



N° d'ordre : 2856

Ecole doctorale Sciences Physiques et de l'Ingénieur

UFR de Physique

Détermination de l'équation d'état de la matière nucléaire dans des modèles relativistes non linéaires : résultats et applications.

THESE

présentée et soutenue publiquement le 06 octobre 2004

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université Bordeaux 1
(spécialité Physique)

par

Jilian PASTOR

Composition du jury

Président : P. Quentin, Professeur, CENBG, Université Bordeaux 1
Rapporteurs : J. Diaz Alonso, Chargé de Recherche CNRS, Observatoire de Paris, Meudon
M. Soyeur, Ingénieur CEA, Saclay
Examineurs : J.C. Caillon, Maître de Conférences, CENBG, Université de Bordeaux 1
J. Labarsouque, Professeur, CENBG, Université Bordeaux 1
J. Leandri, Maître de Conférences, CENBG, Université de Bordeaux 1

Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux Gradignan



A ma famille et mes amis,

Remerciements

Ce travail de recherche a été réalisé avec l'aide de nombreuses personnes que je tiens à remercier.

Mes premières pensées iront à mes parents et ma famille qui m'ont toujours soutenu, encouragé et supporté pendant ces années de thèse.

Je remercie tout particulièrement mon directeur de thèse Monsieur J. C. Caillon d'avoir bien voulu accepter la responsabilité de ma formation. Sa constante disponibilité, la qualité de ses conseils dans de nombreux domaines et son soutien moral pendant les moments difficiles que rencontre tout jeune chercheur m'ont permis de mener à bien ce projet. Qu'il trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance.

Je remercie aussi tout naturellement J. Labarsouque et P. Gabinski, qui ont suivi le déroulement de mes travaux avec intérêt et qui ont toujours été disponibles pour m'aider dans mes recherches.

Je tiens à remercier Monsieur E. Gougoulhon pour m'avoir accueilli à l'Observatoire de Meudon, et pour son aide précieuse concernant la partie astrophysique de ce travail.

Je désire vivement remercier J. Diaz-Alonso tant pour sa contribution au développement des idées décrites dans ce mémoire que pour son soutien et la confiance qu'il m'a témoignée tout au long de ces années de thèse.

Je remercie Madame M. Soyeur et Monsieur J. Diaz-Alonso qui ont accepté de consacrer une partie de leur temps à la lecture de mon manuscrit et à la rédaction d'un rapport sur mes travaux.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur P. Quentin pour l'honneur qu'il m'a fait en président ce jury, mais aussi pour m'avoir accueilli aussi chaleureusement au sein du groupe de physique théorique. Je remercie également Monsieur J. Leandri et Monsieur J. Labarsouque, rapporteurs de soutenance, qui ont accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Je voudrais remercier tous les membres du CENBG qui contribuent, par leur bonne humeur, à créer un cadre de travail agréable.

En recherche, le travail d'équipe est primordial, c'est pourquoi je voudrais remercier tout particulièrement les membres du groupe de physique théorique qui n'ont pas compté leur temps pour me rendre service et m'apporter leurs connaissances scientifiques chaque fois que je les ai sollicités.

Enfin merci à tous mes collègues thésards, et à D. Samsoen pour leur amitié et leur enthousiasme.

Je pense également à tous mes amis “non scientifiques” à qui j’ai aimé transmettre, “avec les mains”, les connaissances acquises durant ce travail.

Table des matières

Introduction	7
I Equation d'état dans des modèles relativistes non linéaires	9
1 Les modèles relativistes non linéaires	11
1.1 Introduction	11
1.2 Les ingrédients	12
1.2.1 Densité Lagrangienne effective	12
1.2.2 Interprétation des termes non linéaires	13
1.2.3 Détermination des paramètres des modèles	14
1.3 Exemples de modèles non linéaires	15
1.3.1 Modèles NL1, NL-SH et NL3	15
1.3.2 Modèles TM1 et TM2	17
1.3.3 Modèles G1 et G2	18
2 Equation d'état de la matière nucléaire	21
2.1 Introduction	21
2.2 L'approximation de champ moyen relativiste	22
2.2.1 Equations self-consistantes	22
2.2.2 Masse effective du nucléon	23
2.3 Fonctions thermodynamiques	23
2.3.1 Densité d'énergie et pression	23
2.3.2 Limites de haute/basse densité et température	25
2.3.3 Entropie et chaleur spécifique	28
2.4 Construction des isothermes	29
2.4.1 Procédure self-consistante	29
2.4.2 Coexistence de phases liquide-vapeur	29
2.4.3 Solution des équations de coexistence : construction de Maxwell	31
2.4.4 Détermination de la température critique	34
2.5 Résultats et interprétations	37

2.5.1	Masse effective du nucléon	37
2.5.2	Isothermes de l'équation d'état	40
2.5.3	Entropie et chaleur spécifique	46
3	Equation d'état et masse maximale des étoiles à neutrons	49
3.1	Introduction	49
3.2	Masse maximale des étoiles à neutrons	50
3.2.1	Hypothèses	50
3.2.2	Système T.O.V	50
3.2.3	Intégration du système T.O.V.	51
3.2.4	Masse maximale	52
3.3	Résultats et interprétations	53
3.3.1	Masses maximales	53
3.3.2	Profil en densité	56
II	Application au calcul du taux de production de paires	59
	e^+e^- par annihilation de pions	
4	Modification des propriétés des mésons dans le milieu dense et	
	chaud	61
4.1	Introduction	61
4.2	Opérateurs de polarisation	62
4.3	Propagateurs des mésons dans le milieu	68
4.4	Masses effectives des mésons	69
4.4.1	Expressions	69
4.4.2	Résultats et interprétations	71
5	Annihilation de deux pions en paires e^+e^-	77
5.1	Introduction	77
5.2	Sections efficaces	78
5.2.1	Etude du canal isovecteur	78
5.2.2	Etude du canal isoscalaire	82
5.3	Taux de production	83
5.4	Résultats et interprétations	84
5.4.1	Sections efficaces	84
5.4.2	Taux de production de paires e^+e^-	89
	Conclusion	97

Introduction

Une meilleure connaissance de l'équation d'état de la matière nucléaire est indispensable à une meilleure compréhension de nombreux phénomènes physiques et astrophysiques. Par exemple, les propriétés de la matière nucléaire à température finie et à des densités supérieures à la densité de saturation sont des ingrédients nécessaires pour calculer les taux de production de dileptons dans les collisions d'ions lourds. En ce qui concerne les systèmes astrophysiques, l'équation d'état de la matière asymétrique joue un rôle majeur dans la détermination de la masse des étoiles à neutrons ou dans l'évolution finale de l'effondrement des supernovae. La détermination des propriétés de la matière nucléaire en fonction de la densité et de la température est donc un problème fondamental.

A faible densité et basse température, quelques informations ont été obtenues. Les résultats expérimentaux en collisions d'ions lourds aux énergies intermédiaires [1, 2] ont été interprétés comme une évidence d'une transition de phase liquide-gaz. Des calculs théoriques basés sur un formalisme non relativiste [3, 4] ou relativiste [5, 6, 7] prédisent également une telle transition. Par contre, jusqu'à présent, l'équation d'état de la matière nucléaire est toujours largement indéterminée dans les régions de hautes températures et densités.

Puisqu'une description des propriétés de la matière nucléaire à partir de la chromodynamique quantique n'est pas encore disponible, un certain nombre de théories effectives ont été développées ces dernières années. Parmi elles, les modèles relativistes non linéaires ont obtenu un succès croissant dans la description des propriétés de la matière nucléaire et des états fondamentaux des noyaux. Dans ces modèles, le Lagrangien inclut les couplages nucléon-méson présents dans le modèle de Walecka [5] mais aussi des couplages non linéaires dans les champs des mésons. Les nucléons interagissent de manière self-consistante à travers l'échange des champs des mésons dans l'approximation de champ moyen relativiste. En ajustant les constantes de couplage principalement aux énergies de liaison et rayons de charge de quelques noyaux sphériques, ces modèles sont capables de fournir une bonne description des propriétés fondamentales des noyaux. Cependant, puisque les paramètres des modèles relativistes non linéaires ont été déterminés uniquement à partir des propriétés des noyaux dans leurs états fondamentaux, on peut se demander si ces modèles sont capables de donner également une description réaliste de la matière dense et chaude comme, par exemple, la

matière hadronique produite dans les collisions d'ions lourds relativistes.

Un élément de réponse peut être obtenu, par exemple, grâce à l'interprétation des mesures de production de dileptons dans les collisions d'ions lourds relativistes. En effet, puisque les dileptons interagissent seulement électromagnétiquement, ils ont un grand libre parcours moyen et, une fois créés, ils peuvent quitter la région dense et chaude de la collision sans aucune interaction résiduelle. En particulier, les expériences des collaborations CERES[8] et HELIOS[9] ont montré un excès de dileptons qui ne peut être expliqué par des incertitudes ou des erreurs dans la procédure de normalisation. Par exemple, dans les expériences CERES sur les collisions centrales S + Au à 200 GeV/nucléon, une augmentation significative du nombre de dileptons de masses invariantes comprises entre 300 et 650 MeV a été observée. Ainsi, on devrait avoir une indication sur le degré d'aptitude des modèles relativistes non linéaires à décrire le milieu dense et chaud en déterminant dans quelle mesure ces modèles sont capables d'augmenter le taux de production de dileptons dans la région des faibles masses invariantes.

Dans une première partie, nous avons tout d'abord comparé les équations d'état de la matière nucléaire symétrique obtenues avec divers modèles relativistes non linéaires. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la région de haute densité où, à notre connaissance, aucune analyse systématique dans le cadre des modèles relativistes non linéaires n'a été faite. Nous verrons que le comportement à haute densité de l'équation d'état est très différent selon le modèle utilisé. Or, l'équation d'état dans cette région de haute densité est un ingrédient fondamental, par exemple, pour la détermination de la masse maximale des étoiles à neutrons. Aussi, comme application directe de ce comportement à haute densité, nous avons déterminé les masses maximales des étoiles à neutrons dans les modèles relativistes non linéaires. Concernant la validité des théories effectives à haute densité utilisant les degrés de liberté hadroniques, nous laissons le lecteur se reporter aux références [11, 10].

Dans une deuxième partie, nous avons déterminé les propagateurs des mésons dans le milieu avec ces modèles, puis utilisé ces propagateurs pour calculer le taux de production de dileptons dans les collisions d'ions lourds relativistes. Nous avons considéré les processus d'annihilation de deux pions qui fournissent la contribution principale des dileptons observés dans la région des faibles masses invariantes. Plus précisément, nous avons étudié l'influence des termes non linéaires sur les sections efficaces et taux de production de paires e^+e^- dans les voies isoscalaire et isovecteur. Nos résultats seront comparés à ceux obtenus dans l'espace libre de manière à tester si les modèles considérés peuvent produire une augmentation de dileptons dans la région des faibles masses invariantes.

Première partie

Equation d'état dans des modèles relativistes non linéaires

Chapitre 1

Les modèles relativistes non linéaires

1.1 Introduction

Ces trente dernières années, les modèles relativistes de la matière nucléaire ont été largement discutés dans la littérature. Le modèle le plus simple, le modèle $\sigma - \omega$ de Walecka[5], est basé sur une théorie des champs renormalisable dans laquelle des nucléons interagissent à travers l'échange de mésons σ et ω , dans l'approximation de champ moyen relativiste. Dans ce modèle, le nucléon est considéré comme une particule ponctuelle et le couplage du nucléon aux mésons est donc un simple couplage de type Yukawa ou Dirac. Le succès de ce modèle si simple réside dans le fait qu'il peut fournir à la matière nucléaire la possibilité de saturer correctement, alors que les approches traditionnelles non relativistes basées seulement sur l'interaction à deux corps, ne peuvent reproduire les propriétés de saturation (ligne de Coester). Le mécanisme de saturation est alors décrit par une compensation partielle des composantes scalaire (due à l'échange du méson σ) et vecteur (due à l'échange du méson ω) de la self-énergie du nucléon. Par contre, le principal défaut de ce modèle concerne le paramètre d'incompressibilité de la matière nucléaire qui est obtenu deux fois supérieur à sa valeur empirique. De plus, seules quelques propriétés des états fondamentaux des noyaux peuvent être obtenues de manière satisfaisante dans ce modèle.

Dans le but d'améliorer la description des propriétés fondamentales des noyaux, le modèle original de Walecka a été étendu [12, 13] en tenant compte de termes de couplage cubiques et quartiques dans les champs des mésons (couplages non-linéaires). Puisque ces modèles devaient être dans un premier temps renormalisables, les termes de self-couplage du méson σ étaient limités à l'ordre 4 et ceux du méson ω n'étaient pas permis. Cependant, très récemment, inspiré par les théories de champs effectives, l'idée d'un Lagrangien renormalisable est abandonnée au profit d'une extension de la théorie de champ moyen relativiste

dans laquelle des termes non-linéaires scalaire-vecteur et vecteur-vecteur sont permis dans le Lagrangien [14, 15]. Ce Lagrangien effectif doit alors théoriquement contenir une infinité de termes. Cependant pour des raisons pratiques, on doit le tronquer grâce à une procédure permettant de caractériser le développement.

Nous présentons dans ce premier chapitre les modèles relativistes non linéaires que nous allons utiliser et nous expliquons comment les paramètres de ces différents modèles ont été obtenus.

1.2 Les ingrédients

1.2.1 Densité Lagrangienne effective

Les modèles relativistes non linéaires décrivent le noyau comme un système de nucléons traités comme des particules de Dirac qui interagissent à travers l'échange des champs de mésons scalaires et vecteurs dans l'approximation de champ moyen. Ces modèles sont basés sur les champs du tableau 1.1.

Champs	Description	Particules	Masses	J^π	T
ψ	Baryon	p,n,...	M_N		
ϕ	Méson scalaire	" σ "	m_σ	0^+	0
V_μ	Méson vecteur neutre	ω	m_ω	1^-	0
R_μ	Méson vecteur chargé	ρ	m_ρ	1^-	1

Tableau 1.1 - Champs, masses, spins et isospins, des particules intervenant dans les modèles relativistes non linéaires.

Pour tous les modèles non linéaires que nous avons considérés, la densité Lagrangienne, incluant des termes jusqu'au quatrième ordre dans les champs des mésons, peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = \bar{\psi} & \left[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_{\omega 1} V^\mu - g_\rho \tau^a R^{\mu a}) - (M_N - g_{\sigma 1} \phi) - \frac{f_\rho}{4M_N} \tau^a R_{\mu\nu}^a \sigma^{\mu\nu} \right] \psi \\
& + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \phi^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 V_\mu V^\mu - \frac{1}{4} V_{\mu\nu} V^{\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2} m_\rho^2 R_\mu^a R^{\mu a} - \frac{1}{4} R_{\mu\nu}^a R^{\mu\nu a} - \frac{1}{3} g_{\sigma 3} \phi^3 + \frac{1}{3} g_{\sigma\omega 3} \phi V_\mu V^\mu \\
& + \frac{1}{3} g_{\sigma\rho 3} \phi R_\mu^a R^{\mu a} - \frac{1}{4} g_{\sigma 4} \phi^4 + \frac{1}{4} g_{\omega 4} (V_\mu V^\mu)^2 + \frac{1}{4} g_{\sigma\omega 4} \phi^2 V_\mu V^\mu \quad (1.1)
\end{aligned}$$

où $V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$ et $R_{\mu\nu}^a = \partial_\mu R_\nu^a - \partial_\nu R_\mu^a + g_\rho \epsilon^{abc} R^{\mu b} R^{\nu c}$ sont les tenseurs (antisymétrique de rang 2) des champs V^μ et R^μ et où $\sigma_{\mu\nu} \equiv i[\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2 = -\sigma_{\nu\mu}$. Dans l'équation (1.1) $g_{\sigma 1}$, $g_{\omega 1}$, f_ρ et g_ρ sont les constantes de couplage caractérisant respectivement les couplages du nucléon aux mésons σ , ω et ρ .

En plus de ces couplages linéaires dans les champs des mésons, cette densité Lagrangienne peut prendre en compte six termes de couplage non linéaires. Les constantes de couplage $g_{\sigma 3}$, $g_{\sigma\omega 3}$ et $g_{\sigma\rho 3}$ caractérisent les trois termes non linéaires d'ordre 3 en puissance des champs des mésons et les constantes de couplage $g_{\sigma 4}$, $g_{\sigma\omega 4}$ et $g_{\omega 4}$ caractérisent les trois termes non linéaires d'ordre 4. Ces six termes sont nouveaux par rapport au modèle proposé originellement par Walecka en 1974. Aucun des modèles que nous avons considérés ne prend en compte de terme du quatrième ordre dans le champ du méson ρ puisque la valeur moyenne de ce champ est un ordre de grandeur plus faible que celle du méson ω .

Signalons que l'analogie non relativiste de la densité Lagrangienne effective donnée par l'équation (1.1) est l'Hamiltonien effectif non-relativiste, comme par exemple, celui de Skyrme utilisé dans les calculs Hartree-Fock, à part que les forces à quatre corps n'y apparaissent pas nécessairement.

1.2.2 Interprétation des termes non linéaires

Certains modèles hadroniques utilisent une densité Lagrangienne très similaire à celle du modèle de Walecka, mais avec une masse effective du nucléon qui n'est plus linéaire dans le champ scalaire. C'est le cas par exemple, si l'on effectue un développement à basse densité du modèle de Zimanyi-Moszkowski [16]. C'est aussi le cas de la théorie effective obtenue au niveau méson-nucléon (en éliminant les degrés de liberté des quarks) du modèle de couplage quark-méson (QMC) [17]. De plus, si une dépendance en densité de la constante de sac est prise en compte dans le modèle QMC, la densité Lagrangienne effective va également inclure un couplage quadratique dans le champ du méson vecteur. On obtient alors une densité Lagrangienne ayant la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \bar{\psi} \left[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_{\omega 1} V^\mu - g_\rho \tau^a R^{\mu a}) - \frac{f_\rho}{4M_N} \tau^a R_{\mu\nu}^a \sigma^{\mu\nu} \right. \\
& - \left. \left(M_N - g_{\sigma 1} \phi - \frac{1}{2} g_{\sigma 2} \phi^2 - \frac{1}{2} g_{\omega 2} \gamma_\mu V^\mu \gamma_\nu V^\nu + \dots \right) \right] \psi \\
& + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \phi^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 V_\mu V^\mu - \frac{1}{4} V_{\mu\nu} V^{\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2} m_\rho^2 R_\mu^a R^{\mu a} - \frac{1}{4} R_{\mu\nu}^a R^{\mu\nu a}
\end{aligned} \tag{1.2}$$

où les contributions méson-nucléon caractérisées par les constantes de couplages $g_{\sigma 2}$ et $g_{\omega 2}$ représentent les premiers termes du développement dans les champs des mésons σ et ω . Plus généralement, une telle densité Lagrangienne est obtenue pour tous les modèles hadroniques $\sigma - \omega$ dans lesquels les constantes de couplage $g_{\sigma 1}$ et $g_{\omega 1}$ sont rendues explicitement dépendantes de la densité. Une simple redéfinition des champs des mésons permet alors de transformer le Lagrangien de l'équation (1.2) en celui donné par l'équation (1.1) (tronqué à l'ordre 4) correspondants aux modèles non linéaires. Ainsi, les termes non linéaires de l'équation (1.1) peuvent être interprétés comme reflétant à l'échelle hadronique la sous-structure des nucléons et des mésons ou comme une introduction explicite de forces à trois et quatre corps.

1.2.3 Détermination des paramètres des modèles

Les champs des nucléons et des mésons vérifient les équations de Lagrange :

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial q_i / \partial x^\mu)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0, \quad (1.3)$$

où q_i sont les coordonnées généralisées ($q_i = \psi, \phi, V_\mu$) et \mathcal{L} est la densité Lagrangienne définie par l'équation (1.1). On obtient ainsi les équations du mouvement c'est-à-dire :

- une équation (de type Dirac) pour le champ ψ du nucléon

$$\left[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_{\omega 1} V^\mu - g_\rho \tau^a R^{\mu a}) - (M_N - g_{\sigma 1} \phi) - \frac{f_\rho}{4M_N} \tau^a R_{\mu\nu}^a \sigma^{\mu\nu} \right] \psi = 0, \quad (1.4)$$

- une équation (de type Klein-Gordon) pour le champ ϕ du méson scalaire σ

$$\left(\partial_\mu \phi \partial^\mu + m_\sigma^2 + g_{\sigma 3} \phi + g_{\sigma 4} \phi^2 - \frac{1}{2} g_{\sigma \omega 4} V_\mu V^\mu \right) \phi = g_{\sigma 1} \bar{\psi} \psi + \frac{1}{3} g_{\sigma \omega 3} V_\mu V^\mu + \frac{1}{3} g_{\sigma \rho 3} R_\mu^a R^{\mu a}, \quad (1.5)$$

- une équation (de type Proca) pour le champ V_μ du méson vecteur ω

$$\partial_\mu V^{\mu\nu} + \left(m_\omega^2 + \frac{2}{3} g_{\sigma \omega 3} \phi + g_{\omega 4} V^\mu V_\mu + \frac{1}{2} g_{\sigma \omega 4} \phi^2 \right) V^\nu = g_{\omega 1} \bar{\psi} \gamma^\nu \psi. \quad (1.6)$$

Ces équations de Lagrange sont ensuite résolues dans l'approximation d'Har-tree relativiste pour les noyaux finis. Le système d'équations différentielles couplées non linéaires ainsi obtenu est résolu numériquement par un calcul itératif. Pour chaque modèle, les paramètres libres sont les constantes de couplage et la masse du méson σ . Ils sont ajustés de manière à reproduire au mieux les principales propriétés nucléaires de quelques noyaux. Plus précisément, une série d'observables X est calculée pour chaque noyau (i) considéré et les paramètres sont alors obtenus en minimisant le χ^2 généralisé défini par :

$$\chi^2 = \sum_i \sum_X \left(\frac{X_{exp}^{(i)} - X_{th}^{(i)}}{W_X^{(i)} X_{exp}^{(i)}} \right)^2, \quad (1.7)$$

où les indices "exp" et "th" désignent les valeurs expérimentales et théoriques de l'observable et $W_X^{(i)}$ représentent les poids relatifs. Dans cette procédure, chaque modèle utilise son propre jeu d'observables et de noyaux et nous allons voir quelques exemples de modèles dans la partie suivante.

1.3 Exemples de modèles non linéaires

Nous présentons ici quelques exemples de modèles non-linéaires. Nous précisons que les forces effectives à 3 et 4 corps corrigent en partie l'approximation qui consiste à considérer les nucléons comme ponctuels, et que les coefficients affectant les termes non linéaires peuvent donc varier fortement d'un modèle à l'autre, à la condition que leurs effets se compensent pour reproduire les propriétés de saturation de la matière nucléaire (densité de saturation, énergie de liaison, compressibilité) et d'un certain nombre d'états nucléaires.

1.3.1 Modèles NL1, NL-SH et NL3

Les modèles NL1 [19], NL-SH [20] et NL3 [13] sont parmi les premiers modèles relativistes non linéaires à être apparus dans la littérature. En plus des contributions linéaires habituelles, ces modèles contiennent seulement deux termes de self-couplage du méson σ , un d'ordre 3, l'autre d'ordre 4 (termes $-\frac{1}{3}g_{\sigma 3}\phi^3$ et $-\frac{1}{4}g_{\sigma 4}\phi^4$ du Lagrangien (1.1)). Les paramètres obtenus pour ces trois forces effectives sont résumés dans le tableau 1.2.

Concernant la procédure de minimisation du χ^2 pour le modèle NL1, les noyaux (sphériques) considérés sont au nombre de 8 (^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{58}Ni , ^{90}Zr , ^{116}Sn , ^{124}Sn et ^{208}Pb) et les observables utilisées sont les énergies de liaison, les rayons de diffraction et les épaisseurs de peau (soit 24 données expérimentales). Une autre paramétrisation, appelée NL-SH, a également été considérée et utilise les noyaux ^{16}O , ^{40}Ca , ^{90}Zr , ^{116}Sn , ^{124}Sn et ^{208}Pb et les observables ajustées sont les énergies de liaison, les rayons de charge et les rayons de neutron (soit

18 données expérimentales). La procédure de minimisation pour le modèle NL1 conduit à un χ^2 par observable égal à 4 et est amélioré d'un facteur 2 pour le modèle NL-SH. La matière nucléaire modélisée par la paramétrisation NL-SH est caractérisée par une énergie d'asymétrie $a_{sym} = 36$ MeV, proche de la valeur généralement acceptée alors que la valeur trop élevée $a_{sym} = 44$ MeV est obtenue dans le modèle NL1. Par contre, le modèle NL-SH fournit un paramètre d'incompressibilité $K = 355$ MeV relativement important alors qu'il n'est que de 211 MeV pour le modèle NL1.

Ces deux forces ont cependant le défaut de ne pas reproduire les énergies des résonances monopolaires géantes isoscalaires (liées au paramètre d'incompressibilité K de la matière nucléaire) obtenues pour les noyaux ^{208}Pb et ^{90}Zr . La paramétrisation NL1 sous-estime les données empiriques de K alors que la paramétrisation NL-SH les sur-estiment. Une troisième paramétrisation, notée NL3, a donc été construite dans le but d'obtenir un paramètre d'incompressibilité compris entre ceux donnés par NL1 et NL-SH. La paramétrisation NL3 a été construite sur un jeu de noyaux plus important de manière à tenir compte d'une plus grande variation en isospin (^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{58}Ni , ^{90}Zr , ^{116}Sn , ^{124}Sn , ^{132}Sn , ^{208}Pb et ^{214}Pb). Les observables utilisées pour la procédure de minimisation sont les énergies de liaison, les rayons de charge et les rayons de neutrons de quelques noyaux sphériques (soit 27 données expérimentales). Par rapport aux modèles NL1 et NL-SH, des contraintes sur les propriétés de la matière nucléaire ont été incluses dans le fit, comme par exemple, l'énergie de liaison volumique ($\epsilon_B = -16$ MeV à 5% près), le paramètre d'incompressibilité ($K = 250$ MeV à 10% près), ou encore l'énergie d'asymétrie ($a_{sym} = 33$ MeV à 10% près). Les propriétés de la matière nucléaire obtenues après ajustement sont $a_{sym} = 37$ MeV et $K = 272$ MeV. Du fait de toutes ces contraintes, le modèle NL3 reproduit bien les propriétés des états fondamentaux des noyaux ainsi que les propriétés de déformation. De plus, les énergies des résonances monopolaires géantes isoscalaires sont très bien reproduites. Les propriétés de saturation de la matière nucléaire obtenues avec ces trois modèles sont résumées dans le tableau 1.2.

	NL1	NL-SH	NL3
Paramètres du Lagrangien			
M_N (MeV)	938	939	939
m_σ (MeV)	492	526	508
m_ω (MeV)	795	783	783
m_ρ (MeV)	795	763	763
$g_{\sigma 1}$	10.1	10.4	10.2
$g_{\omega 1}$	13.3	12.9	12.9
g_ρ	4.98	4.38	4.47
f_ρ	0	0	0
$g_{\sigma 3} (fm^{-1})$	12.2	6.91	10.4
$g_{\sigma 4}$	-36.3	-15.8	-28.9
Propriétés de saturation de la matière nucléaire			
$\rho_0 (fm^{-3})$	0.153	0.146	0.148
ϵ_B (MeV)	-16.49	-16.35	-16.30
K (MeV)	211	355	272
a_{sym} (MeV)	43.7	36.1	37.4
M^*/M	0.57	0.60	0.60

Tableau 1.2 - Paramètres des forces effectives NL1, NL-SH et NL3 et propriétés de saturation de la matière nucléaire obtenues dans ces modèles.

1.3.2 Modèles TM1 et TM2

L'étape suivante a été d'introduire dans la densité Lagrangienne un terme de self-couplage du méson ω dans le but de réduire les potentiels scalaire et vecteur trop importants des modèles précédents. En effet, des potentiels plus faibles sont obtenus dans la théorie de Dirac-Brueckner Hartree-Fock (RBHF) avec une interaction nucléon-nucléon réaliste déterminée à partir des données de la diffusion nucléon-nucléon [21]. Le fait que ces deux théories donnent des potentiels vecteurs très différents semble indiquer qu'un terme non linéaire dans le champ du méson ω doit être pris en compte. Ce terme d'ordre 4, correspond à la contribution $\frac{1}{4}g_{\omega 4} (V_\mu V^\mu)^2$ de la densité Lagrangienne (1.1). Les observables utilisées sont les énergies de liaison par nucléon et les rayons de charge. Puisque l'effet de surface, plus important pour les noyaux légers que pour les noyaux lourds, doit affecter les constantes de couplage, deux paramétrisations différentes selon la taille du noyau ont été proposées. La paramétrisation TM1[14], pour les noyaux moyens et lourds ($Z \geq 20$), a été obtenue par ajustement des observables concernant les noyaux ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{58}Ni , ^{90}Zr , ^{116}Sn , ^{124}Sn , ^{184}Pb , ^{196}Pb , ^{208}Pb et ^{214}Pb . La paramétrisation TM2[14], pour les noyaux légers ($Z \leq 20$), utilise les noyaux 8C , ^{12}C , ^{14}C , ^{20}C , ^{14}O , ^{16}O , ^{22}O , ^{28}Si , ^{34}Si , ^{40}Ca et ^{48}Ca . Les paramètres obtenus pour ces deux forces effectives sont résumés dans le tableau 1.3.

	TM1	TM2
Paramètres du Lagrangien		
M_N (MeV)	938	938
m_σ (MeV)	511	526
m_ω (MeV)	783	783
m_ρ (MeV)	770	770
$g_{\sigma 1}$	10.0	11.5
$g_{\omega 1}$	12.6	14.6
g_ρ	4.63	4.68
f_ρ	0	0
$g_{\sigma 3}$ (fm^{-1})	7.23	4.44
$g_{\sigma 4}$	0.62	4.61
$g_{\omega 4}$	71.3	84.5
Propriétés de saturation de la matière nucléaire		
ρ_0 (fm^{-3})	0.145	0.132
ϵ_B (MeV)	-16.3	-16.2
K (MeV)	281	344
a_{sym} (MeV)	36.9	35.8
M^*/M	0.63	0.57

Tableau 1.3 - Identique au tableau 1.2 mais pour les modèles TM1 et TM2.

1.3.3 Modèles G1 et G2

Plus récemment, une théorie des champs effective respectant les différentes symétries de QCD (invariance de Lorentz, parité, invariance de jauge électromagnétique, isospin et symétrie chirale) a été proposée pour les noyaux finis. Elle est basée sur un développement de la densité Lagrangienne en puissances des champs et de leurs dérivées. De plus la méthode d'analyse dimensionnelle NDA ("Naive Dimensional Analysis") a été appliquée pour identifier les facteurs dimensionnels de chaque terme. Après extraction de ces facteurs, les coefficients sans dimension restants sont supposés être de l'ordre de l'unité. C'est ce qu'on appelle le principe de naturalité. La densité Lagrangienne effective peut alors être tronquée à un ordre donné, les termes d'ordre supérieur étant supposés donner des contributions plus faibles.

Lorsque l'on tronque la densité Lagrangienne au quatrième ordre, le fit est indéterminé et donc plusieurs solutions sont a priori possibles, d'où les deux solutions G1 et G2 proposées[15]. La procédure de minimisation du χ^2 utilise cinq noyaux sphériques (^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{88}Sr et ^{208}Pb) et de nombreuses observables, à savoir les énergies de liaison par nucléon, les rayons carrés moyens de charge, les rayons de diffraction, les énergies de surface a_{surf} et d'asymétrie a_{sym} , ainsi que différents aspects liés à la structure nucléaire, comme par exemple, les splittings

spin-orbite et l'énergie des protons $E_p(1h_{9/2})$ dans le ^{208}Pb (soit 29 données expérimentales ajustées). Le χ^2 par observable obtenu est égal à 1.7 pour les deux modèles G1 et G2.

Dans le même travail, l'influence de l'ordre auquel est tronqué le Lagrangien a été étudiée. En tronquant le Lagrangien à l'ordre deux on obtient la paramétrisation appelée W1 (analogue au modèle de Walecka) alors que la paramétrisation C1 est obtenue en tronquant le Lagrangien à l'ordre 3. Ces deux paramétrisations décrivent les propriétés fondamentales des noyaux de manière approximative. De plus, un autre jeu de paramètres, Q2, prenant en compte les mêmes termes que les paramétrisations TM1 et TM2 a également été déterminé. Ce n'est qu'à l'ordre 4 avec les paramétrisations G1 et G2 que les propriétés nucléaires sont très bien reproduites. Par contre, l'effet de l'ordre 5 est négligeable et peut être absorbé dans un ajustement mineur des constantes de couplage des ordres inférieurs, ce qui justifie la troncation à l'ordre 4 de la densité Lagrangienne (1.1). Notons aussi que les constantes de couplage des modèles G1 et G2 réécrites (sans dimension) dans une analyse dimensionnelle naïve sont de l'ordre de l'unité, en accord avec le principe de naturalité. Les paramètres obtenus pour ces deux forces effectives sont résumés dans le tableau 1.4.

	G1	G2
Paramètres du Lagrangien		
M_N (MeV)	939	939
m_σ (MeV)	507	520
m_ω (MeV)	782	782
m_ρ (MeV)	770	770
$g_{\sigma 1}$	9.87	10.5
$g_{\omega 1}$	12.1	12.8
g_ρ	4.39	4.74
f_ρ	18.2	18.2
$g_{\sigma 3} (fm^{-1})$	15.1	24.9
$g_{\sigma 4}$	-47.7	3.56
$g_{\omega 4}$	86.4	71.7
$g_{\sigma\omega 3} (fm^{-1})$	3.45	33.8
$g_{\sigma\omega 4}$	-65.0	8.39
$g_{\sigma\rho 3} (fm^{-1})$	-25.8	39.3
Propriétés de saturation de la matière nucléaire		
$\rho_0 (fm^{-3})$	0.153	0.154
ϵ_B (MeV)	-16.1	-16.1
K (MeV)	215	215
a_{sym} (MeV)	38.5	36.4
M^*/M	0.63	0.66

Tableau 1.4 - Identique au tableau 1.2 mais pour les modèles G1 et G2.

Chapitre 2

Equation d'état de la matière nucléaire

2.1 Introduction

La détermination des propriétés de la matière nucléaire en fonction de la densité et de la température est un problème fondamental en physique nucléaire. A faible densité et basse température, quelques informations ont été obtenues à partir des résultats expérimentaux en collisions d'ions lourds aux énergies intermédiaires [2, 18]. Ces résultats expérimentaux ont été interprétés comme une évidence d'une transition de phase liquide-gaz. Des calculs théoriques basés sur un formalisme non relativiste [3, 4] ou relativiste [5, 7] prédisent également une telle transition. Par contre, jusqu'à présent, l'équation d'état de la matière nucléaire est toujours largement indéterminée dans les régions de hautes températures et densités.

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, plusieurs types de modèles non linéaires existent dans la littérature, et tous décrivent plutôt bien les propriétés des noyaux finis. Ainsi, ces modèles donnent une description réaliste de la matière nucléaire à température nulle et pour des densités inférieures ou égales à la densité de saturation. Par contre, on a peu d'information concernant les hautes températures et/ou densités.

Dans ce chapitre, nous avons donc comparé les équations d'état de la matière nucléaire symétrique obtenues dans divers modèles relativistes non linéaires [22]. Tout d'abord, nous avons étudié la région de la transition de phase liquide-gaz et plus particulièrement le lien entre la température critique et le paramètre d'incompressibilité. On peut noter que dans cette région de basses densités et températures quelques calculs utilisant les modèles relativistes non linéaires les plus simples ont déjà été effectués [23, 24, 25]. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés ici à la région de haute densité où, à notre connaissance, aucune analyse systématique dans le cadre des modèles relativistes non linéaires n'a été

faite. D'autre part, nous avons comparé les propriétés thermodynamiques données par les modèles non linéaires les plus élaborés, G1 et G2. Bien que ces deux modèles donnent pratiquement la même description des propriétés fondamentales des noyaux, nous montrerons que la densité d'entropie et la chaleur spécifique ont des dépendances en température très différentes.

2.2 L'approximation de champ moyen relativiste

2.2.1 Equations self-consistantes

Les équations des champs (1.5) et (1.6) sont des équations non linéaires et leur résolution exacte est impossible en pratique. De plus, puisque les constantes de couplage $g_{\sigma 1}$ et $g_{\omega 1}$ sont importantes, les approches perturbatives ne s'appliquent pas. Cependant il existe une solution approchée qui est d'autant plus valable que la densité nucléaire ρ_B est importante. En effet, à mesure que ρ_B augmente, les termes de source du côté droit des équations (1.5) et (1.6) deviennent de plus en plus importants et les champs des mésons peuvent alors, en bonne approximation, être remplacés par leurs valeurs moyennes, lesquelles sont les champs classiques :

$$\phi \rightarrow \langle \phi \rangle \equiv \phi_0, \quad (2.1)$$

$$V_\mu \rightarrow \langle V_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} V_0. \quad (2.2)$$

Pour un système statique et uniforme, les quantités ϕ_0 et V_0 sont des constantes indépendantes de x_μ et l'invariance rotationnelle implique que la valeur moyenne $\langle \vec{V} \rangle$ disparaisse.

Les équations des champs des mésons (1.5) et (1.6) peuvent alors s'écrire :

$$\phi_0 = \frac{g_{\sigma 1} \rho_s + \frac{1}{3} g_{\sigma \omega 3} V_0^2}{m_\sigma^2 + g_{\sigma 3} \phi_0 + g_{\sigma 4} \phi_0^2 - \frac{1}{2} g_{\sigma \omega 4} V_0^2}, \quad (2.3)$$

$$V_0 = \frac{g_{\omega 1} \rho_B}{m_\omega^2 + \frac{2}{3} g_{\sigma \omega 3} \phi_0 + \frac{1}{2} g_{\sigma \omega 4} \phi_0^2 + g_{\omega 4} V_0^2}, \quad (2.4)$$

où ρ_s et ρ_B sont respectivement les densités scalaire et baryonique, définies par

$$\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle, \quad (2.5)$$

$$\rho_B = \langle \psi^\dagger \psi \rangle. \quad (2.6)$$

On obtient ainsi des équations self-consistantes en ϕ_0 et V_0 dont la résolution nécessitera un processus itératif.

2.2.2 Masse effective du nucléon

En substituant les champs classiques des mésons (2.3) et (2.4) dans l'équation (1.4), l'équation du mouvement du nucléon s'écrit

$$\left[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_{\omega 1} \gamma^0 V_0 - (M_N - g_{\sigma 1} \phi_0) \right] \psi = 0. \quad (2.7)$$

Comme dans le cas d'une particule de Dirac libre, nous cherchons les solutions sous forme d'états stationnaires de la forme :

$$\psi = u(\vec{k}, \lambda) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x} - iE_N t}, \quad (2.8)$$

où $u(\vec{k}, \lambda)$ est le spineur de Dirac à 4 composantes, et λ désigne l'indice de spin. L'équation de Dirac devient alors :

$$(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \beta M_N^*) u(\vec{k}, \lambda) = E_N^* u(\vec{k}, \lambda). \quad (2.9)$$

Les matrices $\vec{\alpha}$ et β sont définies par :

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

où $\vec{\sigma}$ représente les matrices standard 2×2 de Pauli de sorte que $\gamma^0 = \beta$ et $\vec{\gamma} = \beta \vec{\alpha}$. On remarque que l'équation (2.9) est l'équation de Dirac d'une particule libre à condition de poser

$$M_N^* = M_N - g_{\sigma 1} \phi_0, \quad (2.11)$$

et

$$E_N^* = \sqrt{\vec{k}^2 + M_N^{*2}} = E_N - g_{\omega 1} V_0, \quad (2.12)$$

où M_N^* est la masse effective du nucléon. Le champ scalaire moyen ϕ_0 a donc pour effet de décaler la masse des baryons alors que le champ vecteur moyen V_0 décale la fréquence (ou l'énergie) des solutions.

2.3 Fonctions thermodynamiques

2.3.1 Densité d'énergie et pression

Le tenseur énergie-impulsion est défini par :

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L} + \frac{\partial q_i}{\partial x^\nu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial q_i / \partial x_\mu)}, \quad (2.13)$$

où l'indice répété i est sommé sur toutes les coordonnées généralisées. Les équations de Lagrange (1.3) assurent à ce tenseur sa conservation ($\partial^\mu T_{\mu\nu} = 0$). En utilisant la densité Lagrangienne (1.1) relative aux modèles relativistes non linéaires et la définition (2.13) du tenseur énergie-impulsion nous obtenons :

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} & \left[\frac{1}{2} \left(\partial_\alpha \phi \partial^\alpha \phi - m_\sigma^2 \phi^2 - \frac{1}{2} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} + m_\omega^2 V_\alpha V^\alpha \right) - \frac{1}{3} g_{\sigma 3} \phi^3 \right. \\ & \left. + \frac{1}{3} g_{\sigma\omega 3} \phi V^\alpha V_\alpha - \frac{1}{4} g_{\sigma 4} \phi^4 + \frac{1}{4} g_{\sigma\omega 4} \phi^2 V^\alpha V_\alpha + \frac{1}{4} g_{\omega 4} (V_\alpha V^\alpha)^2 \right] \\ & + i \bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\nu \psi + \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi + \partial_\nu V^\alpha F_{\alpha\mu}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Pour un système uniforme, le tenseur énergie-impulsion doit être de la forme :

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\mathcal{E} + p) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}, \quad (2.15)$$

où p est la pression et \mathcal{E} la densité d'énergie. La quadrivitesse du fluide u_μ satisfait $u_\mu^2 = 1$, et pour un fluide au repos, $u^\mu = (1, \vec{0})$. Dans l'approximation de champ moyen relativiste nous obtenons :

$$\begin{aligned} p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle = & -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 V_0^2 - \frac{1}{3} g_{\sigma 3} \phi_0^3 + \frac{1}{3} g_{\sigma\omega 3} \phi_0 V_0^2 - \frac{1}{4} g_{\sigma 4} \phi_0^4 + \frac{1}{4} g_{\sigma\omega 4} \phi_0^2 V_0^2 \\ & + \frac{1}{4} g_{\omega 4} V_0^4 + \frac{d}{(2\pi)^3} \int \frac{\vec{k}^2}{E_N^*} [n_k(T) + \bar{n}_k(T)] d^3 k, \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = \langle T_{00} \rangle = & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \phi_0^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 V_0^2 + \frac{1}{3} g_{\sigma 3} \phi_0^3 - \frac{1}{3} g_{\sigma\omega 3} \phi_0 V_0^2 + \frac{1}{4} g_{\sigma 4} \phi_0^4 - \frac{1}{4} g_{\sigma\omega 4} \phi_0^2 V_0^2 \\ & - \frac{1}{4} g_{\omega 4} V_0^4 + g_{\omega 1} V_0 \rho_B + \frac{d}{(2\pi)^3} \int E_N^* [n_k(T) + \bar{n}_k(T)] d^3 k, \end{aligned} \quad (2.17)$$

avec

$$\rho_B = \langle \psi^\dagger \psi \rangle = \frac{d}{(2\pi)^3} \int [n_k(T) - \bar{n}_k(T)] d^3 k, \quad (2.18)$$

où d est la dégénérescence des baryons ($d = 4$ pour la matière nucléaire, $d = 2$ pour la matière de neutrons) et où $n_k(T)$ et $\bar{n}_k(T)$ sont les fonctions de distribution thermique des baryons et des antibaryons :

$$\begin{aligned} n_k(T) &= \frac{1}{1 + e^{(E_N^*(k) - \nu)/k_B T}}, \\ \bar{n}_k(T) &= \frac{1}{1 + e^{(E_N^*(k) + \nu)/k_B T}}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Ici ν est le potentiel chimique réduit défini par $\nu = \mu - g_{\omega 1} V_0$ et k_B est la constante de Boltzmann. Nous avons utilisé des potentiels chimiques égaux et opposés pour les particules et les antiparticules, $\bar{\mu} = -\mu$, puisque le nombre total de baryons est une quantité conservée. La masse effective M_N^* intervenant dans les équations précédentes doit être évaluée de manière self-consistante à partir des deux équations couplées (2.3) et (2.4) où la densité scalaire (2.5) à température finie s'écrit

$$\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle = \frac{d}{(2\pi)^3} \int [n_k(T) + \bar{n}_k(T)] \frac{M_N^*}{E^*} d^3 k. \quad (2.20)$$

2.3.2 Limites de haute/basse densité et température

Nous avons déterminé les expressions approchées de \mathcal{E} et p dans plusieurs cas limites intéressants : basse et haute température à densité baryonique nulle, haute densité à température fixée. Pour cela nous avons défini les quantités sans dimension $\theta = \frac{k_B T}{M_N}$ et $x = \frac{M_N^*}{M_N}$.

- **Limite de basse température à densité baryonique nulle**

Ce cas limite correspond à $\rho_B = 0$ et $\theta \rightarrow 0$. Nous obtenons pour la masse effective du nucléon

$$x \simeq 1 - \frac{d g_{\sigma 1}^2 M_N^2}{\sqrt{2} \pi^{3/2}} \theta^{3/2} \frac{x^{3/2} e^{-x/\theta}}{m_\sigma^2 + \frac{g_{\sigma 3}}{g_{\sigma 1}} M_N (1-x) + \frac{g_{\sigma 4}}{g_{\sigma 1}^2} M_N^2 (1-x)^2}, \quad (2.21)$$

et pour la densité d'énergie et la pression,

$$\mathcal{E} \simeq \frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2 M_N^2}{g_{\sigma 1}^2} (1-x)^2 + \frac{1}{3} \frac{g_{\sigma 3} M_N^3}{g_{\sigma 1}^3} (1-x)^3$$

$$+\frac{1}{4} \frac{g_{\sigma 4} M_N^4}{g_{\sigma 1}^4} (1-x)^4 + \frac{d\theta M_N^4}{\pi^2} x^3 \sqrt{\frac{\pi\theta}{2x}} e^{-x/\theta}, \quad (2.22)$$

$$p \simeq -\frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2 M_N^2}{g_{\sigma 1}^2} (1-x)^2 - \frac{1}{3} \frac{g_{\sigma 3} M_N^3}{g_{\sigma 1}^3} (1-x)^3$$

$$-\frac{1}{4} \frac{g_{\sigma 4} M_N^4}{g_{\sigma 1}^4} (1-x)^4 + \frac{d\theta^2 M_N^4}{\pi^2} x^2 \sqrt{\frac{\pi\theta}{2x}} e^{-x/\theta}. \quad (2.23)$$

Nous constatons donc que $x \rightarrow 1$ par valeurs inférieures et que, lorsque $\theta \rightarrow 0$

$$\frac{p}{\mathcal{E}} \simeq \theta. \quad (2.24)$$

Ceci est vrai pour $x \rightarrow 1$ indépendamment de θ (fini). Cette dernière équation peut être étendue à la région des faibles densités.

• Limite de haute température à densité baryonique nulle

Ce cas limite correspond à $\rho_B = 0$ et $\theta \rightarrow \infty$. Nous obtenons pour la masse effective du nucléon :

$$x \simeq 1 - \frac{dg_{\sigma 1}^2 M_N^2}{12} \theta^2 \frac{x}{m_\sigma^2 + \frac{g_{\sigma 3}}{g_{\sigma 1}} M_N (1-x) + \frac{g_{\sigma 4}}{g_{\sigma 1}^2} M_N^2 (1-x)^2}, \quad (2.25)$$

et, pour la densité d'énergie et la pression :

$$\mathcal{E} \simeq \frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2 M_N^2}{g_{\sigma 1}^2} (1-x)^2 + \frac{1}{3} \frac{g_{\sigma 3} M_N^3}{g_{\sigma 1}^3} (1-x)^3$$

$$+\frac{1}{4} \frac{g_{\sigma 4} M_N^4}{g_{\sigma 1}^4} (1-x)^4 + \frac{7d\pi^2 \theta^4 M_N^4}{120}, \quad (2.26)$$

$$p \simeq -\frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2 M_N^2}{g_{\sigma 1}^2} (1-x)^2 - \frac{1}{3} \frac{g_{\sigma 3} M_N^3}{g_{\sigma 1}^3} (1-x)^3$$

$$-\frac{1}{4} \frac{g_{\sigma 4} M_N^4}{g_{\sigma 1}^4} (1-x)^4 + \frac{7d\pi^2 \theta^4 M_N^4}{360}. \quad (2.27)$$

Nous voyons donc que lorsque $\theta \rightarrow \infty$, $x \rightarrow 0$. Des paires baryon-antibaryon sont

produites et la relation entre p et \mathcal{E} prend une forme très similaire à celle d'un corps noir :

$$p \simeq \frac{7d\pi^2 k_B^4 T^4}{360} \simeq \frac{\mathcal{E}}{3}. \quad (2.28)$$

• **Limite de haute densité à température fixée**

Ce cas limite correspond à $\rho_B \rightarrow \infty$. Nous obtenons pour la masse effective du nucléon :

$$x \simeq 1 - \frac{\frac{1}{3} \frac{g_{\sigma\omega 3} g_{\sigma 1}}{M_N} V_0^2 + g_{\sigma 1}^2 \left(\frac{3\sqrt{d}}{4\pi} \rho_B \right)^{2/3} x n(x)}{m_\sigma^2 + \frac{g_{\sigma 3}}{g_{\sigma 1}} M_N (1-x) + \frac{g_{\sigma 4}}{g_{\sigma 1}^2} M_N^2 (1-x)^2 - \frac{1}{2} g_{\sigma\omega 4} V_0^2}, \quad (2.29)$$

et, pour la densité d'énergie et la pression :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} \simeq & \frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2 M_N^2}{g_{\sigma 1}^2} (1-x)^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 V_0^2 + \frac{1}{3} \frac{g_{\sigma 3} M_N^3}{g_{\sigma 1}^3} (1-x)^3 \\ & - \frac{1}{3} \frac{g_{\sigma\omega 3} M_N}{g_{\sigma 1}} (1-x) V_0^2 + \frac{1}{4} \frac{g_{\sigma 4} M_N^4}{g_{\sigma 1}^4} (1-x)^4 \\ & - \frac{1}{4} \frac{g_{\sigma\omega 4} M_N^2}{g_{\sigma 1}^2} (1-x)^2 V_0^2 - \frac{1}{4} g_{\omega 4} V_0^4 + g_{\omega 1} V_0 \rho_B + \frac{3}{4} \left(\frac{6\pi^2}{d} \right)^{1/3} \rho_B^{4/3}, \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} p \simeq & -\frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2 M_N^2}{g_{\sigma 1}^2} (1-x)^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 V_0^2 - \frac{1}{3} \frac{g_{\sigma 3} M_N^3}{g_{\sigma 1}^3} (1-x)^3 \\ & + \frac{1}{3} \frac{g_{\sigma\omega 3} M_N}{g_{\sigma 1}} (1-x) V_0^2 - \frac{1}{4} \frac{g_{\sigma 4} M_N^4}{g_{\sigma 1}^4} (1-x)^4 \\ & + \frac{1}{4} \frac{g_{\sigma\omega 4} M_N^2}{g_{\sigma 1}^2} (1-x)^2 V_0^2 + \frac{1}{4} g_{\omega 4} V_0^4 + \frac{1}{4} \left(\frac{6\pi^2}{d} \right)^{1/3} \rho_B^{4/3}, \end{aligned} \quad (2.31)$$

avec

$$V_0 = \frac{g_{\omega 1} \rho_B}{m_\omega^2 + \frac{2}{3} \frac{g_{\sigma\omega 3} M_N}{g_{\sigma 1}} (1-x) + g_{\omega 4} V_0^2 + \frac{1}{2} \frac{g_{\sigma\omega 4} M_N^2}{g_{\sigma 1}^2} (1-x)^2}, \quad (2.32)$$

et

$$n(x) = \frac{1}{1 + e^{(x-\nu/M_N)/\theta}}. \quad (2.33)$$

Les limites de haute densité de la densité d'énergie et de la pression sont conditionnées par la dépendance en densité du champ vecteur V_0 . Si le modèle prend en compte le self-couplage du méson ω (i.e. si $g_{\omega 4} \neq 0$), V_0 se comporte comme $\rho_B^{1/3}$ (voir équation (2.32)). Il se comporte comme ρ_B si ce couplage n'est pas permis (i.e. si $g_{\omega 4} = 0$). Nous verrons lors de la discussion des résultats, l'influence de ces deux comportements sur les isothermes de l'équation d'état.

2.3.3 Entropie et chaleur spécifique

Pour déterminer l'entropie S et la chaleur spécifique C_V , nous déterminons le potentiel thermodynamique Ω en utilisant l'expression standard de la mécanique statistique :

$$\Omega(\mu, V, T; \phi_0, V_0) = -k_B T \ln(Z_G), \quad (2.34)$$

avec

$$Z_G \equiv Tr \left[e^{-(\widehat{H} - \mu \widehat{B})/k_B T} \right], \quad (2.35)$$

où \widehat{H} et \widehat{B} sont le Hamiltonien et l'opérateur nombre baryonique. Le potentiel Ω peut s'écrire en fonction des quantités thermodynamiques familières :

$$\Omega = -pdV = \mathcal{E}V - TS - \mu B, \quad (2.36)$$

et

$$d\Omega = -SdT - pdV - Bd\mu. \quad (2.37)$$

On en déduit alors l'entropie à volume constant :

$$S = \left(-\frac{\partial \Omega}{\partial T} \right)_{\mu, V}. \quad (2.38)$$

L'utilisation des définitions de Ω et de S permet d'écrire l'entropie volumique sous la forme :

$$S/V = \frac{1}{T} (\mathcal{E} + p - \mu\rho_B). \quad (2.39)$$

La chaleur spécifique, quant à elle, est définie par :

$$C_V = \left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial T} \right)_{\mu, V}. \quad (2.40)$$

2.4 Construction des isothermes

2.4.1 Procédure self-consistante

Les cinq équations self-consistantes (2.3), (2.4), (2.16), (2.17) et (2.18) sont résolues numériquement. Pour cela, on choisit une valeur de ν et on résoud, tout d'abord, les équations self-consistantes couplées (2.3) et (2.4) afin d'obtenir la masse effective du nucléon M_N^* à ν et T fixés. Notons qu'à basse température il existe trois solutions pour M_N^* . Ces valeurs de M_N^* , ν et T définissent complètement les fonctions de distribution thermique (2.19) et ces dernières peuvent alors être utilisées pour calculer ρ_B , \mathcal{E} et p à travers les équations (2.16), (2.17) et (2.18). Les intégrales intervenant dans les expressions (2.18), (2.17), (2.16) et (2.20) sont évaluées numériquement par la méthode d'intégration de Gauss-Laguerre.

2.4.2 Coexistence de phases liquide-vapeur

Dans la région de basse densité et basse température ($\rho_B < \rho_0$, $T < T_c$ température critique) les isothermes ont un comportement typique d'une interaction de Van der Waals (transition de phase liquide-gaz) pour tous les modèles étudiés. Nous allons tout d'abord déterminer les équations de coexistence liquide-gaz.

Soit une enceinte d'un volume V contenant exactement B nucléons en équilibre thermique à la température T . Supposons que B_l d'entre eux soient condensés en une goutte de matière nucléaire occupant un volume V_l , les $B_g = B - B_l$ nucléons restants constituent la phase vapeur environnante et occupent donc le volume complémentaire $V_g = V - V_l$. On peut écrire l'énergie libre du système comme la somme de deux termes provenant l'un de la phase liquide, l'autre de la phase gazeuse :

$$F(T, V, B; V_l, B_l) = F_l(T, V_l, B_l) + F_g(T, V - V_l, B - B_l), \quad (2.41)$$

où F_l et F_g sont respectivement l'énergie libre de la phase liquide et de la phase

gazeuse. En l'absence d'informations supplémentaires sur le système, il faut minimiser l'énergie libre par rapport au volume V_l et au nombre de nucléons B_l de la goutte liquide c'est-à-dire satisfaire les équations :

$$\begin{aligned}\frac{\partial F}{\partial V_l} &= 0, \\ \frac{\partial F}{\partial B_l} &= 0.\end{aligned}\tag{2.42}$$

Ces deux relations impliquent que :

$$\begin{aligned}p_l &= -\frac{\partial F_l}{\partial V_l} = -\frac{\partial F_g}{\partial V_g} = p_g, \\ \mu_l &= \frac{\partial F_l}{\partial B_l} = \frac{\partial F_g}{\partial B_g} = \mu_g.\end{aligned}\tag{2.43}$$

L'interprétation physique des équations précédentes est la suivante. La première exprime l'équilibre des pressions à l'interface liquide-gaz (si l'on visualise cette interface comme une membrane, on voit bien qu'un gradient quelconque de pression romprait l'équilibre et amènerait un déplacement de la membrane). La seconde équation demande l'équilibre des potentiels chimiques. Si l'on écrit la différence d'énergie libre entre un système à $B + 1$ et à B nucléons, on voit qu'au premier ordre, le potentiel chimique est l'opposé de l'énergie de séparation d'un nucléon. L'équilibre des potentiels chimiques signifie donc que cela demande autant d'énergie de faire migrer un nucléon de la phase liquide vers la phase gazeuse que l'inverse.

Puisque nous nous intéresserons à la matière nucléaire infinie, nous supposons donc que l'énergie libre pour chacune des phases est proportionnelle au volume et nous n'incluons pas de terme coulombien. Cela revient à supposer des phases homogènes que l'on peut décrire comme des volumes de matière nucléaire uniforme sans interaction de surface à la frontière entre les deux phases. L'énergie libre peut alors s'écrire, par exemple, pour la phase liquide

$$F_l(T, V_l, B_l) = V_l f_l(T, \rho_l),\tag{2.44}$$

où f_l est l'énergie libre par unité de volume de la phase liquide à la densité $\rho_l = B_l/V_l$. L'expression du potentiel chimique devient :

$$\mu_l = \frac{\partial F_l}{\partial B_l} = V_l \frac{\partial f_l}{\partial \rho_l} \frac{\partial \rho_l}{\partial B_l} = \frac{\partial f_l}{\partial \rho_l},\tag{2.45}$$

tandis que celle de la pression s'écrit :

$$p_l = -\frac{\partial F_l}{\partial V_l} = -f_l - V_l \frac{\partial f_l}{\partial \rho_l} \frac{\partial \rho_l}{\partial V_l} = \rho_l \mu_l - f_l. \quad (2.46)$$

Si l'on dérive la pression par rapport à la densité on obtient :

$$\frac{\partial p_l}{\partial \rho_l} = \mu_l + \rho_l \frac{\partial \mu_l}{\partial \rho_l} - \frac{\partial f_l}{\partial \rho_l}, \quad (2.47)$$

ce qui donne, compte tenu de (2.45) :

$$\frac{\partial p_l}{\partial \rho_l} = \rho_l \frac{\partial \mu_l}{\partial \rho_l}. \quad (2.48)$$

Cette relation est une version simplifiée de la relation de Gibbs-Duhem pour un milieu homogène à température constante. Si l'on suppose de même que la phase gazeuse est homogène, on aura également $F_g = V_g f_g$. Les relations (2.45) pour le potentiel chimique μ_g et (2.46) pour la pression p_g sont aussi valables et les équations de coexistence s'écriront donc :

$$p_l = -(f_l - \rho_l \mu_l) = -(f_g - \rho_g \mu_g) = p_g,$$

$$\mu_l = \frac{\partial f_l}{\partial \rho_l} = \frac{\partial f_g}{\partial \rho_g} = \mu_g. \quad (2.49)$$

Le comportement de F en fonction de $1/\rho_B$ est représenté sur la figure 2.1. Puisque la pression est une grandeur positive, $\partial F/\partial V = -p$ est toujours négatif. A température fixée, F est ainsi une fonction constamment décroissante du volume donc de $1/\rho_B$. Pour restituer cette décroissance monotone de F , le système suit le chemin donné par la bitangente de la figure 2.1. La somme des énergies libres des deux phases est alors minimum et inférieure à celle du système homogène.

2.4.3 Solution des équations de coexistence : construction de Maxwell

Pour illustrer la façon de résoudre les équations de coexistence (2.49) nous avons représenté sur la figure 2.2 l'allure typique d'une isotherme $T < T_c$ dans les plans (ρ_B, p) et (ρ_B, μ) . La phase liquide, caractérisée par $p_l(\rho_l)$ et $\mu_l(\rho_l)$ correspond donc aux densités $\rho_l > \rho_2$ (minimum de p et de μ) tandis que la phase gazeuse, $p_g(\rho_g)$ et $\mu_g(\rho_g)$, aux densités $\rho_g < \rho_1$ (maximum de p et de μ).

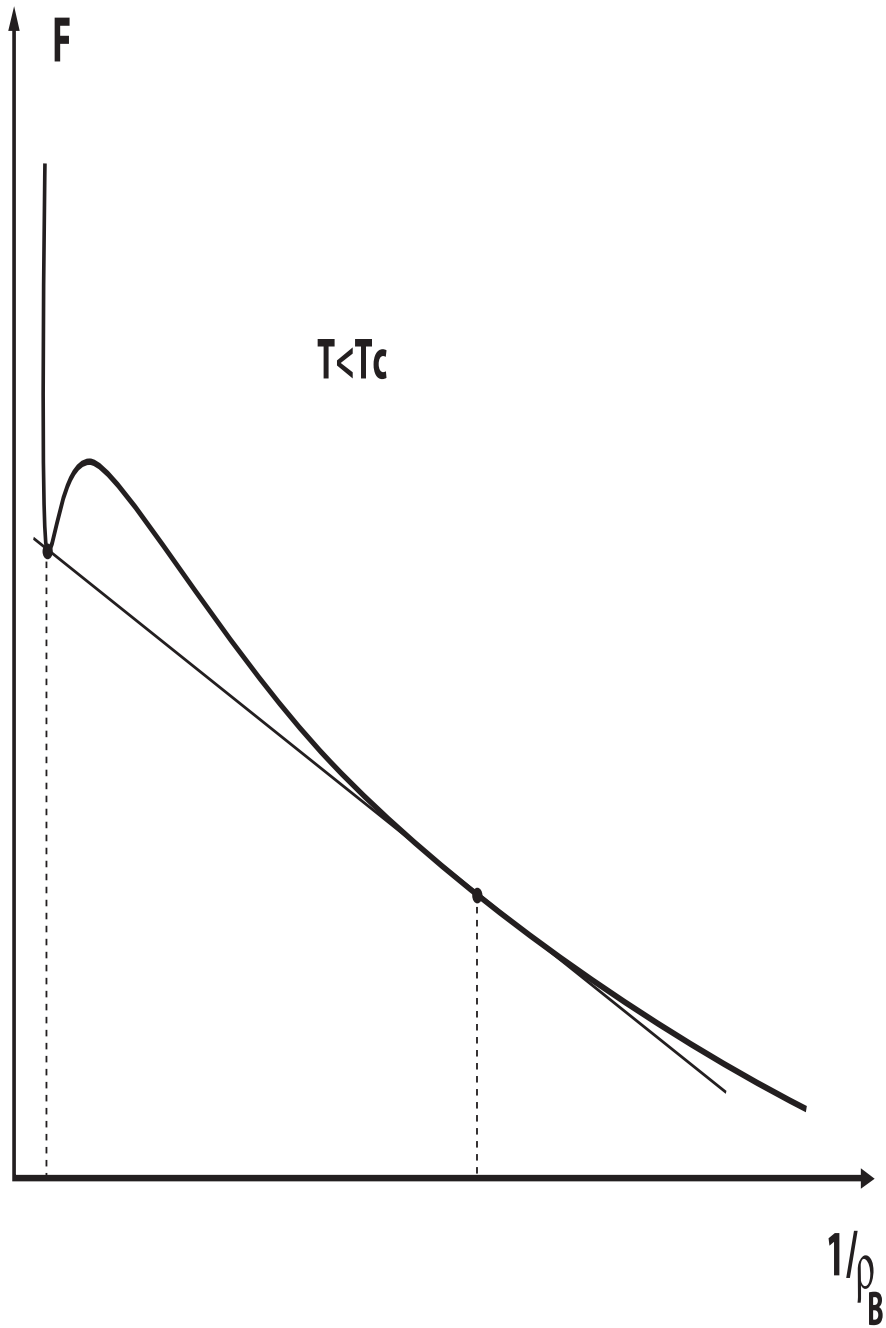


FIG. 2.1 – Allure typique de l'énergie libre F en fonction de $1/\rho_B$ lors de la coexistence de phase liquide-vapeur.

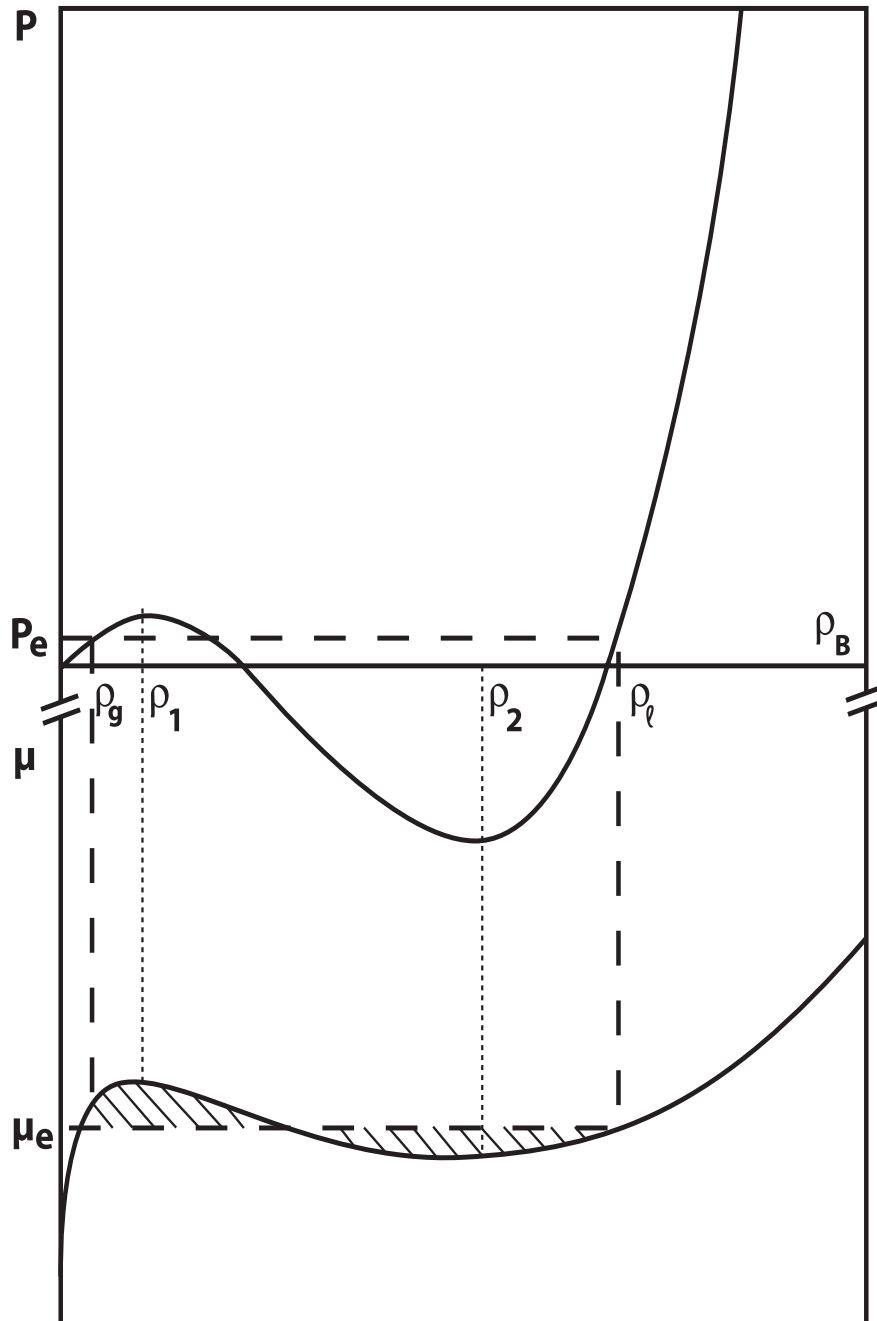


FIG. 2.2 – Allure typique d'une isotherme $T < T_c$ représentée dans les plans (ρ_B, p) (partie supérieure) et (ρ_B, μ) (partie inférieure)

La ligne horizontale μ_e est le potentiel chimique d'équilibre et la ligne horizontale p_e est la pression d'équilibre. On peut déterminer le potentiel chimique d'équilibre en calculant l'aire comprise sous la courbe $\mu(\rho_B)$ entre ρ_g et ρ_l .

$$\int_{\rho_g}^{\rho_l} \mu d\rho_B = [\mu\rho_B]_{\rho_g}^{\rho_l} - \int_{\rho_g}^{\rho_l} \rho_B \frac{\partial\mu}{\partial\rho_B} d\rho_B. \quad (2.50)$$

Le terme entre crochets est égal à l'aire du rectangle sous le palier de vaporisation : $\mu_e(\rho_l - \rho_g)$ et le dernier terme peut s'intégrer en utilisant la relation de Gibbs-Duhem sous la forme (2.48) :

$$\int_{\rho_g}^{\rho_l} \rho_B \frac{\partial\mu}{\partial\rho_B} d\rho_B = \int_{\rho_g}^{\rho_l} \frac{\partial p}{\partial\rho_B} d\rho_B = [p]_{\rho_g}^{\rho_l} = 0. \quad (2.51)$$

Ainsi l'aire sous la courbe $\mu(\rho_B)$ entre ρ_g et ρ_l et l'aire du rectangle sous le potentiel chimique d'équilibre $\mu_e(\rho_l - \rho_g)$ sont égales, ce qui conduit, par différence, à l'égalité des aires hachurées (voir figure 2.2).

Lorsque cette même isotherme est tracée dans le plan (p, μ) , on obtient le point d'équilibre (p_e, μ_e) de coexistence des deux phases liquide et gazeuse à l'intersection des deux branches de l'isotherme (figure 2.3). Les isothermes présentent alors une forme typique avec deux points de rebroussement correspondant aux maximums et minimums de $p(\rho_B)$ et $\mu(\rho_B)$. La phase liquide correspond à la branche labellée "phase dense", la région non physique est située entre les deux points de rebroussement et la phase gazeuse est représentée par la troisième branche ("phase diluée"). En pratique nous utiliserons cette représentation graphique des isothermes pour résoudre les équations de coexistence et ainsi déterminer la pression et la densité d'énergie d'équilibre.

2.4.4 Détermination de la température critique

Sur la figure 2.4 est représentée l'allure typique des isothermes dans le plan (ρ_B, p) . On observe sur cette figure l'évolution des isothermes lorsque la température augmente. Comme nous venons de le voir, en-dessous de la température critique T_c chaque isotherme présente deux régions stables où la dérivée de la pression par rapport à la densité est positive. La vapeur correspond à la région de basse densité, à gauche du maximum, le liquide à la région haute densité, à droite du minimum.

Les deux régions physiques stables, liquide et vapeur, sont séparées par une région non physique où la dérivée $\partial p/\partial\rho_B$ est négative. En effet, soit un système préparé à une densité intermédiaire située entre les extremums d'une isotherme donnée $p(\rho_B)$. Si l'on augmente légèrement le volume à nombre de nucléons constant dans l'enceinte, la densité diminue et la pression augmente tendant ainsi à augmenter encore le volume. Au contraire, une diminution de volume, équivalente

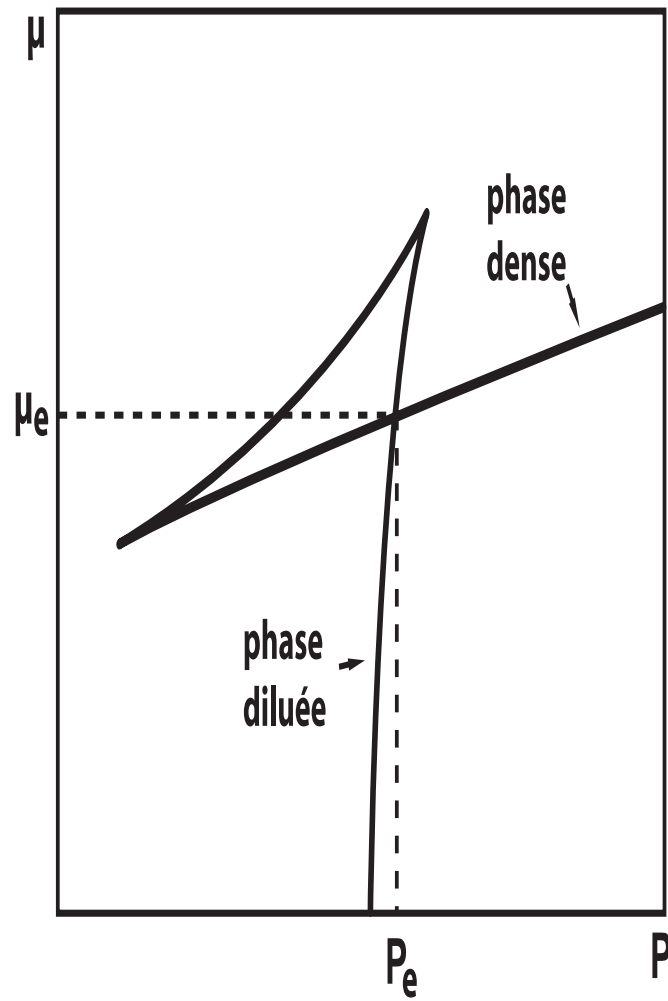


FIG. 2.3 – Allure typique d'une isotherme $T < T_c$ représentée dans le plan (p, μ) .

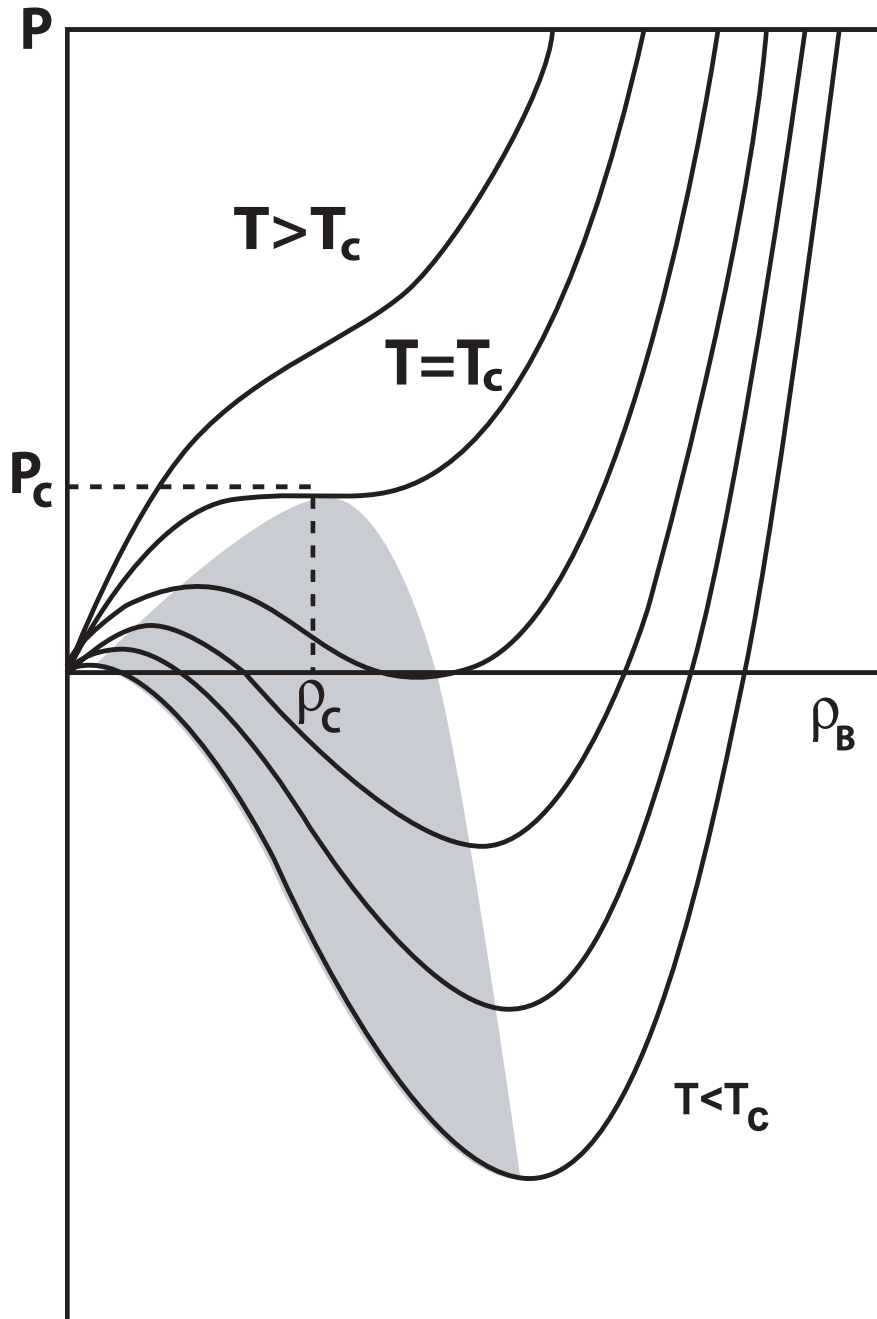


FIG. 2.4 – Exemple type d'isothermes représentées dans le plan (ρ_B, p) .

à une augmentation de densité, entraîne une diminution de la pression tendant ainsi à diminuer encore le volume. Dans les deux cas, à un petit déplacement le système ne développe aucune force de rappel et est instable. Cette région instable dite *région spinodale* est représentée en grisé sur la figure 2.4 .

Enfin, à la température critique T_c la distinction entre les deux phases disparaît et au-delà de T_c le système n'existe plus que dans une seule phase. La méthode utilisée pour déterminer la température critique T_c pour chaque modèle est la suivante : on cherche graphiquement pour quelle température l'isotherme du plan (ρ_B, p) admet une tangente horizontale. L'isotherme critique est représentée sur le schéma 2.4.

2.5 Résultats et interprétations

2.5.1 Masse effective du nucléon

- **Dépendance en densité**

La figure 2.5 représente la masse effective du nucléon (équation 2.11) en fonction de la densité à $T = 100$ MeV obtenue dans les modèles non linéaires les plus élaborés G1 et G2. On observe que les deux modèles considérés donnent des résultats identiques pour des densités inférieures ou égales à la densité de saturation. Pour des densités supérieures, la masse effective du nucléon décroît plus vite avec le modèle G1 qu'avec le modèle G2, mais les résultats obtenus sont quand même assez proches.

- **Dépendance en température**

La figure 2.6 représente la masse effective du nucléon en fonction de la température à deux fois la densité de saturation obtenue avec les modèles G1 et G2. On remarque que, à température nulle, la masse effective du nucléon dans le milieu nucléaire est inférieure à la masse du nucléon libre. En effet, à température nulle, la matière nucléaire est uniquement peuplée de baryons jusqu'au niveau de Fermi et les échanges de mésons scalaires font diminuer la masse du nucléon. D'autre part, on constate une augmentation de la masse effective du nucléon, depuis sa valeur à température nulle jusqu'à une température aux environs de 180 MeV. Cela s'explique par le dépeuplement des niveaux d'énergie des nucléons en dessous du niveau de Fermi lorsque la température augmente sur la plage 0 – 180 MeV. Au delà de $T \simeq 180$ MeV, le nombre croissant de paires $N\bar{N}$ fait chuter la masse effective du nucléon. Toutes ces caractéristiques sont présentes pour tous les modèles étudiés.

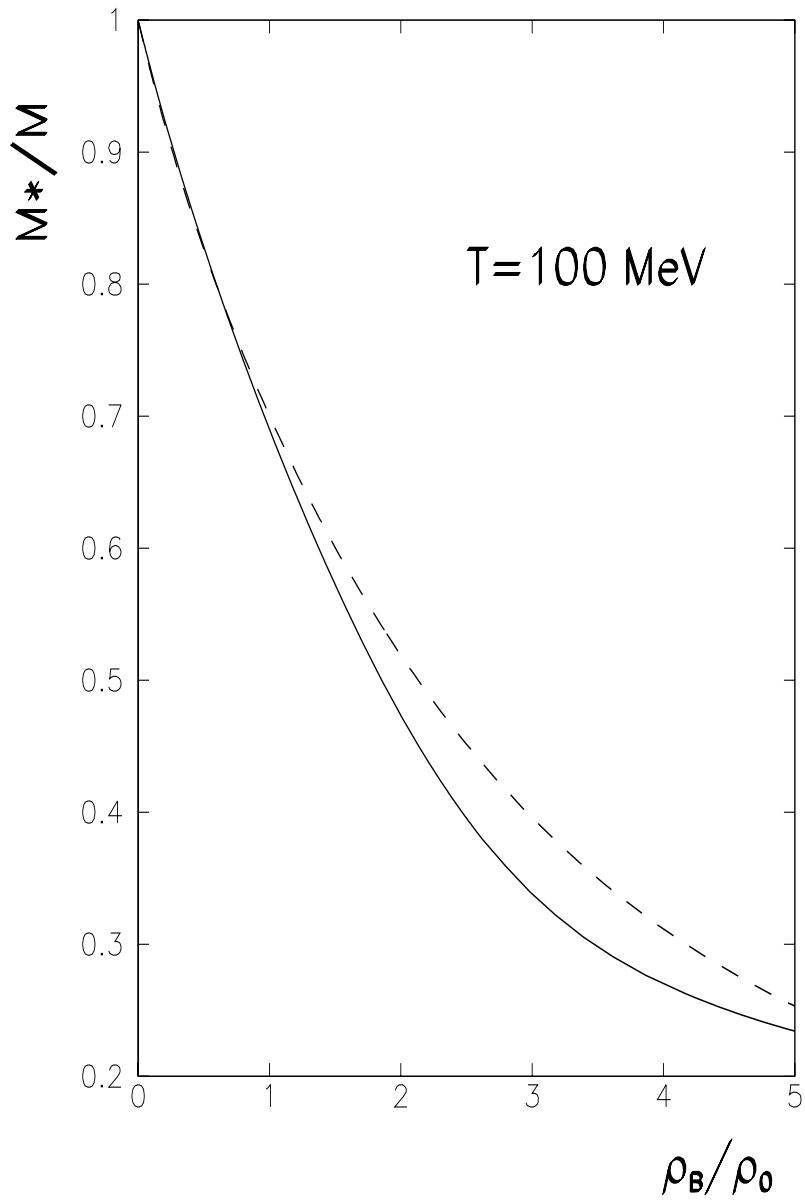


FIG. 2.5 – Masse effective du nucléon à $T = 100$ MeV en fonction de la densité baryonique ρ_B obtenue avec les modèles G1 (traits pleins) et G2 (tiretés).

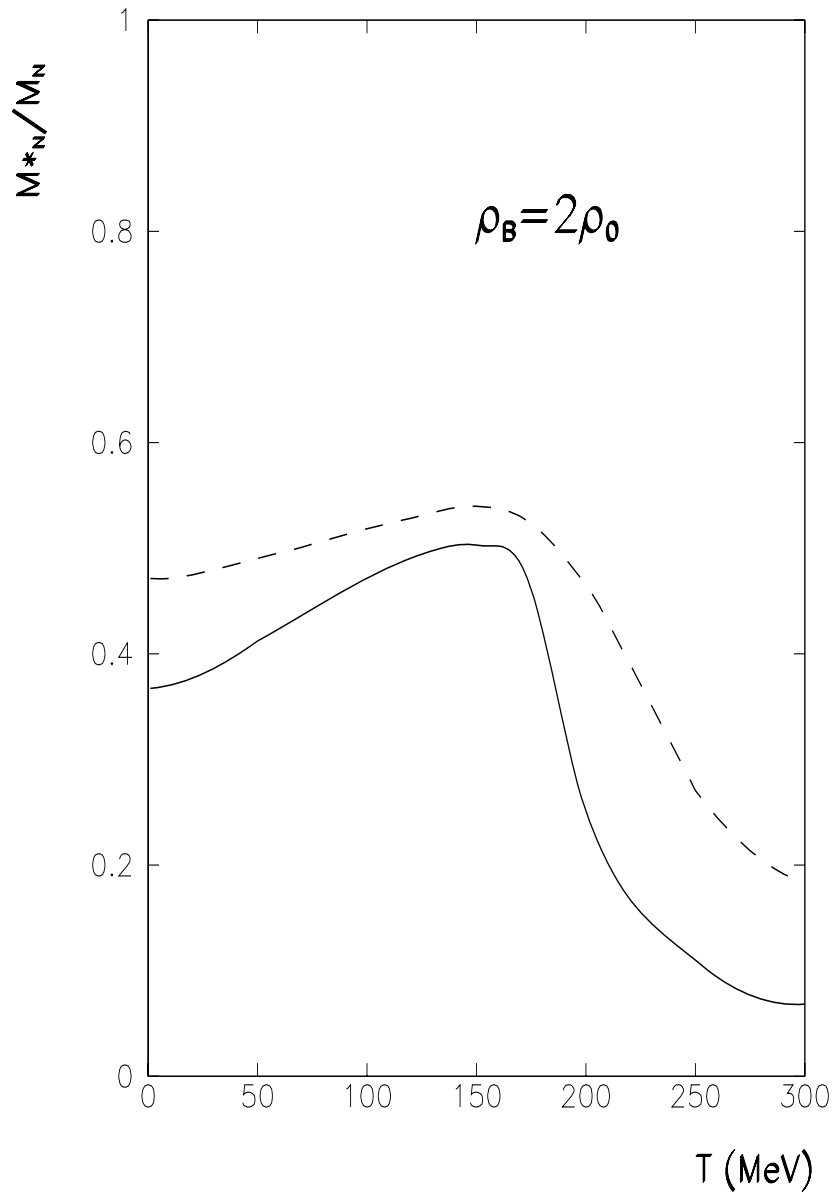


FIG. 2.6 – Masse effective du nucléon à $\rho_B/\rho_0 = 2$ en fonction de la température, obtenue avec les modèles G1 (traits pleins) et G2 (tiretés).

2.5.2 Isothermes de l'équation d'état

Nous avons représenté les isothermes de l'équation d'état dans le plan (p, \mathcal{E}) en échelle logarithmique afin de pouvoir représenter les paliers de vaporisations obtenus par construction de Maxwell, ainsi que la zone de coexistence de phase. Sur les figures 2.7 à 2.10, nous avons choisi de montrer seulement les isothermes de l'équation d'état de la matière nucléaire obtenues avec les modèles non linéaires NL1, TM1, G1, G2, mais tous les modèles précédemment discutés ont été considérés.

• Région basse densité

Le point de départ de chaque isotherme apparaît à densité nulle. A basse température, d'après les équations (2.22), (2.23) et (2.24), cela correspond aux valeurs limites suivantes de la densité d'énergie et de la pression :

$$\mathcal{E}_{lim} \simeq \frac{d\theta M_N^4}{\pi^2} \sqrt{\frac{\pi\theta}{2}} e^{-1/\theta}, \quad (2.52)$$

$$p_{lim} \simeq \theta \mathcal{E}_{lim}. \quad (2.53)$$

D'après l'équation (2.24), en échelle logarithmique, ces isothermes basse température sont des droites parallèles dans la région basse densité comme on peut le voir sur les figures 2.7 à 2.10. A haute température, d'après les équations (2.26) et (2.27), le point de départ se produit à

$$\mathcal{E}_{lim} \simeq \frac{7d\pi^2\theta^4 M_N^4}{120}, \quad (2.54)$$

$$p_{lim} \simeq \frac{\mathcal{E}_{lim}}{3}, \quad (2.55)$$

mais cela n'est pas observable sur les courbes car la température la plus élevée représentée est $T = 200$ MeV, et donc θ n'est pas supérieure à 1. Remarquons aussi que l'isotherme $T = 200$ MeV est très différente suivant la paramétrisation G1 ou G2 considérée. Nous reviendrons sur ce point dans la partie 2.5.3.

• Isotherme critique

Tous les modèles que nous avons considérés présentent une transition de phase liquide-gaz caractérisée par la température critique T_c . Nous avons trouvé numériquement que les valeurs de la température critique sont liées aux valeurs du paramètre d'incompressibilité de chaque modèle, comme on peut le voir avec le

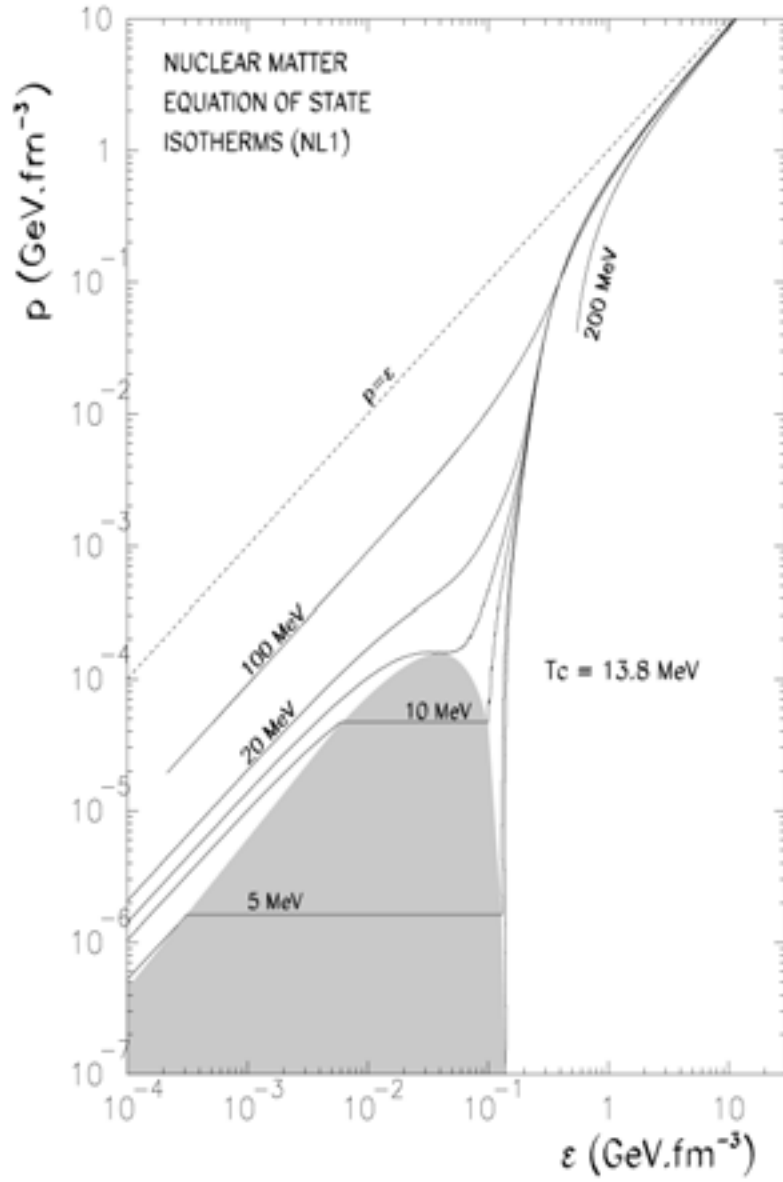


FIG. 2.7 – Isothermes de l'équation d'état représentées dans le plan (\mathcal{E}, p) pour la matière nucléaire obtenue avec la paramétrisation NL1. La zone grisée indique la région de coexistence de phases.

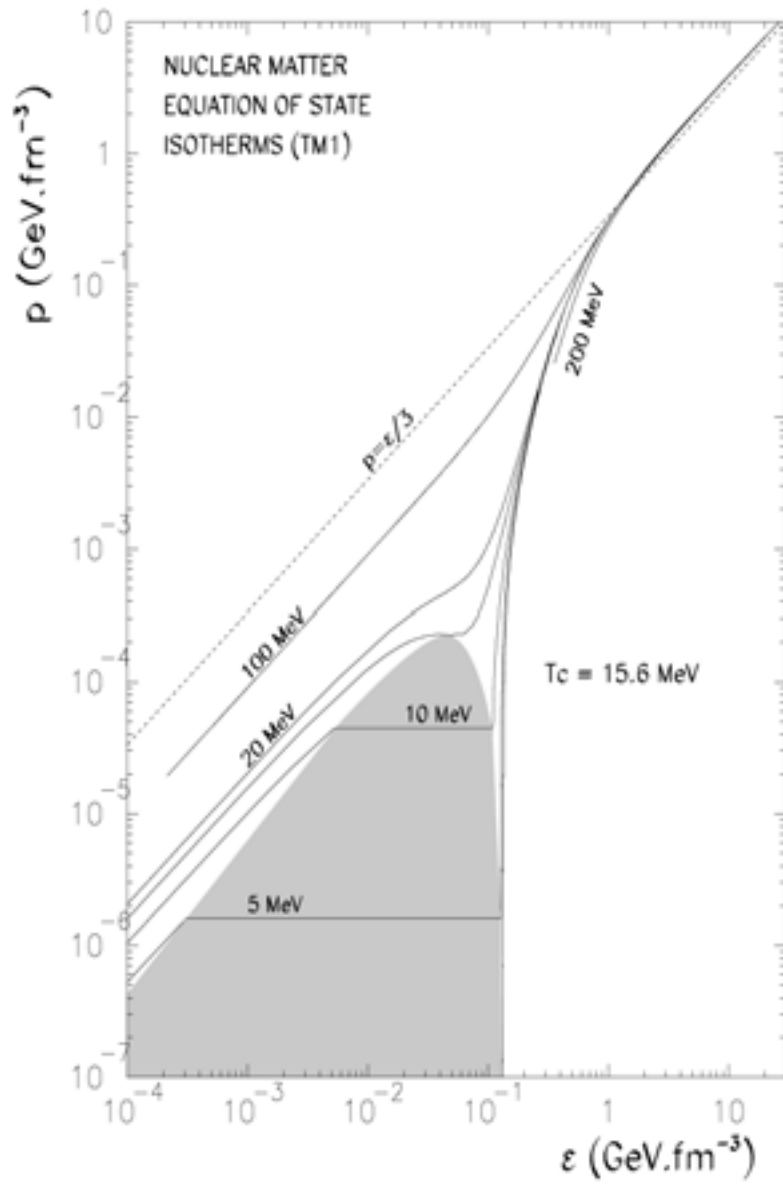


FIG. 2.8 – Identique à la figure 2.7 mais pour le modèle TM1.

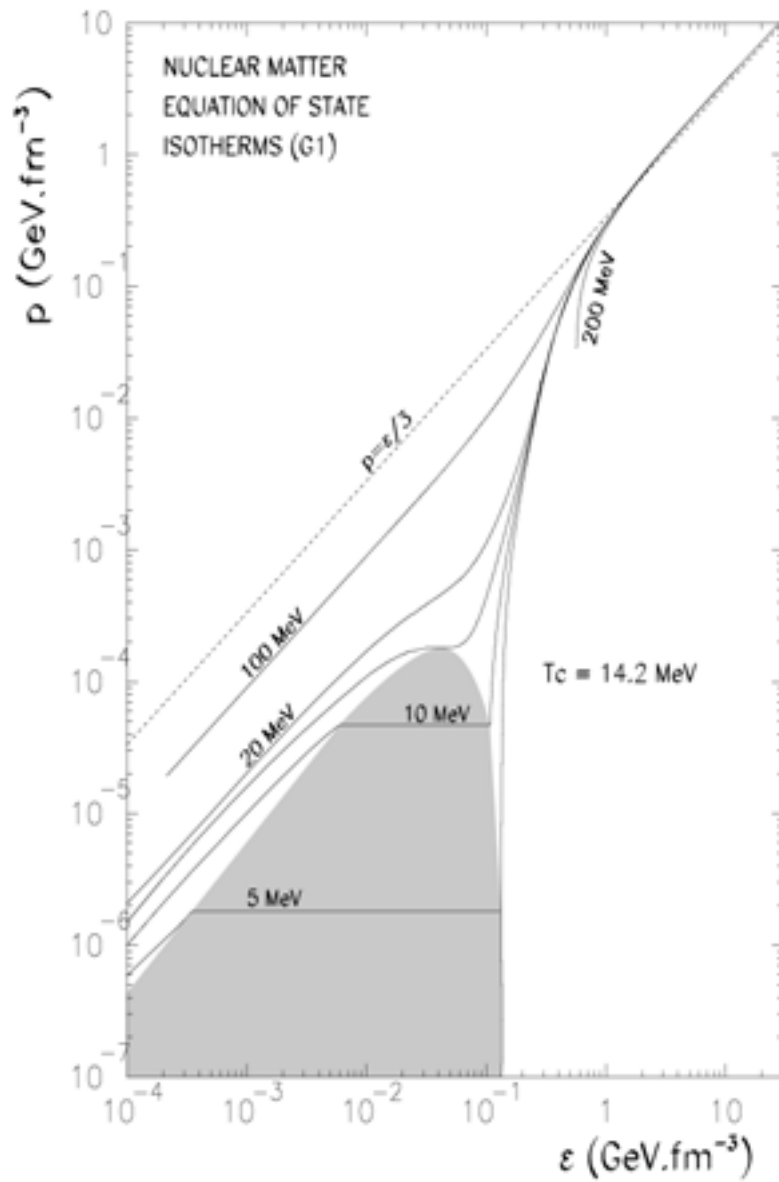


FIG. 2.9 – Identique à la figure 2.7 mais pour le modèle G1.

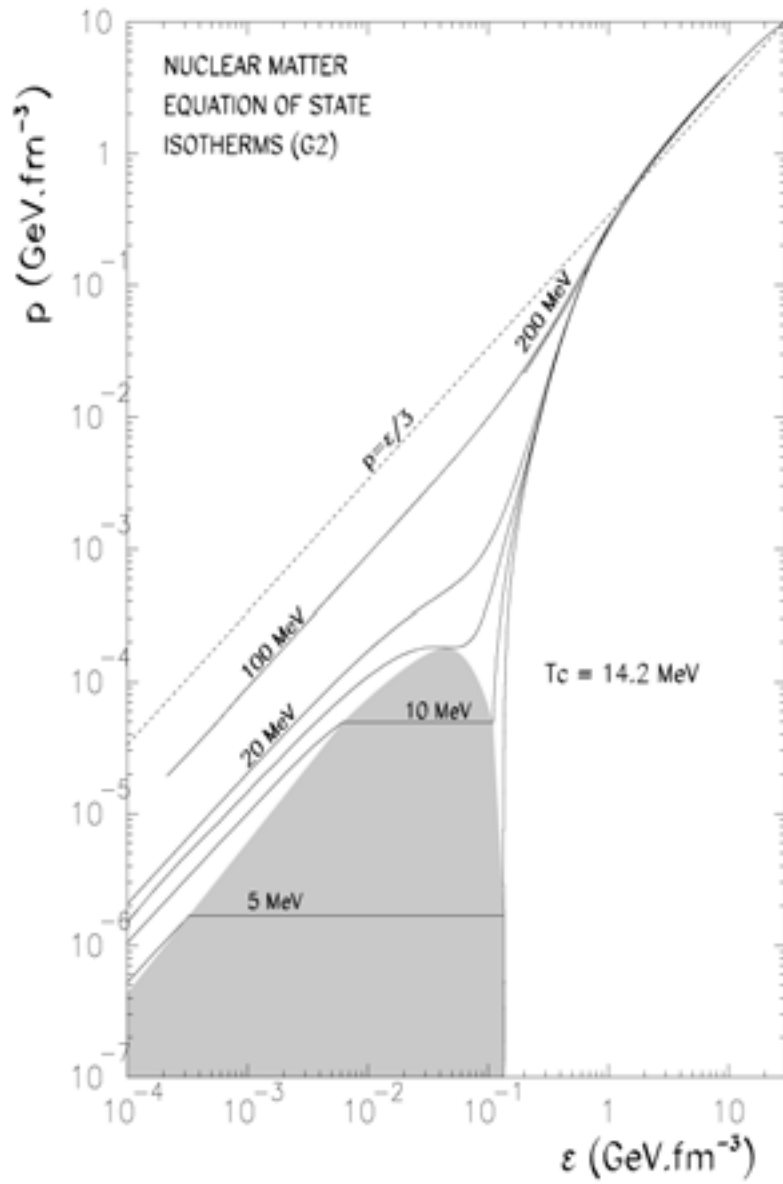


FIG. 2.10 – Identique à la figure 2.7 mais pour le modèle G2.

tableau 2.1.

	NL1	NL-SH	NL3	TM1	TM2	Q2	G1	G2
K (MeV)	211	355	272	281	344	279	215	215
T_c (MeV)	13.8	15.8	14.6	15.6	15.4	14.6	14.2	14.2

Tableau 2.1 - Valeur du paramètre d'incompressibilité K et de la température critique T_c pour divers modèles non linéaires.

En effet, à densité fixée, la température critique semble être d'autant plus élevée que le paramètre d'incompressibilité est important donc que la matière nucléaire est dure. Ce n'est pas exactement vrai pour le modèle TM2 parce que la densité de saturation pour ce modèle est plus faible que pour les autres modèles considérés.

• Région de haute densité

Une autre région intéressante de l'équation d'état correspond à la limite haute densité. Tout d'abord, nous avons trouvé que pour certains modèles (Q2 et G2 par exemple), la limite haute densité ne peut être atteinte car les équations self-consistantes n'ont plus de solutions à partir d'une certaine densité baryonique ρ_{lim} . Par exemple, $\rho_{lim} \simeq 1.9\rho_0$ et $\approx 13\rho_0$ respectivement pour Q2 et G2 à $T = 0$, ces valeurs de ρ_{lim} diminuant lorsque la température augmente. De plus, pour les modèles pouvant atteindre la limite de haute densité, cette dernière est fortement dépendante du modèle considéré. En effet, dans cette limite, nous avons obtenu $p \rightarrow \mathcal{E}$ pour les modèles NL1, NL-SH et NL3 (comme pour le modèle de Walecka) et $p \rightarrow \mathcal{E}/3$ pour les modèles TM1, TM2 et G1, comme nous pouvons le voir sur les figures (2.7) à (2.10). Ces résultats numériques peuvent être prédits en examinant la limite de haute densité de la densité d'énergie et de la pression données par les équations (2.30) et (2.31). Dans ces équations, nous avons considéré deux cas différents reliés à la présence ou non du terme de self-couplage du méson ω dans la densité Lagrangienne. Premièrement, pour les modèles sans self-couplage du méson ω tels que NL1, NL-SH et NL3 (et Walecka), le terme dominant est le terme répulsif du méson vecteur qui domine à la fois la densité d'énergie et la pression (puisque V_0 est proportionnel à ρ_B). Ainsi nous obtenons

$$p \approx \frac{1}{2} \frac{g_{\omega 1}^2}{m_\omega^2} \rho_B^2 \simeq \mathcal{E}, \quad (2.56)$$

ce qui implique que la vitesse du son thermodynamique tend vers la vitesse de la lumière. D'autre part, pour les modèles incluant le self couplage du méson ω comme par exemple TM1, TM2 et G1, V_0 est proportionnel à $\rho_B^{1/3}$, et donc

$$p \simeq \frac{1}{4} g_{\omega 4} \left(\frac{g_{\omega 1}}{g_{\omega 4} M_N} \rho_B \right)^{4/3} + \frac{1}{4} \left(\frac{6\pi^2}{d} \right)^{1/3} \rho_B^{4/3} \simeq \frac{\mathcal{E}}{3}. \quad (2.57)$$

Ici le premier terme venant de l'interaction des mésons vecteurs est du même ordre en ρ_B que le second terme venant des baryons. Dans ces modèles non linéaires, la limite obtenue est donc $p \rightarrow \mathcal{E}/3$ comme nous l'avons vérifié numériquement. En fait, une telle limite est obtenue quel que soit le modèle non linéaire utilisé du moment que le terme de self-couplage du ω est inclus dans le Lagrangien. Même si des modèles non linéaires d'ordre supérieur à G1 étaient construits, la même limite serait obtenue. En effet, la dépendance en densité du champ V_0 serait moins forte et la contribution dominante dans la densité d'énergie et la pression viendrait des baryons (avec le même ratio 1/3). Ainsi, seules les deux limites $p \rightarrow \mathcal{E}$ (pour les modèles sans self-couplage du ω) et $p \rightarrow \mathcal{E}/3$ (sinon) peuvent être obtenues dans les modèles relativistes non linéaires. Puisque ces limites sont obtenues assez rapidement, c'est-à-dire pour des densités environ égales à cinq fois la densité de saturation, tout processus impliquant de la matière nucléaire à de telles densités devrait être fortement sensible à ces deux comportements.

2.5.3 Entropie et chaleur spécifique

Pour mieux comprendre la différence de comportement des isothermes $T = 200$ MeV obtenues avec les modèles G1 et G2 (comparer les isothermes $T = 200$ MeV des figures 2.9 et 2.10), nous avons tracé sur la figure 2.11 la masse effective du nucléon (partie supérieure), la densité d'entropie (au milieu) et la chaleur spécifique (partie inférieure) en fonction de la température à densité nulle en utilisant les modèles G1 (traits pleins) et G2 (tiretés).

Nous remarquons que les valeurs de la masse effective du nucléon sont très différentes au voisinage de $T = 200$ MeV pour les modèles G1 et G2 et nous observons aussi des comportements très différents pour la densité d'entropie et la chaleur spécifique. En effet, lorsque les équations self-consistantes ont trois solutions, la densité d'entropie est aussi tri-valuée. Cette dépendance en température produit deux pôles dans la chaleur spécifique obtenue avec le modèle G1, ce qui est caractéristique d'une transition de phase (ici à densité baryonique nulle). Une telle transition de phase avait déjà été obtenue avec le modèle de Walecka [26] et son existence avait été trouvée dépendante de petites variations dans les constantes de couplage méson-nucléon. Ici, parmi tous les modèles considérés, seuls NL1, NL3, Q2 et G1 sont caractérisés par une telle transition de phase. Comme pour le modèle de Walecka, l'existence de cette transition vient des différences entre les constantes de couplage dans ces modèles et en particulier des constantes de couplage non linéaires. Nous avons également trouvé que lorsque la densité augmente, cette transition de phase a tendance à disparaître. D'autres modèles relativistes, comme par exemple le modèle de Zimanyi-Moszkowski [27, 28]

ou le modèle à couplage quark-méson (QMC) [29] donnent une décroissance lente de la masse effective du nucléon et ne sont donc pas caractérisés par une telle transition.

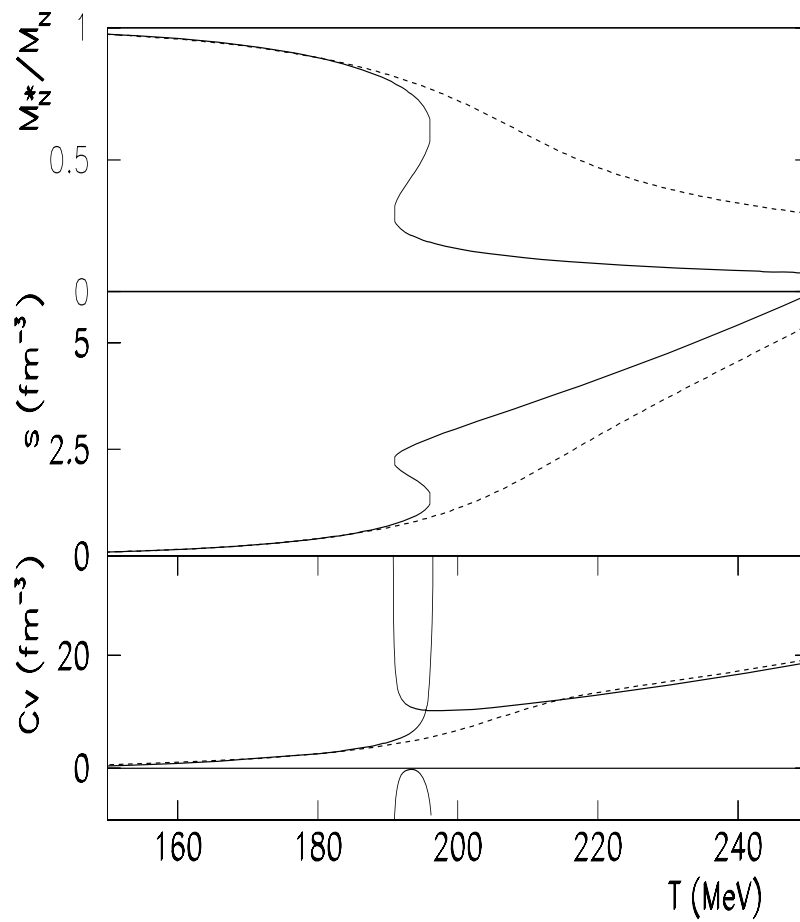


FIG. 2.11 – Masse effective (en haut), densité d'entropie (au milieu) et chaleur spécifique (en bas) en fonction de la température à densité nulle pour les modèles non linéaires relativistes G1 (en traits pleins) et G2 (en traits tiretés).

Chapitre 3

Equation d'état et masse maximale des étoiles à neutrons

3.1 Introduction

Les étoiles à neutrons sont caractérisées principalement par :

- leur position dans l'évolution stellaire comme stade final de la vie des étoiles ; en particulier, elles ne sont plus le siège de réactions thermonucléaires ;
- leur petite taille pour leur classe de masse ($\sim 1M_{\odot}$) : elles sont bien plus petites qu'une étoile de la Séquence Principale ; cela implique une densité de matière très importante ;
- un champ gravitationnel important, dont la description correcte doit faire appel à la théorie relativiste de la gravitation, la relativité générale.

Ainsi, l'étoile à neutrons est caractérisée par une densité centrale importante ($\rho_B \sim 3 - 5\rho_0$) et une température relativement faible du point de vue nucléaire ($T \sim 10^{-4}MeV$). Elle est composée de 90 % de neutrons, ce qui constitue un cas unique de matière nucléaire infinie ($\sim 10^{58}$ nucléons) et qui plus est avec un rapport d'isospin $(N - Z)/A$ voisin de 1.

Nous avons vu dans le chapitre 2 que le comportement à haute densité des modèles non linéaires est très différent selon que la densité Lagrangienne (1.1) inclut ou pas un terme de self-couplage d'ordre 4 dans le champ du méson ω . En effet, les modèles avec $g_{\omega 4} \neq 0$ ont une limite haute densité $p = \mathcal{E}/3$ alors que les modèles avec $g_{\omega 4} = 0$ sont caractérisés par la limite $p = \mathcal{E}$. Or, c'est précisément cette région haute densité de l'équation d'état qui est un ingrédient fondamental pour la détermination de la masse maximale des étoiles à neutrons. Nous nous attendons donc à trouver des résultats différents pour ces deux classes de modèles.

3.2 Masse maximale des étoiles à neutrons

3.2.1 Hypothèses

Comme nous l'avons mentionné en introduction, les étoiles à neutrons ont un champ gravitationnel si fort qu'il ne peut être décrit correctement que par la relativité générale. La théorie newtonienne pour ces objets serait une très mauvaise approximation, les effets relativistes ne pouvant être traités comme des "petites perturbations" au champ de gravitation newtonien : les modifications peuvent en effet atteindre 50 à 100% et certaines propriétés des étoiles à neutrons, comme l'existence d'une masse maximale, seraient absentes d'une théorie newtonienne.

En très bonne approximation, nous pouvons décrire une étoile à neutrons comme un *fluide parfait*. Cette approximation n'est bien sûr pas valable pour la croûte de l'étoile qui est solide, mais cette dernière ne constitue que $\sim 2\%$ de la masse totale de l'étoile. En relativité, un fluide parfait est entièrement décrit par son tenseur énergie-impulsion défini équation (2.13).

Nous nous plaçons donc dans le cadre de la relativité générale et nous faisons l'hypothèse d'étoiles à *symétrie sphérique* (ce qui constitue une bonne approximation pour les étoiles à neutrons, sauf pour les pulsars millisecondes, car l'aplatissement d'une telle étoile par la rotation est alors important). L'hypothèse de symétrie sphérique nous permet de choisir les coordonnées $x^\alpha = (t, r, \theta, \varphi)$ telles que les composantes du tenseur métrique s'écrivent :

$$g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta = -N^2c^2dt^2 + A^2dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (3.1)$$

Puisque nous considérons le cas statique, les coefficients N et A ne dépendent que de r . Ces coordonnées s'appellent les coordonnées de Schwarzschild.

Le problème consiste, en fait, en la résolution de l'équation d'Einstein

$$R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg^{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4}T^{\alpha\beta}, \quad (3.2)$$

avec la forme (2.15) de $T^{\alpha\beta}$, sous les hypothèses d'un espace-temps statique à symétrie sphérique. $R^{\alpha\beta}$ est le tenseur de courbure locale de l'espace-temps et R le tenseur de Ricci.

3.2.2 Système T.O.V

On définit alors la fonction $m(r)$ par

$$A(r) \equiv \left(1 - \frac{2Gm(r)}{c^2r}\right)^{-1/2}, \quad (3.3)$$

et on introduit également la fonction $\varphi(r)$ telle que :

$$N(r) \equiv \exp\left[\varphi(r)/c^2\right]. \quad (3.4)$$

Avec la métrique de Schwarzschild et ces définitions des coefficients A et N, la résolution de l'équation d'Einstein (3.2) se réduit alors à l'intégration du système différentiel suivant, dit système de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (T.O.V) :

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dr} &= 4\pi r^2 \mathcal{E}, \\ \frac{d\varphi}{dr} &= \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)^{-1} \left(\frac{Gm}{r^2} + 4\pi G \frac{p}{c^2} r\right), \\ \frac{dp}{dr} &= -\mathcal{E} \frac{d\varphi}{dr}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

A la limite newtonienne, ce système se réduit aux équations bien connues de l'hydrostatique :

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dr} &= 4\pi r^2 \rho_m, \\ \frac{d\varphi}{dr} &= \frac{Gm}{r^2}, \\ \frac{dp}{dr} &= -\rho_m \frac{d\varphi}{dr}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

où ρ_m est la densité de masse. A la limite non relativiste, $m(r)$ est égal à la masse contenue dans la sphère de rayon r et $\varphi(r)$ au potentiel de gravitation newtonien.

3.2.3 Intégration du système T.O.V.

Pour intégrer le système T.O.V. (3.5), il faut spécifier une relation entre p et \mathcal{E} , c'est-à-dire une équation d'état. Un certain temps après leur formation (quelques heures à quelques semaines selon les modèles), les étoiles à neutrons se sont suffisamment refroidies pour que l'approximation de température nulle y soit excellente ($T \sim 10^{-4} \text{MeV}$). *Nous utiliserons donc les équations d'état pour la matière de neutrons à température nulle données par les modèles relativistes non linéaires.* On a donc :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}(\rho_B) \quad \text{et} \quad p = p(\rho_B), \quad (3.7)$$

dont les expressions sont données respectivement par les équations (2.17) et (2.16) avec $d = 2$ puisque nous considérons de la matière de neutrons.

On définit l'indice adiabatique du fluide comme la dérivée logarithmique de p par rapport à ρ_B :

$$\gamma(\rho_B) \equiv \frac{d \ln(p)}{d \ln(\rho_B)} = \frac{\rho_B}{p} \frac{dp}{d\rho_B}. \quad (3.8)$$

Le système Tolman-Oppenheimer-Volkoff (3.5) devient alors

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dr} &= 4\pi r^2 \mathcal{E}(\rho_B) \\ \frac{d\varphi}{dr} &= \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)^{-1} \left(\frac{Gm}{r^2} + 4\pi G \frac{p(\rho_B)}{c^2} r\right) \\ \frac{d\rho_B}{dr} &= -\frac{\mathcal{E}(\rho_B) + p(\rho_B)/c^2}{p(\rho_B)} \frac{\rho_B}{\gamma(\rho_B)} \frac{d\varphi}{dr}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

D'après le théorème de Cauchy, ce système différentiel du premier ordre en $(m(r), \varphi(r), \rho_B(r))$ admet une unique solution vérifiant :

$$m(0) = 0, \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad \rho_B(0) = \rho_c. \quad (3.10)$$

Ainsi, une fois spécifiée une équation d'état à température nulle pour la matière de neutrons de la forme (3.7), il existe une et une seule solution $(m(r), \varphi(r), \rho_B(r))$ du système T.O.V ayant une densité baryonique centrale ρ_c donnée.

3.2.4 Masse maximale

Soit une étoile de rayon $r = R$, solution du système T.O.V. On définit la masse-énergie totale de l'étoile, encore appelée *masse gravitationnelle*, par

$$M = \int_0^R \mathcal{E}(r) 4\pi r^2 dr = m(R) \quad (3.11)$$

où la deuxième égalité découle de la première équation du système (3.5). Loin de l'étoile, à l'approximation newtonienne, M est sentie comme la "masse grave" du corps central; c'est cette masse qui est observée et on peut mesurer sa valeur en appliquant la Troisième loi de Kepler à une particule test en orbite.

Ce qui distingue qualitativement les équilibres hydrostatiques en relativité générale de leurs équivalents newtoniens est l'existence d'une masse maximale, M_{max} (pour une naine blanche on parlerait de Masse de Chandrasekhar [30]), au-delà de laquelle aucun équilibre n'est possible, et ce, quelle que soit la dureté de l'équation d'état. Dans le cas relativiste, cette masse maximale est atteinte pour une certaine valeur ρ_{crit} de la densité centrale ρ_c de l'étoile. Les équilibres hydrostatiques pour lesquels $\rho_c < \rho_{crit}$ sont stables, ceux pour lesquels $\rho_c > \rho_{crit}$ sont instables. Le passage par ρ_{crit} se traduit par le développement du mode fondamental des oscillations radiales de l'étoile, qui se transforme en mouvement d'ensemble : c'est l'effondrement gravitationnel. A titre d'indication, un exemple type de courbe théorique $M = M(\rho_c)$ est représenté schématiquement sur la figure (3.1), où l'on a noté la position des naines blanches et des étoiles à neutrons.

3.3 Résultats et interprétations

3.3.1 Masses maximales

Les résultats sont montrés sur la figure (3.2) représentant la masse des étoiles à neutrons en fonction de leur densité centrale. Les modèles relativistes non linéaires donnent deux classes de résultats liés à leurs comportements très différents à haute densité. Les modèles NL1, NL-SH et NL3, dont l'équation d'état est caractérisée par une limite haute densité $p = \mathcal{E}$ donnent des masses maximales d'environ $2.8 M_\odot$ alors que les modèles G1, G2 et TM1, dont l'équation d'état est caractérisée par une limite haute densité $p = \mathcal{E}/3$, prédisent des masses maximales nettement plus faibles aux alentours de $2.1 M_\odot$, comme nous pouvons le voir dans le tableau 3.1.

	NL1	NL-SH	NL3	TM1	G1	G2
M_{max}/M_\odot	2.86	2.85	2.82	2.21	2.18	1.98

Tableau 3.1 - Masses maximales des étoiles à neutrons obtenues dans des modèles relativistes non linéaires.

On peut observer que les modèles G1 et G2 donnent des masses maximales des étoiles à neutrons relativement différentes bien qu'admettant la même limite haute densité. Ce résultat est dû au fait que la limite $p = \mathcal{E}/3$ est atteinte plus rapidement avec le modèle G1 qu'avec le modèle G2. Rappelons que pour le modèle G2, la self-consistance n'est plus assurée au delà de 13 fois la densité de saturation mais cela n'a aucune incidence pour les densités considérées ici.

La question qui se pose maintenant est de savoir si ces masses maximales sont en accord avec les observations. Les seules masses d'étoiles à neutrons mesurées à ce jour l'ont été dans des systèmes binaires. La figure 3.3 donne les masses mesu-

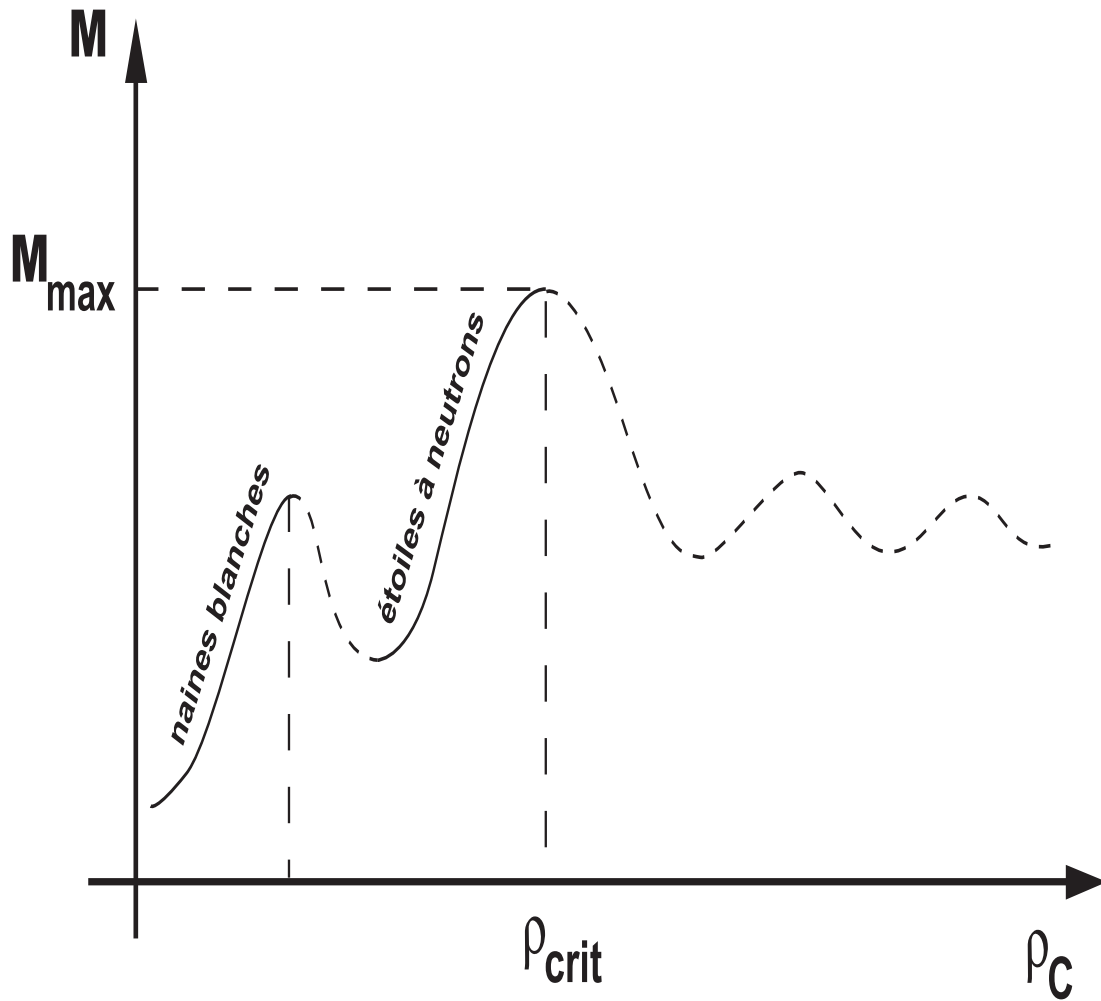


FIG. 3.1 – Masse-énergie totale M en fonction de la densité baryonique centrale ρ_c . Les parties en trait plein correspondent à des équilibres stables, celles en pointillés à des équilibres instables. Le premier maximum correspond aux naines blanches, le second aux étoiles à neutrons. Les maxima suivants n'ont pas d'intérêt physique puisqu'ils sont situés sur une partie instable de la courbe.

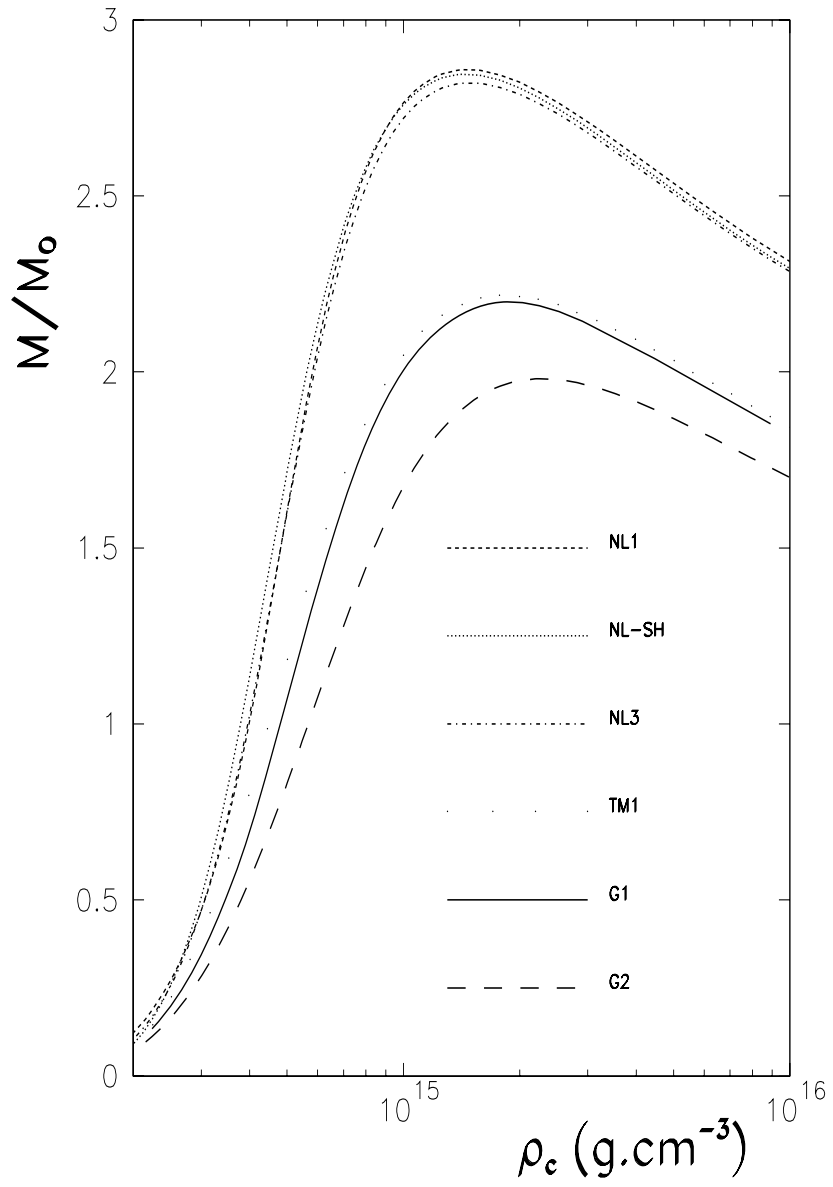


FIG. 3.2 – Masses des étoiles à neutrons en fonction de leur densité centrale ρ_c obtenues dans différents modèles relativistes non linéaires.

rées de 17 étoiles à neutrons [31]. On constate que ces observations ne permettent pas une discrimination précise parmi les équations d'état utilisées. Cependant, les modèles G1, G2 et TM1 donnent des masses maximales plus faibles en meilleur accord avec les observations ($1.0 < M_{observe}/M_{\odot} < 2.0$).

3.3.2 Profil en densité

Les profils radiaux en densité de deux étoiles à neutrons de densités centrales différentes ($\rho_{c1} = 1.00 \times 10^{15}$ et $\rho_{c2} = 3.54 \times 10^{14} g.cm^{-3}$) sont représentées sur la figure (3.4) pour les modèles G1 et G2. Pour une densité centrale $\rho_{c1} = 1.00 \times 10^{15} g.cm^{-3}$, le modèle G1 prédit une étoile à neutrons de masse $M_1 = 2.00M_{\odot}$ et de rayon $R_1 = 12.6$ km. Pour cette même densité centrale ρ_{c1} , le modèle G2 prédit une étoile à neutrons de masse $M_1 = 1.67M_{\odot}$ et de rayon $R_1 = 11.8$ km. De même, pour une densité centrale $\rho_{c2} = 3.54 \times 10^{14} g.cm^{-3}$, le modèle G1 prédit une étoile à neutrons de masse $M_2 = 0.53M_{\odot}$ et de rayon $R_2 = 10.3$ km, alors que le modèle G2 prédit une étoile à neutrons de masse $M_2 = 0.43M_{\odot}$ et de rayon $R_2 = 9.6$ km. Pour une même densité centrale, le modèle G1 prédit donc une étoile à neutrons dont le rayon et la masse sont supérieurs à ceux obtenus avec le modèle G2. On sait peu de choses sur les rayons et densités centrales des étoiles à neutrons mais les résultats obtenus sont en accord avec ce qui est communément admis c'est-à-dire $\rho_c \simeq 10^{15} g.cm^{-3}$ et $R \simeq 10 - 20$ km.

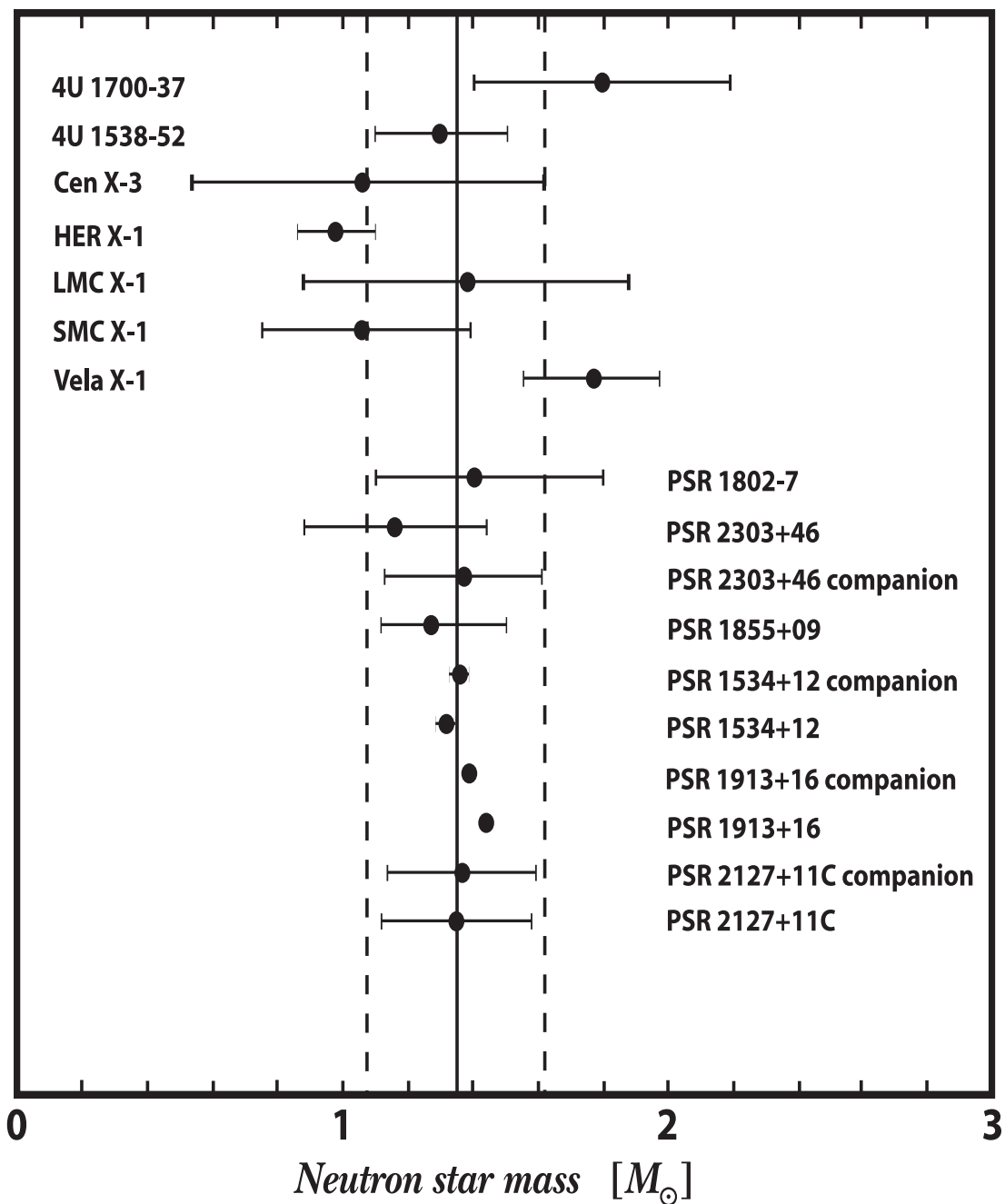


FIG. 3.3 – Masses mesurées de 17 étoiles à neutrons [31]. Les objets du haut sont des binaires X, ceux du bas dans des pulsars radio. Les lignes verticales en pointillés correspondent à $\pm 20\%$ autour de $1.35M_{\odot}$.

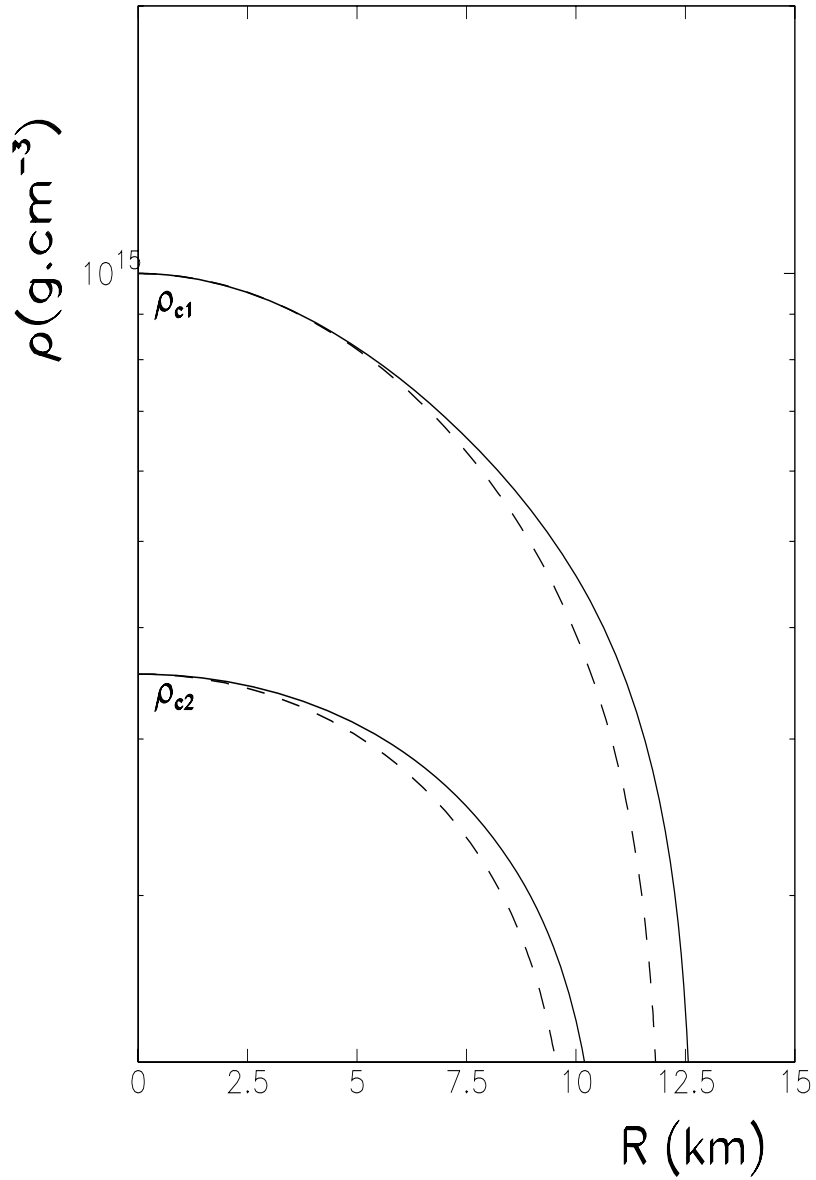


FIG. 3.4 – Profils en densité de deux étoiles de densités centrales différentes ($\rho_{c1} = 1,00 \times 10^{15}$ et $\rho_{c2} = 3.54 \times 10^{14} \text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$) tirées des séquences d'étoiles de la figure (3.2) pour les modèles G1 (en traits pleins) et G2 (en traits tiretés).

Deuxième partie

Application au calcul du taux de
production de paires e^+e^- par
annihilation de pions

Chapitre 4

Modification des propriétés des mésons dans le milieu dense et chaud

4.1 Introduction

Ces dernières années, une attention particulière a été portée sur la modification des propriétés des hadrons dans le milieu nucléaire et plus particulièrement dans le secteur des mésons vecteurs légers.

D'un point de vue théorique, les propriétés des mésons vecteurs dans le milieu nucléaire ont été étudiées au niveau hadronique aussi bien qu'au niveau des quarks. Les travaux réalisés au niveau des quarks utilisent principalement une densité Lagrangienne chirale [38], les règles de somme de QCD [39, 40, 41], la densité Lagrangienne de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) [42] ou le modèle de couplage quark-méson (QMC) [43, 44, 45, 46]. Par exemple, en utilisant une densité Lagrangienne chirale, Brown et Rho [38] ont obtenu des masses des mésons vecteurs qui diminuent lorsque la densité augmente, diminution qui peut être reliée à la structure chirale du vide de QCD en présence de matière. Les propagateurs des mésons dans le milieu ont aussi été étudiés dans des modèles hadroniques plus conventionnels [32, 33, 34, 35, 36] utilisant principalement le modèle de Walecka [5]. Il a alors été montré que les masses des mésons restent constantes ou même augmentent légèrement lorsque seule la polarisation de la mer de Fermi est considérée (excitations particule-trou). Pour qu'une diminution soit observée, il faut, en plus, tenir compte de la polarisation de la mer de Dirac (excitations nucléon-antinuéon).

Parmi les modèles relativistes non linéaires discutés au chapitre 1, les modèles G1 et G2 sont sans aucun doute les modèles les plus élaborés et ceux qui reproduisent le mieux les propriétés des noyaux. A l'opposé, le modèle de Walecka (W), qui fut historiquement le premier modèle de champ moyen relativiste proposé, est

loin de prédire quantitativement toutes les propriétés des états fondamentaux des noyaux. Pourtant, les modèles W, G1 et G2 ainsi que les modèles NL1, NL-SH, NL3, TM1 et TM2 ont des valeurs des constantes de couplage nucléon-méson et également des valeurs des masses effectives pratiquement identiques (voir les tableaux du chapitre I). Ainsi, les opérateurs de polarisation associés aux excitations particule-trou, directement liés aux constantes de couplage nucléon-méson et à la masse effective du nucléon vont prendre des valeurs très voisines pour tous les modèles. Par contre, les constantes de couplage des contributions non linéaires sont très différentes, en valeur et même en signe, d'un modèle à l'autre. Ainsi, les contributions des termes non linéaires aux opérateurs de polarisation devraient fortement dépendre du modèle considéré. Ces différences entre les modèles devraient également avoir une conséquence importante sur la modification des propriétés des mésons dans le milieu. Des modifications importantes avec la densité baryonique ont d'ailleurs été trouvées récemment à température nulle [37]. Par contre, jusqu'à présent, on ne sait rien sur la façon dont les mésons vont se propager à température non nulle avec ces modèles.

Dans ce chapitre, nous allons donc déterminer les propagateurs des mésons dans la matière nucléaire dense et chaude en utilisant des modèles relativistes non linéaires [47]. Plus précisément, nous allons rechercher ici la façon dont les termes non linéaires modifient les propriétés des mésons dans le milieu et comparer les résultats obtenus dans les différents modèles.

4.2 Opérateurs de polarisation

Nous introduisons tout d'abord la méthode de la fonctionnelle génératrice[5] pour la densité de Lagrangien d'interaction $\mathcal{L}_{\sigma\omega} = -g_{\omega 1}\bar{\psi}\gamma_{\mu}V^{\mu}\psi + g_{\sigma 1}\bar{\psi}\phi\psi + -\frac{1}{3}g_{\sigma 3}\phi^3 + \frac{1}{3}g_{\sigma\omega 3}\phi V_{\mu}V^{\mu} - \frac{1}{4}g_{\sigma 4}\phi^4 + \frac{1}{4}g_{\omega 4}(V_{\mu}V^{\mu})^2 + \frac{1}{4}g_{\sigma\omega 4}\phi^2 V_{\mu}V^{\mu}$ faisant intervenir les mésons σ et ω :

$$\widetilde{W}(\bar{\zeta}, \zeta, J^{\sigma}, J_{\mu}^{\omega}) = \frac{W(\bar{\zeta}, \zeta, J^{\sigma}, J_{\mu}^{\omega})}{[W(\bar{\zeta}, \zeta, J^{\sigma}, J_{\mu}^{\omega})]_{\bar{\zeta}=\zeta=J^{\sigma}=J_{\mu}^{\omega}=0}}, \quad (4.1)$$

avec

$$W(\bar{\zeta}, \zeta, J^{\sigma}, J_{\mu}^{\omega}) = \int D(\bar{\psi})D(\psi)D(V^{\mu})D(\phi) \exp\left\{i \int d^4x [\mathcal{L}_{\sigma\omega} + \bar{\zeta}\psi + \bar{\psi}\zeta + J^{\sigma}\phi + J_{\mu}^{\omega}V^{\mu}]\right\}. \quad (4.2)$$

Dans cette expression, on doit intégrer sur toutes les valeurs des champs $\bar{\psi}(x)$, $\psi(x)$, $\phi(x)$, $V^\mu(x)$ en chaque point x de l'espace-temps, $\zeta(x)$, $\bar{\zeta}(x)$, $J^\sigma(x)$, $J_\mu^\omega(x)$ étant les fonctions sources correspondantes. En effectuant des dérivées variationnelles de \bar{W} par rapport aux fonctions sources, nous pouvons générer toutes les fonctions de Green. A partir des identités:

$$\begin{aligned}
\phi(x') \exp \left[i \int d^4x J^\sigma(x) \phi(x) \right] &= -i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \exp \left[i \int d^4x J^\sigma(x) \phi(x) \right] \\
V^\mu(x') \exp \left[i \int d^4x J_\mu^\omega(x) V^\mu(x) \right] &= -i \frac{\delta}{\delta J_\mu^\omega(x')} \exp \left[i \int d^4x J_\mu^\omega(x) V^\mu(x) \right] \\
\bar{\psi}(x') \exp \left[i \int d^4x \bar{\psi}(x) \zeta(x) \right] &= i \frac{\delta}{\delta \zeta(x')} \exp \left[i \int d^4x \bar{\psi}(x) \zeta(x) \right] \\
\psi(x') \exp \left[i \int d^4x \bar{\zeta}(x) \psi(x) \right] &= -i \frac{\delta}{\delta \bar{\zeta}(x')} \exp \left[i \int d^4x \bar{\zeta}(x) \psi(x) \right],
\end{aligned} \tag{4.3}$$

on peut alors écrire:

$$\begin{aligned}
W(\bar{\zeta}, \zeta, J^\sigma, J_\mu^\omega) &= \exp \left\{ i \int d^4x' \left\{ g_{\sigma 1} \left[i \frac{\delta}{\delta \zeta(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta \bar{\zeta}(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \right. \right. \\
&\quad - g_{\omega 1} \left[i \frac{\delta}{\delta \zeta(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta \bar{\zeta}(x')} \right] \gamma_\mu \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\mu^\omega(x')} \right] \\
&\quad - \frac{1}{3} g_{\sigma 3} \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \\
&\quad + \frac{1}{3} g_{\sigma \omega 3} \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\mu^\omega(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\mu^\omega(x')} \right] \\
&\quad - \frac{1}{4} g_{\sigma 4} \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \\
&\quad + \frac{1}{4} g_{\omega 4} \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\mu^\omega(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\mu^\omega(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\mu^\omega(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\mu^\omega(x')} \right] \\
&\quad \left. \left. \frac{1}{4} g_{\sigma \omega 4} \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J^\sigma(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\mu^\omega(x')} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\mu^\omega(x')} \right] \right\} \right\} \\
W_0(\bar{\zeta}, \zeta, J^\sigma, J_\mu^\omega), &
\end{aligned} \tag{4.4}$$

où

$$\begin{aligned}
W_0(\bar{\zeta}, \zeta, J^\sigma, J_\mu^\omega) &= \exp \left\{ -i \int d^4x d^4y \left[\bar{\zeta}(x) G_N^0(x-y) \zeta(y) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{2} J^\sigma(x) G_\sigma^0(x-y) J^\sigma(y) + \frac{1}{2} J_\mu^\omega(x) G_\omega^0{}^{\mu\nu}(x-y) J_\nu^\omega(y) \right] \right\},
\end{aligned} \tag{4.5}$$

représente la fonctionnelle génératrice pour une théorie sans interaction. G_N^0 , G_σ^0 et $G_\omega^{0\mu\nu}$ sont respectivement les fonctions de Green du nucléon et des mésons σ et ω dans l'espace libre. Nous avons évalué l'intégrale d'action en ne gardant uniquement que les variations linéaires et quadratiques par rapport aux champs classiques. De plus, dans le développement de l'exponentielle (équation 4.4), les contributions du second ordre en $g_{\sigma 3}$, $g_{\sigma\omega 3}$, $g_{\sigma 4}$, $g_{\omega 4}$, $g_{\sigma\omega 4}$ ont été négligées. Nous pouvons faire cette approximation car dans des modèles effectifs réalistes dans lesquels le principe de naturalité est exigé, les contributions que nous avons négligées devraient être beaucoup plus faibles que celles prises en compte ici.

Les propagateurs des mésons σ , ω et " $\sigma\omega$ " (qui mixent les mésons σ et ω) jusqu'au second ordre peuvent alors être calculés par les dérivées fonctionnelles suivantes:

$$iG_\sigma^{(2)}(x_1 - x_2) = \left\{ \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\sigma(x_1)} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\sigma(x_2)} \right] \widetilde{W}(\bar{\zeta}, \zeta, J^\sigma, J^\omega) \right\}_{\bar{\zeta}=\zeta=J^\sigma=J^\omega=0}, \quad (4.6)$$

$$iG_{\omega\mu\nu}^{(2)}(x_1 - x_2) = \left\{ \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\omega^\mu(x_1)} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\omega^\nu(x_2)} \right] \widetilde{W}(\bar{\zeta}, \zeta, J^\sigma, J^\omega) \right\}_{\bar{\zeta}=\zeta=J^\sigma=J^\omega=0}, \quad (4.7)$$

$$iG_{\sigma\omega\mu}^{(2)}(x_1 - x_2) = \left\{ \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\sigma(x_1)} \right] \left[-i \frac{\delta}{\delta J_\omega^\mu(x_2)} \right] \widetilde{W}(\bar{\zeta}, \zeta, J^\sigma, J^\omega) \right\}_{\bar{\zeta}=\zeta=J^\sigma=J^\omega=0}. \quad (4.8)$$

Après avoir effectué des transformées de Fourier, nous obtenons les propagateurs (jusqu'au second ordre) des mésons σ , ω et " $\sigma\omega$ " dans le milieu exprimés dans l'espace des impulsions:

$$iG_\sigma^{(2)}(q) = iG_\sigma^0(q) + iG_\sigma^0(q) i \left[-2g_{\sigma 3}\phi_0 - 3g_{\sigma 4}\phi_0^2 + \frac{1}{2}g_{\sigma\omega 4}V_0^\lambda V_{0\lambda} \right] iG_\sigma^0(q), \quad (4.9)$$

$$iG_{\omega\mu\nu}^{(2)}(q) = iG_{\omega\mu\nu}^0(q) + iG_{\omega\mu\alpha}^0(q) i \left[g^{\alpha\beta} \left(\frac{2}{3}g_{\sigma\omega 3}\phi_0 + g_{\omega 4}V_0^\lambda V_{0\lambda} + \frac{1}{2}g_{\sigma\omega 4}\phi_0^2 \right) + 2g_{\omega 4}V_0^\alpha V_0^\beta \right] iG_{\omega\beta\nu}^0(q), \quad (4.10)$$

$$iG_{\sigma\omega\mu}^{(2)}(q) = iG_{\sigma}^0(q) i \left[\left(\frac{2}{3}g_{\sigma\omega 3} + g_{\sigma\omega 4}\phi_0 \right) V_0^\alpha \right] iG_{\omega\alpha\mu}^0(q). \quad (4.11)$$

Dans ces expressions, $G_{\sigma}^0(q)$ et $G_{\omega}^0{}^{\mu\nu}(q)$ sont respectivement les propagateurs des mésons σ et ω dans l'espace libre:

$$G_{\sigma}^0(q) = \frac{1}{q^2 - m_{\sigma}^2 + im_{\sigma}\Gamma_{\sigma}}, \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} G_{\omega}^0{}_{\mu\nu}(q) &= - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{m_{\omega}^2} \right) G_{\omega}^0(q) \\ &\quad - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{m_{\omega}^2} \right) \frac{1}{q^2 - m_{\omega}^2 + im_{\omega}\Gamma_{\omega}}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

où nous avons tenu compte des largeurs de décroissance finies Γ_{σ} et Γ_{ω} des mésons σ et ω . Dans le cas général, ces propagateurs incluent à la fois les contributions des excitations particule-trou et celles des termes non linéaires du Lagrangien. Cependant, dans cette seconde partie de la thèse, nous sommes seulement intéressés par l'influence des contributions des termes non linéaires sur le taux de production de paires e^+e^- . De plus, l'effet des excitations particule-trou sur la section efficace [48] et sur le taux de production [49] dans le canal isoscaire ($\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma \rightarrow NN^{-1} \rightarrow \omega \rightarrow e^+e^-$) a déjà été étudié et trouvé plutôt faible. Ainsi, dans ce travail, nous avons négligé les excitations particule-trou et gardé uniquement les termes non linéaires dans les propagateurs des mésons précédents. A partir des équations (4.9), (4.10) et (4.11) on en déduit immédiatement les opérateurs de polarisation des mésons σ , ω , et " $\sigma\omega$ " :

$$\Pi_{\sigma\sigma} = 2g_{\sigma 3}\phi_0 + 3g_{\sigma 4}\phi_0^2 - \frac{1}{2}g_{\sigma\omega 4}V_0^\lambda V_{0\lambda}, \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\omega\omega}{}^{\mu\nu} &= -g^{\mu\nu}\Pi_{\omega}^q + \eta^{\mu}\eta^{\nu}\Pi_{\omega}^{\eta} \\ &= -g^{\mu\nu} \left(\frac{2}{3}g_{\sigma\omega 3}\phi_0 + g_{\omega 4}V_0^\lambda V_{0\lambda} + \frac{1}{2}g_{\sigma\omega 4}\phi_0^2 \right) - 2g_{\omega 4}V_0^2\eta^{\mu}\eta^{\nu}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\Pi_{\sigma\omega}{}^{\mu} = \eta^{\mu}\Pi_{\sigma\omega} = - \left(\frac{2}{3}g_{\sigma\omega 3} + g_{\sigma\omega 4}\phi_0 \right) V_0\eta^{\mu}. \quad (4.16)$$

Ici, η^{μ} , qui décrit le mouvement uniforme du milieu, est tel que, dans le repère de la matière nucléaire au repos, nous avons $\eta^{\mu} = (1, 0, 0, 0)$. Rappelons que les

opérateurs de polarisation sont calculés avec le propagateur du nucléon “habillé” à travers la masse effective du nucléon.

Un raisonnement équivalent peut être fait pour la détermination du propagateur du méson ρ . On obtient alors jusqu’au second ordre:

$$iG_{\rho\mu\nu}^{(2)}(q) = iG_{\rho\mu\nu}^0(q) + iG_{\rho\mu\alpha}^0(q) ig^{\alpha\beta} \frac{2}{3} g_{\sigma\rho 3} \phi_0 iG_{\rho\beta\nu}^0(q), \quad (4.17)$$

où $G_{\rho\mu\nu}^0(q)$ est le propagateur du méson ρ dans l’espace libre, incluant une largeur de décroissance finie:

$$G_{\rho\mu\nu}^0(q) = - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_\rho^2} \right) G_\rho^0(q) = - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_\rho^2} \right) \frac{1}{q^2 - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho}. \quad (4.18)$$

L’opérateur de polarisation du méson ρ s’écrit alors:

$$\Pi_{\rho\rho}^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} \Pi_\rho = -g^{\mu\nu} \frac{2}{3} g_{\sigma\rho 3} \phi_0. \quad (4.19)$$

La représentation sous forme de diagrammes des opérateurs de polarisation (4.14), (4.15), (4.16) et (4.19) est montrée sur la figure 4.1. Les traits pleins représentent le propagateur du nucléon dans le milieu dans lequel la self-énergie du nucléon est prise en compte à travers sa masse effective. Les diagrammes de Feynman pris en compte dans les opérateurs de polarisation sont représentés jusqu’au second ordre en boucles de nucléons habillés.

A titre indicatif sont également montrées, dans le tableau 4.1, les valeurs des opérateurs de polarisation à $T = 100$ MeV et $\rho_B/\rho_0 = 2$ pour les modèles les plus élaborés G1 et G2. Nous reviendrons sur ces valeurs lors de la discussion des résultats.

	$\Pi_{\sigma\sigma}$ (GeV ²)	Π_ω^q (GeV ²)	Π_ω^η (GeV ²)	$\Pi_{\sigma\omega}$ (GeV ²)	Π_ρ (GeV ²)
G1	-0.0077	0.0868	-0.2924	0.1158	-0.1707
G2	0.4384	0.2812	-0.1639	-0.1624	0.2245

Tableau 4.1 - Valeurs des opérateurs de polarisation à $T = 100$ MeV et $\rho_B/\rho_0 = 2$ pour les modèles G1 et G2.

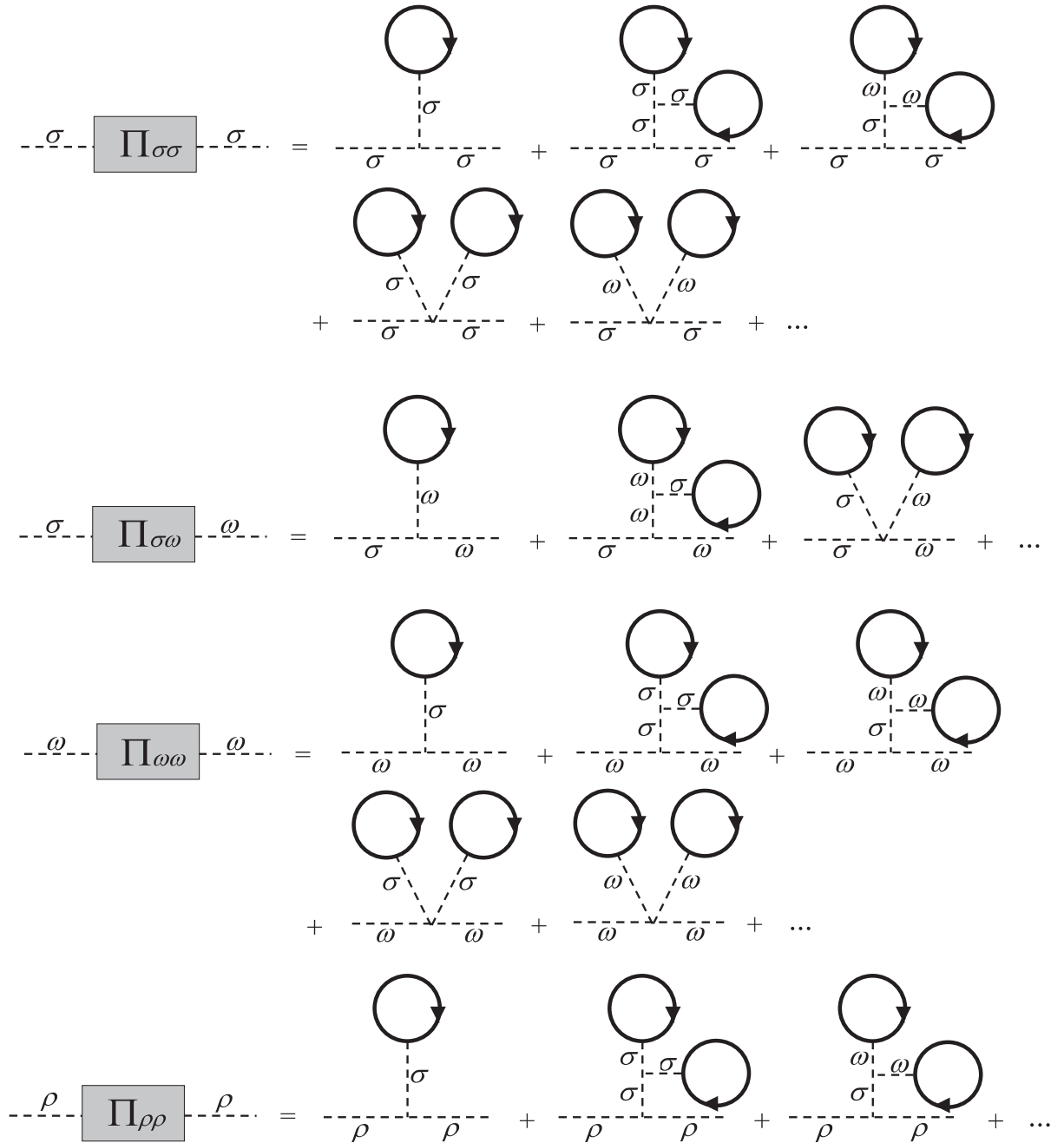


Figure 4.1: Représentation diagrammatique des opérateurs de polarisation.

4.3 Propagateurs des mésons dans le milieu

En utilisant des équations de Dyson pour décrire la propagation des mésons ainsi que les expressions des opérateurs de polarisation obtenues précédemment, nous pouvons déterminer complètement les propagateurs des mésons dans le milieu. Les équations de Dyson traduisant la propagation des mésons σ et ω sont:

$$\overline{G}_\sigma(q) = G_\sigma^0(q) + G_\sigma^0(q)\Pi_{\sigma\sigma}(q)\overline{G}_\sigma(q), \quad (4.20)$$

$$\overline{G}_{\omega\ \mu\nu}(q) = G_{\omega\ \mu\nu}^0(q) + G_{\omega\ \mu\alpha}^0(q)\Pi_{\omega\omega}^{\alpha\beta}(q)\overline{G}_{\omega\ \beta\nu}(q), \quad (4.21)$$

Cependant, le fait que le méson σ peut se coupler au méson ω dans le milieu complique la forme de ces propagateurs. En effet, ici ce couplage a lieu grâce aux termes non linéaires qui mixent les champs des mésons σ et ω (termes en $g_{\sigma\omega 3}$ et $g_{\sigma\omega 4}$). Ainsi, les équations de propagation incluant les termes de mélange deviennent:

$$\tilde{G}_\sigma(q) = \overline{G}_\sigma(q) + \overline{G}_\sigma(q)\Pi_{\sigma\omega}^\mu(q)\overline{G}_{\omega\ \mu\nu}(q)\Pi_{\sigma\omega}^\nu\tilde{G}_\sigma(q), \quad (4.22)$$

$$\tilde{G}_{\omega\ \mu\nu}(q) = \overline{G}_{\omega\ \mu\nu}(q) + \overline{G}_{\omega\ \mu\alpha}(q)\Pi_{\sigma\omega}^\alpha(q)\overline{G}_\sigma(q)\Pi_{\sigma\omega}^\beta(q)\tilde{G}_{\omega\ \beta\nu}(q), \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{\sigma\omega\ \mu}(q) &= \overline{G}_\sigma(q)\Pi_{\sigma\omega}^\alpha(q)\overline{G}_{\omega\ \alpha\mu}(q) \\ &+ \overline{G}_\sigma(q)\Pi_{\sigma\omega}^\alpha(q)\overline{G}_{\omega\ \alpha\beta}(q)\Pi_{\sigma\omega}^\beta(q)\overline{G}_\sigma(q)\Pi_{\sigma\omega}^\delta(q)\tilde{G}_{\omega\ \delta\mu}(q) + \dots \end{aligned} \quad (4.24)$$

Après un peu d'algèbre nous obtenons

$$\begin{aligned} i\tilde{G}_{\sigma\omega}^\mu(q) &= -i\frac{\hat{\eta}^\mu}{\hat{\eta}^2}\tilde{G}_{\sigma\omega}(q) \\ &= -i\frac{\hat{\eta}^\mu}{\hat{\eta}^2}\frac{\Pi_{\sigma\omega}^*}{(q^2 - m_\sigma^2 + im_\sigma\Gamma_\sigma - \Pi_{\sigma\sigma}^*)(q^2 - m_\omega^2 + im_\omega\Gamma_\omega - \Pi_\omega^{q*} + \Pi_\omega^{\eta*}) + \frac{\Pi_{\sigma\omega}^{*2}}{\hat{\eta}^2}}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

avec

$$\Pi_{\sigma\sigma}^* = \Pi_{\sigma\sigma} + \frac{\frac{(q,\eta)^2}{q^2}\Pi_{\sigma\omega}^2}{\left(m_\omega^2 + \Pi_\omega^q - \frac{(q,\eta)^2}{q^2}\Pi_\omega^\eta - im_\omega\Gamma_\omega\right)}, \quad (4.26)$$

$$\Pi_\omega^{q*} = \Pi_\omega^q, \quad (4.27)$$

$$\Pi_{\omega}^{\eta*} = \frac{\hat{\eta}^2 \Pi_{\omega}^{\eta} (m_{\omega}^2 + \Pi_{\omega}^q - im_{\omega} \Gamma_{\omega})}{\left(m_{\omega}^2 + \Pi_{\omega}^q - \frac{(q \cdot \eta)^2}{q^2} \Pi_{\omega}^{\eta} - im_{\omega} \Gamma_{\omega}\right)}, \quad (4.28)$$

$$\Pi_{\sigma\omega}^* = \frac{\hat{\eta}^2 \Pi_{\sigma\omega} (m_{\omega}^2 + \Pi_{\omega}^q - im_{\omega} \Gamma_{\omega})}{\left(m_{\omega}^2 + \Pi_{\omega}^q - \frac{(q \cdot \eta)^2}{q^2} \Pi_{\omega}^{\eta} - im_{\omega} \Gamma_{\omega}\right)}, \quad (4.29)$$

où

$$\hat{\eta}^{\mu} = \eta^{\mu} - \frac{(q \cdot \eta) q^{\mu}}{q^2}, \quad (4.30)$$

et

$$\hat{g}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - \frac{q^{\mu} q^{\nu}}{q^2}. \quad (4.31)$$

De même, le propagateur du méson rho dans le milieu est obtenu à partir d'une équation de Dyson (par simplicité, les indices d'isospin ont été omis)

$$\tilde{G}_{\rho\mu\nu}(q) = G_{\rho\mu\nu}^0(q) + G_{\rho\mu\alpha}^0(q) \Pi_{\rho\alpha}^{\beta}(q) \tilde{G}_{\rho\beta\nu}(q), \quad (4.32)$$

Ainsi, on obtient

$$i\tilde{G}_{\rho}^{\mu\nu}(q) = -i\hat{g}^{\mu\nu} \tilde{G}_{\rho}(q) = -i\hat{g}^{\mu\nu} \frac{1}{(q^2 - m_{\rho}^2 - \Pi_{\rho} + im_{\rho} \Gamma_{\rho})}. \quad (4.33)$$

Notons que certains termes proportionnels à q_{μ} dans l'équation (4.25) et à $q_{\mu} q_{\nu}$ dans l'équation (4.33) ont été supprimés puisqu'ils disparaissent lorsqu'ils sont couplés à un courant conservé. La représentation diagrammatique des équations de Dyson est montrée sur la figure 4.2. En tiretés sont représentés les propagateurs des mésons. Les diagrammes de Feynman pris en compte dans les opérateurs de polarisation ont été donnés précédemment sur la figure 4.1.

4.4 Masses effectives des mésons

4.4.1 Expressions

Nous étudions ici la façon dont les termes de couplage non linéaires modifient les masses des mésons vecteurs dans le milieu. A partir des équations (4.23) et (4.33) les propagateurs des mésons vecteurs dans la limite d'une très faible impulsion ($\vec{q} = \vec{0}$) s'écrivent:

$$i\tilde{G}_{\omega}^{\mu\nu}(\vec{q} \rightarrow \vec{0}) = -i\hat{g}^{\mu\nu} \frac{1}{q^2 - m_{\omega}^{*2} + im_{\omega} \Gamma_{\omega}}, \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned}
& \text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}} = \text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}} + \text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\sigma}}\text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}} \\
& + \text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\sigma}}\text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\sigma}}\text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}} + \text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\omega}}\text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\omega}}\text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}} + \dots \\
\\
& \text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}} = \text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}} + \text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\omega\omega}}\text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}} \\
& + \text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\omega\omega}}\text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\omega\omega}}\text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}} + \text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\omega}}\text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\omega}}\text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}} + \dots \\
\\
& \text{-----}\overset{\sigma\omega}{\text{-----}} = \text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\omega}}\text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}} + \text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\sigma}}\text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\omega}}\text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}} \\
& + \text{-----}\overset{\sigma}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\sigma\omega}}\text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\omega\omega}}\text{-----}\overset{\omega}{\text{-----}} + \dots \\
\\
& \text{-----}\overset{\rho}{\text{-----}} = \text{-----}\overset{\rho}{\text{-----}} + \text{-----}\overset{\rho}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\rho\rho}}\text{-----}\overset{\rho}{\text{-----}} \\
& + \text{-----}\overset{\rho}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\rho\rho}}\text{-----}\overset{\rho}{\text{-----}}\boxed{\Pi_{\rho\rho}}\text{-----}\overset{\rho}{\text{-----}} + \dots
\end{aligned}$$

FIG. 4.2 – Représentation diagrammatique des propagateurs des mésons.

$$i\tilde{G}_\rho^{\mu\nu}(\vec{q} \rightarrow \vec{0}) = -i\hat{g}^{\mu\nu} \frac{1}{q^2 - m_\rho^{*2} + im_\rho\Gamma_\rho}, \quad (4.35)$$

où m_ω^* et m_ρ^* sont les masses effectives des mésons dans le milieu données par:

$$m_\omega^* = \sqrt{m_\omega^2 + \Pi_\omega^q}, \quad (4.36)$$

et

$$m_\rho^* = \sqrt{m_\rho^2 + \Pi_\rho}. \quad (4.37)$$

Dans le cas général d'une impulsion non nulle, le méson σ dans le milieu et la partie longitudinale du méson ω sont affectés par le mélange σ - ω [50]. Comme on pouvait s'y attendre, dans la limite $\vec{q} \rightarrow \vec{0}$, seul le méson σ dans le milieu est modifié par le mélange σ - ω , puisque dans cette limite, on ne peut plus différencier les composantes longitudinale et transverse du ω .

4.4.2 Résultats et interprétations

• Dépendance en densité

Nous avons représenté les variations relatives des masses des mésons vecteurs ω et ρ (m_ω^*/m_ω et m_ρ^*/m_ρ) en fonction de la densité baryonique ρ_B , pour les modèles non linéaires G1 (figure 4.3) et G2 (figure 4.4) à $T = 100$ MeV. Ces masses effectives, notées respectivement ω et ρ sur les figures, indiquent comment les termes de couplage non linéaires modifient les masses des mésons lorsque la densité augmente. Ces deux figures montrent que m_ω^* augmente avec la densité pour les deux modèles considérés. D'autre part, la constante de couplage $g_{\sigma\rho 3}$ n'a pas le même signe dans G1 et G2, ce qui explique pourquoi dans G1 la masse effective du méson ρ diminue alors qu'elle augmente dans G2.

• Dépendance en température

Nous avons représenté les variations relatives des masses des mésons vecteurs ω et ρ (m_ω^*/m_ω et m_ρ^*/m_ρ) en fonction de la température T , pour les modèles non linéaires G1 (figure 4.5) et G2 (figure 4.6) à $\rho_B/\rho_0 = 2$. Ces masses effectives, notées respectivement ω et ρ sur les figures, indiquent comment les termes de couplage non linéaires modifient les masses des mésons lorsque la température augmente. Puisque ici la densité baryonique est fixée, le champ vecteur V_0 varie très peu lorsque la température est augmentée. Les masses effectives des mésons sont donc essentiellement sensibles au champ scalaire ϕ_0 .

Les masses effectives des mésons ω et ρ dépendent directement des polarisations Π_ω^q et Π_ρ . Dans la polarisation Π_ω^q le terme dominant à $\rho_B = 2\rho_0$ est

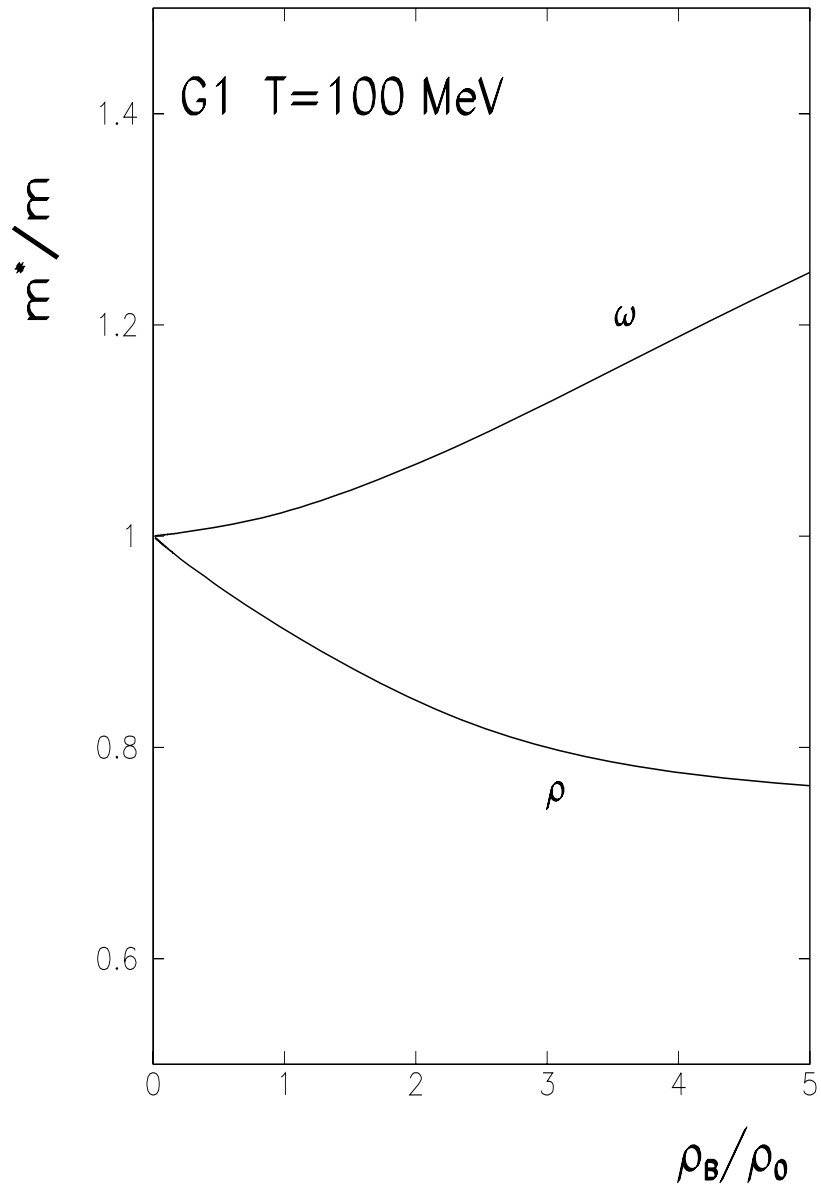


FIG. 4.3 – Dépendance en densité de la masse effective des mésons vecteurs à $T = 100$ MeV pour le modèle G1.

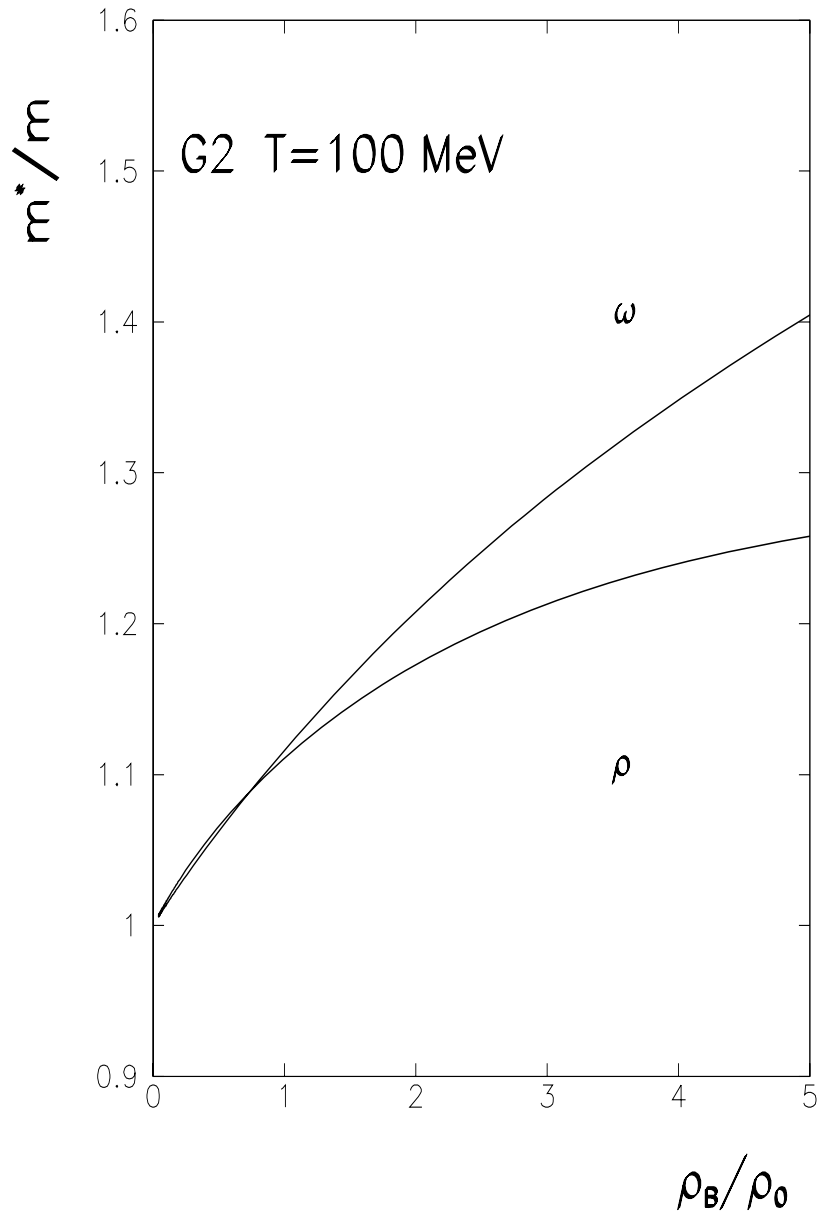


FIG. 4.4 – Identique à la figure 4.3 mais pour le modèle G2.

$2g_{\sigma\omega 3}\phi_0/3$ (équivalent à $2g_{\sigma\rho 3}\phi_0/3$ présent dans Π_ρ). Les constantes de couplages $g_{\sigma\omega 3}$ et $g_{\sigma\rho 3}$ étant voisines (et positives) dans le modèle G2, nous avons $\Pi_\omega^q \simeq \Pi_\rho$, et nous observons donc le même comportement en fonction de la température pour les masses effectives m_ω^* et m_ρ^* avec $m_{\omega,\rho}^* > m_{\omega,\rho}$. Dans le modèle G1, la constante de couplage $g_{\sigma\omega 3}$ (et donc la polarisation Π_ω^q) est faible donc $m_\omega^* \simeq m_\omega$ et la constante de couplage $g_{\sigma\rho 3}$ est négative donc $m_\rho^* < m_\rho$. Dans le modèle G2 la masse effective du méson ρ a le comportement inverse de celle obtenue dans le modèle G1 à cause du signe opposé de $g_{\sigma\rho 3}$ dans ces deux modèles.

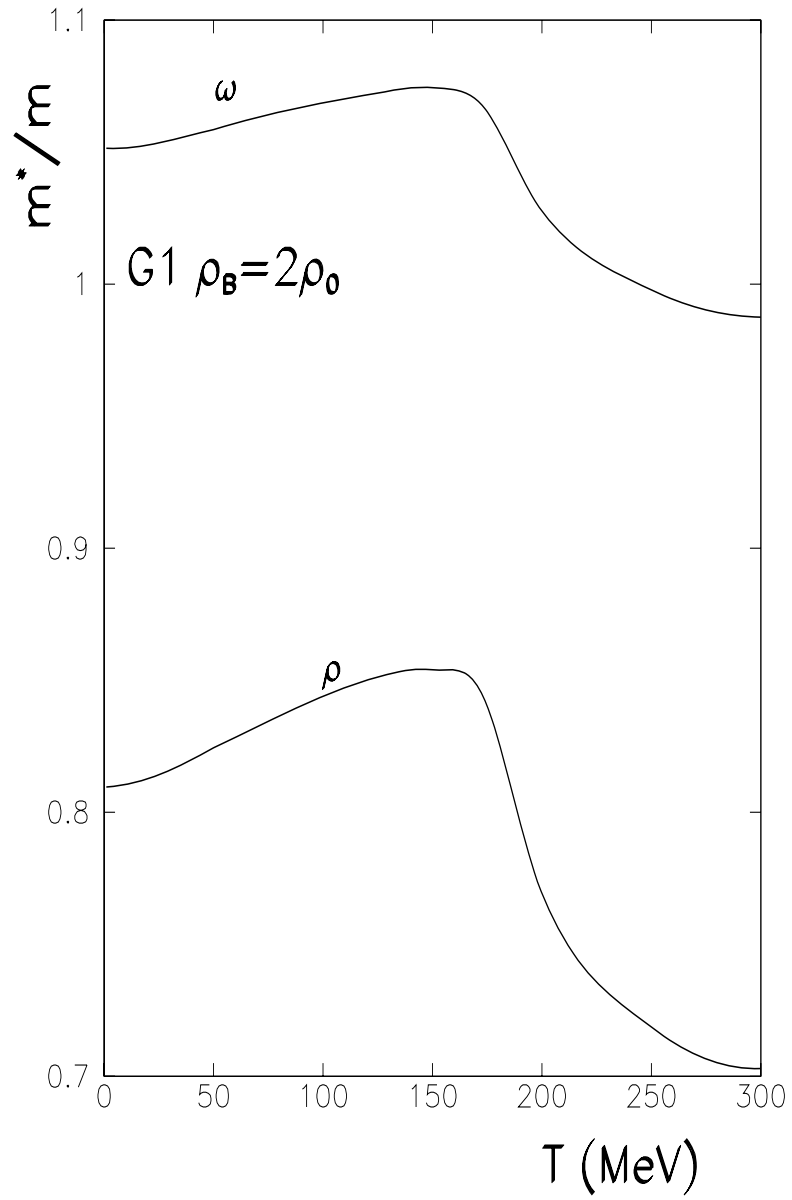


FIG. 4.5 – Dépendance en température de la masse effective des mésons vecteurs à $\rho_B/\rho_0 = 2$ pour le modèle G1.

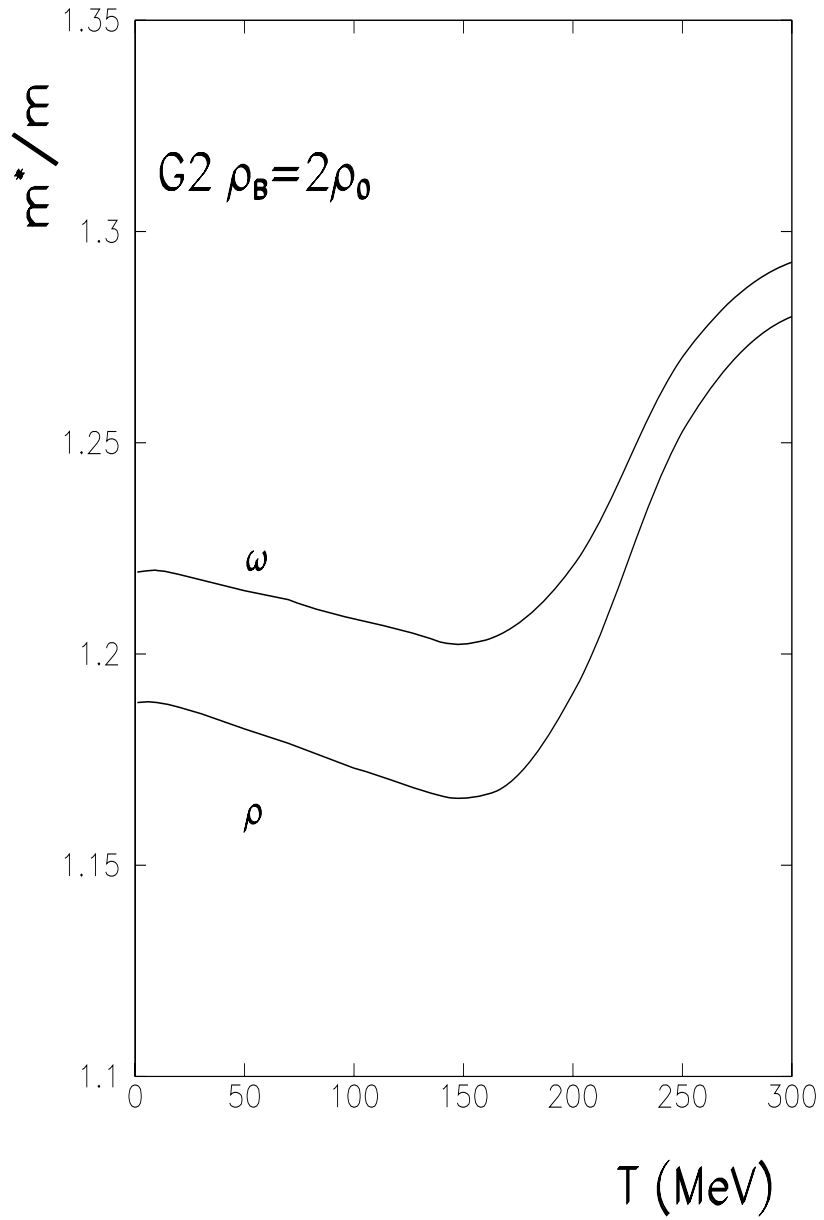


Figure 4.6: Identique à la figure 4.5 mais pour le modèle G2.

Chapitre 5

Annihilation de deux pions en paires e^+e^-

5.1 Introduction

Les expériences des collaborations CERES[8] et HELIOS[9] ont montré un excès de dileptons qui ne peut être expliqué par des incertitudes ou des erreurs dans la procédure de normalisation. Par exemple, dans les expériences CERES sur les collisions centrales $S + Au$ à 200 GeV/nucleon, une augmentation significative de la production de dileptons de masses invariantes comprises entre 300 et 650 MeV a été observée. L'hypothèse d'une masse du méson ρ diminuant avec la température et la densité, comme précurseur de la transition de phase chirale, permet alors d'expliquer cette augmentation[51]. Notons que d'autres mécanismes qui pourraient augmenter le nombre de dileptons produits en dessous de la masse du ρ ont également été proposés, comme par exemple, l'utilisation des fonctions spectrales dans le milieu pour les mésons vecteurs[52] ou la formation d'un plasma de quarks et de gluons[53].

Dans ce chapitre, nous avons déterminé le taux de production de dileptons dans les collisions d'ions lourds relativistes en considérant les processus d'annihilation de deux pions qui fournissent la contribution principale des dileptons observés dans la région des faibles masses invariantes. Plus précisément, nous avons étudié l'influence des termes non linéaires sur les sections efficaces et les taux de production de paires e^+e^- dans les voies isoscalaire ($\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\omega \rightarrow e^+e^-$) et isovecteur ($\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$). Pour cela, nous utiliserons les propagateurs des mésons " $\sigma\omega$ " et ρ dans le milieu déterminés dans le chapitre précédent. Nos résultats seront comparés à ceux obtenus dans l'espace libre de manière à tester si les modèles considérés peuvent produire une augmentation du nombre de dileptons produits dans la région des faibles masses invariantes. On peut noter que, puisque nous nous intéressons seulement à l'influence des termes non linéaires sur les taux de production, nous n'avons pas utilisé un modèle de transport relativiste

et aucune correction pour l'acceptance expérimentale n'a été prise en compte.

5.2 Sections efficaces

Afin d'obtenir le taux de production de dileptons, nous calculons tout d'abord les sections efficaces appropriées pour la réaction $\pi^+\pi^- \rightarrow e^+e^-$. La section efficace à deux corps peut être écrite sous la forme générale :

$$d\sigma = \frac{\sum_{s_{e^-}, s_{e^+}} |T_{fi}|^2}{4 \left[(q_{\pi^+} \cdot q_{\pi^-})^2 - m_{\pi^+}^2 m_{\pi^-}^2 \right]^{1/2}} \frac{m_e}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \vec{q}_{e^+}}{E_{e^+}} \frac{m_e}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \vec{q}_{e^-}}{E_{e^-}} (2\pi)^4 \delta^4 (q_{e^+} + q_{e^-} - q_{\pi^+} - q_{\pi^-}), \quad (5.1)$$

où T_{fi} est l'amplitude de transition invariante et $\sum_{s_{e^-}, s_{e^+}}$ représente une somme sur les états finaux de spin. Puisque $q_{\pi^+} + q_{\pi^-} = q$ (où q est la quadri-impulsion du méson intermédiaire) et $q_{\pi^+} \cdot q_{\pi^-} = \frac{q^2}{2} - m_{\pi}^2$, la section efficace différentielle devient :

$$d\sigma = \frac{m_e^2}{8\pi^2} \frac{\sum_{s_{e^-}, s_{e^+}} |T_{fi}|^2}{[q^2 (q^2 - 4m_{\pi}^2)]^{1/2}} \frac{d^3 \vec{q}_{e^+} d^3 \vec{q}_{e^-}}{E_{e^+} E_{e^-}} \delta^4 (q_{e^+} + q_{e^-} - q_{\pi^+} - q_{\pi^-}). \quad (5.2)$$

5.2.1 Étude du canal isovecteur

Comme nous l'avons déjà mentionné, nous nous intéressons au processus $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$ dans lequel le méson ρ est modifié dans le milieu. Le diagramme de Feynman associé à ce processus est montré sur la figure 5.1(a). L'amplitude invariante évaluée dans le modèle de dominance vectorielle est alors

$$T_{fi} = \frac{e^2 m_{\rho}^2 g_{\rho\pi\pi}}{g_{NN\rho} q^2} k_{\mu} i\tilde{G}_{\rho}^{\mu\nu}(q) \bar{u}(q_{e^-}, s_{e^-}) \gamma_{\nu} v(q_{e^+}, s_{e^+}), \quad (5.3)$$

où $k = q_{\pi^+} - q_{\pi^-}$ et $i\tilde{G}_{\rho}^{\mu\nu}(q)$ représente le propagateur du méson ρ dans le milieu donné précédemment par l'équation (4.33). Puisque $q \cdot k = 0$, le terme proportionnel à $q^{\mu} q^{\nu}$ dans $i\tilde{G}_{\rho}^{\mu\nu}(q)$ ne contribue pas à la section efficace. Ainsi, la structure de Lorentz du propagateur du méson ρ dans le repère propre de la matière nucléaire peut être simplifié par $i\tilde{G}_{\rho}^{\mu\nu}(q) = -i g^{\mu\nu} \tilde{G}_{\rho}(q)$. Nous obtenons alors :

$$\sum_{s_{e^-}, s_{e^+}} |T_{fi}|^2 = \frac{e^4 m_{\rho}^4 g_{\rho\pi\pi}^2}{q^4 g_{NN\rho}^2} k_{\mu} k_{\nu} \left| \tilde{G}_{\rho}(q) \right|^2 L^{\mu\nu}, \quad (5.4)$$

où $L_{\mu\nu}$ est le tenseur leptonique défini par :

$$L_{\mu\nu} = \sum_{s_{e^+}, s_{e^-}} \bar{u}_\alpha(q_{e^-}, s_{e^-}) (\gamma_\mu)_{\alpha\beta} v_\beta(q_{e^+}, s_{e^+}) \bar{v}_\gamma(q_{e^+}, s_{e^+}) (\gamma_\nu)_{\gamma\delta} u_\delta(q_{e^-}, s_{e^-}). \quad (5.5)$$

Ici les indices α, β, γ et δ sont des indices spinoriels qui permettent de fixer l'ordre de multiplication des termes dans la sommation sur les spins. Dans l'écriture précédente du tenseur leptonique on reconnaît les projecteurs sur les états d'énergie positive et négative Λ^+ et Λ^- :

$$[\Lambda^+(q_{e^-})]_{\delta\alpha} = \sum_{s_{e^-}=1}^2 u_\delta(q_{e^-}, s_{e^-}) \bar{u}_\alpha(q_{e^-}, s_{e^-}) = \left[\frac{q_{e^-}^\mu \gamma_\mu - m_e}{2m_e} \right]_{\delta\alpha}, \quad (5.6)$$

$$[\Lambda^-(q_{e^+})]_{\beta\gamma} = \sum_{s_{e^+}=1}^2 v_\beta(q_{e^+}, s_{e^+}) \bar{v}_\gamma(q_{e^+}, s_{e^+}) = \left[\frac{q_{e^+}^\mu \gamma_\mu - m_e}{2m_e} \right]_{\beta\gamma}, \quad (5.7)$$

d'où :

$$L_{\mu\nu} = Tr \left\{ \left[\frac{q_{e^-}^\mu \gamma_\mu - m_e}{2m_e} \right] \gamma_\mu \left[\frac{q_{e^+}^\mu \gamma_\mu - m_e}{2m_e} \right] \gamma_\nu \right\}. \quad (5.8)$$

En évaluant la trace il vient :

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{m_e^2} \left[q_{e^-}^\mu q_{e^+}^\nu + q_{e^-}^\nu q_{e^+}^\mu - g^{\mu\nu} (q_{e^+} \cdot q_{e^-} + m_e^2) \right]. \quad (5.9)$$

Ainsi, l'équation (5.4) peut être écrite :

$$\sum_{s_{e^-}, s_{e^+}} |T_{fi}|^2 = \frac{e^4 m_\rho^4 g_{\rho\pi\pi}^2}{g_{NN\rho}^2 q^4 m_e^2} \left[2(k \cdot q_{e^-})(k \cdot q_{e^+}) - k^2 (q_{e^+} \cdot q_{e^-} + m_e^2) \right] |\tilde{G}_\rho(q)|^2. \quad (5.10)$$

En écrivant que

$$q_{e^+} \cdot q_{e^-} = \frac{q^2}{2} - m_e^2, \quad (5.11)$$

et

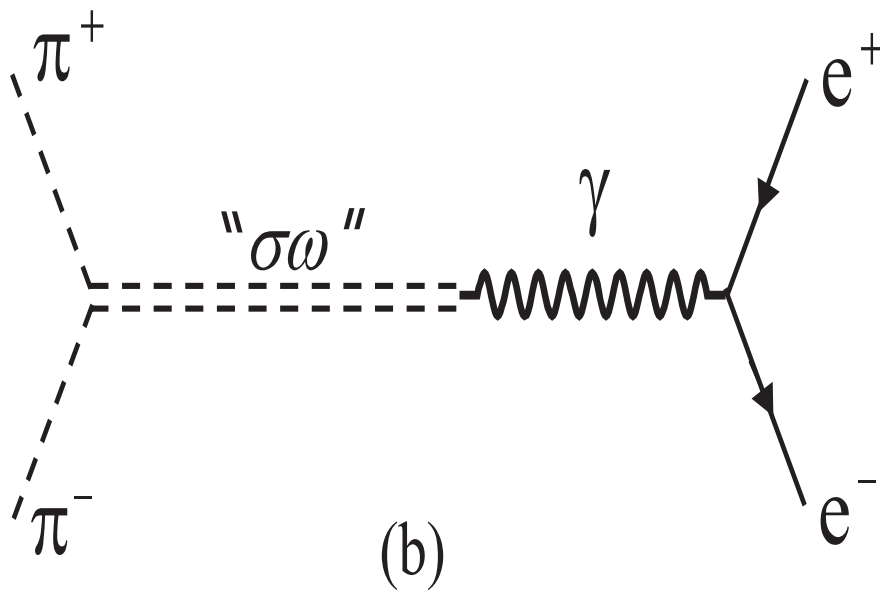
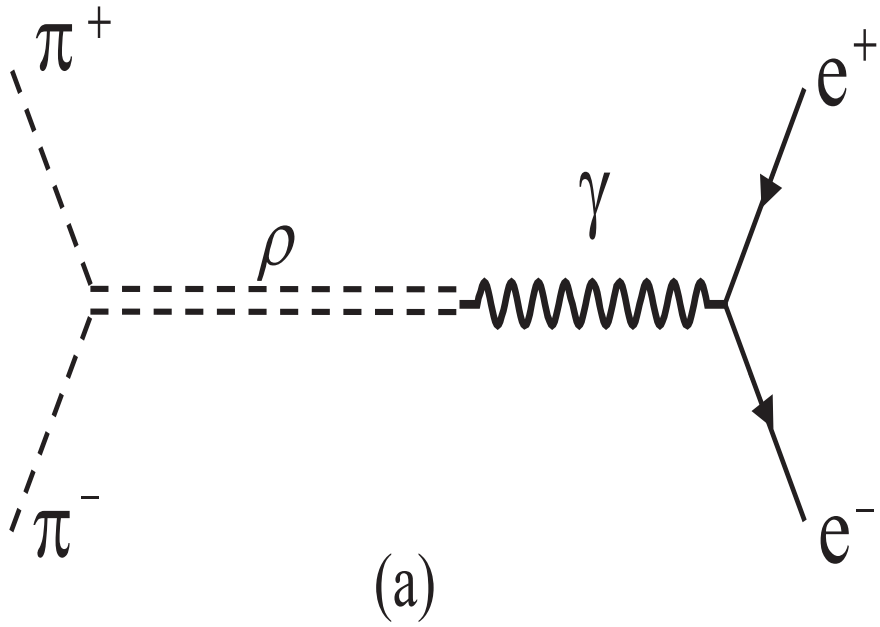


FIG. 5.1 - Diagrammes de Feynman des processus $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$ (a) et $\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\omega \rightarrow e^+e^-$ (b) .

$$k^2 = (q_{\pi^+} - q_{\pi^-})^2 = 4m_\pi^2 - q^2, \quad (5.12)$$

l'équation (5.10) devient :

$$\sum_{s_{e^-}, s_{e^+}} |T_{fi}|^2 = \frac{e^4 m_\rho^4 g_{\rho\pi\pi}^2}{g_{NN\rho}^2 q^4 m_e^2} \left[2(k \cdot q_{e^-})(k \cdot q_{e^+}) + (q^2 - 4m_\pi^2) \frac{q^2}{2} \right] |\tilde{G}_\rho(q)|^2. \quad (5.13)$$

De plus, en insérant (5.13) dans (5.2) il vient :

$$\begin{aligned} d\sigma_{\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-} &= \frac{e^4 m_\rho^4 g_{\rho\pi\pi}^2}{8\pi^2 g_{NN\rho}^2 q^4} \frac{2(k \cdot q_{e^-})(k \cdot q_{e^+}) + (q^2 - 4m_\pi^2) \frac{q^2}{2}}{[q^2 (q^2 - 4m_\pi^2)]^{1/2}} |\tilde{G}_\rho(q)|^2 \\ &\times \frac{d^3 \vec{q}_{e^+} d^3 \vec{q}_{e^-}}{E_{e^+} E_{e^-}} \delta^4(q_{e^+} + q_{e^-} - q_{\pi^+} - q_{\pi^-}). \end{aligned} \quad (5.14)$$

En négligeant la masse de l'électron et en utilisant l'identité

$$\begin{aligned} &\int \frac{d^3 \vec{q}_{e^+}}{E_{e^+}} \int \frac{d^3 \vec{q}_{e^-}}{E_{e^-}} q_{e^-}^\alpha q_{e^+}^\beta \delta^4(q_{e^+} + q_{e^-} - q) \\ &= \frac{\pi}{6} [g^{\alpha\beta} q^2 + 2q^\alpha q^\beta], \end{aligned} \quad (5.15)$$

nous obtenons les expressions suivantes pour la section efficace (nous avons utilisé la relation fournie par le modèle à dominance vectorielle $g_{NN\rho} = g_{\rho\pi\pi}$) :

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-} &= \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\alpha}{q} \right)^2 \sqrt{\frac{q^2 - 4m_\pi^2}{q^2}} m_\rho^4 |\tilde{G}_\rho(q)|^2 \\ &= \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\alpha}{q} \right)^2 \sqrt{\frac{q^2 - 4m_\pi^2}{q^2}} \frac{m_\rho^4}{(q^2 - m_\rho^2 - \Pi_\rho)^2 + m_\rho^2 \Gamma_\rho^2}, \end{aligned} \quad (5.16)$$

avec $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$. Notons que, lorsque la polarisation s'annule, la section efficace dans l'espace libre est retrouvée, et $m_\rho^4 |G_\rho^0(q)|^2$ représente le carré du facteur de forme électromagnétique du pion.

De plus, de manière à étudier l'influence du diagramme d'ordre le plus bas, nous avons aussi déterminé la section efficace lorsque l'opérateur de polarisation est pris en compte seulement au premier ordre :

$$\sigma_{\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-}^{1^{er} \text{ ordre}} = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\alpha}{q} \right)^2 \sqrt{\frac{q^2 - 4m_\pi^2}{q^2}} m_\rho^4 |G_\rho^0(q) + G_\rho^0(q) \Pi_\rho(q) G_\rho^0(q)|^2. \quad (5.17)$$

5.2.2 Etude du canal isoscalaire

Nous nous sommes aussi intéressés au processus $\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\omega \rightarrow e^+e^-$ interdit dans l'espace libre mais possible dans la matière nucléaire à cause du mélange $\sigma\omega$ vu dans le chapitre précédent. Le diagramme de Feynman de ce processus est représenté figure 5.1(b). Pour calculer la section efficace, nous supposons la forme suivante pour le Lagrangien d'interaction du vertex $\sigma\pi\pi$

$$\mathcal{L}_I = \frac{1}{2}g_{\sigma\pi\pi}m_\pi\phi\vec{\pi}\cdot\vec{\pi}. \quad (5.18)$$

L'amplitude invariante peut être écrite

$$T_{fi} = \frac{-e^2g_{\sigma\pi\pi}m_\pi m_\omega^2}{g_{\omega 1}q^2}i\tilde{G}_{\sigma\omega}^\mu(q)\bar{u}(q_{e^-}, s_{e^-})\gamma_\mu v(q_{e^+}, s_{e^+}), \quad (5.19)$$

où $i\tilde{G}_{\sigma\omega}^\mu(q)$ représente le propagateur du méson " $\sigma\omega$ " donné dans le chapitre 4 par l'équation (4.25). Dans le repère propre de la matière nucléaire nous obtenons :

$$\sum_{s_{e^-}, s_{e^+}} |T_{fi}|^2 = \frac{e^4g_{\sigma\pi\pi}^2m_\pi^2m_\omega^4}{g_{\omega 1}^2q^4}\tilde{G}_{\sigma\omega}^\mu(q)\tilde{G}_{\sigma\omega}^{*\nu}(q)L_{\mu\nu}. \quad (5.20)$$

En utilisant l'expression (5.9) du tenseur leptonique nous déduisons :

$$\tilde{G}_{\sigma\omega}^\mu(q)\tilde{G}_{\sigma\omega}^{*\nu}(q)L_{\mu\nu} = |\tilde{G}_{\sigma\omega}(q)|^2 \left[2 \left(E_{e^-} - \frac{E_{e^-}q_{e^-}}{q^2} \right) \left(E_{e^+} - \frac{E_{e^+}q_{e^+}}{q^2} \right) - \frac{q^2}{2} \left(1 - \frac{E^2}{q^2} \right) \right], \quad (5.21)$$

d'où

$$\sum_{s_{e^-}, s_{e^+}} |T_{fi}|^2 = \frac{e^4g_{\sigma\pi\pi}^2m_\pi^2m_\omega^4}{g_{\omega 1}^2q^4m_e^2} |\tilde{G}_{\sigma\omega}(q)|^2 \left[2E_{e^-}E_{e^+} - \frac{q^2}{2} \right]. \quad (5.22)$$

En insérant (5.22) dans (5.2) il vient :

$$\begin{aligned} d\sigma_{\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\omega \rightarrow e^+e^-} &= \frac{e^4g_{\sigma\pi\pi}^2m_\pi^2m_\omega^4}{8\pi^2g_{\omega 1}^2q^4} \frac{2E_{e^-}E_{e^+} - \frac{q^2}{2}}{[q^2(q^2 - 4m_\pi^2)]^{1/2}} |\tilde{G}_{\sigma\omega}(q)|^2 \\ &\times \frac{d^3\vec{q}_{e^+}d^3\vec{q}_{e^-}}{E_{e^+}E_{e^-}} \delta^4(q_{e^+} + q_{e^-} - q_{\pi^+} - q_{\pi^-}). \end{aligned} \quad (5.23)$$

En négligeant la masse de l'électron et en utilisant l'équation (5.15), nous obtenons l'expression suivante pour la section efficace :

$$\sigma_{\pi^+\pi^-\rightarrow\sigma\omega\rightarrow e^+e^-} = \frac{4\pi}{3|\vec{q}|^2} \left(\frac{\alpha}{g_{\omega 1}}\right)^2 (g_{\sigma\pi\pi}m_\pi)^2 \frac{m_\omega^4}{\sqrt{q^2(q^2-4m_\pi^2)}} \left|\tilde{G}_{\sigma\omega}(q)\right|^2. \quad (5.24)$$

Notons que l'équation (5.24) dépend à la fois de l'énergie et de la tri-impulsion des mésons alors que l'équation (5.16) dépend seulement du carré de la quadri-impulsion du méson ρ .

5.3 Taux de production

Le taux de production thermique de paires de leptons est le nombre de réactions par unité de temps et par unité de volume, $R_{\pi^+\pi^-}^{e^+e^-} = dN_{e^+e^- \text{ pairs}}/d^4x$, et peut être évalué dans l'approximation de particule indépendante de la théorie cinétique[54] :

$$\begin{aligned} \frac{dR_{\pi^+\pi^-}^{e^+e^-}}{dM^2} &= \int \frac{d^3q_{\pi^+}}{(2\pi)^3} f(|\vec{q}_{\pi^+}|) \int \frac{d^3q_{\pi^-}}{(2\pi)^3} f(|\vec{q}_{\pi^-}|) \\ &\quad \frac{\sqrt{(q_{\pi^+}\cdot q_{\pi^-})^2 - m_\pi^4}}{E_{\pi^+}E_{\pi^-}} \frac{d\sigma_{\pi^+\pi^-\rightarrow e^+e^-}}{dM^2}, \end{aligned} \quad (5.25)$$

où M est la masse invariante de la paire e^+e^- et $f(|\vec{q}_{\pi^\pm}|)$ et $f(|\vec{q}_{\pi^\mp}|)$ sont les fonctions de distribution de Bose-Einstein des pions

$$f(|\vec{q}_\pi|) = \frac{1}{e^{E_\pi/k_B T} - 1}, \quad (5.26)$$

avec

$$E_\pi = \sqrt{\vec{q}_\pi^2 + m_\pi^2}. \quad (5.27)$$

Le taux de production de dileptons peut être écrit

$$\begin{aligned} \frac{dR_{\pi^+\pi^-}^{e^+e^-}}{dM^2} &= \frac{q^2}{2} \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{q^2}} \int \frac{d^3q_{\pi^+}}{(2\pi)^3} \frac{f(E_{\pi^+})}{E_{\pi^+}} \int \frac{d^3q_{\pi^-}}{(2\pi)^3} \frac{f(E_{\pi^-})}{E_{\pi^-}} \\ &\quad \times \sigma_{\pi^+\pi^-\rightarrow e^+e^-}(|\vec{q}|, q^2) \delta[M^2 - q^2], \end{aligned} \quad (5.28)$$

et, après intégration angulaire, nous obtenons

$$\frac{dR_{\pi^+\pi^-}^{e^+e^-}}{dM^2} = \frac{M^2}{32\pi^4} \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{M^2}} \times \int_{m_\pi}^{\infty} f(E_{\pi^+}) dE_{\pi^+} \int_{E_{\pi^-}^{min}}^{E_{\pi^-}^{max}} f(E_{\pi^-}) dE_{\pi^-} \sigma_{\pi^+\pi^- \rightarrow e^+e^-}(E_{\pi^+}, E_{\pi^-}, M^2), \quad (5.29)$$

où $E_{\pi^-}^{max} = E_{\pi^-}^+$ et $E_{\pi^-}^{min} = \max\{m_\pi, E_{\pi^-}^-\}$, avec

$$E_{\pi^\pm}^\pm = \frac{E_{\pi^+} M^2 \left(1 - \frac{2m_\pi^2}{M^2}\right) \pm |\vec{q}_{\pi^\pm}| M^2 \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{M^2}}}{2m_\pi^2}. \quad (5.30)$$

La section efficace $\sigma_{\pi^+\pi^- \rightarrow e^+e^-}(E_{\pi^+}, E_{\pi^-}, M^2)$ de l'équation (5.29) représente les sections efficaces déterminées précédemment et données par les équations (5.16) et (5.24) où nous avons effectué le remplacement suivant

$$|\vec{q}| \rightarrow \left(\sqrt{E_{\pi^+}^2 - m_\pi^2} \sqrt{E_{\pi^-}^2 - m_\pi^2} + 2E_{\pi^+}E_{\pi^-} + 2m_\pi^2 - M^2 \right)^{1/2}. \quad (5.31)$$

Lorsque la section efficace ne dépend que de M^2 , comme dans le canal isovecteur, le taux de production de dileptons peut être évalué analytiquement et a pour expression :

$$\frac{dR_{\pi^+\pi^-}^{e^+e^-}}{dM^2} = \frac{M^3 T}{2(2\pi)^4} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{q^2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_1\left(n\frac{M}{T}\right)}{n} \sigma_{\pi^+\pi^- \rightarrow e^+e^-}(M^2), \quad (5.32)$$

où K_1 est la fonction de Bessel modifiée du premier ordre. Nous avons vérifié que les résultats obtenus à partir de l'équation (5.29) dans le canal isovecteur sont retrouvés lorsque l'équation (5.32) est utilisée.

5.4 Résultats et interprétations

Les résultats suivants ont été obtenus avec les largeurs libres des mésons vecteurs, c'est-à-dire $\Gamma_\omega = 8.43$ MeV et $\Gamma_\rho = 151.2$ MeV. Pour le méson σ , nous utilisons les mêmes largeur et constante de couplage du vertex $\sigma\pi\pi$ que celles données dans la référence [55], c'est-à-dire $\Gamma_\sigma = 300$ MeV et $g_{\sigma\pi\pi} = 18$.

5.4.1 Sections efficaces

- Canal isoscalaire

Sur la figure (5.2), nous montrons les résultats obtenus pour les sections efficaces $\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma \omega \rightarrow e^+e^-$ à densité baryonique $\rho_B = 2\rho_0$ et température

$T = 100$ MeV obtenues avec les modèles non linéaires G1 et G2 pour différents transferts d'impulsion. Plus précisément, les courbes en tiretés longs, traits pleins, et tiretés courts ont été obtenues respectivement pour les tri-impulsions $|\vec{q}| = 250, 500$ et 750 MeV à la fois pour les modèles G1 et G2. Comme nous pouvons le voir, pour une impulsion donnée, les résultats diffèrent fortement entre les deux modèles à cause des valeurs très différentes des opérateurs de polarisation (voir tableau 4.1). De plus, la dépendance en impulsion de la section efficace n'est pas la même pour les modèles G1 et G2. En effet, avec le modèle G1, la hauteur du pic est d'autant plus forte que l'impulsion est grande et la position du maximum est décalée vers les faibles masses invariantes. A l'opposé, avec le modèle G2, la hauteur du pic est faiblement diminuée lorsque l'impulsion augmente et la position du maximum reste quasiment inchangée. De plus, ces derniers pics sont substantiellement élargis pour de grands transferts d'impulsion alors que ce n'est pas le cas pour le modèle G1. Ces comportements peuvent être interprétés à partir des valeurs des opérateurs de polarisation données dans le tableau 4.1. Premièrement, la différence entre G1 et G2 pour la position du maximum vient principalement de la polarisation du méson σ qui donne une masse effective du méson σ proche de la masse libre avec le modèle G1, alors qu'elle augmente fortement avec G2. Ainsi, la section efficace calculée avec le modèle G1 donne un pic (de faible largeur) au voisinage de la masse libre du méson ω ainsi qu'un second pic (très large à cause de la largeur importante Γ_σ du méson σ) qui est localisé près de la masse du méson σ libre (à $T = 100$ MeV et $\rho_B/\rho_0 = 2$). Cependant, ce second pic est masqué par le comportement divergent de la section efficace lorsque la masse invariante se rapproche de deux fois la masse du pion. D'autre part, pour le modèle G2, la valeur de la masse effective du méson σ est proche de celle du méson ω libre et contribue alors à élargir le pic du ω . Concernant maintenant la dépendance en transfert d'impulsion des sections efficaces, nous remarquons tout d'abord que le facteur $\frac{1}{|\vec{q}|^2}$ dans l'équation (5.24) est multi-

plié par $(\hat{\eta}^2)^2 = \left(\frac{-|\vec{q}|^2}{q^2}\right)^2$ venant de $\Pi_{\sigma\omega}^{*2}$ (voir équation (4.29)) au numérateur de $|\tilde{G}_{\sigma\omega}(q)|^2$. Le dénominateur de $\tilde{G}_{\sigma\omega}(q)$ dépend aussi du transfert d'impulsion mais sa dépendance n'est pas triviale. Cependant, nous pouvons observer sur le tableau 4.1 que les valeurs absolues de Π_ω^q et Π_ω^η sont respectivement plus faibles et plus fortes pour le modèle G1 que pour le modèle G2. Puisque $\Pi_\omega^{\eta*}$ dépend de $|\vec{q}|$ mais pas Π_ω^{q*} , nous comprenons maintenant que la position du maximum est presque inchangée pour le modèle G2 alors que pour G1 elle est décalée de manière significative. Finalement, le numérateur de la section efficace étant proportionnel à $|\vec{q}|^2$, si nous négligeons la dépendance en transfert d'impulsion du dénominateur par rapport à celle du numérateur, nous nous attendons à ce que la hauteur du pic soit d'autant plus importante que le transfert d'impulsion est grand. C'est le cas pour le modèle G1, mais pas pour le modèle G2 puisque la

valeur de la masse effective du méson σ élargit le pic et contribue ainsi à fortement diminuer son amplitude.

• Canal isovecteur

Considérons maintenant sur la figure 5.3, les sections efficaces $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$ à la densité baryonique $\rho_B = 2\rho_0$ et à la température $T = 100$ MeV obtenues avec les modèles relativistes non linéaires G1 and G2. Plus précisément, les courbes en traits pleins et en tiretés longs représentent les résultats prenant en compte le propagateur du méson ρ dans le milieu (équation (5.16)) utilisant respectivement les modèles G1 et G2, alors que la courbe en tiretés est le résultat dans l'espace libre (équation (5.16) avec $\Pi_\rho = 0$). De plus, comme nous l'avons déjà mentionné, nous avons aussi déterminé la section efficace lorsque l'opérateur de polarisation est pris en compte seulement au premier ordre de manière à étudier l'influence du diagramme d'ordre le plus bas. Le résultat (obtenu avec le modèle G1) est alors donné par la courbe en pointillés. En comparant les courbes en pointillés et en traits pleins, nous voyons que le propagateur complet fournit une section efficace très différente de celle obtenue en prenant en compte seulement l'opérateur de polarisation au premier ordre. En effet, la section efficace est très importante au voisinage de la masse du méson ρ alors que lorsque le propagateur complet est utilisé, elle est nettement réduite et la position du maximum est déplacé vers les faibles masses invariantes. Ainsi, si nous voulons des résultats significatifs, il est nécessaire d'aller au-delà du diagramme de plus bas ordre pour calculer la section efficace. Par conséquent, tous les résultats suivants seront obtenus avec les propagateurs complets des mésons incluant une somme infinie d'insertions de polarisation. En comparant maintenant les courbes en traits pleins (G1) et en tiretés longs (G2), nous pouvons voir que la modification dans le milieu du propagateur du méson ρ produit un effet sur la section efficace très différent pour les modèles G1 et G2. En effet, si l'on compare ces deux courbes avec le résultat obtenu dans l'espace libre, le modèle G1 produit un décalage de la position du maximum vers les faibles masses, et ainsi, donne une augmentation de la section efficace dans la région de masses invariantes inférieures à 700 MeV et une diminution au voisinage de la masse du ρ . Par contre, pour le modèle G2, la position du maximum est décalée vers les masses plus importantes, ce qui produit une diminution de la section efficace en dessous de 700 MeV. Ce résultat s'explique par le fait que la constante de couplage $g_{\sigma\rho 3}$ et donc l'opérateur de polarisation Π_ρ ont des signes opposés dans les modèles G1 et G2 (voir tableau 1.4). Ainsi, la position du maximum peut être expliquée à partir de l'opérateur de polarisation du méson ρ qui diminue la masse effective du méson ρ avec le modèle G1, alors qu'elle augmente fortement avec le modèle G2 (voir figures 4.3 et 4.4). Nous verrons dans la partie suivante l'influence d'une telle modification sur le taux de production de paires e^+e^- .

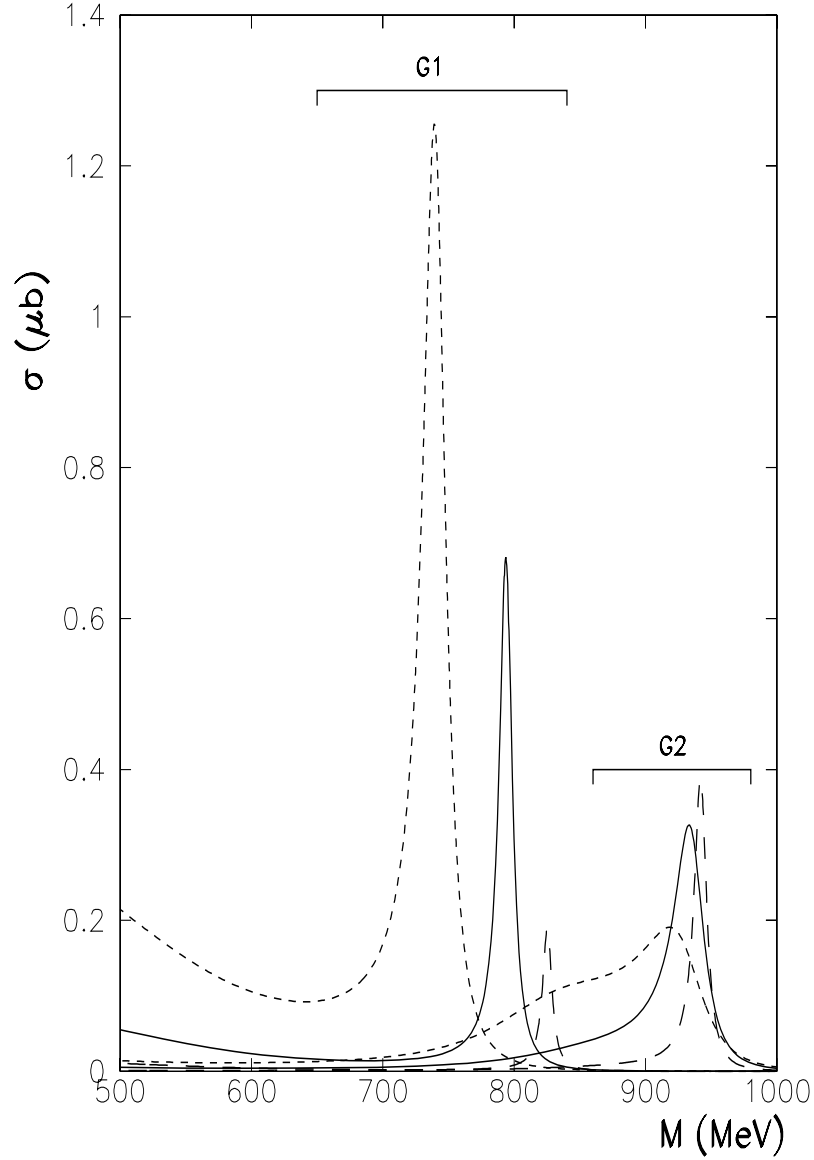


Figure 5.2: Sections efficaces $\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\omega \rightarrow e^+e^-$ à densité baryonique $\rho_B = 2\rho_0$ et température $T = 100$ obtenues avec les modèles non linéaires G1 et G2 pour différents transferts d'impulsion. Les courbes en tiretés longs, traits pleins, et tiretés courts ont été obtenues respectivement pour les tri-impulsions $|\vec{q}| = 250, 500$ et 750 MeV pour les deux modèles.

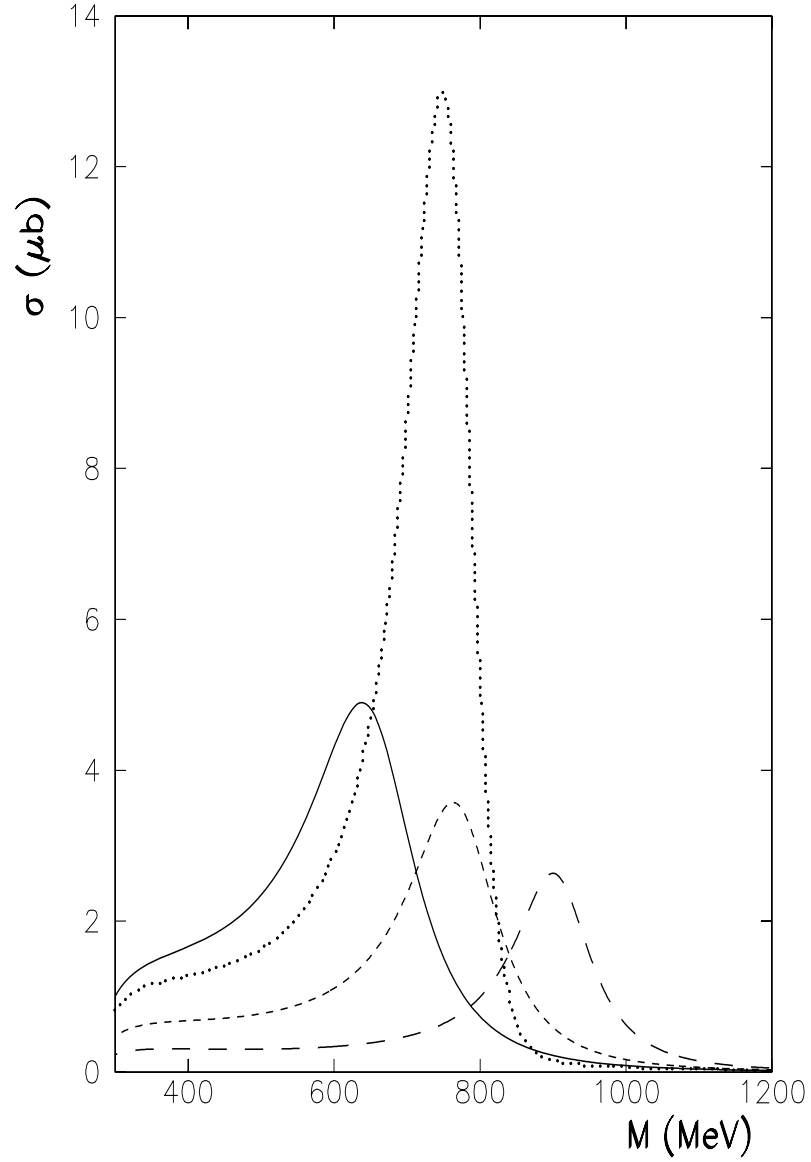


Figure 5.3: Sections efficaces $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$ à densité brayonique $\rho_B = 2\rho_0$ et température $T = 100$ MeV obtenues avec les modèles relativistes non linéaires G1 (traits pleins) et G2 (tiretés longs). Les courbes en tiretés courts et en pointillés correspondent respectivement au résultat dans l'espace libre et à celui obtenu avec le modèle G1 lorsque l'opérateur de polarisation est pris en compte seulement au premier ordre.

En comparant les figures (5.2) et (5.3), nous remarquons que les sections efficaces dans le canal isoscalaire sont plus faibles que celles obtenues dans le canal isovecteur. Des sections efficaces plus importantes dans le canal isoscalaire pourraient être obtenues pour des transferts d'impulsion plus grands mais dans des régions qui ne contribuent pas à la production de paires e^+e^- à cause des fonctions $f(E_\pi)$ de l'équation (5.29). Ainsi, nous nous attendons à ce que le taux de production $\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\omega \rightarrow e^+e^-$ soit faible en comparaison des résultats donnés par le processus $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$.

5.4.2 Taux de production de paires e^+e^-

• Canal isovecteur

Nous considérons, sur la figure 5.4, les taux de production de paires e^+e^- (voir équation 5.29) dans le canal isovecteur ($\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$) à densité baryonique $\rho_B = 2\rho_0$ et température $T = 100$ MeV déterminés avec les modèles relativistes non linéaires G1 et G2. Comme sur la figure 5.3, les courbes en traits pleins et en tirets longs représentent les résultats prenant en compte le propagateur du méson ρ dans le milieu obtenus respectivement avec les modèles G1 et G2, alors que la courbe en tirets courts est le résultat dans l'espace libre. En utilisant le modèle G1, nous avons trouvé une augmentation du taux de production d'un facteur 2 à 3 (en comparaison avec le résultat dans l'espace libre) pour des masses invariantes inférieures à 650 MeV ainsi qu'une diminution dans la région de la masse du méson ρ . À l'opposé, le modèle G2 produit une forte diminution pour les masses invariantes inférieures à 800 MeV. Ainsi, bien que ces deux modèles donnent les mêmes propriétés de saturation de la matière nucléaire (voir tableau 1.4), ils prédisent des taux de production de paires e^+e^- très différents. Nous rappelons que le spectre de dileptons obtenu dans des calculs basés sur la fonction spectrale du méson ρ dans l'espace libre sous-estime (d'un facteur 3) les données concernant les collisions d'ions lourds aux énergies CERN/SPS dans la région des faibles masses invariantes et les surestiment au voisinage de la masse du méson ρ . Ici, nous ne pouvons comparer directement nos résultats à ces données puisque, premièrement, notre calcul n'a pas été effectué à partir d'un modèle de transport relativiste, deuxièmement, aucune correction d'acceptance expérimentale n'a été prise en compte et, troisièmement, nous n'avons pas considéré les autres contributions à la production de dileptons. Cependant, nous pouvons observer que la modification du propagateur du méson ρ dans le milieu obtenue avec le modèle G1 fournit une dépendance en masse invariante du spectre de dileptons en accord avec ce qui est exigé par les données en collisions d'ions lourds aux énergies CERN/SPS. Cette augmentation du taux de production de paires e^+e^- obtenue avec le modèle G1 dans la région des faibles masses invariantes est en accord avec l'hypothèse d'une diminution de la masse effective du méson ρ déjà proposée pour expliquer les données. Par contre, la courbe en

tiretés longs suggère que le modèle G2 ne peut fournir une description réaliste de la modification des propriétés du méson ρ dans le milieu.

• Canal isoscalaire

Sur la figure 5.5, nous montrons les taux de production de paires e^+e^- (voir équation 5.29) dans le canal isoscalaire ($\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\omega \rightarrow e^+e^-$) à densité baryonique $\rho_B = 2\rho_0$ et température $T = 100$ MeV obtenus avec les modèles relativistes non linéaires G1 (courbe en trait plein) et G2 (courbe en tiretés longs). L'avantage de ces taux de production de dileptons par rapport aux sections efficaces montrées sur la figure 5.2 est que l'intégration sur $|\vec{q}|$ a été réalisée. Pour comparaison, nous montrons aussi le résultat dans le canal isovecteur obtenu en utilisant le propagateur du méson ρ dans l'espace libre (courbe en tiretés courts). Comme nous pouvons le voir, les modèles G1 et G2 donnent des taux de production de dileptons très différents mais tous deux sont faibles en comparaison du résultat obtenu dans le canal isovecteur (environ un ordre de grandeur de différence). Ainsi, la contribution isoscalaire au taux de production de paires e^+e^- semble ne pas être assez importante pour permettre une augmentation dans la région des faibles masses invariantes.

• Influence de la densité et de la température

Nous étudions maintenant l'influence de la température (figure 5.7) et de la densité baryonique (figure 5.6) sur le taux de production $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$ calculé avec le modèle G1. Plus précisément, sur la figure 5.6, les courbes en traits pleins représentent les résultats à température fixée $T = 100$ MeV pour les densités baryoniques $\rho_B = \rho_0, 2\rho_0$ et $3\rho_0$, alors que la courbe en tiretés courts est le résultat dans l'espace libre. Comme on peut le voir, nous obtenons une forte influence de la densité baryonique sur le spectre de dileptons. En particulier, nous pouvons observer que, même à densité de saturation, le taux de production de paires e^+e^- est déjà augmenté d'un facteur voisin de 2 dans la région des faibles masses invariantes. Sur la figure 5.7, la densité baryonique a été fixée à $\rho_B = 2\rho_0$ et nous avons considéré trois températures $T = 50$ MeV, 100 MeV et 200 MeV (courbes en traits pleins). Pour chaque température, les courbes en tiretés courts représentent les résultats dans l'espace libre. Afin de voir l'effet de la température, nous devons comparer les différences entre les courbes en traits pleins et celles en tiretés en fonction de la température. Nous voyons que la différence est quasiment constante quelle que soit la température considérée. Ainsi, l'influence de la température sur le taux de production de paires e^+e^- est plutôt faible pour les températures inférieures à 200 MeV.

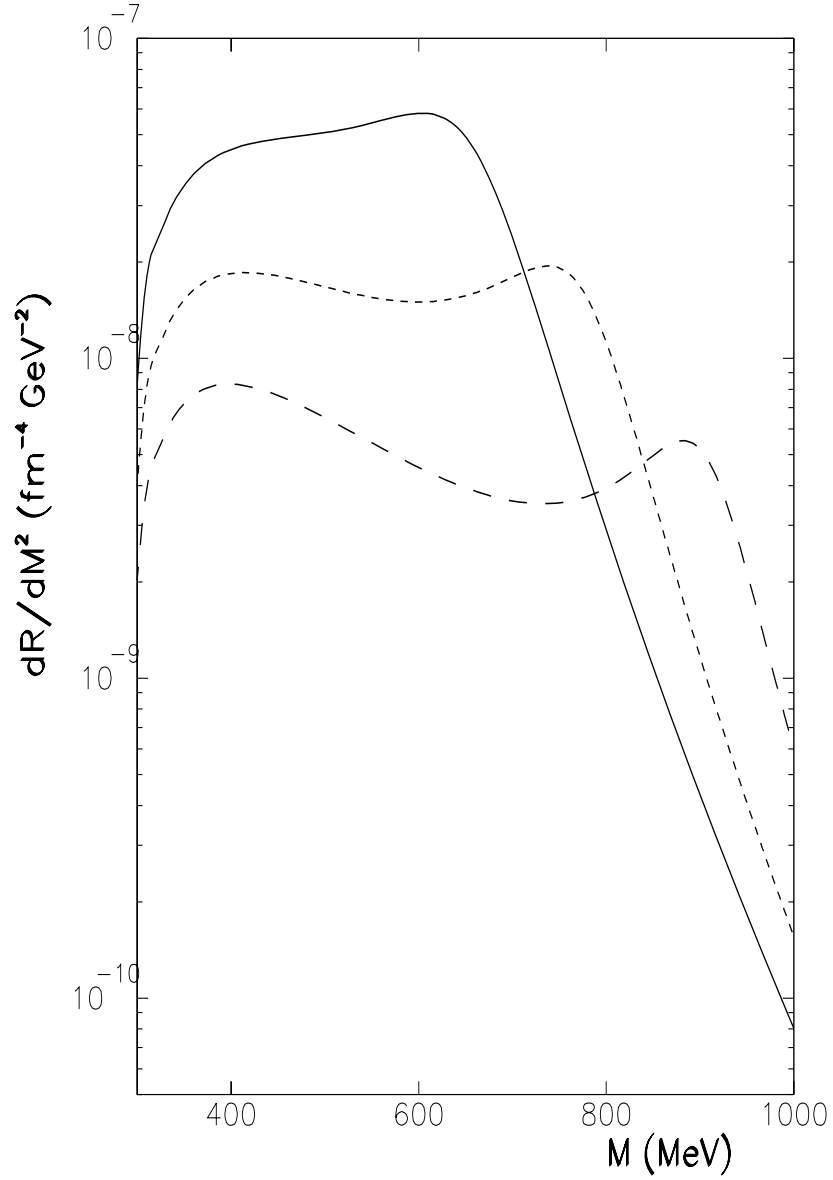


Figure 5.4: Taux de production de dileptons (voir équation (5.29)) dans le canal isovecteur ($\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$) à $\rho_B = 2\rho_0$ et $T = 100$ MeV obtenus avec les modèles G1 (courbe en trait plein) et G2 (courbe en tiretés longs). La courbe en tiretés courts est le résultat obtenu dans l'espace libre.

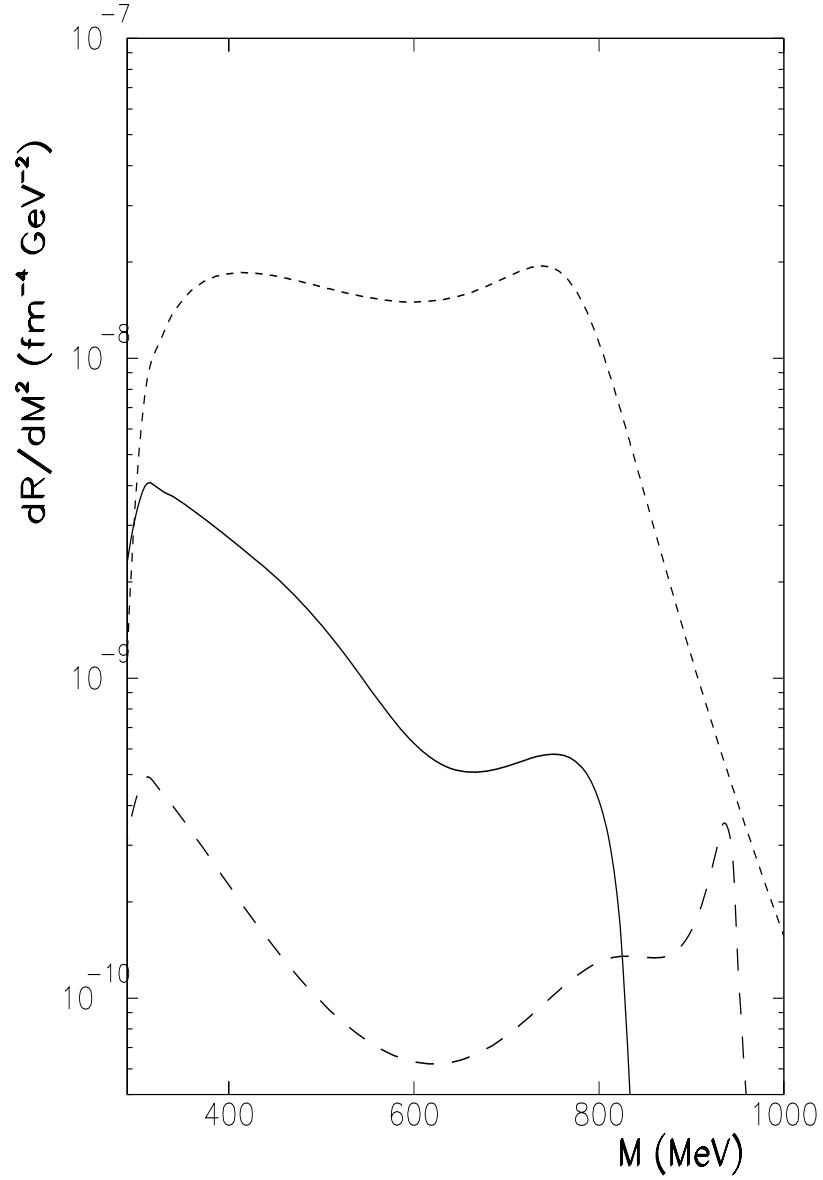


Figure 5.5: Taux de production de dileptons $\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\omega \rightarrow e^+e^-$ (voir équation 5.29) à $\rho_B = 2\rho_0$ et $T = 100$ MeV obtenus avec les modèles G1 (courbe en trait plein) et G2 (courbe en tiretés longs). A titre de comparaison, la courbe en tiretés courts représente le taux de production $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$ obtenu dans l'espace libre.

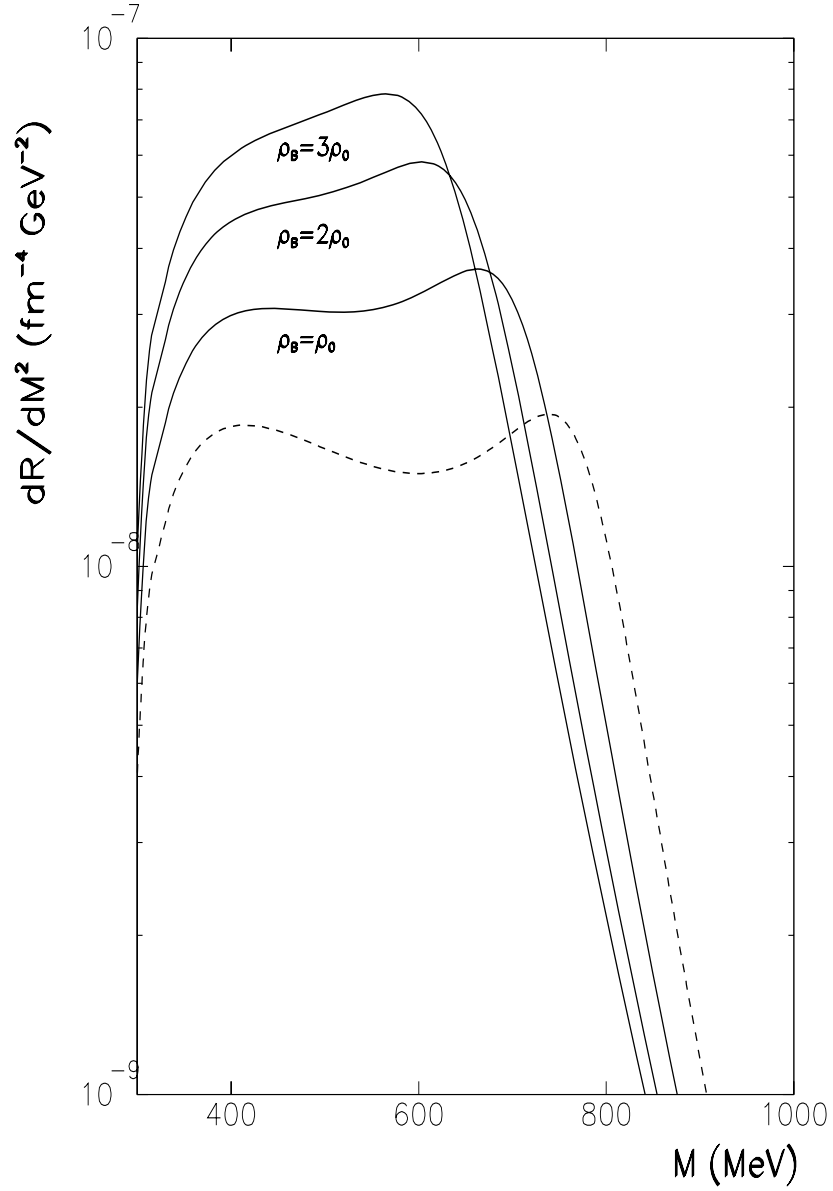


Figure 5.6: Influence de la densité sur le taux de production de paires e^+e^- dans le canal isovecteur pour le modèle G1 à $T = 100$ MeV. Les courbes en traits pleins représentent les résultats obtenus pour les densités baryoniques $\rho_B = \rho_0, 2\rho_0$ et $3\rho_0$, alors que la courbe en tirets courts est le résultat dans l'espace libre.

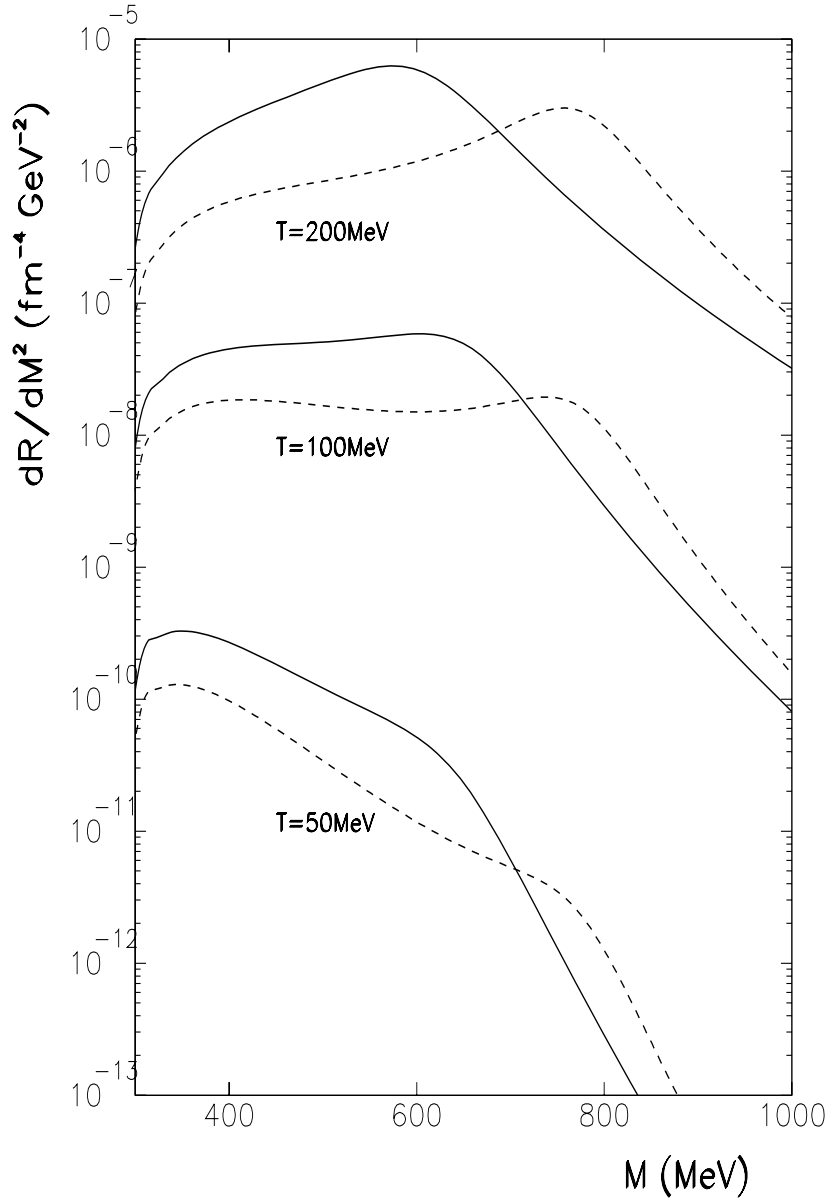


Figure 5.7: Influence de la température sur le taux de production de paires e^+e^- dans le canal isovecteur pour le modèle G1 à $\rho_B = 2\rho_0$. Nous avons considéré trois températures $T = 50 \text{ MeV}$, 100 MeV and 200 MeV (courbes en traits pleins) et pour chaque température, les courbes en tirets courts sont les résultats obtenus dans l'espace libre.

- **Influence de la modification des largeurs des mésons dans le milieu**

La question qui se pose maintenant est de savoir comment nos résultats varient si la modification des largeurs des mésons dans le milieu est prise en compte. Dans ce travail, nous n'avons pas effectué un calcul self-consistant d'une telle modification. Cependant, puisqu'on s'attend à ce que les mésons vecteurs s'élargissent substantiellement dans le milieu, nous avons déterminé les taux de production $\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\omega \rightarrow e^+e^-$ et $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$ avec des largeurs modifiées. Nous avons considéré $\Gamma_\rho = 300$ MeV ce qui est en accord avec la valeur estimée dans la référence [56]. De plus, nous avons choisi $\Gamma_\omega = 50$ MeV puisque cette valeur a été obtenue à densité baryonique $\rho_B = 2\rho_0$ et température $T = 100$ MeV dans un calcul [48] prenant en compte explicitement la modification de la largeur du méson ω dans le milieu. En outre, la valeur de Γ_σ devrait également être modifiée dans la matière nucléaire à cause de la forte influence du milieu sur les corrélations $\pi\pi$ dans le canal scalaire-isoscalaire [57]. En particulier, il a été trouvé [58] une diminution de la largeur du méson σ d'un facteur 2 aux densités baryoniques proches de deux fois la densité de saturation. Par conséquent, comme exemple, nous avons utilisé $\Gamma_\sigma = 150$ MeV. Ainsi, sur la figure 5.8, nous montrons les taux de production de paires e^+e^- calculés avec ces nouvelles largeurs à densité baryonique $\rho_B = 2\rho_0$ et température $T = 100$ MeV en utilisant le modèle G1. Les courbes en tiretés longs et en traits pleins représentent les résultats obtenus respectivement dans le canal isoscalaire et dans le canal isovecteur, tandis que la courbe en tiretés courts est le résultat dans le canal isovecteur (calculé avec la largeur du méson ρ libre). Premièrement, nous pouvons vérifier que les taux de production de paires e^+e^- obtenus dans le canal isoscalaire ne sont pas assez importants pour permettre une augmentation des dileptons produits dans la région des faibles masses invariantes. Deuxièmement, même si la largeur du méson ρ est fortement modifiée dans le milieu, une augmentation significative du taux de production de paires e^+e^- est tout de même obtenue pour des masses invariantes inférieures à 600 MeV. Ainsi, nos résultats précédents restent valables quelles que soient les largeurs des mésons σ , ω et ρ considérées.

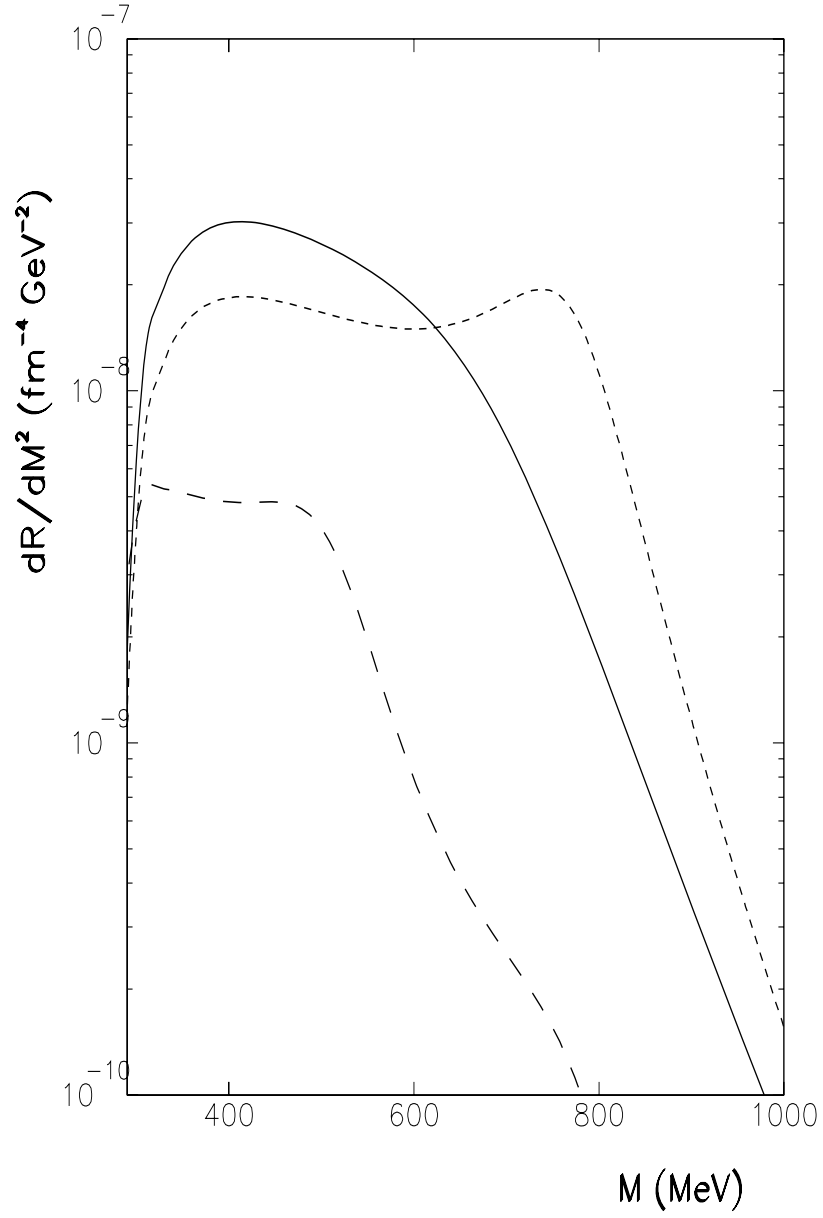


Figure 5.8: Taux de production de paires e^+e^- à $\rho_B = 2\rho_0$ et $T = 100$ MeV obtenus avec le modèle G1 et calculés avec les largeurs des mésons modifiées dans le milieu (voir texte).

Conclusion

Dans la première partie de ce travail, nous avons déterminé l'équation d'état (densité d'énergie \mathcal{E} et pression p) de la matière nucléaire symétrique dans des modèles relativistes non linéaires. Plusieurs régions ont été considérées :

- Région des faibles densités et basses températures

Nos résultats indiquent une transition de phase liquide-gaz pour tous les modèles non linéaires considérés. La température critique obtenue pour chaque modèle est d'autant plus élevée que la matière nucléaire est dure.

- Région des hautes densités.

Nous avons obtenu les limites $p \rightarrow \mathcal{E}$ pour les modèles NL1, NL-SH, NL3 et $p \rightarrow \mathcal{E}/3$ pour les modèles TM1, TM2, G1, et G2 suivant que le terme dominant de la densité d'énergie et de la pression vient des mésons ou des baryons. Cependant, pour le modèle G2, la self-consistance n'est plus assurée pour des densités supérieures à 13 fois la densité de saturation. On peut noter que seules ces deux limites peuvent être obtenues dans les modèles relativistes non linéaires et qu'elles sont atteintes pour des densités environ égales à cinq fois la densité de saturation. Comme application de ce comportement à haute densité nous avons calculé les masses maximales des étoiles à neutrons en utilisant l'équation d'état de la matière nucléaire asymétrique donnée par les modèles relativistes non linéaires. Nous avons obtenu deux classes de résultats liés aux comportements très différents des modèles à haute densité. Les modèles NL1, NL-SH et NL3, dont l'équation d'état est caractérisée par une limite haute densité $p = \mathcal{E}$ donnent des masses maximales d'environ $2.8 M_{\odot}$ alors que les modèles G1, G2 et TM1, dont l'équation d'état est caractérisée par une limite haute densité $p = \mathcal{E}/3$, prédisent des masses maximales nettement plus faibles aux alentours de $2.1 M_{\odot}$. Cette dernière valeur semble être favorisée par les observations, malgré le manque de précision dans la détermination expérimentale de la masse des étoiles à neutrons.

- Région des hautes températures ($T \simeq 200$ MeV).

Nous avons tout d'abord montré que pour $T = 200$ MeV, les valeurs prises à basse densité par la densité d'énergie et la pression dépendent fortement du modèle considéré, en liaison avec la dépendance en température de la masse effective

du nucléon. En effet, dans les modèles NL1, NL3 et G1, la masse effective du nucléon peut prendre trois valeurs (à densité et température fixées), alors que ce n'est pas le cas des autres modèles. D'autre part, nous avons également comparé les propriétés thermodynamiques à densité baryonique nulle obtenues avec les deux modèles non linéaires les plus élaborés G1 et G2. Bien que ces deux modèles donnent pratiquement la même description des propriétés fondamentales des noyaux, des comportements très différents de la densité d'entropie et de la chaleur spécifique avec la température ont été obtenus. En effet, à haute température, le modèle G1 donne une transition de phase à densité baryonique nulle alors que dans le modèle G2 cette transition est absente.

Dans la deuxième partie de ce travail, nous avons déterminé les taux de production de paires e^+e^- par annihilation de pions dans la matière nucléaire dense et chaude en utilisant les modèles relativistes non linéaires G1 et G2. Pour cela, les opérateurs de polarisation et les propagateurs des mésons dans le milieu ont été déterminés dans ces modèles. Premièrement, nous avons montré que si nous voulons des résultats significatifs, il est nécessaire d'aller au delà des diagrammes d'ordre le plus bas prenant en compte les opérateurs de polarisation uniquement au premier ordre. Deuxièmement, nous avons trouvé des sections efficaces et taux de production très différents suivant le modèle considéré. Deux processus d'annihilation de pions en paires e^+e^- ont été étudiés:

- Canal isovecteur ($\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$)

L'utilisation du modèle G1 permet un décalage de la position du maximum de la section efficace vers les faibles masses invariantes et ainsi, donne une augmentation du taux de production de paires e^+e^- dans cette région et une diminution au voisinage de la masse du méson ρ . Par contre, lorsque le modèle G2 est utilisé, le maximum de la section efficace est décalé vers des masses invariantes plus élevées, ce qui provoque une diminution du taux de production. On peut noter que pour les deux modèles, l'effet principal vient de la densité baryonique, la température ayant seulement une influence minime.

- Canal isoscalaire ($\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\omega \rightarrow e^+e^-$)

Les modèles G1 et G2 donnent des résultats dans le canal isoscalaire qui sont un ordre de grandeur plus faible que ceux obtenus dans le canal isovecteur. Ainsi, le taux de production de paires e^+e^- n'est pas assez important pour permettre une augmentation significative dans la région des faibles masses invariantes.

Notons que les résultats précédents restent valables même si les largeurs des mésons sont fortement modifiées dans le milieu.

Le spectre de dileptons obtenu dans des calculs basés sur la fonction spectrale du méson ρ dans l'espace libre sous-estime les données des collisions d'ions lourds

aux énergies CERN/SPS dans la région des faibles masses invariantes et les surestime au voisinage de la masse du méson ρ . Ainsi, nos résultats indiquent que la modification du propagateur du méson ρ dans le milieu calculée avec le modèle G2 produit une dépendance en masse invariante du spectre de dileptons qui n'est pas en accord avec les données sur les collisions d'ions lourds aux énergies du CERN/SPS. Ce résultat suggère que ce modèle ne permet pas d'obtenir une description réaliste de la modification des propriétés des mésons dans le milieu. Par contre, le modèle G1 fournit une dépendance en masse invariante du taux de production de paires e^+e^- en accord avec les données en collisions d'ions lourds aux énergies du CERN/SPS. Ce résultat est aussi en accord avec l'hypothèse d'une diminution de la masse effective du méson ρ pour expliquer les données. Ainsi, le modèle G1 semble suffisamment réaliste pour décrire la matière nucléaire dense et chaude produite dans les collisions d'ions lourds relativistes. Des données plus précises seront fournies par HADES qui donnera certainement de nouvelles informations sur la modification des propriétés des mésons vecteurs dans la matière.

Bibliographie

- [1] J. Pochodzalla, et al., Phys. Rev. Lett. **75** 1040 (1995).
- [2] J.Hauger, et al., Phys. Rev. Lett. **77** 235 (1996).
- [3] H. Jaqaman, A.Z. Mekjian, L.Zamick, Phys. Rev. **C 27** 2782 (1983).
- [4] H.Q. Song, G.D. Zheng, R.K. Su, J. Phys. **G 16** 1861 (1990).
- [5] B.D. Serot and J. D. Walecka, Advances in Nuclear Physics **16**, 1 (1986).
- [6] H. Müller, B.D. Serot, Phys. Rev. **C 52** 2072 (1995).
- [7] R.K. Su, T. Long, Y.J. Zhang, Phys. Rev. **C 51** 1265 (1995).
- [8] P. Wurm for the CERES Collaboration, Nucl. Phys. **A 590**, 103c (1995).
- [9] M. Maserà for the HELIOS Collaboration, Nucl. Phys. **A 590**, 93c (1995).
- [10] J. Boguta and A.R. Bodmer, NP **A 292** 413 (1977)
- [11] S.S. Avancini et al, Phys. Rev. **C 67** 024301 (2003)
- [12] P.G. Reinhard, M. Rufa, J. Maruhn, W. Greiner and J. Friedrich, Z. Phys. **A 323** 13 (1986).
- [13] G.A. Lalazissis, J. König and P. Ring, Phys. Rev. **C55** 540 (1997).
- [14] Y. Sugahara, H. Toki, Nucl. Phys. **A 579** 557 (1994).
- [15] R. J. Furnstahl, B.D. Serot, H.B. Tang, Nucl. Phys. **A 615** 441 (1997).
- [16] J. Zimanyi and S.A. Moszkowski, Phys. Rev. **C 42** 1416 (1990)
- [17] K. Saito and A.W. Thomas, Nucl. Phys. **A 574** 659 (1994)
- [18] J. Pochodzalla, et al., Phys. Rev. Lett. **75** 1040 (1995).
- [19] P.G. Reinhard, M. Rufa, J. Maruhn, W. Greiner, J. Friedrich, Z. Phys. **A 323** 13 (1986).
- [20] M.M. Sharma, M.A. Nagarajan, P. Ring, Phys. Lett. **B 312** 377 (1993).
- [21] R. Brockmann, R. Machleidt, Phys. Rev. **C 42** 1965 (1990).
- [22] J. Pastor, J.C. Caillon, J. Labarsouque, Nucl. Phys. **A 735** 125-137 (2004).
- [23] T. Sil, B.K. Agrawal, J.N. De, S.K. Samaddar, Phys. Rev. **C 63** 054604 (2001).
- [24] P.Wang, R.K. Su, H.Q. Song, L.L. Zhang, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **26** 11 (2000).

- [25] P.Wang, Phys. Rev. **C 61** 054904 (2000).
- [26] J. Theis, H. Stöcker, J. Polonyi, Phys. Rev. **D 28** 2286 (1983).
- [27] Z.X. Qian, H.Q. Song, R.K. Su, Phys. Rev. **C 48** 154 (1993).
- [28] M. Malheiro, A. Delfino, C.T. Coelho, Phys. Rev. **C 58** 426 (1998).
- [29] H.Q. Song, R.K. Su, J. Phys. G : Nucl. Part Phys. **22** 1025 (1996).
- [30] S. Chandrasekhar, Astrophys. J., **74**, 81 - 2 (1931).
- [31] D'après Thorsett et al. (1993) et Bonazzola et al. (1996).
- [32] J. Diaz Alonso et A. Pérez Canyellas, Nucl. Phys. **A 526** 623 (1991).
- [33] J. F. Mathiot, Nucl. Phys. **A 601** 380 (1996).
- [34] S. A. Chin, Ann. Phys. **108** 301 (1977).
- [35] H. C. Jean, J. Piekarewicz et A. G. Williams, Phys. Rev. **C49** 1981 (1994).
- [36] H. Shiomi et T. Hatsuda, Phys. Lett. **B334** 281 (1994).
- [37] J. C. Caillon et J. Labarsouque, Phys. Rev. **C 62** 035201 (2000).
- [38] G. E. Brown and M. Rho, Phys. Rev. Lett. **66** 2720 (1991).
- [39] T. Hatsuda and S. H. Lee, Phys. Rev. **C 46** R34 (1992).
- [40] M. Asakawa and C. M. Ko, Phys. Rev. **C 48** R526 (1993).
- [41] Y. Koike, Phys. Rev. **C 51** 1488 (1995).
- [42] V. Bernard and Ulf-G. Meissner, Nucl. Phys. **A 489** 647 (1988).
- [43] K. Saito and A. W. Thomas, Nucl. Phys. **A 574** 659 (1994).
- [44] K. Saito and A. W. Thomas, Phys. Lett. **B 327** 9 (1994).
- [45] K. Saito and A. W. Thomas, Phys. Rev. **C 51** 2757 (1995).
- [46] K. Saito, K. Tsushima and A. W. Thomas, Phys. Rev. **C 55** 2637 (1997).
- [47] J. Pastor, J.C. Caillon, J. Labarsouque (soumis pour publication à Nucl. Phys. **A**).
- [48] G. Wolf, B. Friman, M. Soyeur, Nucl. Phys. **A 640** 129 (1998).
- [49] O. Teodorescu, A.K. Dutt-Mazumder, C. Gale, Phys. Rev. **C 63** 034903 (2001).
- [50] L.S. Celenza, A. Pantziris et C.M. Shakin, Phys. Rev. **C45** 205 (1992).
- [51] G.C. Li, C.M. Ko, G.E. Brown, Nucl. Phys. **A 606** 568 (1996).
- [52] R. Rapp, G. Chanfray, J. Wambach, Nucl. Phys. **A 617** 472 (1997).
- [53] M. Urban, M. Buballa, R. Rapp, J. Wambach, Nucl. Phys. **A 641** 433 (1998).
- [54] C. Gale and J. Kapusta, Phys. Rev. **C 35** 2107 (1987).
- [55] K. Saito, K. Tsushima and A. W. Thomas, A.G. Williams, Phys. Lett. **B 433** 243 (1998).

- [56] C. Fuchs and A. Faessler, Progress in Particule and Nuclear Physics, in press.
- [57] P. Shuck, W. Nörenberg, G. Chanfray, Z. Phys. **A 330** 119 (1988).
- [58] M.J. Vicente Vacas, E. Oset, L. Roca, Nucl. Phys. **A 721** 301c (2003).

Résumé

Nous avons déterminé l'équation d'état de la matière nucléaire dans des modèles relativistes non linéaires. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la région haute densité haute température dans laquelle les fonctions thermodynamiques ont des comportements très différents selon les modèles considérés. Le comportement à haute densité est, par exemple, un ingrédient fondamental pour la détermination de la masse maximale des étoiles à neutrons. Comme application, nous avons étudié les processus d'annihilation de deux pions en paires e^+e^- dans la matière dense et chaude. Pour cela, nous avons déterminé la façon dont les termes non linéaires modifient les propagateurs des mésons intervenant dans ces processus. Nos résultats ont été comparés à ceux obtenus avec les propagateurs des mésons dans l'espace libre. Pour certains modèles, une augmentation du taux de production de paires e^+e^- a été obtenue dans la région des faibles masses invariantes. Une telle augmentation est en accord avec la dépendance en masse invariante des données en collisions d'ions lourds aux énergies CERN/SPS.

Mots-clés : *Matière nucléaire ; Modèles hadroniques relativistes ; Equation d'état ; Masse des étoiles à neutrons ; Taux de production de dileptons*

Abstract

We have determined the equation of state of nuclear matter according to relativistic non-linear models. In particular, we are interested in regions of high density and/or high temperature, in which the thermodynamic functions have very different behaviours depending on which model one uses. The high-density behaviour is, for example, a fundamental ingredient for the determination of the maximum mass of neutron stars. As an application, we have studied the process of two-pion annihilation into e^+e^- pairs in dense and hot matter. Accordingly, we have determined the way in which the non-linear terms modify the meson propagators occurring in this process. Our results have been compared with those obtained for the meson propagators in free space. We have found models that give an enhancement of the dilepton production rate in the low invariant mass region. Such an enhancement is in good agreement with the invariant mass dependence of the data obtained in heavy ions collisions at CERN/SPS energies.

Keywords : *Nuclear Matter; Relativistic hadronic models; Equation of state; Neutron stars mass; Dilepton production rate*