'est pas influencée par la pression moyenne dans le matériau. Par conséquent, la plasticité est atteinte pour la même valeur de cisaillement, quelle que soit la contrainte moyenne et le critère de Von Mises a été utilisé pour caractériser la ruine des racines ou les sols argileux :

$$\sigma_{max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad (3.7)$$

Le bois de racine a un comportement mécanique beaucoup plus complexe et n'est pas très bien représenté par le critère de Von Mises.

Lorsque le critère est atteint, les déformations plastiques générées sont régies par des équations appelées lois d'écoulement. Dans le cas le plus simple de la plasticité sans écrouissage, l'équation d'écoulement est unique et dérive d'une fonction potentielle :

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.8)$$

avec  $G$  fonction potentielle et  $\lambda$  un terme appelé multiplicateur plastique. Le critère de plasticité  $f$  est souvent utilisé comme potentiel  $G$ . On parle alors de loi d'écoulement associée ou de règle de normalité. La règle de normalité est vérifiée pour les matériaux dit standards (métaux, argiles, bois en compression). Par contre, pour les sols dont le critère de plasticité dépend de la contrainte moyenne (loi de Mohr Coulomb par exemple), la normalité induit des variations de volume plastique supérieures à celles observées expérimentalement.

Au cours de l'écoulement, les déformations plastiques s'accumulent dans le matériau. Le travail de ces déformations plastiques est un indicateur des zones particulièrement sollicitées. Celui-ci se définit par :

$$\bar{\varepsilon}^p = \int \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p} dt \quad (3.9)$$

### 3.1.2 L'eau capillaire du sol

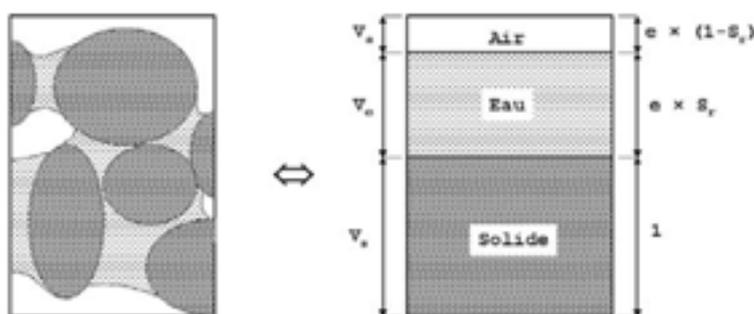


FIG. 3.3 – Décomposition du volume spécifique du sol ( $V_s = 1m^3$ ) en 3 constituants élémentaires : la phase solide, liquide et gazeuse

Les vides laissés entre les particules de sol sont en réalité comblés par de l'air ou par de l'eau (Fig. 3.3). Si l'on considère un volume de sol  $V$ , alors la détermination

de sa constitution requiert en premier lieu la connaissance de la proportion de matière solide de volume  $V_s$  par rapport au volume laissé au vide  $V_v = V - V_s$  (Fig. 3.3). Il est courant d'utiliser la porosité  $n$  ou encore l'indice des vides  $e$  comme indicateur de cette caractéristique :

$$n = \frac{V_v}{V} \quad (3.10)$$

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (3.11)$$

La deuxième information concerne la quantité d'eau dans le sol en eau. On utilise le rapport  $S_r$  entre le volume d'eau  $V_w$  et le volume de vides  $V_v$  (3.12), appelé indice de saturation. Comme l'eau remplit uniquement les vides laissés entre les particules,  $S_r$  est nécessairement compris entre 0 et 1. La figure 3.3 résume toutes ces notations par un schéma explicatif.

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} \quad (3.12)$$

Pour passer du volume à la masse il reste à connaître les masses volumiques ou densités de chacune de ces composantes. En mécanique des sols il est plus fréquent d'utiliser les poids volumiques : le poids volumique de la fraction solide est noté  $\gamma_s$ , celui de l'eau  $\gamma_w$  ou celui de l'air  $\gamma_a$ . A partir de ces données, il est possible de remonter à toutes les informations courantes concernant la composition du sol, notamment le poids sec  $\gamma_d$  et humide  $\gamma$  ou bien les densités humide et sèche  $d_w, d_d$ .

La présence d'un fluide dans le sol modifie les contraintes qui sont transmises aux grains. Le principe de Terzaghi (Lambe & Whitman (1969)) postule que la pression totale  $\sigma$  sur le sol se répartit en une pression directement exercée sur les grains  $\sigma'$  (contrainte effective) et la pression dans le liquide  $u$ . La contrainte effective s'écrit alors :

$$\sigma' = \sigma - u \quad (3.13)$$

Avec la fragmentation du sol en nombreuses particules, les espaces créés entre ces particules sont interconnectés et autorisent librement l'écoulement de l'eau. La vitesse de mouvement de l'eau est en général faible et la loi d'écoulement est gouvernée par la loi de Darcy :

$$v_i = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial x_i} \quad (3.14)$$

ou  $v_i$  est la vitesse de l'eau dans le sol dans la direction  $x_i$  et  $k$  la perméabilité du sol.

Le bilan de conservation de la masse de l'eau dans un volume de sol permet alors de relier

déformation du sol et migration de l'eau. Le débit d'eau dans le volume s'écrit :

$$q = \int_{\partial V} n_i v_i dS = - \int_{\partial V} n_i \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial x_i} dS \quad (3.15)$$

avec  $\partial V$  la surface entourant  $V$  et  $n_i$  la composante selon  $x_i$  du vecteur normal à la surface. Par le Théorème de Gauss, on peut écrire :

$$q = \int_V - \int_{\partial V} n_i \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} dV \quad (3.16)$$

De même, le volume d'eau  $V_w$  dans le cas saturé peut s'écrire à partir de la constitution du sol (Equ. 3.11 et Equ. 3.12) :

$$V_w = \int_V \frac{e}{1+e} dV \quad (3.17)$$

Or le débit étant la dérivée du volume par rapport au temps, on obtient d'après les équations (3.16) (3.17) :

$$\int_V \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} dV = - \int_V k \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} dV \quad (3.18)$$

Cette écriture étant valable quel que soit le volume  $V$ , on peut écrire :

$$\frac{1}{1+e} S_r \frac{\partial e}{\partial t} = -k \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} \quad (3.19)$$

Cette égalité permet de relier les déformations du sol ( $\frac{\partial e}{\partial t}$ ) aux pressions de l'eau de pore engendrées ( $u$ ) et constitue le point de départ de la théorie de la consolidation. Dans le cas d'un écoulement unidimensionnel, si l'on suppose que les contraintes dans le sol sont constantes, on peut écrire à partir des propriétés élastiques du sol :

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3.20)$$

Il s'agit de l'équation de Terzaghi ou  $c_v$  est appelé coefficient de consolidation (Lambe & Whiteman (1969)) et s'écrit :

$$c_v = \frac{k(1+e)}{\gamma_e a_v} \quad (3.21)$$

$a_v$  est le coefficient de compressibilité ( $a_v = -\frac{\partial e}{\partial \sigma}$ )

### 3.1.3 L'interaction racine sol

Les racines et le sol occupent dans l'espace des domaines complémentaires. La frontière entre ces deux éléments est le lieu de mécanismes particuliers où les efforts se transmettent

entre les surfaces. En chaque endroit de l'interface, le vecteur normal à la surface ( $n_r$  pour les racines et  $n_s$  pour le sol) et pointant vers l'extérieur du solide permet d'orienter la surface par rapport à la position du solide. Si l'on considère une petite surface de racine  $dS_r$  en un point  $M_r$  et une portion de surface du sol  $dS_s$  en  $M_s$ . Lorsque ces deux éléments de surface sont en regard (la distance entre  $M_r$  et  $M_s$  est minimale) on peut définir l'état d'interaction à partir de l'écartement  $h$  défini comme la distance algébrique entre  $M_r$  et  $M_s = M_r M_s \cdot n_r$  (Fig. 3.4). L'interaction parfaite entre deux surfaces, de nature discontinue, se définit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} h \geq 0 , \\ \text{si } h = 0 \rightarrow \text{contact} \\ \text{si } h > 0 \rightarrow \text{ouverture} \end{array} \right. \quad (3.22)$$

Le cas où les deux surfaces s'interpénétreraient ( $h$  est négatif) n'est pas possible.

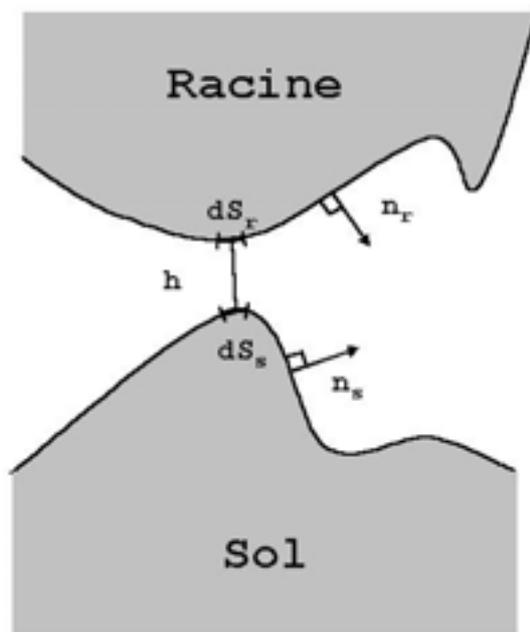


FIG. 3.4 – Interaction locale théorique entre le sol et la racine.

Lorsqu'il y a contact ( $h = 0$ ) les surfaces transmettent des forces dans la direction normale  $N$  et tangentielle  $T$  au plan de contact. Coulomb a montré que pour un matériau donné, la force tangentielle  $T$ , nécessaire pour mettre en glissement deux surfaces, est proportionnelle à la force normale :  $T = \mu \times P$  ou  $\mu$  est le coefficient de frottement. Lorsque

cette force est atteinte, les surfaces se mettent en mouvement et la force de frottement créée par le glissement des surfaces reste proportionnelle à la force normale et est dirigée dans la direction opposée au déplacement. Au niveau macroscopique les forces de contact sont réparties sur une surface. Les efforts transmis sont alors traduits en contraintes ( $\sigma_n$  et  $\sigma_t$ ) et la loi de coulomb s'écrit :

$$\sigma_t = -\frac{v}{|v|} \times f \times \sigma_n \quad (3.23)$$

Avec  $v$  la vitesse du glissement (nécessairement dans le plan de contact) et  $f$  le coefficient de frottement local. On peut remarquer que cette formule est identique à l'équation 3.3 avec une cohésion nulle et  $\tan(\phi) = f$ .

## 3.2 Application de la méthode des éléments finis à l'étude de l'ancrage racinaire

### 3.2.1 Principe

La méthode des éléments finis permet de déterminer une approximation des déplacements, déformations, pression de l'eau de pore ... à partir de la discrétisation du domaine de l'étude. La méthode s'applique à un problème quelconque, à condition que la géométrie de l'étude soit décomposée en petits éléments de volume. La méthode des éléments finis pour le calcul des structures est traditionnellement abordée en utilisant les déplacements en chaque noeud du maillage ( $u, v, w$ ) pour inconnues du calcul.

La première étape consiste à établir une approximation de la géométrie réelle en la décomposant en éléments de volume de forme polygonale. La modification de la forme de cet élément au cours d'un chargement s'exprime en fonction des déplacements  $U^e = (u_1, v_1, w_1, u_2, \dots)$  en chacun de ses sommets; avec  $(u_i, v_i, w_i)$  le déplacement dans l'espace du noeud  $i$ . Le déplacement en tout point de l'élément (champ de déplacement) est interpolé à partir des déplacements calculés aux noeuds. A partir du champ de déplacement, on remonte à la matrice des déformations par dérivation ( $\varepsilon = B^e U^e$ ) et grâce aux propriétés élastiques du matériau ( $C$ ) à celle des contraintes ( $\sigma = C B^e U^e$ ). L'état mécanique de l'élément est donc entièrement déterminé par les déplacements des noeuds.

L'assemblage du comportement complet de la structure est ensuite réalisé. Supposons qu'un corps en équilibre observe un champ de déplacement virtuel  $\delta u$ . Le principe des

travaux virtuels affirme qu'au cours de ce déplacement, il y a égalité entre l'énergie déployée par les forces extérieures sur la structure et l'énergie absorbée par la structure sous forme de déformation :

$$\int_V \delta \varepsilon^T \sigma dv = \int_V \delta u^T f_v dv + \int_{\partial V} \delta u^T f_s dv \quad (3.24)$$

avec  $f_v$  les forces volumiques appliquées à la structure et  $f_s$  les forces appliquées aux frontières  $\partial V$ . Ce principe, appliqué à l'élément, conduit à une forme discrétisée de ce bilan énergétique :

$$\delta U^{eT} K^e U^e = \delta U^{eT} F^e \quad (3.25)$$

avec  $F^e$  le vecteur des forces intérieures nodales.  $K_e$  est la matrice de rigidité de l'élément, c'est à dire la matrice donnant les forces de réaction aux noeuds lorsque les déplacements  $U^e$  sont imposés.

$$K^e = \int_V B^e T C B^e dv \quad (3.26)$$

La dernière étape consiste à reconstituer le comportement complet de la structure. Comme l'énergie totale dans le système est la somme des énergies contenues dans chaque élément, on peut très facilement écrire le principe des travaux virtuels sur toute la structure :

$$\sum \delta U^{eT} K^e U^e = \sum \delta U^{eT} F^e \quad (3.27)$$

Cette égalité est valable quelle que soit  $\delta u$ . En regroupant les déplacements aux noeuds dans un seul vecteur colonne  $U$ , on obtient finalement :

$$KU = F \quad (3.28)$$

Avec  $K$  la matrice de rigidité de la structure qui est construite par assemblage des matrices de rigidité élémentaires  $K^e$ . Au final la discrétisation a permis de passer de la formulation continue d'un problème à une formulation discrète avec un nombre fini d'équations et d'inconnues (les déplacements aux noeuds), ce qui aboutit nécessairement à une solution. Dans le cas de modèles non linéaires (plasticité ou contact), une forme incrémentale du principe des travaux virtuels est utilisée. A l'intérieur de chaque incrément des itérations de Newton Raphson sont effectuées. La matrice de rigidité est recalculée à chaque itération (Matrice de rigidité tangente). Le logiciel Abaqus a été utilisé pour réaliser ces calculs.

### 3.2.2 Modélisation du contact

L'interaction entre les surfaces est simulée à partir des facettes et noeuds des surfaces en contact (Fig. 3.5). La surface de l'élément le plus dur, la racine, est définie par facettes (surface maîtresse) alors que la surface de l'élément le plus mou, le sol, est délimitée par ses noeuds extérieurs (surface esclave). Les noeuds des racines peuvent donc pénétrer la face d'un élément de sol mais l'inverse n'est pas possible.

Dans une première étape, chaque noeud de la surface esclave est rattaché à la facette la plus proche avec laquelle il est susceptible d'interagir. Il est alors possible de déterminer la valeur de l'écartement  $h$  des surfaces ou du glissement relatif  $s$ .

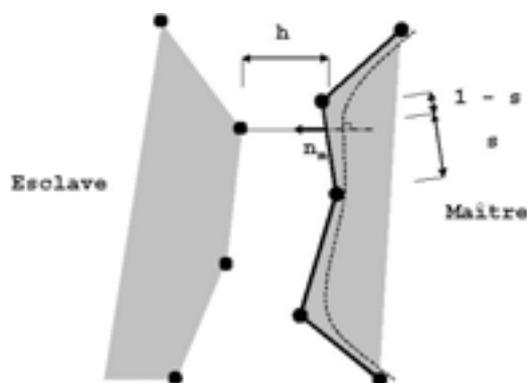


FIG. 3.5 – L'interaction entre les surfaces se situe en chaque noeud de la surface du sol (esclave) et la facette de l'élément de racine (maître) la plus proche. L'ouverture des surfaces  $h$  et le glissement relatif  $s$  sont les deux variables sur lesquelles portent l'interaction. La ligne en pointillé est la surface utilisée pour calculer la normale  $n_m$  de la surface maîtresse.

Pour imposer une condition sur l'écartement ou le glissement ( $h = 0$  et  $s = 0$  pour des surfaces collées par exemple) la technique des multiplicateurs de Lagrange est utilisée.  $(h, s)$  s'expriment en fonction des déplacements à l'interface et sont donc fonctions des déplacements aux noeuds à l'interface :  $(h, s) = DU^i$ . La matrice  $D$  permet de passer des coordonnées globales aux coordonnées locales liées au plan de contact. Les forces d'interface dans le principe des travaux virtuels sont considérées comme efforts internes. Le principe des travaux virtuels s'écrit donc :

$$KU + D^T \lambda - F = 0 \quad (3.29)$$

Avec  $\lambda$  les efforts tangentiels et normaux à l'interface. L' équation matricielle s'écrit :

$$\begin{pmatrix} K & D^T \\ D & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ s, h \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Lorsque les contraintes sont imposées aux déplacements (contact),  $s$  et/ou  $h$  sont fixés et les forces de contacts  $\lambda$  sont variables. Dans le cas contraire,  $\lambda$  est fixé et  $s$  et  $h$  sont les inconnues.

L'approche du contact par multiplicateur de Lagrange permet de considérer une interaction explicite entre les surfaces. Contrairement à d'autres techniques classiquement utilisées (Zhang *et al.* (1999) ou Yang & Jeremic (2002)), toutes les caractéristiques fondamentales du contact peuvent être traitées : les grands glissements, l'ouverture des surfaces, le roulement ou le mouvement de spin. En revanche, le contact est particulièrement coûteux en temps de calcul. En effet, à chaque incrément du déplacement, la recherche du point d'ancrage de chaque noeud de la surface esclave est réalisée. De plus, à chaque changement de condition du contact (ouverture ou contact glissement), une itération supplémentaire est réalisée pour actualiser la matrice de rigidité.



# Chapitre 4

## Sensibilité de l'ancrage à divers facteurs

### 4.1 Les mécanismes d'arrachement à l'échelle de la racine

#### 4.1.1 Objectifs

La compréhension de la transmission des efforts entre racines et sol à un niveau local est un aspect fondamental et déterminant. En effet, l'ancrage de l'arbre est assuré autant par les quelques racines charpentières autour du collet, très rigides et résistantes, que par le grand nombre de racines de petites tailles qui tissent un véritable réseau en renforçant localement la résistance du sol. Ces racines fines sont très nombreuses et peuvent difficilement être représentées explicitement dans les modèles. Par contre si les mécanismes élémentaires de la transmission des efforts entre racines et sol sont maîtrisés, alors il sera possible de constituer un modèle agrégé d'un matériau équivalent à une matrice racine/sol. Cette étude s'est concentrée en premier lieu sur le mécanisme d'arrachement en traction de la racine. Plusieurs questions fondamentales se posent alors : quels sont les mécanismes de rupture à une échelle locale ? Comment la morphologie de la racine peut influencer ces mécanismes ? Enfin y a-t-il des facteurs prépondérants et particulièrement sensibles pour la résistance à l'arrachement ?

La modélisation mécanique en 2D mise en place au cours de cette étude a permis d'apporter des informations très qualitatives à ce sujet. Par conséquent, les valeurs numériques qui ont été obtenues n'ont pour but que d'appuyer l'analyse et la compréhension des phénomènes modélisés.

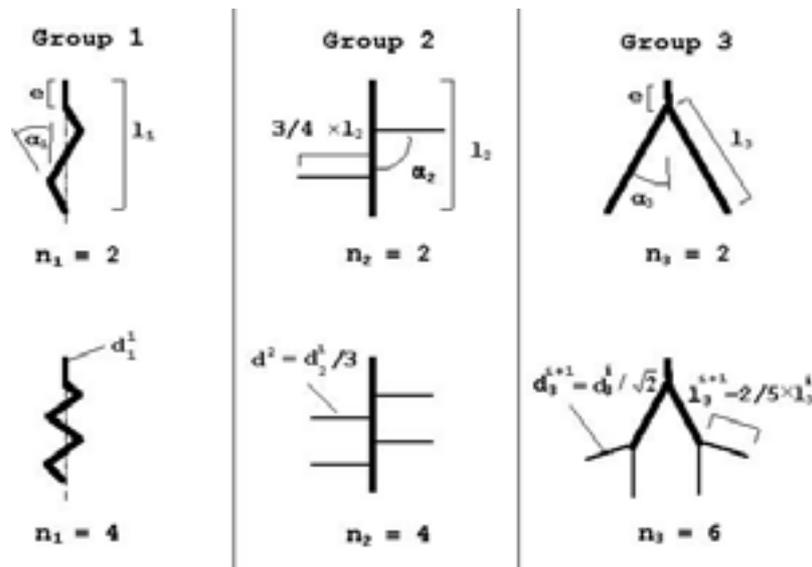


FIG. 4.1 – Définition de la géométrie des éléments racinaires pour chaque groupe. La longueur  $l_i$  permet de définir la longueur de racine de chaque élément du groupe  $i$ , l'angle  $\alpha_i$  détermine la direction de chaque nouvelle portion d'axe.  $n_i$  représente le nombre de zigzags pour le groupe 1, et le nombre de branches dans l'élément pour le groupe 2 et 3. Le diamètre de chaque racine  $D_{n+1}$  est fonction du diamètre de la racine précédente d'ordre inférieur  $D_n$ .

## 4.1.2 Définition du problème

### Définition des motifs racinaires

Les formes racinaires découvertes au cours des excavations sont complexes car résultant de longues années de croissance de l'arbre au gré des aléas climatiques, des hétérogénéités du sol et de la compétition avec les autres végétaux. Les schémas de développement mis en places au niveau de chaque racine sont par contre souvent simples, et c'est la répétition de ces processus et leurs interactions avec l'environnement qui génèrent la complexité et la variabilité observée. Ces schémas de développement (Pagès (2002)) résultent à un instant donné en trois types de branchaison :

1. le type non ramifié, qui regroupe les éléments constitués d'une seule branche est représenté par le groupe 1 à la figure 4.1. Les changements de direction de croissance peuvent générer des zigzags.
2. le type ramifié latéralement (groupe 2) : une racine principale porte des branches secondaires latéralement (Fitter (1986)).

3. le type fourche ou dichotomique (groupe 3) : chaque racine se termine par la naissance de deux nouvelles racines de même importance. Les racines fourches peuvent s'observer dans le cas de la réitération (Atger (1995)) ou dans le cas où une racine secondaire a pris autant d'importance que la racine mère.

Cette classification (Fig. 4.1) n'a pas pour but de recenser toutes les formes pouvant exister dans la nature, mais de décomposer la morphologie en caractéristiques élémentaires et paramétrées. Les racines réelles combinent en général plusieurs de ces propriétés. De même ces types topologiques ne sont pas figés dans le temps, mais cette dynamique de croissance n'a pas besoin d'être prise en compte puisque celle-ci est très lente en comparaison de la durée d'un déracinement.

De façon à pouvoir étudier la diversité des formes, les éléments de chaque groupe sont paramétrés par des paramètres numériques définis à la figure (Fig. 4.1) :  $\alpha_i$  est l'angle entre une racine et la branche précédente pour le groupe  $i$ ,  $l_i$  la longueur de référence pour les éléments du groupe  $i$ ,  $n_i$  est le nombre de branches secondaires pour les groupes 2 et 3 et le nombre de zigzags pour le groupe 1.

Chaque modèle de racine doit posséder le même volume afin d'orienter la discussion sur l'efficacité de l'enracinement : lorsque deux plantes disposent des mêmes ressources de carbone, l'ancrage le plus efficace est celui qui résiste le plus pour le même volume de matière. Par contre, en gardant le même volume de matière, les résultats de l'étude porteront uniquement sur une taille de racine fixée. Pour étudier ce phénomène pour des racines de taille différentes un paramètre d'échelle  $s$  a été utilisé. Les racines sont définies à partir d'un volume de référence  $V_{ref} = 10^{-2} m^3$ . A l'échelle  $s = 1$ ,  $l_i$  prend une valeur basse de  $1m$  et une valeur haute de  $1.5m$ . A une échelle quelconque,  $l_i$  prendra les valeurs  $1 \times s$  et  $1.5 \times s$ . Les diamètres sont ensuite déterminés de manière à obtenir le volume spécifié.

On peut définir sur chaque motif de racine, des paramètres généraux (Fig. 4.2), c'est à dire définis de la même manière quel que soit le groupe. Neuf d'entre eux ont été définis pour étudier s'il existe des caractères communs à tous les éléments et qui confère un bonne résistance à l'ancrage. Il s'agit de la profondeur de l'élément  $DEP$ , la largeur  $WID$ , la surface totale de contact  $SURF$ , la longueur totale des axes  $LENG$ , le volume de racine  $VOL_r = 10^{-2}s^3$ , le volume du bloc racine/sol  $VOL_b = WID \times LENG$ , le diamètre à la base de l'élément  $DIAM$ , la densité  $DENS = VOL_r/VOL_b$  et le nombre total de racines  $NUM$ .

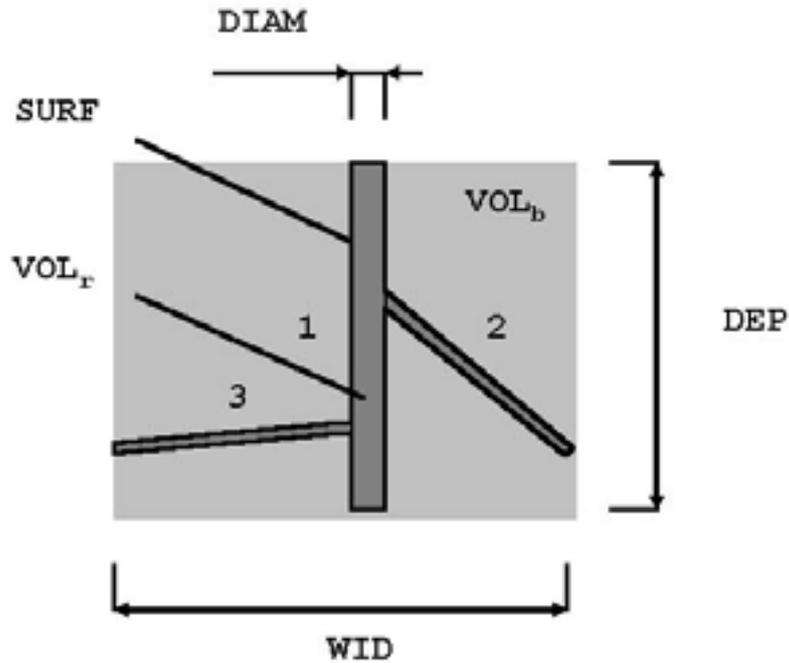


FIG. 4.2 – Définition des paramètres généraux :  $DEP$  est la longueur de l'élément,  $WID$  est sa largeur,  $SURF$  est la surface de racine en contact avec le sol. Le volume de l'ensemble racine/sol  $VOL_b$  est défini par la zone en gris clair, alors que le volume de racine  $VOL_r$  est défini par la zone en gris foncé. Le calcul de la densité racinaire s'exprime alors  $DENS = VOL_r/VOL_b$ . Les branches, numérotés 1,2 et 3 sur la figure, sont au nombre de 3 ( $NUM = 3$ )

### Propriétés mécaniques

Paramètre	Sol	Racine
Module rupture ( $MPa$ )	-	2
Cohésion $c$ ( $kPa$ )	1-4	-
Angle frottement $\varphi$ ( $^\circ$ )	27	-
Module d'Young $E$ ( $MPa$ )	20	800
Coefficient Poisson $\nu$	0.3	0.3

TAB. 4.1 – Propriétés mécaniques du sol et des racines.

Les propriétés mécaniques associées aux racines et au sol sont résumées au tableau 4.1. Le sol est représenté par un matériau de Mohr Coulomb dans des conditions drainées (analyse en contrainte effective). La valeur de la cohésion du sol est comprise entre 1

et 4 kPa et l'angle de frottement a été fixé à  $27^\circ$  et le module d'Young à 20 MPa. Le comportement mécanique de la racine est supposé élastique parfaitement plastique avec un module d'élasticité de 800 MPa et de rupture de 2 MPa (valeurs issues d'essais de flexion sur des racines de peupliers Robin (2002)). Le coefficient de frottement  $f$  entre les racines et le sol varie entre 0.1 et 0.5.

### 4.1.3 Application de la méthode des éléments finis

#### Le maillage

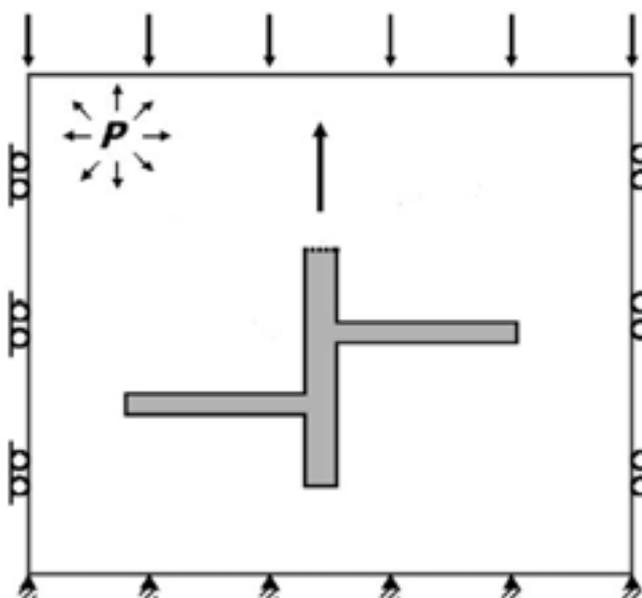


FIG. 4.3 – Conditions limites à l'échelle de la racine. Sur les cotés, les faces sont bloquées latéralement et la face inférieure est encastrée. Ces conditions limites permettent de maintenir une pression constante dans le sol en appliquant une charge répartie sur la surface supérieure.

L'ensemble racine sol a été modélisé par des éléments 2D triangulaire à 6 noeuds, en déformation plane. le choix d'une modélisation en 2D est motivée par l'absence de technique de maillage systématiques en trois dimensions. La géométrie de la racine est donc approchées par des racines de section carré de même volume que la section circulaire souhaitée. L'épaisseur des éléments de sol en contact avec une racine est donnée par le diamètre de la racine à cet endroit. Les autres zones de sol ont l'épaisseur du plus petit

diamètre de l'élément.

Le maillage du sol et de la racine a été automatisé avec un programme de maillage automatique par triangulation de Delaunay. L'interaction entre la racine et le sol répondent à une loi de Coulomb. Celle-ci, implémentée par la méthode des multiplicateurs de Lagrange, n'est pas appliquée dans le plan  $z$ .

### Chargement et conditions limites

Le système racine / sol ainsi défini est ensuite mis dans les conditions simulant l'enfouissement de la racine à une profondeur donnée. La racine est placée au milieu d'un bloc de sol de largeur  $2.2 \times l$  et de hauteur  $2.2 \times l$ . La pression du sol entourant la racine  $p$  est appliquée sur la surface supérieure du bloc de sol (Fig. 4.3). Ensuite, pour maintenir cette pression uniforme dans le sol, des conditions cinématiques sont imposées sur les autres faces : la face du fond est encadrée et les déplacements latéraux sur les cotés sont bloqués (Fig. 4.3).

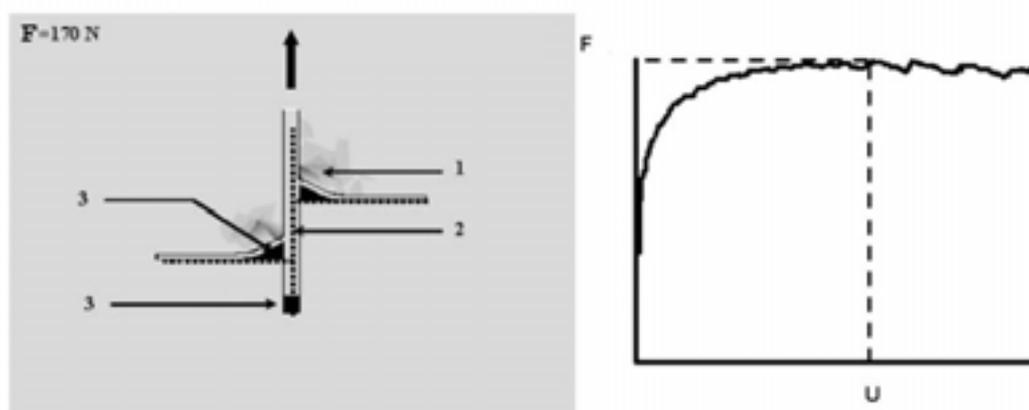


FIG. 4.4 – Exemple d'un essai de traction sur un motif racinaire. Les zones d'ombre (1) indiquent les zones de déformation plastique (accumulation de déformations permanentes). Les traits en pointillés (2) décrivent la position initiale de la racine. Les zones noires (3) indiquent les zones de vide laissées après le déplacement.  $F$  est la résistance maximale à la traction du couple racines/sol.

Un déplacement est appliqué au sommet du motif racinaire. La force opposée au déplacement mesure la rigidité de l'ancrage. Le déplacement est imposé par incréments successifs pour obtenir une courbe force déplacement. La courbe présente un maximum  $F$  qui est la résistance de l'ancrage (Fig. 4.4). L'analyse par élément finis a été réalisée avec le logiciel

#### 4.1.4 Analyse de sensibilité

Afin d'identifier l'influence de chaque paramètre ( $n_i, f_i, \alpha_i, s, f, c, p$  Fig. 4.1) sur la résistance de l'élément, 32 simulations par groupe ont été réalisées, analysant des combinaisons différentes. Chaque paramètre prend une valeur haute et une valeur basse (Tab. 4.2). Les configurations analysées sont déterminées selon la technique des plans d'expériences D-optimaux de manière à optimiser le nombre de simulations. Un modèle polynomial quadratique est ensuite interpolé sur les données de simulation (Equation 4.1). La résistance  $F_e$ , utilisée pour l'interpolation du modèle quadratique, est déterminée en divisant la résistance  $F$  obtenue par la simulation, par la résistance  $F_0$  d'un élément de référence défini pour une échelle donnée (Tab. 4.2). La référence a été choisie de manière arbitraire, parmi les éléments du groupe 3 (Fig. 4.2). La résistance ainsi normalisée est adimensionnelle et permet de comparer l'efficacité d'éléments racinaires à différentes échelles. Les paramètres  $x_i$  sont aussi adimensionnels et représentent le pourcentage d'augmentation du paramètre en question.

Paramètre	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Référence (Groupe 3)
longueur référence $l_i/s$ (m)	1 - 1.5	1 - 1.5	1 - 1.5	1
Nombre racines ou zigzags ( $n_i$ )	2 - 4	2 - 4	2 - 4	2
Angle référence $\alpha_i$ (°)	10 - 20	30 - 90	15 - 60	60
Cohésion $c$ (kPa)	1 - 4	1 - 4	1 - 4	1
Frottement $f$	0.1 - 0.5	0.1 - 0.5	0.1 - 0.5	0.1
Pression $p$ (kPa)	1 - 3	1 - 3	1 - 3	1
Echelle $s$ (m)	1/8 - 1/5	1/8 - 1/5	1/8 - 1/5	1/8 - 1/5

TAB. 4.2 – Plage de variation des paramètres définissant la géométrie des éléments dans un groupe. La dernière colonne définit l'élément de référence pour le calcul de la résistance équivalente  $F_e$

$$F_e = a_0 + \sum_{i=1}^7 a_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^7 \sum_{j=i+1}^7 b_{ij} \cdot x_i x_j \quad (4.1)$$

Une nouvelle serie de configurations géométriques est tirée aléatoirement ( $c, f, p$  fixés à

leur valeur moyenne). Pour chaque configuration de  $x_i$ , la valeur des paramètres généraux  $X_i$  est déterminée et la résistance correspondante calculée par les modèles quadratiques (Equ. 4.1). Une régression pas à pas a ensuite été menée (Equ. 4.2) de manière à déterminer les paramètres globaux les plus pertinents pour la résistance d'un élément quelconque.

$$F = A_{ij} + B_{ij} \cdot X_i + C_{ij} \cdot X_j \quad (4.2)$$

Les  $X_i$  représentent les paramètres globaux ( $DEP$ ,  $WID$ ,  $SURF$ ,  $LENG$ ,  $VOL_r$ ,  $VOL_b$ ,  $DENS$ ,  $NUM$  Fig. 4.2);  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  et  $C_{ij}$  les coefficients de la régression linéaire entre  $F$  et  $(X_i, X_j)$ .

### 4.1.5 Résultats

#### Les mécanismes de rupture

La rupture dans un élément de racine est la conséquence de plusieurs effets combinés : le cisaillement du sol, la flexion plastique des racines latérales, et le glissement à l'interface racine/sol. La modification de la forme ou la résistance des éléments conduit à une redistribution des contributions de ces trois composantes dans le mécanisme global.

Par exemple, si l'on considère un pivot rectiligne de diamètre constant, la force d'extraction est contrôlée uniquement par le frottement lié au glissement (Neves *et al.* (2001b)). Dans le cas du groupe 1 par contre, les racines ont des diamètres importants (toute la matière est concentrée sur le même axe) mais la trajectoire n'est pas rectiligne. Les racines s'arrachent en cisailant le sol emprisonnés entre les creux (Fig. 4.5 a)). La résistance est donc conditionnée par la résistance du sol au cisaillement et le frottement entre les surfaces. Enfin, lorsque les éléments sont ramifiés (Groupe 2 et 3), les racines occupent des zones de sol plus larges mais possèdent des diamètres plus faibles. Les racines ne sont pas suffisamment fortes pour déplacer cette masse de sol. On observe alors des flexions plastiques dans les axes latéraux au niveau de leur insertion (Fig. 4.5 b)). L'ancrage total est donc particulièrement influencé par la résistance des branches latérales.

Ces observations sur les déplacements et les déformations dans les éléments donnent un premier aperçu des mécanismes d'arrachement. On peut cependant entrer davantage dans les détails en commentant le comportement de chaque groupe individuellement.

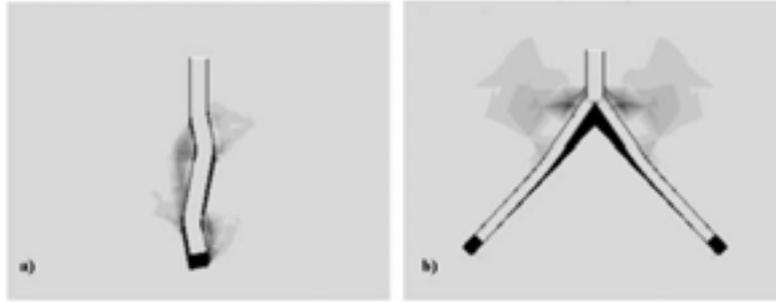


FIG. 4.5 – Différents types de géométries pour un même volume ont été testés en 2D. Le type de ramification est un des éléments primordiaux de l’ancrage car il détermine le mode de rupture. Dans le cas (a), la racine est très massive mais sans ramification. Le déracinement est influencé essentiellement par le cisaillement des zones de sol entre les creux. Dans le cas (b), les axes latéraux permettent une meilleure occupation du sol mais ces axes sont de diamètre moindre et doivent fléchir pour s’extraire du sol. Le nombre et le diamètre des axes latéraux apparaissent comme une donnée essentielle.

### Analyse par groupe

Le tableau 4.3 présente un résumé de l’importance des paramètres  $x_i$  sur la résistance de la racine à l’arrachement. On peut y observer que le groupe 1 est le moins résistant de tous. La résistance des éléments de ce groupe est principalement influencée par l’angle du zigzag et la cohésion. En effet, le diamètre des éléments de racine étant important, les contraintes dans la racine ne sont pas suffisantes pour que celle-ci se déforme plastiquement et glisse de son emplacement en suivant les contours dessinés par le sol. L’extraction de chaque élément passe donc par le cisaillement des zones de sol entourant la racine, et plus l’angle est important, plus la bande de sol mobilisée est importante. L’influence de la cohésion apparaît alors logiquement comme le deuxième paramètre le plus influent.

Dans le cas des éléments du groupe 2 la longueur totale de racine est bien plus importante, ce qui a pour effet de réduire le diamètre des branches. Les racines latérales, sur lesquelles porte l’essentiel de la résistance, montrent une baisse de leur résistance à la flexion, qui est atteinte au cours du chargement. On observe des zones de plasticité au niveau de la connection sur la racine principale. Il n’est pas surprenant alors de trouver que la longueur de racine  $l_2$  est le facteur le plus influant :

1. ce paramètre agit directement sur le diamètre des axes dans l’élément et diminue la résistance à la flexion des racines latérales (Fig. 4.6).

2. le diamètre détermine l'épaisseur des éléments du sol mobilisés pendant l'arrachement.
3. la longueur de racine, au delà de la zone de flexion, n'apporte plus qu'une résistance au frottement (très faible).

Le nombre de branches dans l'élément ( $n_2$ ) est le facteur le plus important après la longueur de racine. Non seulement la ramification latérale permet de répartir les efforts plus uniformément dans le sol, mais aussi d'allouer davantage de matière pour les axes latéraux.

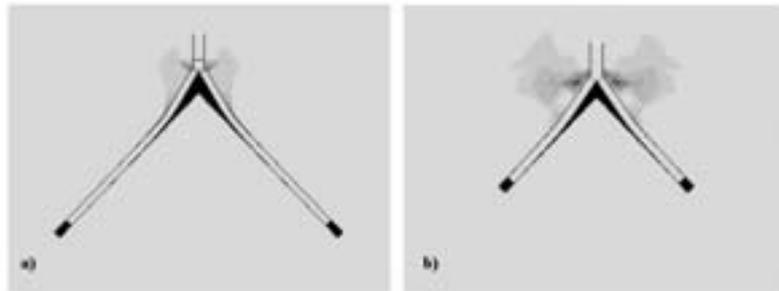


FIG. 4.6 – Le diamètre des racines latérales, pour une géométrie donnée, est le facteur le plus important. Dans le cas présent d'une fourche en 2 D, l'augmentation de la longueur des axes secondaires induit une baisse des diamètres, et une diminution de la résistance. La comparaison des cas (a) et (b) montre que plus les axes latéraux sont fins et souples, plus ils se déforment à leur base et plus ils s'extraient facilement sans mobiliser le sol.

Pour le dernier groupe, le raisonnement est similaire. L'augmentation de la longueur de racine ( $l_3$ ) est fatale à la résistance de l'élément, car elle diminue le diamètre des axes latéraux. Par ailleurs, en s'éloignant du point d'insertion d'une racine latérale, les efforts se transmettent progressivement au sol et à partir d'une certaine distance, les efforts transmis au sol sont faibles. L'extrémité restante n'apporte qu'une résistance très faible (Fig. 4.6). Cet effet, appelé longueur limite d'enracinement, a été mis en évidence (Ennos (1990), Ennos (1989)) pour des racines droites en traction. De même que pour le groupe 2, l'influence de la ramification ( $n_3$ ) est fortement positive sur la résistance de l'ancrage. Non seulement l'augmentation du nombre de branches tend à augmenter la proportion de racines horizontales par rapport aux racines verticales, mais aussi la distribution des contraintes engendrées dans le sol par ces formes est beaucoup plus homogène ce qui permet au sol de supporter beaucoup plus de chargement. L'influence de l'angle d'insertion

des fourches  $\alpha_3$  est négative. En effet, lorsqu'une racine est perpendiculaire au déplacement, la zone de sol exploitée est maximale, mais sollicite la racine en flexion. En revanche, lorsque la racine est orientée longitudinalement, la racine est sollicitée en traction, ce qui est favorable à la racine. En revanche, le sol ne participe que peu à la résistance de la racine. Par continuité, il doit exister une inclinaison idéale qui optimise la résistance des axes et la contribution du sol.

Après avoir analysé tous les mécanismes d'arrachement groupe par groupe, il apparaît que le facteur favorisant un bon ancrage est la présence de racines fortes dirigées latéralement pouvant s'opposer au déplacement longitudinal. Tous les paramètres qui agissent sur cette caractéristique ont trouvé une importance particulière : ( $\alpha_1$  pour le groupe 1  $l_{2,3}$  et  $n_{2,3}$  pour les groupes 2 et 3). Ce résultat confirme les principales références de la littérature (Wu *et al.* (1988), Stokes *et al.* (1995))

Paramètre	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Cte	0.46	0.52	1.20
Longueur référence $l_i$	-0.05	-0.82	-1.70
Nb axes ou zigzags $n_i$	0.10	0.61	0.62
Angle référence $\alpha_i$	0.20	0.09	-0.13
Cohésion $c$	0.22	0.20	0.18
Frottement $f$	0.06	0.24	0.13
Pression du sol $p$	0.10	0.01	0.02
Échelle $s$	-0.03	-0.24	-0.63

TAB. 4.3 – Influence des paramètres spécifiques à chaque groupe. Les lignes en face de chaque paramètre  $l_i$ ,  $n_i$  etc... représentent l'augmentation de la résistance engendrée par une augmentation de 1% de la valeur moyenne définie (Tab. 4.2). *Cte* est la constante dans le modèle quadratique (Equ. 4.1) et indique la résistance équivalente moyenne pour chaque groupe.

### Influence des paramètres généraux

L'analyse qui a suivi a permis de sonder la pertinence d'indicateurs macroscopiques pour la prédiction de la résistance des éléments racinaires. Le tableau 4.7 présente les corrélations établies avec la résistance du motif racinaire. Il ressort que le nombre de

branches dans la racine est l'élément le plus déterminant, puisqu'il explique à lui seul 50% de la variation de la résistance. Lorsque celui-ci est associé au diamètre à la base  $DIAM$  ou au volume de racine  $VOL_r$ , plus de 70% de la résistance de l'élément est expliquée. Il s'agit en effet de deux informations indispensables, la première détermine le niveau de la ramification qui est apparu capital dans le mécanisme pour chaque groupe. Enfin le diamètre  $DIAM$ , au même titre que  $VOL_r$ , donne indirectement une indication de la biomasse présente dans l'élément puisque les relations entre les diamètres font que le volume est une fonction croissante de  $DIAM$ . La matière ligneuse étant plus résistante que le sol en traction, le volume de matière est logiquement très influant.

Ces résultats sont confirmés par de nombreuses études expérimentales dont les corrélations ont établi que le diamètre à la base de la racine ou la biomasse sont les meilleurs indicateurs de la résistance à l'arrachement (Riestenberg (1994), Oppelt *et al.* (2000), Anderson *et al.* (1989), Greenway (1987), Zhou *et al.* (1998)). Aucun indicateur de la ramification n'est apparu pertinent : en étudiant l'ancrage d'essences spécifiques, certaines caractéristiques topologiques des racines sont certainement restées très voisines, ce qui explique la bonne corrélation avec un seul des deux paramètres. Par ailleurs, les données architecturales sont difficiles à obtenir avant l'arrachement et sont certainement responsables d'une partie de la variabilité restée inexpliquée. Riestenberg (1994) a pu observer des comportements à l'arrachement très divers en fonction du niveau de ramification de la partie arrachée du système racinaire.

## 4.2 A l'échelle de l'arbre

### 4.2.1 Objectifs

Au cours de cette étude, quelques systèmes racinaires complets ont été analysés. Ces systèmes ont été simulés en utilisant SIMUL3R, logiciel de simulation des modèles explicites, défini au deuxième chapitre dans le but de reproduire des formes typiques dont les caractéristiques morphologiques sont radicalement opposées. Un simulateur (SIMUL3R) de système racinaire a été conçu à cet effet.

De même, les sols dans lesquels sont plongées les racines sont idéalisés et représentent des configurations extrêmes. Ces analyses ont permis de mettre en valeur les mécanismes

Equation	$R^2$	P
$F = 29529 \times DIAM + 1435$ (N)	0.05	< 0.001
$F = 2119 \times DEP + 1396$ (N)	0.06	< 0.001
$F = 802402 \times VOL_e + 1832$ (N)	0.13	< 0.001
$F = -10310 \times DENS + 2839$ (N)	0.15	< 0.001
$F = 1452 \times SURF + 940$ (N)	0.26	< 0.001
$F = 7047 \times VOL_a + 1768$ (N)	0.34	< 0.001
$F = 1452 \times LENG + 940$ (N)	0.36	< 0.001
$F = 2972 \times WID + 1288$ (N)	0.45	< 0.001
$F = 501 \times NUM - 769$ (N)	0.58	< 0.001
$F = 515 \times NUM + 5.9 \cdot 10^5 \times VOL_e + 294$ (N)	0.7	< 0.001
$F = 551 \times NUM + 4.0 \cdot 10^4 \times DIAM + 817$ (N)	0.73	< 0.001

TAB. 4.4 – Corrélation entre la résistance de l’élément racinaire et les paramètres généraux. Le nombre de racines  $NUM$  et le diamètre à la base  $DIAM$  expliquent 73% de la variabilité.

fondamentaux du déracinement pour un éventail de configurations variées.

## 4.2.2 Définition du problème

### Définition des géométries types

Quatre systèmes racinaires idéaux ont été construits avec le logiciel SIMUL3R. Ces systèmes schématisent les systèmes coeur, pivot et plaque de la classification de KOST68 et le type Herringbone (arrête de poisson), typique des peupliers de 7 ans observés au Moulin de Bariteau.

Pour le système coeur, représentant les architectures racinaires semblables à celles du hêtre, l’initiation des racines au collet est réalisée par 7 départs de racines horizontales ainsi qu’une racine verticale de même diamètre. Le système herringbone (arrête de poisson), typique des peupliers du moulin de Bariteau à 7 ans, se caractérise par une seule racine verticale de diamètre constant. Le type pivot, symbolisant le pin maritime ou le pin sylvestre, est initié par cinq racines latérales et un pivot de même diamètre à l’insertion. Enfin le système plaque, observé surtout chez l’épicéa, ne possède que cinq racines latérales et aucun pivot.

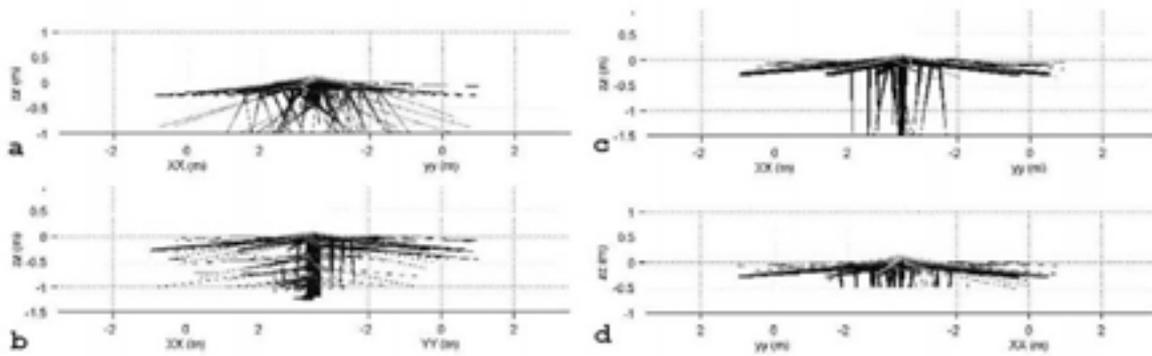


FIG. 4.7 – Les systèmes racinaires types dans le plan d’application des efforts. En a), le système cœur possède une forte densité de racines orientées aléatoirement. Le système herringbone b) présente un pivot de diamètre constant recouvert sur sa longueur de racines latérales. Le système pivotant c) a un pivot et des racines latérales au collet de gros diamètre, avec une profondeur de 1.5 m. Le système traçant n’a pas de pivot et s’arrête à une profondeur de 50 cm.

Ces départs de racines initient la structure APEX et AXE dans SIMUL3R. Le système racinaire complet est ensuite construit à partir des propriétés de la ramification propre à chaque type. Le cœur possède une profondeur d’enracinement de 1m et la distance entre deux nouvelles racines est de 20 cm. L’angle radial est distribué aléatoirement entre  $-90^\circ$  et  $90^\circ$ , alors que l’angle d’insertion est distribué aléatoirement entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . Chacune des racines se termine avec une fourche, 1m après son initiation avec un angle radial de  $0^\circ$  et un angle d’insertion de  $25^\circ$ . La forte densité de racines, associée à des directions d’insertion aléatoires constituent la propriété essentielle des systèmes classifiés comme cœur. Le système herringbone possède des racines distribuées le long du pivot tous les 15 cm. Sur ces racines horizontales s’initient des racines secondaires tous les 30 cm à 40 % horizontales et à 60 % verticales. Pour le système pivot la profondeur d’enracinement est de 1.5 m. Le départ des racines secondaires s’effectue tous les 30 cm, et 70 % d’entre elles sont des pivots secondaires et 30% des racines horizontales. Le système plaque est profond de 50 cm et possède les mêmes caractéristiques de ramification que le pivot. Le tableau 4.5 résume les caractéristiques de chaque système racinaire type.

Au cours de la troisième étape, SIMUL3R détermine le diamètre de chaque portion d’axe de manière à créer un système racinaire de volume constant de  $0.3m^3$ . Le diamètre des

	Paramètre	Coeur	Herringbone	Pivot	Trace
Initiation	Nb racines au collet	7	0	5	5
	Inclinaison (°)	5	5	5	5
	$\alpha_c$ pivot	0.8	0	0.8	-
Latérales	$l_{ram}$ ( $m^{-1}$ )	0.2	0.3	0.3	0.3
	$ins_{latrale}$ (°)	aléatoire	85	85	85
	% horizontal/verticale	aléatoire	40/60	30/70	30/70
Fourches	$l_{fourche}$	1	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	$ins_{fourche}$	40	-	-	-
Profondeur (m)		1	1	1.5	0.5

TAB. 4.5 – Récapitulatif des caractéristiques des systèmes racinaires types. Le système coeur possède des fourches et une densité de ramification plus importante. Le système herringbone ne possède pas de grosses racines de structure, mais un pivot dominant. Le système pivot se constitue d'un pivot profond de 1.5 m et 5 racines charpentières horizontales au niveau du collet. Enfin le système plaque est très superficiel (50 cm de profondeur) et ne possède pas de pivot.

nouvelles racines issues de la ramification latérale est proportionnel à la racine mère :

$$D_n = 0.45 \times D_{n-1} \quad (4.3)$$

Avec  $D_n$  diamètre de la racine d'ordre  $n$ . Le diamètre des deux racines créées à la suite d'une fourche est déterminé de manière à respecter la surface de section avant et après la fourche.

$$D_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \times D_{n-1} \quad (4.4)$$

La conicité de la racine  $\alpha_c$  est donnée par la formule :

$$\alpha_c = 12 \times r^{-0.6} \quad (4.5)$$

L'expression de  $\alpha_c$  est différente de celle issue de la régression au chapitre 2. Cette formulation est approchée mais permet par contre de faire varier deux caractéristiques de la conicité : la valeur de la conicité à une distance donnée par le premier coefficient (12) et la vitesse à laquelle la conicité tend vers zéro en s'éloignant du collet ( $-0.6$ ). Les systèmes racinaire ainsi modélisés sont représentés à la figure 4.7.

L'enracinement est limité dans l'espace par des bornes au delà desquelles l'extension des racines est stoppée. Les limites de l'enracinement sont définies par un cylindre de 3 m de rayon autour de l'axe de l'arbre. La profondeur est elle aussi limitée mais sa valeur est variable (de 50 cm à 1.5 m dans cette étude). De manière à représenter une zone d'enracinement intensive autour du collet, les départs de racines ne sont effectués que dans un rayon de 1m autour de l'arbre. L'insertion de nouvelles racines concerne les ordres inférieurs à 4. Les trajectoires des racines sont toutes supposées rectilignes jusqu'aux limites fixées.

### Propriétés mécaniques des matériaux

Chaque système racinaire type est plongé dans quatre sols différents, représentés par le modèle de Druker Prager : une argile molle, une argile dure, un sable saturé et un sable sec. Les deux sols argileux, ont un angle de frottement nul caractérisant les sols non drainé. La résistance au cisaillement  $\tau_u$  est de  $10kPa$  pour l'argile molle et de  $50kPa$  pour l'argile dure, chacune ayant une masse volumique de  $2000 kg.m^{-3}$ . Les sols sableux ont un comportement drainé avec un angle de frottement de  $30^\circ$  et une cohésion de  $1 kPa$ . La saturation du sol est prise en compte par l'analyse en contrainte effective, en retirant de la contrainte totale la pression hydrostatique. Ceci revient à utiliser une masse volumique effective de  $1000kN.m^{-3}$  dans le cas saturé. Les racines sont représentées simplement par un modèle élastique parfaitement plastique de Von Mises avec une contrainte limite de 2 GPa (Tab.4.6).

Paramètre	Argile molle	Argile dure	Sable Saturé	Sable sec
Cohésion $c$ ( $kPa$ )	10	50	1	1
Angle frottement $\varphi$ ( $^\circ$ )	0	0	30	30
Module d'Young $E$ ( $MPa$ )	20	20	20	20
Coefficient Poisson $\nu$	0.49	0.49	0.3	0.3
Comportement	non drainée	non drainée	drainé	drainé

TAB. 4.6 – Paramètres mécaniques définissant le comportement des sols

### 4.2.3 Application de la méthode des éléments finis

#### Les éléments

Le calcul par éléments finis a été réalisé avec le logiciel ABAQUS. Le sol est modélisé par des éléments brique à 20 noeuds. Les racines ont été modélisées par des éléments poutre à deux noeuds (interpolation linéaire) à section circulaire (Fig. 4.8). Cette solution apporte un gain en temps de calcul significatif permettant de traiter les structures racinaires complexes. Par contre, ces éléments filaires ne permettent pas de définir une interaction de surface à surfaces comme celle décrite précédemment (Fig. 3.5). L'interaction racine sol a été implémentée par une liaison rigide entre un noeud de racine et un noeud de sol le plus proche.

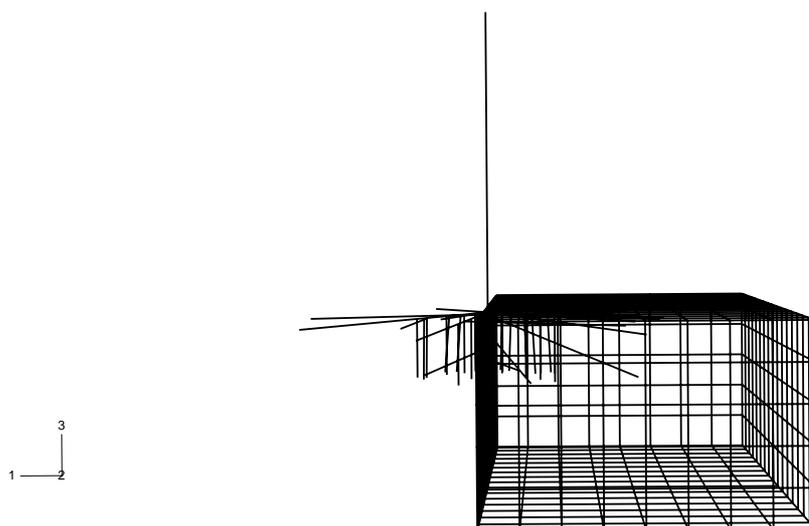


FIG. 4.8 – Maillage des systèmes racinaires complets. Des éléments cubiques à 20 noeuds sont utilisés pour modéliser le sol où se superposent les racines, modélisées par des éléments de poutre de section circulaire.

Ce mode d'interaction est certainement le plus approximatif, mais demeure le plus économique en temps de calcul car le nombre de variables du problème est réduit. Par ailleurs, on observe très fréquemment sur les plaques racinaires un bloc de sol entourant la majorité des racines extraites (Fig. 4.9). Cela implique que le déplacement relatif entre les racines et le sol est très limité puisque le sol se trouve prisonnier au milieu du réseau racinaire. Par ailleurs, l'étude à l'échelle locale a montré que l'influence du frottement diminue lorsque le nombre de racines augmente. La mise en place d'un modèle de contact



FIG. 4.9 – Image d'un chablis de pin maritime en lande humide. La majorité des racines est emprisonnée dans le block de sol. Les mouvements relatifs du sol par rapport aux racines sont très faibles et n'ont pas été pris en compte à l'échelle du système racinaire. (Photo V. Cucchi)

très élaboré n'est par conséquent pas justifiée pour un système racinaire complet. L'amélioration du modèle d'interaction serait par contre justifié à la frontière de la souche, ou certaines racines s'extraient seules.

### Maillage du sol et des racines

L'analyse mécanique de l'ancrage a porté sur de nombreuses configurations d'enracinement de complexité variée. Le maillage des racines a par conséquent été automatisé par des programmes informatiques, de manière à pouvoir réaliser une analyse directement à partir des fichiers d'architecture.

Les systèmes racinaires tels qu'ils ont été mesurés ou simulés sont codés sous format MTG (Godin *et al.* (1999)). La structure racinaire est décrite par une liste de lignes indiquant le type de relation avec la racine précédente, + ou < (Fig. 2.2), ainsi que les propriétés physiques de ce point (coordonnées associées et les diamètres en ce point de la racine).

Le maillage éléments finis quant à lui est constitué de deux listes : la première définit chaque noeud (numéro et coordonnées spatiales), l'autre définit les éléments (son numéro et ceux des noeuds qui le constitue). Le maillage automatique consiste donc à lire dans l'ordre d'apparition chaque ligne du MTG et à remplir progressivement les deux listes, en distinguant les noeuds des éléments.

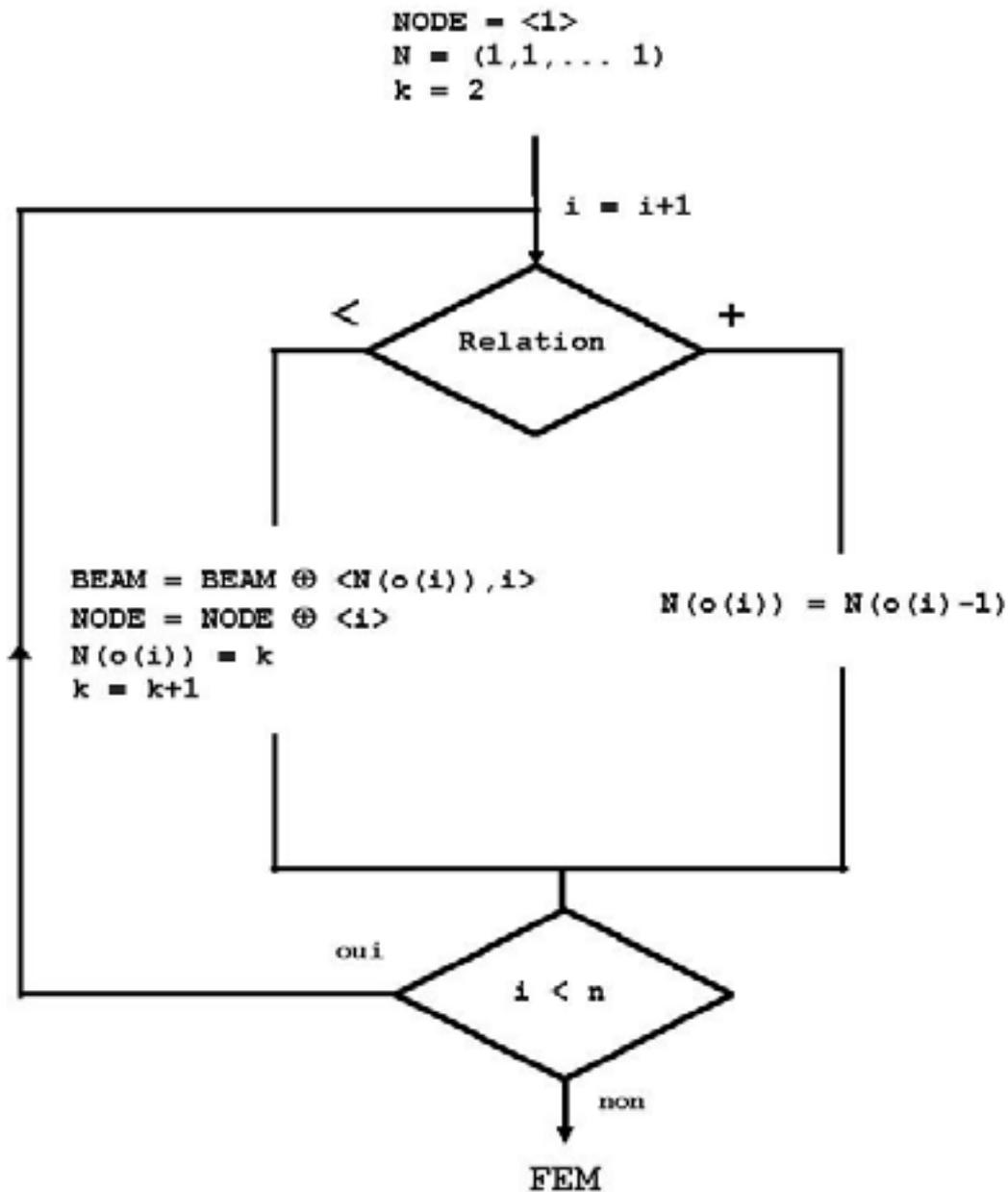


FIG. 4.10 – Algorithme du programme réalisé sous Matlab le maillage à partir d'un fichier MTG. Les signes + et > désignent dans le MTG les relations liant la portion de racine en cours à la portion précédente (Fig. 2.2)

La figure 4.10 présente l'algorithme réalisant le maillage éléments finis.  $i$  indique le nu-

méro de ligne du MTG et  $o(i)$  est l'ordre de ramification à cet endroit du MTG.  $N$  est un vecteur dont la  $o^{eme}$  valeur  $N(o)$  indique le numéro du dernier noeud d'ordre  $o$  rencontré. Le noeud de numéro  $N(o)$  est l'antécédent de l'ordre  $o$ .  $\langle i \rangle$  est la ligne définissant un noeud dans le code FEM ayant les caractéristiques rencontrées à la ligne  $i$  du MTG (numéro et coordonnées spatiales).  $\langle N(o(i)), k \rangle$  est la ligne définissant un élément de numéro  $k$  liant le noeuds  $N(o(i))$  et le noeud  $k$ . BEAM et NODE sont les tableaux contenant la liste des noeuds et poutres. L'opération ' $\oplus$ ' représente l'ajout d'une ligne  $\langle .. \rangle$  à la fin d'une de ces listes.

La lecture de l'algorithme devient alors élémentaire. La boucle d'indice  $i$  passe en revue les lignes du MTG une à une. A chaque étape, deux alternatives apparaissent :

1. la ligne rencontrée correspond à une nouvelle portion d'axe. Dans ce cas une nouvelle ligne est ajoutée dans NODE et BEAM et le noeud antécédent de l'ordre  $o(i)$  devient le  $k^{eme}$  noeud lu à la ligne  $i$  ( $N(o(i)) = k$ ). La numérotation des éléments suit exactement celle des noeuds, c'est à dire le numéro d'apparition  $k$  des axes dans le fichier. Cette caractéristique est la conséquence de l'unicité du noeud antécédent propriétés des arborescences Godin & Caraglio (1998).
2. la ligne rencontrée représente le départ d'une nouvelle racine (+). Aucun noeud ni élément n'est ajouté mais l'antécédent d'ordre  $o(i)$  devient celui de l'ordre précédent (la racine mère est d'ordre  $o(i) - 1$ ).

Les racines du système racinaire complet étant définies par des éléments filaire, le maillage du sol n'est pas tenu d'épouser les contours du système racinaire, mais se superpose simplement à la structure racinaire. La seule contrainte porte sur la numérotation des noeuds du sol. Elle doit permettre de repérer rapidement à quel noeud de sol, un noeud de racine donné doit se rattacher. Pour un sol de dimension  $(l_{x_1} \times l_{x_2} \times l_{x_3})$  ayant respectivement  $n_{x_1}$ ,  $n_{x_2}$  et  $n_{x_3}$  éléments dans les directions 1, 2 et respectivement 3. Le noeud de numéro  $10000 \times i_1 + 100 \times i_2 + i_3$  ( $i_k \leq n_k + 1$ ) aura la position :

$$M^{sol} = ((i_1 - 1) \times \frac{l_{x_1}}{n_{x_1}}, (i_2 - 1) \times \frac{l_{x_2}}{n_{x_2}}, (i_3 - 1) \times \frac{l_{x_3}}{n_{x_3}}) \quad (4.6)$$

Si une racine a la position  $(x_1^r, x_2^r, x_3^r)$ , alors on montre facilement que le numéro du noeud de sol le plus proche est donné par la formule :

$$N^{sol} = 10000 \times \text{round}(\frac{x_1^r}{l_{x_1}} \times n_{x_1} + 1) + 100 \times \text{round}(\frac{x_2^r}{l_{x_2}} \times n_{x_2} + 1) + \text{round}(\frac{x_3^r}{l_{x_3}} \times n_{x_3} + 1) \quad (4.7)$$

Avec  $round()$  la fonction arrondi en valeur entière. Il reste à effectuer un changement d'indice pour centrer le système en  $(0, 0, 0)$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} M^{sol} = \frac{(i_k + \frac{n_{x_k} - 1}{2})}{n_{x_k}} l_{x_k}, \quad j = 1, \dots, 3 \\ N^{sol} = \sum_{k \leq 3} round\left(\frac{x_k^r + \frac{l_{x_k}}{2}}{l_{x_k}} \times n_{x_k} + 1\right) \times 10^{2k} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Cette numérotation permet d'éviter une recherche itérative du noeud le plus proche, pour chaque nouvel axe ajouté.

#### 4.2.4 Chargement et conditions limites

Les structures ainsi discrétisées peuvent être soumises à des sollicitations quelconques. Il s'agit maintenant de mettre ces structures dans des conditions de chargement reproduisant le plus finement possible la réalité. Un bloc de sol de 7 m de largeur et 3 m de profondeur est dans un premier temps fixé par rapport au reste de la terre, pris comme référentiel et supposé immobile. A l'échelle de la racine comme pour celle du système racinaire complet, la partie basse du sol est complètement immobilisée. Pour les faces latérales, les déplacements latéraux sont empêchés. Ces conditions ne sont évidemment pas identiques à la réalité. Cependant, en plaçant ces conditions limites à une distance suffisamment éloignée de l'arbre, les mouvements et les contraintes liés au déracinement sont restés très faibles. L'effet des conditions artificielles mises en cet endroit sur le comportement du déracinement est resté mineur.

Ensuite, il faut appliquer un effort sur la structure qui représente au mieux les actions qui conduisent au déracinement. Les vents observés au cours des tempêtes exercent des actions dynamiques et turbulentes sur l'arbre. On peut cependant affirmer, à partir de l'observation des modes de rupture, que le déracinement est principalement causé par des efforts horizontaux, résultant de la flexion du tronc. Les composantes dynamiques de l'action du vent, bien qu'importantes pour les mécanismes de rupture, n'ont pas été prises en compte au cours de ces analyses.

Le déracinement de chaque configuration racine sol est conduit en imposant un déplacement sur le tronc rigide à une hauteur de 10m. Au cours du déplacement, la force de réaction opposée par l'arbre atteint un maximum qui est enregistré comme la résistance au déracinement. Pour apporter des éléments de compréhension supplémentaires, les courbes

forces/déplacements (Fig. 4.14) et les déplacements du collet sont tracés. Les déformations plastiques sont visualisées dans le plan passant par le centre du système racinaire et contenant le déplacement du sommet du tronc (Fig. 4.13). L'analyse par élément finis a été réalisée avec le logiciel ABAQUS (HKS©, USA).

#### 4.2.5 Sensibilité du calcul à la finesse du maillage

La précision d'une solution E.F. augmente avec la finesse du maillage. En contre partie, l'augmentation du nombre d'éléments dans le modèle accroît le temps de calcul. Il existe par conséquent un maillage qui permet d'obtenir une précision suffisante avec un minimum de calcul.

L'optimisation du maillage a été étudiée à partir de cinq maillages à des finesses différentes (192, 400, 576, 800 et 1280 éléments). Seul le nombre d'éléments du sol varient car les éléments de racine, d'une longueur maximum de 20 cm, sont de taille inférieure. Les quatre systèmes racinaires (partie 4.2.2), sont plongés dans un sol argileux dont la résistance au cisaillement est de  $10kPa$ .

#### 4.2.6 Résultats

##### Finesse du maillage

Au delà de 800 éléments (Fig. 4.11) la valeur de la résistance semble atteindre une asymptote. Les écarts relatifs entre les différents systèmes racinaires se stabilisent. L'augmentation de la précision n'est plus justifiée. Par la suite le maillage du sol à 800 éléments a été utilisé pour les analyses mécaniques ultérieures.

On pourrait remarquer que le mode d'interaction racine sol qui a été implémenté, transmet des efforts ponctuels au sol. Par conséquent en diminuant la taille des éléments, les efforts transmis tendent vers une distribution linéique et s'éloignent de la réalité. Il est par conséquent difficile d'établir un maillage réellement optimisé. Dans le futur, il sera certainement indispensable d'améliorer aussi bien le maillage que la modélisation de l'interaction racine sol.

##### Comportement de l'ancrage

La force appliquée sur le tronc à une hauteur de 10 m génère en bas de l'arbre, au niveau du collet, un moment de flexion. Pour que l'arbre soit en équilibre dans ces condi-

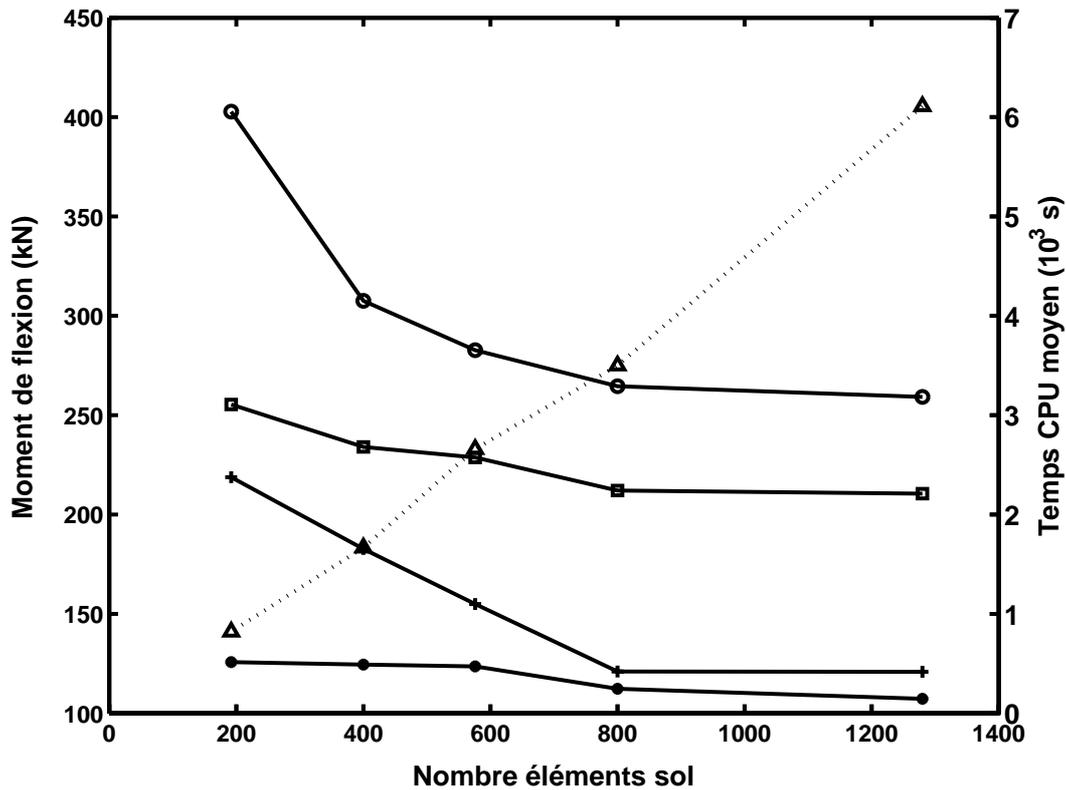


FIG. 4.11 – Influence de la finesse du maillage sur la précision du calcul. Le symbole  $\bigcirc$  dénote la résistance de système coeur,  $\square$  du système pivot,  $+$  du système herringbone et  $\bullet$  du système plaque. La courbe  $\triangle$  indique le temps CPU moyen pour réaliser calcul avec le nombre d'élément correspondant. Au delà de 800 éléments, les écarts entre les résistances des différents systèmes racinaires se stabilisent.

tions, les efforts sont transmis successivement dans les racines, dans le sol, puis jusqu'aux frontières du block de sol. Pour s'opposer à la rotation induite par ce moment (Fig. 4.12), les racines du coté au vent tendent à se soulever et le sol applique une force dirigée vers le bas pour les retenir. Sous le vent par contre, le sol exerce une force dirigée vers le haut. Les efforts présents dans les racines se transmettent dans le sol par les éléments d'interaction. Le moment généré par le déplacement du tronc se transmet par les racines dans le sol et un mouvement de rotation est induit (Fig. 4.12). Par ailleurs, en s'éloignant du collet, la résistance apportée par les racines diminue, puisque les diamètres ainsi que la densité diminuent. Par contre, le rayon de la zone de sol en rotation est important et la résistance apportée par le cisaillement du sol est plus importante. La surface de glissement, intervenant par le chemin de plus faible résistance, est située à un endroit intermédiaire entre le collet et l'extrémité des racines, en fonction de l'effort appliqué, de la nature du

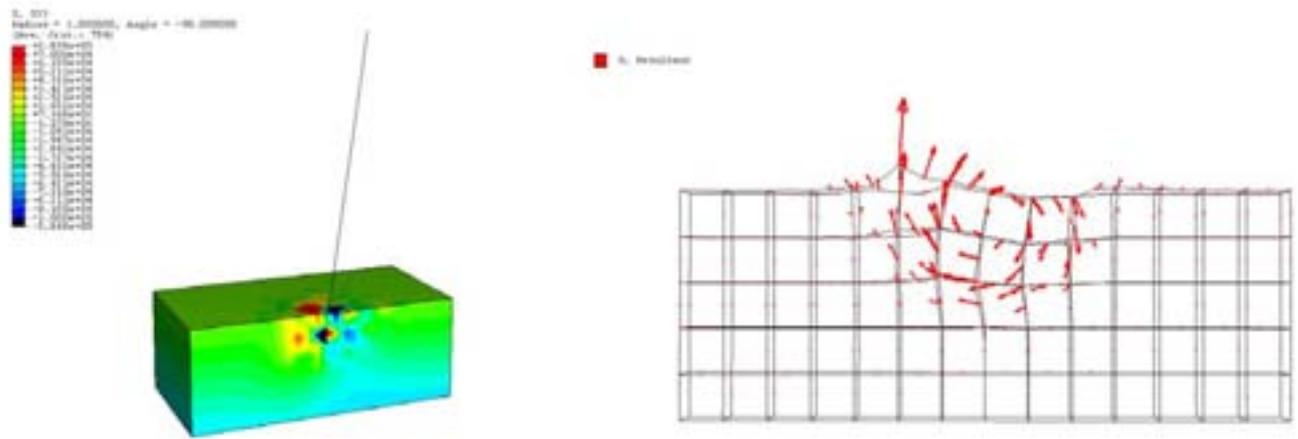


FIG. 4.12 – a) Contraintes verticales  $\sigma_z$  b) déplacement des noeuds.

sol ou du type de système racinaire, comme le montre la figure (Fig. 4.13). La défaillance du sol et des racines se présente alors sous la forme d’une surface. Au delà de cette zone, les déplacements sont limités car cette région de l’espace est désolidarisée de la partie de l’arbre. A l’intérieur par contre, sol et racines sont mis en mouvement par le déplacement du tronc. la future plaque racinaire commence à se former. La visualisation du travail plastique permet de dessiner clairement la frontière entre la zone de sol préservée par le déracinement et la souche qui se dégage progressivement du reste du sol.(Fig. 4.13)

	Coeur	Herringbone	Pivot	Traçant
Argile Molle	265	121	212	114
Argile Dure	366	149	373	169
Sable Saturé	121	105	152	86
Sable Sec	137	115	198	101

TAB. 4.7 – Moment résistant au niveau du collet (kN.m). Les systèmes racinaires les plus efficaces sont différents selon le type de sol. Il existe par conséquent une forte interaction entre les propriétés morphologiques des systèmes racinaires et les propriétés mécaniques du sol

Quantitativement, les systèmes racinaires sur sols argileux sont 85% plus résistants que les systèmes racinaires sur sol sableux. Le système coeur est le plus résistant en moyenne sur les deux types de sol, avec un moment d’ancrage de moyen de 247 kN.m. Le pivot

est le deuxième système le plus résistant avec un moment d'ancrage moyen de 233 kN.m. Les systèmes herringbone et traçant sont les moins résistants avec des moment d'ancrage moyens respectifs de 122 et 117 kN.m. Le tableau 4.7 détaille les valeurs de résistance pour chaque configuration racine/sol.

L'étude des déplacements du collet montre que le soulèvement est systématiquement plus élevé pour les enracinements sur sols sableux que pour les enracinement sur sols argileux. Le système traçant observe les soulèvements les plus importants, alors que le système coeur observe les soulèvements les plus faibles. Le tableau 4.9) détaille les valeurs des déplacements verticaux obtenus pour chaque configuration racine/sol.

Finalement, les principaux résultats obtenus ont été synthétisés sous la forme d'un tableau (4.8).

Facteur	Effet
Type de sol	Argile : mouvement rotule / Sable : basculement
Morphologie racinaire	coeur > pivot > herringbone > traçant
Saturation (sable)	Baisse moyenne 15%
$\tau_u$ (Augmentation de 10%)	Augmentation de 1.15% de la résistance

TAB. 4.8 – Synthèse de l'influence de divers facteurs sur l'ancrage.

## 4.2.7 Discussion

### Influence du sol

Le type de sol a une influence très marquée sur l'ancrage. Il ressort notamment que les arbres enracinés dans l'argile résistent mieux que dans les sables, à système racinaire identique. En effet, le poids propre du sable contribue à l'augmentation de la résistance au cisaillement en profondeur. Or, l'enracinement des arbres est limité en profondeur : a une profondeur de 1.5m, la pression moyenne du sol pour un poids volumique de  $2kN.m^{-3}$  est de  $2kPa$ , ce qui correspond à une résistance au cisaillement de  $1.5kPa$ . Cette profondeur n'est pas suffisante pour que les sols sableux soient aussi résistants que les sols argileux. Par ailleurs, les mécanismes observés pendant le déracinement, sont très différents en fonction du type de sol. Comme l'indique la figure (Fig. 4.12) le déplacement appliqué au sommet de la tige induit des zones de traction et de compression dans le sol. Dans le

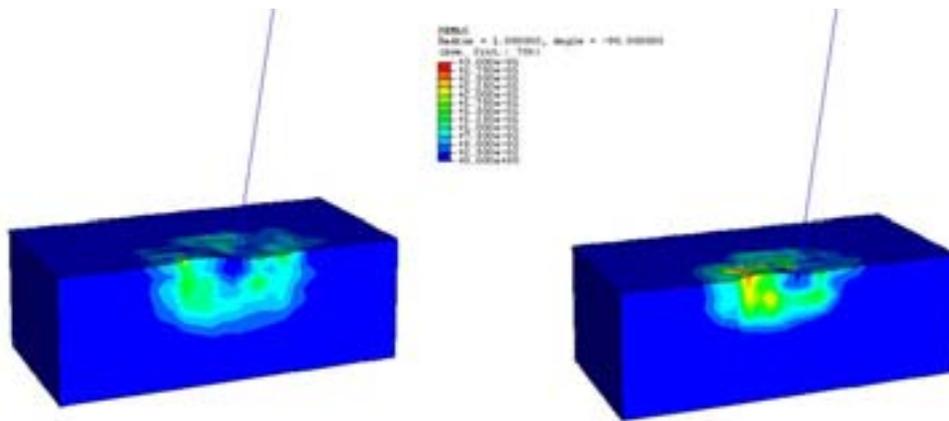


FIG. 4.13 – Champs de déformation plastique équivalente dans le sol pour le système plaque dans l’argile molle (a) et dans le sable sec (b). Dans le sol sableux, on observe que la zone du coté au vent est plus plastifiée que du coté sous le vent. Pour le sol argileux, la rupture est symétrique et forme une surface de glissement presque circulaire

cas de l’argile, le cisaillement est identique pour les zones tendues et pour les zones comprimées. La plastification se fait alors selon une surface de glissement symétrique, ou la motte de sol emportée dans le déracinement frotte sur la masse de sol restant fixe. Dans le cas des sols sableux, la résistance au cisaillement dans les zones tendues est infime, contrairement aux zones comprimées dont le cisaillement est augmenté. La plastification des racines comme du sol est beaucoup plus étendue du coté au vent que du coté sous le vent.

L’étude du mouvement du centre de la souche (Tab. 4.9) conforte cette hypothèse. Le déplacement vertical est systématiquement plus important pour les sols sableux que pour les sols argileux : dans le sable, les racines ont beaucoup plus de difficultés à s’enfoncer verticalement dans le sol qu’à se soulever. Le centre du système racinaire a donc tendance à se soulever légèrement. Ceci ne se produit pas sur les sols argileux dont la résistance au cisaillement est constante. Le soulèvement du collet, jusqu’à présent interprétée comme une conséquence de morphologies racinaires particulières (Mattheck & Breloer (1994), Crook *et al.* (1997)), serait donc aussi lié au type de sol.

L’augmentation de la résistance du sol (augmentation de  $\tau_u$ ) produit des surfaces de glissement plus proches du collet (Goodman & Ennos (1999)). Cette augmentation conduit à une résistance plus forte du sol sur la surface de glissement, alors que celle des racines reste identique. Le chemin de plus faible résistance se déplace alors vers le centre

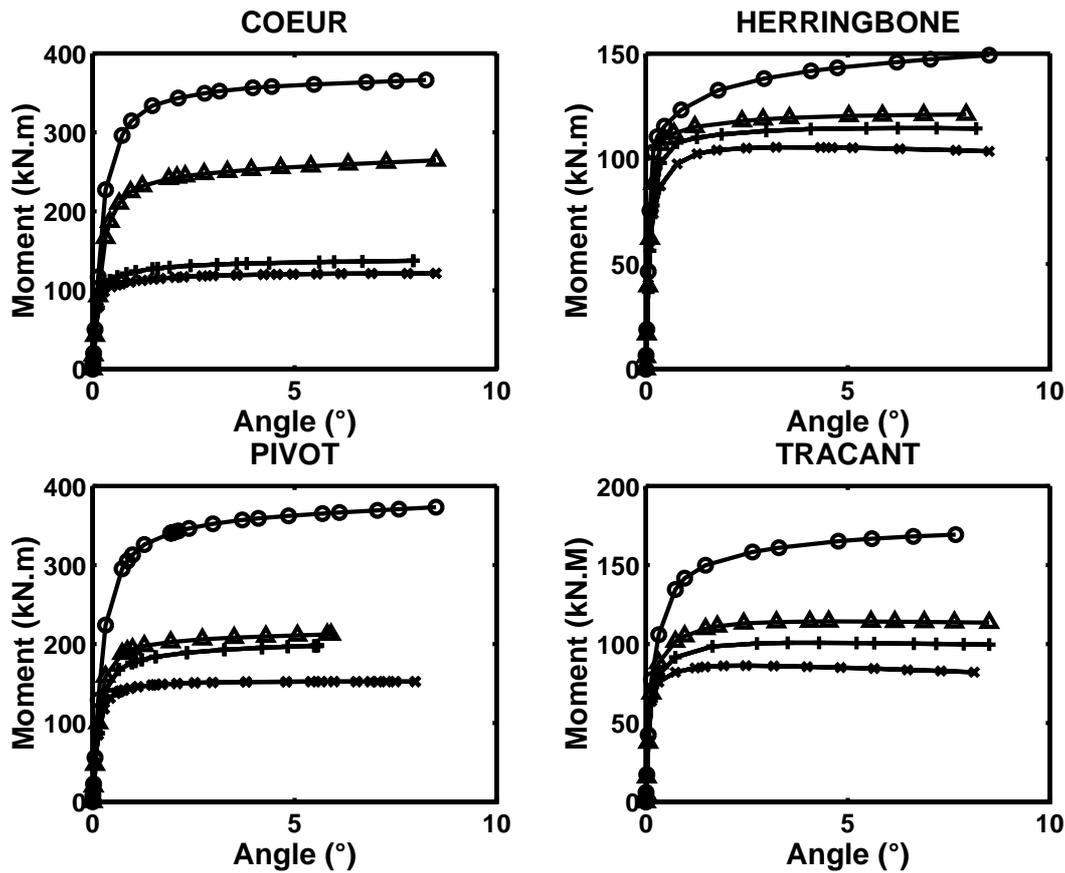


FIG. 4.14 – Courbes moment / angle rotation pour les systèmes racinaires coeur, herringbone, pivot et traçant dans les quatre sols types. Les marqueurs (○) indiquent les courbes correspondant à l'argile dure, les (△) à l'argile molle, les (+) au sable sec et les (×) au sable saturé.

	Coeur	Herringbone	Pivot	Traçant
Argile Molle	-3.42	-2.34	-2.88	-3.56
Argile Dure	-3.25	-1.52	-1.98	-2.60
Sable Saturé	0.21	0.32	0.82	0.94
Sable Sec	-0.96	-0.53	-0.38	-0.36

TAB. 4.9 – Déplacement vertical du centre du système racinaire en centimètres. Sur les sols sableux, les déplacements sont systématiquement plus élevés que sur les sols argileux. le soulèvement du collet pourraient être en partie expliqué par la nature du sol.

de l'arbre. L'augmentation de 400% de la résistance de l'argile (de 10 à 50  $kPa$ ) a induit une augmentation moyenne de 46% de la résistance au cisaillement. La sensibilité de ce

paramètre n'est donc pas véritablement importante, puisque pour une augmentation de 1 % de la résistance du sol, l'augmentation de la résistance au déracinement n'est que de 0.115 %, ce qui est similaire aux résultats trouvés à l'échelle du motif racinaire.



FIG. 4.15 – Les chablis de douglas à Salbris. Lorsque des racines charpentières de gros diamètre sont sous le vent, le déracinement conduit à un soulèvement important du collet. Les études numériques semblent indiquer que ce comportement est beaucoup plus probable sur les sols sableux

La saturation du sol a elle l'effet inverse, puisqu'elle tend à diminuer la résistance au cisaillement. La taille de la plaque racinaire devient plus importante. La saturation induit une baisse de la résistance de 15 % en moyenne sur tous les systèmes racinaires. Pour le pivot, particulièrement sensible, la baisse atteint 23 % alors que pour le système herringbone elle n'est que de 8 %.

### **Influence de la morphologie racinaire**

La morphologie des systèmes racinaires est aussi particulièrement déterminante pour l'ancrage et induit des différences de résistance allant du simple au double (Tab. 4.7). Le système coeur semble être particulièrement optimisé pour répartir les contraintes de manière uniforme dans le sol : les racines de gros diamètre sur le collet rigidifient la zone proche du centre du système racinaire (Fig. 4.16). Ensuite, les racines se démultiplient rapidement par l'intermédiaire des fourches et de la ramification latérale. Le sol est alors uniformément renforcé par les racines de plus petit diamètre. Ces résultats confirment les observations faites par le passé (Stokes *et al.* (2003), Drenou (2003)). Le système herringbone quant à lui ne possède pas de racines fortes au niveau du collet. Il ne parvient

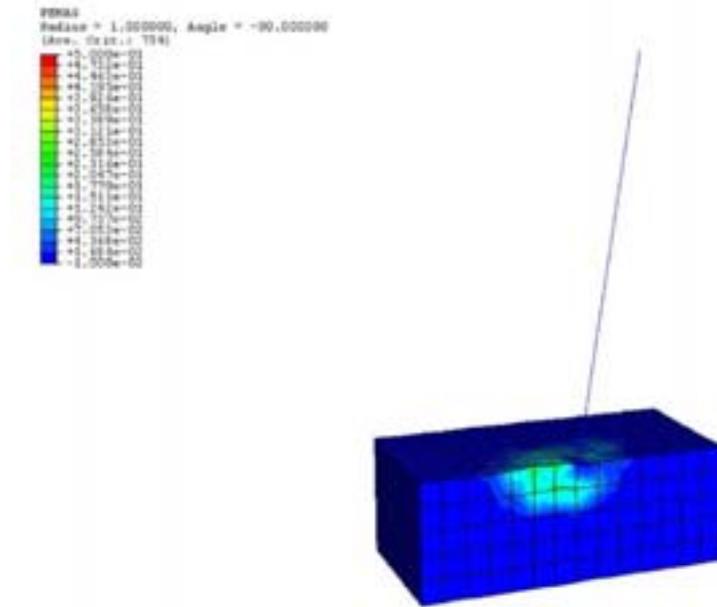


FIG. 4.16 – Profil des déformations plastiques dans le sable sec pour le système coeur. Cette structure permet une bonne répartition des contraintes dans le sol.

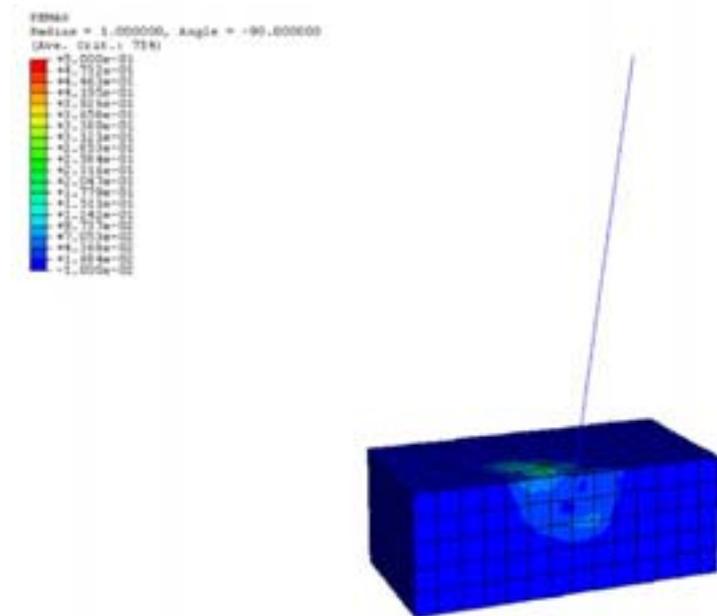


FIG. 4.17 – Profil des déformations plastiques dans le sable sec pour le système herringbone. Ce système n'a pas de grosses racines charpentières au collet et transmet peu les efforts au sol.

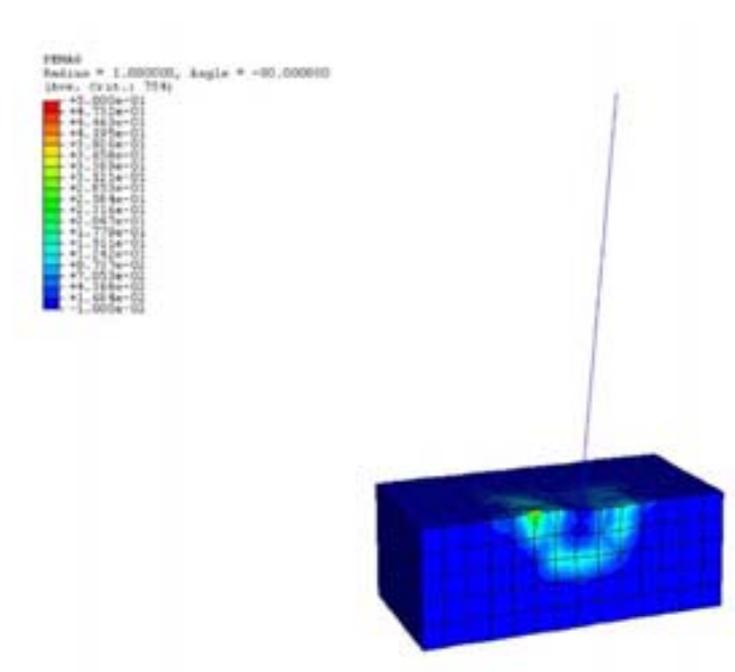


FIG. 4.18 – Profil des déformations plastiques dans le sable sec pour le système pivotant. La profondeur de l’enracinement lui apporte une très bonne stabilité sur les sables. d) est le plus superficiel.

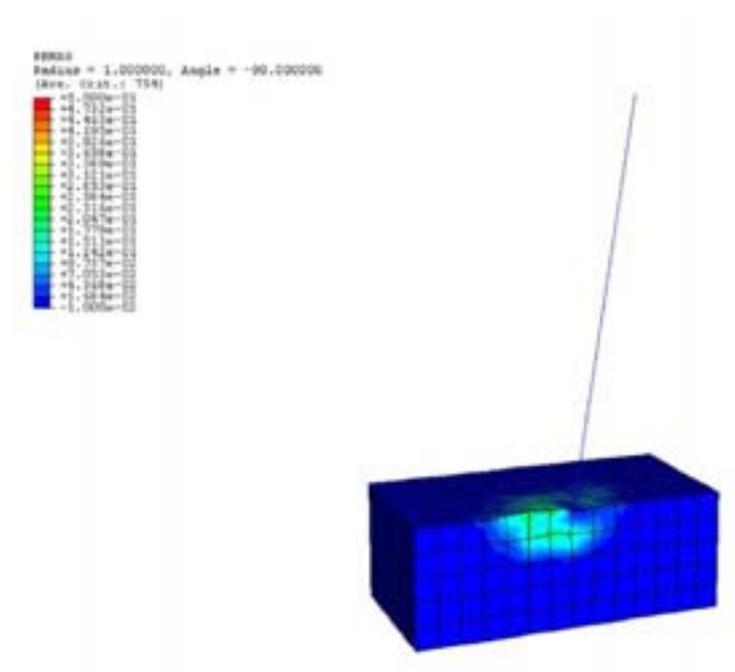


FIG. 4.19 – Profil des déformations plastiques dans le sable sec pour le système traçant. L’enracinement qui est superficiel, mobilise une zone de sol très limitée, par ailleurs.

pas à transmettre des forces importantes dans le sol, car les racines se plastifient et se déforment prématurément, ce qui lui est défavorable sur les sols durs (Fig. 4.17). Le système pivot permet de solliciter le sol en profondeur et montre des zones de rupture très localisées (Fig. 4.18). Le système plaque ne peut solliciter qu'une masse de sol très limitée à cause de son enracinement superficiel, qui est particulièrement défavorable sur les sols sableux (Fig. 4.19).

Il existe une forte interaction entre le type de sol et les aptitudes d'un système particulier (Fig. 4.14). Le système coeur est le mieux ancré en moyenne sur les sols argileux. Ce système racinaire associe racines latérales de gros diamètre au niveau du collet, nécessaires sur les sols durs (Goodman & Ennos (1999)), et forte densité de racines sur la surface de cisaillement. Le système herringbone est le moins résistant de tous car il ne possède pas de racines charpentières au collet.

Sur les sols sableux, le système pivotant, le plus profond, résiste le mieux à la flexion et le système traçant, le moins profond, est le plus faible de tous. Ceci semble indiquer que la profondeur d'enracinement est l'effet le plus déterminant dans les sols sableux. En effet, la résistance au cisaillement du sable augmente avec la pression dans le sol (loi de Mohr Coulomb), ce qui justifie qu'un enracinement profond soit capital dans les sables comme le démontre (Mickovski & Ennos (2002)). De plus, on peut faire l'observation qu'à profondeur égale, le système coeur est plus résistant que le système herringbone, ce qui conforte l'idée qu'une occupation homogène de l'espace par les racines est un facteur essentiel quel que soit le type de sol. La performance du pivot, semble donc particulièrement liée à sa profondeur de pénétration.

### **4.3 Influence de l'eau du sol : un premier calcul analytique**

La classification des sols en deux catégories, drainés ou non drainés, ne permet de distinguer que les cas les plus extrêmes. De même, la capacité de drainage d'un sol donné est largement dépendante de la durée du chargement. Par exemple, l'argile a été représentée jusqu'à présent comme un sol non drainé. Cependant si les efforts dans le sol étaient maintenus plusieurs années (le poids d'une construction par exemple), alors les surpressions interstitielles finiraient par se dissiper. Le comportement mécanique de l'ancrage racinaire

est donc lié à la durée du coup de vent, par l'intermédiaire de la perméabilité.

Dans le cas des sols saturés en eau les actions mécaniques transmises au sol par l'arbre se traduisent par un état de contrainte (totale  $\sigma$ ) qui se décompose en une contrainte effectivement appliquées aux grains du sols (la contrainte effective  $\sigma'$ ) et la pression exercée sur l'eau ( $u$ ) 3.13. Immédiatement après l'application de la charge, l'eau étant supposée incompressible, la pression moyenne du sol est essentiellement supportée par elle. En fonction de la perméabilité du sol, cette pression s'évacue à des vitesses différentes. Lorsque la perméabilité est importante, la surpression de l'eau de pore n'a pas le temps de s'évacuer (comportement non drainé e.g. l'argile). Les grains de sol ne peuvent ni se resserrer, ni s'éloigner, la résistance au cisaillement est constante quel que soit la pression moyenne. Le comportement est symétrique en traction comme en compression (comportement du type Tresca ou Von Mises). Dans le cas où le matériau est drainé, la résistance au cisaillement augmente avec la pression moyenne du sol (Matériau du Type Mohr Coulomb).

Pour étudier le cas de la dissipation des surpressions de l'eau dans le sol au cours du déracinement, un premier modèle analytique simplifié du comportement peut être réalisé grâce à la théorie de la consolidation. Soit une portion de sol de largeur unitaire, dont la surpression moyenne transmise par l'arbre dans le sol est égale sur tout le domaine à  $\sigma_m(x) = -K \cdot x$  (ce qui représente la zone comprimée et la zone tendue générée par l'application d'un moment). La surpression de pore  $u_e$  quand  $t$  vaut 0 est alors exactement égale à la pression moyenne.

$$u_0 = -K \cdot x \quad (4.9)$$

L'équation décrivant l'évolution de la surpression de l'eau interstitielle est l'équation de Terzaghi 3.20 (Lambe & Whitman (1969)). Dans le cas particulier du système étudié, la contrainte totale de la profondeur  $y$ , et l'équation 3.20 peut s'écrire :

$$\frac{\partial^2 u_e}{\partial^2 x} = \frac{\partial u_e}{\partial T} \quad (4.10)$$

et vérifiant les trois conditions limites suivantes :

$$\frac{\partial u_e}{\partial x} = 0; (x = \{-1, 1\}) \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial u_e}{\partial y} = 0; (y = \{-h, 0\}) \quad (4.12)$$

$$u_e = -K \cdot \frac{L}{2} \cdot x; (T = 0) \quad (4.13)$$

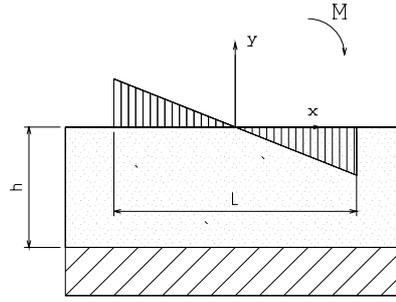


FIG. 4.20 – Charge répartie appliquée à un sol perméable (en pointillé) équivalente à un moment  $M$ . Au delà d'une profondeur  $h$ , le sol devient rigide et imperméable

avec  $X = \frac{x}{L}$  et  $T = \frac{4tCv}{L^2}$ . On cherche une solution du problème sous la forme d'une série entière :

$$u_e = \sum_{k=0}^{k=\infty} a_k \cdot \sin\left((2k+1)\frac{\pi}{2} \cdot x\right) \cdot \exp\left(-\left(\left(2k+1\right)\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot T\right) \quad (4.14)$$

qui vérifie simultanément 4.10, 4.11 et 4.12. Il reste alors à vérifier que en  $T = 0$   $u_e$  vérifie 4.12. On a donc

$$\forall x \in ]-1, 1[, \sum_{k=0}^{k=\infty} a_k \cdot \sin\left((2k+1)\frac{\pi}{2} \cdot x\right) = -K\frac{L}{2} \cdot x \quad (4.15)$$

en multipliant l'égalité par  $\sin(2n+1)$  et en intégrant entre 0 et 1, on obtient que

$$a_k = - \int_0^1 KLx \cdot \sin\left((2k+1)\frac{\pi}{2} \cdot x\right) \quad (4.16)$$

en intégrant par partie, on obtient finalement :

$$a_k = \frac{4(-1)^{k+1}KL}{(2k+1)^2\pi^2} \quad (4.17)$$

La figure 4.21 présente l'évolution dans le temps de la distribution des pressions de pore dans le sol. Les types d'effort causés par le vent sur l'arbre sont de deux nature : la rafale, qui crée un effort dont la durée est de 2 à 5 secondes. Ensuite, à plus longue échelle, la tempête exerce un vent moyen sur l'arbre sur une durée de l'ordre de plusieurs heures à plusieurs jours. Si l'on considère qu'un sol est imperméable par rapport à la durée d'application de la charge si il évacue moins de 50 % de sa surpression. A partir de la formulation de  $u(X, T)$ , on détermine alors une approximation de la valeur que prend  $T$  quand  $U = U_0/2$ , en annulant l'erreur  $E(T) = |U(T) - U_0/2|$  par dichotomie. On trouve

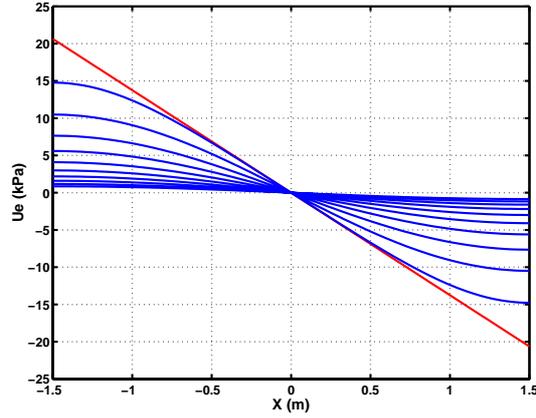


FIG. 4.21 – Dissipation progressive de la pression de pore, pour  $k = 3.210^{-4}m.s^{-1}$ ,  $a_v = 610^{-8}Pa^{-1}$ ,  $L = 3m$ ,  $e = 0.8$ ,  $\nu = 0.3$  et  $M = 50kN.m$ . (Chaque ligne représente la distribution de cette pression toutes les secondes, la droite représente l'instant  $t=0$ .)

alors que  $T = 1.551$ . Par conséquent, un sol peut être considéré comme perméable par rapport à la durée du vent si la durée  $t_c$  de l'application de la charge  $t$  vérifie :

$$1.551 \frac{L^2}{4c_v} < t_c \quad (4.18)$$

ce qui donne une valeur de perméabilité de

$$k > 1.551 \frac{L^2 \cdot \gamma_w \cdot a_v}{5(1+e) \cdot t_c} \quad (4.19)$$

Ce qui donne approximativement, pour des durées de l'ordre de quelques secondes (Rafales), des perméabilités supérieures à  $6 \cdot 10^{-5}m.s^{-1}$  (celle des sables fins). Pour des durées plus longue de l'ordre de la journée (tempêtes), la perméabilité doit être supérieure à  $3.75 \cdot 10^{-9}m.s^{-1}$ , (silts). La perméabilité des sols pourrait expliquer en partie les phénomènes de déracinement différés de l'arbre parfois évoqué dans la littérature (Bouchon (1987) et Huggard *et al.* (1999)).

# Chapitre 5

## Conclusion et perspectives

### 5.1 Des connaissances nouvelles

#### 5.1.1 Données importantes sur les architectures racinaires

La campagne expérimentale a permis de récolter une quantité importante de données sur l'architecture des systèmes racinaires d'essences forestières très variées. Bien que les études statistiques n'aient porté que sur une partie des espèces mesurées, des informations précieuses ont été accumulées sur les morphologies racinaires de plusieurs essences d'arbres et sur divers types de sol. Chaque essence a pu être étudiée sur deux sols différents, ce qui a permis de mettre en évidence la pression très forte imposée par le sol sur le développement racinaire. Ces données restent largement sous-exploitées et permettront de révéler davantage d'informations par la suite.

#### 5.1.2 Des nouveaux principes pour la modélisation

Le travail théorique réalisé sur la morphologie des systèmes racinaires a permis de développer deux approches nouvelles pour analyser ces structures et reconstruire des systèmes racinaires moyens représentatifs d'une population.

La première consiste à se placer au niveau de chaque racine pour les faire évoluer de manière à ce qu'elle possède les mêmes caractéristiques de branchaison de trajectoire et de diamètre qu'une racine réelle dans la même situation (position spatiale, ordre de ramification...). Cette approche est intéressante pour la compréhension des processus botaniques, car elle permet de représenter la chronologie du développement des racines. De tels modèles nécessitent une très bonne connaissance de la croissance des systèmes racinaires dans

chaque situation étudiée.

Une deuxième approche considère l'occupation du sol par les racines. A l'aide de fonctions de densité, il est possible de construire un système racinaire dont la distribution des racines et de la ramification dans le sol est identique à celle mesurée. Ce procédé permet avec un petit nombre de variables de reproduire des morphologies très diverses. De plus, cette technique est mieux adaptée pour l'échantillonnage de la mesure, et pourrait permettre de développer des méthodes non destructives pour l'analyse des systèmes racinaires. Un travail important reste nécessaire pour développer et valider cette technique.

Le travail de modélisation par élément fini a permis de développer une procédure d'analyse automatique des structures racinaires qui comprend :

- La génération d'architectures racinaires à partir de la mesure ou de la simulation.
- le maillage des structures racinaires et du sol à partir de données architecturales.
- la modélisation de l'interaction racine sol.
- la mise en place des modèles de sol correspondant à des situations de nature diverses.

Bien qu'il reste encore beaucoup d'améliorations à apporter pour se rapprocher davantage de la réalité, les analyses qui ont pu être menées ont révélé des informations nouvelles sur les mécanismes du déracinement.

### **5.1.3 Des résultats significatifs**

#### **L'influence de l'architecture dans l'ancrage**

La morphologie des racines, pressentie comme un facteur déterminant pour la stabilité de l'arbre au commencement de cette étude, est apparue très clairement comme un facteur prépondérant. Dans un premier temps, ce pressentiment fut largement confirmé à la suite des analyses menées à l'échelle locale sur les motifs racinaires. La force de traction mise en oeuvre pour extraire les éléments racinaires est apparue davantage influencée par les paramètres géométriques et topologiques de l'élément :

- les racines fourches sont indiscutablement les formes les mieux adaptées aux efforts de traction et les racines non ramifiées sont les moins efficaces.
- Pour une forme donnée, le paramètre le plus important est le diamètre des axes latéraux.
- La densité de ramification est bénéfique car elle favorise une meilleure distribution des contraintes dans le sol.

- Le nombre de branches associées au volume ou au diamètre à la base expliquent plus de 70% de la variabilité de la résistance.

A l'échelle de l'arbre les facteurs morphologiques jouent aussi un rôle décisif :

- les systèmes racinaires fasciculés du type coeur sont plus favorables sur les sols de type argileux.
- sur un sol sableux, les systèmes racinaires profonds sont plus efficaces que les autres.
- Le pivot n'est bénéfique que s'il est suffisamment profond et le collet suffisamment rigide.

## **L'influence du type de sol**

La nature du sol induit aussi des changements très importants dans les mécanismes de déracinement, pour un système racinaire donné. Dans l'argile, dont la résistance au cisaillement est constante au vent et sous le vent, le déracinement se fait en pivotant comme une rotule. Par contre, sur les terrains sableux, le sol du côté au vent se soulève davantage que le côté sous le vent ne s'enfoncé. Le système racinaire a donc plutôt tendance à basculer, et le centre du système racinaire à se soulever.

La résistance d'un système racinaire donné est aussi affectée par la nature du sol :

- dans un sol argileux l'ancrage est 74.2 % plus résistant que dans un sol sableux. Ce résultat est à prendre avec précaution, car dans la réalité le même arbre n'aurait pas le même développement racinaire).
- L'eau dans les sols perméables induit une baisse de la résistance de 15 % en moyenne et peut atteindre des baisses de plus de 20%.
- Lorsque la résistance du sol augmente, le rayon de la surface de glissement se rapproche du collet et sollicite les grosses racines au niveau du collet.

## **5.2 Des nouveaux enjeux pour la biomécanique des racines**

### **5.2.1 Développer les méthodes de mesure**

Si les modèles de l'ancrage racinaire ont largement évolué ces derniers temps (Wu *et al.* (1988), ?, Dupuy *et al.* (2003b)), les techniques expérimentales restent par contre depuis Fraser (Fraser (1962)) sensiblement identiques : à l'exception des informations sur

le déplacement ou les déformations des racines en surface, le moment de flexion au cours du déracinement reste l'élément essentiel de l'essai. Aucune méthode d'investigation ne permet de suivre les phénomènes souterrains au cours du déracinement.

Plusieurs pistes sont envisageables pour élaborer de nouvelles méthodes expérimentales. En premier lieu, le développement des techniques de détection des racines dans le sol semble indispensable. Le radar géologique est pour l'instant le principe le plus avancé, bien que très imprécis et ne fonctionnant pas pour des sols particuliers. D'autres procédés comme l'utilisation d'impulsions électriques ou de traceurs radioactifs pourraient être utilisés. S'il était possible de localiser les racines dans le sol, alors il deviendrait possible de mesurer le champ de déplacement des racines au cours du déracinement et donc de remonter très facilement à l'état de déformation et de contrainte en tout endroit du système racinaire.

En ce qui concerne le sol, la problématique est similaire, puisque aucune méthode ne propose le suivi des déformations en profondeur. Cependant, les difficultés sont moindres puisque le sol occupe à priori tous les espaces entre les racines. Il suffit par conséquent de placer dans le sol à l'intérieur de cavités très étroites des capteurs de mouvements. En quadrillant une zone de sol suffisamment large et à des profondeurs différentes, il serait alors possible d'interpoler sur les déplacements individuels en chaque point de mesure un champ de déplacement complet. Le champ de déformation et de contrainte dans le sol découlerait alors simplement de ces données. S'il est fait l'hypothèse supplémentaire que le déplacement relatif à l'interface racine sol est nulle, alors il serait possible, à partir de la mesure complète de l'architecture du système racinaire à posteriori, de connaître le mouvement des racines dans le sol.

Ces techniques d'investigation permettraient d'améliorer les connaissances sur les racines et sur l'ancrage en apportant des mesures supplémentaires sur les éléments profonds du système racinaire. Au delà de ces intérêts scientifiques, de tels outils auraient surtout des applications pour la sylviculture ou la gestion des espaces arborés, en permettant de détecter les déficiences du système racinaire d'origines diverses (mécaniques, phytosanitaires, chimiques etc...). Il serait alors possible de repérer les arbres présentant des dangers pour la population, ou bien simplement plus sensibles au vent. Des outils de diagnostic pourraient être conçus et automatisés. Peut-être sera-t-il possible aussi de sélectionner lors des éclaircies les arbres plus sensibles au vent. Les efforts nécessaires pour développer ces méthodes pourraient s'avérer payants si les prévisions du réchauffement de la planète

et l'accélération des dérèglements climatiques s'avéraient exactes.

## 5.2.2 L'amélioration des modèles

Beaucoup d'efforts sont encore nécessaires pour passer de la modélisation explicative à la modélisation prédictive dans le domaine de l'ancrage racinaire. Les modèles qui ont été développés ont permis de mettre en évidence les mécanismes essentiels de l'ancrage racinaire. De nombreux progrès sont encore nécessaires pour atteindre une précision suffisante, en améliorant notamment le maillage des racines qui doit se faire par éléments solides (permettant dans le même temps d'avoir une modélisation plus fine du contact), le comportement mécanique du bois (orthotropie, rupture fragile en traction) et du sol ou encore les actions mécaniques qui sont exercées sur le système (actions dynamiques par exemples).

Néanmoins, le développement de modèles de plus en plus élaborés ne semble pas être la première urgence. Les techniques actuelles pourraient être utilisées pour extraire des paramètres de l'ancrage, influents et surtout mesurables de manière non destructive. La modélisation de l'architecture à partir des densités généralisées a notamment montré que des informations macroscopiques sur la ramification sont suffisantes pour reconstruire une structure schématique. Il serait donc possible à partir de quelques mesures sur la structure d'obtenir suffisamment d'informations pour estimer sa résistance. Ce travail, en appuis des techniques d'explorations racinaires, permettrait d'aboutir à des procédés d'estimation non destructifs de la résistance de l'enracinement.

Par ailleurs, ce travail doit s'accompagner de développements analytiques. En effet, il est indispensable à partir des connaissances actuelles, de pouvoir dégager des règles simplifiées, fondées sur les principes du dimensionnement des structures, et pouvant être utilisées pour l'expertise de situations diverses. Les logiciels de simulation forestières pourraient aussi disposer des connaissances les plus récentes dans le domaine de l'ancrage (Ancelin *et al.* (2003)).

## 5.2.3 L'interaction racine sol au sens large.

Avec le projet Européen Eco-Slopes ([www.ecoslopes.com](http://www.ecoslopes.com)) l'étude de l'interaction entre les racines et le sol a pris une dimension qui dépasse le cadre de la stabilité des forêts. En effet un grand nombre de catastrophes naturelles (érosion, glissement de terrain, tempêtes,

inondations) ont pointé du doigt le déficit de végétation et le rôle stabilisateur de la colonisation racinaire. La simple constatation de ces carences et de leurs effets désastreux ne suffit pas pour faire évoluer la problématique. Il est capital maintenant de quantifier précisément ces effets pour s'en servir à plusieurs niveaux :

- pour prendre en compte la végétation dans le dimensionnement des ouvrages géotechniques, naturels ou artificiels, en toute sécurité.
- pour la défense auprès des gestionnaires de solutions plus écologiques et plus saines.
- pour la création d'une véritable discipline du génie végétal qui pourrait ainsi être créée et enseignée pour assurer le maintien et la dissémination des nouvelles techniques.

# Annexe A

## Estimation des densités par fonction noyau

### A.1 Qu'est-ce qu'une fonction noyau ?

Une fonction noyau est une fonction positive, dont l'intégrale vaut 1 et prenant une valeur positive non nulle au voisinage d'un point appelé centre ou noyau. La fonction tend donc vers zéro en s'éloignant du centre. La figure (Fig. A.1) montre 2 exemples classiques de fonctions noyau. La fonction gaussienne, fréquemment utilisée s'écrit, dans un espace à  $d$  dimension :

$$\frac{1}{((2\pi)^d v)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{\|x - \mu\|^2}{2v}\right) \quad (\text{A.1})$$

avec  $d$  la dimension du vecteur  $x$  et  $v$  la variance.  $\mu$  est le centre de la distribution et  $k$  la dispersion.

### A.2 Construction de la fonction densité à partir de fonction noyaux

La définition de densité présentée au paragraphe (2.2.1) se base sur la définition d'un hyper-cube de dimension infinitésimale et centré autour d'un point de l'espace des  $x$ . L'estimation de la densité est déterminée en comptant le nombre de points tombant dans ce cube ( $K$ ) et divisant ce nombre par le volume du cube ( $dV$ ).

$$d(x) = \frac{K}{dV} \quad (\text{A.2})$$

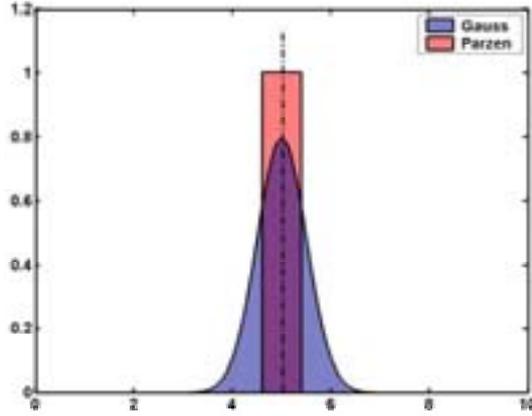


FIG. A.1 – Exemple de deux fonctions noyaux classiques : fonction gaussienne et fenêtre de Parzen.

Il est possible de déterminer une expression de  $K$  en définissant une fonction noyau (Fenêtre de Parzen),  $H(x)$  définie par :

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \|x\| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

L'égalité  $H = 1$  définit un cube centré en 0. Par conséquent, pour un ensemble de  $n$  points dans l'espace  $(x^i)_{i < n}$ , le nombre d'entre eux tombant dans un cube centré en  $x$  est égal à :

$$K = \sum_{i=1}^n H(x - x^i) \quad (\text{A.4})$$

$H(x) = 1$  ayant un volume unitaire,  $K$  est égal à la densité de point dans l'espace. L'utilisation de fonctions noyaux continues sont cependant plus fréquentes. La fonction normale est très utilisée. La densité s'exprime alors par :

$$d(x) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{((2\pi)^{d_v})^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{\|x - x^i\|^2}{2v}\right) \quad (\text{A.5})$$

### A.3 Densités de probabilité

Le même principe est valable pour modéliser un loi de probabilité quelconque. Si l'on se base sur la définition intuitive de probabilité qui est le rapport entre le nombre de cas favorables sur le nombre de cas possibles. Alors, en reprenant l'hyper cube défini

précédemment (Equ. A.2), la probabilité de tomber dans ce cube s'écrit :

$$p(X) = \frac{1}{n} \frac{K}{dV} \quad (\text{A.6})$$

avec  $n$  le nombre total de points dans l'espace. Tous les autres principes développés précédemment s'appliquent donc aux probabilités. Dans ce cas, la densité de probabilité par fonctions noyaux gaussiens s'écrit :

$$d(x) = \frac{1}{n} \sum \frac{1}{((2\pi)^d v)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|^2}{2v}\right) \quad (\text{A.7})$$

Ce principe de modélisation des densités de probabilité, rendue possible par l'informatique, permet de définir des lois quelconques qui sont parfois appelées (à tort) non paramétriques. A l'opposé, les modèles paramétriques classiques (loi normale, loi Weibull, loi binomiale etc...) sont très simples d'utilisation (2 ou trois paramètres suffisent) mais représentent des comportements simples. La technique des mélanges est un intermédiaire qui tente de garder la généralité des méthodes non-paramétriques et la simplicité des méthodes paramétriques. Cette méthode consiste à fixer le nombre de noyaux  $N$  quel que soit la base de donnée :

$$K = \sum_{i=1}^N \beta_i N(x - \mu^i, v) \quad (\text{A.8})$$

Avec  $N()$  la fonction noyau. Les  $\beta_i$  sont appelés coefficients de mélange associés aux noyaux de centre  $x_i$  et sont tels que  $\sum \beta_i = 1$  (pour assurer que l'intégrale de la densité de probabilité vaut 1). Contrairement au principe de la modélisation par fonction noyau, les  $x_i$  ne sont pas exactement les points de la base de donnée, mais plutôt des paramètres au même titre que les  $\beta_i$  qui sont déterminés à partir de la base de données selon le principe de maximum de vraisemblance B.3.

Références : Bishop (1995)



# Annexe B

## Estimation des densités de probabilité conditionnelles

### B.1 L'inférence

De nombreux problèmes de modélisation statistique s'écrivent sous la forme d'un loi de probabilité conditionnelle, décrivant l'évolution des variables de l'état d'un système. Dans l'immense majorité des cas, cette loi de probabilité générale est approchée par une forme paramétrée dépendant de coefficients  $\theta_i$ .

L'exemple le plus classique est le cas de la régression linéaire. Dans ce cas, l'évolution du phénomène représenté par la variable  $x$ , dépendant d'un facteur  $y$ . On fait alors l'hypothèse que pour  $y$  donné, la distribution statistique de  $x$  est normale et que la valeur moyenne de  $x$  varie linéairement avec la valeur de  $y$ . La loi de probabilité du phénomène peut alors s'écrire :

$$p(x) = N(ay + b, \sigma) \quad (\text{B.1})$$

$a$ ,  $b$  et  $\sigma$  sont les paramètres de la distribution et  $N()$  est la loi normale. Plus généralement, le problème peut s'exprimer sous la forme :

$$p_{\theta}(x|y) = f(\theta, y) \quad (\text{B.2})$$

ou  $\theta$  représente les paramètres comme  $a$ ,  $b$  ou  $\sigma$ . L'inférence statistique consiste donc à déterminer les valeurs des paramètres  $\theta$  qui reproduisent au mieux la distribution des points expérimentaux. (NB : dans le cas général,  $x$ ,  $y$  et  $\theta$  sont des vecteurs)

Il existe deux grands principes pour la détermination des paramètres  $\theta$  :

- le principe de maximum de vraisemblance

– l'inférence Bayésienne

Dans la méthode du maximum de vraisemblance, l'objectif est de déterminer la valeur optimale de  $\theta$  à partir d'un certain nombre d'observations  $(x^k, y^k)$ . Ce principe classique et couramment utilisé, repose sur la minimisation d'une erreur fonction des  $i$ . Dans l'approche Bayésienne, par contre, l'incertitude sur les  $\theta$  est représentée par une densité de probabilité et la formule de Bayes est utilisée pour exprimer cette probabilité. La méthode repose donc sur le calcul numérique d'intégrales. Les techniques Bayésiennes montrent un intérêt croissant dans les problèmes de la statistique (régression, classification, décision Bishop (1995)). Néanmoins, le paragraphe suivant présente la méthode du maximum de vraisemblance qui a été utilisée pour la modélisation des systèmes racinaires.

### B.1.1 Méthode du maximum de vraisemblance

Soit  $x^k$  et  $y^k$  la  $k^{eme}$  valeur de  $x$  et respectivement  $y$ . Le principe de maximum de vraisemblance affirme que la valeur optimale de  $\theta$  est obtenue lorsque le produit des probabilités d'avoir  $x^k$  et  $y^k$  est maximale. C'est à dire, la fonction de vraisemblance  $L$  définie ci-dessous est maximum.

$$L = \prod_k p_{\theta}(x^k, y^k) \quad (\text{B.3})$$

En appliquant la formule **de Bayes**, l'équation B.3 s'écrit :

$$L = \prod_k p_{\theta}(x^k | y^k) \times p(x^n) \quad (\text{B.4})$$

Au lieu de maximiser la fonction  $L$ , il est plus courant de minimiser une fonction d'erreur  $E$ , définie comme l'opposé du logarithme de  $L$  (ce qui est équivalent puisque la fonction logarithme est monotone).

$$E = - \sum_k \ln(p_{\theta}(x^k | y^k)) - \sum_k \ln(p(x^n)) \quad (\text{B.5})$$

Le second terme de l'équation (B.5) est constant et peut être supprimé. De plus, si l'on fait l'hypothèse que pour  $y$  fixé,  $x$  répond à une loi normale, alors l'erreur prend la forme classique de l'erreur somme des carrés :

$$E = \frac{1}{2} \sum_k \|\bar{x}(y^k, \theta) - x^k\|^2 \quad (\text{B.6})$$

La détermination des valeurs de  $\theta$  minimisant  $E$  est ensuite réalisé par la méthode pseudo inverse ou par les techniques classiques d'optimisation telles que les gradients conjugués, le line search ou encore par la méthode de Newton.

## B.2 Utilisation des réseaux de neurones avec mélanges gaussiens

### B.2.1 Qu'est-ce qu'un réseau de neurones

Un réseau de neurone est un graphe dont les noeuds sont des unités de calcul élémentaires appelés **neurones formels**. Chaque neurone recevant à ses entrées une valeur calcule un résultat de sortie. La fonction qui calcule la valeur de sortie est appelée **fonction d'activation**. Le résultat de ce calcul est ensuite transmis aux neurones suivants auxquels il est connecté, par l'intermédiaire d'une pondération appelée **poids synaptique**. Le calcul traverse tout le réseau et un résultat final est obtenu au dernier neurone de la chaîne. Les poids synaptiques sont déterminés par un algorithme appelé **apprentissage** de manière à ce que le réseau prédise correctement le problème modélisé.

Cette vision du réseau de neurone, originaire des recherches en neurologie est illustré comme un problème d'automatique. Du point de vue de la statistique le réseau de neurone n'est autre qu'une fonction de régression particulière construite par combinaison des fonctions d'activation entre elles. Par exemple, le réseau de neurone schématisé à la figure B.1 n'est en fait que la fonction :

$$x_{w_{ij}}(y_1, y_2) = g(w_{36} + w_{46}g(w_{04} + w_{14}y_1 + w_{24}y_2) + w_{56}g(w_{05} + w_{15}y_1 + w_{25}y_2)) \quad (\text{B.7})$$

Les poids  $w_{ij}$  sont exactement les paramètres  $\theta$  dans l'expression B.2 et  $x$  la valeur moyenne, et l'algorithme d'apprentissage n'est autre qu'un algorithme de minimisation de l'erreur définie par l'équation B.6.

La fonction globale de l'équation B.7 a aussi l'avantage d'être composée de fonction très simple  $g$  (à base d'exponentielle en général) et permet un calcul très efficace (retropropagation de l'erreur) des dérivées successives de la fonction d'erreur, ce qui rend les calculs très économiques. On peut aisément modéliser des fonctions complexes avec un grand nombre de variables dans des temps de calcul raisonnables.

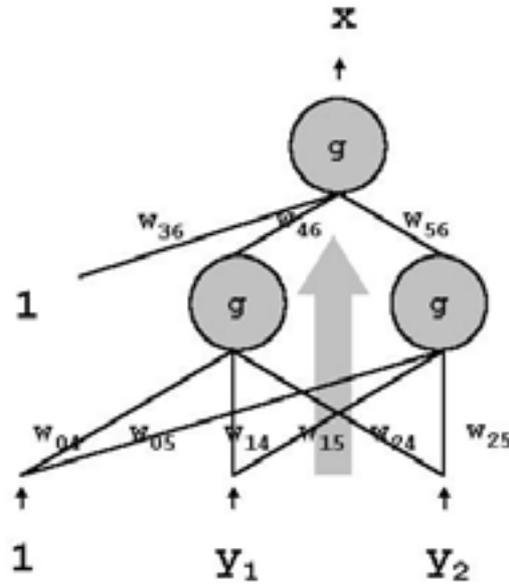


FIG. B.1 – Exemple de réseau de neurone simple. La représentation graphique sous la forme d’un réseau de fonctions d’activations interconnectées entre elles, n’est qu’une façon de représenter une fonction mathématique particulière.(Equation B.7)

### B.2.2 Modélisation de lois de probabilités conditionnelles

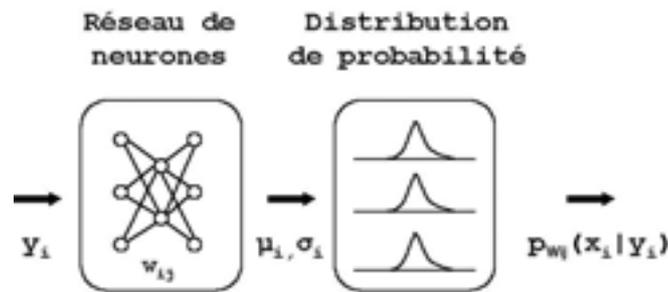


FIG. B.2 – Réseau de neurones avec mixture gaussienne en sortie.

Jusqu’à présent, les réseaux de neurones ont permis de réaliser une régression c’est à dire d’établir la fonction prédisant la valeur moyenne de  $x$ ,  $\bar{x}$ , sachant que  $y$  est réalisé. L’étape suivante consiste à modéliser une densité de probabilité conditionnelle, c’est à dire la densité de probabilité de  $x$  pour un  $y$  donné. Dans ces conditions, le réseau de neurones est utilisé pour déterminer les paramètres d’un mélange gaussien  $(\beta_i, \mu^i, \sigma_i)$ . La figure B.2 schématise la construction de la fonction de densité de probabilité réalisée selon ce principe. Ce graphique peut s’écrire de manière équivalente sous forme d’une fonction complexe qu’il est plus difficile de visualiser.

# Bibliographie

- Ancelin, P., Courbaud, B., & Fourcaud, T. 2003. A population approach to study forest stand stability to wind : individual tree-based mechanical modelling. *Pages 239–246 dans* : Ruck, B., Kottmeier, C., Matteck, C., Quine, C., & Wilhelm, G. (eds), *International Conference, Wind Effect on Trees*.
- Anderson, C. J., Coutts, M. P., Ritchie, R. M., & Campbell, D. J. 1989. Root extraction force measurements. *Forestry*, **62**, 127–137.
- Atger, C. 1995. *Stratégie d'enracinement chez les arbres*. Rapport. Institut de Botanique, Université de Montpellier.
- Atger, C., & Edelin, C. 1994. Stratégie d'occupation du milieu souterrain par les systèmes racinaires des arbres. *Revue ecologie (terre et vie)*, **49**, 343–356.
- Baker, W. L., Flaherty, P. H., Lindemann, J. D., Veblen, T. T., Eisenhart, K. S., & Kulakowski, D. W. 2002. Effect of vegetation on the impact of a severe blowdown in the southern Rocky Mountains, USA. *Forest Ecology and Management*, **168**, 63–75.
- Becquey, J., & Riou-Nivert, P. 86. L'existence de zones de stabilité des peuplements : Conséquences sur la gestion. *Revue Forestière Française*, **4**, 323–334.
- Bengough, A. G., Castrignano, A., Pagès, L., & Noordwijk, M. Van. 2000. *Sampling strategies, scaling and statistics*. Springer. Chap. 5, pages 147–173.
- Bennie, A. T.P. 2002. Growth and mechanical impedance. *Pages 453–469 dans* : Waisel Y., Eshel A., & U., Kafkafi (eds), *Plant Roots the Hidden Half*. 3rd edition. Marcel Dekker.
- Bergonzini, J. C. 2000. Saisir le present. *Pages 7–14 dans* : et O. Laroussinie, J.C. Bergonzini (ed), *Les écosystèmes forestiers dans les tempêtes* Ministère de l'agriculture et de la pêche, for GIP Ecofor.

- Bergonzini, J. C., & Laroussinie, O. 2000. *Les écosystèmes forestiers dans les tempêtes*. GIP Ecofort.
- Birot, Y., Terrasson, D., Formery, T., & Roman-Amat, B. 2001. *Expertise collective sur les tempêtes, la sensibilité des forêts, et sur leur reconstitution* edn. GIP Ecofor.
- Bishop, C. M. 1995. *Neural network for pattern recognition*. Oxford University Press.
- Bouchon, J. 1987. Etat de la recherche relative aux dégâts forestiers dus aux tempêtes. *Revue Forestière Française*, 301–312.
- Brinkgreve, R.B.J., & Vermeer, P.A. 1998. *Plaxis, Finite element code for soil and rock analysis*. A.A. Balkema-Rotterdam-Brookfield.
- Caldwell, M. M. 1986. Competition between root systems in natural communities. *Pages 167–185 dans* : P.J., Gregory, V., Lake J., & A., Rose D. (eds), *Root development and function*. Cambridge University Press.
- CEMAGREF, INRA. 2001. Dégâts des tempêtes aux forêts : facteurs de sensibilité ou de résistance. *Forêt Entreprise*, **255**(Octobre), 17–54.
- Commandeur, P. R., & Pyles, M. R. 1990. Modulus of elasticity and tensile resistance of Douglas fir roots. *Canadian Journal of Forest Research*, **21**, 48–52.
- Coutts, M. P. 1983. Root architecture and tree stability. *Plant and Soil*, **71**, 171–188.
- Coutts, M. P. 1986. Components of tree stability in Sitka spruce on peaty gley soil. *Forestry*, **59**, 173–197.
- Coutts, M. P. 1989. Factors affecting the direction of growth of tree roots. *Annals of Forest Science*, **46**, 277–287.
- Coutts, M.P., Nielsen, C.C.N., & Nicoll, B.C. 2000. The development of symmetry, rigidity and anchorage in structural root system of conifers. *Pages 3–17 dans* : A., Stokes (ed), *The supporting roots of trees and woody plants : form, function and physiology*. Kluwer Academic Publisher.
- Crook, M. J., & Ennos, A. R. 1996. The anchorage mechanics of deep rooted larch, *Larix europea* x *L. japonica*. *Journal of Experimental Botany*, **47**, 1509–1517.

- Crook, M. J., Ennos, A. R., & Banks., J. R. 1997. The function of buttress roots : a comparative study of the anchorage systems of buttressed (*Aglaia* and *Nephelium ramboutan* and non-buttressed (*Mallotus wrayi* tropical trees). *Journal of Experimental Botany*, **48**, 1703–1716.
- Danjon, F., Bert, D., Godin, C., & Trichet, P. 2000. Structural root architecture of 5-year-old *Pinus Pinaster* measured by 3D digitising and analysed with AMAPmod. *Pages 61–75 dans* : Stokes, A. (ed), *The supporting roots of trees and woody plants : form, function and physiology*. Kluwer academic publisher.
- Day, W. 1950. Soil conditions which determine windthrow in forests. *Forestry*, **23**, 90–95.
- Denis, S., Bremand, F., & Herbert, Y. 2000. An experimental study on the mechanical behaviour of the maize root system : analysis of the soil/root bond and determination of rigidity modulus. *Pages 295–304 dans* : Stokes, A. (ed), *The supporting roots of trees and woody plants : form, function and physiology*. Kluwer Academic Publishers.
- Dhôte, J-F. 2000. Composition, structure et résistance des peuplements. *Pages 101–116 dans* : et O. Laroussinie, J.C. Bergonzini (ed), *Les écosystèmes forestiers dans les tempêtes* Ministère de l’agriculture et de la pêche, for GIP Ecofor.
- Drenou, C. 2003. Typologie et variation de l’enracinement des arbres adultes. *Forêt Entreprise*, **153**, 27–33.
- Drew, M. C., & Stolzy, L. H. 2002. Growth under oxygen stress. *Pages 359–382 dans* : Waisel Y., Eshel A., & U., Kafkafi (eds), *Plant Roots the Hidden Half*. 3rd edition. Marcel Dekker.
- Duchaufour, P. 1997. *Abrégé de pédologie. Sol, végétation, environnement*. MASSON.
- Dupuy, L., Drenou, C., & Fourcaud, T. 2003a. Le sol, les racines et l’ancrage des arbres forestiers. *Forêt Entreprise*, **153**, 33–39.
- Dupuy, L., Fourcaud, T., & Stokes, A. 2003b. A numerical investigation into factors affecting the anchorage of roots in tension. *European Journal of Soil Science*, **in press**.
- Eis, S. 1971. Root grafts and their silvicultural implication. *Canadian Journal of Forest Research*, **1**, 111–120.

- Ennos, A.R. 1989. The mechanics of anchorage in seedlings of sunflower, *Helianthus annuus* L. *New Phytologist*, **113**, 185–192.
- Ennos, A.R. 1990. The anchorage of leek seedlings : the effect of root length and soil strength. *Annals of Botany*, **65**, 409–416.
- Ennos, A.R. 1991. The mechanics of anchorage in wheat *Triticum aestivum* L. II. Anchorage of mature wheat against lodging. *Journal of Experimental Botany*, **42**, 1607–1613.
- Fitter, A. H., Nichols, R., & Harvey, M. L. 1988. Root system architecture in relation to life history and nutrient supply. *Functionnal Ecology*, **45**, 345–351.
- Fitter, A.H. 1986. The topology and geometry of plant root systems : influence of watering rate on root system topology in *Trifolium pratense*. *Annals of Botany*, **58**, 91–101.
- Fitter, A.H. 1987. An architectural approach to the comparative ecology of plant root systems. *New Phytologist*, **106**, 61–77.
- Fitter, A.H., Stickland, T.R., Harvey, M.L., & Wilson, G.W. 1991. Architectural analysis of plant root systems. 1. Architectural correlates of exploitation efficiency. *New Phytologist*, **118**, 375–382.
- Fourcaud, T., & Lac, P. 2003. I. Numerical modelling of shape regulation and growth stresses in trees. *Trees*, **17**, 23–30.
- François, D., Pineau, A., & Zaoui, A. 1993. *Comportement mécanique des matériaux. viscoplasticité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique du contact*. Hermes.
- Fraser, A. I. 1962. The soil and roots as factors in tree stability. *Forestry*, **23**(90–95).
- Fraser, A. I., & Gardiner, J. B. H. 1967. *Rooting and stability in Sitka Spruce*. Tech. rept. 40. Forestry Commision.
- Gersani, M., & Sachs, T. 1992. Development correlations between roots in heterogeneous environments. *Plant Cell and Environment*, **15**, 463–469.
- Godin, C., & Caraglio, Y. 1998. A Multiscale Model of Plant Topological Structures. *Journal of Theoretical Biology*, **191**, 1–46.
- Godin, C., Costes, E., & Sinoquet, H. 1999. A method for describing plant architecture which integrates topology and geometry. *Annals of Botany*, **84**, 343–357.

- Goodman, A. M., & Ennos, A. R. 1999. The effects of soil bulk density on the morphology and anchorage mechanics of the root systems of sunflower and maize. *Annals of Botany*, **83**, 293–302.
- Greenway, D. R. 1987. Vegetation and slope stability. *Pages 187–230 dans* : Anderson, M.G., & Richards, K.S (eds), *Slope Stability*. John Wiley and K.S. Richards.
- Gruber, F. 1994. Morphology of coniferous trees : possible effects of soil acidification on morphology of Norway spruce and Silver fir. *Pages 265–324 dans* : *Effects of Acid Rain on Forest Processes*, vol. 8. Wiley-Liss.
- Henwood, K. 1973. A structural model of forces in buttressed rain forest trees. *Biotropica*, **5**, 83–93.
- Hong, S.H., Lee, F.H., & Yong, K.Y. 2003. Three-dimensional pile-soil interaction in soldier-piled excavations. *Computer and Geotechnics*, **30**, 81–107.
- Hruska, J., Cermak, J., & Sustek, S. 1999. Mapping tree root systems with ground-penetrating radar. *Tree Physiology*, **19**, 125–130.
- Huggard, D. J., Klenner, W., & Vyse, A. 1999. Windthrow following four harvest treatments in an Engleman spruce - subalpine fir forest in southern interior British Columbia, Canada. *Canadian Journal of Forest Research*, **29**, 1547–1556.
- Jiang, J. C., Baker, R., & Yamagami, T. 2003. The effect of strength envelope nonlinearity on slope stability computation. *Canadian Geotechnical Journal*, **40**, 308–325.
- Jourdan, C., & Rey, H. 1997. Modelling and simulation of the architecture and development of the oil-palm (*Laeis quineensis* Jacq.) root system. *Plant and Soil*, **190**, 235–246.
- Kirby, J. M., & Bengough, A. G. 2002. Influence of soil strength on root growth : experiments and analysis using a critical-state model. *European Journal of Soil Science*, **53**, 119–128.
- Köstler, J. N., Brückner, E., & Bibelriether, H. 1968. *Die Wurzeln der Waldbäume* edn. Verlag Paul Parey.
- Laitakari, E. 1927. *Männyn Juuristo, Morfologinen Tutkimus*. Tech. rept. Helsingin Yliopiston maatalous-metsätieteellinen tiedekunta, Helsinki.

- Lambe, T. W., & Whiteman, R. V. 1969. *Soil Mechanics*. John Wiley and sons Inc.
- Lindström, A., & Rune, G. 2000. Root deformation in plantation of container-grown Scots pine trees : effets on root growth, tree stability and stem straightness. *Pages 31–39 dans* : A., Stokes (ed), *The supporting roots of trees and woody plants : form, function and physiology*. Kluwer academic publisher.
- Lucot, E. 1994. *Influence des caractéristiques de la piérosité des sols sur la prospection racinaire et l'alimentation hydrique des arbres. Application à l'estimation de la valeur des sols forestiers*. Thèse, Université de Franche-Comté, France.
- Lucot, E., & Bruckert, S. 1992. Organisation du système racinaire du chêne pédonculé (*Quercus robur*) développé en conditions édaphiques non contraignantes (sol brun lessivé colluvial). *Annales des Sciences Forestières*, **49**, 465–479.
- Lyford, W. H. 1980. *Development of the root system of northern red oak (Quercus rubra l.* Harvard forest paper 555. Harvard university, Harvard forest.
- Maitrot, M. 2003. *Etude sur l'ancrage racinaire de deux cultivars de peuplier : Raspalje et Beaupré*. Stage BTS forestier. IDF, Toulouse.
- Mason, W. L. 2002. Are irregular stands more windfirm ? *Forestry*, **75**(4), 347–355.
- Mattheck, C., & Breloer, H. 1994. *The body language of trees*. HMSO, London.
- Mattheck, C., Teschner, M., & Schäfer, J. 1997. Mechanical control of root growth : a computer simulation. *Journal of Theoretical Biology*, **184**, 261–269.
- Mickovski, S. 2002. *Anchorage mechanics of different types of root systems*. Thèse, School of Biological Sciences, University of Manchester.
- Mickovski, S.B., & Ennos, A.R. 2002. A morphological and mechanical study of the root systems of suppressed crown Scots pine (*Pinus sylvestris*). *Trees*, **16**, 274–280.
- Moore, J. R. 2000. Differences in maximum resistive bending moments of *Pinus radiata* trees grown on a range of soil types. *Forest Ecology and Management*, **135**, 63–71.
- Neves, M., Mestat, P., Frank, R., & Degny, E. 2001a. Etude du comportement de pieux forés. I Expérimentations in situ et en laboratoire. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, **231**(Mars-Avril), 39–54.

- Neves, M., Mestat, P., Frank, R., & Degny, E. 2001b. Etude du comportement de pieux forés. II modélisation par éléments finis. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, **231**(Mars-Avril), 55–67.
- Nieuwenhuis, M. A., & Wills, J. M. 2002. The effect of cultivation technique on root architecture of young Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) trees on surface water gleys. *New Forests*, **24**, 195–213.
- Niklas, K. J., Molina-Freaner, F., Tinoco-Ojanguren, C., & Paolillo, D. J. Jr. 2002. The biomechanics of *Pachycerus pringlei* root systems. *American Journal of Botany*, **89**, 12–21.
- Oppelt, A. L., Kurth, W., & Godbold, D. L. 2000. Structure and fractal dimensions of root systems of four co-occurring fruit tree species from Botswana. *Annals of Forest Sciences*, **21**, 117–128.
- Ozier-Lafontaine, H., Lecompte, F., & Sillon, J.F. 1999. Fractal analysis of the root architecture of *Gliricidia sepium* for the spatial prediction of root branching, size and mass :model development and evaluation in agroforestry. *Plant and Soil*, **209**, 167–180.
- Pagès, L. 2002. Modelling root system architecture. *Pages 359–382 dans* : Waisel Y., Eshel A., & U., Kafkafi (eds), *Plant Roots the Hidden Half*. 3rd Edition. Marcel Dekker.
- Pagès, L., & Pellerin, S. 1994. Evaluation of parameters describing the root system architecture of field grown maize plants (*Zea mays* L.). *Plant and Soil*, **164**, 169–176.
- Paillassa, E. 2001. Stabilité et reconstitution des peupleraies après les tempêtes des 26 et 27 décembre 1999. *Dans* : Birot, Y., Terrasson, D., & Romanamat, T. Formeryand B. (eds), *Expertise collective sur les tempêtes, la sensibilité des forêts, et sur leur reconstitution* Ministère de l'agriculture et de la pêche, for GIP Ecofor.
- Pan, J.L., Goh, A. T. C., Wong, K. S., & Selby, A. R. 2002. Three-dimensional analysis of single pile response to lateral soil movements. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **26**, 747–758.
- Pluvinage, G. 1984. *La rupture du bois et de ses composites*. Cépaduès.

- Puhe, J. 2003. Growth and development of the root system of Norway spruce (*Picea abies*) in forest stands, a review. *Forest Ecology and Management*, **175**, 253–273.
- Putz, F. E., Coley, P. D., Lu, K., Montalvo, A., & Aiello, A. 1983. Uprooting and snapping of trees : structural determinants and ecological consequences. *Canadian Journal of Forest Research*, **13**, 1011–1020.
- Raimbault, P. 1999 (2 Juin). La colonisation des sols urbains par les racines des arbres. *Pages 54–59 dans : Le sol, support de nos plantations*. UNEP, Maison de la Chimie.
- Raimbault, P. 2001. Quelques observations sur les systèmes racinaires des arbres de parcs et d'alignements : diversité architecturale et convergence dans le développement. *Arbre et Sciences*, **3**, 33–42.
- Riestenberg, M.M. 1994. *Anchoring of thin colluvium by roots of Sugar maple and White ash on hillslopes in Cincinnati*. bulletin 2059E. US.
- Riou-Nivert, P. 2001. Facteurs de stabilité des peuplements et gestion de l'équilibre. *Forêt Entreprise*, Juin, 17–25.
- Robin, E. 2002. *Analyse photomécanique de la flexion des peupliers*. D.E.A, Université de Poitiers, France.
- Robin, E., Dupré, J.C., & Bremand, F. 2003. La photomécanique au service de la mécanique des arbres. *Forêt Entreprise*, **153**, 44–46.
- Ruel, J. C. 2000. Factors influencing windthrow in balsam fir forests : from landscape studies to individual tree studies. *Forest Ecology and Management*, **5055**, 1–10.
- Shrestha, M. B., Horiuchi, M., Yamadera, Y., & Miyazaki, T. 2000. A study on the adaptability mechanism of tree roots on steep slopes. *Pages 51–57 dans : A., Stokes (ed), The supporting roots of trees and woody plants : form, function and physiology*. Kluwer academic publisher.
- Stokes, A. 2000. Strain distribution during anchorage failure of *Pinus Pinaster* Ait. at different age and tree growth response to wind-induced root movement. *Pages 19–29 dans : Stokes, A. (ed), The supporting roots of trees and woody plants : form, function and physiology*. Kluwer Academic Publisher.

- Stokes, A. 2001. *La résistance de l'arbre au vent*. HDR, Université de Bordeaux I, France.
- Stokes, A., & Mattheck, C. 1996. Variation of wood strength in tree roots. *Journal of Experimental Botany*, **47**, 693–699.
- Stokes, A., H., Fitter A., & P., Coutts M. 1995. Responses of young trees to wind : effects on root growth. *Dans : Coutts, M.P., & Grace, J. (eds), Wind and Tree*. Cambridge University Press.
- Stokes, A., Drexhage, M., & Guitard, D. 2000. A method for describing the possible site of failure in trees during mechanical loading. *Pages 279–285 dans : Stokes, A. (ed), The supporting roots of trees and woody plants : form, function and physiology*. Kluwer Academic Publisher.
- Stokes, A., Fourcaud, T., Hurska, J., Cermak, J., Nadyezdhina, N., Nadyezdhina, V., & Praus, L. 2002. An evaluation of different methods to investigate root system architecture of urban trees in situ : I. ground-penetrating radar. *Journal of Arboriculture*, **28**, 1–9.
- Stokes, A., Salin, F., Dupuy, L., & Cucchi, V. 2003. La biomécanique de l'ancrage racinaire. *Forêt Entreprise*, **154**, sous presse.
- Sundström, E., & Keane, M. 2000. Root architecture, early development and basal sweep in containerized and bare-rooted Douglas fir (*Pseudotsuga menziesii*). *Pages 83–96 dans : Stokes, A. (ed), The supporting roots of trees and woody plants : form, function and physiology*. Kluwer Academic Publisher.
- Tardieu, F. 1994. Growth and functioning of roots and root systems subjected to soil compactation. Toward a system with multiple signalling? *Soil and Tillage Research*, **30**, 217–343.
- Vercambre, G., Doussan, C., & Pagès, L. 2001 (août). Modélisation 3D de l'architecture racinaire du pêcher au verger : typologie racinaire et processus élémentaires. *Pages 206–211 dans : I., Quentin (ed), L'arbre 2000, the tree*. Colloque International sur l'Arbre. Institut de Recherche en Biologie Végétale, Montréal.
- Vinkler, I. 2002 (5-6 Décembre). Effet des caractéristiques dendrométriques des hêtraies du quart Nord-Est sur le niveau de dégâts. *Dans : Ecofor, GIP (ed), Forpêt, Vent et Risques*.

- Waldron, L.J. 1977. The shear resistance of root-permeated homogeneous and stratified soil. *American Journal of Soil Science Society*, **41**, 843–849.
- Whitlow, R. 1995. *Basic soil mechanics*. Addison-Wesley Pub Co.
- Wilson, B.F. 1975. *Distribution of secondary thickening in tree root systems*. Academic Press. Chap. 10, pages 197–217.
- Wilson, J. S., & Oliver, M. 2000. Stability and density management in Douglas fir plantations. *Canadian Journal of Forest Research*, **30**, 910–920.
- Wu, T. H., Kinnell, W. P. Mc, & Swantson, D. N. 1979. Strength of tree roots and landslides on Prince of Wales Island, Alaska. *Canadian Geotechnical Journal*, **16**, 19–33.
- Wu, T. H., Ombler, R. M., Erb, R. T., & Beal, P. E. 1988. Study of Soil-Root Interaction. *Journal of Geotechnical Engineering*, **114**, 1351–1375.
- Wu, T.H., & Watson, A. 1998. In situ shear test of soil blocks with roots. *Canadian Geotechnical Journal*, **35**, 579–590.
- Yang, Z., & Jeremic, B. 2002. Numerical analysis of pile behaviour under lateral loads in layered elastic-plastic soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **26**, 1385–1406.
- Zhang, M., Song, E., & Chen, Z. 1999. Ground movement analysis of soil nailing construction by three-dimensional (3-D) finite element modeling (FEM). *Computers and Geotechnics*, **25**, 191–205.
- Zhou, Y., Watts, D., Li, Y., & Cheng, X. 1998. A case study of effect of lateral roots of *Pinus yunnanensis* on shallow soil reinforcement. *Forest Ecology and Management*, **103**, 107–120.

# RESUME

Les récentes tempêtes en Europe ont occasionné de lourds dégâts et des pertes économiques dramatiques dans les forêts. Les questions relatives à l'ancrage de l'arbre ont émergé. Cependant, les moyens actuels pour répondre à ces attentes sont limités, l'accès par l'expérience aux mécanismes souterrains étant limité. L'analyse des phénomènes du déracinement a donc été abordée par la modélisation mécanique.

Plusieurs phases ont été nécessaires pour atteindre cet objectif. Dans un premier temps, la mesure des systèmes racinaires a permis d'acquérir des données concernant l'architecture des racines. Ensuite, les formes racinaires mesurées étant très variables et complexes, des modèles de la structure racinaire ont été développés. Ceux-ci permettent de construire des géométries idéalisées dont la complexité et la variabilité sont maîtrisées. La troisième phase de ce travail s'est attachée à développer des outils informatiques permettant l'analyse par éléments finis d'une structure racinaire quelconque, issue de mesures où bien de simulations. Enfin, la dernière étape a été consacrée à la simulation de scénarii d'enracinement très variés afin de comprendre les mécanismes et d'identifier les facteurs déterminants.

Finalement, l'utilisation des méthodes numériques a permis d'apporter des éléments nouveaux pour la compréhension du phénomène de déracinement. Le sol, et particulièrement le frottement interne, influe sur la cinématique du basculement et sur la forme de la motte racinaire soulevée. En ce qui concerne les racines, la profondeur et le diamètre des racines latérales sont apparus comme essentiels dans la résistance et les mécanismes de déracinement.

**MOTS CLEFS** : biomécanique, ancrage, arbres forestiers, modélisation, racines, MEF.

# ABSTRACT

The recent storms in Europe have caused much damage and huge economic losses in forests. Questions related to the anchorage of individual trees have emerged. However, the current investigation techniques to answer them are limited, experimental methods to investigate underground mechanisms being limited. Analysis of uprooting mechanism was conducted using mechanical modelling.

This objective was reached following four steps. Firstly, root system measurements were carried out in order to collect data concerning root architecture. Then, as root structures discovered were much variable and complex, models of root systems were developed. They allowed to build idealised geometries whose complexity and variability is controlled. The third stage of this work concentrates on the design of computing tools which enable finite element analysis of any root structure, from either measured or simulated root systems. The final part focused on the simulation of various rooting scenario in order to understand the mechanisms and identify the determinant factors.

The use of numerical methods brought new elements for the understanding uprooting phenomenon. The soil, notably its internal friction, modifies the toppling movement and the shape of the root/soil ball. As for the influence of roots, the depth and diameter of laterals showed to be essential factors of the resistance to uprooting.

**KEYWORDS** : biomechanics, anchorage, forest trees, modelling, roots, FEM.