

N° d'ordre : 2754

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

par **Alain COINTE**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : MÉCANIQUE

**PRÉVISION DE RÉSISTANCES D'ASSEMBLAGES BOIS PAR ORGANES MULTIPLES
À L'AIDE DES RÉSEAUX DE NEURONES**

Soutenue le : 05 Décembre 2003

Après avis de :

MM. A.Colson	Professeur, MELT/DRAST	Rapporteurs
P.Triboulot	Professeur, Université de Nancy 1	

Devant la commission d'examen formée de :

MM. G.Touzot	Professeur, INSA de Rouen	Président
P.Morlier	Professeur, Université de Bordeaux 1	
A.Colson	Professeur, MELT/DRAST	Rapporteur Examineurs
L.Guillaumat	MdC, Université de Bordeaux 1	
P.Racher	MdC, Université de Clermont-Ferrand	
F.Rouger	HDR, CTBA	
P.Triboulot	Professeur, Université de Nancy 1	

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Rhéologie du Bois de Bordeaux, grâce à une bourse cofinancée par le Centre Technique du Bois et de l'Ameublement, dans le cadre d'un contrat avec le Ministère de l'Agriculture, et le Conseil Régional d'Aquitaine.



Merci à **Isabeau**, pour tout...

Table des matières

Introduction générale	5
1. Analyse bibliographique	8
1.1. Introduction	8
1.2. Configurations étudiées	8
1.3. Constitution d'une base de données expérimentales	9
1.3.1. Travaux de A. Jorissen	12
1.3.2. Travaux de P. Vermeyden	14
1.3.3. Essais du CTBA (cahier 77)	14
1.3.4. Travaux de B. Vincent	15
1.3.5. Essais du CTBA et de l'Université de Karlsruhe	16
1.4. Autres approches	18
1.4.1. Résultats expérimentaux non intégrés dans la base de données	18
1.4.2. Approches par modélisation	20
1.4.2.1. Théorie de l'Analyse Limite (mono assembleur)	20
1.4.2.2. Analyses élastiques (assemblages par organes multiples)	21
1.4.2.3. Modèles de Jorissen : couplage Mécanique de la Rupture - TAL	23
1.4.2.4. Modélisation élasto-plastique par éléments finis	24
1.5. Conclusion	27
2. Approche réglementaire	30
2.1. Introduction	30
2.2. Règlement européen (Eurocode 5)	30
2.3. Règlement canadien (CSA 086.1-94)	37
2.4. Règlement américain (LRFD 91)	39
2.5. Comparaison des différentes approches	41
2.6. Conclusion	45
3. Les réseaux de neurones	47
3.1. Introduction	47
3.2. Les premiers modèles	47
3.2.1. Une cellule de base : un neurone formel	47
3.2.2. Le processus d'apprentissage	49

3.2.3. Le perceptron	50
3.2.4. L'Adaline et l'algorithme de Widrow-Hoff	52
3.3. Les réseaux multicouches	54
3.4. Une propriété intéressante des RN : leur parcimonie	58
3.5. Les différents réseaux étudiés	60
3.5.1. Generalized Regression Neural Network	61
3.5.2. Réseaux feedforward avec rétro-propagation du gradient	62
3.6. Réseau retenu	65
3.6.1. Structure	65
3.6.2. Résultats obtenus	66
3.6.3. Comparatif RN et Eurocode 5	67
3.7. Conclusion	68
4. Simplification du réseau	70
4.1. Introduction	70
4.2. Modèle global	70
4.2.1. Formule matricielle	72
4.2.2. Résultats	72
4.2.3. Modèle de type Eurocode 5	75
4.3. Modèles distincts	76
4.3.1. Sélection des paramètres par plans d'expérience et test de Fisher	76
4.3.1.1. Illustration graphique des résultats de l'analyse de variance	77
4.3.1.2. Application à une base aléatoire et vérification sur la base expérimentale	81
4.3.1.3. Inconvénients de la méthode	83
4.3.2. Régression pas à pas et optimisation sous contraintes	84
4.3.2.1. Formule matricielle	87
4.3.2.1.1. Assemblage avec un seul organe	87
4.3.2.1.2. Assemblage comportant une file d'organe	87
4.3.2.1.3. Assemblage comportant plusieurs files d'organes	88
4.3.2.2. Résultats	88
4.4. Conclusion	91
Conclusions générales et perspectives	94
Table des illustrations	97
Bibliographie	100
Annexes	104

1. Annexe A : démonstration des équations de Johansen (TAL)	104
1.1. Rupture de l'assemblage en Mode I	104
1.2. Rupture de l'assemblage en Mode II	105
1.3. Rupture de l'assemblage en mode III	107
2. Annexe B : formulation matricielle des modèles simplifiés	109
2.1. modèle simplifié global	109
2.1.1. modèle à 8 termes et une constante :	109
2.1.2. modèle à 10 termes et une constante :	109
2.1.3. modèle à 12 termes et une constante :	110
2.1.4. modèle à 14 termes et une constante :	110
2.1.5. modèle à 16 termes et une constante :	111
2.1.6. modèle à 18 termes et une constante :	111
2.2. modèle simplifié distinct	112
2.2.1. modèle mono :	112
2.2.1.1. modèle mono à 8 termes et une constante :	112
2.2.1.2. modèle mono à 12 termes et une constante :	113
2.2.1.3. modèle mono à 16 termes et une constante :	113
2.2.1.4. modèle mono à 18 termes et une constante :	113
2.2.2. modèle pour une file d'organes :	114
2.2.2.1. modèle une file à 8 termes et une constante :	114
2.2.2.2. modèle une file à 12 termes et une constante :	114
2.2.2.3. modèle une file à 16 termes et une constante :	115
2.2.2.4. modèle une file à 18 termes et une constante :	115
2.2.3. modèle pour des assemblages sur plusieurs files :	116
2.2.3.1. modèle multi à 8 termes et une constante	116
2.2.3.2. modèle multi à 12 termes et une constante	116
2.2.3.3. modèle multi à 16 termes et une constante	117
2.2.3.4. modèle multi à 18 termes et une constante	117
3. Annexe C : base de données complète	120

Introduction générale

Dans les structures en bois, les assemblages déterminent souvent la capacité de résistance de la structure complète. Ce sont les maillons faibles de ces constructions : on parle de concept de résistance partielle des assemblages dans la mesure où les éléments constitutifs de la structure ne peuvent atteindre leur pleine capacité de résistance. Les assemblages vont en effet rompre sous un niveau de charge inférieure à celui des éléments constitutifs de la structure. De ce fait, la maîtrise du dimensionnement de ces assemblages est un élément capital pour les bureaux d'études. Un grand nombre de techniques (assemblages par tenons et mortaises, assemblages à mi-bois, assemblages par emboîtement, assemblages par anneaux et crampons...) peut être utilisé pour l'assemblage du bois. Le choix de l'assemblage dépend de la qualité du bois, des contraintes physiques du produit final et de la culture de l'artisan.

Du fait de la complexité du dimensionnement de ces assemblages, nous avons restreint notre étude à la prévision de la valeur de résistance ultime des assemblages bois/bois, par organes métalliques (boulons, broches) multiples, en double cisaillement. Dans le passé, les valeurs des efforts admissibles pour ces assemblages résultaient d'essais instantanés effectués sur un nombre limité d'échantillons. Actuellement, les données de ces essais sont insuffisantes pour établir des valeurs fiables pour les résistances caractéristiques que requiert l'application du règlement européen (l'Eurocode 5) : l'éventail des configurations possibles en pratique rend illusoire toute détermination réaliste de ces valeurs par voie d'essais.

De plus, il existe dans ces assemblages des mécanismes de ruine particuliers (fendage de rang, arrachement de bloc) que les différents règlements en vigueur ne parviennent à mettre en équation. Ainsi, les assemblages par organes multiples rompent souvent à un niveau de charge ($F_{multiple}$) inférieur à celui du même assemblage, avec un seul organe de liaison (F_{simple}), multiplié par le nombre total d'organes n dans l'assemblage. Dans de nombreux pays, la réduction de résistance induite par ce type de phénomène est prise en compte en considérant

un nombre efficace d'organes $n_{ef} \leq n$. La résistance de l'assemblage est alors calculée par la formule : $F_{multiple} = n_{ef} \times F_{simple}$.

Il semble cependant qu'il n'existe pas de réelles cohérence et convergence entre les divers règlements (européen, canadien et américain) sur ce nombre efficace d'organes. De plus, ceux-ci diffèrent également en de nombreux autres points (espacements dans l'assemblage, coefficients de sécurité, formules de dimensionnement). Ces divergences mettent en avant la nécessité de la recherche fondamentale à ce propos. De ce fait, de nouvelles méthodes sont développées pour estimer les valeurs caractéristiques de la résistance des assemblages à partir de leur géométrie et des propriétés des matériaux.

C'est dans ce contexte que se situe notre approche. Elle consiste, dans un premier temps, à modéliser la résistance ultime des assemblages par un outil numérique déconnecté de la Mécanique : les réseaux de neurones. Les résultats obtenus par cet outil d'analyse sont satisfaisants mais le modèle fourni reste encore trop complexe. On s'est donc attaché, dans un deuxième temps, à la simplification de ce modèle numérique par des techniques de régression plus classiques afin de pouvoir intégrer ce modèle simplifié dans un code de calcul.

La première partie de notre travail a donc consisté à établir une base de données à partir des données préexistantes de la littérature. Cette longue et fastidieuse étape a été capitale car elle a servi à alimenter le modèle généré par les réseaux de neurones. Environ 1400 données de résistances ultimes expérimentales ont été ainsi répertoriées avec les valeurs correspondantes des paramètres considérés comme influents. Au cours de la deuxième partie, on s'est attaché à mettre en valeur les différences existant dans les codes de calcul de plusieurs pays afin de justifier notre démarche. La troisième partie a donc été consacrée à l'approche des réseaux neuronaux, ce qui comprend la conception de l'architecture du réseau et l'ajustage de précision aux données. La prévision donnée par ces réseaux est très proche des données expérimentales, mais il est difficile de mettre en application ce genre de modèle dans un code de dimensionnement. Nous avons donc essayé de simplifier l'approche, dans une quatrième partie, en employant des modèles quadratiques généralisés, obtenus par des techniques de régressions classiques qui prennent en compte les variables d'entrée les plus significatives. Le résultat final est naturellement moins précis, mais améliore néanmoins la prévision de l'Eurocode 5.

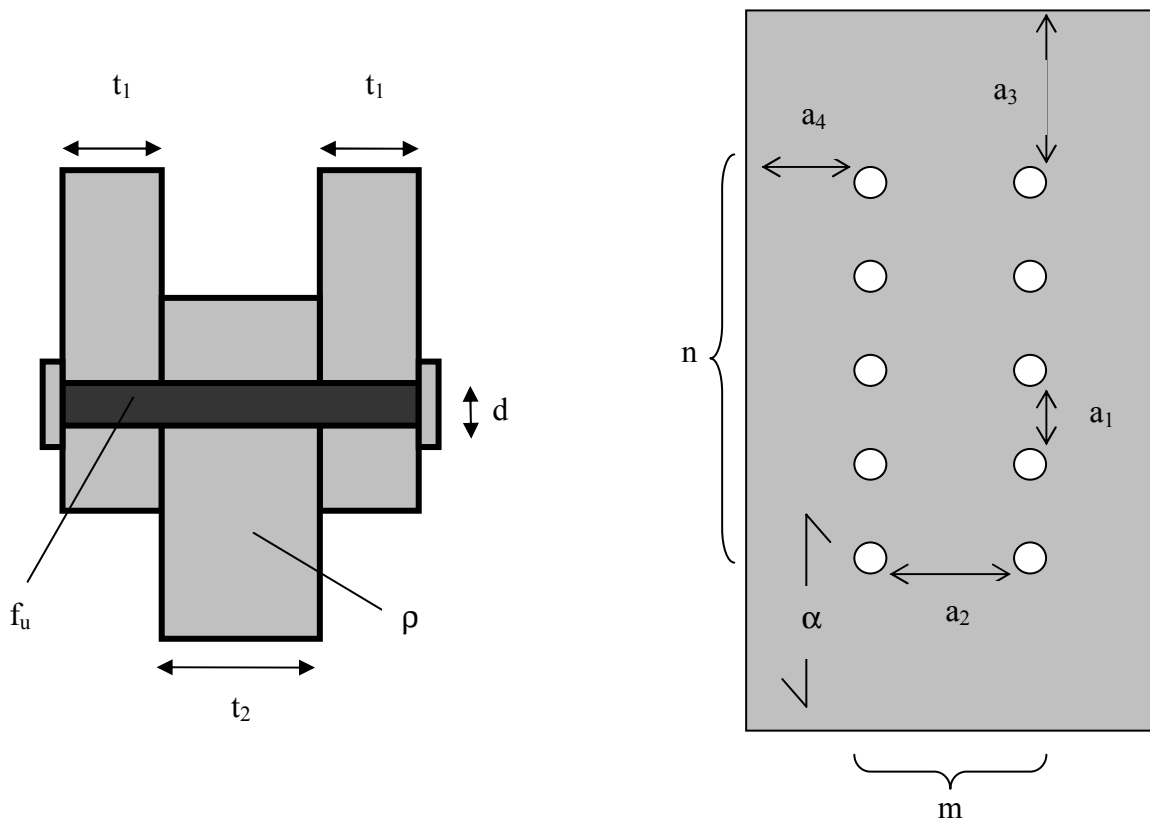
1. Analyse bibliographique

1.1. Introduction

Un assemblage est par définition l'association de plusieurs pièces de manière à ne former plus qu'un tout. En règle générale, c'est le talon d'Achille des structures bois. C'est à ce niveau que se produit un bon nombre de pathologies de rupture des structures étudiées. Dans notre étude, nous nous sommes intéressés à la résistance, à court terme, sous chargement statique, des assemblages bois sur bois, en double cisaillement, par organes de type tige (boulons, broches). Nous devons également étudier les assemblages bois/métal mais la base de données recueillie n'était pas suffisamment conséquente (218 configurations) pour pouvoir être exploitée convenablement^{1, 2, 3, 4, 5, 6}. Cette partie ne sera donc pas abordée dans ce qui suit.

1.2. Configurations étudiées

Figure 1- Schéma des assemblages



Les broches⁷ correspondent à des barres cylindriques élancées qui sont généralement en acier et lisses en surface. Le diamètre minimal des broches est égal à 6 mm avec des tolérances de

fabrication comprises entre 0 et +0.1 mm. Dans les éléments en bois, le perçage doit être réalisé à un diamètre inférieur ou égal à celui de la broche. Les boulons sont des organes de type tige comportant une tête et un écrou. Le serrage des boulons doit permettre de maintenir les éléments assemblés en contact. Les trous de perçage sont réalisés avec un jeu d'une valeur maximale égale à 1 mm. Sous la tête et l'écrou, il est nécessaire de placer des rondelles d'un diamètre au moins égal à 3d (avec d diamètre du boulon) et d'une épaisseur égale à 0.3d. Comparativement aux liaisons par boulons, les assemblages par broches sont plus rigides. Aussi, l'utilisation des boulons n'est pas recommandée pour les ouvrages dont l'exploitation est sensible aux déformations d'assemblages.

Tableau 1- Classes de résistance des organes d'assemblages de type tiges

Classe de boulon	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8
f_y (N/mm ²)	240	320	300	400	480
$f_{u,k}$ (N/mm ²)	400	400	500	500	600

Limite élastique f_y et résistance en traction $f_{u,k}$ des boulons ordinaires.

Nuance d'acier	Fe360	Fe430	Fe510
f_y (N/mm ²)	235	275	355
$f_{u,k}$ (N/mm ²)	360	430	510

Valeurs de f_y et $f_{u,k}$ pour les barres en acier courant.

1.3. Constitution d'une base de données expérimentales

La première étape d'utilisation des réseaux de neurones a été de créer une banque de données relatives à notre étude afin d'alimenter le réseau. Nous avons étudié des résultats d'essais de plusieurs auteurs et récupéré les 12 paramètres souvent communs qui suivent :

- la masse volumique moyenne du bois utilisé (kg/m³) : ρ
- l'angle de chargement par rapport au fil du bois (degrés) : α
- le diamètre du boulon (mm) : d
- les épaisseurs des éléments assemblés (mm) : t_1, t_2
- le nombre de files de boulons : m
- le nombre de boulons dans une file : n
- les différents espacements dans l'assemblage (mm) : a_1, a_2, a_3, a_4
- la résistance caractéristique en traction du boulon (N/mm²) : f_u
- la résistance ultime de l'assemblage (kN).

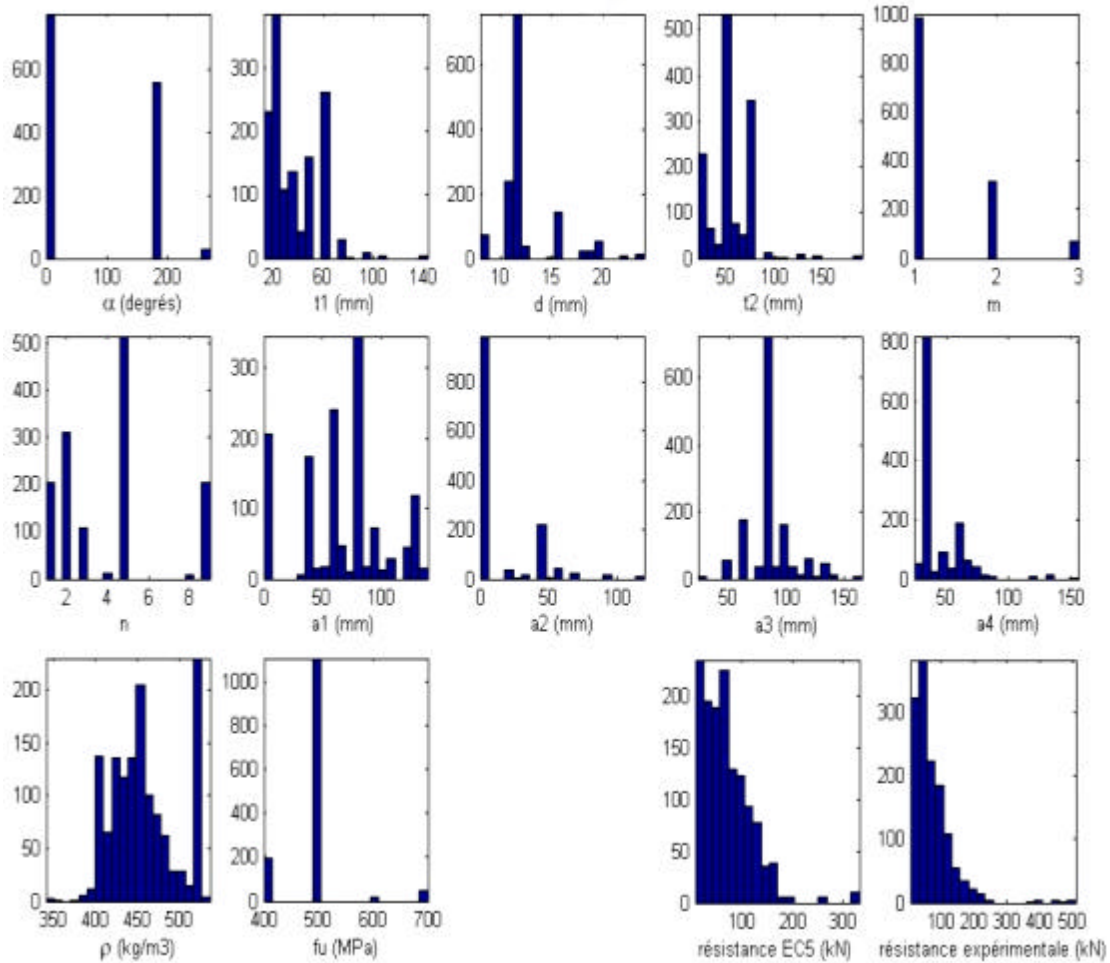
Les espacements dans l'assemblage sont respectivement les espacements entre les files d'organes, les espacements entre les organes dans une file, la distance aux rives et la distance aux abouts : respectivement a_1 , a_2 , a_3 , a_4 (cf. règlement Eurocode 5).

On donne dans le tableau et les histogrammes suivants un aperçu de la variabilité de la base de données.

Tableau 2- Variabilité des paramètres étudiés

variables	minimum	maximum	moyenne	écart-type
α (degrés)	0.00	270.00	-	-
t_1 (mm)	12.00	144.00	35.87	19.49
d (mm)	8.00	24.00	12.56	2.91
t_2 (mm)	20.00	192.00	52.81	21.18
m	1.00	3.00	-	-
n	1.00	9.00	-	-
a_1 (mm)	0.00	140.00	66.67	38.69
a_2 (mm)	0.00	120.00	14.20	24.79
a_3 (mm)	24.00	165.00	86.01	19.60
a_4 (mm)	24.00	156.00	45.74	18.44
ρ (kg/m ³)	341.00	536.00	457.04	40.24
f_u (N/mm ²)	400.00	700.00	494.59	55.03

Figure 2- Histogrammes de la base de données



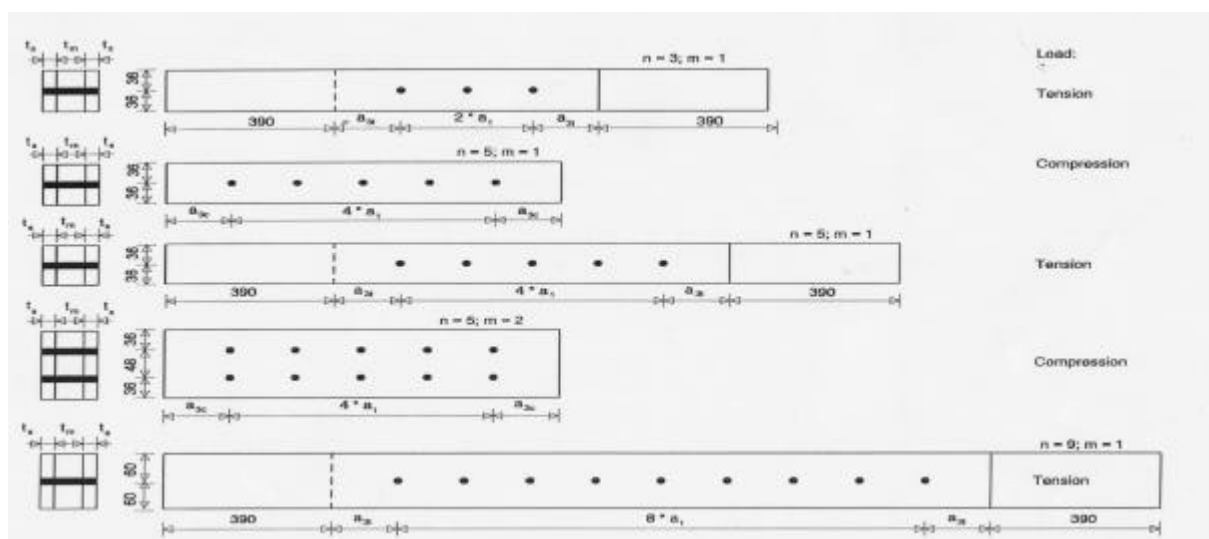
Nous avons obtenu ainsi 1368 configurations et valeurs de résistance pour des assemblages bois/bois en double cisaillement. Ces données regroupent les travaux de plusieurs auteurs comme P.Vermeijden⁸, A.Jorissen⁹, E.Gehri¹⁰, B.Vincent¹¹ ainsi que des données issues de rapports du CTBA¹² et de l'Université d'Helsinki¹³. Certaines configurations sont obtenues par valeur moyenne (en minorité) sur plusieurs tests alors que d'autres sont issues de résultats de test unique. Sur un petit nombre de configurations, la résistance en traction de l'acier n'est pas toujours explicitement indiquée en valeur numérique. Nous lui avons donc attribué, par défaut, une valeur vraisemblable correspondant à la valeur moyenne de la résistance caractéristique des aciers utilisés. Les essences de bois utilisées sont des résineux. On ne les caractérise que par leur masse volumique puisque c'est le premier indicateur des performances mécaniques du bois. Des données sur du LVL (Laminated Veneer Lumber) sont également exploitées et prises en compte par leur masse volumique (cf. figure2). Quand la

masse volumique n'est pas donnée, elle est saisie par défaut dans la base de données en tant que valeur moyenne. L'angle entre la direction de chargement et le fil du bois est principalement égal à 0 et 180 degrés (traction et compression parallèles au fil du bois). L'angle de 270° correspond à de la compression perpendiculaire au fil du bois. Les diamètres de boulons les plus fréquents sont 12 mm et 16 mm. Nous disposons de nombreuses données pour 1 et 2 files de boulons et 1 ou 2 boulons dans une file. En règle générale, l'épaisseur t_2 est égale à deux fois l'épaisseur t_1 . L'espacement a_2 est égal à 0 lorsque l'assemblage ne comporte qu'une file de boulons et a_1 vaut 0 lorsqu'il n'y a qu'un boulon dans une file. Enfin, l'espacement a_1 est majoritairement égal à $6d$, a_2 à $3d$, a_3 entre $6d$ et $8d$ et a_4 entre $2d$ et $5d$. Les valeurs de résistance des assemblages varient entre 6.5 et 509.3 kN avec une valeur moyenne de 76.5 kN et un écart-type de 61.2 kN, la majorité de ces valeurs de résistance se trouvant dans l'intervalle [0 ; 200] kN. On donne également, à titre de comparaison, les valeurs de résistance d'assemblages prédites par le règlement européen Eurocode 5 dans l'histogramme précédent.

1.3.1. Travaux de A. Jorissen

Il s'est intéressé à la résistance à court terme d'assemblages symétriques de sapin européen ($\rho=450\text{kg/m}^3$) en double cisaillement⁹. Il a réalisé de nombreux essais de rupture sur des assemblages comportant une et deux files de boulons et un nombre de boulons par file égal à 1, 3, 5 et 9. Ces assemblages ont été testés à la fois en compression et en traction parallèle s au fil du bois. On donne ci-dessous un aperçu de ces configurations d'assemblages.

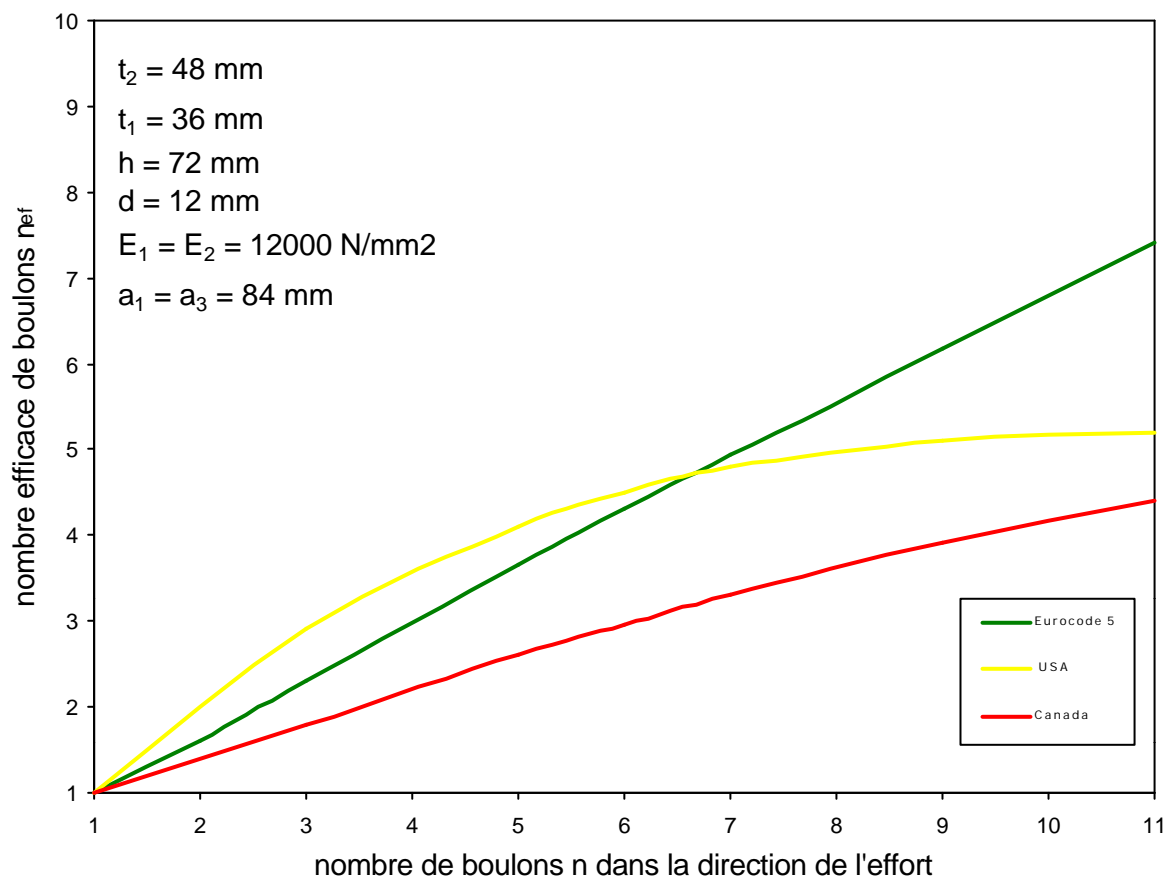
Figure 3- Configurations étudiées



De cette campagne d'essais, Jorissen a proposé 2 formulations de dimensionnement basées sur le modèle de Johansen et sur un modèle de Mécanique de la Rupture que l'on détaillera par la suite (cf.1.4.2.3).

Jorissen a également illustré, dans le cadre de ses travaux, les divergences qui pouvaient exister entre les différentes réglementations, notamment sur le nombre efficace d'organes n_{ef} à prendre en considération pour tenir compte des effets de groupe dans les assemblages par organes multiples. Il a ainsi comparé les règlements européen, canadien et américain. On reporte ci-dessous un exemple d'illustration graphique de la détermination de ce nombre efficace pour des organes placés parallèlement à la direction de l'effort.

Figure 4- n_{ef} selon trois règles de dimensionnement



Bien que les règles de dimensionnement pour le Canada et l'Europe soient toutes deux basées sur l'expérimentation, la valeur de n_{ef} selon l'Eurocode 5 peut être deux à trois fois plus élevée que celle selon le règlement canadien. Ces divergences illustrent la nécessité de la recherche fondamentale sur le dimensionnement de ces assemblages par organes multiples.

1.3.2. Travaux de P. Vermeijden

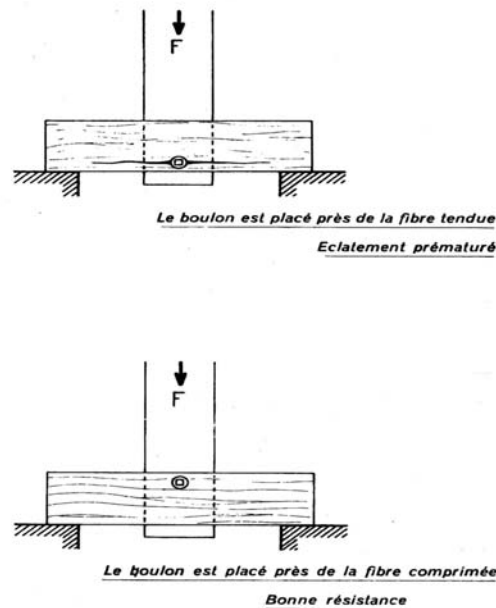
Vermeijden⁸ a testé des assemblages bois (épicéa) avec 1, 2 et 4 boulons de diamètres 12.7 et 19.1 mm. Les épaisseurs des éléments centraux sont de 38 et 58 mm et celles des éléments latéraux sont de 19 et 29 mm. La distance à la rive chargée est de 4d et la distance à l'about est de 7d. Ces assemblages ont été testés en traction parallèle au fil. Pour un élanement du boulon $\lambda = \frac{t_2}{d} = 4.6$, il propose la formulation suivante : pour 2 boulons en ligne, la résistance par organe de l'assemblage est égale à 0.9 fois celle du même assemblage mono boulonné et pour 4 organes en ligne, la résistance par organe de l'assemblage est égale à 0.65 fois celle du même assemblage mono boulonné. Pour un élanement $\lambda = \frac{t_2}{d} = 2$, il n'y a pas de coefficient de réduction à appliquer à la résistance par organe de l'assemblage.

1.3.3. Essais du CTBA (cahier 77)

Ces essais¹² ont été effectués pour déterminer les règles CB71 : 42 types d'éprouvettes ont été testés. Les diamètres des boulons sont de 8, 12, 16 et 18 mm. Le nombre de boulons en ligne varie de 1 à 3, les épaisseurs des éléments assemblés varient entre 18 et 75 mm pour les éléments latéraux et entre 35 et 105 mm pour les éléments médians. A la lumière des résultats obtenus, il a été conclu que :

- l'influence de l'épaisseur des pièces latérales est négligeable,
- pour un même boulon, l'augmentation de l'épaisseur des bois intérieurs augmente la résistance de l'assemblage,
- pour les mêmes bois intérieurs, l'augmentation du diamètre du boulon augmente la résistance de l'assemblage,
- la résistance de l'assemblage est donnée par $F = 200d\sqrt{t_2}$ (F est en kg et d et t_2 en mm),
- les boulons doivent être espacés d'au moins 6d dans le sens de l'effort et d'au moins 3d dans le sens transversal,
- le talon au-delà du dernier boulon doit varier entre 6 et 9d et être au minimum de 10 cm,
- pour les assemblages à fil perpendiculaire à l'effort, il faut éviter de placer le boulon trop près de la fibre tendue (cf. figure 5).

Figure 5- Schéma de placement des boulons en compression perpendiculaire au fil du bois



1.3.4. Travaux de B. Vincent

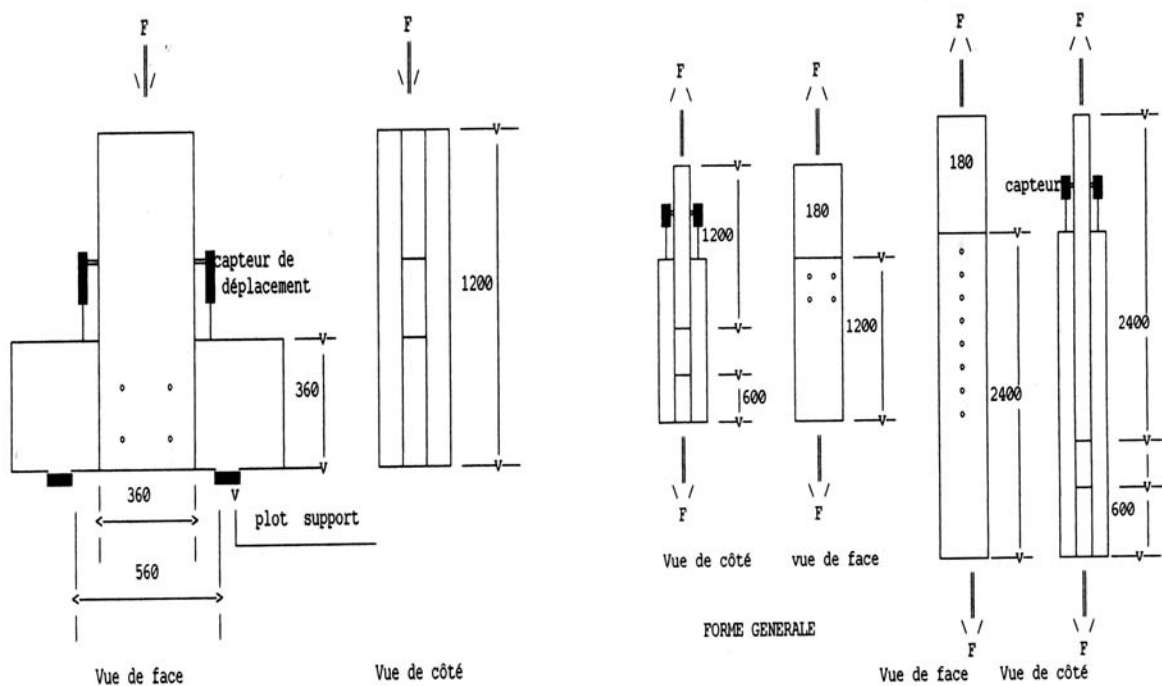
Il a effectué des essais de traction longitudinale sur des assemblages¹¹ mono boulonnés en sapin avec un boulon de diamètre $d=12\text{mm}$. Les épaisseurs des pièces assemblées sont : 20/20/20, 20/40/20, 30/60/30 et 40/80/40 mm. La masse volumique moyenne du bois utilisé est de 420 kg/m^3 et les espacements a_3 et a_4 sont égaux à $4d$ majoritairement. Des talons de $2d$ et $8d$ ont également été testés sur des assemblages 20/20/20 mm. Les assemblages 40/80/40 et 30/60/30 présentent un mode de rupture par plastification du boulon et ruine des pièces latérales tandis que les assemblages 20/40/20 et 20/20/20 présentent un mode de ruine par fendage de la pièce centrale sans déformation du boulon. Pour les assemblages 30/60/30, le domaine élastique est plus important que pour les assemblages 40/80/40 au détriment de la phase plastique mais les charges de ruine sont analogues (alors que le glissement est plus faible). De même, pour les assemblages 20/40/20, si l'on gagne en résistance pour une épaisseur de pièce centrale plus grande (que les assemblages 20/20/20), le glissement augmente d'autant. Pour des épaisseurs de pièce centrale supérieure à 60 mm et suivant la même géométrie de l'assemblage, il semble que les gains possibles en résistance soient négligeables et que le comportement en déformation élastique s'améliore légèrement. Sur l'étude du talon, on peut constater qu'une faible valeur ($a_3=2d$) modifie très peu les caractéristiques mécaniques et le glissement des assemblages (résistances du même ordre de grandeur qu'avec un talon $a_3=4d$). Ce résultat est important car si l'on écarte le caractère

fragile de la rupture, il permet d'envisager un plus grand nombre de boulons pour un même recouvrement en vue d'améliorer la capacité portante de l'assemblage. Les assemblages avec un talon de $8d$ ont des résistances légèrement supérieures et un glissement à la rupture deux fois plus important, soulignant ainsi une rupture très ductile. Par conséquent, un talon $a_3=4d$ peut être estimé comme optimal. En effet, ces assemblages permettent d'assurer une bonne résistance en comportement élasto-plastique, tout en gardant une bonne rigidité et sans présenter un caractère fragile. Enfin, le rapport t_2/d est un paramètre déterminant sur le mode de rupture et la capacité portante des assemblages (en augmentant progressivement le rapport t_2/d , on se déplace du mode de ruine I aux modes II puis III : cf. figure 8). A la fin de ces travaux, il a proposé un modèle analytique, basé sur les principes énergétiques, permettant de décrire la courbe charge-glissement des assemblages en comportement élasto-plastique.

1.3.5. Essais du CTBA et de l'Université de Karlsruhe

Les essais du CTBA¹² ont été effectués sur du LVL (Laminated Veneer Lumber) constitué de placage d'épicéa scarfé de masse volumique moyenne égale à 525 kg/m^3 . Les assemblages ont été testés en traction parallèle au fil du bois et en compression perpendiculaire au fil (cf. figures 5 et 6).

Figure 6- Assemblages testés



1.4. Autres approches

1.4.1. Résultats expérimentaux non intégrés dans la base de données

Travaux de Trayer :

Trayer (1932) a présenté des formules de dimensionnement pour des assemblages boulonnés en double cisaillement avec des plaques métalliques latérales et un élément central en bois. Ses formulations étaient basées sur des essais de compression respectivement parallèle et perpendiculaire au fil du bois avec des boulons de 6.5 à 25 mm et 12.5 mm respectivement. Il a noté qu'une interaction entre la flexion du boulon et l'éclatement du bois affectait les performances des assemblages. Ses courbes charge-déformation présentaient un taux de déformation monotone croissant au-delà de la limite élastique. Il a montré que la limite élastique dépendait de l'élancement du boulon (plus le boulon est élancé et plus la limite élastique est basse). Il a également mis en évidence que la résistance de l'assemblage n'était pas affectée par l'élancement du boulon si cet élancement était supérieur à une certaine valeur. Il a ensuite étendu son étude à des assemblages à trois éléments en bois (2 espèces de bois étudiées en compression parallèle au fil et 5 en compression perpendiculaire). De ces essais, il a conclu qu'en compression perpendiculaire au fil, les assemblages bois-bois et bois-métal donnaient les mêmes valeurs de résistance¹⁴.

Travaux de Doyle et Scholten :

Doyle et Scholten (1963) ont testé en compression parallèle et perpendiculaire des assemblages à trois éléments (bois-bois et bois-métal) avec 1 et 4 (2 files de 2 boulons) organes de 19 mm dans l'assemblage et 3 conditions d'humidité du bois différentes. Les boulons avaient un diamètre de 12.5, 19 et 25 mm pour du bois sec et la pièce centrale de bois était d'une épaisseur de 69 mm. Ils ont conclu que la résistance par organe (pour des assemblages avec 4 boulons) parallèlement au fil du bois était d'environ 90% celle d'un assemblage mono-boulonné. La contrainte de compression des assemblages avec du bois vert était d'environ 60% celle des assemblages avec du bois sec en compression parallèle au fil du bois. En compression parallèle au fil, pour des ratios $\frac{t_2}{d} = 2.7, 3.6$ et 5.4 , la contrainte de compression du bois donnait des ratios de 1.15, 1 et 0.8 respectivement (boulons de 12.5, 19 et 25 mm). En compression perpendiculaire au fil du bois, ces ratios devenaient alors 1.3, 1 et 0.95. La contrainte de compression des assemblages avec du bois vert était d'environ 70% celle des assemblages avec du bois sec en compression perpendiculaire au fil du bois.

Travaux de Kunesh et Johnson :

Kunesh et Johnson (1968) ont étudié la résistance d'assemblages multi boulonnés en double cisaillement en fonction des espacements, du taux d'humidité et du type de chargement. Les boulons utilisés avaient un diamètre de 19 mm et la pièce centrale était d'une épaisseur de 38 mm. Plusieurs configurations furent testées avec un nombre de boulons égal à 1, 2, 3, 4, 5 et 6 et des espacements (a_1, a_2, a_3, a_4) différents. Dans un assemblage avec deux boulons, une plus haute limite élastique était atteinte si les boulons étaient placés perpendiculairement à la direction de la charge plutôt que parallèlement à la direction de l'effort appliqué. Ils ont également montré que la limite élastique était sensible au taux d'humidité et au type de chargement alors que la résistance ultime était peu influencée par ces deux derniers facteurs. Enfin, ils ont conclu que les boulons placés en quinconce étaient un moyen efficace de minimiser les effets du cisaillement, ce qui contredit les recommandations de Trayer (1932).

Travaux de Yasumura :

Yasumura (1987) a étudié l'influence du talon (a_3), de l'espacement (a_1) et du nombre de boulons sur la résistance ultime des assemblages multi boulonnés avec du lamellé-collé (pin et sapin). Il a utilisé des boulons de 16 et 20 mm, des rapports d'élancement $\frac{t_2}{d}$ égaux à 2, 4 et 8, des talons variant de $2.5d$ à $10d$ et des espacements de boulons a_1 variant de $4d$ à $7d$. Le nombre de boulons variait de 1 à 6 et le nombre de files de 1 à 3. De ces essais^{15,16}, il a conclu que plus le rapport d'élancement $\frac{t_2}{d}$ augmente, plus la charge limite ultime par boulon augmente et enfin plus le nombre de boulons augmente dans une file, plus la charge limite ultime par boulon diminue. Pour $\frac{t_2}{d} = 4d$, la résistance par organe restait quasiment inchangée en passant de $a_1 = 4d$ à $7d$. Pour les boulons les plus élancés ($8d$), et un espacement $a_1 = 7d$, la réduction de capacité de charge par boulon était la moins pénalisante lorsque le nombre de boulons augmentait. Enfin, l'augmentation du nombre de files de boulons causait la plus grande réduction de capacité de charge par boulon pour des élancements importants ($8d$) alors qu'elle avait une influence moindre pour des élancements modérés ($4d$).

Travaux de Masse, Salinas et Turnbull :

Masse, Salinas et Turnbull (1988) ont également testé des assemblages par organes multiples avec un élément central en sapin Douglas ou en pin lamellé-collé de 130 mm d'épaisseur et

des boulons de 19 mm. Ils ont montré que la distance à l'about chargé (a_3) a un effet important sur la résistance de l'assemblage¹⁷. En passant d'une distance $a_3 = 7d$ à une distance de $10d$, la résistance augmente d'un facteur 1.35 pour le Douglas et 1.24 pour le pin. L'augmentation de l'espacement des boulons a (dans une file parallèle au fil du bois) augmente également la résistance : celle-ci est multipliée par un facteur 1.44 pour le Douglas et 1.28 pour le pin lorsque a_1 passe de $4d$ à $6.7d$. Lorsque l'on augmente le nombre de files de 1 à 2, on réduit de la même manière la résistance de l'assemblage par un facteur 0.71 pour le Douglas et 0.6 pour le pin. Enfin, en passant d'un nombre de boulons égal à 4 au lieu de 1 dans une file d'organes, la résistance est diminuée par un facteur 0.48 pour le Douglas et 0.75 pour le pin.

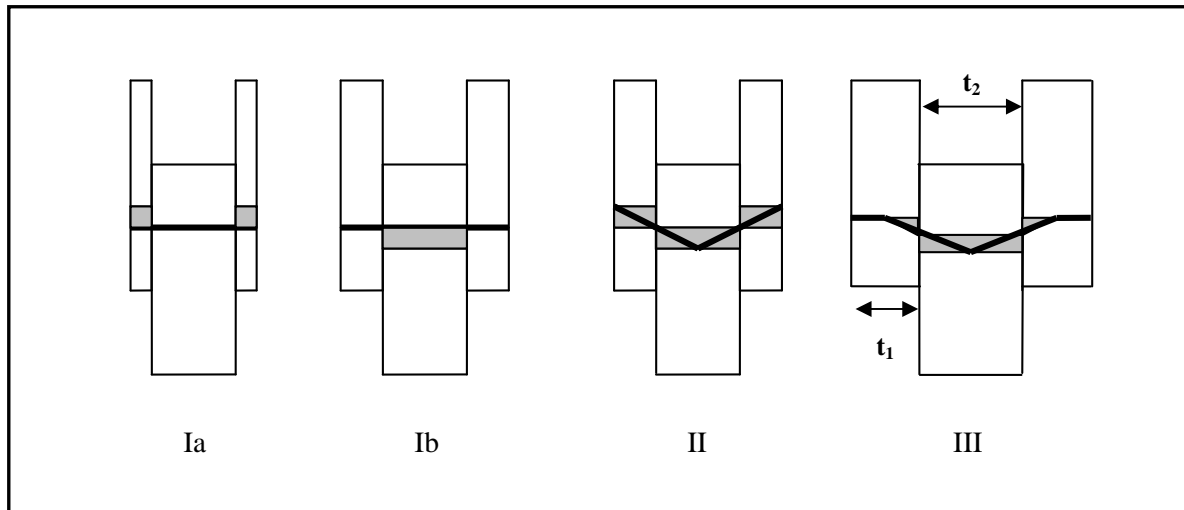
1.4.2. Approches par modélisation

1.4.2.1. Théorie de l'Analyse Limite (mono assembleur)

Elaborée par Johansen en 1949 et appliquée par Larsen au matériau bois, la Théorie de l'Analyse Limite (European Yield Model) sert de base aux équations de dimensionnement des assemblages mécaniques par organes de type tige retenues par l'Eurocode 5. Les hypothèses de la théorie sont les suivantes : le comportement du bois à l'enfoncement est de type rigide plastique parfait ainsi que celui du boulon en flexion, le frottement entre pièces est négligé, la contrainte appliquée sur le bois est uniformément répartie et des dimensions minimales des pièces sont respectées afin d'éviter des ruptures de type fragile. Les deux grands mécanismes de ruine dans ce type d'assemblage sont l'écrasement et le fendage du bois sous le boulon, sans déformation de ce dernier ainsi que l'apparition de rotules plastiques dans le boulon suivie du fendage du bois.

Suivant la Théorie de l'Analyse Limite, il existe quatre modes de ruine possibles en double cisaillement pour les assemblages avec un seul organe de type tige. On représente ces modes de ruine sur la figure en page suivante.

Figure 8- Modes de ruine des assemblages bois/bois en double cisaillement



Les modes Ia et Ib correspondent à un écrasement par compression du bois dans la pièce centrale et les pièces latérales sans déformation du boulon. Le mode Ia est peu observé sauf si les pièces latérales sont trop fines ou bien d'une résistance à l'enfoncement plus faible que la pièce centrale. Les modes II et III correspondent à une plastification du boulon mais quelque soit le mode de rupture observé, la ruine finale de l'assemblage se produit majoritairement par fendage du bois sous le boulon. Johansen a ainsi proposé les quatre équations suivantes pour déterminer la résistance ultime d'un assemblage avec un seul organe de type tige. Le minimum de ces quatre équations définit également le mode de ruine attendu.

$$\begin{cases}
 f_{h,1,d} \cdot t_1 \cdot d & \text{Ia} \\
 f_{h,2,d} \cdot t_2 \cdot d & \text{Ib} \\
 \frac{f_{h,1,d} \cdot t_1 \cdot d}{2 + \beta} \left[\sqrt{2\beta(1 + \beta) + \frac{4\beta(2 + \beta)M_{y,d}}{f_{h,1,d} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta \right] & \text{II} \\
 \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \sqrt{2M_{y,d} \cdot f_{h,1,d} \cdot d} & \text{III}
 \end{cases}$$

On donne en annexe A la démonstration de l'obtention de ces formules.

1.4.2.2. Analyses élastiques (assemblages par organes multiples)

Travaux de Cramer :

Dans les années 1960, il fut remarqué que la capacité de charge que peut supporter un assemblage par organes multiples est inférieure à la somme des capacités de charges

individuelles de chaque organe et qu'il existe une distribution inégale de charge entre ces organes. Cramer (1967) a mené une étude expérimentale et une analyse théorique sur ce sujet. Il a proposé un modèle pour des assemblages par organes multiples chargés dans la phase élastique. Il a utilisé la théorie de l'élasticité qui considère la déformation de l'élément bois et la flexion du boulon. Des solutions ont été présentées sous forme de courbes sur lesquelles la charge ultime par boulon peut être prédite pour des assemblages avec un nombre de boulons variant de 1 à 10. Il a montré que les boulons au centre de l'assemblage étaient les moins chargés et que ceux des extrémités étaient les plus chargés du fait de la déformation en flexion du boulon. Le fait de mettre plus de six boulons en ligne produit une réduction des contraintes sur les organes du centre (les moins chargés) et augmente la charge sur les boulons d'extrémité (les plus chargés). L'augmentation de l'espacement des boulons produit selon lui le même effet que l'augmentation du nombre de boulons dans une file sur la résistance ultime de l'assemblage, mais de manière moins catastrophique cependant. Cramer a noté également que des défauts d'alignement de trous de perçage des boulons pouvaient causer des changements draconiens dans les charges des boulons. Enfin, au niveau de chargement ultime, une redistribution de la charge s'effectue des boulons les plus chargés vers ceux qui le sont moins.

Travaux de Lantos :

Lantos (1969) a développé une méthode d'analyse élastique qui suppose que tous les organes suivent la même loi de comportement élastique linéaire sans glissement initial et un état de contraintes uniformes au sein des pièces. Il a proposé un modèle pour calculer la distribution des efforts à un niveau de sollicitation admissible et a montré que la charge admissible par un groupe d'organes d'assemblages ne pouvait pas être une fonction linéaire du nombre d'organes et de la charge admissible d'un mono assembleur. L'analyse de Lantos est similaire à celle de Cramer. Cependant, plutôt que d'utiliser un facteur de proportionnalité de glissement d'assemblage (ou coefficient de flexibilité) comme l'a fait Cramer, il a employé un facteur de rigidité sous forme d'un module de glissement d'assemblage. Son analyse ne porte que sur une seule file de boulons et suppose que la charge maximale par organe est atteinte sur un des boulons aux extrémités. Les formules proposées ont été obtenues à partir des charges agissant sur ces deux boulons extrêmes. Il a ainsi proposé une formule pour déterminer un nombre efficace d'organes à prendre en compte et en a conclu que les facteurs influençant la distribution de charge sur les boulons étaient les rigidités relatives des éléments centraux et latéraux, le nombre d'organes et leur espacement et la rigidité globale de

l'assemblage. Plus les éléments assemblés ont des rigidités différentes et plus le nombre de boulons dans une file augmente, plus la distribution de charge entre les organes s'écarte d'un modèle uniforme.

Travaux de Wilkinson :

Wilkinson¹⁸ (1986) a décrit une méthode analytique de prédiction de distribution de charge dans une file de boulons parallèle au fil du bois. Sa méthode est basée sur celle de Lantos mais modifiée pour permettre des espacements variables des boulons dans une file et une relation indépendante charge-glissement pour chaque organe dans la file. Le règlement de l'époque (Lantos) proposait une relation unique et identique charge-glissement pour chaque organe (ce qui selon Wilkinson conduit à des valeurs de prévision par le règlement insécuritaires). Il a effectué une vérification expérimentale des ses résultats analytiques. Ses conclusions ont montré que chaque file de boulons possède une unique distribution de charge dépendante des variations dans les courbes unitaires charge-glissement et des conditions de fabrication. Il montra également que la méthode analytique était capable de prédire la distribution de charge si on pouvait connaître individuellement chaque courbe charge-glissement des organes.

1.4.2.3. Modèles de Jorissen : couplage Mécanique de la Rupture - TAL

Comme dans de nombreux règlements, Jorissen utilise la Théorie de l'Analyse Limite de Johansen pour déterminer la capacité de résistance d'un assemblage mono boulonné.

Pour un assemblage avec un nombre multiple d'organes ($n \geq 2$), il propose la formule suivante:

$F_{\text{mult.}} = 0,37 \cdot n^{0,9} \cdot (a_1/d)^{0,3} \cdot (t_2/d)^{0,2} \cdot F_{\text{simp.}}$ ($F_{\text{simp.}}$ est donnée par le minimum des 4 équations établies dans le règlement européen décrit plus loin pour les assemblages bois/bois en double cisaillement). Un facteur de réduction égal à 0.9 est proposé si $m=2$.

Il propose également une formule basée sur la mécanique de la rupture qui permet de prendre en compte les phénomènes de ruptures fragiles dans ces assemblages. Pour des assemblages multi boulonnés, il donne :

$F_{\text{mult.}} = 0,43 \cdot n^{0,9} \cdot (a_1/d)^{0,3} \cdot (t_2/d)^{0,1} \cdot F_{\text{simp.}}$ où $F_{\text{simp.}}$ est calculée comme étant le minimum entre la capacité de charge prédite par la théorie de l'Analyse Limite et l'équation suivante reposant sur la mécanique de la rupture (donnée par Smith) :

$$F = \frac{t}{2} \sqrt{\frac{G_c E_0 d (2h - d)}{h}} \quad \text{où } E_0 = 48 \cdot \rho^{0,91} \quad (E_0 \text{ en N/mm}^2, \rho \text{ en kg/m}^3 \text{ et } G_c \text{ en}$$

N.mm/mm²).

h est la hauteur des éléments assemblés et $G_c \cong 0,35 \text{ N.mm/mm}^2$ pour $\rho = 400 \text{ kg/m}^3$. Ce modèle suppose une distribution uniforme des contraintes le long de la tige. Elle suppose également que deux fissures parallèles à la direction de l'effort et du fil du bois se développent, au niveau de chargement ultime, sous le trou du boulon.

Il a également proposé de fournir des relations simplifiées pour établir la résistance de ces assemblages. Il donne :

$$F_{\text{mult.}} = 0.9 \times 0.52 \cdot n^{0,9} \cdot (a_1/d)^{0,25} F_{\text{simp.}} = 0.9 \times n^{0,9} \sqrt[4]{\frac{a_1}{13d}} \cdot F_{\text{simp.}}, \text{ si on prend en compte}$$

l'équation issue de la mécanique de la rupture. Au coefficient de réduction 0.9 près, on retrouve la formulation de l'Eurocode 5 sur le nombre efficace d'organes à prendre en compte, soit n_{ef} .

Si on ne prend en compte que les équations de la théorie de l'Analyse Limite, il donne :

$$F_{\text{mult.}} = 0.9 \times 0.56 \cdot n^{0,9} \cdot (a_1/d)^{0,25} F_{\text{simp.}}$$

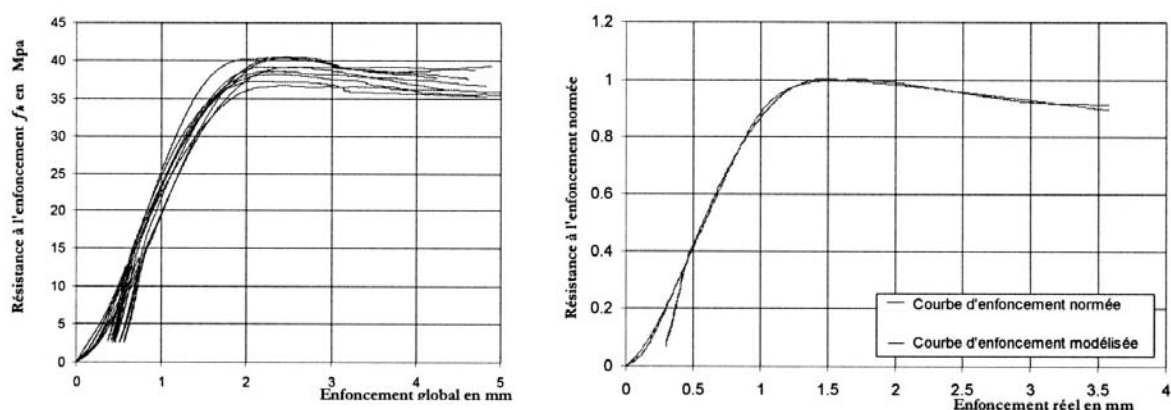
1.4.2.4. Modélisation élasto-plastique par éléments finis

Ces travaux s'inscrivent dans le cadre d'une coopération entre le LRBB, le CTBA, le CUST et le LERMAB. Conformément aux termes de cette convention, deux approches sont menées en parallèle pour modéliser le comportement des assemblages par organes multiples : l'approche des réseaux de neurones développée au LRBB et au CTBA et l'approche mécanique développée au CUST et au LERMAB. Cette dernière approche permet de mieux comprendre l'influence des différents paramètres sur la répartition des efforts internes entre assembleurs. Cet aspect du dimensionnement permet de déduire un nombre efficace d'organes d'assemblage, servant à la détermination de la capacité résistante de l'assemblage multiple.

Le modèle est développé grâce à la modélisation par éléments finis avec le code de calcul CASTEM sur des assemblages en double cisaillement bois sur bois et bois-métal. Le modèle intègre une loi élasto-plastique (moment-courbure des tiges) pour les broches et les boulons. Il ne prend pas en compte les effets induits par un effort normal (frottement le long des tiges et blocages induits par les rondelles). Pour cette raison, des expériences d'identification ont été conduites au LERMAB. Afin d'approcher au mieux le comportement de chaque assemblage

en terme de modélisation, il est nécessaire de disposer de l'évolution de la loi d'enfoncement^{19, 20} de f_h . La détermination d'une loi moyenne représentant l'évolution de l'enfoncement par l'assemblage a été faite à partir du faisceau des courbes expérimentales pour chaque ensemble d'assemblages bois sur bois. Ce paramètre a été intégré dans le modèle bois à l'échelle micro grâce aux caractéristiques des éléments de joints entre tige et éléments spécifiques bois en élasto-plasticité.

Figure 9- Loi d'enfoncement



A partir de ces essais d'enfoncement, différentes lois ont été établies pour être intégrées dans la modélisation de tiges multiples. Le modèle ressort pris en compte définit l'évolution de la raideur K de l'assemblage en fonction du déplacement par la relation²¹ :

$$K = -ck \times \left[\arctan \left(\left((u \times fk) + dk \right)^{ek} + ak \right) + bk \right].$$

Les paramètres du modèle ont été déterminés sur chacune de ces courbes par la méthode des moindres carrés.

Tableau 3- Paramètres des lois d'enfoncement

paramètres	110-1	110-2	110-3	160-1	160-2	160-3
ak	1,33	3,37	1,61	1,33	1,07	3,58
bk	-1,54	-1,56	-1,54	-1,57	-1,51	-1,55
ck	1,70	4,10	1,84	1,79	1,22	3,92
dk	-1,28	-1,90	-1,50	-1,65	0,0059	-2,04
ek	4	4	4	4	4	4
fk	2,28	3,24	2,24	2,8	0,916	2,84
Kdec (N/mm ³)	58	54	55	72	67	61
f _h (N/mm ²)	39,4	38,7	39,1	34,5	37	37,2

Le couplage des expérimentations et de la modélisation est effectué pour les assemblages dont la géométrie est définie dans le tableau suivant.

Tableau 4- Géométrie des assemblages étudiés

	Bois-Bois		Bois-Métal			
	110	160	A'	A' 13d	B'	C'
t_1 (mm)	112	160	75	75	75	75
t_2 ou t_s (mm)	64	84	8	8	10	6
d (mm)	16	16	16	16	20	12
a_1 (mm)	112	112	112	208	140	84
a_2 (mm)	64	64	64	64	80	48
a_3 (mm)	112	112	112	208	140	84

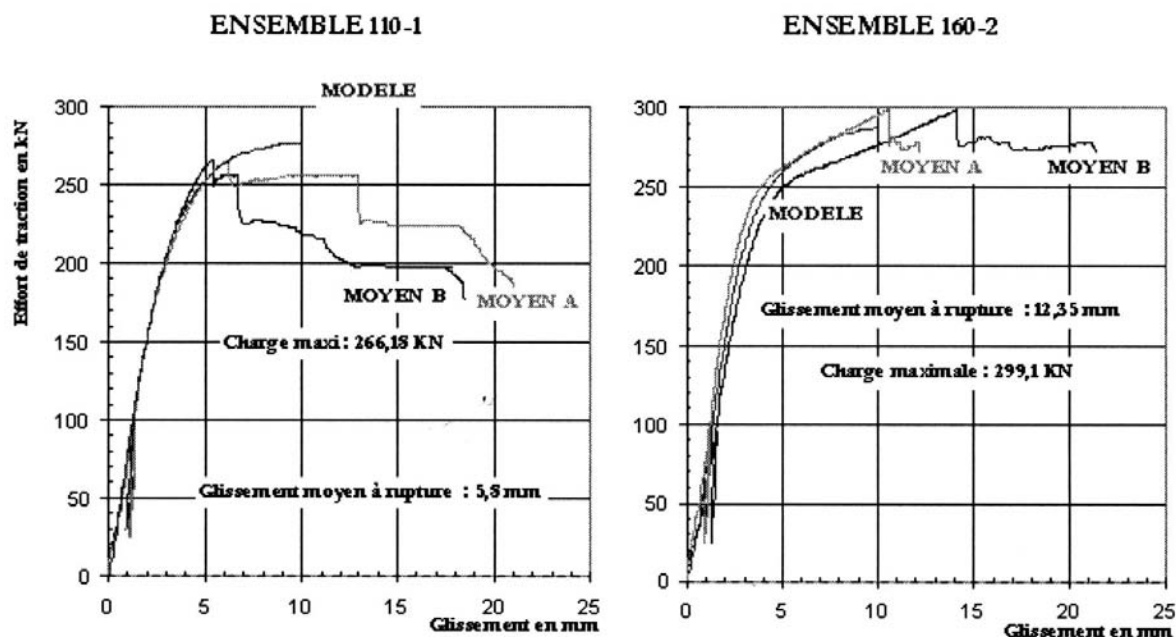
Les essais d'assemblages sont réalisés en traction longitudinale en suivant le protocole défini par la norme NF-EN 26891 pour permettre la détermination de la rigidité ainsi que la résistance de ces assemblages.

Les caractéristiques mécaniques recueillies sur chacun des ensembles d'assemblages testés servent de données d'entrée à une modélisation basée sur le principe généralisé de poutre élasto-plastique sur appuis discrets à comportement élasto-plastique. Cette approche permet de prévoir le comportement non linéaire des assemblages par organes multiples :

- évolution de la rigidité
- seuil de plastification de l'assemblage
- répartition des efforts par plan et par organe

La modélisation de l'assemblage de type 110 présente l'apparition d'un mode 2 de déformation des organes. La simulation conforte les observations expérimentales et les calculs en analyse limite effectués. La figure suivante présente des résultats de simulation pour différents assemblages bois-bois. Elle illustre le potentiel de l'approche retenue à décrire correctement le comportement des assemblages de structures bois en terme de raideur et de capacité plastique. Les écarts obtenus pour les assemblages bois-métal ont cependant mis en avant le besoin d'une meilleure modélisation de l'écrouissage des tiges et de l'élasto-plasticité des plaques métalliques.

Figure 10- Comparaison des comportements expérimentaux et des simulations²²



Les approches expérimentales réalisées pour l'étude au feu des assemblages bois ont permis de valider l'approche en élasticité non-linéaire pour le modèle de tiges multiples. Les simulations ont mis en évidence l'importance de l'identification de la loi d'enfoncement, établie sur des bases expérimentales. Dans l'approche développée, le modèle bois-micro en plasticité permet de l'établir à partir des lois de comportement du matériau bois. La confrontation de la modélisation avec l'expérience est satisfaisante puisque la plastification du premier organe est très bien prédite et celle de l'ensemble des organes reste satisfaisante. Dans le cas où il n'y a pas de rupture fragile dans le bois, la résistance prédite correspond à la valeur expérimentale. Dans le cas contraire, il est encore nécessaire de développer un critère énergétique dans le bois pour obtenir un double critère de ruine. Le couplage réseau de neurones / modèle mécanique devrait permettre de simuler des configurations expérimentales fictives pour uniformiser l'échantillon d'apprentissage du réseau et de séparer la base de données expérimentales en fonction des modes de rupture, permettant ainsi une modélisation régressive « plus mécanique ».

1.5. Conclusion

La base de données établie servira par la suite à alimenter le réseau de neurones développé sous Matlab. Cette base est assez conséquente mais elle révèle l'inconvénient de présenter des

« lacunes » de données sur certaines plages. L'approche du CUST et du LERMAB devrait permettre d'y remédier. Enfin, si on s'intéresse aux travaux des auteurs ayant travaillé sur ce type d'assemblage, on se rend compte que chacun a poursuivi de son côté sans proposer de réelles homogénéisation et convergence des différentes approches. Ces divergences de formulations, leurs limitations en terme de domaine d'application ainsi que les disparités observées dans les approches réglementaires constituent l'élément principal qui nous a conduit à utiliser une approche en marge de la Mécanique : celle des réseaux de neurones.

2. Approche réglementaire

2.1. Introduction

Dans l'approche réglementaire européenne suivante, les formules données tiennent compte des aspects géométriques et dimensionnels des configurations (espacements, nombre de boulons, nombre de files, épaisseurs des éléments assemblés, masse volumique des éléments bois, angle/fil du bois et mode de chargement) mais elles ne correspondent pas aux valeurs finales de dimensionnement proposées par la réglementation européenne. En effet, on fait ici abstraction de tous les facteurs modificatifs (k_{mod} et γ_m) prenant en compte la durée de chargement, les conditions environnementales (humidité relative, température) et les coefficients partiels de sécurité sur les propriétés des matériaux. Les valeurs prédites par l'Eurocode 5 sont donc des valeurs moyennes afin de pouvoir les comparer aux valeurs expérimentales. Les valeurs expérimentales de résistances des assemblages ont été établies dans les conditions standards de température et d'humidité relative : 20°C et 65% d'humidité relative.

2.2. Règlement européen (Eurocode 5)

Les équations de Johansen, constituant la base du dimensionnement suivant le règlement européen, furent modifiées par la suite et intégrées dans l'Eurocode 5 pour tenir compte des efforts axiaux engendrés dans la tige (du fait de la flexion de celle-ci pour les modes II et III) en ajoutant la composante $\frac{F_{ax,Rk}}{4}$ et en majorant les équations pour les modes II et III par les coefficients respectifs 1.05 et 1.15. Cependant, les modes de rupture fragiles tels que le fendage de rang, l'arrachement de groupe et le cisaillement d'une colonne de bois par exemple ne sont pas pris en compte dans cette approche.

La résistance d'un assemblage par organes multiples^{23, 24} est donnée par la relation suivante :

$$F_{v,ef,Rk} = m.n.F_{v,Rk} \text{ avec}$$

- $F_{v,ef,Rk}$ la capacité résistante effective de l'assemblage,
- m le nombre de files d'organes dans la direction de l'effort,
- n_{ef} le nombre effectif d'organes à prendre en compte dans une file parallèle au fil du bois,
- $F_{v,Rk}$ la capacité résistante par organe et par plan de cisaillement.

La valeur caractéristique de la capacité résistante d'un assemblage par organes multiples est en effet souvent inférieure à la somme des résistances individuelles (effets de groupe).

Pour une file de n organes parallèle au fil du bois, chargée parallèlement au fil, la résistance de l'assemblage dans cette direction doit donc être calculée en utilisant un nombre effectif

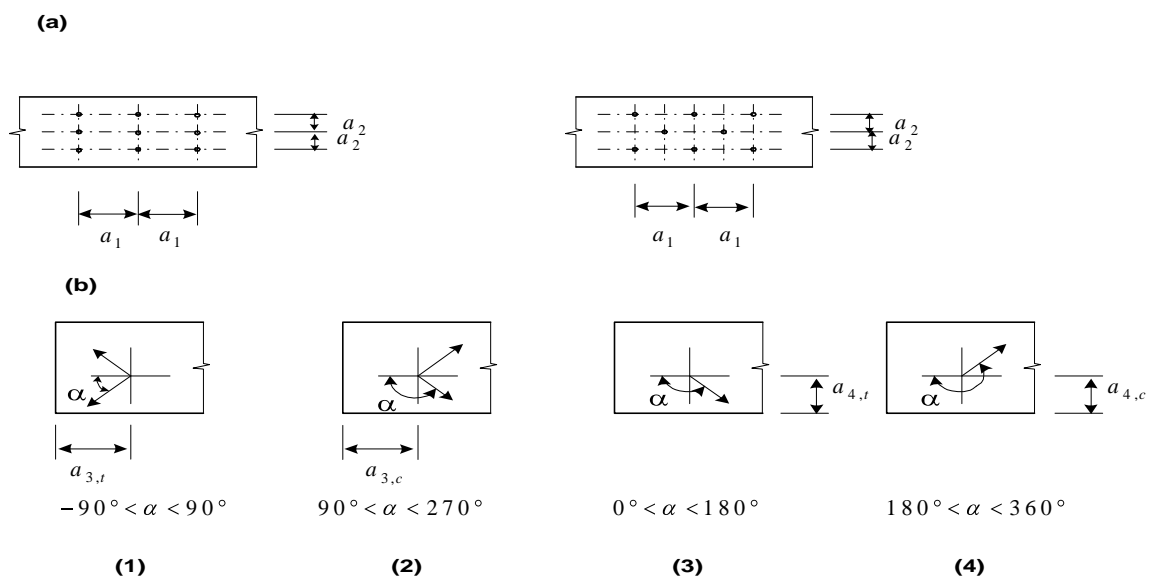
$$d'organes n_{ef} = \min \left\{ \begin{array}{l} n \\ n^{0.9} \sqrt[4]{\frac{a_1}{13d}} \end{array} \right. \text{ où } a_1 \text{ est l'espacement entre les organes dans la direction du}$$

fil du bois (mm) et d est le diamètre de l'organe (mm).

Pour des chargements perpendiculaires au fil du bois, $n_{ef} = n$ et pour des charges inclinées de 0° à 90° par rapport au fil du bois, une interpolation linéaire entre les deux valeurs précédentes doit être effectuée.

La plastification dans l'assemblage n'est possible que pour les modes de rupture décrits par Johansen. Le fendage au droit d'une rangée d'organes dans la phase élastique empêche la redistribution des efforts dans l'assemblage et le développement de la plasticité. Afin d'éviter ces ruptures de type fragile (arrachement de groupe, fendage de rangs), l'Eurocode 5 préconise donc d'adopter des espacements minimaux entre les organes qui diffèrent suivant le type d'organes du fait de la dimension des rondelles. On donne ci-dessous la définition de ces espacements ainsi que leurs valeurs minimales.

Figure 11- Espacements des organes et distances – définitions



(a) Espacements parallèles et perpendiculaires au fil (b) Distances aux bords et aux extrémités

(1) Extrémités chargées (2) Extrémités non chargées (3) Bords chargés (4) Bords non chargés

α est l'angle entre la force et la direction du fil du bois

Tableau 5- Espacements et distances minima pour les broches

Espacements et distances (voir figure précédente)	Angle	Distance minimale
a_1 (parallèle au fil)	$0^0 \leq \alpha \leq 360^0$	$(3 + 2 \cos \alpha) d$
a_2 (perpendiculaire au fil)	$0^0 \leq \alpha \leq 360^0$	$3 d$
$a_{3,t}$ (extrémité chargée)	$-90^0 \leq \alpha \leq 90^0$	$\max (7 d; 80 \text{ mm})$
$a_{3,c}$ (extrémité non chargée)	$90^0 \leq \alpha < 150^0$	$\max (a_{3,t}, \sin \alpha \cdot d; 3d)$
	$150^0 \leq \alpha < 210^0$	$3 d$
	$210^0 \leq \alpha \leq 270^0$	$\max (a_{3,t}, \sin \alpha \cdot d; 3d)$
$a_{4,t}$ (bord chargée)	$0^0 \leq \alpha \leq 180^0$	$\max [(2 + 2 \sin \alpha) d; 3d]$
$a_{4,c}$ (bord non chargé)	$180^0 \leq \alpha \leq 360^0$	$3 d$

Tableau 6- Espacements et distances minima pour les boulons

Espacements et distances (voir figure précédente)	Angle	Distance minimale
a_1 (parallèle au fil)	$0^0 \leq \alpha \leq 360^0$	$(4 + \cos \alpha) d$
a_2 (perpendiculaire au fil)	$0^0 \leq \alpha \leq 360^0$	$4 d$
$a_{3,t}$ (extrémité chargée)	$-90^0 \leq \alpha \leq 90^0$	$\max (7 d; 80 \text{ mm})$
$a_{3,c}$ (extrémité non chargée)	$90^0 \leq \alpha < 150^0$	$\max [(1 + 6 \sin \alpha) d; 4d]$
	$150^0 \leq \alpha < 210^0$	$4 d$
	$210^0 \leq \alpha \leq 270^0$	$\max [(1 + 6 \sin \alpha) d; 4d]$
$a_{4,t}$ (bord chargé)	$0^0 \leq \alpha \leq 180^0$	$\max [(2 + 2 \sin \alpha) d; 3d]$
$a_{4,c}$ (bord non chargé)	$180^0 \leq \alpha \leq 360^0$	$3 d$

Les équations de Johansen suivantes fournissent la valeur $F_{v,Rk}$ de résistance par organe et par plan de cisaillement, dans les assemblages bois sur bois en double cisaillement.

$$F_{v,Rk} = \min \begin{cases} f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d \\ 0.5 f_{h,2,k} \cdot t_2 \cdot d \\ 1.05 \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{2 + \mathbf{b}} \left[\sqrt{2 \mathbf{b}(1 + \mathbf{b}) + \frac{4 \mathbf{b}(2 + \mathbf{b}) M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_1^2}} - \mathbf{b} \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \\ 1.15 \sqrt{\frac{2 \mathbf{b}}{1 + \mathbf{b}}} \sqrt{2 M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \end{cases} \begin{matrix} Ia \\ Ib \\ II \\ III \end{matrix}$$

avec :

$$\mathbf{b} = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}}$$

t_i ($i=1,2$) l'épaisseur des éléments assemblés en mm.

La relation donnant la capacité minimale définit aussi le mode de rupture de l'assemblage. En double cisaillement, il ne faut pas oublier de multiplier ce $F_{v,Rk}$ par deux car il y a deux plans de cisaillement.

Le moment plastique d'un boulon ou d'une broche est donné par la relation :

$$M_{y,Rk} = 0.3 f_{u,k} \cdot d^{2.6} \text{ avec } f_{u,k} \text{ la résistance caractéristique en traction du boulon en N/mm}^2 \text{ et } d \text{ le diamètre du boulon en mm.}$$

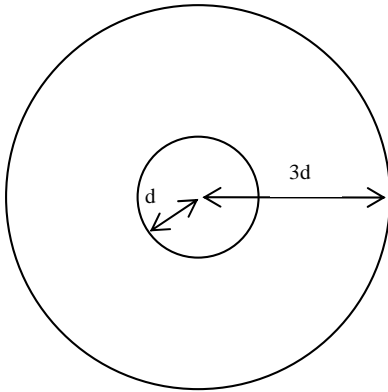
$\frac{F_{ax,Rk}}{4}$ représente la contribution de l'effet de corde (le fléchissement de la tige engendre dans celle-ci des efforts axiaux qui résultent du frottement entre le bois et la tige et sont amplifiés par les blocages des boulons par les rondelles). La contribution de $F_{ax,Rk}$ à la résistance de l'assemblage est limitée aux pourcentages suivants de la partie Johansen (partie sans $F_{ax,Rk}$ dans les quatre équations donnant $F_{v,Rk}$) :

$$\begin{matrix} \blacksquare \end{matrix} \begin{cases} 25\% \text{ pour les boulons} \\ 0\% \text{ pour les broches} \end{cases}$$

$F_{ax,Rk}$ est égal au minimum des résistances en traction du boulon et sous la rondelle. La résistance sous la rondelle doit être calculée en utilisant une contrainte de compression sur la

$$\text{surface de contact égale à } 3f_{c,90,k} \text{ où } f_{c,90,k} = \begin{cases} 0.007 \cdot r_k \text{ (résineux)} \\ 0.015 \cdot r_k \text{ (feuillus)} \end{cases}$$

La surface à prendre en compte pour la résistance en traction du boulon est de $\pi \frac{d^2}{4}$ et pour la résistance sous la rondelle, il faut considérer une surface, sur laquelle s'applique $3f_{c,90,k}$, égale à $8\pi \frac{d^2}{4}$.



La surface de la rondelle en contact avec le bois est en effet : $\frac{\pi \cdot (3d)^2}{4} - \frac{\pi \cdot (d)^2}{4} = 8\pi \frac{d^2}{4}$.

La résistance en portance locale du bois, pour un angle de chargement α par rapport au fil du

bois est ainsi : $f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$ (formule d'Hankinson) avec

$$f_{h,0,k} = 0.082 \cdot (1 - 0.01d) \cdot \rho_k \text{ où } d \text{ est en mm et } \rho_k \text{ en kg/m}^3.$$

$f_{h,0,k}$ est la résistance en portance locale du bois pour un chargement parallèle au fil du bois (N/mm²)

$$k_{90} = \begin{cases} 1.35 + 0.015d & (\text{résineux}) \\ 0.90 + 0.015d & (\text{feuillus}) \end{cases} \text{ où } d \text{ est en mm.}$$

La figure suivante présente une courbe type du comportement en compression localisée sous la tige. La résistance en portance locale est alors définie par le rapport de l'effort maximal ou de l'effort pour une limite d'enfoncement donnée, à la surface projetée de la tige, soit :

$$f_h = \frac{F_{\max}}{d \cdot t} \text{ où } t \text{ est l'épaisseur de l'éprouvette et } d \text{ le diamètre de la tige.}$$

Figure 12- Courbe type du comportement en portance locale sous une tige

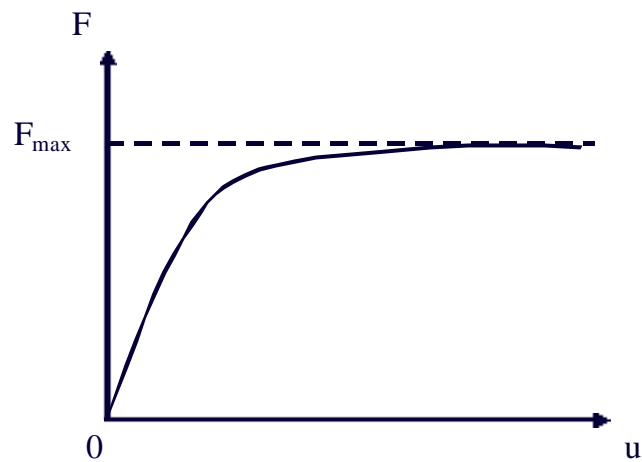
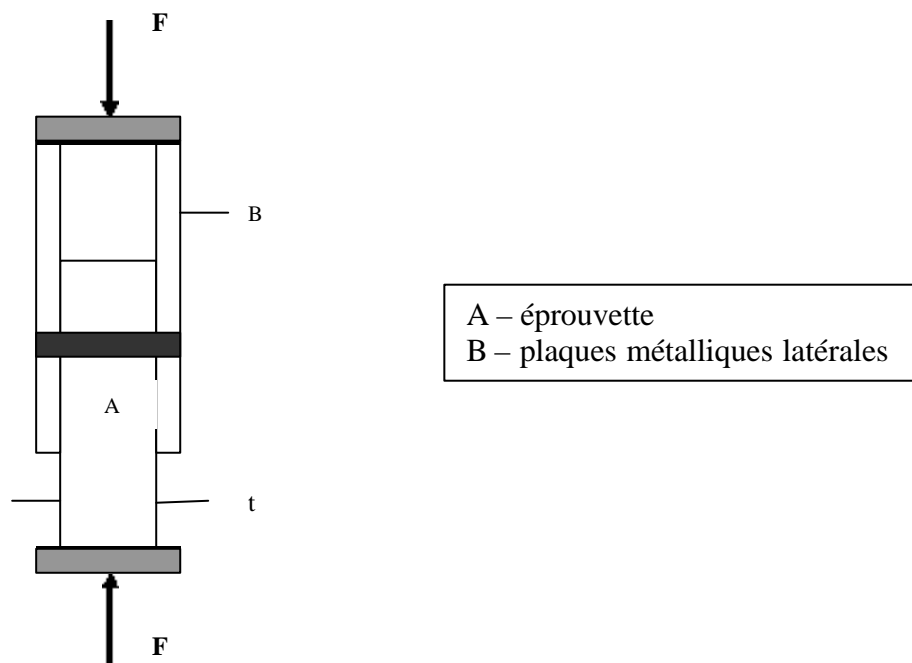
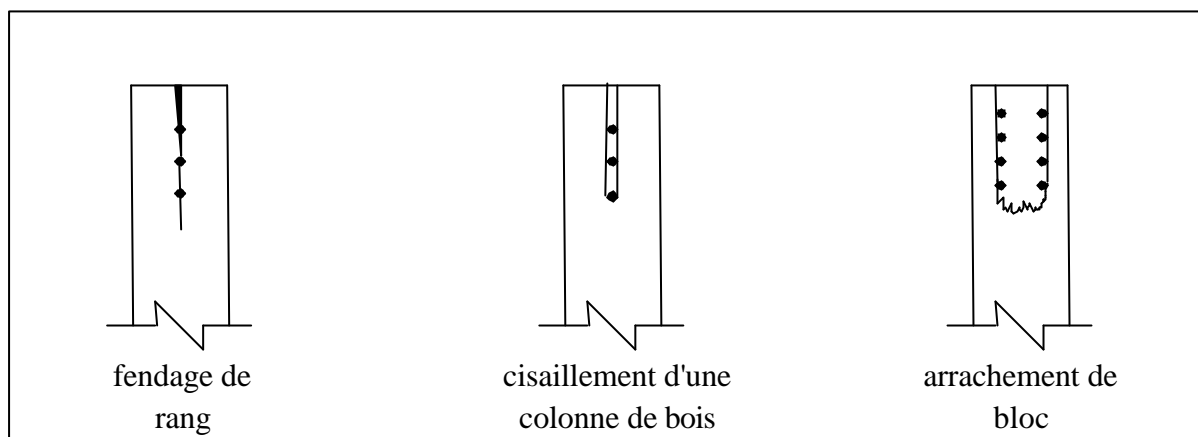


Figure 13- Configuration type de l'essai d'enfoncement



L'enfoncement u correspond au déplacement relatif entre la tige et le bois, c'est-à-dire le déplacement de BB par rapport à A.

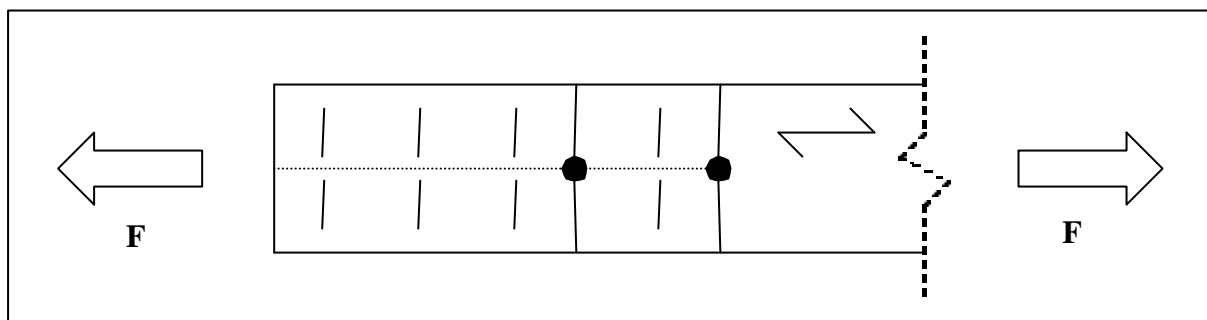
Figure 14- Quelques modes de rupture fragile



Les méthodes d'analyse plastique sont en effet valides pour décrire la capacité de charge de l'assemblage à la seule condition que ces modes de rupture fragile soient évités. Les déformations dans l'assemblage doivent être suffisamment grandes pour que le boulon puisse atteindre son moment plastique. Dans tous les autres cas, la charge de rupture sera plus faible que celle calculée dans l'Eurocode 5. Dans cet Eurocode, aucune indication n'est donnée sur les conditions de ductilité : il suppose simplement qu'un minimum de dispositions réglementaires soit satisfait pour éviter la rupture fragile. Cependant, des tests sur des assemblages par organes multiples ont montré des ruptures fragiles même si ces dispositions réglementaires sont respectées. Le bois se comporte de manière extrêmement fragile notamment lorsqu'il est sollicité en traction. La section nette est prise en compte en déduisant les surfaces des trous de réservation. Ces éléments créent des concentrations de contraintes (fragilisation locale du bois) qui ne peuvent être réduites par des déformations plastiques à cause de la rupture fragile du bois en traction. Si l'assemblage lui-même a une résistance supérieure à celle du bois dans la zone d'assemblage, une rupture par traction sans déformations survient dans la section réduite du bois. Quand les boulons sont contraints à atteindre leur moment plastique (éclatement important), la capacité maximale de charge de l'assemblage est atteinte. Pour cela de larges déformations élastiques et plastiques des boulons, en flexion, sont nécessaires. Le fendage du bois parallèlement au fil dans une ligne de boulons est un mode possible de rupture du bois dans l'assemblage car l'assemblage rompt avant d'atteindre ces grandes déformations. La cause du fendage est l'effet d'éclatement des boulons. Si les organes sont encastrés dans le bois comme dans le cas des assemblages boulonnés, le bois en face du boulon n'est pas seulement comprimé mais aussi latéralement repoussé²⁵. Si plusieurs boulons sont arrangés dans une file parallèle au fil du bois, un plan de

rupture par traction perpendiculaire au fil se développe. La rupture s'initie alors et traverse tout le plan. Le risque d'éclatement dans un assemblage avec plusieurs organes en ligne est beaucoup plus grand que dans un assemblage avec un seul organe²⁵. C'est pourquoi la capacité de charge d'un assemblage qui rompt par fendage est plus petite que la somme des capacités de charges individuelles des organes.

Figure 15- Mode de fissuration par fendage



2.3. Règlement canadien (CSA 086.1-94)

Les équations de dimensionnement pour les assemblages bois boulonnés sont basées sur les travaux de Johansen, ultérieurement modifiées par Larsen. Ces équations du modèle EYM (European Yield Model ou Théorie de l'Analyse Limite) furent introduites dans le règlement canadien dans l'édition de 1989. Elles furent utilisées en conjonction avec un facteur de modification J_G , basé sur les travaux de Cramer et Lantos, qui prend en compte la distribution inégale de charge dans une file de boulons, l'effet des distances aux rives et le nombre de files de boulons. Cependant, la version actuelle²⁶ du règlement a modifié ce facteur J_G d'après les travaux de Yasumura et Massé selon la formule :

$$J_G = 0.33.(t_1/d)^{0.5} .(a_1/d)^{0.2} .n^{-0.3}$$

où a_1 est l'espacement des boulons dans un rang et n est le nombre de boulons dans ce rang.

Si $n=1$, $J_G=1$ et $J_G \leq 1$ sinon.

Les résistances au cisaillement des assemblages sont données par les formules suivantes :

- $P_r = p_u n_s n_F J_F$ pour un chargement parallèle au fil du bois,
- $Q_r = q_u n_s n_F J_R$ pour un chargement perpendiculaire au fil du bois,

avec :

- n_F = nombre total de boulons,
- n_s = nombre de plans de cisaillement,
- $J_F = J_G J_L J_R$,
- $J_L = \begin{cases} 0.75 \\ 1 \end{cases}$ si $a_3 = \begin{cases} 7d \\ 10d \end{cases}$
- $J_R = \begin{cases} 1 \\ 0.8 \\ 0.6 \end{cases}$ si le nombre de rangs est = $\begin{cases} 1 \\ 2 \\ 3 \end{cases}$ (et deux organes ou plus par rangs).
- $J_R = 1$ si $n = 1$.

Les valeurs de p_u et q_u (en N par plan de cisaillement) sont déterminées par le minimum des équations suivantes :

$$p_u \text{ et } q_u = \min \begin{cases} F_1 d^2 \frac{t_1}{d} \\ F_1 d^2 \frac{1}{2} \frac{f_2}{f_1} \frac{t_2}{d} \\ F_1 d^2 \left(\sqrt{\frac{1}{6} \frac{f_2}{(f_1 + f_2)} \frac{f_y}{f_1}} + \frac{t_1}{5d} \right) \\ F_1 d^2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{f_2}{(f_1 + f_2)} \frac{f_y}{f_1}} \end{cases} \text{ pour les assemblages en double cisaillement}$$

avec : - $F_1 = 0.8f_i$

- $f_y = 310$ MPa pour les boulons ASTM A307

- $f_i = 63G (1 - 0.01d)$ pour les assemblages parallèles au fil ($i=1,2$; d en mm)

- $f_i = 27.4G (1 - 0.01d)$ pour les assemblages perpendiculaires au fil ($i=1,2$)

- G = densité relative moyenne

où f_i désigne la résistance en portance locale des éléments latéraux et f_j celle de l'élément médian.

Tableau 7- Espacements minimaux définis par le règlement canadien

	Espacement des boulons a ₁ (mm)	Espacement des rangs a ₂ (mm)	Distance aux abouts a ₃ (mm)	Distance aux rives a ₄ (mm)
Chargement parallèle au fil	4d	2d	Min (7d, 50)	Min (1.5d, a ₂ /2)
Chargement perpendiculaire au fil	3d	2.5d si λ=2 5d si λ=5	Min (4d, 50)	4d pour la rive chargée 1.5d pour la rive déchargée

Note : λ = t/d est l'élançement du boulon.

2.4. Règlement américain (LRFD 91)

La résistance d'un assemblage à trois membres en double cisaillement est définie par²⁷ :

$$Z' = Z.Ccg.Ccc$$

où Z est le minimum donné par les 4 équations suivantes multiplié par le nombre total n de boulons dans l'assemblage :

$$Z = n \times \min \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{0.83}{c} \right) dt_2 F_{e2} \\ \left(\frac{1.66}{c} \right) dt_1 F_{e1} \\ \left(\frac{2.08}{c} \right) \frac{dt_1 F_{e2} k_2}{(2+b)} \\ \left(\frac{2.08}{c} \right) d^2 \left[\frac{2F_{e2} F_y}{3(1+b)} \right]^{0.5} \end{array} \right.$$

Avec : -b = F_{e2}/F_{e1}.

-c = 1+0.25 (θ / 90) où θ est l'angle de chargement/fil du bois

$$-k_2 = (-1) + \left[\frac{2(1+b)}{b} + \frac{2F_y(2+b)d^2}{3F_{e2}t_1^2} \right]^{0.5}, F_y = 45 \text{ ksi (limite d'élasticité des boulons).}$$

-F_e = 11200.SG pour un chargement parallèle au fil du bois (psi).

-F_e = 6100(SG)^{1.45}. (d)^{-0.5} pour un chargement perpendiculaire au fil du bois (SG est la densité sèche et d est le diamètre du boulon en inch).

$$-C_{cc} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_r} a_i \quad \text{où } n \text{ est le nombre total d'organes dans l'assemblage et } n_r \text{ le nombre de}$$

rangs.

$$-a_i = \frac{1+j}{1-m} \left(\frac{m(1-m^{2n_i})}{(1+jm^{n_i})(1+m)-1+m^{2n_i}} \right) \quad \text{et } 1 \leq a_i \leq n_i \quad \text{avec } n_i = \text{nombre d'organes}$$

équitablement espacés dans le rang i.

$$-j = \frac{EA_{\min}}{EA_{\max}} \quad \text{avec } EA_{\min} = \min(EA_{\text{médian}}, EA_{\text{lat.}}), \quad EA_{\max} = \max(EA_{\text{médian}}, EA_{\text{lat.}}).$$

La rigidité axiale à considérer est $\frac{EA}{20}$ (E est en psi et A en sq.in) si le chargement est

perpendiculaire au fil du bois.

$$-k = \left(\frac{1}{EA_{\text{médian}}} + \frac{1}{EA_{\text{lat.}}} \right) \times \gamma \times \frac{a_1}{2}.$$

$$-m = 1+k - \sqrt{(1+k)^2 - 1}.$$

$$-\gamma = \begin{cases} 220 \\ 330 \end{cases} \quad \text{kip/in si les éléments latéraux sont en } \begin{cases} \text{bois} \\ \text{métal} \end{cases}.$$

C_{cg} est le produit du facteur prescrit pour la longueur de pénétration dans le bois par le minimum de celui prescrit pour la distance aux abouts (a_3) et de celui pour l'espacement des boulons dans un rang (a_1) :

$$-C_{cg} = \begin{cases} \frac{a_3}{a_{3,t}} & \text{si } \begin{cases} \frac{a_{3,t}}{2} \leq a_3 \leq a_{3,t} \\ \text{sinon} \end{cases} : \text{facteur modificatif pour la distance aux abouts} \\ 1 & \end{cases}$$

$$-C_{cg} = \frac{a_1}{4d} \quad \text{si } a_1 \leq 4d \text{ avec } 3d \leq a_1 \leq 5 \text{ inches} : \text{facteur modificatif pour l'espacement}$$

des boulons a_1 sinon $C_{cg} = 1$.

$$-C_{cg} = \begin{cases} \frac{l_p}{8d} & \text{si } \begin{cases} 4d < l_p < 8d \\ l_p \geq 8d \end{cases} : \text{facteur modificatif pour la longueur de pénétration.} \\ 1 & \end{cases}$$

Dans le tableau en page suivante, on reporte les espacements minimaux recommandés par la réglementation américaine.

Tableau 8- Espacements minimaux définis par le règlement américain

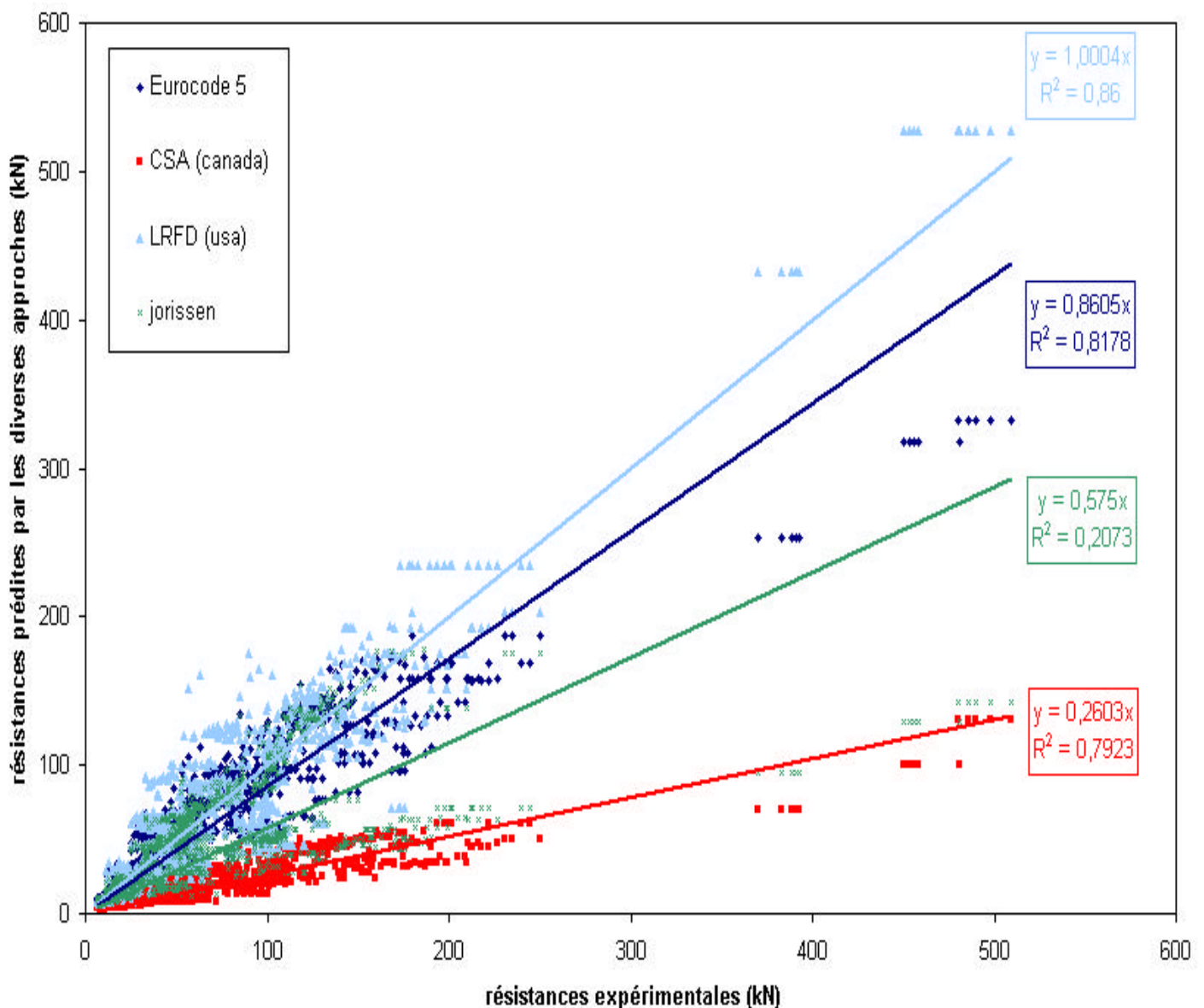
	a₁	a₂	a_{3,t}	a₄
chargement parallèle au fil	4d < 5 inch	1.5d < 5 inch	7d en traction 4d en compression	1.5d si $t_2/d \leq 6$ sinon $\max(1.5d, a_2/2)$
chargement perpendiculaire au fil	2.5d < 5 inch si $t_2/d \leq 2$ 5d < 5 inch si $t_2/d \geq 6$ (interpolation pour valeurs intermédiaires)	–	4d	4d pour rive chargée 1.5d pour rive déchargée

2.5. Comparaison des différentes approches

Les approches réglementaires des différents pays (USA, Canada, Europe) sont donc assez en accord avec la formulation de la "Théorie de l'Analyse Limite" pour un seul boulon dans l'assemblage mais diffèrent lorsque le nombre de boulons croît. En effet, la résistance d'un assemblage par organe multiple est inférieure à celle d'un assemblage mono boulonné multipliée par le nombre d'organes dans l'assemblage. Ainsi, il est courant de considérer un nombre effectif de tiges dans la détermination de la résistance d'assemblage. Ces règles montrent une divergence en ce qui concerne ce nombre effectif d'organes à prendre en compte. Le manque de fiabilité, dû à des effets de groupe (les mécanismes impliqués ne sont pas toujours les mêmes pour des assemblages mono boulonnés que pour des assemblages par organes multiples), nécessite plus d'investigations pour prédire, de manière sécuritaire, la résistance de ces assemblages. De plus, même si "l'Analyse Limite" est un point de départ commun, les coefficients et formules utilisés ne sont pas les mêmes pour chaque pays : les limites de validité (restrictions de dimensions) ne sont pas identiques et les formulations divergent. Une comparaison des valeurs de prédictions des différentes approches sur notre base de données est reportée ci-après. Dans cette approche réglementaire, rappelons que les formules données tiennent compte des aspects géométriques et dimensionnels des configurations (espacements, nombre de boulons, nombre de files, épaisseurs des éléments assemblés, masse volumique des éléments bois, angle/fil du bois et mode de chargement)

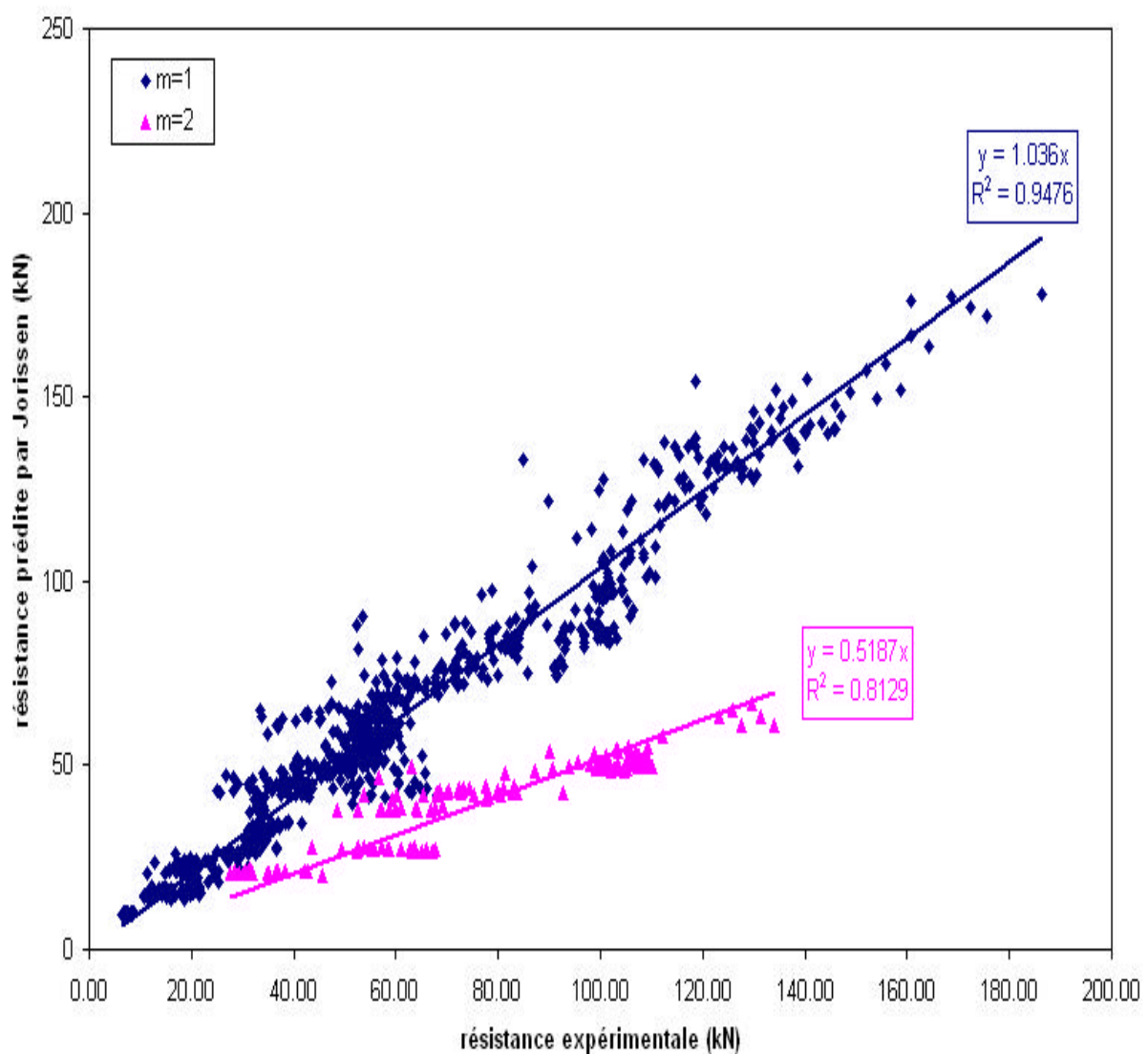
mais elles ne correspondent pas aux valeurs finales de dimensionnement proposées par les différentes réglementations. En effet, nous faisons ici abstraction de tous les facteurs modificatifs prenant en compte la durée de chargement, les conditions environnementales (humidité relative, température) et les coefficients partiels de sécurité sur les propriétés des matériaux. De plus, les restrictions sur les espacements ne sont pas forcément respectées (nous étendons l'application des règlements à toutes les configurations) selon les différentes approches car nous voulons réaliser une comparaison la plus générale possible. Enfin, les valeurs expérimentales de résistances des assemblages ont été établies dans les conditions standards de température et d'humidité relative : 20°C et 65% d'humidité relative.

Figure 16- Comparaison de prédictions de résistances d'assemblages



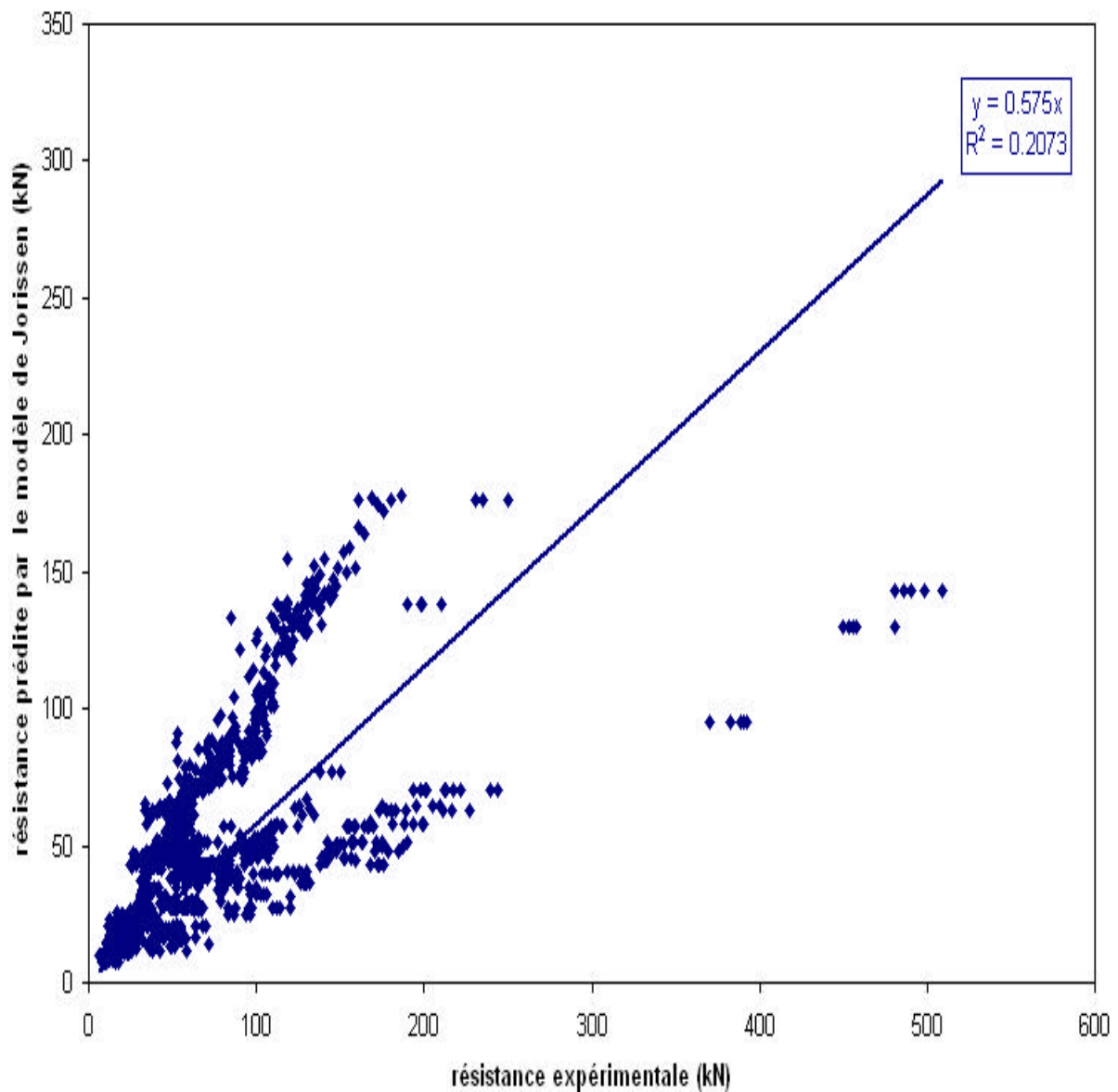
Le règlement canadien apparaît ici comme étant très sécuritaire car les formules de dimensionnement sont calées sur les fractiles à 5% et non sur les valeurs moyennes (le passage des unes aux autres n'étant pas trivial d'après l'interrogation des auteurs concernés). Si on regarde le modèle de Jorissen, on constate qu'il colle bien aux résistances expérimentales sur ses données pour une seule file de boulons. Il semble insuffisant de passer de la résistance prédite par son modèle, pour une file de boulons dans l'assemblage, à la résistance prédite pour deux files de boulons en multipliant cette résistance par un facteur correctif égal à 0.9. On voit bien que les points pour $m = 2$ tirent la corrélation entre résistance expérimentale et résistance prédite par son modèle vers le bas : il apparaît deux tendances distinctes sur le graphe suivant.

Figure 17- Prédiction de résistances par Jorissen sur ses données



Le calage de son modèle a été effectué en faisant abstraction des configurations où $m=2$. Il a ensuite étendu ce modèle à deux files de boulons en introduisant ce facteur correctif égal à 0.9. Mais cette approche semble insuffisante. Cela devient encore plus évident lorsque l'on applique cette formulation à toutes les données recueillies et non uniquement aux siennes : il apparaît bien deux tendances distinctes (deux nuages de points sur la figure ci-après) et l'équation de corrélation entre résistance expérimentale et résistance prédite par le modèle de Jorissen passe au milieu de ces deux nuages de points (tendance moyenne tirée vers le bas).

Figure 18- Prédiction de résistances par Jorissen sur l'ensemble de la base de données



2.6. Conclusion

Ces problèmes de divergence entre les approches réglementaires et les travaux des différents auteurs nous ont conduit à utiliser une méthode purement mathématique et statistique, totalement « déconnectée » de la mécanique, pour prédire la résistance des assemblages étudiés : l'approche des réseaux de neurones, développée sous un logiciel performant (Matlab®)²⁸. De plus, nous verrons, par la suite, que ces réseaux neuronaux présente une propriété intéressante : leur parcimonie. Si on veut obtenir une approximation, avec une précision donnée, les réseaux de neurones utilisent moins de paramètres ajustables que les approximateurs usuels (par exemple les polynômes).

3. Les réseaux de neurones

3.1. Introduction

Dans les années quarante, une vague de chercheurs s'est intéressée à modéliser simplement le cerveau humain à partir de ses éléments essentiels, les neurones et les synapses. Les modèles de neurones et de structures de réseaux qui sont nés de ces recherches sont d'une simplicité extrême mais leur but n'était pas d'essayer de représenter fidèlement le modèle biologique (ce qui semble impossible). Il consiste plutôt à prendre en compte les caractéristiques principales les plus simplifiées possibles du modèle biologique et à observer les propriétés qui résultent de leur association. De même que dans le cas du cerveau, ces réseaux utilisent le principe de la mémoire distribuée stockant les informations dans l'ensemble des neurones et synapses. A partir d'éléments bâtis sur une biologie simplifiée à l'extrême, est-il possible pour ces réseaux de neurones formels d'apprendre à compter, de reconnaître un objet ou encore de résoudre un problème jamais étudié auparavant ?

3.2. Les premiers modèles

Le premier passage entre les observations neurophysiologiques et anatomiques et la notion de neurone formel date de 1943 et a été présenté par McCulloch et Pitts. Ils ont proposé le modèle suivant : « un neurone formel fait une somme pondérée des potentiels d'actions qui lui parviennent (chacun de ces potentiels est une valeur numérique qui représente l'état du neurone qui l'a émis), puis s'active suivant la valeur de cette sommation pondérée. Si cette somme dépasse un certain seuil, le neurone est activé et transmet une réponse (sous forme d'un potentiel d'action) dont la valeur est celle de son activation. Si le neurone n'est pas activé, il ne transmet rien ». Par cette définition, le neurone biologique est transformé en une fonction (dite de transfert), les synapses reliant les neurones sont représentés par des poids (réels pondérant les entrées de la fonction) et les signaux électriques (ou potentiels d'action) deviennent des nombres. La notion d'apprentissage est quant à elle reliée à l'évolution des poids du réseau.

3.2.1. Une cellule de base : un neurone formel

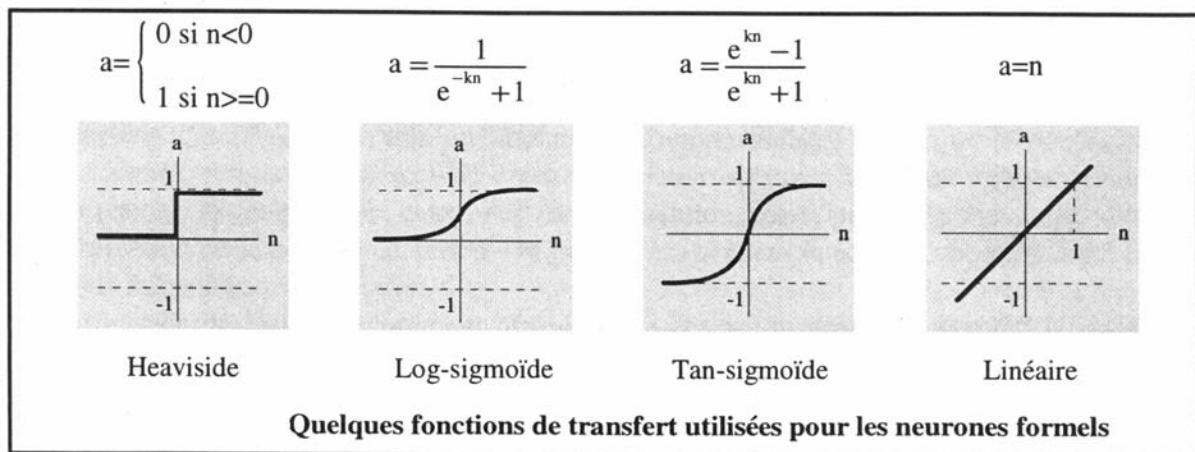
Quelques modifications ont permis d'aboutir au neurone formel actuel qui peut être défini par les trois éléments suivants²⁹ :

-la nature de ses entrées p pouvant être des nombres binaires, entiers ou réels. p sera sous forme de réel, de vecteur ou de matrice dans le cas où l'apprentissage se fait sur plusieurs vecteurs d'entrées.

-l'entrée totale du neurone n est définie par : $n = g(w,p,b)$. w représente les poids qui pondèrent les entrées p , et b est un paramètre du neurone appelé biais qui pondère une entrée égale à 1. En ne considérant qu'un seul vecteur d'entrées p , l'entrée totale est : $n = \underline{w} \cdot \underline{p} + b$

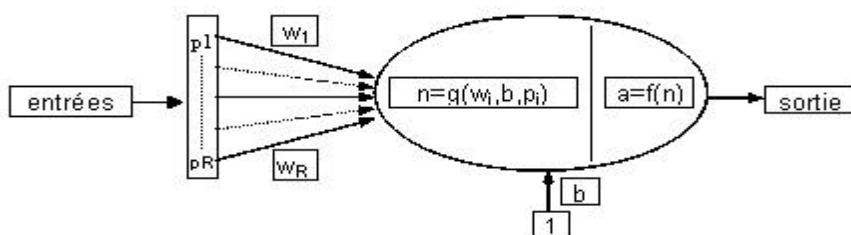
-la fonction de transfert f du neurone définit l'activation a du neurone en fonction de l'entrée totale n , soit : $a = f(n)$. Les principales fonctions de transfert utilisées sont : heaviside, log-sigmoïde, tan-sigmoïde, linéaire...

Figure 19- Quelques fonctions de transfert utilisées par les neurones formels



La fonction de Heaviside est la plus proche du fonctionnement d'un neurone biologique : c'est la loi du tout ou rien ; si l'excitation dépasse le seuil, le neurone envoie une décharge dans l'axone, sinon il reste inactif. On l'utilise rarement pour des problèmes concrets en lui préférant des fonctions dérivables telles que les fonctions sigmoïdes ou linéaires.

Figure 20- Un neurone formel



3.2.2. Le processus d'apprentissage

L'étape suivante consiste à connecter plusieurs de ces cellules élémentaires afin de réaliser un réseau. La structure des connexions reliant les neurones biologiques étant trop complexe, les réseaux de neurones formels utilisent des structures simplifiées. Ils sont utilisés principalement pour résoudre des problèmes concernant la modélisation ou le contrôle de procédés. L'architecture peut aller d'une connectivité totale (tous les neurones sont reliés les uns aux autres) à une connectivité locale où les neurones ne sont reliés qu'à leurs plus proches voisins (les réseaux à couches en sont un exemple). Les réseaux entièrement connectés (ou récurrents) commencent leur recherche avec un état imposé (stimulus). Ensuite, le réseau évolue avec sa dynamique propre et, éventuellement, se stabilise dans une configuration stable (attracteur de la dynamique) : c'est la réponse du réseau. Ce type de réseau permet d'étudier des notions très intéressantes de mémoires associatives et d'adaptation mais celles-ci ne rentreront pas dans le cadre de cette étude. Les réseaux à couche sont utilisés principalement pour résoudre des problèmes concernant la modélisation ou le contrôle des procédés. C'est donc à ce type de structure que nous nous intéresserons.

Afin de prendre en compte le rôle primordial des synapses dans le processus d'apprentissage, les connexions sont affectées d'un poids qui pondère le signal transmis. Le calage de ces poids et biais permet de construire le modèle voulu en fonction des informations données au réseau. Il est donc nécessaire de trouver un mécanisme permettant de calculer ces coefficients à partir de données accessibles. C'est le principe de l'apprentissage. Pour un RN, apprendre consiste à calculer les coefficients synaptiques w et les biais b du réseau à partir d'exemples connus du problème à résoudre. On présente au réseau des entrées et on lui demande de modifier sa pondération de telle sorte que l'on retrouve la sortie correspondante. L'algorithme consiste dans un premier temps à propager vers l'avant les entrées jusqu'à obtenir une entrée calculée par le réseau. Dans un second temps, il compare la sortie calculée à la sortie réelle connue. On modifie alors les poids de telle sorte qu'à la prochaine itération, l'erreur commise entre la sortie calculée et connue soit minimisée. On rétro propage alors l'erreur commise vers l'arrière jusqu'à la couche d'entrée tout en modifiant la pondération. On répète ce processus sur tous les exemples jusqu'à ce que l'on obtienne une erreur de sortie considérée comme négligeable.

Une fois cette étape effectuée, les poids et biais du réseau sont fixés et l'on peut alors présenter au réseau un nouvel échantillon de valeurs d'entrées pour effectuer la vérification de l'aptitude à la généralisation du réseau. La capacité de généralisation d'un RN est sa capacité à

donner une réponse satisfaisante à une entrée qui ne fait pas partie des exemples à partir desquels il a appris.

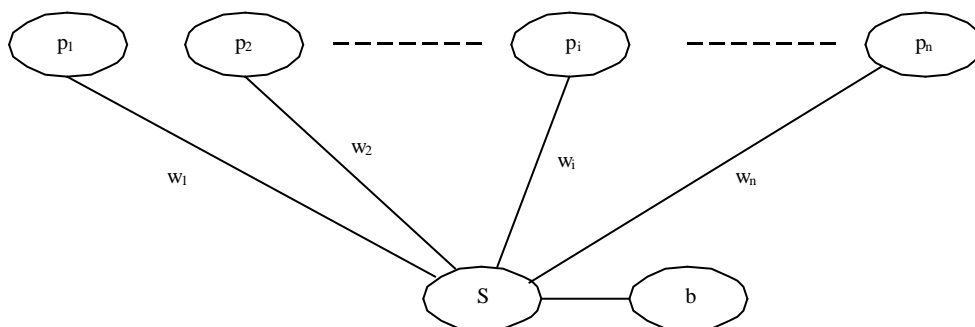
3.2.3. Le perceptron

Le perceptron³⁰ est un modèle de réseau de neurones avec algorithme d'apprentissage créé par Frank Rosenblatt en 1958. La version ci-dessous est simplifiée par rapport à l'originale. Un perceptron linéaire à seuil prend en entrée n valeurs p_1, \dots, p_n et calcule une sortie S . Un perceptron est défini par la donnée de $n+1$ constantes : les coefficients synaptiques w_1, \dots, w_n et le seuil (ou le biais) b .

La sortie S est calculée par la formule :

$$S = \begin{cases} 1 & \text{si } \left\{ \sum_i w_i p_i \right\} > b \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Figure 21- Le perceptron



La quantité $\sum_i w_i p_i$ est le potentiel post-synaptique (entrée totale). La fonction d'activation f utilisée pour calculer la sortie est appelée fonction de Heaviside :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ \text{Sinon} \end{array} \right. \end{cases}$$

L'ensemble des variables d'entrée est parfois appelé *rétiline*. On trouve fréquemment une variante de ce modèle de base dans laquelle la sortie prend les valeurs -1 et 1 au lieu de 0 et 1 : il suffit d'utiliser la fonction $g(x) = 2f(x) - 1$ à la place de f .

Un perceptron permet ainsi de calculer le "OU logique". Il suffit en effet de prendre $w_1=1$, $w_2=1$ et $b=0$. Un perceptron est donc une fonction de \mathbb{R}^n (ou $\{0,1\}^n$) dans $\{0,1\}$. On voit que quelques uns des traits principaux des neurones réels ont été retenus dans la définition du perceptron : les entrées modélisent les dendrites, les impulsions en entrée sont pondérées par

les coefficients synaptiques et l'impulsion émise, c'est-à-dire la sortie, obéit à un effet de seuil (pas d'impulsion si l'entrée totale est trop faible). Si l'on veut faire le lien avec ce qui précède, on peut voir les neurones d'entrées comme décrivant un espace de description (attributs binaires ou réels) et le perceptron comme une procédure de classification binaire (c'est-à-dire en deux classes) sur cet espace. Il est souvent pratique de traiter le seuil b comme un poids synaptique particulier. Il faut pour cela supposer qu'il existe une $n+1$ -ème entrée toujours égale à 1 et reliée au neurone par le poids $-b$. La définition est alors équivalente à :

$$S = \begin{cases} 1 & \text{si } \left\{ \sum_i w_i p_i + 1 \cdot (-b) \right\} > 0 \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Un perceptron à n entrées divise l'espace des entrées \mathbb{R}^n en deux sous-espaces délimités par un hyperplan. Réciproquement, tout sous-ensemble linéairement séparable peut être discriminé par un perceptron. Il suffit pour s'en convaincre de se rappeler que l'équation d'un hyperplan dans un espace de dimension n est de la forme :

$$\mathbf{a}_1 x_1 + \dots + \mathbf{a}_n x_n = \mathbf{b}$$

Un perceptron est donc un discriminant linéaire. On montre facilement qu'un échantillon de \mathbb{R}^n est séparable par un hyperplan si et seulement si l'échantillon de \mathbb{R}^{n+1} obtenu en rajoutant une entrée toujours égale à 1 est séparable par un hyperplan passant par l'origine.

Si l'on rajoute une entrée égale à 1, l'hyperplan séparateur peut passer par l'origine. On peut alors se demander si toute fonction booléenne peut être calculée par un perceptron. D'après ce qui précède, la réponse est évidemment négative. Le contre-exemple le plus simple est le "OU exclusif" (XOR) sur deux variables. Soit (w_1, w_2, b) un perceptron calculant le XOR. On devrait avoir :

- $-b \leq 0$
- $w_1 - b > 0$
- $w_2 - b > 0$
- $w_1 + w_2 - b \leq 0$

Il suffit d'additionner la première équation et la quatrième d'une part, la seconde et la troisième d'autre part pour se rendre compte que l'hypothèse est absurde.

Le problème de l'apprentissage peut se poser de la manière suivante. Soient S_0 et S_1 deux sous-ensembles de \mathbb{R}^n : trouver un perceptron qui permette de les discriminer totalement si c'est possible ou au mieux sinon. L'algorithme d'apprentissage peut être décrit succinctement

de la manière suivante. On initialise les poids du perceptron à des valeurs quelconques. A chaque fois que l'on présente un nouvel exemple, on ajuste les poids selon que le perceptron l'a correctement classé ou non. L'algorithme s'arrête lorsque tous les exemples ont été présentés sans modification d'aucun poids. Plus formellement, on utilisera un paramètre t (le temps) qui permettra de repérer les étapes successives de l'apprentissage. Si T est la sortie attendue du perceptron et S la sortie calculée, alors on modifie les poids selon la règle suivante :

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \Delta w_i(t) = w_i(t) + (T - S)p_i$$

La procédure d'apprentissage du perceptron est une procédure de correction d'erreur puisque les poids ne sont ajustés que si la sortie attendue diffère de la sortie calculée.

3.2.4. L'Adaline et l'algorithme de Widrow-Hoff

La méthode des moindres carrés, bien connue des statisticiens, a été appliquée aux réseaux neuronaux par Widrow et Hoff en 1960. On reprend le modèle classique du perceptron, mais en supposant cette fois que le seuil et les coefficients synaptiques sont réels et que la sortie du perceptron n'est pas corrigée par une fonction à seuil, c'est à dire que²⁹ :

$$S = \sum_i w_i p_i - b$$

Ce nouveau dispositif a été baptisé ADALINE pour *ADAPtative LINear Element*. Si S est l'échantillon d'apprentissage, on définit l'erreur pour un exemple s de S par :

$$E(s) = \frac{1}{2}(T_s - S_s)^2 \text{ où } T_s \text{ (respectivement } S_s) \text{ est la sortie attendue (respectivement}$$

calculée). L'erreur mesure donc l'écart entre les sorties attendue et calculée. L'erreur globale du perceptron sur l'échantillon S est alors égale à :

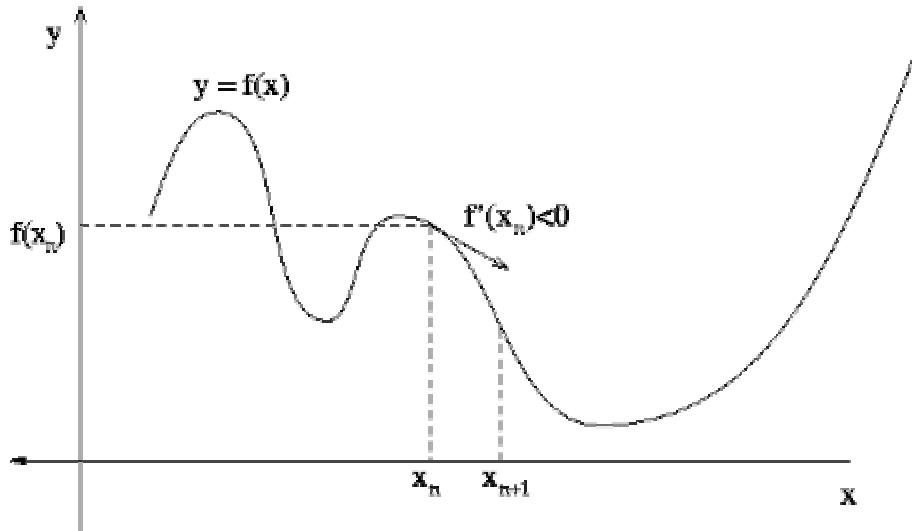
$$E(S) = \frac{1}{|S|} \sum_{s \in S} E(s) = \frac{1}{2|S|} \sum_{s \in S} (T_s - S_s)^2$$

On remarque que $E(S)=0$ ssi $\forall s \in S, T_s = S_s$. L'apprentissage consiste donc à trouver un minimum global de la fonction erreur $E(S)$ considérée comme une fonction des poids et du seuil. La méthode du gradient permet de résoudre ce problème. Soit f une fonction (suffisamment dérivable) dont on recherche un minimum. La méthode du gradient construit une suite x_n qui doit en principe s'approcher du minimum. Pour cela, on part d'une valeur quelconque x_0 et l'on construit la suite $x_{n+1} = x_n - \mathbf{e}.f'(x_n)$ où \mathbf{e} est une valeur "bien" choisie.

On a : $f(x_{n+1}) = f(x_n - \mathbf{e}.f'(x_n)) \approx f(x_n) - \mathbf{e}(f'(x_n))^2$ d'après le théorème des

approximations finies si $\epsilon \cdot f'(x_n)$ est suffisamment petit. On voit que sous réserve de la correction de l'approximation, $f(x_{n+1})$ est inférieure à $f(x_n)$.

Figure 22- La méthode du gradient.



On remarque que x_{n+1} est d'autant plus éloigné de x_n que la pente de la courbe en x_n est grande. On peut décider d'arrêter l'itération lorsque cette pente est suffisamment faible. Les inconvénients bien connus de cette méthode sont les suivants :

- le choix de ϵ est empirique,
- si ϵ est trop petit, le nombre d'itérations peut être très élevé,
- si ϵ est trop grand, les valeurs de la suite risquent d'osciller autour du minimum sans converger,
- rien ne garantit que le minimum trouvé soit un minimum global.

L'algorithme de Widrow-Hoff utilise la méthode du gradient appliquée non pas à l'erreur globale $E(S)$ mais à chaque erreur locale $E(s)$. On a :

$$\frac{\partial E(s)}{\partial w_i} = -\frac{\partial S_s}{\partial w_i} (T_s - S_s) = -p_i (T_s - S_s).$$

On a donc : $\Delta w_i = -\epsilon \frac{\partial E(s)}{\partial w_i} = \epsilon p_i (T_s - S_s).$

De même : $\frac{\partial E(s)}{\partial b} = -\frac{\partial S_s}{\partial b} (T_s - S_s) = (T_s - S_s)$ et $\Delta b = -\epsilon \frac{\partial E(s)}{\partial b} = -\epsilon (T_s - S_s).$

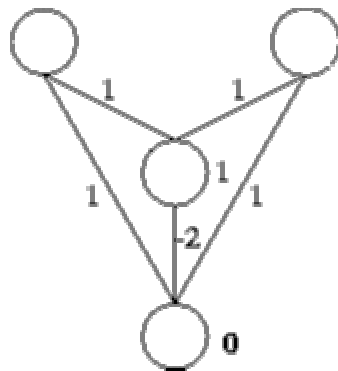
Au coefficient ϵ près, on retrouve les valeurs de l'algorithme d'apprentissage du perceptron. On notera LMS (Least Mean Square learning) cette méthode d'apprentissage. Elle s'écarte de la méthode du gradient sur un point important : on modifie les poids après présentation de chaque exemple s en fonction de l'erreur locale $E(s)$ et non de l'erreur globale $E(S)$. Rien ne

prouve donc que la diminution de l'erreur en un point ne va pas être compensée par une augmentation de l'erreur pour les autres points. La justification empirique de cette manière de procéder est commune à toutes les méthodes adaptatives : le champ d'application des méthodes adaptatives est justement l'ensemble des problèmes pour lesquels des ajustements locaux vont finir par converger vers une solution globale. On remarque que le LMS utilise les mêmes valeurs de correction que l'algorithme d'apprentissage du perceptron mais qu'il y a correction chaque fois que la sortie totale (qui est un réel) est différente de la valeur attendue (égale à 0 ou 1). Ce n'est donc pas une méthode d'apprentissage par correction d'erreur puisqu'il y a modification du perceptron dans (presque) tous les cas. L'avantage de cette méthode par rapport à la précédente est que, même si l'information est bruitée, (c'est-à-dire que certains exemples de l'échantillon sont mal classés et qu'il n'est donc plus nécessairement linéairement séparable), l'algorithme va converger vers une solution "optimale" (sous réserve du bon choix du paramètre ϵ). En conclusion, les apprentissages par perceptron ou par la méthode des moindres carrés ne sont rien d'autre que des techniques de séparation linéaire qu'il faudrait comparer aux techniques utilisées habituellement en statistiques. Ces méthodes sont non paramétriques, c'est-à-dire qu'elles n'exigent aucune autre hypothèse sur les données que la séparabilité. On peut montrer que "presque" tous les échantillons de moins de $2n$ exemples sont linéairement séparables lorsque n est le nombre de variables. Une classification correcte d'un petit échantillon n'a donc aucune valeur prédictive. Par contre, lorsque l'on travaille sur suffisamment de données et que le problème s'y prête, on constate empiriquement que le perceptron appris par un des deux algorithmes précédents a un bon pouvoir prédictif. Il est bien évident que la plupart des problèmes d'apprentissage qui se posent naturellement ne peuvent pas être résolus par des méthodes aussi simples : il n'y a que très peu d'espoirs que les exemples "naturels" se répartissent "sagement" de part et d'autre d'un hyperplan. Une manière de résoudre cette difficulté serait soit de mettre au point des séparateurs non linéaires, soit (ce qui revient à peu près au même) de complexifier l'espace de représentation de manière à linéariser le problème initial. C'est ce que permettent de faire les réseaux multicouches.

3.3. Les réseaux multicouches

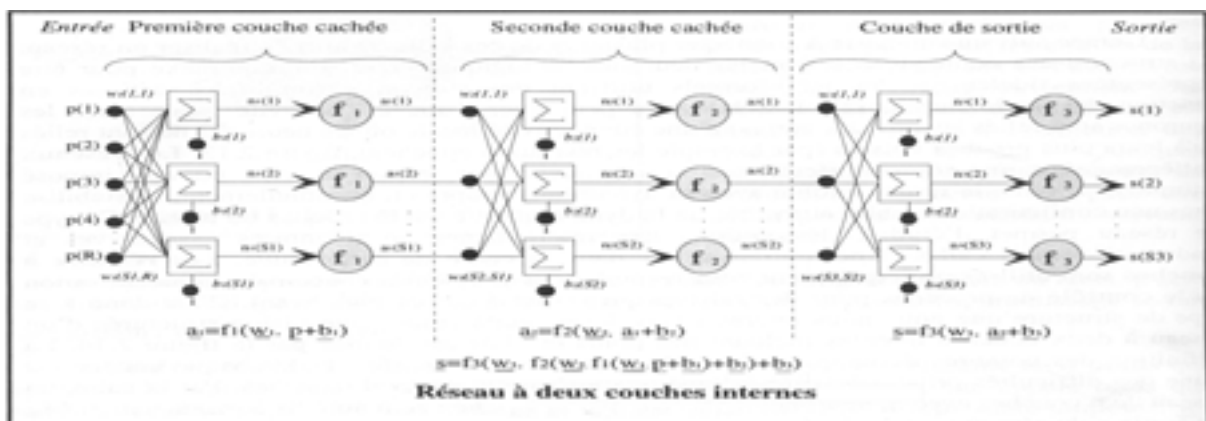
On s'est très vite rendu compte qu'un réseau à plusieurs couches permet de calculer plus de fonctions booléennes qu'un simple perceptron. Il suffit par exemple de rajouter un neurone intermédiaire entre la rétine et la cellule de décision pour pouvoir calculer le "OU exclusif".

Figure 23- Un réseau neuronal qui calcule le XOR.



Afin de traiter des problèmes dont la sortie n'est plus un scalaire, mais un vecteur, le réseau peut comporter une couche de neurones. La capacité de traitement de ces réseaux à une couche reste la même que celle obtenue avec un seul neurone. Si l'on veut traiter des problèmes plus complexes (non linéairement séparables), la structure du réseau doit s'enrichir en combinant des couches successives : ce type de réseau est appelé perceptron multicouches. Il consiste en une généralisation de l'ADALINE et est formé d'une succession de couches de neurones avec des fonctions de transfert différentiables. Il n'y a pas de connexion entre les neurones d'une même couche et les connexions ne se font qu'avec les neurones des couches avales. Habituellement, chaque neurone d'une couche est connecté à tous les neurones de la couche suivante et celle-ci seulement. Ceci nous permet d'introduire la notion de sens de parcours de l'information (activation) au sein d'un réseau et donc de définir les concepts de neurone d'entrée et de neurone de sortie. Par extension, on appelle couche d'entrée l'ensemble des neurones d'entrée et couche de sortie l'ensemble des neurones de sortie. Les couches intermédiaires n'ayant aucun contact avec l'extérieur sont appelées couches cachées.

Figure 24- Réseau multicouche avec 2 couches cachées



Ce changement de structure implique une difficulté supplémentaire quant à l'apprentissage : à partir d'une erreur mesurée sur la sortie du réseau, comment modifier les poids synaptiques de neurones internes qui n'ont aucune information sur le but à atteindre ("Credit Assignment Problem") ? Ce problème fut résolu en 1980 par deux équipes indépendantes, l'une en France (Fogelman-Soulié) et l'autre aux Etats-Unis (Rumelhart et al.). La méthode consiste à fixer un but aux neurones internes à partir de l'erreur de sortie du réseau. Le calcul du gradient de l'erreur sur les poids se faisant dans le sens inverse des connexions, cette méthode s'est vu attribué le nom de rétro propagation du gradient. L'algorithme de rétro propagation du gradient, qui est une généralisation de la règle de Widrow-Hoff, permet de répercuter sur chacune des connexions le signal d'erreur qui n'a été mesuré que sur la couche de sortie, après avoir traversé plusieurs étapes non linéaires. Le principe est de redistribuer sur toutes les couches, y compris les couches cachées, une partie de l'erreur de manière récursive en partant de la couche de sortie et en remontant vers la couche d'entrée tout en respectant l'idée de la règle de Hebb. La règle de rétro propagation du gradient permet de minimiser par une méthode de gradient stochastique la mesure de l'erreur instantanée.

Afin de pouvoir appliquer la méthode du gradient, on a besoin de calculer des dérivées et donc de « lisser » les calculs. On remplace pour cela la fonction à seuil de Heaviside par une fonction sigmoïde de :

$$s(x) = \frac{1}{1 + e^{-kx}} \text{ où } k > 0.$$

Cette fonction est une approximation indéfiniment dérivable de la fonction à seuil de Heaviside, d'autant meilleure que k est grand. Nous prendrons $k=1$ dans la suite. On peut remarquer que la dérivée de la fonction s est simple à calculer :

$$s'(x) = \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} = s(x) \cdot (1 - s(x)).$$

Il est essentiel que ce calcul soit simple, puisqu'il doit être effectué autant de fois qu'il y a de cellules, à chaque étape de modification des poids synaptiques. Pour cette raison, on utilise aussi parfois la fonction $\text{th}(x)$ dont la dérivée est égale à : $1 - \text{th}^2(x)$. On suppose maintenant que la sortie de chaque neurone est calculée à l'aide de cette fonction :

$$S = s\left(\sum_i w_i p_i - b\right).$$

On considère un réseau comprenant $q+1$ couches numérotées de 0 à q . On suppose que le seuil de chaque cellule est nul (c'est-à-dire qu'il a été remplacé par un coefficient synaptique).

On note :

- n_L le nombre de cellules de la couche L,

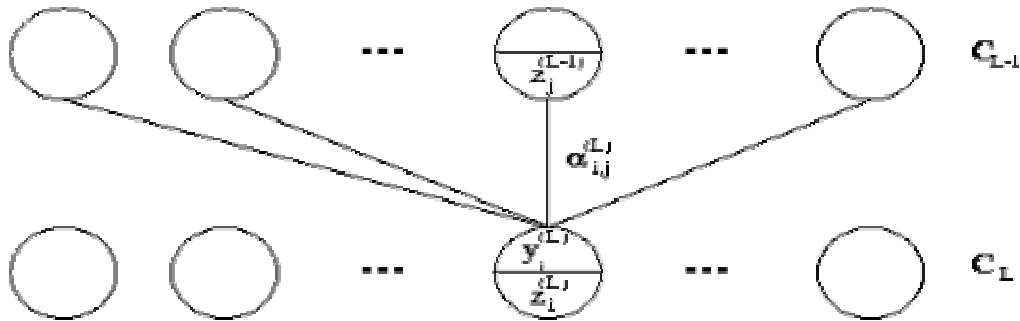
- $y_i^{(L)}$ l'entrée totale de la i-ème cellule de la couche L pour $L=1$,

- $z_i^{(L)}$ l'état de la i-ème cellule de la couche L. L'état coïncide avec l'entrée si $L=0$ et avec la sortie si $L=q$,

- $a_{ij}^{(L)}$ le coefficient synaptique entre la j-ème cellule de la couche L-1 et la i-ème cellule de la couche L,

- $t_j^{(q)}$ la sortie attendue de la j-ème cellule de la couche de sortie.

Figure 25- Vue d'une couche cachée



On a donc :

$$z_i^{(L)} = \sigma(y_i^{(L)}) \text{ et } y_i^{(L)} = \sum_j \alpha_{ij}^{(L)} z_j^{(L-1)}.$$

L'erreur du réseau pour une entrée $s = (y_1^{(0)}, \dots, y_n^{(0)})$ est égale à :

$$E(s) = \frac{1}{2} \sum_j (z_j^{(q)} - t_j^{(q)})^2.$$

Nous allons montrer que l'on peut facilement calculer récursivement les quantités $\frac{\partial E}{\partial y_j^{(L)}}$.

Pour $L=q$, on a :
$$\frac{\partial E}{\partial y_j^{(q)}} = \frac{\partial E}{\partial z_j^{(q)}} \frac{\partial z_j^{(q)}}{\partial y_j^{(q)}} = z_j^{(q)} (1 - z_j^{(q)}) \frac{\partial E}{\partial z_j^{(q)}} = z_j^{(q)} (1 - z_j^{(q)}) (z_j^{(q)} - t_j^{(q)}).$$

Pour $L < q$, on a :
$$\frac{\partial E}{\partial y_j^{(L)}} = \frac{\partial E}{\partial z_j^{(L)}} \frac{\partial z_j^{(L)}}{\partial y_j^{(L)}} = z_j^{(L)} (1 - z_j^{(L)}) \frac{\partial E}{\partial z_j^{(L)}}.$$

Et :
$$\frac{\partial E}{\partial z_j^{(L)}} = \sum_k \alpha_{kj}^{(L+1)} \frac{\partial E}{\partial y_k^{(L+1)}}.$$

Les quantités $\frac{\partial E}{\partial y_j^{(L)}}$ étant connues, on peut facilement calculer la contribution à l'erreur des

$$\text{coefficients } \mathbf{a}_{ji}^{(L)} : \frac{\partial E}{\partial \mathbf{a}_{ji}^{(L)}} = \frac{\partial E}{\partial y_j^{(L)}} \frac{\partial y_j^{(L)}}{\partial \mathbf{a}_{ji}^{(L)}} = z_i^{(L-1)} \frac{\partial E}{\partial y_j^{(L)}}.$$

Si à présent, on applique la méthode du gradient, on trouve :

$$\Delta \mathbf{a}_{ji}^{(L)} = -\mathbf{e} \frac{\partial E}{\partial \mathbf{a}_{ji}^{(L)}}.$$

Autant le perceptron est un dispositif très rudimentaire d'apprentissage, autant des algorithmes comme la rétro propagation du gradient appliqué à des réseaux multicouches permettent d'aborder des problèmes déjà très complexes.

3.4. Une propriété intéressante des RN : leur parcimonie

Une des applications des réseaux de neurones intéressante consiste à approcher des fonctions complexes. Approcher une fonction f avec un réseau de neurones revient à effectuer un développement de f sur une base de fonctions (de transfert) qui représentent les neurones. Le développement en polynômes ou en séries de sinus et cosinus (transformées de Fourier) est devenu classique. La question est de savoir si on peut faire aussi bien avec des fonctions sigmoïdales. En fait, on peut même faire mieux. Pour une certaine classe de fonctions, avec N neurones cachés, l'erreur quadratique moyenne sera d'ordre $1/N$ pour N grand. Avec un développement standard (polynômes par exemple), la précision avec M termes est au mieux d'ordre $1/M^{2p}$ (où p est le nombre d'entrée de la fonction f). Autrement dit, la précision atteignable avec un réseau de neurones ne dépend pas de la dimension de l'espace des entrées. Une approximation réalisée par apprentissage ressemble à un développement de Fourier tronqué à l'ordre N mais dans lequel on optimiserait le choix des N fréquences. De tels réseaux sont donc définis comme étant des approximateurs universels.

La propriété d'approximation universelle peut s'énoncer comme suit : « Pour toute fonction déterministe suffisamment régulière, il existe au moins un RN non bouclé possédant une couche de neurones cachés non linéaire et un neurone de sortie linéaire, qui réalise une approximation de cette fonction et de ses dérivées successives, au sens des moindres carrés, avec une précision arbitraire ».

L'une des caractéristiques essentielles qui permet de différencier les RN des autres méthodes d'approximation usuelles (polynômes, séries de Fourier, splines...) est leur parcimonie : si on veut obtenir une approximation avec une précision donnée, les RN utilisent moins de paramètres ajustables (poids des connexions) que les approximateurs usuels. Hornik et al. démontrent ainsi que le nombre de paramètres varie essentiellement de manière linéaire en fonction du nombre de variables de la fonction qui doit être approchée, alors qu'il varie beaucoup plus rapidement (exponentiellement) avec la dimension de l'espace des entrées d'un approximateur classique. Lorsque l'approximation est une combinaison linéaire de fonctions élémentaires fixées (des monômes ou des gaussiennes à centres et écarts-types fixes par exemple), on ne peut ajuster que les coefficients de la combinaison. En revanche lorsque l'approximation est une combinaison linéaire de fonctions non linéaires à paramètres ajustables (un perceptron multicouche par exemple), on ajuste à la fois les coefficients de la combinaison et la forme des fonctions que l'on combine. Ainsi dans un perceptron multicouches, les poids de la première couche déterminent la forme de chacune des sigmoïdes réalisées par les neurones cachés, et les poids de la seconde couche déterminent une combinaison linéaire de ces fonctions. On conçoit facilement que cette souplesse supplémentaire, conférée par le fait que l'on ajuste la forme des fonctions que l'on superpose, permet d'utiliser un plus petit nombre de fonctions élémentaires, donc un plus petit nombre de paramètres ajustables.

En pratique, les RN sont donc avantageux, par rapport aux approximateurs conventionnels, quand le problème à résoudre possède plus d'une ou deux variables. Lorsque la fonction à approcher n'est pas connue analytiquement, mais seulement par l'intermédiaire de l'ensemble des exemples d'apprentissages, le fait d'utiliser moins de coefficients permet de réaliser une économie en nombre d'exemple, ce qui peut être particulièrement important lorsque l'acquisition des exemples est lente et coûteuse. Ce que l'ingénieur cherche à obtenir à l'aide de son modèle, c'est la "vraie" fonction qui relie la grandeur y_p que l'on veut modéliser aux variables x_i qui la déterminent, c'est-à-dire la fonction que l'on obtiendrait en faisant une infinité de mesures de y_p pour chaque valeur possible des x_i : en termes de statistique, l'ingénieur cherche la fonction de régression de la grandeur à modéliser. Cette fonction est inconnue mais on peut en chercher une approximation à partir des mesures disponibles. Cette approximation est obtenue en estimant les paramètres d'un réseau de neurones au cours de la phase dite d'apprentissage. Le nombre de mesures nécessaires pour estimer les paramètres de manière significative est d'autant plus grand que le nombre de paramètres est grand. Ainsi,

pour modéliser une grandeur avec une précision donnée à l'aide d'un réseau de neurones, il faut moins de données que pour la modéliser, avec une précision comparable, à l'aide d'une régression linéaire multiple.

Cette parcimonie est l'élément principal qui nous a amené à utiliser les RN. De manière générale, un réseau de neurones permet donc de faire un meilleur usage des mesures disponibles que les méthodes de régression non linéaires conventionnelles. Ainsi, les réseaux de neurones apparaissent comme une puissante méthode de régression non linéaire : ce n'est donc rien d'autre qu'une extension des méthodes de régression linéaire ou multilinéaire proposées par tous les logiciels qui permettent de faire de la modélisation de données. Contrairement à une croyance répandue, elle ne relève donc pas de l'Intelligence Artificielle au sens classique du terme, mais elle constitue une branche des statistiques appliquées. Il ne faut donc pas être victime du vocabulaire anthropomorphique utilisé (neurones, apprentissages...); le tableau ci-après résume les équivalences entre le vocabulaire des statistiques et celui des réseaux neuronaux.

Tableau 9- Equivalences entre statistiques et réseaux neuronaux

Réseaux de neurones	Statistiques
choix de l'architecture	choix de la famille de fonctions destinées à approcher la fonction de régression
ensemble d'apprentissage	observations
apprentissage	estimation des paramètres de l'approximation de la fonction de régression
généralisation	interpolation, extrapolation

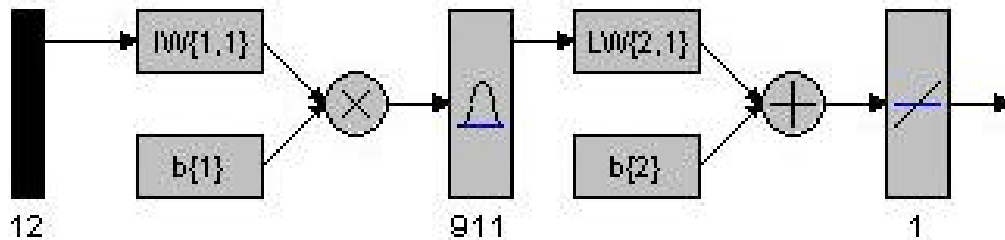
3.5. Les différents réseaux étudiés

Nous avons testé plusieurs types de réseaux de neurones (feedforward ou radialbasis par exemple) avec un nombre variable de neurones^{31, 32} et différents algorithmes d'apprentissage.

3.5.1. Generalized Regression Neural Network

Ce type de réseau présente une couche cachée dont la fonction de transfert est une gaussienne ($\text{radbas}(n) = e^{-n^2}$) et une couche de sortie de type linéaire.

Figure 26- Architecture du réseau



L'entrée nette de la fonction de transfert gaussienne est le vecteur distance entre les poids de la couche cachée et le vecteur d'entrée p présenté (12 entrées) multiplié par le biais b . La fonction gaussienne vaut 1 si son entrée nette vaut 0. Cette fonction de transfert agit donc comme un détecteur qui produit une sortie égale à 1 si l'entrée p est identique à son vecteur de poids. Dans cette couche, il y a autant de neurones qu'il y a de couples d'entrée et de valeurs cibles (ici 911 vecteurs d'entrée d'apprentissage) dans la matrice d'entrée P . Si on présente un vecteur d'entrée à ce type de réseau, chaque neurone dans la couche cachée produira une valeur en relation avec la proximité du vecteur d'entrée de son vecteur poids. Chaque neurone agit comme un détecteur de vecteurs d'entrée différents. Si en effet un seul neurone a une sortie égale à 1 et tous les autres une sortie égale à 0 (ou presque), le réseau répondra avec le seul neurone actif (et donc sa valeur cible associée). Mais en pratique, plusieurs neurones sont activés en fonction des entrées présentées. Supposons que nous avons un vecteur d'entrée p proche de p_i , un des vecteurs d'entrée de l'échantillon d'apprentissage. Cette entrée produit une sortie de la couche cachée proche de 1. Ceci conduit à une sortie de la couche linéaire proche de la valeur cible t_i . Le réseau crée une surface de réponse telle que les nouvelles entrées p présentées activent les neurones dont les entrées sont les plus proches de ces dernières. Globalement, le réseau répond en moyennant la réponse des vecteurs d'entrée d'apprentissage les plus proches. La forme des gaussiennes est un paramètre ajustable dans ce type de réseau. On définit par un facteur SPREAD la dispersion autour de la valeur moyenne de ces gaussiennes. Si ce facteur est fort, on définit alors une large zone autour du vecteur

d'entrée où la couche cachée répondra avec des sorties significatives (proches de 1). Si ce facteur est faible, la gaussienne est moins aplatie (pic plus accentué), de telle sorte que le neurone avec le vecteur de poids le plus proche de cette entrée aura une valeur de sortie de couche plus élevée que tous les autres neurones. Le réseau tend alors à répondre avec le vecteur cible associé au vecteur d'entrée le plus proche. Lorsque la dispersion devient plus forte (SPREAD), de plus en plus de neurones contribuent à la réponse moyenne avec pour résultat de produire une fonction mathématique équivalente au réseau plus lisse.

Ce type de réseau n'a pas donné de résultats concluants du fait de ces problèmes de dispersion. Si le facteur SPREAD est trop faible, la surface de réponse construite par le réseau présente des trous (les gaussiennes sont très pointues) et le réseau ne trouve aucune configuration suffisamment proche pour pouvoir répondre convenablement. Le réseau ne généralise donc pas bien. Si ce facteur SPREAD est trop grand, le réseau présente un grand nombre de neurones activés (sorties proches de 1) et donc un grand nombre de configurations différentes : à l'extrême, si tous les neurones présentent une sortie égale à 1, la nouvelle entrée se trouve noyée dans la masse (moyenne sur tous les neurones actifs) et l'information est ainsi perdue. Certains réseaux ont donné de bonnes corrélations entre résistances expérimentales et résistances prédites par RN mais la capacité de généralisation des réseaux restait médiocre : le réseau restait sans réponse devant de nouvelles configurations présentées.

3.5.2. Réseaux feedforward avec rétro-propagation du gradient

Ce type de réseau peut être utilisé comme un approximateur de fonctions. Il peut approcher n'importe quel type de fonctions, avec un nombre fini de discontinuités, en mettant suffisamment de neurones dans la couche cachée. Dans ces réseaux, plusieurs paramètres sont ajustables :

- le nombre de couches de neurones,
- le nombre de neurones par couche,
- le type de fonctions de transfert de chaque couche,
- l'algorithme d'apprentissage.

La fonction de transfert retenue pour la couche cachée est de type logsig, la plus utilisée pour l'approximation de fonctions. Les autres fonctions (heaviside, créneau, linéaire...) ne donnent

en effet pas de résultats satisfaisants : ces fonctions ne sont pas adaptées pour retrouver des comportements non linéaires entre résistances expérimentales et variables d'entrée.

Plusieurs algorithmes d'apprentissage furent testés (régularisation bayésienne, Levenberg-Marquardt, descente du gradient...) et on a retenu l'algorithme qui donnait de bonnes corrélations entre résistances expérimentales et résistances prédites par RN avec des temps de calcul raisonnables et une bonne capacité de généralisation. Les algorithmes comme la régularisation bayésienne et Levenberg-Marquardt sont plus rapides que l'algorithme de rétro-propagation du gradient mais ils demandent beaucoup plus de mémoire et ils n'améliorent pas la capacité de généralisation (les corrélations obtenues ne sont pas meilleures). De plus, les courbes de tendance de la résistance de l'assemblage en fonction des variables d'entrée présentaient des anomalies signifiant que le réseau n'avait pas correctement appris les relations supposées existantes entre résistances et variables d'entrée. Ces algorithmes convergent plus vite mais moins bien : du fait du tirage aléatoire des données dans l'échantillon d'apprentissage, le réseau semblait avoir correctement appris et généralisé mais en relançant cet apprentissage plusieurs fois, on s'est rendu compte que ni les corrélations trouvées ni les courbes de tendance n'étaient suffisamment stables.

Bien qu'il n'existe pas de formulation exacte du nombre de neurones dans la couche cachée, certains auteurs ont proposé une formulation empirique de ce nombre de neurones cachés (pour une même configuration de réseau avec une seule couche de neurones cachés). Ils ont proposé la formule suivante³³ :

$$h = \frac{N}{k(n + p)}$$

où h est le nombre de neurones cachés, N le nombre d'exemples d'apprentissage, n le nombre de vecteurs d'entrée du réseau, p le nombre de neurones de sortie et k un facteur bruit tel que $4 < k < 10$ (qui tient compte d'un éventuel bruit dans la base de données, k augmente avec ce bruit). Si on applique cette formule à notre réseau, on trouve un nombre h de neurones cachés tel que : $7 \leq h \leq 18$. De plus, nos données sont en effet bruitées puisque l'on a saisi des valeurs moyennes par défaut pour certains paramètres. On a donc retenu : $h = 18$. On a été conforté dans notre choix en observant le tableau suivant qui compare la qualité des résultats de prédiction par RN en fonction de ce nombre h de neurones cachés. On reporte dans ce tableau l'équation de corrélation trouvée entre résistances expérimentales et RN sur l'échantillon de généralisation, le coefficient de corrélation R de cette équation, l'erreur moyenne produite par le réseau en termes de pourcentage, l'écart type moyen de cette erreur

en pourcentage ainsi que la performance du réseau calculée comme étant la moyenne des carrés des erreurs (MSE).

Tableau 10- Comparatif de la qualité prédictive du réseau en fonction du nombre de neurones cachés

nombre neurones	équation de corrélation entre résistances exp. et RN	R	erreur moy. (%)	écart-type moy. de l'erreur (%)	performance du réseau (MSE)
1	$y=0.68x+22$	0.892	11.9	30.7	799
3	$y=0.76x+16$	0.946	4.56	21.6	529.4
5	$y=0.97x+2.25$	0.975	-1.6	26.17	144.6
7	$y=0.954x+2.4$	0.986	-1.19	22.62	100
9	$y=0.96x+4$	0.984	2.04	20.11	104.8
11	$y=0.964x+2.5$	0.986	0.29	18.36	90.9
13	$y=0.951x+3.2$	0.99	1.02	16.39	92
15	$y=0.973x+1.64$	0.989	1.18	16.38	81.7
18	$y=0.981x+1.75$	0.992	1.22	13.79	71.9
20	$y=0.967x+2.15$	0.99	0.48	16.53	88.1
25	$y=0.964x+1.5$	0.99	-0.53	13.16	79.6
30	$y=0.964x+2.35$	0.991	1.69	15.95	79.3

D'après ce tableau, on voit que la qualité de régression du RN augmente en fonction du nombre de neurones jusqu'à $h = 18$. Ensuite, le réseau n'apprend pas mieux : la performance du réseau reste quasiment identique mais l'équation de corrélation s'écarte un peu plus de la droite d'équation $y=x$ qui est un idéal. On n'apporte donc pas d'informations supplémentaires en augmentant ce nombre de neurones cachés au-delà de 18.

Pour ce qui est du nombre de couches cachées, on s'est limité à l'étude d'un réseau à 1 couche interne car il n'existe pas de méthode systématique pour déterminer le nombre de neurones dans chaque couche. Il existe en effet une infinité de combinaisons possibles pour des temps de calculs plus longs et une qualité de corrélation globalement identique (un réseau à 2 couches internes, notamment, avec 12 et 5 neurones respectivement dans chaque couche a donné des résultats comparables à ceux obtenus pour le réseau choisi, aussi bien en terme de corrélation qu'en terme d'influence des variables d'entrée).

3.6. Réseau retenu

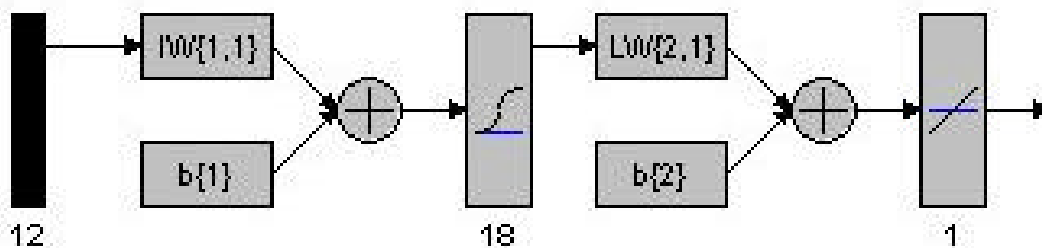
3.6.1. Structure

Le type de réseau choisi est donc un réseau multicouche s dont la méthode d'apprentissage est celle de la rétro propagation du gradient citée précédemment. Ce réseau est composé de deux couches de neurones. La première couche comporte 18 neurones et est reliée aux 12 paramètres d'entrée : α , t_1 , d , t_2 , m , n , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , ρ , f_u (cf. base de données). Cette couche est ensuite reliée à la couche de sortie qui ne comprend qu'un seul neurone puisqu'on ne veut prédire qu'une seule réponse : la résistance ultime de l'assemblage. Ces deux couches possèdent également des seuils (biais). La première couche est de type logsigmoï de tandis que la seconde est linéaire.

Il est courant de fractionner la banque de données en deux parties : la première est utilisée pour l'apprentissage et représente environ les 2/3 des données et la seconde est conservée pour effectuer la généralisation. Avant de présenter les entrées au réseau, nous avons également effectué une normalisation des paramètres afin d'améliorer le processus d'apprentissage.

On donne ci-après un aperçu du réseau de neurones utilisé pour prédire les résistances ultimes des assemblages.

Figure 27- Schéma représentatif du réseau utilisé



On peut alors représenter sur les figures suivantes les résultats de prédiction par le réseau de neurones. Nous avons mis en corrélation la résistance ultime expérimentale de l'assemblage avec la résistance prédite par le réseau, à la fois pour l'échantillon d'apprentissage et pour celui de généralisation. Nous avons également indiqué l'erreur moyenne produite par le réseau et son écart-type (en termes de pourcentage) sur l'échantillon de généralisation.

3.6.2. Résultats obtenus

Figure 28- Prédiction de résistances pour l'échantillon d'apprentissage

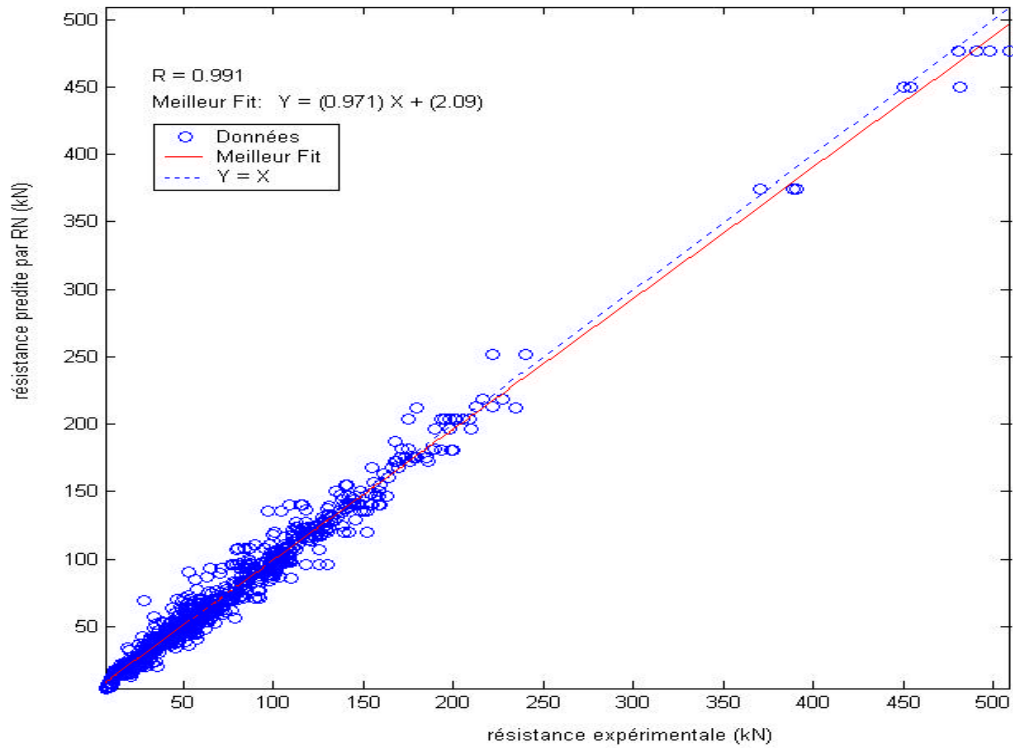
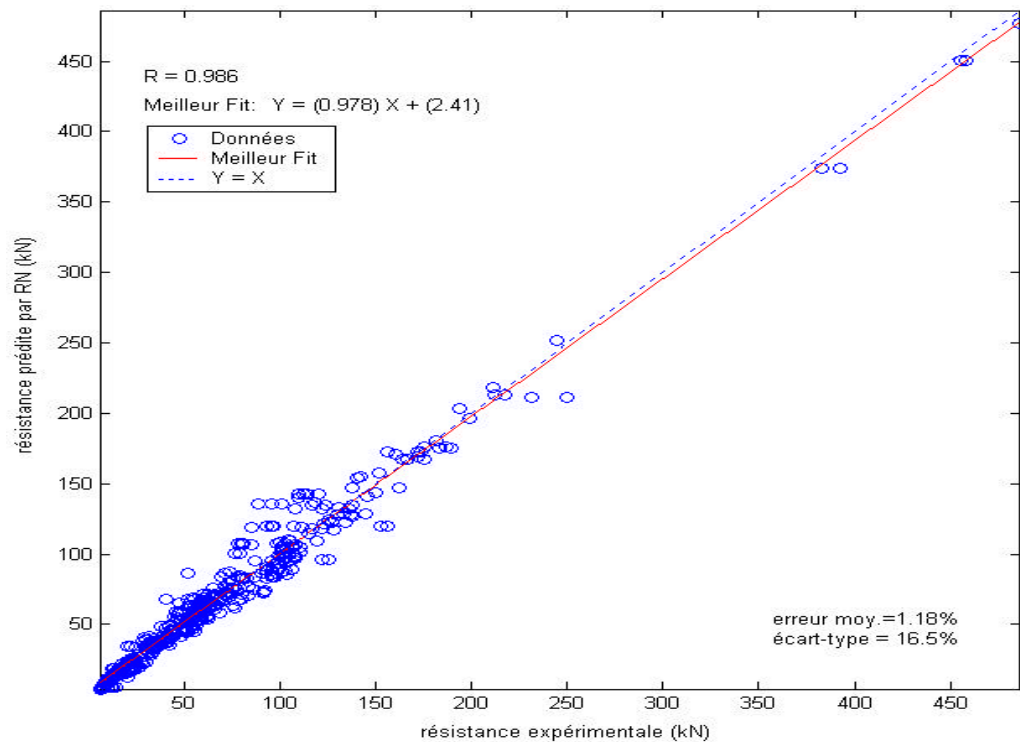


Figure 29- Prédiction de résistances pour l'échantillon de généralisation



3.6.3. Comparatif RN et Eurocode 5

Figure 30- Prédiction de résistances d'assemblages par les réseaux de neurones

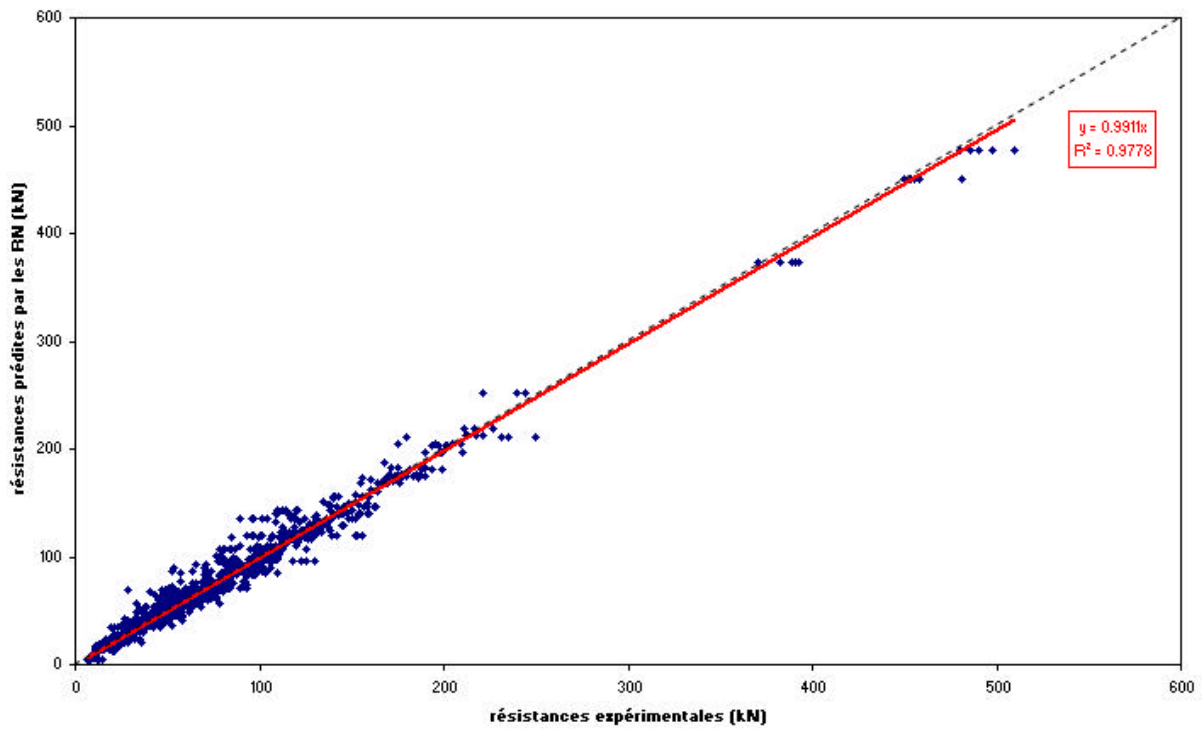
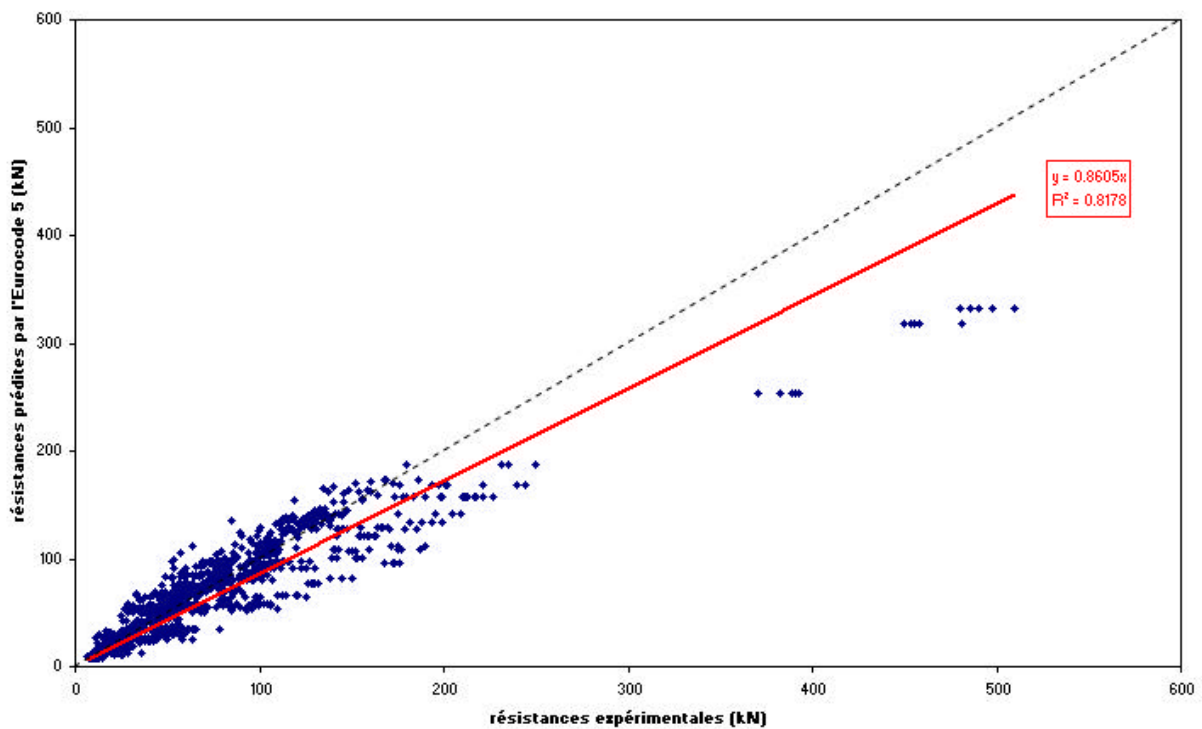


Figure 31- Prédiction de résistances d'assemblages par l'Eurocode 5



3.7. Conclusion

Les résultats tendent à montrer que les réseaux de neurones se révèlent être des outils puissants de prédiction des résistances d'assemblages par organes multiples. Pour s'en rendre compte de manière significative, on a comparé les résultats de prédiction de résistances d'assemblages obtenus par réseaux de neurones et ceux obtenus par l'Eurocode 5. Ces résultats pourront être améliorés en augmentant la taille de la base de données et en comblant les lacunes existantes dans celle-ci. Ce travail devait être effectué en collaboration avec le CUST et le LERMAB par la modélisation mécanique développée dans leurs laboratoires. Cependant, il leur reste encore à développer un critère d'arrêt dans leur modèle pour déterminer à quel niveau de leur courbe de chargement modélisée la rupture de l'assemblage est susceptible de survenir. Enfin, les RN présentent l'avantage de fournir une prédiction de résistances sans aucune restriction de dimensions, contrairement aux différentes réglementations établies.

4. Simplification du réseau

4.1. Introduction

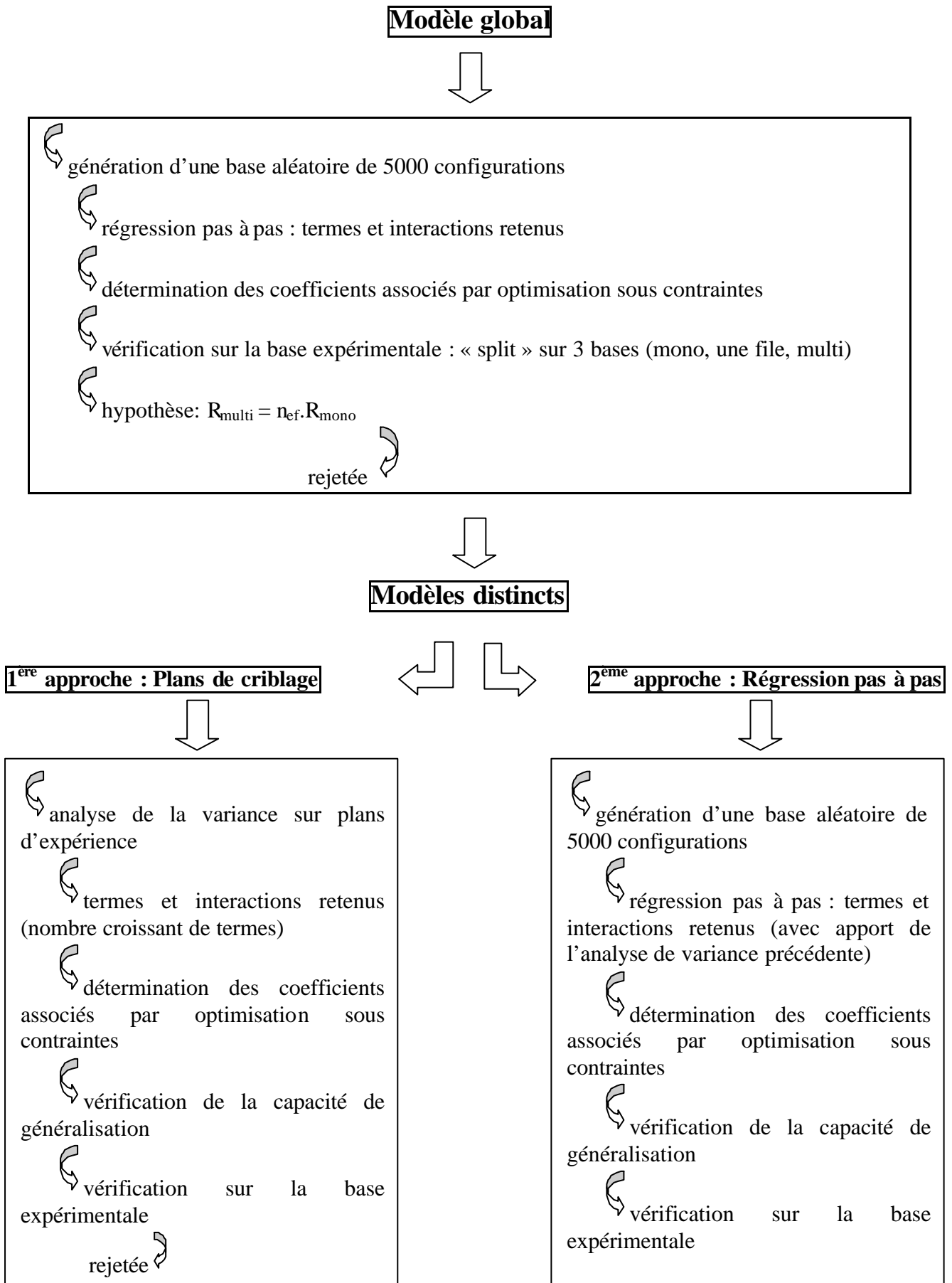
Si les résultats de prédiction par réseaux de neurones sont très proches des valeurs expérimentales, il n'en reste pas moins difficile de mettre en application ce genre de modèle dans un code de dimensionnement. En effet, la fonction mathématique équivalente au modèle de réseau de neurones reste très complexe et difficilement interprétable en l'état. Elle permet néanmoins de pouvoir générer toutes les configurations voulues ainsi que les résistances correspondantes sans être obligé de repasser par l'expérimentation qui s'avère très coûteuse et très fastidieuse. Cette capacité de généralisation des réseaux de neurones nous permet donc de passer à la phase suivante de notre travail, à savoir, la simplification du modèle fourni par les réseaux de neurones afin de fournir un modèle mathématique et par la suite mécanique plus facilement interprétable et intégrable dans un code de calcul.

4.2. Modèle global

On utilise des modèles quadratiques généralisés afin de simplifier le modèle numérique fourni par les réseaux de neurones. Pour cela, on effectue sur Matlab® une régression "stepwise" (pas à pas) en formulant tout d'abord un modèle unique (pas de fractionnement en fonction du nombre de boulons) quadratique complet (douze termes linéaires, soixante-six interactions et douze termes quadratiques). On génère ainsi une base aléatoire de configurations (5000 points) avec les valeurs de résistance correspondantes prédites par RN. On élimine tour à tour les termes qui ont une influence négligeable sur la résistance de l'assemblage prédite jusqu'à obtenir une bonne corrélation entre résistances prédites par réseaux de neurones et modèle simplifié (avec un nombre raisonnable de termes entrant dans le modèle simplifié). On forme ainsi successivement des modèles à huit, dix, douze, quatorze, seize, dix-huit et vingt termes d'entrée plus une constante. Une fois ces termes influents identifiés, on effectue une optimisation sous contraintes (pour déterminer les coefficients de ces termes influents rentrés dans le modèle) afin de rester cohérent avec les principes de la Mécanique (les valeurs prédites ne doivent pas être négatives).

On donne sur la page suivante un organigramme qui résume la démarche suivie pour effectuer cette simplification du modèle fourni par le réseau.

Figure 32- Organigramme de la méthode



4.2.1. Formule matricielle

On donne ci-après la forme du modèle simplifié et les coefficients associés à chaque variable d'entrée, chaque interaction entre ces variables et chaque terme quadratique retenu comme influent sur la résistance de l'assemblage. On ne donne ici que les coefficients pour un modèle à vingt termes plus une constante, les autres étant donnés en annexe B.

Le modèle simplifié prend alors la forme suivante :

$$R_{simp} = A_0 + A_1^T X + X^T A_2 X \text{ où } A_2 \text{ est une matrice triangulaire supérieure.}$$

$$A_0 = 2.14$$

$$A_1^T = \left[\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & -1.05e^1 & 0 & 0 & -9.97 & 0 & 0 & 2e^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$A_2 = \left[\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 5.32e^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 2.17e^{-2} & -3.1e^{-3} & 0 & 0 & 0 & 3.9e^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2.3e^{-1} & 3.17e^{-2} & 2.70 & 1.02 & 0 & 0 & -1.7e^{-2} & 0 & 5.7e^{-3} & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 4.3e^{-3} & 3.2e^{-3} & 0 & 2.5e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & -3.78e^{-1} & 0 & -2.2e^{-1} & 0 & 4.46e^{-2} \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.29e^{-2} & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{array} \right]$$

$$X^T = [\alpha \ t_1 \ d \ t_2 \ m \ n \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ \rho \ f_u]$$

4.2.2. Résultats

On reporte dans le tableau qui suit les résultats obtenus avec ces modèles en les comparant avec les résultats de prédiction par l'Eurocode 5 et les réseaux de neurones.

Tableau 11- Comparaison des modèles simplifiés

type de modèle	RMSE	erreur max (kN)	erreur max (%)	coeff. corrélation R (modèle/expérimental)	équation corrélation (modèle/expérimental)
eurocode 5 total	24.14	176.9	34.73	0.933	$y=0.725x+16.8$
réseau neurones total	8.99	46.57	52.31	0.989	$y=0.973x+2.21$
reg total 8	23.21	98.94	20.56	0.959	$y=0.825x+26.7$
reg total 10	21.49	103.4	21.49	0.952	$y=0.817x+22$
reg total 12	21.15	105.79	21.99	0.957	$y=0.82x+22.8$
reg total 14	20.3	100.7	20.93	0.955	$y=0.806x+19.8$
reg total 16	19.77	72.86	15.14	0.953	$y=0.852x+16.6$
reg total 18	19.128	72.84	15.14	0.957	$y=0.845x+16.5$
reg total 20	18.68	64.41	13.4	0.959	$y=0.844x+16.3$

Le terme RMSE désigne en anglais "root mean squared error" (erreur quadratique moyenne).

Les résultats obtenus semblent satisfaisants en comparaison avec l'Eurocode 5 mais si on fractionne la base en trois parties (mono boulonné, une file de boulons et multi boulonné), on obtient une bonne corrélation modèle/expérience pour des assemblages multi boulonnés mais des résultats moins bons en ce qui concerne les assemblages mono boulonnés et avec une seule file de boulons (cf. figures suivantes). Il semble donc difficile de formuler un modèle unique simplifié de prédiction de résistances d'assemblages.

Figure 33- Comparaison de prédictions de résistances d'assemblages mono

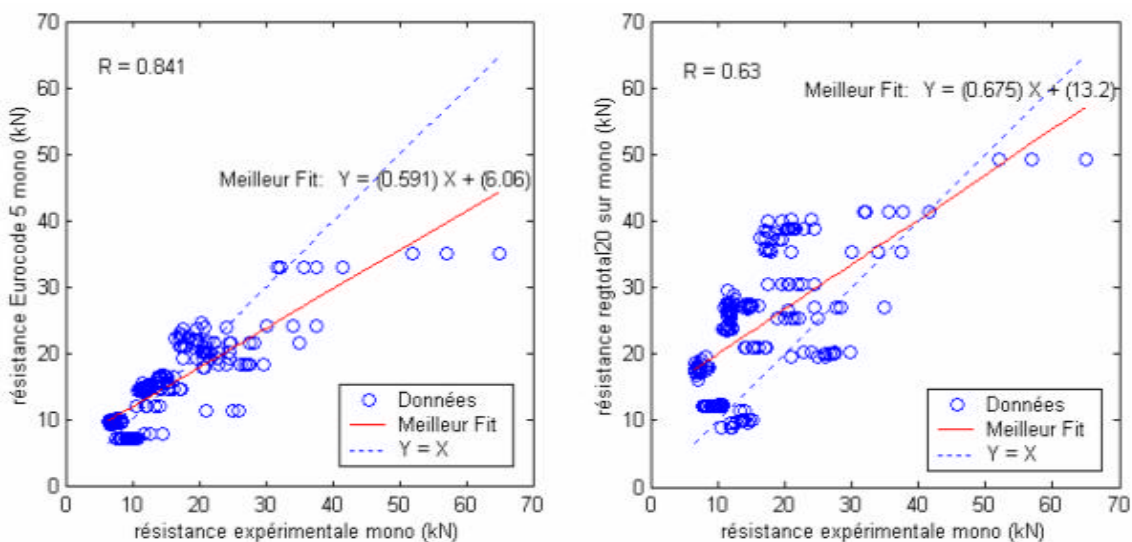


Figure 34- Comparaison de prédictions de résistances d'assemblages sur une file

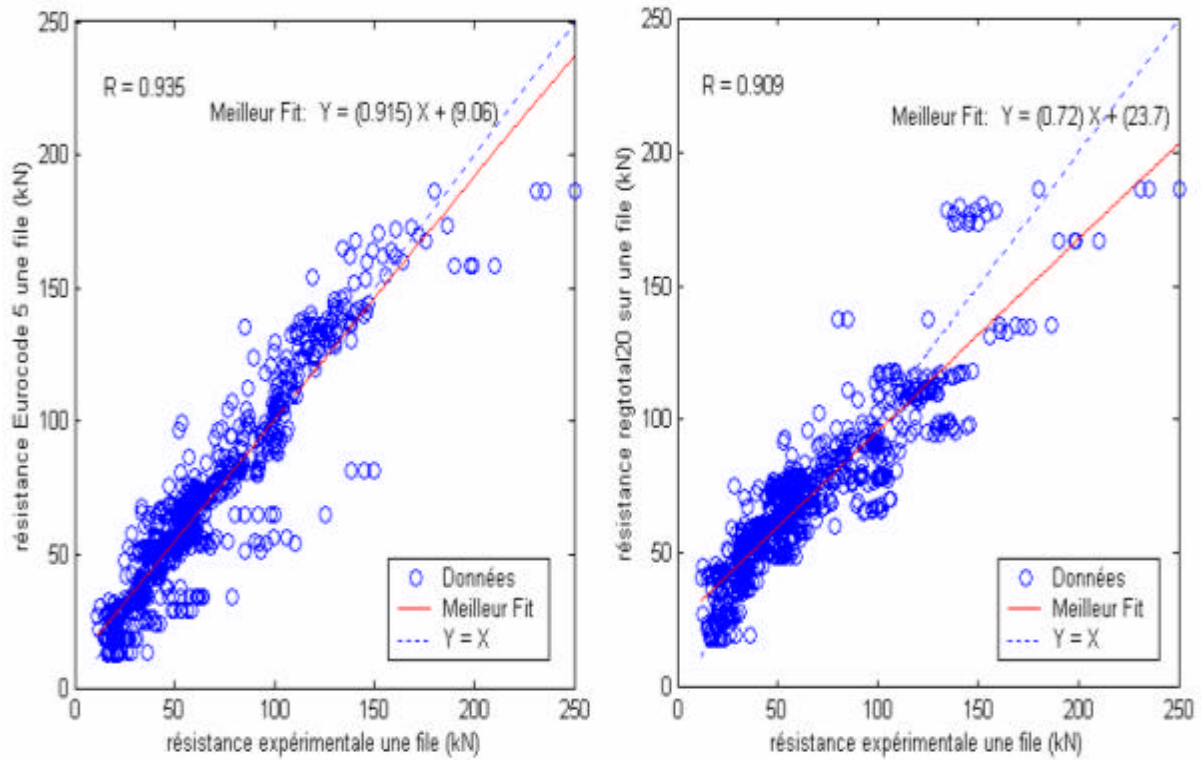
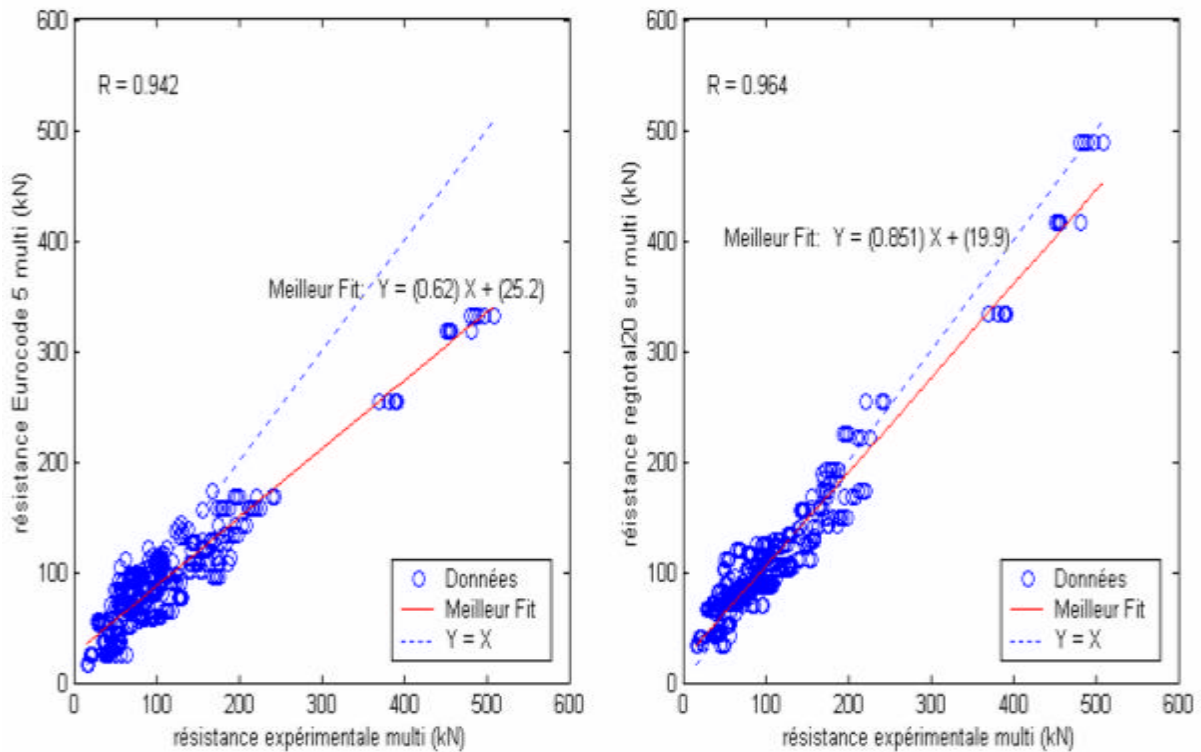


Figure 35- Comparaison de prédictions de résistances d'assemblages multi



4.2.3. Modèle de type Eurocode 5

Pour se convaincre qu'il est difficile de formuler un modèle global pour ce type d'assemblage, on suppose que l'on peut exprimer la résistance d'un assemblage multi boulonné, en fonction de la résistance du même assemblage (configuration identique) avec un seul boulon, sous la forme :

$$R_{multiRN} = R_{monoéqRN} \times n_{ef} .$$

$$\text{D'où : } n_{ef} = \frac{R_{multiRN}}{R_{monoéqRN}} .$$

Pour cela, pour chaque assemblage multi boulonné (et donc chaque $R_{multiRN}$), on génère une configuration identique avec un seul organe ($a_1=a_2=0$, $m=n=1$) et on simule par le réseau de neurones la résistance correspondante ($R_{monoéqRN}$). On effectue alors le rapport de ces deux grandeurs pour chaque configuration et on cherche à savoir si ce rapport (n_{ef}) peut être exprimé en fonction des variables d'entrée du réseau.

Cependant, si on se reporte au tableau suivant, on constate qu'il n'existe pas de corrélation entre les douze variables d'entrée et ce nombre efficace d'organes n_{ef} .

Tableau 12- Corrélations entre variables d'entrée et n_{ef}

variables	coeff. corrélation
α	$-3.87e^{-02}$
t_1	$-5.20e^{-03}$
d	$-5.36e^{-02}$
t_2	$-4.47e^{-02}$
m	$2.92e^{-02}$
n	$2.40e^{-03}$
a_1	$-8.60e^{-03}$
a_2	$1.55e^{-02}$
a_3	$-1.67e^{-02}$
a_4	$-2.15e^{-02}$
ρ	$-2.80e^{-03}$
f_u	$-1.61e^{-02}$

L'hypothèse formulée est donc rejetée et on ne peut ainsi trouver un modèle unique simplifié de prédiction de résistances. Ce point particulier remet en question la pertinence et la validité de nombreuses approches qui considèrent un nombre efficace d'organes à prendre en compte pour déterminer la résistance d'assemblages par organes multiples à partir de celle d'un mono assembleur. A la lumière de ces résultats, nous avons donc décidé de fractionner la base de données en trois parties à savoir une partie mono boulonnée (huit variables d'entrée : α , t_1 , d , t_2 , a_3 , a_4 , ρ , f_u), une partie avec une file de boulons (dix variables d'entrée : α , t_1 , d , t_2 , n , a_2 , a_3 , a_4 , ρ , f_u) et une partie multi boulonnée (douze variables d'entrée: α , t_1 , d , t_2 , m , n , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , ρ , f_u).

4.3. Modèles distincts

4.3.1. Sélection des paramètres par plans d'expérience et test de Fisher

Pour dégrossir le problème, on a alors décidé d'utiliser les plans d'expériences afin d'étudier la sensibilité des paramètres sur la réponse fournie par notre modèle. Cette étude de sensibilité des paramètres a été effectuée sur Matlab® et Minitab® au moyen des plans d'expérience.

L'origine des plans d'expérience remonte au début de ce siècle lorsqu'un anglais Ronald A.Fisher les a mis au point dans le cadre de recherches agronomiques. Ces plans reposent essentiellement sur des expérimentations multifactorielles (on fait varier tous les facteurs simultanément) et sur un traitement des résultats à l'aide de régressions multiples et d'analyse de la variance. Nous avons utilisé des plans d'expériences complets ainsi que des plans fractionnaires, de type Plackett-Burman, plus accessibles.

Le principe consiste à déterminer les paramètres et leurs interactions les plus importantes (d'après les valeurs du test de Fisher) afin de créer un modèle mathématique de simplification du réseau de neurones. On rentre dans le modèle simplifié les facteurs les plus significatifs (variables d'entrée du réseau de neurones) et on effectue une régression simple entre la prédiction par le réseau de neurones et la prédiction mathématique du modèle simplifié. D'après l'analyse de variance citée précédemment, on répertorie les facteurs et leurs interactions les plus importantes d'après leurs valeurs du test de Fisher. Les paramètres qui ont une influence notable sur la résistance ultime de l'assemblage sont ceux dont la valeur F (test de Fisher-Snedecor) est supérieure à celle trouvée dans une table au risque de 5%. Ce sont les paramètres dont la valeur de probabilité associée ($P > F$) est inférieure à 0.05. On construit

ensuite plusieurs modèles de plus en plus complexes et on essaye de trouver un compromis entre complexité du modèle et qualité de la régression (bon coefficient de corrélation entre résistances prédites par le modèle et résistances expérimentales).

On génère donc des plans d'expérience complets à deux et trois modalités (trois modalités pour les assemblages mono et une file et deux modalités pour les assemblages multi du fait de la limitation de la capacité de mémoire de l'ordinateur) par paramètres pour chaque sous base. On effectue alors une analyse de variance pour déterminer les termes influents dans chaque base. On donne ci-dessous un exemple de résultats obtenus par analyse de variance sous Matlab pour un assemblage avec un seul organe.

Tableau 13- Analyse de variance pour un assemblage avec un seul boulon

Source	Sum Sq.	d. f.	Mean Sq.	F	Prob>F
angle	22718.2	2	11359.1	636.45	0
t1	104070.4	2	52035.2	2915.51	0
d	2923954.5	2	1461977.3	81913.9	0
t2	585739.5	2	292869.7	16409.35	0
a3	114005.1	2	57002.5	3193.82	0
a4	42504.1	2	21252.1	1190.74	0
mas.volum.	112339.2	2	56169.6	3147.16	0
fu	262852.1	2	131426.1	7363.74	0
angle*t1	518.9	4	129.7	7.27	0
angle*d	25202.6	4	6300.7	353.02	0
angle*t2	259.8	4	65	3.64	0.0058
angle*a3	2576.7	4	644.2	36.09	0
angle*a4	7398.6	4	1849.7	103.64	0
angle*mas.volum.	206.6	4	51.7	2.89	0.0209
angle*fu	3527	4	881.8	49.4	0
t1*d	7908.3	4	1977.1	110.77	0
t1*t2	67876.3	4	16969.1	950.77	0
t1*a3	13880.8	4	3470.2	194.43	0
t1*a4	38932.5	4	9733.1	545.34	0
t1*mas.volum.	10374.6	4	2593.6	145.32	0
t1*fu	572.2	4	143.1	8.02	0
d*t2	145705.3	4	36426.3	2040.95	0
d*a3	230515	4	57628.7	3228.91	0
d*a4	24941.3	4	6235.3	349.36	0
d*mas.volum.	18665.2	4	4666.3	261.45	0
d*fu	200245.7	4	50061.4	2804.92	0
t2*a3	22027.8	4	5506.9	308.55	0
t2*a4	26112	4	6528	365.76	0
t2*mas.volum.	4234.7	4	1058.7	59.32	0
t2*fu	1812	4	453	25.38	0
a3*a4	84705.6	4	21176.4	1186.5	0
a3*mas.volum.	34802.3	4	8700.6	487.49	0
a3*fu	20023.6	4	5005.9	280.48	0
a4*mas.volum.	5612.3	4	1403.1	78.61	0
a4*fu	22842.1	4	5710.5	319.96	0
mas.volum.*fu	8010.2	4	2002.5	112.2	0
Error	114796.6	6432	17.8		
Total	5312469.9	6560			

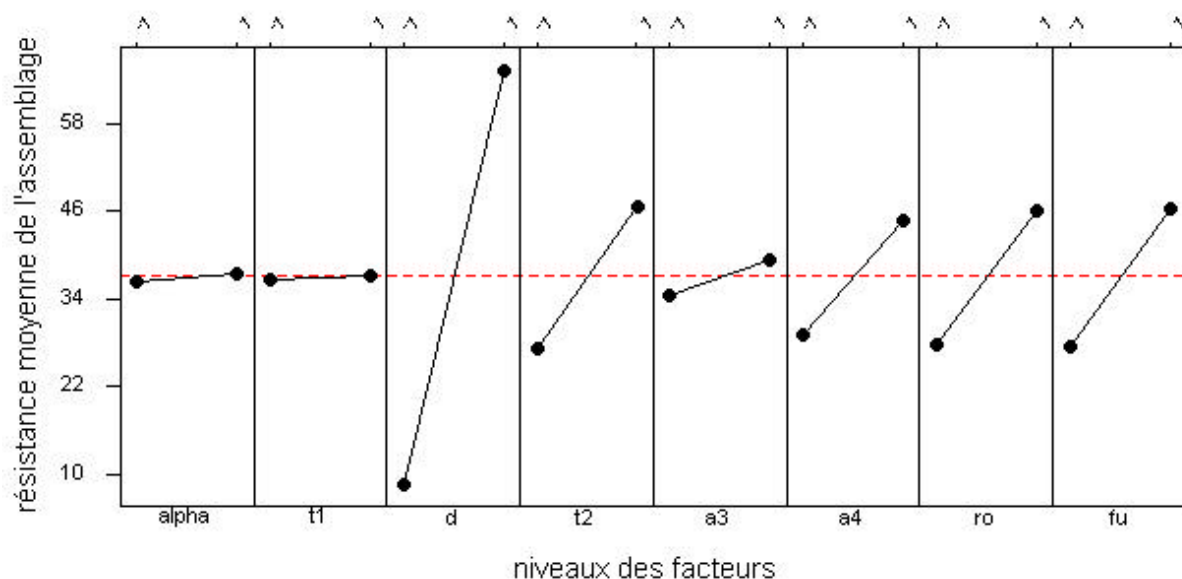
Les paramètres influents sont ceux dont la valeur Prob>F dans la tableau ci-dessus est inférieure à 0.05. On a surligné les plus significatifs, à savoir : d, t₂, f_u.

4.3.1.1. Illustration graphique des résultats de l'analyse de variance

On présentera également les résultats obtenus sur Minitab® avec les plans de type Plackett-Burman. Ce sont des plans optimaux qui comportent un nombre d'essais N multiple de 4. Ils

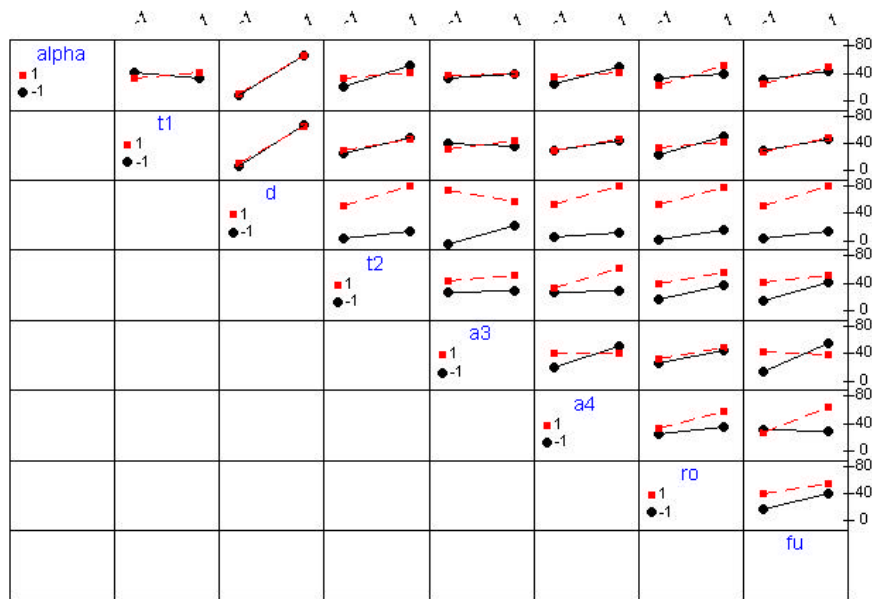
font appel aux matrices des plans factoriels complets, qui sont des matrices d'Hadamard. Ces matrices sont de rang $N=2^{k-p}$ et elles permettent d'obtenir 2^{k-p} informations de façon indépendante. Contrairement aux plans complets, nous n'obtenons plus directement les effets des facteurs et de leurs interactions, mais des combinaisons des effets et des interactions. On retrouve bien les paramètres et interactions donnés dans le tableau précédent à quelques différences près. En effet, dans ce type de plan, le nombre de réalisations est beaucoup plus restreint que dans un plan complet. Les résultats obtenus sont donc un peu moins précis (moins d'informations) qu'avec un plan complet comme celui réalisé précédemment mais cette méthode présente néanmoins l'avantage de fournir des résultats graphiques facilement interprétables et permettent tout de même de dégrossir le problème (ils sont utilisés comme plans de criblage : "screening" en anglais). De plus, ils demandent moins de temps et donc moins d'argent du fait du nombre limité de réalisations (même si dans notre cas cela importe peu du fait que les réalisations sont numériques et non expérimentales). Sur les graphiques suivants, on représente donc la variation de la résistance de l'assemblage en fonction des modalités prises par les différents paramètres (-1 représente la modalité basse et 1 la modalité haute de chaque paramètre). L'effet d'un facteur A (variables d'entrée du réseau de neurones) sur la réponse Y (résistance de l'assemblage) s'obtient en comparant les valeurs prises par Y quand A passe du niveau -1 au niveau +1. On parle d'interaction entre deux facteurs A et B si l'effet de A dépend du niveau de B ou inversement.

Figure 36- Influence des paramètres sur les résistances d'assemblages mono



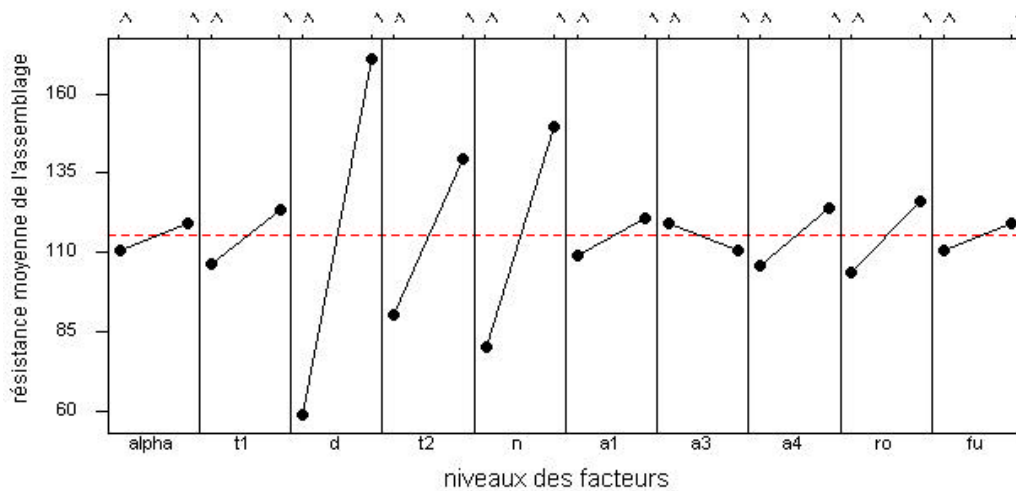
On retrouve bien ici les mêmes paramètres influents qu'avec l'analyse de variance (obtenus sur un plan complet) : d , t_2 et f_u sont les plus significatifs, a_4 et ρ le sont également. On donne aussi le graphique des interactions des paramètres : les interactions influentes sont celles dont les traits de modalités (rouges et noirs) se croisent sur la figure en page suivante. Si les traits ne se croisent pas, l'interaction considérée n'est pas significative.

Figure 37- Principales interactions sur les assemblages mono



On effectue de la même manière cette vérification de cohérence entre plans complets et plans fractionnaires sur les assemblages par organes multiples (une file et plus).

Figure 38- Influence des paramètres sur les résistances d'assemblages sur une file



On retrouve bien ici les mêmes paramètres influents que par l'analyse de variance (obtenus sur un plan complet) : d , t_2 et n sont les plus significatifs. Les influences de ρ et f_u sur la résistance des assemblages ont diminué par rapport aux assemblages monoboulonnés.

Figure 39- Principales interactions pour les assemblages sur une file

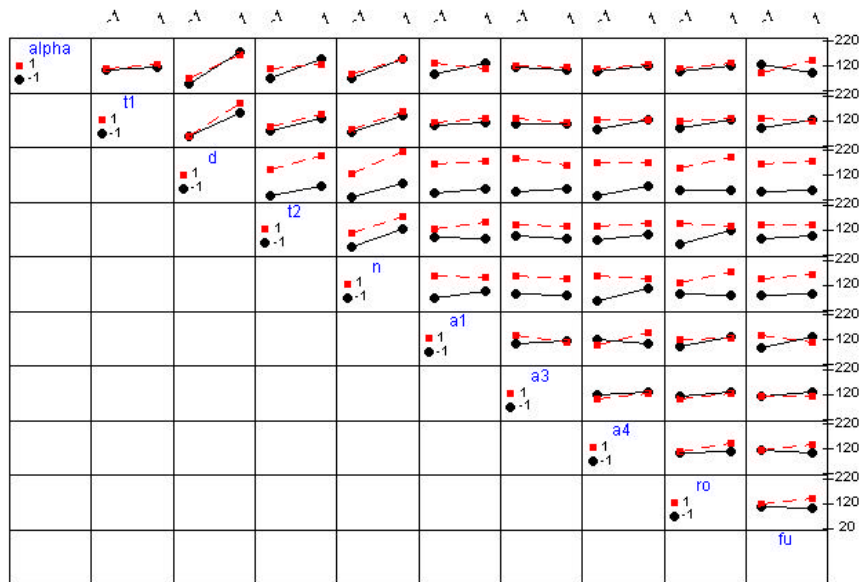
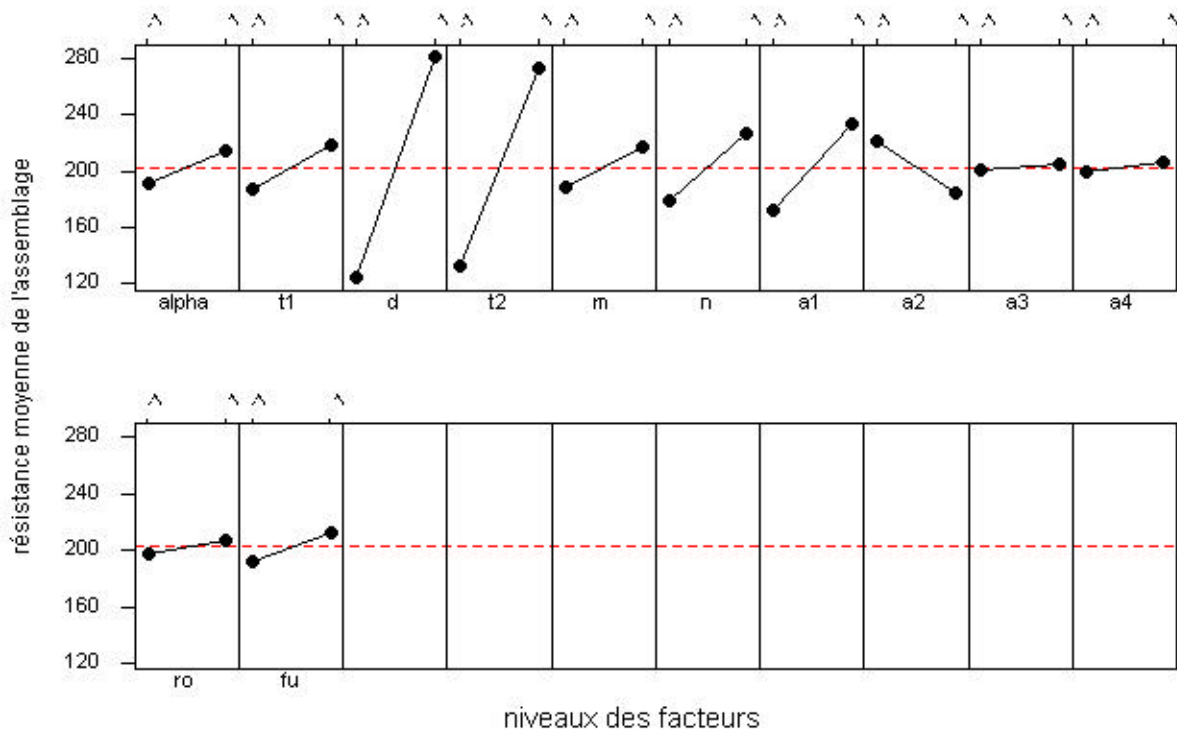
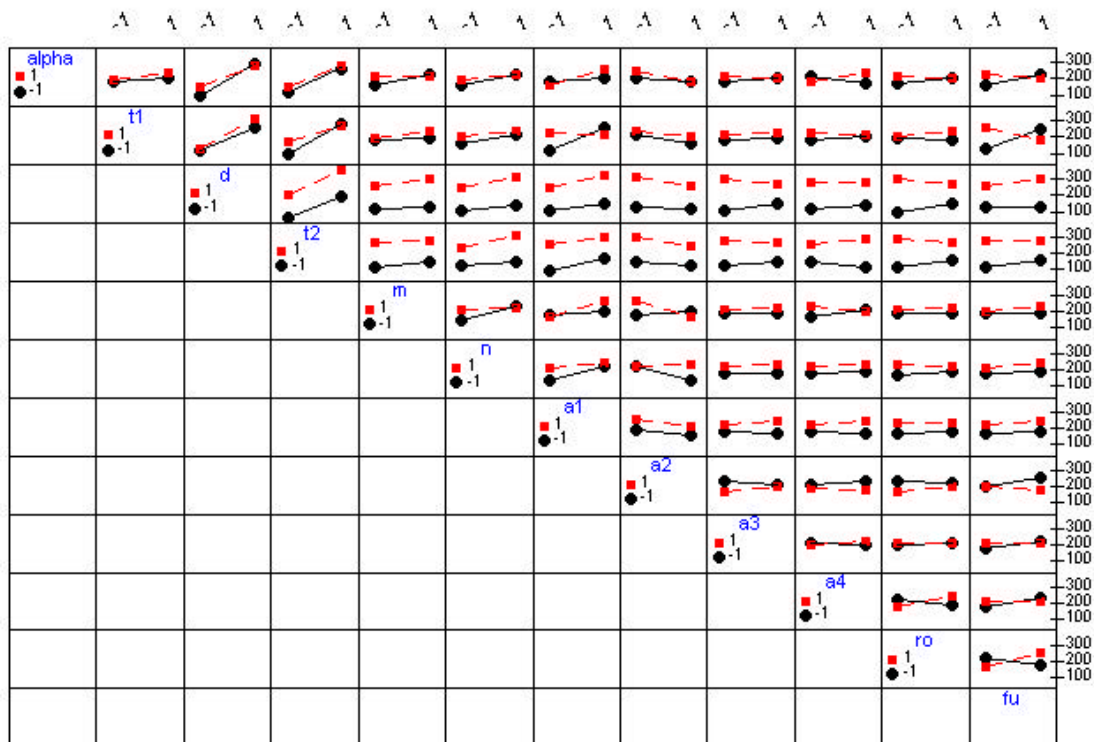


Figure 40- Influence des paramètres sur les résistances d'assemblages multi



On retrouve encore ici les mêmes paramètres influents que précédemment par analyse de variance (obtenus sur un plan complet) : d , t_2 , a_1 et n sont les plus significatifs. Les influences de ρ et f_u sur la résistance ont encore diminué en passant d'une à plusieurs files.

Figure 41- Principales interactions pour les assemblages multi



On constate, après lecture de ces graphiques, que l'influence des propriétés des matériaux (ρ , f_u) s'efface devant celle des propriétés géométriques des assemblages lorsque le nombre de boulons dans l'assemblage augmente.

4.3.1.2. Application à une base aléatoire et vérification sur la base expérimentale

Pour chaque sous base, on forme alors des modèles de plus en plus complexes (nombre croissant de termes rentrés dans le modèle et donnés par l'analyse de variance) et on effectue une optimisation sous contraintes à l'aide de Matlab (on ne veut pas de valeurs de résistances prédites par le modèle simplifié qui soit négatives) pour déterminer les facteurs associés à chaque terme retenu. Pour cela, on simule trois bases aléatoires d'environ 5000 points chacune avec les valeurs de résistances prédites par réseaux de neurones et on vérifie ensuite les résultats de prédiction des modèles simplifiés sur les trois bases expérimentales. On donne ci-après un exemple de comparaison entre résistances prédites par les modèles simplifiés et résistances expérimentales pour des modèles à 20 termes (19 facteurs et une constante).

Figure 42- Résultats de prédiction par le modèle simplifié pour un seul boulon dans l'assemblage

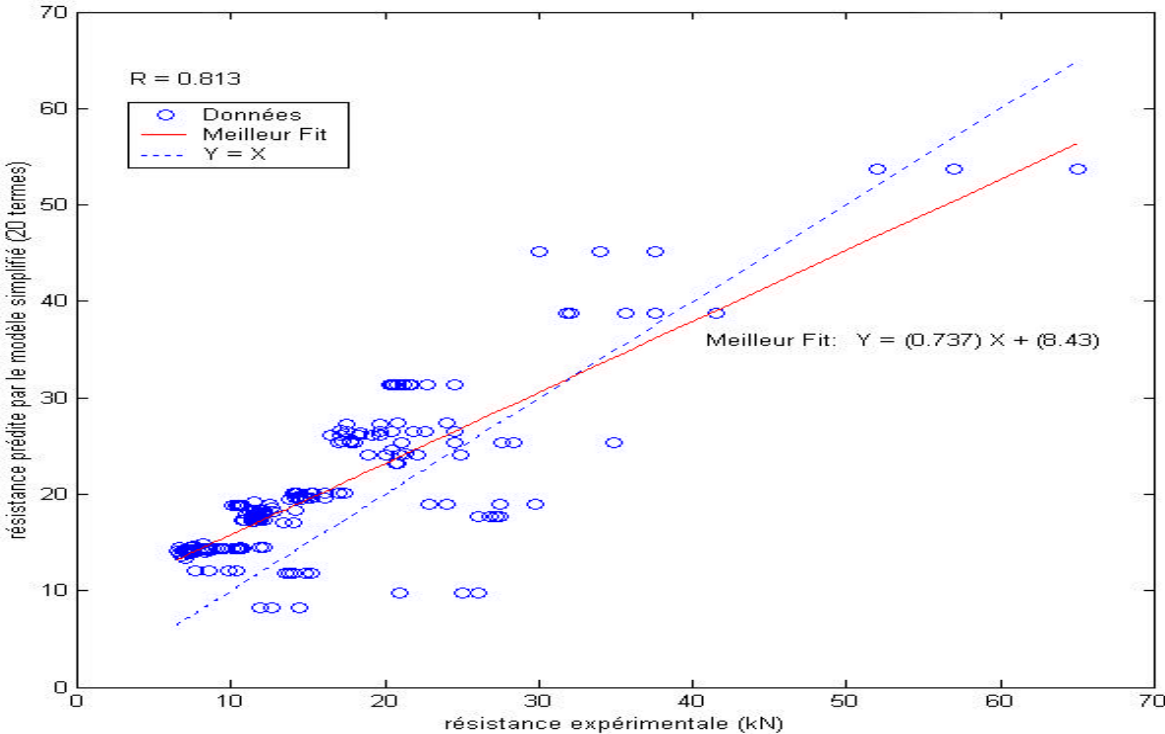


Figure 43- Résultats de prédiction par le modèle simplifié pour une seule file de boulons

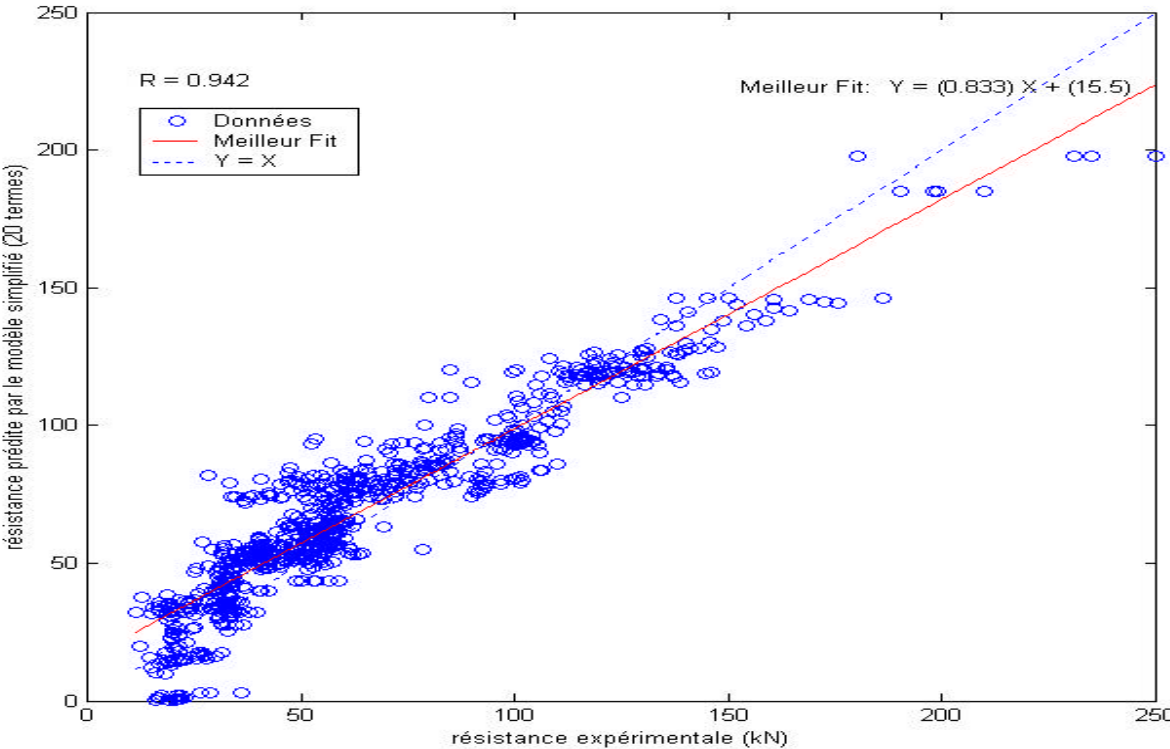
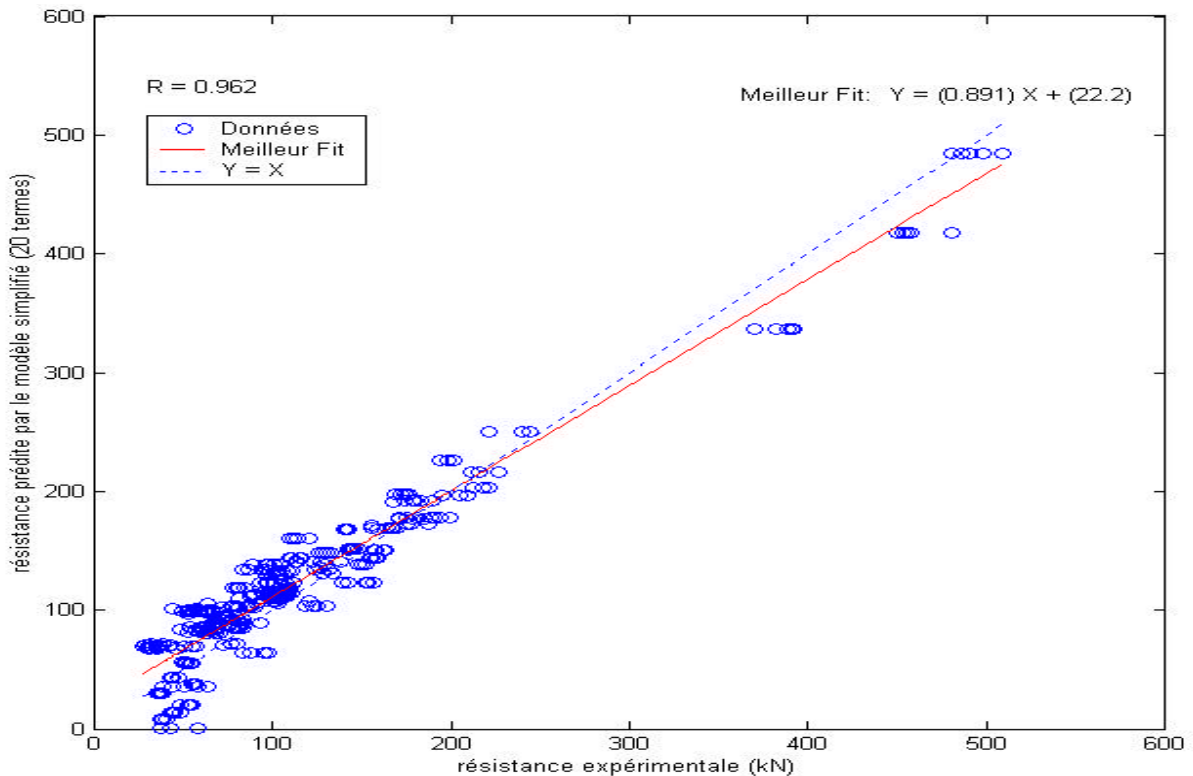


Figure 44- Résultats de prédiction par le modèle simplifié pour plusieurs files de boulons

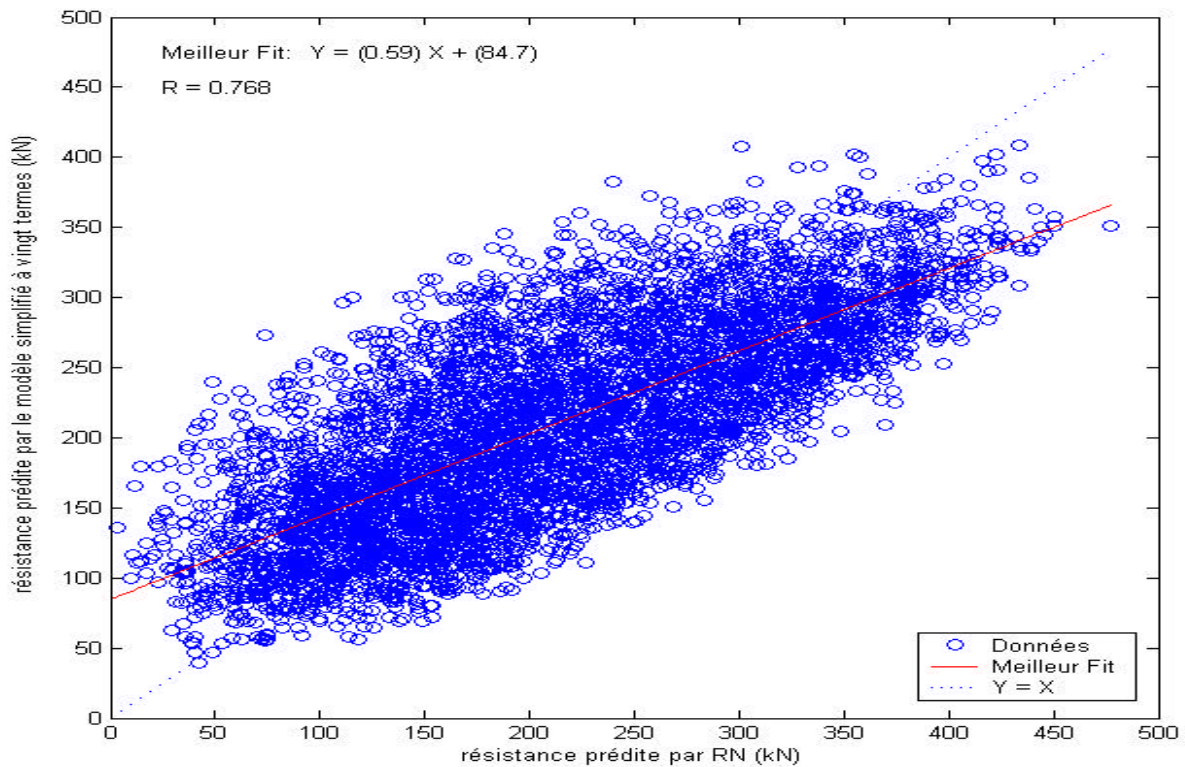


4.3.1.3. Inconvénients de la méthode

Les résultats obtenus semblaient satisfaisants, cependant on a constaté un problème propre aux plans d'expérience. A partir de l'analyse de variance à deux ou trois modalités par paramètres on crée un modèle de régression que l'on vérifie sur les données expérimentales. Les résultats de corrélation entre résistances expérimentales et résistances prédites par le modèle simplifié semblent bons mais la capacité de généralisation du modèle simplifié reste médiocre. En effet, en créant une base de données aléatoire de 5000 points, on veut vérifier cette capacité de généralisation du modèle simplifié pour des configurations qui n'ont pas été "appries". Les paramètres ne prennent plus ici que deux ou trois modalités comme dans l'analyse de variance (valeurs basses, moyennes et hautes) mais varient de façon aléatoire. Le modèle fonctionne pour des modalités des paramètres "appries" mais dès que l'on s'écarte de ces valeurs, le modèle explose. De plus, les modalités prises par les paramètres ne suffisent pas à rendre compte de la variabilité de ces derniers et ainsi de leur influence sur la résistance ultime des assemblages. Le modèle fonctionne pour des valeurs discrètes des variables d'entrée et non des valeurs continues. Ce modèle ne prend également pas en compte d'éventuelles non linéarités existantes entre variables d'entrée et résistances expérimentales. On donne ci-après une illustration de cette mauvaise capacité de généralisation du modèle

simplifié sur une base aléatoire (5000 points) de configurations d'assemblages par organes multiples.

Figure 45- Mauvaise prédiction de résistances par le modèle simplifié sur une base aléatoire



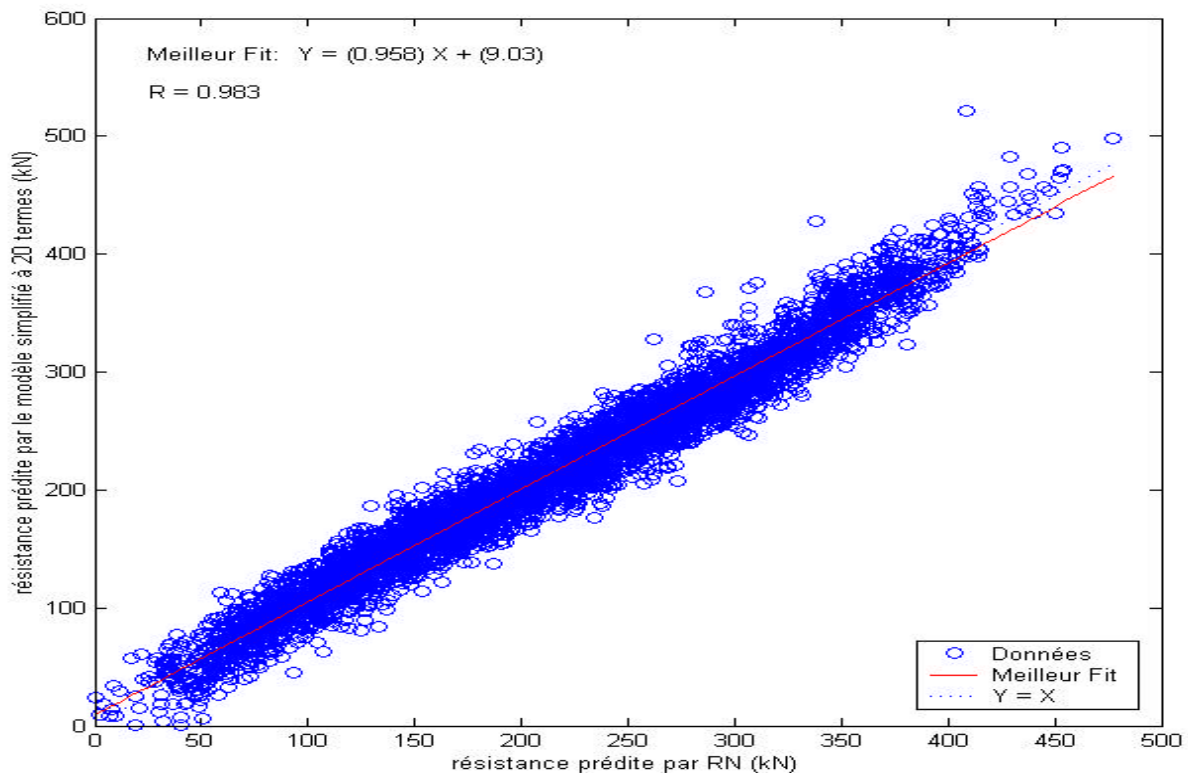
Le modèle simplifié, obtenu par analyse de variance sur un plan d'expérience complet à deux modalités par paramètres, pour des assemblages par organes multiples, n'est pas suffisant pour exprimer de manière convenable la résistance prédite par les réseaux de neurones. Les termes linéaires et les interactions obtenus par l'analyse de la variance ne permettent pas de caler un modèle simplifié suffisamment robuste. Le fait de fixer des modalités hautes et basses n'est pas suffisant pour caler des courbes de tendance de résistance en fonction des valeurs des paramètres : cette méthode est trop restrictive. On s'est donc orienté vers une approche qui devrait permettre une meilleure généralisation.

4.3.2. Régression pas à pas et optimisation sous contraintes

On a alors décidé de reprendre les régressions "stepwise" mais en fractionnant cette fois-ci la base de données en fonction du nombre d'organes dans l'assemblage. L'avantage de la méthode est, contrairement à l'analyse de variance citée précédemment, d'intégrer les effets

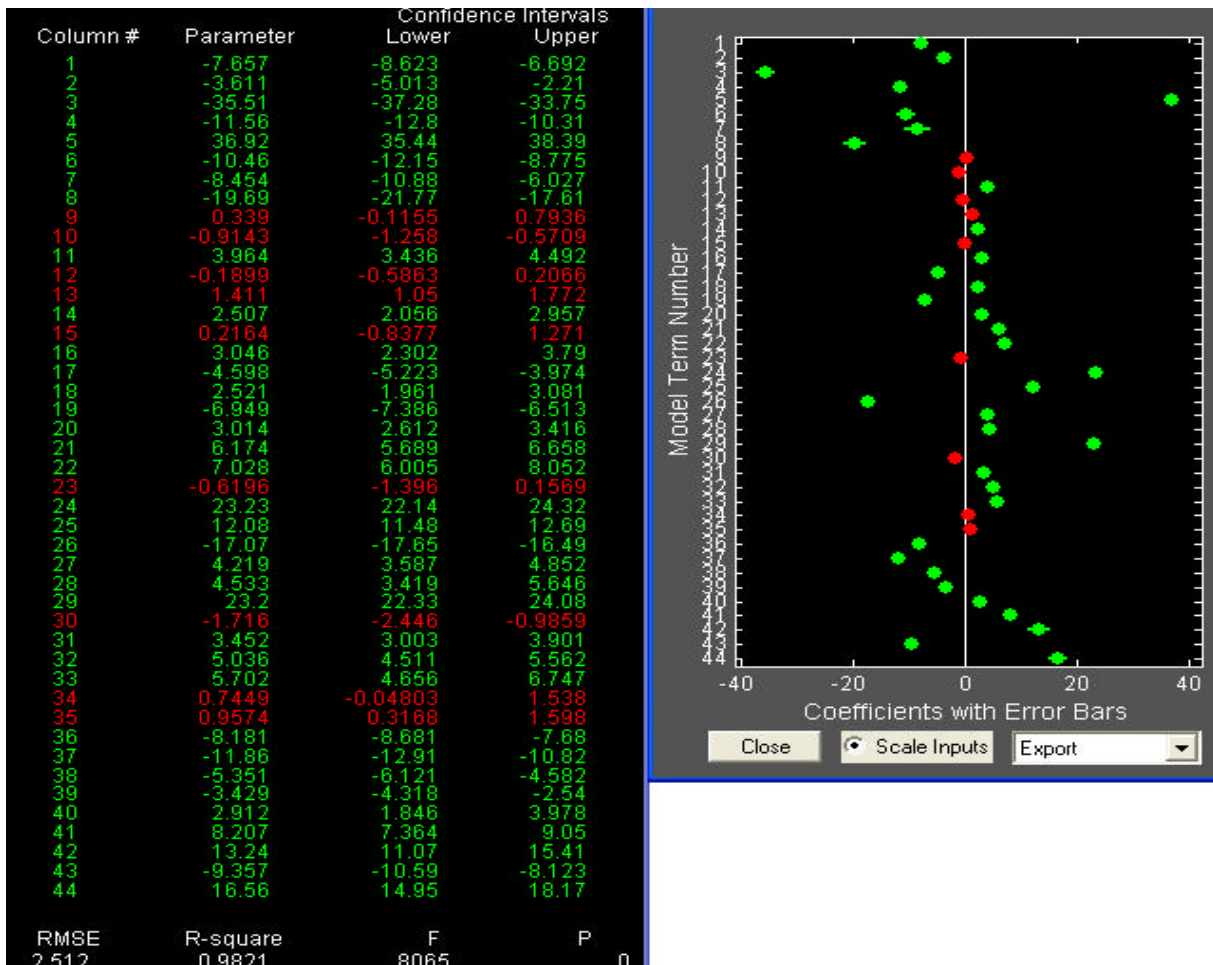
quadratiques des variables d'entrée. On répète ainsi le processus de régression pas à pas avec des modèles quadratiques complets (quarante-quatre, soixante-cinq et quatre-vingt dix termes respectivement). On part d'un modèle quadratique complet sur chaque fraction de la base (mono, une file, multi) que l'on simplifie au fur et à mesure (on élimine un par un les termes peu influents sur la résistance) jusqu'à tomber à un nombre raisonnable de termes retenus. L'analyse de variance effectuée précédemment nous permet d'avoir une idée des termes linéaires et croisés influents que l'on intégrera dans le modèle simplifié par régression pas à pas. On forme ainsi successivement des modèles à huit, douze, seize, dix-huit et vingt termes plus une constante. Pour cela on a généré de nouveau trois bases aléatoires de 5000 points chacune en vérifiant que le modèle généralise bien ici pour n'importe quelle configuration. Pour éviter d'obtenir des valeurs de prédiction négatives par le modèle simplifié, et afin de rester cohérent avec les principes de la Mécanique, on effectue encore une optimisation sous contraintes. On illustre ci-après cette meilleure capacité de généralisation du modèle simplifié par un exemple de prédiction de résistances sur une base aléatoire (de 5000 points) de configurations d'assemblages par organes multiples.

Figure 46- Bonne prédiction de résistances par le modèle simplifié sur une base aléatoire



On vérifie enfin les résultats de prédiction de ces modèles simplifiés sur les trois bases expérimentales. On donne ci-après un exemple de figure obtenue sous Matlab pour effectuer une régression pas à pas pour des assemblages mono boulonnés. Pour ce type d'assemblage, un modèle quadratique complet comporte 44 termes (« column » dans la figure ci-dessous). Les termes non influents se situent sur la ligne verticale blanche des coefficients nuls sur l'image de droite. Les termes éliminés au fur et à mesure dans le modèle apparaissent ici en rouge et les termes entrant dans le modèle sont encore en vert. Pour chaque terme retenu, Matlab fournit le coefficient associé (« parameter » sur l'image de gauche) ainsi que son intervalle de confiance (« confidence intervals »). Enfin, on dispose également du coefficient de corrélation (« R square ») entre résistance prédite par le modèle simplifié et résistance prédite par réseau de neurones, de l'erreur quadratique moyenne (« RMSE ») obtenue avec ce modèle ainsi que de la valeur du test de Fisher (« F ») et de sa probabilité associée (« P ») qui doit demeurer inférieure à 0.05 (pour considérer que les termes retenus sont significatifs).

Figure 47- Exemple de régression stepwise sous Matlab



4.3.2.1. Formule matricielle

On donne ci-dessous la forme du modèle simplifié et les coefficients associés à chaque variable d'entrée, chaque interaction entre ces variables et chaque terme quadratique retenus comme influents sur la résistance de l'assemblage. On n'indique ici que les coefficients pour un modèle à vingt termes et une constante pour chaque sous base (mono, une file, multi), les autres étant donnés en annexe B.

4.3.2.1.1. Assemblage avec un seul organe

Le modèle simplifié (20 termes) pour un assemblage mono boulonné prend alors la forme suivante :

$$R_{simp} = A_0 + A_1^T X + X^T A_2 X$$

$$A_0 = 4.46e^1$$

$$A_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -8.33 & -6.45e^{-1} & -9.4e^{-3} & -3.5e^{-1} & 1.03e^{-2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & -4.4e^{-3} & 0 & 4.2e^{-3} & 3e^{-4} & 0 \\ & & 1.97e^{-1} & 4.54e^{-2} & -7.7e^{-3} & 0 & 3.3e^{-3} & 7.1e^{-3} \\ & & & 0 & 0 & 3.3e^{-3} & 8e^{-4} & 0 \\ & & & & 0 & -1.4e^{-3} & 4e^{-4} & 2e^{-4} \\ & & & & & 0 & 0 & 4e^{-4} \\ & & & & & & 0 & -2e^{-4} \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$X^T = [\alpha \ t_1 \ d \ t_2 \ a_3 \ a_4 \ \rho \ f_0]$$

4.3.2.1.2. Assemblage comportant une file d'organe

Le modèle simplifié pour un assemblage avec une file d'organes (20 termes) prend alors la forme suivante :

$$R_{simp} = A_0 + A_1^T X + X^T A_2 X$$

$$A_0 = -3.85e^1$$

$$A_1^T = \begin{bmatrix} -1.02e^{-1} & 0 & -1.17e^1 & 0 & 1.08 & 0 & 9.21e^{-1} & -6.4e^{-1} & -1.7e^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 9.5e^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 3.66e^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2.77e^{-1} & 2.48e^{-2} & 7.09e^{-1} & -1.24e^{-2} & -4.61e^{-2} & 4.82e^{-2} & 1.65e^{-2} & 4.4e^{-3} & \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.3e^{-3} & 0 & \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ & & & & & -3e^{-3} & -4.4e^{-3} & 5.1e^{-3} & 0 & 0 & \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & \\ & & & & & & & & 0 & 0 & \\ & & & & & & & & & 0 & \\ & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$X^T = [\alpha \ t_1 \ d \ t_2 \ n \ a_1 \ a_3 \ a_4 \ \rho \ f_u]$$

4.3.2.1.3. Assemblage comportant plusieurs files d'organes

Enfin, le modèle simplifié pour un assemblage avec plus d'une file d'organes (20 termes) prend la forme suivante :

$$R_{simp} = A_0 + A_1^T X + X^T A_2 X$$

$$A_0 = -2.29e^1$$

$$A_1^T = [0 \ 0 \ 298 \ 1.39e^{-1} \ 1.92e^1 \ 0 \ 0 \ -4.88e^{-1} \ 0 \ 0 \ 1.53e^{-1} \ 1.68e^{-1}]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4.8e^{-3} & 7e^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 2.66e^{-2} & -4.6e^{-3} & 0 & 0 & 2.5e^{-3} & 0 & 2e^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 3.35e^{-2} & 0 & 6.15e^{-1} & 2.67e^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.3e^{-3} & 3.3e^{-3} & 2.9e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.3e^{-2} & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & -5.5e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$X^T = [\alpha \ t_1 \ d \ t_2 \ m \ n \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ \rho \ f_u]$$

4.3.2.2. Résultats

On présente dans le tableau suivant une synthèse des résultats obtenus avec les modèles simplifiés en comparaison avec l'Eurocode 5 et les réseaux de neurones.

Tableau 14- Etude comparative des modèles proposés

type de modèle	RMSE	erreur max (kN)	erreur max (%)	coeff. corrélation R (modèle/expérimental)	équation corrélation (modèle/expérimental)
Eurocode 5 mono	5.04	29.9	46	0.841	$y=0.591x+6.06$
RN mono	3.27	12.37	60.61	0.944	$y=1.03x-0.92$
reg mono 8	7.63	17.58	67.7	0.838	$y=0.84x+8.32$
reg mono 12	5.74	18.36	61.2	0.889	$y=1.09x+1.3$
reg mono16	5.61	17.87	59.6	0.896	$y=1.02x+3$
reg mono 18	5.38	17.02	56.76	0.907	$y=1.01x+3.1$
reg mono 20	5.37	15.9	53.3	0.901	$y=x+3.19$

Eurocode 5 une file	14.12	68.75	45.83	0.935	$y=0.915x+9.06$
RN unefile	7.92	40.63	143.5	0.979	$y=0.959x+2.75$
reg unefile 8	17.72	61.92	24.77	0.931	$y=0.798x+23.6$
reg unefile 12	16.13	61.03	24.41	0.933	$y=0.79x+21.3$
reg unefile 16	14.87	58.44	23.38	0.938	$y=0.838x+17$
reg unefile 18	12.17	54.93	21.97	0.949	$y=0.907x+6.88$
reg unefile 20	11.55	53.33	21.33	0.954	$y=0.911x+6.68$

Eurocode 5 multi	41.48	176.9	34.73	0.941	$y=0.612x+26.7$
RN multi	12.56	46.57	52.3	0.989	$y=0.959x+5.84$
reg multi 8	27.97	95.66	24.37	0.948	$y=0.853x+23.7$
reg multi 12	24.43	91.85	23.4	0.962	$y=0.822x+22.1$
reg multi 16	20.57	59.2	15.08	0.972	$y=0.91x+15.3$
reg multi 18	20.11	54.69	13.93	0.972	$y=0.932x+11.8$
reg multi 20	19.96	52.07	10.82	0.972	$y=0.931x+10.22$

On représente sur les graphes suivants un exemple de résultats obtenus avec les modèles simplifiés pour chaque sous base.

Figure 48- Prédiction de résistance mono par le modèle simplifié

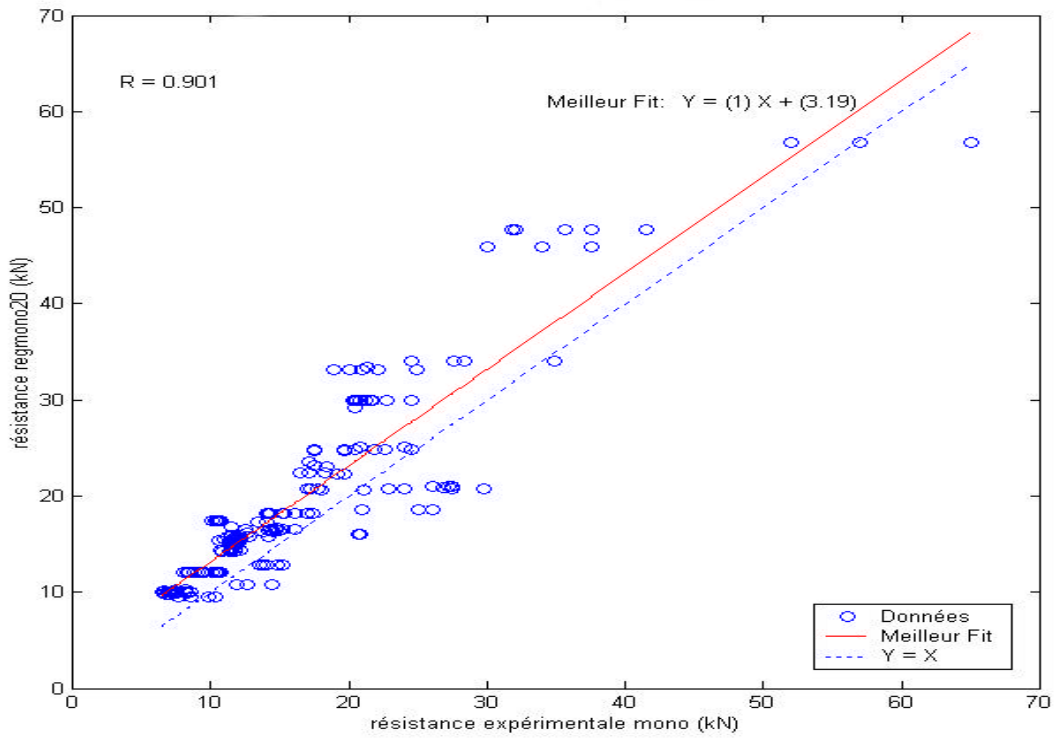


Figure 49- Prédiction de résistance sur une file par le modèle simplifié

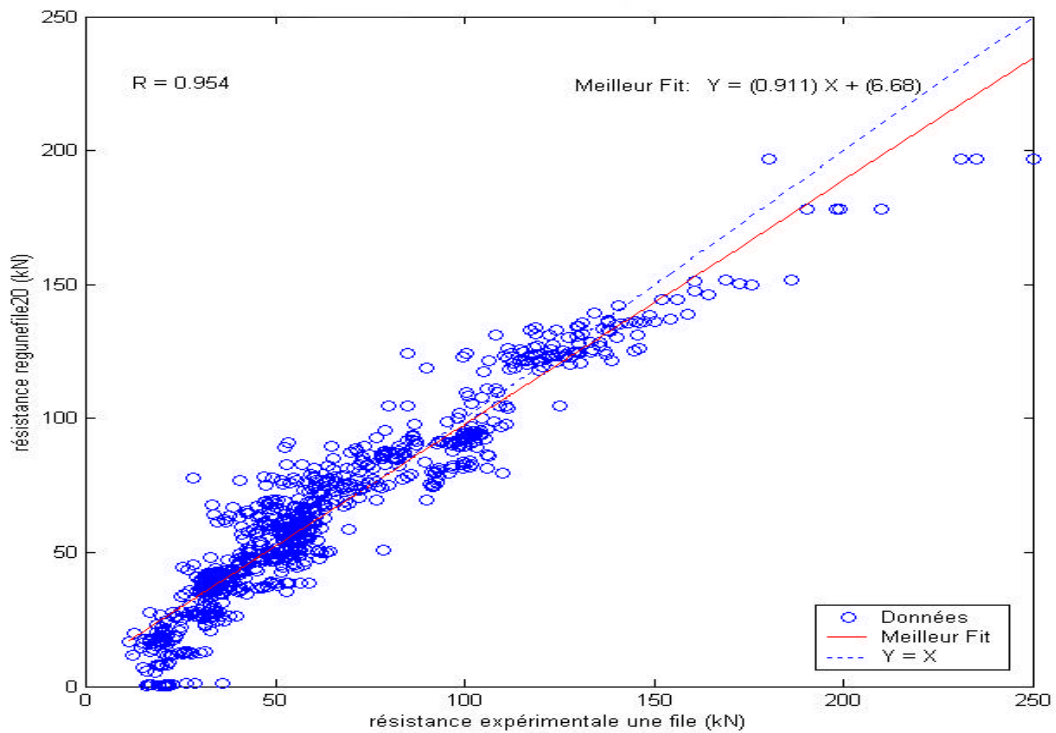
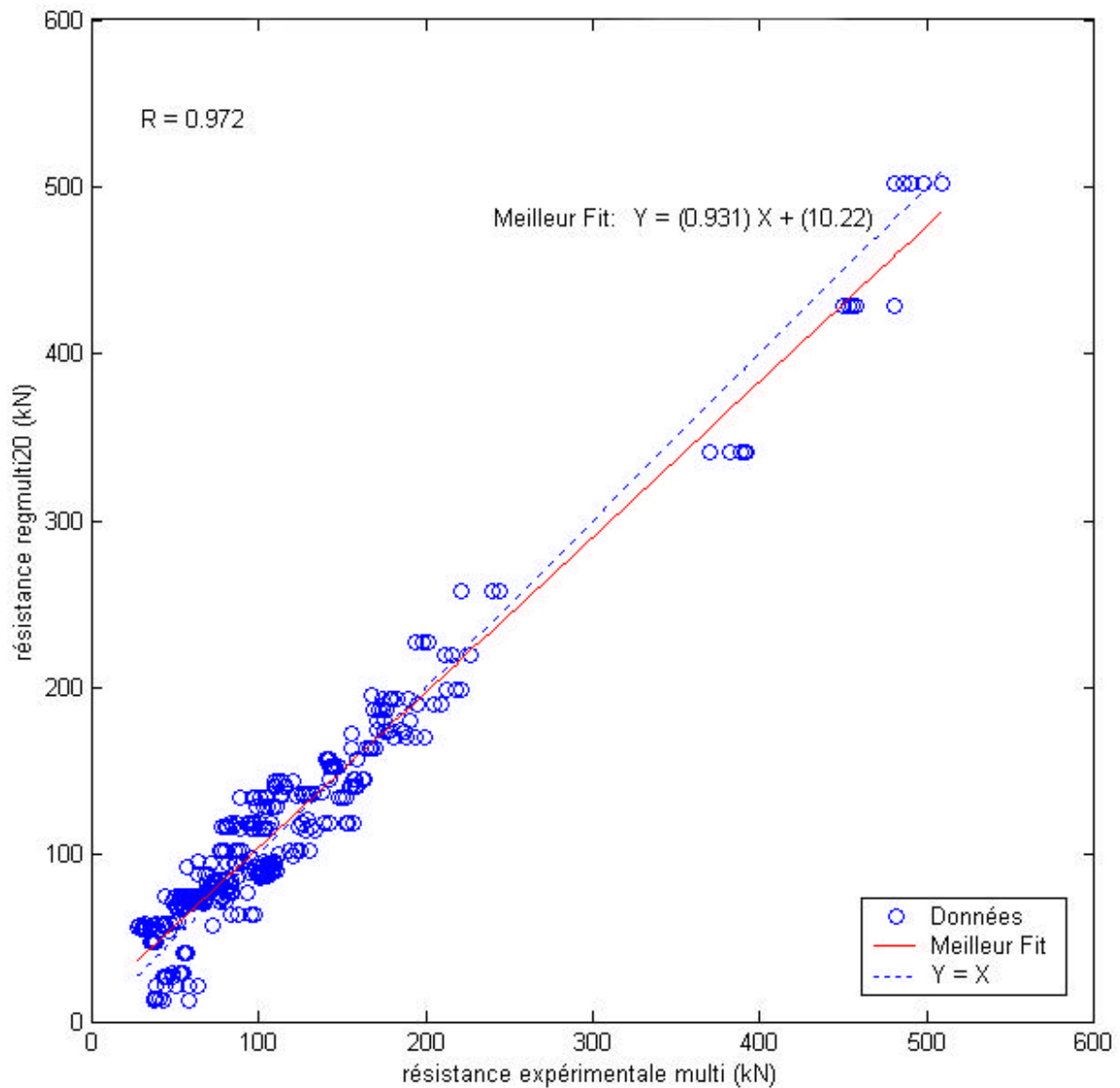


Figure 50- Prédiction de résistance multi par le modèle simplifié



On a également tenté d'intégrer les effets des racines carrées des variables ainsi que des variables normées par rapport à d en les incorporant dans les régressions pas à pas mais les corrélations obtenues n'étaient pas meilleures en tenant compte de ces effets : l'information supplémentaire apportée n'a pas permis d'améliorer les modèles proposés.

4.4. Conclusion

Les modèles simplifiés proposés présentent de bons résultats de corrélation entre résistances expérimentales et résistances prédites. On perd toutefois en qualité de régression par rapport

aux résultats obtenus par réseaux de neurones mais les modèles fournis sont beaucoup plus faciles à interpréter. Les résultats les plus probants sont obtenus pour les assemblages par organes multiples. Les progrès par rapport à l'Eurocode 5, en terme de prévision, sont moins évidents pour les assemblages mono boulonnés même si la tendance moyenne reste meilleure. Ceci n'est pas trop étonnant car c'est pour ce type d'assemblage que les données sont les moins nombreuses. La modélisation mécanique développée au CUST et au LERMAB pourrait permettre d'améliorer ces résultats. Enfin, on pourra essayer de caler d'autres formes de modèles simplifiés que des modèles quadratiques.

Conclusions générales et perspectives

Le recueil de la base de données établie fut un travail long et fastidieux mais celle-ci, outre le fait d'alimenter le réseau de neurones, présente l'avantage de pouvoir être exploitée par d'autres auteurs travaillant sur le thème de cette étude (cf. Annexe C).

Les résultats obtenus dans cette étude montrent dans quelle mesure les réseaux de neurones se révèlent être une alternative intéressante et efficace pour palier le manque de fiabilité des diverses réglementations en vigueur en ce qui concerne le dimensionnement des assemblages bois par organes multiples. L'idée initiale qui consistait à prédire la résistance ultime de tels assemblages au moyen des réseaux de neurones semble donc validée.

Il faut cependant remarquer que ces réseaux sont de bons interpolateurs (les nouvelles données présentées tombent dans l'intervalle de variation des valeurs des données d'apprentissage) mais leur capacité à extrapoler reste incertaine. Des données dernièrement recueillies sur des assemblages avec des broches, dont la résistance caractéristique en traction ($f_{u,k}=800 \text{ N/mm}^2$) dépasse celle de la base de données d'apprentissage, ont montré les limites des réseaux de neurones.

Les conclusions obtenues à partir d'un modèle de type Eurocode 5 (cf. 4.2.3) remettent en question l'utilisation, par un grand nombre de réglementations, d'un nombre efficace d'organes n_{ef} , à prendre en compte, pour déterminer la résistance ultime d'assemblages par organes multiples.

Le modèle fourni par les réseaux de neurones reste néanmoins trop complexe pour pouvoir être intégré dans un code de calcul mais sa simplification par des modèles quadratiques généralisés le rend tout de même plus abordable. Les résultats de prévision sont naturellement moins précis mais ils demeurent quand même plus proches des résultats expérimentaux que l'Eurocode 5.

Il reste cependant à combler les lacunes dans la base de données établie afin d'améliorer la robustesse du modèle (nous disposons par exemple de trop peu de données pour les assemblages mono boulonnés). Ce travail aurait dû être effectué en collaboration avec le CUST et le LERMAB, grâce à la modélisation mécanique par éléments finis développée dans leurs laboratoires, mais ce modèle n'est pas encore finalisé à ce jour.

On pourra également tenter de simplifier ce réseau prédictif par d'autres types de modèles que des modèles quadratiques.

Une autre approche intéressante consiste à utiliser des réseaux de neurones probabilistes afin d'intégrer des notions de fiabilité. On donne en entrée du réseau, non plus des valeurs fixes des variables, mais des lois de distribution de ces variables. On récupère ainsi, en sortie du réseau, non plus une valeur unique de résistance, mais une loi de distribution de cette résistance.

Enfin, au vu des bonnes performances de la méthode, il semble possible d'étendre la méthode à d'autres genres d'assembleurs. On devrait par exemple pouvoir appliquer la méthode aux assemblages avec des plaques métalliques latérales ou aux assemblages avec des pointes, des vis ou des crampons en prenant en compte les paramètres considérés comme influents.

Table des illustrations

Tableaux :

<i>Tableau 1- Classes de résistance des organes d'assemblages de type tiges</i>	9
<i>Tableau 2- Variabilité des paramètres étudiés</i>	10
<i>Tableau 3- Paramètres des lois d'enfoncement</i>	25
<i>Tableau 4- Géométrie des assemblages étudiés</i>	26
<i>Tableau 5- Espacements et distances minima pour les broches</i>	32
<i>Tableau 6- Espacements et distances minima pour les boulons</i>	32
<i>Tableau 7- Espacements minimaux définis par le règlement canadien</i>	39
<i>Tableau 8- Espacements minimaux définis par le règlement américain</i>	41
<i>Tableau 9- Equivalences entre statistiques et réseaux neuronaux</i>	60
<i>Tableau 10- Comparatif de la qualité prédictive du réseau en fonction du nombre de neurones cachés</i>	64
<i>Tableau 11- Comparaison des modèles simplifiés</i>	73
<i>Tableau 12- Corrélations entre variables d'entrée et n_{ef}</i>	75
<i>Tableau 13- Analyse de variance pour un assemblage avec un seul boulon</i>	77
<i>Tableau 14- Etude comparative des modèles proposés</i>	89

Figures :

<i>Figure 1- Schéma des assemblages</i>	8
<i>Figure 2- Histogrammes de la base de données</i>	11
<i>Figure 3- Configurations étudiées</i>	12
<i>Figure 4- n_{ef} selon trois règles de dimensionnement</i>	13
<i>Figure 5- Schéma de placement des boulons en compression perpendiculaire au fil du bois</i>	15
<i>Figure 6- Assemblages testés</i>	16
<i>Figure 7- Configurations étudiées</i>	17
<i>Figure 8- Modes de ruine des assemblages bois/bois en double cisaillement</i>	21
<i>Figure 9- Loi d'enfoncement</i>	25

<i>Figure 10- Comparaison des comportements expérimentaux et des simulations</i>	27
<i>Figure 11- Espacements des organes et distances – définitions</i>	31
<i>Figure 12- Courbe type du comportement en portance locale sous une tige</i>	35
<i>Figure 13- Configuration type de l'essai d'enfoncement</i>	35
<i>Figure 14- Quelques modes de rupture fragile</i>	36
<i>Figure 15- Mode de fissuration par fendage</i>	37
<i>Figure 16- Comparaison de prédictions de résistances d'assemblages</i>	42
<i>Figure 17- Prédiction de résistances par Jorissen sur ses données</i>	43
<i>Figure 18- Prédiction de résistances par Jorissen sur l'ensemble de la base de données</i>	44
<i>Figure 19- Quelques fonctions de transfert utilisées par les neurones formels</i>	48
<i>Figure 20- Un neurone formel</i>	48
<i>Figure 21- Le perceptron</i>	50
<i>Figure 22- La méthode du gradient.</i>	53
<i>Figure 23- Un réseau neuronal qui calcule le XOR.</i>	55
<i>Figure 24- Réseau multicouche avec 2 couches cachées</i>	55
<i>Figure 25- Vue d'une couche cachée</i>	57
<i>Figure 26- Architecture du réseau</i>	61
<i>Figure 27- Schéma représentatif du réseau utilisé</i>	65
<i>Figure 28- Prédiction de résistances pour l'échantillon d'apprentissage</i>	66
<i>Figure 29- Prédiction de résistances pour l'échantillon de généralisation</i>	66
<i>Figure 30- Prédiction de résistances d'assemblages par les réseaux de neurones</i>	67
<i>Figure 31- Prédiction de résistances d'assemblages par l'Eurocode 5</i>	67
<i>Figure 32- Organigramme de la méthode</i>	71
<i>Figure 33- Comparaison de prédictions de résistances d'assemblages mono</i>	73
<i>Figure 34- Comparaison de prédictions de résistances d'assemblages sur une file</i>	74
<i>Figure 35- Comparaison de prédictions de résistances d'assemblages multi</i>	74
<i>Figure 36- Influence des paramètres sur les résistances d'assemblages mono</i>	78
<i>Figure 37- Principales interactions sur les assemblages mono</i>	79
<i>Figure 38- Influence des paramètres sur les résistances d'assemblages sur une file</i>	79
<i>Figure 39- Principales interactions pour les assemblages sur une file</i>	80
<i>Figure 40- Influence des paramètres sur les résistances d'assemblages multi</i>	80
<i>Figure 41- Principales interactions pour les assemblages multi</i>	81
<i>Figure 42- Résultats de prédiction par le modèle simplifié pour un seul boulon dans l'assemblage</i>	82

<i>Figure 43- Résultats de prédiction par le modèle simplifié pour une seule file de boulons</i>	<i>82</i>
<i>Figure 44- Résultats de prédiction par le modèle simplifié pour plusieurs files de boulons</i>	<i>83</i>
<i>Figure 45- Mauvaise prédiction de résistances par le modèle simplifié sur une base aléatoire</i>	<i>84</i>
<hr/>	
<i>Figure 46- Bonne prédiction de résistances par le modèle simplifié sur une base aléatoire</i>	<i>85</i>
<i>Figure 47- Exemple de régression stepwise sous Matlab</i>	<i>86</i>
<i>Figure 48- Prédiction de résistance mono par le modèle simplifié</i>	<i>90</i>
<i>Figure 49- Prédiction de résistance sur une file par le modèle simplifié</i>	<i>90</i>
<i>Figure 50- Prédiction de résistance multi par le modèle simplifié</i>	<i>91</i>

Bibliographie

- ¹ **H.J.Larsen** - Load carrying capacity of joints loaded perpendicular to grain.
CIB W18, meeting 34, Venice, August 2001.
- ² **M.A.H.Mohammad, P.Quenneville, I.Smith** – Bolted timber connections : investigation on failure mechanism.
International Conference of IUFRO/S.5.02 timber engineering, Copenhagen, Denmark, 1997.
- ³ **M.A.H.Mohammad, J.H.P.Quenneville** - Behaviour of wood-steel-wood bolted glulam connections.
CIB W 18, Meeting 32, Graz, Austria, 1999.
- ⁴ **M.Ballerini, M.Piazza** - Experimental tests on perpendicular to the grain connections.
CIB W18, Meeting 30, Vancouver, Canada, 1997.
- ⁵ **R.D.Call., R.Bjorhovde** - Bolted timber connections with steel side plates.
Civil Engineering Research report No. ST-1, University of Pittsburgh, 1998.
- ⁶ **J.Helbeck, H.Werner** - Design of joints with laterally loaded dowels.
CIB W18 (21-7-4), meeting 21, Parksville, Canada, 1988.
- ⁷ STEP 1, structures en bois aux états limites : introduction à l'Eurocode 5, matériaux et base de calculs. Eyrolles, 1996.
- ⁸ **P.Vermeijden** - Test on bolted joints.
CIB W18 (13-7-7), meeting 13, Otaniemi, Finland, 1980.

⁹ **A.Jorissen** - Double shear timber connections with dowel type fasteners.
Delft University Press, 1998.

¹⁰ **A.Mischler, E.Gehri** - Strength reduction rules for multiple fastener joints.
CIB W18 (32-7-5), meeting 32, Graz, Austria, 1999.

¹¹ **B.Vincent** - Thèse de doctorat en Génie Civil : analyse et modélisation du comportement mécanique des assemblages bois boulonnés ou cloués.
CUST, Université de Clermont II, Juin 1988.

¹² CTBA, essais sur Kertopuu assemblé avec clous, boulons ou broches.
Dossier ST N° 42 11 71/89, ST-CLV/OZ Méca, 1989.

¹³ **S.Koponen, P.Kanerva** - Summary of european kerto-LVL tests with mechanical fasteners.
Helsinki University of Technology, Julkaisu/report 29, 1992.

¹⁴ **P.J.Moss** - Multiple bolted joints in wood members, a literature review.
United States Department of Agriculture, Forest Products Laboratory.
General technical report FPL-GTR-97, 1997.

¹⁵ **L.Daudeville, M.Yasumura** - Design and analysis of bolted timber joints under lateral force perpendicular to grain.
CIB W18 (32-7-3), meeting 32, Graz, Austria, 1999.

¹⁶ **L.Daudeville, L.Davenne, M.Yasumura** -: Prediction of the load carrying capacity of bolted timber joints.
Wood Science and Technology 33, 15-29, 1999.

¹⁷ **D.I.Masse, J.J.Salinas, J.E.Turnbull** - Lateral strength and stiffness of single and multiple bolts in glued-laminated timber loaded parallel to grain.
Contribution N° C-029, from Engineering and Statistical Research Centre, Research Branch, Agriculture Canada, Ottawa K1A 0C6.

¹⁸ **T.L.Wilkinson** - Load distribution among bolts parallel to load.

Journal of structural Engineering, Vol. 112, N°4, April 1986.

¹⁹ **L.Bléron** – Contribution à l'optimisation des performances des assemblages bois en structure. Analyse de la portance dans les assemblages de type tiges.

Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy, Juin 2000.

²⁰ **L.Bléron, J.F.Bocquet, G.Duchanois, P. Triboulot** – Contribution to the optimization of timber joints performances. Analysis of dowel type fasteners embedment strength.

International Rilem Symposium on Joints in Timber Structures, PRO 22, 2001.

²¹ **N.Sauvat** – Résistance d'assemblages de type tige en structure bois sous chargements cycliques complexes.

Thèse de Doctorat, Université de Clermont II, 2001.

²² **J-F. Bocquet, P.Racher** - Fiabilité et compétitivité des assemblages de structures en bois : mécanismes de ruine associés aux assemblages à plans multiples.

Rapport intermédiaire N°2, LERMAB, Université Henri Poincaré (Nancy), LERMES, Université Blaise Pascal (Clermont), 2003.

²³ Eurocode 5 - Calcul des ouvrages en bois. Partie 1.1 : règles générales et règles applicables aux bâtiments. Document d'Application Nationale-ENV 1995-1-1 : 1994.

²⁴ Document CEN/TC 250/SC 5 : N 195.

prEN 1995-1-1, Eurocode 5, design of timber structures, part 1-1, general rules and rules for buildings, final draft, 2002.

²⁵ **A.Mischler** - Influence of ductility on the load-carrying capacity of joints with dowel-type fasteners.

CIB W18 (30-7-6), meeting 30, Vancouver, Canada, 1997.

²⁶ Canadian Standards Association-CSA 086.1-94.

Engineering Design in Wood (limit states design). A national standard of Canada-1994.

²⁷ Load and Resistance Factor Design, specification for engineered wood construction. LRFD, guidelines for developing reference resistance. USA regulation-1991.

²⁸ **H.Demuth, M.Beale** - Neural Network Toolbox User's Guide (Version 4) for use with Matlab.
The Math Works Inc, 2000.

²⁹ **A.Hugget** - Thèse de doctorat de Mécanique N°1858 : réseaux de neurones et algorithmes génétiques, application à la modélisation et à l'optimisation de séchoirs industriels.
Université Bordeaux I, 1998.

³⁰ <http://www.grappa.univ-lille3.fr>

³¹ **A.Cointe, F.Rouger** – Predicting the load carrying capacity of dowel-type connections by using the neural network approach.
International Rilem Symposium on Joints in Timber Structures, PRO 22, 2001.

³² **A.Cointe, F.Rouger** – Prédiction de résistances d'assemblages par organes de type tige en utilisant l'approche des réseaux de neurones.
Annales GC Bois, volume 6, 2002.

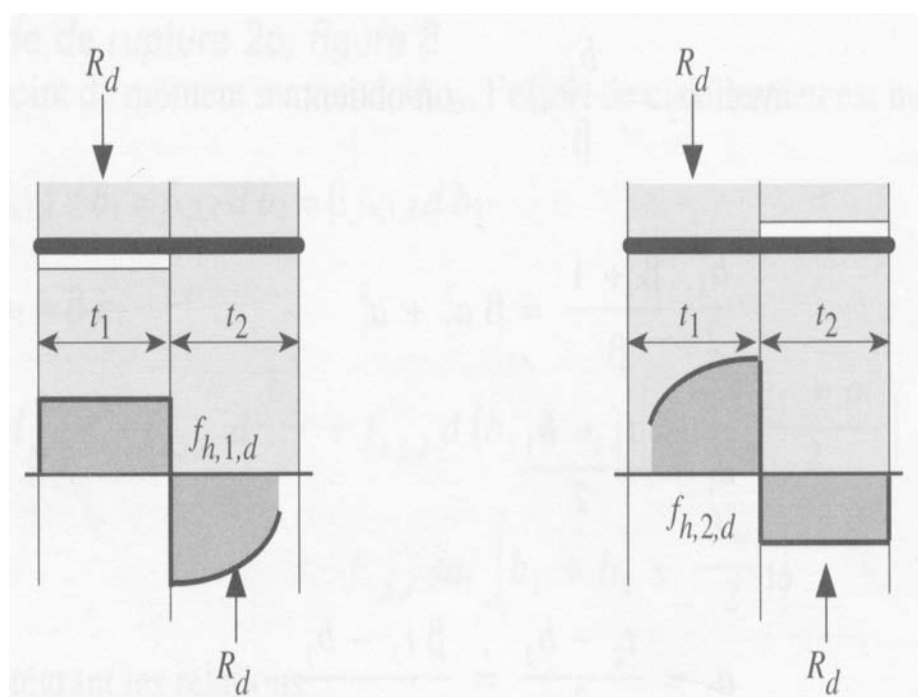
³³ **F.Meulenkamp, M.Alvarez Grima** - Application of neural networks for the prediction of the unconfined compressive strength from Equotip hardness.
International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 36, 1999.

Annexes

1. Annexe A : démonstration des équations de Johansen (TAL)

1.1. Rupture de l'assemblage en Mode I

Le schéma suivant correspond à la moitié d'un assemblage symétrique en double cisaillement.

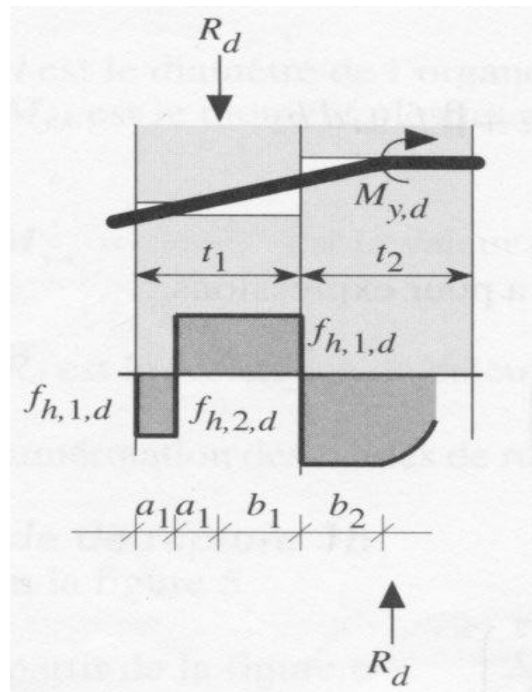


Pour la figure de gauche précédente, c'est le mode de rupture Ia dans t_1 : il y a écrasement du bois sous la tige dans t_1 . D'après la figure : $R_d = f_{h,1,d} t_1 d$ ($f_{h,1,d}$ s'exerce sur une surface égale à $t_1 \times d$). Les boulons massifs restent droits dans l'assemblage et la rupture de l'assemblage survient lorsque la résistance en portance locale du bois est atteinte. La contrainte d'encastrement du boulon est constante sur toute la longueur du boulon. S'il y a seulement un boulon en ligne, cette rupture survient après des déformations plastiques du bois. Mais s'il y a plusieurs boulons en ligne dans l'assemblage, chargés parallèlement au fil

du bois, ce mode ductile de rupture peut difficilement se produire car le bois fend de manière très fragile.

Pour la figure de droite, c'est le mode de rupture Ib dans t_2 : il y a écrasement du bois sous la tige dans t_2 . D'après la figure : $R_d = 0.5f_{h,2,d}t_2d = 0.5f_{h,1,d}t_2d\mathbf{b}$ car $\mathbf{b} = \frac{f_{h,2,d}}{f_{h,1,d}}$ ($f_{h,2,d}$ s'exerce sur une surface égale à $0.5 \times t_2 \times d$ car on considère un demi assemblage symétrique par rapport au milieu de t_2).

1.2. Rupture de l'assemblage en Mode II



C'est le mode de rupture II : il y a écrasement du bois dans t_1 et t_2 et formation d'une rotule plastique. D'après la figure, $R_d = f_{h,1,d}db_1 = f_{h,2,d}db_2 = \mathbf{b}f_{h,1,d}db_2$ et donc $b_1 = \mathbf{b}b_2$. On calcule le moment :

$$M_{y,d} = -f_{h,2,d}d \frac{b_2^2}{2} + f_{h,1,d}d(a_1 + b_1)(b_2 + \frac{a_1 + b_1}{2}) - f_{h,1,d}da_1(b_2 + b_1 + a_1 + \frac{a_1}{2}).$$

$$\text{Or : } a_1 = \frac{t_1 - b_1}{2} \text{ et } f_{h,2,d} = \mathbf{b}f_{h,1,d}.$$

D'où :

$$M_{y,d} = -\mathbf{b}f_{h,1,d}d \frac{b_1^2}{2\mathbf{b}^2} + f_{h,1,d} \left(b_1 + \frac{t_1 - b_1}{2}\right) \left(\frac{b_1}{\mathbf{b}} + \frac{b_1 + \frac{t_1 - b_1}{2}}{2}\right) - f_{h,1,d}d \left(\frac{t_1 - b_1}{2}\right) \left(b_1 + \frac{b_1}{\mathbf{b}} + \frac{3}{2} \left(\frac{t_1 - b_1}{2}\right)\right)$$

En simplifiant, il vient :

$$\frac{M_{y,d}}{f_{h,1,d}d} = b_1^2 \left(\frac{1}{2\mathbf{b}} + \frac{1}{4}\right) + \frac{b_1 t_1}{2} - \frac{t_1^2}{4}.$$

D'où l'équation du second degré en b_1 suivante :

$$b_1^2 + t_1 \frac{2\mathbf{b}}{2 + \mathbf{b}} b_1 - \frac{\mathbf{b}}{2 + \mathbf{b}} t_1^2 - \frac{M_{y,d}}{f_{h,1,d}d} \frac{4\mathbf{b}}{2 + \mathbf{b}} = 0.$$

$$\text{On calcule le discriminant : } \Delta = \left(\frac{2\mathbf{b}}{2 + \mathbf{b}}\right)^2 t_1^2 + 4 \left(\frac{\mathbf{b}}{2 + \mathbf{b}} t_1^2 + \frac{M_{y,d}}{f_{h,1,d}d} \frac{4\mathbf{b}}{2 + \mathbf{b}}\right).$$

$$\text{Ou encore : } \Delta = \frac{4t_1^2}{(2 + \mathbf{b})^2} \left[\mathbf{b}(2 + \mathbf{b}) + \mathbf{b}^2 + 4\mathbf{b}(2 + \mathbf{b}) \frac{M_{y,d}}{f_{h,1,d}d} \right] > 0.$$

Il existe donc deux solutions en b_1 mais l'une des deux est négative. On retient donc :

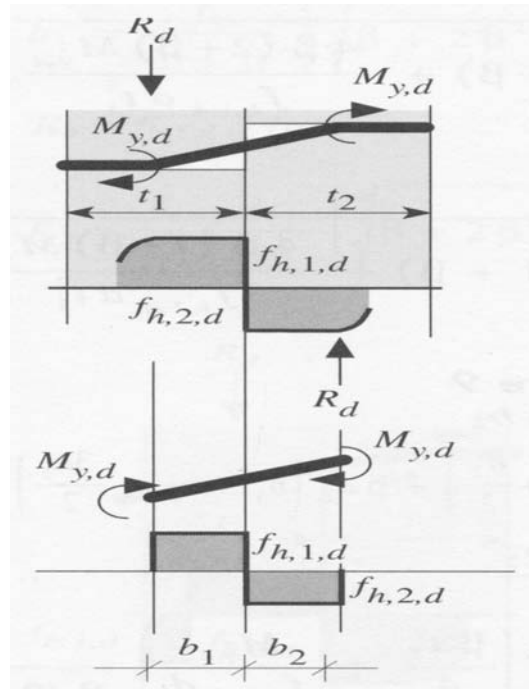
$$b_1 = \frac{\frac{-2\mathbf{b}}{2 + \mathbf{b}} t_1 + \frac{2t_1}{2 + \mathbf{b}} \sqrt{2\mathbf{b}(1 + \mathbf{b}) + 4\mathbf{b}(2 + \mathbf{b}) \frac{M_{y,d}}{f_{h,1,d}d}}}{2}.$$

$$\text{Soit : } b_1 = \frac{t_1}{2 + \mathbf{b}} \left[\sqrt{2\mathbf{b}(1 + \mathbf{b}) + 4\mathbf{b}(2 + \mathbf{b}) \frac{M_{y,d}}{f_{h,1,d}d}} - \mathbf{b} \right].$$

$$\text{Et enfin : } R_d = f_{h,1,d} d b_1 = \frac{f_{h,1,d} t_1 d}{2 + \mathbf{b}} \left[\sqrt{2\mathbf{b}(1 + \mathbf{b}) + \frac{4\mathbf{b}(2 + \mathbf{b}) M_{y,d}}{f_{h,1,d} d}} - \mathbf{b} \right].$$

Le boulon, d'un élanement moyen (rupture combinée), est déformé sans atteindre sa pleine capacité de charge. La contrainte d'encastrement du boulon n'est plus constante sur toute la longueur de celui-ci de telle sorte que le bois rompt à un niveau de contrainte moyen plus faible. Dans les assemblages par organes multiples, le bois éclate avant d'atteindre ce mode de rupture.

1.3. Rupture de l'assemblage en mode III



C'est le mode de rupture III : il y a écrasement du bois dans t_1 et t_2 et formation de rotules plastiques dans t_1 et t_2 . D'après la figure :

$$M_{y,d} = f_{h,1,d} db_1 \left(\frac{b_1}{2} + b_2 \right) - f_{h,2,d} db_2 \frac{b_2}{2} - M_{y,d} \text{ et } b_2 = \frac{b_1}{b}.$$

$$\text{Soit : } \frac{2M_{y,d}}{f_{h,1,d} d} = \frac{1+b}{2b} b_1^2.$$

$$\text{Donc : } b_1 = \sqrt{\frac{2M_{y,d}}{f_{h,1,d} d}} \sqrt{\frac{2b}{2+b}}.$$

$$\text{D'où : } R_d = f_{h,1,d} db_1 = \sqrt{\frac{2b}{2+b}} \sqrt{2M_{y,d} f_{h,1,d} d}.$$

Si l'élancement du boulon est suffisant, le moment plastique du boulon devient déterminant. Ce cas survient seulement après de larges déformations plastiques et après la formation de rotules plastiques dans le boulon.

2. Annexe B : formulation matricielle des modèles simplifiés

2.1. modèle simplifié global

$$R_{simp} = A_0 + A_1^T X + X^T A_2 X$$

$$X^T = [\alpha \ t_1 \ d \ t_2 \ m \ n \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ \rho \ f_u]$$

2.1.1. modèle à 8 termes et une constante :

$$A_0 = -3.58e^1$$

$$A_1^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 3.15e^{-2} & 279 & 499e^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 3.7e^3 & 0 & 0 & 25e^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.27e^{-1} & 0 & 1.06e^{-2} & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.09e^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.1.2. modèle à 10 termes et une constante :

$$A_0 = -3.09e^1$$

$$A_1^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -892 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 2.81e^{-2} & 2.50 & 8.66e^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & -4e^{-4} & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 4.4e^{-3} & 0 & 0 & 2.5e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.99e^{-1} & 0 & 2.67e^{-2} \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.1e^{-2} & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.1.3. modèle à 12 termes et une constante :

$$A_0 = -4.34e^1$$

$$A_1^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -9.28 \quad 0 \quad 0 \quad 2e^{-1} \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 3.01e^{-2} & 2.64 & 9.77e^{-1} & 0 & 0 & -2.48e^{-2} & 0 & -3.3e^{-3} & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0.0045 & 0 & 0 & 2.2e^{-2} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.87e^{-1} & 0 & 2.01e^{-2} \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 8.44e^{-2} & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.1.4. modèle à 14 termes et une constante :

$$A_0 = -3.6e^1$$

$$A_1^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -121e^1 \quad 0 \quad 0 \quad 1.8e^1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 5.31e^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 2.99e^{-1} & -2.4e^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 2.97e^{-2} & 3.04 & 1.18 & 0 & 0 & -1.31e^{-2} & 0 & 5.4e^{-3} & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 4.3e^{-3} & 4.1e^{-3} & 0 & 1.8e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & -3.16e^{-1} & 0 & -2.06e^{-1} & 0 & 3.28e^{-2} \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.01e^{-1} & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.2. modèle simplifié distinct

2.2.1. modèle mono :

$$R_{simp} = A_0 + A_1^T X + X^T A_2 X$$

$$X^T = [\alpha \ t_1 \ d \ t_2 \ a_3 \ a_4 \ \rho \ f_0]$$

2.2.1.1. modèle mono à 8 termes et une constante :

$$A_0 = -3.35e^1$$

$$A_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.73e^{-1} & 2.18e^{-2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & -4.9e^{-3} & 0 & 0 & 7e^{-4} & 0 \\ & & 0 & 3.14e^{-2} & -7.8e^{-3} & 0 & 0 & 5e^{-3} \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & -1e^{-4} \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.1.2. modèle mono à 12 termes et une constante :

$$A_0=2.19e^1$$

$$A_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1.34e^{-1} & 0 & 2.29e^{-1} & 0 & 1.26e^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & -6e^{-3} & 0 & 0 & 9e^{-4} & 0 \\ & & 3.75e^{-1} & 3.78e^{-2} & -8.5e^{-3} & 0 & 0 & 1.09e^{-2} \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & -7e^{-4} & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 3e^{-4} \\ & & & & & & 0 & -3e^{-4} \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.1.3. modèle mono à 16 termes et une constante :

$$A_0=2.25e^1$$

$$A_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1.22e^{-1} & 0 & 1.65e^{-1} & -3.03e^{-1} & 1.3e^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & -6.5e^{-3} & 0 & 5.5e^{-3} & 3e^{-4} & 0 \\ & & 3.42e^{-1} & 3.93e^{-2} & -9.5e^{-3} & 0 & 0 & 1.04e^{-2} \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & -1.3e^{-3} & 3e^{-4} & -4e^{-5} \\ & & & & & 0 & 0 & 5e^{-4} \\ & & & & & & 0 & -3e^{-4} \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.1.4. modèle mono à 18 termes et une constante :

$$A_0=2.88e^1$$

$$A_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1.31e^{-1} & -4.79e^{-1} & 2.52e^{-1} & -4.36e^{-1} & 1.75e^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & -3.1e^{-3} & 0 & 2.9e^{-3} & 3e^{-4} & 0 \\ & & 3.54e^{-1} & 5.09e^{-2} & -1.05e^{-2} & 0 & 0 & 1.06e^{-2} \\ & & & 0 & 0 & 4.1e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & -1.8e^{-3} & 1e^{-4} & 4e^{-5} \\ & & & & & 0 & 0 & 6e^{-4} \\ & & & & & & 0 & -3e^{-4} \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.2. modèle pour une file d'organes :

$$R_{simp} = A_0 + A_1^T X + X^T A_2 X$$

$$X^T = [\alpha \ t_1 \ d \ t_2 \ n \ a_1 \ a_3 \ a_4 \ \rho \ f_u]$$

2.2.2.1. modèle une file à 8 termes et une constante :

$$A_0 = -1.15e^2$$

$$A_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4.29 & 0 & 0 & 9.12e^{-2} & 4.47e^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 7.34e^{-1} & 0 & -3.94e^{-2} & 3.19e^{-2} & 0 & 4.4e^{-3} \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.9e^{-3} & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.2.2. modèle une file à 12 termes et une constante :

$$A_0 = -1.06e^2$$

$$A_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 9.95e^{-1} & 0 & 0 & 3.48e^{-1} & 7.52e^{-1} & -1.09 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3.4e^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 7.73e^{-1} & 0 & -3.66e^{-2} & 7.76e^{-2} & 0 & 5.2e^{-3} \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2e^{-3} & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & -4.1e^{-3} & 4.9e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.2.3. modèle une file à 16 termes et une constante :

$$A_0 = -1.29e^2$$

$$A_1^T = [-1.47e^{-2} \quad 0 \quad 1.77e^{-1} \quad 0 \quad 0 \quad 3.7e^{-1} \quad 8.46e^{-1} \quad -9.55e^{-1} \quad 7.11e^{-2} \quad 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4.2e^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 3.53e^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 3.57e^{-2} & 6.87e^{-1} & 0 & -3.97e^{-2} & 6.65e^{-2} & 0 & 5e^{-3} \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8e^{-4} & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & -4.6e^{-3} & 5.4e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.2.4. modèle une file à 18 termes et une constante :

$$A_0 = -1.8e^1$$

$$A_1^T = [-8.76e^{-2} \quad 0 \quad -1.18e^1 \quad 0 \quad 0 \quad 4.32e^{-1} \quad 9.28e^{-1} \quad -5e^1 \quad -1.72e^1 \quad 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 8.5e^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 3.66e^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2.56e^{-1} & 2.31e^{-2} & 7.13e^{-1} & 0 & -4.57e^{-2} & 4.32e^{-2} & 1.64e^{-2} & 4.4e^{-3} \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.3e^{-3} & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & -4.5e^{-3} & 4.5e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.3. modèle pour des assemblages sur plusieurs files :

$$R_{simp} = A_0 + A_1^T X + X^T A_2 X$$

$$X^T = [\alpha \ t_1 \ d \ t_2 \ m \ n \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ \rho \ f_u]$$

2.2.3.1. modèle multi à 8 termes et une constante

$$A_0 = -6.24e^1$$

$$A_1^T = [0 \ 0 \ 5.82 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & -2.8e^{-3} & 0 & 0 & 7.7e^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 4.22e^{-2} & 0 & 8.8e^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.7e^{-3} & 3e^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & -3.6e^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.3.2. modèle multi à 12 termes et une constante

$$A_0 = -1.24e^2$$

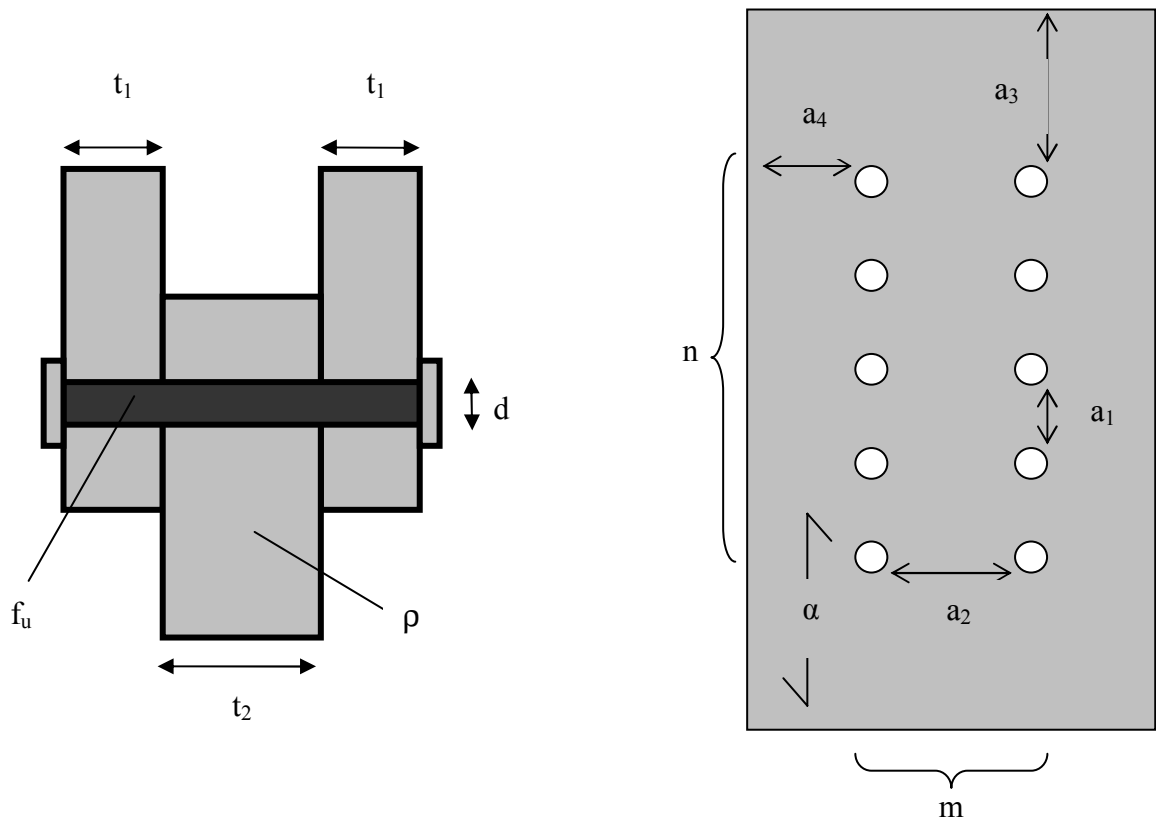
$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1.3e^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 2.6 & -4.5e^{-3} & 0 & 0 & 2.6e^{-3} & 0 & 2e^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 3.5e^{-2} & 0 & 6.63e^{-1} & 2.58e^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.6e^{-3} & 3.2e^{-3} & 3.1e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.32e^{-2} & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & -5.3e^{-3} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

3. Annexe C : base de données complète

La base de données établie comporte les 12 variables d'entrée représentées sur la figure suivante et une variable de sortie (la résistance ultime des assemblages).

Les 12 variables d'entrée sont les suivantes :

- la masse volumique moyenne du bois utilisé (kg/m^3) : ρ
- l'angle de chargement par rapport au fil du bois (degrés) : α
- le diamètre du boulon (mm) : d
- les épaisseurs des éléments assemblés (mm) : t_1, t_2
- le nombre de files de boulons : n
- le nombre de boulons dans une file : m
- les différents espacements dans l'assemblage (mm) : a_1, a_2, a_3, a_4
- la résistance caractéristique en traction du boulon (N/mm^2) : f_u



α (degrés)	t_1 (mm)	d (mm)	t_2 (mm)	m	n	a_1 (mm)	a_2 (mm)	a_3 (mm)	a_4 (mm)	ρ (kg/m ³)	f_u (N/mm ²)	résistance (kN)
0.00	19.00	12.70	38.00	1.00	1.00	0.00	0.00	88.00	47.50	450.00	400.00	13.50
0.00	19.00	12.70	38.00	1.00	1.00	0.00	0.00	88.00	47.50	450.00	400.00	13.80
0.00	19.00	12.70	38.00	1.00	1.00	0.00	0.00	88.00	47.50	450.00	400.00	14.10
0.00	19.00	12.70	38.00	1.00	1.00	0.00	0.00	88.00	47.50	450.00	400.00	15.20
0.00	19.00	12.70	38.00	1.00	1.00	0.00	0.00	88.00	47.50	450.00	400.00	14.80
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	1.00	0.00	0.00	88.00	47.50	450.00	400.00	29.75
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	1.00	0.00	0.00	88.00	47.50	450.00	400.00	24.00
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	1.00	0.00	0.00	88.00	47.50	450.00	400.00	27.50
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	1.00	0.00	0.00	88.00	47.50	450.00	400.00	22.90
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	1.00	0.00	0.00	88.00	47.50	450.00	400.00	27.50
0.00	28.99	19.10	58.01	1.00	1.00	0.00	0.00	133.70	60.00	450.00	400.00	31.80
0.00	28.99	19.10	58.01	1.00	1.00	0.00	0.00	133.70	60.00	450.00	400.00	37.60
0.00	28.99	19.10	58.01	1.00	1.00	0.00	0.00	133.70	60.00	450.00	400.00	35.60
0.00	28.99	19.10	58.01	1.00	1.00	0.00	0.00	133.70	60.00	450.00	400.00	41.50
0.00	28.99	19.10	58.01	1.00	1.00	0.00	0.00	133.70	60.00	450.00	400.00	32.10
0.00	25.00	19.10	38.01	1.00	1.00	0.00	0.00	133.70	60.00	450.00	400.00	34.90
0.00	25.00	19.10	38.01	1.00	1.00	0.00	0.00	133.70	60.00	450.00	400.00	27.60
0.00	25.00	19.10	38.01	1.00	1.00	0.00	0.00	133.70	60.00	450.00	400.00	24.50
0.00	25.00	19.10	38.01	1.00	1.00	0.00	0.00	133.70	60.00	450.00	400.00	28.30
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	1.00	0.00	0.00	89.00	38.00	450.00	400.00	27.25
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	1.00	0.00	0.00	89.00	38.00	450.00	400.00	26.10
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	1.00	0.00	0.00	89.00	38.00	450.00	400.00	26.10
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	1.00	0.00	0.00	89.00	38.00	450.00	400.00	27.45
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	1.00	0.00	0.00	89.00	38.00	450.00	400.00	27.40
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	2.00	89.00	0.00	89.00	38.00	450.00	400.00	56.40
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	2.00	89.00	0.00	89.00	38.00	450.00	400.00	50.00
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	2.00	89.00	0.00	89.00	38.00	450.00	400.00	52.80
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	2.00	89.00	0.00	89.00	38.00	450.00	400.00	48.60
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	2.00	89.00	0.00	89.00	38.00	450.00	400.00	58.80
0.00	28.99	12.70	58.00	2.00	1.00	0.00	67.00	89.00	38.00	450.00	400.00	49.00
0.00	28.99	12.70	58.00	2.00	1.00	0.00	67.00	89.00	38.00	450.00	400.00	49.00
0.00	28.99	12.70	58.00	2.00	1.00	0.00	67.00	89.00	38.00	450.00	400.00	50.00
0.00	28.99	12.70	58.00	2.00	1.00	0.00	67.00	89.00	38.00	450.00	400.00	45.15
0.00	28.99	12.70	58.00	2.00	1.00	0.00	67.00	89.00	38.00	450.00	400.00	51.70
0.00	28.99	12.70	58.00	2.00	2.00	89.00	51.00	89.00	38.00	450.00	400.00	83.50
0.00	28.99	12.70	58.00	2.00	2.00	89.00	51.00	89.00	38.00	450.00	400.00	97.60
0.00	28.99	12.70	58.00	2.00	2.00	89.00	51.00	89.00	38.00	450.00	400.00	87.30
0.00	28.99	12.70	58.00	2.00	2.00	89.00	51.00	89.00	38.00	450.00	400.00	95.50
0.00	28.99	12.70	58.00	2.00	2.00	89.00	51.00	89.00	38.00	450.00	400.00	97.30
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	4.00	89.00	0.00	89.00	63.50	450.00	400.00	66.25
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	4.00	89.00	0.00	89.00	63.50	450.00	400.00	62.70
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	4.00	89.00	0.00	89.00	63.50	450.00	400.00	76.60
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	4.00	89.00	0.00	89.00	63.50	450.00	400.00	50.50
0.00	28.99	12.70	58.00	1.00	4.00	89.00	0.00	89.00	63.50	450.00	400.00	89.80
0.00	19.10	19.10	38.01	1.00	1.00	0.00	0.00	134.00	57.50	450.00	400.00	18.90
0.00	19.10	19.10	38.01	1.00	1.00	0.00	0.00	134.00	57.50	450.00	400.00	22.10
0.00	19.10	19.10	38.01	1.00	1.00	0.00	0.00	134.00	57.50	450.00	400.00	24.85
0.00	19.10	19.10	38.01	1.00	1.00	0.00	0.00	134.00	57.50	450.00	400.00	20.00
0.00	19.10	19.10	38.01	1.00	1.00	0.00	0.00	134.00	57.50	450.00	400.00	20.90
0.00	19.10	19.10	38.01	1.00	4.00	134.00	0.00	134.00	72.50	450.00	400.00	98.40
0.00	19.10	19.10	38.01	1.00	4.00	134.00	0.00	134.00	72.50	450.00	400.00	98.00
0.00	19.10	19.10	38.01	1.00	4.00	134.00	0.00	134.00	72.50	450.00	400.00	100.00
0.00	19.10	19.10	38.01	1.00	4.00	134.00	0.00	134.00	72.50	450.00	400.00	98.00
0.00	19.10	19.10	38.01	1.00	4.00	134.00	0.00	134.00	72.50	450.00	400.00	65.00
0.00	34.95	15.00	55.95	1.00	1.00	0.00	0.00	105.00	45.00	450.00	400.00	20.40
0.00	16.00	16.00	24.00	3.00	2.00	96.00	56.00	128.00	56.00	450.00	400.00	72.00
0.00	32.00	16.00	48.00	3.00	2.00	96.00	56.00	128.00	56.00	450.00	400.00	120.00
0.00	48.00	16.00	72.00	3.00	2.00	96.00	56.00	128.00	56.00	450.00	400.00	138.00
0.00	64.00	16.00	96.00	3.00	2.00	96.00	56.00	128.00	56.00	450.00	400.00	156.00
0.00	80.00	16.00	112.00	3.00	2.00	96.00	56.00	128.00	56.00	450.00	400.00	168.00
0.00	28.96	12.70	57.91	1.00	1.00	0.00	0.00	88.90	38.10	450.00	400.00	26.86
0.00	28.96	12.70	57.91	1.00	2.00	88.90	0.00	88.90	38.10	450.00	400.00	53.32
0.00	28.96	12.70	57.91	1.00	4.00	88.90	0.00	88.90	38.10	450.00	400.00	69.16
0.00	19.10	19.10	38.20	1.00	1.00	0.00	0.00	133.70	57.30	450.00	400.00	21.35
0.00	19.10	19.10	38.20	1.00	4.00	133.70	0.00	133.70	57.30	450.00	400.00	91.88
0.00	27.01	16.00	51.01	2.00	2.00	96.00	48.00	100.00	66.00	525.00	600.00	107.94
0.00	27.01	16.00	51.01	2.00	2.00	96.00	48.00	100.00	66.00	525.00	600.00	105.55
0.00	27.01	16.00	51.01	2.00	2.00	96.00	48.00	100.00	66.00	525.00	600.00	103.05
0.00	27.01	16.00	51.01	2.00	2.00	96.00	48.00	100.00	66.00	525.00	600.00	98.07
0.00	27.01	16.00	51.01	2.00	2.00	96.00	48.00	100.00	66.00	525.00	600.00	111.13

0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	459.33	500.00	60.38
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	421.33	500.00	52.14
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	425.33	500.00	61.11
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	477.00	500.00	60.18
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	445.67	500.00	53.78
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	506.67	500.00	60.82
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	454.00	500.00	55.80
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	489.67	500.00	58.06
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	466.00	500.00	56.60
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	462.33	500.00	56.52
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	444.33	500.00	52.00
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	466.00	500.00	55.26
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	449.33	500.00	53.84
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	474.67	500.00	57.46
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	463.67	500.00	56.90
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	472.33	500.00	56.10
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	500.67	500.00	56.48
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	462.00	500.00	50.84
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	434.33	500.00	54.10
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	468.67	500.00	57.08
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	517.00	500.00	57.76
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	467.67	500.00	55.26
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	441.67	500.00	52.68
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	471.00	500.00	56.78
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	489.00	500.00	56.34
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	477.67	500.00	57.14
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	461.33	500.00	56.30
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	427.33	500.00	52.20
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	476.00	500.00	59.46
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	436.00	500.00	56.10
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	457.00	500.00	52.68
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	492.33	500.00	55.32
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	486.33	500.00	60.44
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	454.67	500.00	54.20
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	461.33	500.00	57.38
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	510.33	500.00	60.14
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	526.33	500.00	56.04
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	434.67	500.00	52.44
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	440.00	500.00	56.10
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	443.33	500.00	55.32
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	427.33	500.00	57.76
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	472.00	500.00	60.00
180.00	24.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	482.67	500.00	57.68
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	485.33	500.00	86.14
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	434.00	500.00	78.27
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	453.33	500.00	52.38
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	433.33	500.00	84.13
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	380.33	500.00	57.20
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	438.67	500.00	78.88
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	460.00	500.00	82.36
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	433.33	500.00	69.84
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	474.67	500.00	53.42
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	457.33	500.00	73.63
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	530.00	500.00	78.82
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	451.67	500.00	71.37
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	503.00	500.00	92.00
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	457.33	500.00	92.06
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	459.67	500.00	83.64
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	418.00	500.00	91.15
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	419.67	500.00	91.64
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	432.33	500.00	90.96
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	437.33	500.00	92.67
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	468.00	500.00	86.32
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	457.67	500.00	99.51
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	438.33	500.00	92.74
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	404.67	500.00	82.78
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	446.67	500.00	92.98
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	439.33	500.00	91.09
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	425.00	500.00	85.90
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	441.67	500.00	99.76
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	434.67	500.00	96.76
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	427.67	500.00	99.94

0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	446.67	500.00	102.56
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	454.67	500.00	84.80
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	456.33	500.00	98.11
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	481.33	500.00	99.63
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	450.00	500.00	94.20
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	452.67	500.00	98.60
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	405.67	500.00	96.89
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	443.67	500.00	96.15
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	423.67	500.00	103.24
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	436.67	500.00	101.28
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	490.33	500.00	109.58
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	416.00	500.00	95.12
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	453.00	500.00	103.97
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	446.00	500.00	76.86
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	426.67	500.00	87.30
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	474.67	500.00	104.09
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	458.00	500.00	101.22
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	496.67	500.00	106.41
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	432.67	500.00	101.10
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	442.33	500.00	96.82
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	428.67	500.00	96.82
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	427.67	500.00	93.29
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	450.00	500.00	99.33
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	502.33	500.00	86.51
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	412.00	500.00	87.06
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	466.33	500.00	101.16
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	456.00	500.00	100.18
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	464.00	500.00	89.44
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	412.00	500.00	92.92
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	443.33	500.00	99.82
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	450.67	500.00	102.26
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	440.67	500.00	101.16
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	466.33	500.00	101.89
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	450.00	500.00	86.08
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	454.00	500.00	104.33
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	437.33	500.00	100.43
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	454.33	500.00	99.76
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	450.00	500.00	102.63
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	453.00	500.00	100.49
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	453.67	500.00	104.21
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	438.00	500.00	100.49
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	417.00	500.00	97.74
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	441.33	500.00	99.27
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	451.00	500.00	101.95
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	437.00	500.00	100.24
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	427.00	500.00	101.83
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	437.00	500.00	99.45
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	447.00	500.00	101.46
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	434.00	500.00	105.19
0.00	24.00	10.65	48.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	36.00	482.33	500.00	105.74
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	36.00	466.67	500.00	104.40
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	36.00	509.33	500.00	111.36
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	36.00	470.00	500.00	98.29
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	36.00	413.67	500.00	100.24
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	36.00	454.00	500.00	95.36
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	36.00	386.67	500.00	101.59
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	36.00	421.00	500.00	105.86
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	36.00	439.00	500.00	110.75
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	36.00	431.00	500.00	101.95
0.00	24.00	11.75	48.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	36.00	449.00	500.00	107.81
180.00	24.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	429.33	500.00	68.68
180.00	24.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	417.67	500.00	77.84
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	426.33	500.00	57.20
180.00	24.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	427.67	500.00	72.84
180.00	24.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	437.67	500.00	73.32
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	426.00	500.00	48.66
180.00	24.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	434.00	500.00	72.40
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	418.67	500.00	52.50
180.00	24.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	420.67	500.00	72.76
180.00	24.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	438.33	500.00	74.48
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	429.67	500.00	63.92
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	423.67	500.00	56.84

180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	419.00	500.00	58.84
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	420.00	500.00	59.78
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	439.33	500.00	69.12
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	430.67	500.00	67.60
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	436.00	500.00	67.76
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	432.67	500.00	60.94
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	425.33	500.00	64.34
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	418.67	500.00	66.98
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	468.00	500.00	109.34
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	416.67	500.00	104.64
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	437.33	500.00	110.06
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	437.67	500.00	102.02
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	434.33	500.00	103.24
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	427.67	500.00	102.70
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	435.33	500.00	107.14
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	452.33	500.00	109.04
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	423.67	500.00	105.20
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	429.33	500.00	99.02
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	436.67	500.00	93.88
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	469.67	500.00	107.70
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	412.33	500.00	81.32
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	425.33	500.00	102.50
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	420.67	500.00	87.18
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	461.00	500.00	107.08
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	440.67	500.00	97.86
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	421.67	500.00	102.08
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	432.67	500.00	108.36
180.00	24.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	444.33	500.00	106.78
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	444.00	500.00	16.43
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	341.00	500.00	20.85
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	453.00	500.00	18.41
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	413.67	500.00	21.03
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	486.00	500.00	24.03
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	440.67	500.00	19.61
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	442.67	500.00	17.12
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	417.67	500.00	17.73
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	480.33	500.00	19.66
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	417.00	500.00	17.73
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	444.00	500.00	18.24
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	341.00	500.00	20.66
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	461.33	500.00	17.09
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	413.67	500.00	17.97
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	486.00	500.00	20.88
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	440.67	500.00	19.19
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	456.67	500.00	17.49
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	417.67	500.00	17.22
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	480.33	500.00	17.53
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	417.00	500.00	17.00
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	60.00	36.00	449.33	500.00	42.34
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	60.00	36.00	452.67	500.00	40.59
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	60.00	36.00	429.33	500.00	41.66
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	60.00	36.00	413.33	500.00	32.97
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	60.00	36.00	414.33	500.00	32.26
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	60.00	36.00	464.33	500.00	39.68
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	60.00	36.00	426.67	500.00	40.54
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	60.00	36.00	445.33	500.00	28.06
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	60.00	36.00	462.33	500.00	42.64
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	60.00	36.00	434.00	500.00	25.45
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	84.00	36.00	450.67	500.00	43.53
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	84.00	36.00	450.00	500.00	42.98
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	84.00	36.00	462.33	500.00	43.47
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	84.00	36.00	437.00	500.00	42.00
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	84.00	36.00	434.00	500.00	32.78
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	84.00	36.00	424.00	500.00	43.04
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	84.00	36.00	425.33	500.00	37.55
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	84.00	36.00	459.67	500.00	43.04
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	84.00	36.00	430.67	500.00	42.43
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	60.00	0.00	84.00	36.00	464.00	500.00	42.49
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	84.00	0.00	84.00	36.00	452.00	500.00	49.27
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	84.00	0.00	84.00	36.00	440.33	500.00	41.21
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	84.00	0.00	84.00	36.00	456.00	500.00	49.88
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	84.00	0.00	84.00	36.00	447.67	500.00	44.99

0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	84.00	0.00	84.00	36.00	458.00	500.00	47.92
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	84.00	0.00	84.00	36.00	418.67	500.00	41.39
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	84.00	0.00	84.00	36.00	441.33	500.00	45.12
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	84.00	0.00	84.00	36.00	447.33	500.00	43.04
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	84.00	0.00	84.00	36.00	469.33	500.00	41.21
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	84.00	0.00	84.00	36.00	474.33	500.00	45.91
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	132.00	0.00	84.00	36.00	430.67	500.00	47.19
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	132.00	0.00	84.00	36.00	495.67	500.00	47.68
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	132.00	0.00	84.00	36.00	425.00	500.00	47.62
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	132.00	0.00	84.00	36.00	400.33	500.00	44.32
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	132.00	0.00	84.00	36.00	445.00	500.00	46.09
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	132.00	0.00	84.00	36.00	477.33	500.00	49.21
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	132.00	0.00	84.00	36.00	425.33	500.00	50.49
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	132.00	0.00	84.00	36.00	413.33	500.00	48.47
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	132.00	0.00	84.00	36.00	448.67	500.00	50.12
0.00	59.00	10.65	72.00	1.00	3.00	132.00	0.00	84.00	36.00	421.67	500.00	47.07
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	401.00	500.00	34.74
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	450.33	500.00	44.99
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	449.33	500.00	50.18
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	463.33	500.00	48.96
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	456.00	500.00	33.33
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	462.67	500.00	46.83
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	518.33	500.00	47.25
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	449.67	500.00	54.82
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	468.67	500.00	47.44
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	423.33	500.00	36.51
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	437.33	500.00	37.85
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	432.00	500.00	45.18
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	442.00	500.00	42.74
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	431.67	500.00	40.42
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	438.00	500.00	45.48
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	440.33	500.00	33.58
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	452.67	500.00	42.61
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	415.33	500.00	36.81
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	444.67	500.00	42.25
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	429.67	500.00	69.29
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	454.00	500.00	74.24
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	433.00	500.00	72.04
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	438.33	500.00	77.84
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	465.00	500.00	71.73
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	448.67	500.00	79.85
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	439.67	500.00	71.12
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	455.00	500.00	69.47
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	443.00	500.00	60.38
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	425.33	500.00	62.45
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	410.67	500.00	68.44
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	458.33	500.00	76.92
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	461.33	500.00	70.94
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	407.67	500.00	58.55
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	482.67	500.00	75.76
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	404.33	500.00	62.58
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	425.00	500.00	71.98
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	448.00	500.00	57.57
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	436.67	500.00	62.21
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	60.00	36.00	436.33	500.00	61.54
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	447.33	500.00	60.26
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	401.67	500.00	58.91
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	413.00	500.00	59.95
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	398.00	500.00	61.35
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	435.67	500.00	62.09
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	431.67	500.00	58.36
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	417.67	500.00	67.58
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	438.00	500.00	63.61
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	420.33	500.00	63.43
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	436.33	500.00	63.43
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	429.00	500.00	73.38
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	427.00	500.00	64.29
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	429.00	500.00	67.71
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	449.00	500.00	76.68
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	480.00	500.00	72.22
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	426.00	500.00	68.13
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	434.33	500.00	66.12

0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	441.00	500.00	67.77
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	446.33	500.00	53.85
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	60.00	0.00	84.00	36.00	418.33	500.00	65.81
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	444.33	500.00	80.53
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	463.33	500.00	81.56
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	441.67	500.00	82.29
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	452.00	500.00	78.51
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	445.67	500.00	82.11
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	425.33	500.00	74.36
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	458.00	500.00	83.09
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	416.33	500.00	68.99
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	439.33	500.00	73.14
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	459.00	500.00	78.14
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	460.67	500.00	78.21
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	493.33	500.00	83.46
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	486.33	500.00	71.49
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	471.33	500.00	78.75
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	473.33	500.00	74.85
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	440.67	500.00	52.75
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	438.00	500.00	82.66
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	479.33	500.00	79.73
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	60.00	36.00	463.00	500.00	65.45
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	420.00	500.00	74.42
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	443.00	500.00	81.50
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	423.33	500.00	79.06
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	443.67	500.00	78.63
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	448.00	500.00	72.83
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	419.33	500.00	63.67
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	412.67	500.00	75.58
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	447.00	500.00	83.94
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	423.00	500.00	71.92
180.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	461.00	500.00	84.07
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	405.33	500.00	68.01
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	428.00	500.00	60.19
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	465.00	500.00	127.84
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	462.33	500.00	111.23
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	454.00	500.00	116.36
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	466.67	500.00	126.25
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	472.67	500.00	126.74
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	460.67	500.00	121.00
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	452.33	500.00	115.39
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	422.00	500.00	119.54
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	471.00	500.00	121.61
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	417.67	500.00	105.13
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	429.67	500.00	113.31
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	470.33	500.00	124.30
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	467.67	500.00	122.96
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	496.00	500.00	118.32
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	489.00	500.00	114.65
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	479.67	500.00	115.39
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	487.33	500.00	125.89
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	475.67	500.00	84.98
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	470.67	500.00	110.50
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	60.00	60.00	428.67	500.00	89.74
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	401.67	500.00	111.60
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	412.00	500.00	120.64
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	464.00	500.00	122.83
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	466.33	500.00	122.83
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	431.67	500.00	120.02
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	422.33	500.00	112.58
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	442.33	500.00	122.10
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	457.67	500.00	129.30
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	430.00	500.00	119.41
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	444.00	500.00	117.58
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	428.67	500.00	114.53
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	428.33	500.00	106.23
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	451.67	500.00	100.49
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	452.67	500.00	130.04
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	467.33	500.00	111.11
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	480.67	500.00	123.08
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	508.67	500.00	129.43
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	443.00	500.00	116.61

0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	439.67	500.00	99.63
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	60.00	0.00	84.00	60.00	476.33	500.00	119.29
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	474.00	500.00	135.65
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	404.00	500.00	127.72
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	439.67	500.00	112.45
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	502.67	500.00	118.56
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	444.00	500.00	136.87
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	449.67	500.00	133.46
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	411.67	500.00	124.30
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	447.00	500.00	144.44
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	453.00	500.00	145.91
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	441.00	500.00	133.33
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	413.67	500.00	138.58
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	441.00	500.00	128.45
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	434.00	500.00	137.36
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	404.67	500.00	130.52
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	402.33	500.00	116.12
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	463.00	500.00	135.29
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	472.33	500.00	133.09
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	470.00	500.00	129.91
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	434.67	500.00	118.56
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	60.00	36.00	440.00	500.00	129.91
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	425.33	500.00	131.01
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	450.00	500.00	129.67
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	449.67	500.00	129.91
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	411.67	500.00	127.47
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	465.67	500.00	147.13
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	443.33	500.00	118.56
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	458.33	500.00	143.22
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	457.33	500.00	140.90
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	435.00	500.00	117.09
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	433.33	500.00	138.10
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	421.33	500.00	108.30
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	425.33	500.00	131.14
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	450.67	500.00	139.80
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	458.67	500.00	131.14
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	442.00	500.00	136.63
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	438.00	500.00	137.97
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	421.33	500.00	122.10
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	84.00	0.00	84.00	60.00	435.67	500.00	124.18
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	60.00	499.67	500.00	160.68
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	60.00	468.00	500.00	160.81
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	60.00	503.00	500.00	168.62
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	60.00	442.67	500.00	155.80
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	60.00	487.00	500.00	175.70
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	60.00	493.67	500.00	172.28
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	60.00	458.67	500.00	164.10
0.00	59.00	11.75	72.00	1.00	9.00	132.00	0.00	84.00	60.00	505.00	500.00	186.32
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	412.33	500.00	11.56
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	409.33	500.00	11.44
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	406.67	500.00	11.78
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	403.67	500.00	10.70
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	401.00	500.00	11.76
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	405.00	500.00	12.10
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	403.00	500.00	12.10
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	402.00	500.00	10.90
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	400.00	500.00	11.32
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	399.00	500.00	11.54
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	509.33	500.00	46.76
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	482.00	500.00	39.94
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	478.00	500.00	52.86
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	507.33	500.00	37.84
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	487.00	500.00	40.72
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	536.00	500.00	48.72
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	473.67	500.00	31.20
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	514.33	500.00	50.72
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	450.00	500.00	25.04
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	512.33	500.00	38.22
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	517.33	500.00	37.54
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	468.00	500.00	42.44
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	507.33	500.00	37.66
180.00	36.00	10.65	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	503.33	500.00	46.46

180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	418.33	500.00	98.84
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	409.33	500.00	108.44
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	375.33	500.00	100.92
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	394.67	500.00	100.18
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	396.00	500.00	99.62
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	440.33	500.00	109.16
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	403.00	500.00	105.20
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	396.33	500.00	101.70
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	427.67	500.00	106.84
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	427.00	500.00	103.42
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	430.67	500.00	103.24
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	416.00	500.00	101.16
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	420.00	500.00	105.74
180.00	36.00	10.65	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	387.00	500.00	103.48
180.00	48.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	447.00	500.00	14.86
180.00	48.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	444.00	500.00	14.36
180.00	48.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	441.33	500.00	14.18
180.00	48.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	438.33	500.00	13.74
180.00	48.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	435.67	500.00	14.52
180.00	48.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	444.33	500.00	14.66
180.00	48.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	443.00	500.00	16.06
180.00	48.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	442.33	500.00	15.14
180.00	48.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	441.00	500.00	14.98
180.00	48.00	10.65	48.00	1.00	1.00	0.00	0.00	84.00	36.00	440.33	500.00	14.40
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	480.67	500.00	57.94
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	463.33	500.00	51.40
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	470.33	500.00	40.00
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	459.00	500.00	40.00
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	36.00	0.00	84.00	36.00	463.33	500.00	40.12
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	443.33	500.00	59.16
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	444.67	500.00	53.60
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	440.00	500.00	53.78
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	437.00	500.00	58.97
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	420.33	500.00	58.61
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	84.00	0.00	84.00	36.00	410.00	500.00	55.98
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	434.00	500.00	59.46
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	451.67	500.00	69.42
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	516.00	500.00	72.34
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	479.67	500.00	71.86
180.00	48.00	11.75	48.00	1.00	5.00	132.00	0.00	84.00	36.00	398.33	500.00	58.30
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	434.00	500.00	56.78
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	458.33	500.00	90.78
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	460.00	500.00	103.06
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	472.67	500.00	95.74
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	501.00	500.00	89.98
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	36.00	48.00	84.00	36.00	460.33	500.00	63.18
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	484.00	500.00	129.56
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	440.00	500.00	133.94
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	469.00	500.00	125.88
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	458.33	500.00	123.20
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	458.00	500.00	131.26
180.00	48.00	11.75	48.00	2.00	5.00	84.00	48.00	84.00	36.00	440.67	500.00	127.60
180.00	48.00	15.55	64.00	1.00	5.00	112.00	0.00	112.00	36.00	438.00	500.00	110.75
180.00	48.00	15.55	64.00	1.00	5.00	112.00	0.00	112.00	36.00	468.00	500.00	108.43
180.00	48.00	15.55	64.00	1.00	5.00	112.00	0.00	112.00	36.00	438.67	500.00	109.04
180.00	48.00	15.55	64.00	1.00	5.00	112.00	0.00	112.00	36.00	477.33	500.00	105.74
180.00	48.00	15.55	64.00	1.00	5.00	112.00	0.00	112.00	36.00	475.33	500.00	108.30
180.00	48.00	15.55	64.00	1.00	5.00	112.00	0.00	112.00	36.00	423.33	500.00	98.66
180.00	48.00	15.55	64.00	1.00	5.00	112.00	0.00	112.00	36.00	445.33	500.00	101.59
180.00	48.00	15.55	64.00	1.00	5.00	112.00	0.00	112.00	36.00	459.67	500.00	100.98
180.00	48.00	15.55	64.00	1.00	5.00	112.00	0.00	112.00	36.00	457.33	500.00	104.64
180.00	48.00	15.55	64.00	1.00	5.00	112.00	0.00	112.00	36.00	469.67	500.00	100.49
180.00	60.00	19.75	80.00	1.00	5.00	140.00	0.00	140.00	36.00	455.67	500.00	152.14
180.00	60.00	19.75	80.00	1.00	5.00	140.00	0.00	140.00	36.00	426.00	500.00	154.09
180.00	60.00	19.75	80.00	1.00	5.00	140.00	0.00	140.00	36.00	445.33	500.00	140.54
180.00	60.00	19.75	80.00	1.00	5.00	140.00	0.00	140.00	36.00	425.33	500.00	137.61
180.00	60.00	19.75	80.00	1.00	5.00	140.00	0.00	140.00	36.00	433.67	500.00	158.73
180.00	60.00	19.75	80.00	1.00	5.00	140.00	0.00	140.00	36.00	420.33	500.00	145.91
180.00	60.00	19.75	80.00	1.00	5.00	140.00	0.00	140.00	36.00	432.67	500.00	148.72
180.00	60.00	19.75	80.00	1.00	5.00	140.00	0.00	140.00	36.00	402.67	500.00	145.54
180.00	60.00	19.75	80.00	1.00	5.00	140.00	0.00	140.00	36.00	434.67	500.00	134.31
180.00	60.00	19.75	80.00	1.00	5.00	140.00	0.00	140.00	36.00	400.00	500.00	140.05

Résumé

Du fait de la complexité du dimensionnement des assemblages dans les constructions en bois, nous avons restreint notre étude à la prévision de la résistance ultime des assemblages bois, par organes métalliques multiples, en double cisaillement. L'éventail des configurations possibles, en pratique, rend illusoire toute tentative de détermination réaliste de ces valeurs par voie d'essais. De plus, il existe dans ces assemblages des mécanismes de ruine particuliers que les différents règlements en vigueur ne parviennent à mettre en équation. Ces règlements présentent également des divergences en de nombreux autres points. On s'est donc attaché à modéliser la résistance ultime de ces assemblages par une approche numérique alternative : celle des réseaux de neurones. Pour cela, on a tout d'abord constitué une base de données qui a servi à alimenter le réseau de neurones. La prévision donnée par ces réseaux est très proche des données expérimentales mais il est difficile de mettre en application ce genre de modèle dans un code de calcul. Nous avons donc simplifié le modèle généré par réseau de neurones en employant des modèles quadratiques généralisés, obtenus par des techniques de régression classiques qui prennent en compte les variables d'entrée les plus significatives.

***Mots clés :** assemblages, bois, tiges, réseaux de neurones, plans d'expérience, analyse de variance.*

Abstract

In this thesis, we are interested by predicting the load carrying capacity of single or multiple dowel-type connections. When investigating this aspect of design, we find out that current design rules are still inaccurate and that this lack of accuracy cannot be supplemented by mechanical models, especially concerning multiple fasteners connections. Therefore, a numerical approach disconnected from mechanics has been investigated, i.e. the neural network approach. This method shows some benefits since we want to predict a variable, the load carrying capacity, which is highly complex with the respect of input parameters. To reach this goal, the first part of the work was to gather existing data throughout the literature. The results illustrated in the thesis demonstrate that the approach is powerful and could lead us to propose alternative design rules disconnected from Johansen's theory : we propose a simplification of the neural network model, which is quite complex, by using generalized quadratic models in order to implement the model in a design code.

***Key words:** connections, wood, dowels, neural networks, designs of experiment, variance analysis.*