

A ma mère, à mon père et à toute ma famille,

A mon épouse et à mon bébé Khalil

Je dédie ce travail.

Ce travail se présente dans le cadre d'une cotutelle de thèse entre l'*Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir* du côté Tunisien et l'*Université Bordeaux 1* du côté Français, sous la direction conjointe du professeur *Ahmed BELLAGI* et du professeur *Jean Rodolphe PUIGGALI*.

L'ensemble des travaux expérimentaux et théoriques menés dans le cadre de cette thèse a été réalisé entre deux laboratoires : le *Laboratoire d'Energétique et des Procédés Thermiques* du Centre Recherches et Technologies de l'Energie de Borj Cédria avec M. Féthi ZAGROUBA et le laboratoire *Transferts Ecoulements Fluides Energétique* de l'Université Bordeaux 1 avec M. Wahbi JOMAA.

Je tiens à remercier les différentes personnes qui ont rendu possible l'aboutissement de ce travail :

- M. Ahmed BELLAGI et M. Jean Rodolphe PUIGGALI, mes directeurs de thèse, pour l'honneur que j'ai eu de travailler avec eux ainsi que pour leur confiance en moi,
- M. Michel COMBARNOUS, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury, ainsi que pour son soutien pendant mon travail, pour ses conseils et ses remarques sur le contenu et la forme du manuscrit,
- M. Mourad BENZINA et M. Roman PECZALSKI pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce travail. Merci pour vos suggestions qui m'ont permis d'améliorer le document définitif !
- M. Wahbi JOMAA, qui a encadré la thèse avec rigueur et passion, pour ses idées et ses qualités scientifiques et humaines. Merci Wahbi pour ton effort et ton aide !
- M. Féthi ZAGROUBA, pour son encadrement du côté tunisien, pour son aide continue pendant sept ans, depuis mon Projet de Fin d'Etude d'Ingénieur, en passant par l'encadrement d'un Mastère. Il était le premier à me faire découvrir "le monde du Séchage".

Je ne peux pas oublier tous les membres du CRTEn et en particulier du laboratoire LEPT :

- M. Sassi BEN NASRALLAH directeur général du CRTEn et M. Chakib KERKENI directeur du laboratoire LEPT pour m'avoir soutenu matériellement et moralement tout au long de la période que j'ai passée au Centre.
- MM. Abdel Hamid FARHAT, Sami KOOLI, Amen Allah GUIZANI, Slah BEN MABROUK, Mokhtar FARID, Halim HAMMI, Hamza ELFIL,...

Je remercie tous les "thésards" et les membres du TREFLE pour la période que j'ai passée parmi eux à Bordeaux. Merci donc à Muriel, Sylviane, Marian, Sadoth, David, Mario, Gustavo, Mohamed, AbdelKader,...

Je veux remercier en particulier :

- Mon épouse Houda pour m'avoir soutenu dès le début de ce travail, pendant quelques moments difficiles, et pour m'avoir aidé à la préparation de l'exposé de la soutenance, pour tout l'intérêt qu'elle a porté à mon travail,
- M. Daoued MIHOUBI, pour son amitié, son aide, ses conseils, tout au long des années que j'ai passées avec lui au sein de la même équipe de recherche. Je ne trouve pas les vrais mots pour le remercier,
- Mlle Besma KHIARI, pour sa gentillesse, pour son amitié et pour ses conseils pendant la période qu'elle a passée dans notre équipe de recherche.

Enfin, je ne peux oublier mes amis d'enfance : Djo, Badri, Ridha Ettbib, et Abderrahim. Mes cousins : Mohamed et Maher. Ainsi que mes amis d'étude et de travail : Abdelwaheb, El Aiech, Féthi, Khalifa, Kamel, Habib, Walid, Mohamed, Zouhair, Naceur, Mejdi,...

Nomenclature

Principaux Symboles

a_w	activité de l'eau
A	surface [m^2]
C_v	fraction massique de vapeur dans la phase gazeuse
C_p	chaleur massique [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]
D	coefficient de diffusion [$m^2.s^{-1}$]
E_a	énergie d'activation [$J.mol^{-1}$]
E	module d'Young [Pa]
e	épaisseur de l'échantillon [m]
F_m	densité surfacique de flux-masse [$kg.m^{-2}.s^{-1}$]
G	module de cisaillement [Pa]
\mathbf{g}	vecteur gravité [$m.s^{-2}$]
h	enthalpie massique [$J.m^{-3}$]
h_b	chaleur différentielle de sorption [$J.kg^{-1}$]
h_m	coefficient d'échange massique [$m.s^{-1}$]
HR	humidité relative de l'air ambiant [%]
h_T	coefficient d'échange thermique [$W.m^{-2}.K^{-1}$]
h_v	chaleur latente d'évaporation [$J.kg^{-1}$]
I	tenseur unité
J	flux de matière [$kg.s^{-1}$]
K	perméabilité intrinsèque [m^2]
k_r	perméabilité relative
L	longueur de l'échantillon [m]
l	largeur de l'échantillon [m]
M	masse molaire [$kg.mol^{-1}$]
M	taux volumique de changement de phase
n	vecteur normal
P	pression [Pa]
P_c	pression capillaire [Pa]
Q	Densité surfacique de flux de chaleur échangé avec l'extérieur [$W.m^{-2}$]
R	constante des gaz parfaits [$J.K^{-1}.mol^{-1}$]
R_v	retrait volumique
T	température [K ou °C]
t	temps [s]
S	saturation
u	déplacement [m]
V	volume [m^3]
v	vitesse [$m.s^{-1}$]
w	vitesse de déplacement de l'interface [$m.s^{-1}$]
X	teneur en eau à base sèche
X_m, C et K	coefficient du modèle de GAB
x, y, z	variables d'espace [m]

Lettres grecques

β	coefficient de retrait hydrique
ε	déformation
ε_i	fraction volumique de la phase i
ϕ	porosité
λ	conductivité thermique [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]
λ, μ	coefficients de Lamé [Pa]
μ	viscosité dynamique [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$]
ρ	masse volumique [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
ν	coefficient de Poisson
σ	tenseur de contraintes [Pa]
τ	tenseur de contraintes visqueuses [Pa]
ξ	coordonnées de Lagrange [m]

Indices inférieurs

a	air sec
b	eau liée
e	eau
éq	équilibre
f	fluide
g	gaz
l	liquide
s	solide
v	vapeur
vap	vaporisation
vsat	vapeur saturante

Indices supérieurs

0	initiale
e	élastique
eff	effectif
∞	ambient

Opérateurs mathématiques

$-$	moyenne
$^{-1}$	moyenne intrinsèque à la phase liquide
$^{-g}$	moyenne intrinsèque à la phase gazeuse
∇	opérateur gradient
$\nabla\cdot$	opérateur divergence
$=$	tenseur du second ordre

Sommaire

Introduction Générale.....	1
Chapitre I : Théorie et Contexte Scientifique.....	5
1. Le séchage.....	5
1.1. Etats de l'Eau dans les Milieux Poreux.....	6
1.2. Transport de l'Eau lors du Séchage.....	7
1.3. Cinétiques du Séchage.....	8
2. Retrait, déformations et contraintes.....	10
2.1. Retrait Volumique lors du Séchage.....	10
2.2. Evolution des Contraintes lors du Séchage.....	10
2.3. Modèles de Comportement et Notion de Contrainte Effective.....	12
3. Analyse bibliographique des modèles de séchage.....	13
3.1. Modèles Capillaro-Poreux (Milieux non Déformables).....	14
3.2. Modèles Diffusifs avec Retrait.....	17
3.3. Modèles Récents du Séchage des Milieux Saturés.....	22
4. Matériau modèle : Les argiles.....	24
4.1. Fixation de l'Eau sur les Argiles.....	24
4.2. Séchage et Retrait des Argiles.....	25
5. Conclusions : approche de cette étude et démarche.....	25
Chapitre II : Caractérisation et Séchage des Argiles.....	27
1. Caractérisation du matériau.....	27
1.1. Isothermes de Désorption.....	27
1.2. Masse Volumique.....	32
1.3. Retrait Volumique.....	36
1.4. Module d'Young.....	39
2. Cinétiques de séchage.....	40
2.1. Résultats des Cinétiques de Séchage.....	41
2.2. Analyse Globale des Cinétiques.....	42
3. Autres Propriétés du matériau.....	43
3.1. Perméabilité.....	43
3.2. Pression Capillaire.....	44
3.3. Conductivité Thermique.....	44
3.4. Chaleur Massique.....	44
Conclusion.....	44
Chapitre III : Modélisation.....	45
Introduction.....	45
1. Modélisation des transferts en milieux poreux à l'échelle du processus.....	46
1.1. Volume Elémentaire Représentatif et Moyennes.....	46
1.2. Equilibre Thermodynamique Local.....	47
1.3. Equations de Conservation de la Masse.....	47

1.4. Equation de Conservation de l'Energie.....	48
1.5. Equation de Conservation de la Quantité de Mouvement.....	48
2. Modélisation des transferts en milieux saturés.....	49
2.1. Conservation de la masse et de l'énergie.....	50
2.2. Reformulation des Equations de conservation.....	52
2.3. Conditions Initiales et aux Limites.....	52
2.4. Conservation de la Quantité de Mouvement et Comportement Mécanique.....	53
2.5. Récapitulatif des Equations de Transfert en Milieux Saturés.....	55
3. Modélisation des transferts en milieux non saturés.....	56
3.1. Système d'Equations Moyennées.....	56
3.2. Problème Physique.....	58
3.3. Récapitulatif des Equations de Transfert en Milieux non Saturés.....	60
Conclusion.....	61
Chapitre IV : Simulation et Etude de Sensibilité.....	63
Introduction.....	63
1. Simulation du problème en milieu saturé.....	64
1.1. Validation.....	64
1.2. Simulations.....	65
1.3. Analyse des Phénomènes Physiques.....	71
1.4. Influence de la Phase Solide sur le Mouvement du Liquide.....	71
1.5. Conclusion.....	72
2. Simulation du problème en milieu non saturé.....	72
2.1. Comparaison entre Simulation et Expérience.....	72
2.2. Pression Liquide.....	73
2.3. Fraction Liquide.....	73
2.4. Température.....	76
2.5. Contraintes Mécaniques.....	76
2.6. Saturation et Porosité.....	79
2.7. Déplacements du Solide.....	80
3. Etude de sensibilité du modèle.....	82
3.1. Variation du Module d'Young.....	82
3.2. Variation du Coefficient de Poisson.....	84
3.3. Variation de la Perméabilité.....	85
3.4. Rapport de Forme.....	87
Conclusion.....	89
Conclusions et Perspectives.....	91
Bibliographie.....	93
Annexe 1 : Etude d'Identification des Argiles comme Matériau Modèle.....	101
Annexe 2 : Coefficient de Diffusion Effectif de l'Eau dans l'Argile.....	105
Annexe 3 : Calcul des Flux de Masse et du Taux de Changement de Phase.....	107
Annexe 4 : Constantes et Expressions Utilisées dans la Simulation.....	109
Annexe 5 : Agrandissement des Figures de la Simulation.....	111

Liste des Figures et des Tables

FIGURES

<i>Figure I.1</i>	Evolution des contraintes au cours du séchage	11
<i>Figure I.2</i>	Milieu diphasique assimilé à un mélange binaire monophasique	17
<i>Figure I.3</i>	Milieu diphasique où chaque phase est mono composante	19
<i>Figure I.4</i>	Homogénéisation par prise de moyenne volumique	20
<i>Figure II.1</i>	Isothermes de désorption et leur lissage par le modèle de GAB de l'argile 1 aux températures 40, 50 et 60°C	29
<i>Figure II.2</i>	Isothermes de désorption et leur lissage par le modèle de GAB de l'argile 2 aux températures 40, 50 et 60°C	29
<i>Figure II.3</i>	Isothermes de désorption et leur lissage par le modèle de GAB de l'argile 3 aux températures 40, 50 et 60°C	30
<i>Figure II.4</i>	Courbe des isostères dans un diagramme ($-\ln a_w, 1/T$)	31
<i>Figure II.5</i>	Enthalpies de désorption des trois argiles	32
<i>Figure II.6</i>	Dispositif expérimental pour déterminer la masse volumique	33
<i>Figure II.7</i>	Variation de la masse volumique de l'argile 1 en fonction de la teneur en eau	34
<i>Figure II.8</i>	Variation de la masse volumique de l'argile 2 en fonction de la teneur en eau	34
<i>Figure II.9</i>	Variation de la masse volumique de l'argile 3 en fonction de la teneur en eau	35
<i>Figure II.10</i>	Courbe de retrait volumique de l'argile 1	37
<i>Figure II.11</i>	Courbe de retrait volumique de l'argile 2	37
<i>Figure II.12</i>	Courbe de retrait volumique de l'argile 3	38
<i>Figure II.13</i>	Banc expérimental de la machine de Compression/Traction	39
<i>Figure II.14</i>	Exemple de courbes Contraintes en fonction des déformations	40
<i>Figure II.15</i>	Modules d'Young pour les trois argiles	40
<i>Figure II.16</i>	Boucle de séchage convectif du laboratoire TREFLE	41
<i>Figure II.17</i>	Courbes de pertes en masse au cours du séchage de l'argile 1	42
<i>Figure II.18</i>	Flux de masse au cours du séchage de l'argile 1	42
<i>Figure III.1</i>	Volume Élémentaire Représentatif et constituants du milieu	46
<i>Figure III.2</i>	Courbe de pression capillaire (Coussy et Dangla, 2002)	59

<i>Figure IV.1</i>	Géométrie initiale et points du milieu utilisés pour obtenir les courbes théoriques des variables du modèle	63
<i>Figure IV.2</i>	Comparaison entre les teneurs en eau moyennes simulées et expérimentales dans les trois conditions de séchage du tableau IV.1	64
<i>Figure IV.3</i>	Comparaison entre les retraits volumiques mesuré et simulé	65
<i>Figure IV.4</i>	Profils de la fraction de volume liquide sur la largeur du milieu (direction x)	66
<i>Figure IV.5</i>	Evolution des teneurs en eau en quatre points du milieu	66
<i>Figure IV.6</i>	Profils de la pression de la phase liquide sur la largeur du milieu (direction x)	67
<i>Figure IV.7</i>	Evolution de la pression de la phase liquide en quatre points du milieu	68
<i>Figure IV.8</i>	Evolution de la température en quatre points du milieu	69
<i>Figure IV.9</i>	Profils des contraintes (σ_{xx}) sur l'épaisseur du milieu (direction y)	69
<i>Figure IV.10</i>	Profils des contraintes (σ_{yy}) sur la largeur du milieu (direction x)	70
<i>Figure IV.11</i>	Profils des contraintes de cisaillement (σ_{xy}) sur la largeur du milieu (direction y)	70
<i>Figure IV.12</i>	Evolution des contraintes principales (σ_{xx}) en quatre points du milieu	71
<i>Figure IV.13</i>	Validation expérimentale de la simulation du séchage du milieu non saturé	73
<i>Figure IV.14</i>	Evolution des pressions de liquide sur la largeur du milieu	74
<i>Figure IV.15</i>	Evolution de la fraction de volume liquide sur la largeur du milieu	74
<i>Figure IV.16</i>	Champs des pressions de la phase liquide et des fractions de volume de liquide en trois instants (1 min, 2 h et 10 h)	75
<i>Figure IV.17</i>	Evolution de la température en quatre points du milieu	76
<i>Figure IV.18</i>	Evolution des contraintes principales (σ_{xx}) sur la largeur du milieu	77
<i>Figure IV.19</i>	Evolution des contraintes de cisaillement (σ_{xy}) sur la largeur du milieu	77
<i>Figure IV.20</i>	Champs des contraintes principales (σ_{xx}) et de cisaillement (σ_{xy}) à trois instants (1 min, 2 h et 10 h)	78
<i>Figure IV.21</i>	Evolution de la saturation sur la largeur du milieu	79
<i>Figure IV.22</i>	Evolution de la fraction de volume de gaz sur la largeur du milieu	79
<i>Figure IV.23</i>	Evolution de la porosité moyenne ainsi que les fractions de volume liquide et gaz moyennes	80
<i>Figure IV.24</i>	Champs des déplacements du solide et leurs vitesses ainsi que la saturation du milieu à trois instants (1 min, 2 h et 10 h)	81
<i>Figure IV.25</i>	Influence de la variation du module d'Young sur la teneur en eau moyenne	82
<i>Figure IV.26</i>	Influence de la variation du module d'Young sur la pression de liquide au point P2	83
<i>Figure IV.27</i>	Influence de la variation du module d'Young sur les contraintes (σ_{xx}) au point P3	83
<i>Figure IV.28</i>	Influence de la variation du coefficient de Poisson sur la teneur en eau moyenne	84
<i>Figure IV.29</i>	Influence de la variation du coefficient de Poisson sur la pression de liquide au point P2	84
<i>Figure IV.30</i>	Influence de la variation du coefficient de Poisson sur les contraintes (σ_{xx}) au point P3	85
<i>Figure IV.31</i>	Influence de la variation de la perméabilité sur la teneur en eau moyenne	85
<i>Figure IV.32</i>	Influence de la variation de la perméabilité sur la pression de liquide au point P2	86

<i>Figure IV.33</i>	Influence de la variation de la perméabilité sur les contraintes (σ_{xx}) au point P3	86
<i>Figure IV.34</i>	Géométries initiales du milieu associées au rapport de forme (L/e)	87
<i>Figure IV.35</i>	Fraction de volume de liquide à 1 heure du séchage	87
<i>Figure IV.36</i>	Influence de la variation de la forme initiale sur les teneurs en eau moyennes	88
<i>Figure IV.37</i>	Influence de la variation de la forme initiale sur les pressions de liquide au point P2	88
<i>Figure IV.38</i>	Influence de la variation de la forme initiale sur les contraintes (σ_{xx}) au point P3	89
<i>Figure A1.1</i>	Résultat de la diffraction aux rayons X de l'argile 1	102
<i>Figure A1.1</i>	Résultat de la diffraction aux rayons X de l'argile 2	103
<i>Figure A1.3</i>	Résultat de la diffraction aux rayons X de l'argile 3	103
<i>Figure A2.1</i>	Coefficient de diffusion effectif de l'eau dans l'argile 1	105
<i>Figure A2.1</i>	Coefficient de diffusion effectif de l'eau dans l'argile 2	106
<i>Figure A2.3</i>	Coefficient de diffusion effectif de l'eau dans l'argile 3	106

TABLES

<i>Table II.1</i>	Résultats du lissage des isothermes de désorption par le modèle de GAB	30
<i>Table II.2</i>	Résultats de la masse volumique des trois argiles	36
<i>Table II.3</i>	Résultats des courbes de retrait des argiles	38
<i>Table II.4</i>	Conditions expérimentales des différentes expériences effectuées	41
<i>Table IV.1</i>	Conditions aérothermiques et initiale pour le code du calcul	64
<i>Table IV.2</i>	Paramètres utilisés dans l'étude de sensibilité	82
<i>Table A1.1</i>	Résultats de l'analyse chimique des trois argiles par 100g de matière	102

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les transferts en milieux poreux interviennent dans de nombreux processus naturels ou industriels, à des échelles fortement variables (champs pétroliers, alimentation hydrique des plantes, matériaux de construction, séchage ou hydratation des produits, etc.).

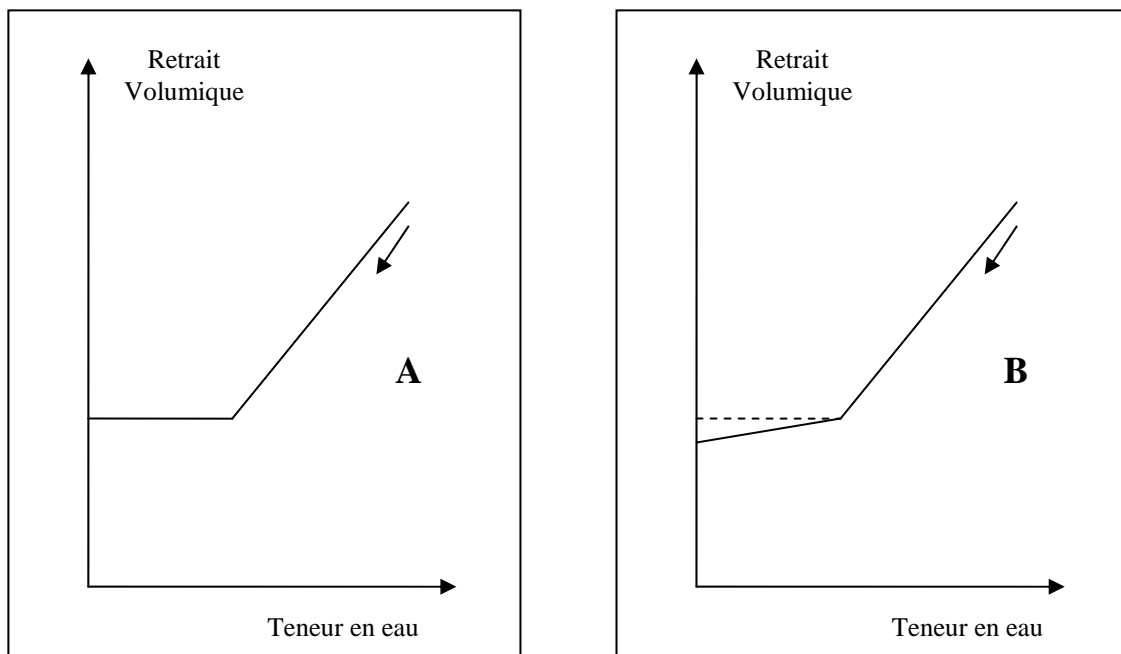
En matière de séchage, bien que le procédé soit utilisé depuis fort longtemps, la connaissance scientifique des processus ne remonte qu'au début du vingtième siècle. L'échelle d'observation ou de description retenue, tant pour l'expérience que pour la simulation numérique, est l'échelle dite "macroscopique", pour laquelle le milieu poreux est assimilable à un milieu fictif, continu et homogène. Les phénomènes physiques mis en jeu au cours du séchage d'un milieu poreux ont souvent été discutés. La description mathématique proposée pour les transferts d'humidité au cours du séchage dépend de l'état local de l'eau présente dans le milieu considéré.

Notre projet global concerne l'optimisation de la conduite de séchage. Cette optimisation tient compte de la nature du produit et a pour but de minimiser les contraintes mécaniques au sein du produit au cours de son séchage. L'approche choisie pour cette optimisation est la modélisation numérique du comportement du produit en terme de transfert de chaleur et de masse d'une part et de comportement mécanique d'autre part au cours du séchage afin de maîtriser la description mathématique du séchage des milieux poreux déformables non saturés. Cette modélisation nécessite une caractérisation du produit afin de déterminer ses diverses propriétés thermiques, hydriques et mécaniques. Le but de la modélisation est d'aider à la définition des meilleures conditions de séchage, compte tenu des contraintes liées au produit et à son utilisation. Elle conduit donc à définir des conditions bien adaptées à l'objectif.

Pour la classe de matériaux auxquels on s'intéresse dans ce travail, et au cours du séchage, le produit subit un retrait volumique dont l'évolution est schématisée dans la figure ci dessous :

- Durant une première partie du séchage, ce retrait peut être considéré comme idéal c'est-à-dire que la variation du volume du matériau correspond au volume d'eau évacué. Durant cette période, le matériau est alors saturé et la description de son séchage est devenue classique (travaux sur le séchage des matériaux fortement déformables : Kechaou, 1989 ; Jomaa, 1991 ; Zagrouba, 1993 ; Mercier, 1996 ; Bogdanis, 2001 et Mihoubi, 2004,...).
- Durant la deuxième partie, le retrait est nul (cas A) ou de pente plus faible que le retrait idéal (cas B). Nous sommes en présence d'un milieu non-saturé (trois phases : solide, liquide et gaz). Dans le cas d'une matrice solide indéformable (cas A), la modélisation du

séchage d'un tel matériau est parfaitement maîtrisée (Ilic et Turner, 1989 ; Turner, 1991 ; Nadeau et Puiggali, 1995 ;...).



Evolution du retrait volumique au cours du séchage pour deux configurations différentes

La problématique se pose au niveau de la transition entre milieu saturé et milieu non saturé où il n'existe pas actuellement de modélisation physique continue entre les deux périodes. La description correcte de cette zone de transition permet à terme de décrire la configuration (B). Pour aller plus loin, les modèles décrivant les transferts dans un milieu saturé sont la plupart du temps du type diffusif et le terme moteur principal de la migration de l'eau du matériau est lié au gradient de teneur en eau ou au gradient de masse volumique apparente de la phase liquide. Pour ce qui est des modèles décrivant le séchage des milieux non saturés, le terme moteur principal de la migration de l'eau dans le matériau est du type Darcy (c'est-à-dire basé sur le gradient de pression). L'objet de ce travail est alors de décrire physiquement cette transition en adoptant les gradients de pression comme termes moteurs de l'écoulement de l'eau dans les cas saturé et non saturé.

Le présent mémoire est structuré en quatre principaux chapitres en plus de l'introduction générale et de la conclusion :

- Le premier chapitre est consacré en premier lieu à la définition des principales caractéristiques d'un milieu poreux déformable et aux mécanismes physiques intervenant lors du séchage d'un tel milieu. En second lieu, on met l'accent sur le contexte scientifique de notre étude et la modélisation du séchage des milieux poreux à travers la littérature. Enfin, on présente le matériau modèle qui sert de support pour ce travail, l'argile.
- Le deuxième chapitre est expérimental : il comporte une caractérisation du matériau modèle. Les isothermes de désorption ainsi que l'évolution de la masse volumique et du

retrait, observées lors de cette opération, sont explicitées. Les cinétiques de séchage par convection sont présentées.

- Le troisième chapitre présente un modèle des transferts de chaleur et de masse qui décrit le séchage des milieux poreux avec un squelette solide déformable dont le comportement mécanique est supposé purement élastique.
- Le quatrième chapitre est dédié à la validation du modèle. Les résultats numériques sont alors comparés à ceux obtenus à partir des expériences de séchage convectif. Ce chapitre est clôturé par une étude de sensibilité en tenant compte surtout des contraintes mécaniques au sein du produit au cours de son séchage.

Une conclusion générale, dans laquelle nous discutons les principaux résultats obtenus, clôt ce mémoire.

Chapitre I

THÉORIE ET CONTEXTE SCIENTIFIQUE

Les produits à base de terre cuite sont, depuis des millénaires, employés dans le bâtiment et leurs utilisations sont de plus en plus nombreuses et variées. La malléabilité de la matière première permet de l'adapter aux formes exigées par la construction. Leurs propriétés mécaniques et leur résistance face aux éléments naturels ont largement contribué à la généralisation de la mise en œuvre.

Pendant les années soixante-dix, l'industrie des produits de terre cuite (tuileries, briqueteries,...), fut confrontée au problème du coût de l'énergie. Aujourd'hui ce problème a été résolu par l'utilisation pour le séchage de la chaleur récupérée sur les fours de cuisson. La principale préoccupation actuelle est l'amélioration de la qualité du produit fini. Dans cette optique, toutes les opérations du processus de fabrication doivent être exécutées avec le plus grand soin et parfaitement maîtrisées. La fabrication de ces produits est basée sur les propriétés de la matière première qui est souvent de l'argile. Le processus se divise en général en trois phases importantes : mise en forme, séchage et cuisson.

Pendant la phase de séchage, l'évacuation de l'eau de façonnage introduit inévitablement une variation des dimensions des pièces céramiques (retrait). Si ce retrait n'est pas homogène dans toute la masse de la pièce, il s'ensuit des déformations et même des fissurations qui, si elles dépassent un certain seuil, rendent les produits impropres à la distribution (Itaya et al., 1995). C'est pourquoi il est nécessaire de mettre en place une modélisation prédictive de ce comportement. Les problèmes de déformation survenant lors d'un transfert de chaleur et de matière ont été abordés dans la littérature et font appel à des domaines scientifiques différents.

1. Le séchage

Le séchage est l'opération qui a pour but l'évacuation d'un solvant contenu dans un produit. Le mode de séchage le plus utilisé dans l'industrie est le séchage par entraînement : la température reste inférieure à celle d'ébullition de l'eau et le gaz d'entraînement est généralement de l'air. C'est l'air qui cède sa chaleur au produit et reçoit l'humidité extraite de celui-ci. Le séchage est alors défini comme étant un double transfert de chaleur et de masse. L'opération de séchage s'applique aux produits qui ont une structure permettant la fixation de l'eau. Ces produits sont souvent de nature capillaro-poreuse. Cette opération est soumise à des consignes très strictes quels que soient les produits à sécher. Pour les matériaux de construction (bois, brique, tuile, béton, céramiques sanitaires,...), le séchage

doit conserver la forme et l'état de surface, éviter les déformations et les fentes. Les propriétés mécaniques ne doivent pas être altérées.

Les transferts de chaleur et de masse, lors du séchage convectif, ont fait l'objet de nombreux travaux aussi bien théoriques qu'expérimentaux. La modélisation de ces transferts devient de plus en plus précise. L'intérêt porté à la modélisation des déformations provoquées par cette opération est récent. Les problèmes de déformations et fissurations se posent de manière plus aigüe pour le séchage des bois (Perré et Passard, 1995 ; Turner et Perré, 1995), de produits de terre cuite (Itaya et al., 1995 ; Itaya et al., 2001), des gels (Mrani, 1993 ; Pourcel, 2003),...

1.1. Etats de l'Eau dans les Milieux Poreux

Pour caractériser un matériau poreux en termes de transferts, il est important de définir un certain nombre de paramètres physiques caractérisant la structure géométrique de la matrice de ce milieu et les interactions entre celle-ci et les phases fluides qu'elle contient. Dans notre cas, ces phases sont au nombre de deux : l'eau liquide dont les interactions avec la matrice solide sont d'origine hydrodynamique ou capillaire (eau libre) et d'origine intermoléculaire ou chimique (eau liée), et une phase gazeuse (air humide) constituée d'un mélange d'air sec et de vapeur d'eau. L'ensemble regroupant l'eau libre, l'eau liée et la vapeur d'eau contenues dans un milieu poreux est communément appelé "eau titrable" et correspond aux molécules d'eau qui peuvent être évacuées du milieu considéré par déshydratation thermique (à l'opposé de l'eau dite de constitution qui ne peut être évacuée que lors d'une opération de calcination).

- **L'eau libre** : Elle remplit la majeure partie des pores de la structure du milieu et est retenue sous forme de liquide par des forces d'origine capillaire,
- **L'eau liée** : Elle est adsorbée physiquement en couche multimoléculaire par des forces du type Van Der Waals ou de nature électrostatique sur, et parfois dans, les parois de la structure. Elle peut aussi être retenue par des forces capillaires fortes ; c'est le cas dans des pores de dimensions caractéristiques d'ordre inférieur ou égal au micromètre environ, pour lesquels les forces internes engendrées par une opération de séchage ne suffisent pas à surpasser les forces capillaires en présence,
- **La vapeur d'eau** : Elle est mélangée avec l'air sec et occupent les espaces libérés par l'eau libre, l'eau liée et la matrice solide.

De façon à quantifier l'eau titrable locale présente dans un milieu poreux, le paramètre retenu est la **teneur en eau** (base sèche), définie par le rapport de la masse d'eau titrable sur la masse du produit sec.

$$X = \text{masse d'eau titrable} / \text{masse de produit sec} \quad (\text{I.1})$$

Pour distinguer les différentes quantités d'eau libre, d'eau liée et de la vapeur d'eau, les trois paramètres suivants sont considérés :

- La **saturation** définie par le rapport entre le volume d'eau libre sur le volume de pore :

$$S = \varepsilon_l / \phi \quad (\text{I.2})$$

où ϕ est la porosité du milieu et ε_l est la fraction volumique d'eau libre. Pour un milieu saturé en eau libre, la valeur de la saturation est l'unité et elle décroît jusqu'à zéro au cours de l'évacuation de cette eau par séchage.

- La **fraction massique de la vapeur** dans la phase gazeuse (air sec+vapeur). Elle est définie en base humide :

$$C_v = \text{masse de vapeur} / \text{masse d'air humide} \quad (\text{I.3})$$

Cette grandeur est définie à la fois dans le milieu poreux et dans son environnement. Il est couramment admis que pour des fortes teneurs en eau du milieu, la valeur de ce paramètre est égale à la concentration de la vapeur saturante C_{sat} qui dépend elle-même fortement de la température.

- La **teneur en eau liée** définie par :

$$X_b = \text{masse de l'eau liée} / \text{masse du produit sec} \quad (\text{I.4})$$

Du point de vue "aptitude de séchage", il peut être intéressant de classer les milieux poreux en terme de niveau d'hygroscopicité (fixation de l'eau liée sur la structure solide du milieu). Nadeau et Puiggali (1995) ont classé les matériaux suivants en trois catégories :

- Les **milieux poreux non hygroscopiques** : les pores sont a priori de dimensions supérieures au micromètre et la matrice solide de ces milieux n'est pas hydrophile. La quantité d'eau liée est négligeable devant la quantité d'eau libre. Ce sont, par exemple, des lits de sable ou de billes de verre.
- Les **milieux poreux hygroscopiques** dont les rayons des pores varient entre un nanomètre et quelques dizaines de micromètres et/ou dont la matrice solide est hydrophile. La quantité d'eau liée est non négligeable devant la quantité d'eau libre, les pores dont le rayon est inférieur au rayon d'action des forces de sorption étant même saturés d'eau liée. Ce sont, par exemple, le bois ou l'argile.
- Les **produits à porosité nanométrique** dont la taille des pores ne permet pas la présence d'eau libre. Dans cette catégorie peuvent se classer de nombreux produits agroalimentaires tels que les gels.

1.2. Transport de l'Eau lors du Séchage

Le but du séchage est d'extraire le liquide du produit à sécher. Pour ce faire, le liquide se déplace tout d'abord de l'intérieur vers la surface du produit. Ensuite, il est arraché de la surface par le fluide séchant. Le déplacement de l'humidité dans le corps poreux se décompose en une migration de liquide et une migration sous forme de vapeur.

1.2.1. Migration du liquide

Dans l'absolu, le déplacement de l'eau libre dans le solide est dû au gradient de pression dans cette phase ainsi qu'à la gravité. Cet écoulement est régi par la loi de Darcy. Dans le cas de matériaux à faible perméabilité, les effets gravitaires peuvent être négligés.

1.2.2. Migration de la vapeur

A partir d'un certain stade de séchage, l'humidité se déplace sous forme vapeur. Le mode de déplacement de la vapeur d'eau varie avec la nature et la concentration en humidité du corps à sécher.

- **Écoulement du gaz (vapeur + air sec)** : tout comme l'eau liquide, la phase gazeuse s'écoule sous l'effet d'un gradient de pression de cette phase (loi de Darcy),
- **Diffusion de la vapeur** : la diffusion de la vapeur dans l'air humide est provoquée par un gradient de concentration en vapeur d'eau ; elle obéit à la loi de Fick. Ce type de diffusion s'observe pour les solides à pores très larges. Dans le cas contraire, cette diffusion devient du type Knudsen. Elle intervient dans un milieu poreux possédant des pores très fins, de diamètre faible devant le libre parcours moyen des molécules de vapeur d'eau.

1.2.3. Loi de transport macroscopique

Beaucoup d'auteurs proposent de décrire la migration de l'eau titrable à l'aide d'une loi de Fick dans laquelle un coefficient de transport macroscopique est introduit. Par analogie avec la diffusion moléculaire le coefficient de transport est appelé coefficient de diffusion. Il intègre toutes les contributions des divers modes de transport de l'humidité.

1.2.4. Evaporation à la surface

L'eau, ayant rejoint la surface par les divers moyens exposés ci-dessus, doit être entraînée par l'écoulement de l'air. Les échanges massiques et thermiques entre la surface du milieu poreux et le gaz d'entraînement, régissent tout le déroulement du séchage ; ils sont à l'origine de la migration de l'eau vers la surface. Leur influence est particulièrement importante dans la phase où les forces capillaires acheminent suffisamment de liquide pour que le front d'évaporation coïncide avec l'interface entre le corps poreux et l'air de séchage. Le passage de la matière de la surface au fluide se fait par diffusion et par convection.

Tous les modes de migration de l'eau dans le corps et à la surface, exposés ci-dessus, interviennent dans le processus de séchage soit simultanément, soit successivement et avec plus au moins d'intensité.

1.3. Cinétiques du Séchage

Le principe général du séchage consiste à fournir de l'énergie à un mélange solide liquide afin d'en extraire le solvant qu'il contient. Les sources d'énergie sont multiples : apport en surface (conduction, convection, rayonnement) ou à cœur (micro-ondes, induction). Cette énergie sert à provoquer des changements de phase du solvant (généralement de l'eau) pour faciliter son extraction sous forme gazeuse. L'opération de séchage ne concerne que l'élimination de l'eau libre et de l'eau liée. Malgré la diversité des matériaux séchés, les cinétiques présentent généralement une allure qui peut être décomposée en quatre périodes :

- **Période de préchauffage** : durant cette période initiale, les flux thermiques et massiques sont initiés. Le flux thermique est lié à l'apport d'énergie de l'air séchant au matériau. Cette énergie sert à évaporer de l'eau en surface. La fin de cette période est atteinte lorsque le flux thermique apporté par convection est égal à la chaleur absorbée par évaporation. Cet équilibre se traduit par la température humide à la surface du matériau qui ne dépend que des propriétés de l'air humide.
- **Période à vitesse constante** : une fois l'équilibre thermique atteint, le transport de l'eau libre dans le matériau est suffisamment rapide pour alimenter la surface, lieu d'évaporation. Durant cette période, le matériau reste saturé en eau dans le cas de milieux fortement déformables. Cela implique une contraction de la structure solide pour combler les vides laissés par l'eau évaporée : c'est le retrait volumique du matériau.
- **Première période de ralentissement** : le début de cette période correspond à l'entrée de la surface du matériau dans le domaine hygroscopique (ou bien une teneur en eau locale nulle pour les matériaux non hygroscopiques). Il se crée alors progressivement un front de séchage correspondant au lieu d'évaporation de l'eau qui sépare le milieu en deux zones. Côté saturé, l'eau libre alimente le front d'évaporation. Côté insaturé, l'eau liée est désorbée et la vapeur est transférée vers l'extérieur du milieu poreux. En ce qui concerne les flux thermiques, la diminution de la vitesse d'évaporation rompt l'équilibre

thermique établi pendant la période à vitesse constante. L'apport d'énergie permet à la fois d'évaporer l'eau et d'augmenter la température du matériau.

- **Deuxième période de ralentissement** : lorsque toute l'eau libre a été évaporée, la vitesse de séchage chute brusquement. L'élimination de l'eau liée nécessite un apport d'énergie supplémentaire (énergie de liaison de l'eau adsorbée). Par conséquent, lorsqu'il ne reste plus que l'eau adsorbée, le flux de matière dépend de la chaleur de désorption qui augmente au fur et à mesure que la teneur en eau approche de sa valeur d'équilibre. Le flux matériel se fait alors uniquement en phase gazeuse et la température du matériau tend vers la température de l'air séchant.

Les différentes phases et leur existence sont conditionnées par l'équilibre hygroscopique c'est-à-dire par les propriétés de l'eau liée. Cependant, une autre interprétation des cinétiques de séchage est basée sur l'existence de films d'eau liquide s'écoulant sur la surface du solide. D'abord décrits qualitativement (Scherer, 1990), l'existence de ces films et leur influence sur les cinétiques de séchage ont été montrées expérimentalement (Laurindo et Prat, 1998 ; Goyeneche, 2001). Ces films participent de façon non négligeable au transport d'eau lors des phases de ralentissement. Ainsi, lors de la période du premier ralentissement, ces films sont continus à la surface du milieu poreux (état funiculaire). La transition entre les deux périodes de ralentissement se fait lorsque la continuité du film est rompue à cause d'une alimentation en eau liquide insuffisante (état pendulaire).

La modélisation phénoménologique d'une cinétique de séchage doit rendre compte au mieux de l'ensemble des mécanismes à l'origine du mouvement des fluides dans le milieu poreux. Pour des tailles de pores micrométriques, l'écoulement des fluides dans un milieu poreux peut être décrit par la loi de Darcy généralisée (Eqs. I.5 et I.6).

$$\bar{v}_l = -\frac{K.k_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla \bar{P}_l^l - \rho_l \mathbf{g}) \quad (I.5)$$

$$\bar{v}_g = -\frac{K.k_{rg}}{\mu_g} \cdot (\nabla \bar{P}_g^g - \rho_g \mathbf{g}) \quad (I.6)$$

Cette loi relie la vitesse relative du fluide avec les potentiels d'écoulement en prenant en compte les propriétés du fluide et celles de la structure poreuse. A l'intérieur des fluides, le déplacement des espèces est décrit par une loi de Fick qui corrèle le flux de l'espèce avec le gradient de concentration via un coefficient de diffusion :

$$\mathbf{J} = -D \cdot \nabla C \quad (I.7)$$

L'existence des films liquides dans le milieu poreux peut avoir deux origines. Si la surface des pores possède des irrégularités, alors la pression capillaire est un potentiel d'écoulement au niveau des rugosités. La pression capillaire P_c dépend des propriétés des interfaces (tension de surface γ , angle de mouillage θ et rayon de courbure de l'interface r) :

$$P_c = -2\gamma \cos \theta / r \quad (I.8)$$

Si la taille des pores est d'ordre nanométrique ou si les interactions solide/liquide sont non négligeables alors les forces de disjonction deviennent prépondérantes. Ces forces sont le résultat d'une compétition entre les forces d'attraction du type Van der Waals et des forces de répulsion liées à l'existence d'une double couche ionique.

De nombreux modèles intègrent ces différents modes de transport (Whitaker, 1977b ; Laurindo et Prat, 1998 ; Kowalski, 2001). Cependant, Puiggali et Quintard (1992) ont montré que sous certaines conditions (prépondérance du flux diffusif de la vapeur sur le flux convectif, effet négligeable de la gravité sur le transport de l'eau liquide), une loi de type Fick peut être appliquée pour décrire les cinétiques de séchage. Ce formalisme nécessite un

coefficient de diffusion apparent qui dépend de la teneur en eau, afin de prendre en compte l'ensemble des phénomènes de transport. Son avantage réside dans la simplicité de mise en œuvre, notamment pour les milieux déformables (Zagrouba et al., 2002 ; Mihoubi et al., 2004 ; Chemkhi et al., 2004). En effet, l'écriture de la loi de Darcy nécessite la connaissance de la structure poreuse décrite par le tenseur de perméabilité et pour un milieu déformable. Il est difficile de connaître l'évolution de sa structure au cours du séchage.

2. Retrait, déformations et contraintes

Comme nous l'avons évoqué précédemment, certains matériaux subissent un fort retrait volumique au cours du séchage. Ce retrait ou cette déformation est la conséquence d'une évolution de la structure solide qui comble les espaces laissés par le liquide évaporé. Cette contraction de la structure solide dépend aussi de ses propriétés mécaniques.

2.1. Retrait Volumique lors du Séchage

Le séchage provoque un retrait volumique qui évolue linéairement avec la quantité d'eau évaporée jusqu'à ce que la structure solide se consolide. Cette consolidation se traduit par un arrêt ou un ralentissement du retrait et par l'apparition à la fois de la texture et de la structure poreuse.

Lorsque la variation du volume est égale au volume d'eau évacuée, le retrait est qualifié d'idéal. Il est alors aisé de corréler la variation de la teneur en eau avec la déformation volumique au travers d'un coefficient de retrait hydrique β . Ce dernier peut être déduit des propriétés intrinsèques du matériau : teneur en eau initiale et masses volumiques intrinsèques du solide et de l'eau.

$$\varepsilon^v = (V - V_0)/V_0 = \beta(X - X_0) \quad (I.9)$$

avec $\beta = \rho_s^*/\rho_e^* + \rho_s^*X_0$

Quant aux déformations liées à la dilatation thermique, elles ne seront pas évoquées car elles sont généralement négligeables devant les déformations hydriques et en particulier dans le cas du séchage à basse température.

Le retrait est un phénomène local à l'échelle du matériau. L'existence de gradients de teneur en eau dans le matériau au cours du séchage induit des gradients de retrait (donc des gradients de déformation). Le matériau possédant une tenue mécanique propre, ces gradients se traduisent par l'apparition de contraintes qui perturbent le retrait en l'écartant de sa valeur maximale. Le retrait est d'autant plus perturbé que la vitesse de séchage est élevée (Jomaa, 1991). En effet, les gradients de teneur en eau augmentent avec la vitesse de séchage, les contraintes générées deviennent plus intenses : le matériau oppose alors plus de résistance à sa contraction. Le cas extrême de résistance à la contraction correspond à l'apparition de fissure afin de relâcher la contrainte et libérer l'énergie mécanique emmagasinée.

2.2. Evolution des Contraintes lors du Séchage

L'évolution qualitative des contraintes au cours du séchage se décompose en trois périodes qu'il ne faut pas assimiler aux phases de séchage (Figure I.1) :

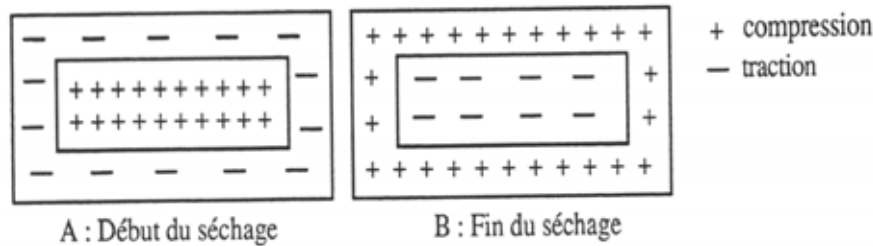


Figure I.1 : Evolution des contraintes au cours du séchage

- ✓ En début de séchage, le teneur en eau en surface est inférieure à celle au cœur du matériau : la surface se contracte alors que le cœur garde sensiblement ses dimensions. Cet état de déformation provoque une mise en traction de la surface compensée par une compression au cœur.
- ✓ La deuxième période débute lorsque le retrait en surface n'évolue plus : les dimensions de la couche de surface sont alors figées alors que le cœur continue de se contracter. Le cœur applique donc un effort de compression sur la surface et cette dernière un effort de traction sur le cœur : c'est l'inversion des contraintes. L'existence et l'intensité de cette inversion dépendent de plusieurs paramètres dont les deux principaux sont la valeur des gradients de teneur en eau et la fonction qui relie le retrait à la teneur en eau locale. Dans certains cas, cette inversion peut se traduire par l'inversion de courbure de l'objet.
- ✓ La troisième période correspond à la fin du séchage où les gradients de teneur en eau sont faibles. Si le comportement du matériau est de nature élastique, la contrainte tend vers zéro et le matériau reprend sa forme initiale mais à une échelle réduite. Dans certaines conditions, les contraintes générées sont suffisamment intenses pour provoquer une déformation plastique irréversible.

La modélisation de l'évolution des contraintes au cours du séchage est un problème complexe. La solution réside dans la mise en commun des concepts de transferts de masse et d'énergie d'une part et de la mécanique des milieux poreux et de la rhéologie d'autre part.

Transferts de masse et d'énergie : Pour les matériaux déformables, les modèles physiques d'écoulement en milieux poreux utilisés en séchage, basés sur les travaux de Whitaker (1977a), sont inapplicables. En effet, le problème de fermeture qui nécessite la formalisation de l'évolution de la perméabilité du milieu au cours du séchage n'a été résolu que pour des milieux modèles périodiques (Whitaker, 1986). En ce qui concerne le bilan d'énergie, les termes de transport pris en compte sont la conductivité thermique du mélange solide/liquide et le transport d'énergie par convection de la phase liquide dans le milieu. L'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local sert à limiter le nombre d'inconnues à la seule température moyenne du mélange.

Mécanique des milieux poreux et rhéologie : La mécanique des milieux poreux a pour but de décrire le comportement macroscopique d'un matériau à partir de ses propriétés. L'approche théorique microscopique est basée sur la mécanique des milieux continus. Formalisée pour les milieux diphasiques saturés (Coussy, 1991), elle repose sur la description de deux milieux continus superposés dans l'espace et qui interagissent localement. Les contraintes et les déformations macroscopiques sont reliées à celles des deux milieux continus par l'hypothèse de Terzaghi (1943) qui suppose que la contrainte mécanique du matériau poreux est égale à la contrainte supportée par la matrice solide délestée de la pression régnant dans le fluide.

Cependant, cette approche théorique s'avère plus délicate en ce qui concerne les milieux non saturés et non structurés. De plus, elle ne peut décrire correctement la transition

diphase/triphase telle qu'elle existe pendant le séchage. C'est pourquoi la modélisation du comportement mécanique du matériau poreux est basée sur des lois macroscopiques classiques. La plus utilisée est la loi élastique linéaire. L'évolution de la structure au cours du séchage est prise en compte au travers des paramètres (module d'Young et coefficient de Poisson) variables en fonction de la teneur en eau et de la température (Mercier et al., 2002). Cependant, peu de matériaux ont une loi de comportement purement élastique. Les efforts ont été concentrés sur des modèles viscoélastiques (Hasatani et Itaya, 1996). Le problème principal dans leur mise en œuvre provient de la lourdeur des calculs numériques. Des tentatives récentes (Bogdanis, 2001) pour réduire la quantité de données stockées offrent une solution partielle pour réduire le temps de calcul.

2.3. Modèles de Comportement et Notion de Contrainte Effective

D'un point de vue de la mécanique, la présence de fluides dans les pores d'un milieu poreux agit sur son comportement mécanique, puisque ces fluides supportent une part des contraintes au sein du matériau : la déformation est affectée par le fluide. Certains auteurs conservent néanmoins une approche mécanique pure, tandis que d'autres utilisent le concept de contrainte effective.

Pour l'étude des phénomènes thermo-hygro-mécaniques intervenant dans un milieu poreux, les variables principales utilisées sont la température (T), la pression (P) et le déplacement (u) ou bien la déformation (ε). L'Hypothèse des Petites Perturbations est souvent adoptée. Sous cette hypothèse, la déformation s'écrit :

$$\varepsilon = (\nabla u + {}^t\nabla u + {}^t\nabla u \cdot \nabla u) / 2 \quad (\text{I.10})$$

Nous faisons de plus l'hypothèse de partition des déformations en :

- ✓ une déformation hydrique,
- ✓ une déformation élastique réversible,
- ✓ une déformation d'origine thermique réversible,
- ✓ une déformation irréversible instantanée quand elle existe : il s'agit parfois de plasticité ou d'endommagement,
- ✓ une déformation différée irréversible (viscoplastique) quand elle existe.

On écrit ainsi :

$$\varepsilon = \varepsilon^r + \varepsilon^e + \varepsilon^T + \varepsilon^i + \varepsilon^{vp} \quad (\text{I.11})$$

En mécanique des milieux continus, la partie élastique ε^e du tenseur des déformations ε est reliée à la contrainte σ par la loi de Hooke :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0 = \underline{\underline{H}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (\text{I.12})$$

$\underline{\underline{H}}$ désignant le tenseur de Hooke et $\underline{\underline{\sigma}}_0$ la contrainte initiale.

Dans les milieux poreux, on remplace souvent la contrainte par la contrainte effective. Cette dernière est une notion introduite par Terzaghi et elle est la base de la poro-mécanique. Dans le cas simple d'un milieu poreux saturé, le principe est le suivant : la déformation du milieu dépend, a priori, de la contrainte mécanique appliquée et de la pression du fluide à l'intérieur des pores. Aussi Terzaghi (1943) a postulé que la déformation est liée à la différence entre contrainte appliquée (σ) et pression de liquide (P_l), ce qu'il a nommé contrainte effective (σ^{eff}) :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\text{eff}} = \underline{\underline{\sigma}} - P_l \underline{\underline{I}} \quad (\text{I.13})$$

En d'autres termes, l'idée de Terzaghi était que la contrainte appliquée se répartissait de manière additive entre la contrainte dans le squelette solide et la pression dans le fluide. En

fait, la relation précédente (I.13) s'est avérée valable dans le cas de sols granulaires saturés. Il avait alors fait l'hypothèse de fluide incompressible. Coussy (1991) a montré que l'hypothèse de Terzaghi reposait également implicitement sur l'incompressibilité du solide. Auparavant, Biot (1941), s'attachant à formuler une théorie tridimensionnelle en poroélasticité à partir de considérations énergétiques, montre la nécessité d'introduire, en plus des coefficients habituels en élasticité deux coefficients supplémentaires pour décrire un milieu poreux isotrope. L'un d'eux, noté b , appelé module de Biot, généralise la notion de contrainte effective par la relation :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{eff} = \underline{\underline{\sigma}} - bP_l \underline{\underline{I}} \quad (I.14)$$

Dès lors, la contrainte effective n'est plus perçue comme celle affectant le solide, mais bien comme celle responsable de la déformation du milieu. Le coefficient de Biot est une caractéristique du matériau, mesurable expérimentalement, à l'instar du coefficient de Poisson.

Pour les sols non saturés, Bishop (1959) a été le premier à montrer expérimentalement que le comportement d'un sol partiellement saturé n'était pas modifié si, quelle que soient les variations du tenseur de contraintes externes (σ), de la pression interstitielle de l'air (P_a), et celle de l'eau (P_l), les grandeurs $(\sigma - P_a)$ et $(P_a - P_l)$ étaient maintenues constantes. La formulation la plus répandue de l'équation des contraintes effectives dans les milieux non saturés est celle de Bishop (Verbrugge et Fleureau, 2002) :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{eff} = (\underline{\underline{\sigma}} - P_a \underline{\underline{I}}) + \chi(P_a - P_l) \underline{\underline{I}} \quad (I.15)$$

χ est le coefficient de Bishop variant de 0 pour les sols secs à 1 pour les sols saturés.

La formulation la plus simple du coefficient de Bishop est la suivante (Modaressi et Fry, 2002) :

$$\chi(S_l) = S_l$$

Coussy et Dangla (2002) confirment le travail de Bishop par une approche de type thermodynamique des processus irréversibles. Des expériences rapportées sur une argile artificielle confirment le bien fondé de l'approche.

Ils démontrent dans le cas d'un réseau solide élastique la relation suivante :

$$\sigma = \underline{\underline{\sigma}}^{eff} - S(\overline{P}_l - P_{atm}) \underline{\underline{I}} - (1 - S)(\overline{P}_g - P_{atm}) \underline{\underline{I}} \quad (I.16)$$

3. Analyse bibliographique des modèles de séchage

Lors des opérations de séparation solide/liquide, trois types de transport peuvent coexister au sein du produit : transport de masse, de quantité de mouvement et de chaleur. Outre la compréhension des phénomènes physiques tirée de la description mathématique, la finalité est la recherche de procédés optimaux, le critère étant la qualité du produit fini appréhendée à deux niveaux : la qualité mécanique incluant la résistance, l'état de surface, la forme et la structure interne.

De nombreux modèles sont donc développés pour décrire les processus de séchage ; ils peuvent être classés en deux grandes catégories correspondant à deux démarches différentes (Nadeau et Puiggali, 1995) :

- **Les modèles de comportement** traduisant une **approche macroscopique** du problème. Les paramètres sont identifiés directement à partir des expériences de séchage et l'utilisation des modèles se trouve nécessairement limitée à la plage des conditions expérimentales explorée.

- **Les modèles de connaissance** découlant d'une **approche phénoménologique** des modes de transport (capillarité, diffusion, diffusion-sorption). Dans ce cas, les expériences de séchage servent à valider le jeu d'équations retenu, et non pas à identifier les paramètres intervenants.

On a choisi de classer les modèles du séchage développés dans la littérature en deux grandes classes :

- les modèles appliqués aux milieux capillaro-poreux non déformables développés à partir de la théorie de Whitaker. Cette théorie consiste à effectuer une prise de moyenne des équations à l'échelle du pore pour se ramener à des équations locales. A titre d'exemples, notons les travaux de Moyne (1987), Turner (1991), Nadeau et Puiggali (1995), Couture (1995), Boukadida et Ben Nasrallah (1995), Turner et Perré (1995), ...
- les modèles diffusifs avec retrait, par exemple les travaux de Perré (1987), Kechaou (1989), Collard (1989), Jomaa (1991), Katelaars (1992), Mrani (1993), Zagrouba (1993), Mercier (1996), Bogdanis (2001), Mihoubi (2004), ...

3.1. Modèles Capillaro-Poreux (Milieux non Déformables)

Whitaker (1977a) a développé une théorie complète du séchage formulé pour les milieux capillaro-poreux à l'aide de la technique de changement d'échelle ou de « macroscopisation » des équations de transport à l'échelle du pore (Marle, 1967 ; Whitaker, 1967 ; Slattey, 1967 ; Gray, 1975). Le principe de cette prise de moyenne est le suivant : les lois classiques de conservation sont écrites pour chaque constituant (solide, liquide et gaz) au niveau microscopique, puis intégrées sur un volume élémentaire représentatif de l'échelle macroscopique.

Dans ce paragraphe, nous allons exposer l'essentiel de la démarche effectuée par Whitaker (1977a) pour aboutir à un système d'équations différentielles régissant les transferts couplés de chaleur, de masse et de quantité de mouvement dans les milieux poreux lors du séchage.

3.1.1. Description microscopique du milieu poreux

La configuration retenue par Whitaker (1977a) est le point de départ orienté vers la description du séchage. Le milieu poreux est non saturé : il comporte donc trois phases (solide supposé inerte et indéformable, liquide constitué de l'eau pure, gaz constitué d'un mélange de vapeur d'eau et d'air sec).

Les équations classiques de conservation de la masse sont formulées pour chaque phase :

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i v_i) = r_i \quad (\text{I.17})$$

La conservation de la quantité de mouvement totale peut s'écrire sous sa forme la plus générale :

$$\rho \frac{dv}{dt} = \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho g \quad (\text{I.18})$$

La conservation de l'énergie s'écrit :

$$\rho \frac{dh}{dt} = -\nabla \cdot q + \frac{dP}{dt} + \nabla v \cdot \tau + \phi \quad (\text{I.19})$$

où ρ_i et v_i représentent la concentration massique et la vitesse du composant i ; r_i la production du constituant i ; $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes totales ; τ le tenseur des contraintes visqueuses ; q le flux de chaleur ; ϕ la source volumique d'énergie.

La masse volumique et la vitesse sont définis par :

$$\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i \quad \text{et} \quad \rho \mathbf{v} = \sum_{i=1}^n \rho_i \mathbf{v}_i \quad (\text{I.20})$$

Ces équations sont écrites pour les trois phases du milieu poreux en les simplifiant à l'aide de plusieurs restrictions :

- la matrice solide est rigide (indéformable) :

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{0} \quad (\text{I.21})$$

- La phase liquide est mono composante et non compressible,
- Il n'y a pas de réactions chimiques dans la phase gaz,
- L'enthalpie est indépendante de la pression et les capacités calorifiques sont constantes :

$$h = C_p T + C_{ste} \quad (\text{I.22})$$

- Les conductivités thermiques sont constantes.

Sur les interfaces solide-gaz et solide-liquide, les conditions aux limites s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_i = \mathbf{0} \\ \mathbf{q}_s \cdot \mathbf{n}_{si} + \mathbf{q}_i \cdot \mathbf{n}_{is} = 0 \\ T_s = T_i \end{cases} \quad (\text{I.23})$$

L'interface gaz-liquide pouvant être mobile, les conditions aux limites sur cette interface prennent la forme :

$$\begin{cases} \rho_v (\mathbf{v}_v - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{gl} + \rho_l (\mathbf{v}_l - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{lg} = 0 \\ \rho_a (\mathbf{v}_a - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{gl} = 0 \\ \mathbf{v}_l \cdot \mathbf{t}_{lg} = \mathbf{v}_g \cdot \mathbf{t}_{lg} \quad \forall \mathbf{t}_{lg} \\ T_g = T_l \\ \rho_l h_l (\mathbf{v}_l - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{lg} + \rho_g h_g (\mathbf{v}_g - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{gl} = - \left(\mathbf{q}_l \cdot \mathbf{n}_{lg} + \left| \mathbf{q}_g + \sum_{i=1}^n \rho_i h_i \mathbf{u}_i \right| \cdot \mathbf{n}_{gl} \right) \end{cases} \quad (\text{I.24})$$

Ces équations expriment la conservation de masse, la continuité des vitesses tangentielles à l'interface et la continuité du flux d'énergie. \mathbf{w} représente la vitesse de l'interface liquide-gaz ; \mathbf{n} est le vecteur normal et \mathbf{t} est le vecteur tangentiel à la surface.

3.1.2. Prise de moyenne

Les équations microscopiques déjà définies sont moyennées sur un volume élémentaire représentatif (\mathbf{v}). La moyenne d'une fonction F est définie par :

$$\bar{F} = \frac{1}{V} \int_V F d\mathbf{v} \quad (\text{I.25})$$

La moyenne intrinsèque de phase est également définie par :

$$\bar{F}^i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} F d\mathbf{v} \quad (\text{I.26})$$

Dans cette dernière définition, V_i est le volume de la phase i inclus dans le VER, les deux types de moyennes étant ainsi liées par :

$$\bar{F} = \varepsilon_i \bar{F}^i \quad \text{avec} \quad \varepsilon_i = V_i / V \quad (\text{I.27})$$

où ε_i est la fraction volumique de la phase i .

Compte tenu de tout ce qui précède, les équations régissant les transferts couplés de chaleur et de masse dans les milieux poreux sont :

Equations de conservation de la matière

$$\frac{\partial \bar{\rho}_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_l \bar{\mathbf{v}}_l) = -\dot{m} \quad (\text{I.28})$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_v \bar{\mathbf{v}}_v) = \dot{m} \quad (\text{I.29})$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_a \bar{\mathbf{v}}_a) = 0 \quad (\text{I.30})$$

La forme conservative relative à la teneur en eau est obtenue par la sommation des équations (I.28 et I.29) de conservation de la masse :

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\frac{1}{\bar{\rho}_s} (\bar{\rho}_l \bar{\mathbf{v}}_l + \bar{\rho}_v \bar{\mathbf{v}}_v) \right] = 0 \quad (\text{I.31})$$

Equations de mouvement

$$\bar{\mathbf{v}}_l = -\frac{Kk_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla \bar{P}_l - \rho_l \cdot \mathbf{g}) \quad (\text{I.32})$$

$$\bar{\mathbf{v}}_g = -\frac{Kk_{rg}}{\mu_g} \cdot (\nabla \bar{P}_g - \bar{\rho}_g \cdot \mathbf{g}) \quad (\text{I.33})$$

Bilan d'énergie

$$\bar{\rho} \bar{Cp} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + (\bar{\rho}_l \bar{Cp}_l \bar{\mathbf{v}}_l + \bar{\rho}_g \bar{Cp}_g \bar{\mathbf{v}}_g) \cdot \nabla \bar{T} + \Delta h_{vap} \dot{m} - \nabla \cdot (\lambda_{eff} \cdot \nabla \bar{T}) = \phi \quad (\text{I.34})$$

avec :

$$\bar{\rho} \bar{Cp} = \varepsilon_s \rho_s Cp_s + \varepsilon_l \rho_l Cp_l + \varepsilon_g (\bar{\rho}_a Cp_a + \bar{\rho}_v Cp_v) \quad (\text{I.35})$$

et \dot{m} représente le taux d'évaporation par unité de volume et de temps :

$$\dot{m} = \frac{1}{V} \int_{A_{lg}} \rho_l (v_l - w) \cdot n_{lg} \cdot dA \quad (\text{I.36})$$

Volume total constant

$$\varepsilon_s + \varepsilon_l(t) + \varepsilon_g(t) = 1 \quad (\text{I.37})$$

Relations thermodynamiques

Le transfert de masse est supposé localement à l'équilibre.

$$\begin{cases} \bar{P}_i^g = \bar{\rho}_i^g RT / M_i \\ \bar{\rho}_g^g = \sum_i \bar{\rho}_i^g \\ \bar{P}_g^g = \sum_i \bar{P}_i^g \\ \bar{P}_l^l = \bar{P}_g^g - \bar{P}_c \end{cases} \quad (\text{I.38})$$

3.2. Modèles Diffusifs avec Retrait

Les modèles décrits ci-avant prennent en compte les différents processus physiques liés au séchage du matériau (capillarité, diffusion, diffusion-sorption). Ils peuvent cependant, sous certaines conditions, être réduits sous la forme de modèles dits simplifiés. Dans le cas du séchage à basses températures, les effets de pression de la phase gazeuse sont faibles et les gradients de pression peuvent être négligés. Ceci revient à considérer un modèle avec seulement deux gradients moteurs : la température et la teneur en eau. En transformant le transport capillaire en diffusion liquide, on se ramène à une écriture diffusivo de l'équation de transfert d'eau.

3.2.1. Approche monophasique et phénoménologique

Certains auteurs modélisent les phénomènes de transport au sein d'un milieu diphasique déformable en l'assimilant à un mélange binaire monophasique (Kechaou et Roques, 1989 ; Bonazzi et al, 1997). La phase solide est donc vue comme un composant d'un mélange dont le deuxième composant est la phase liquide (figure I.2).

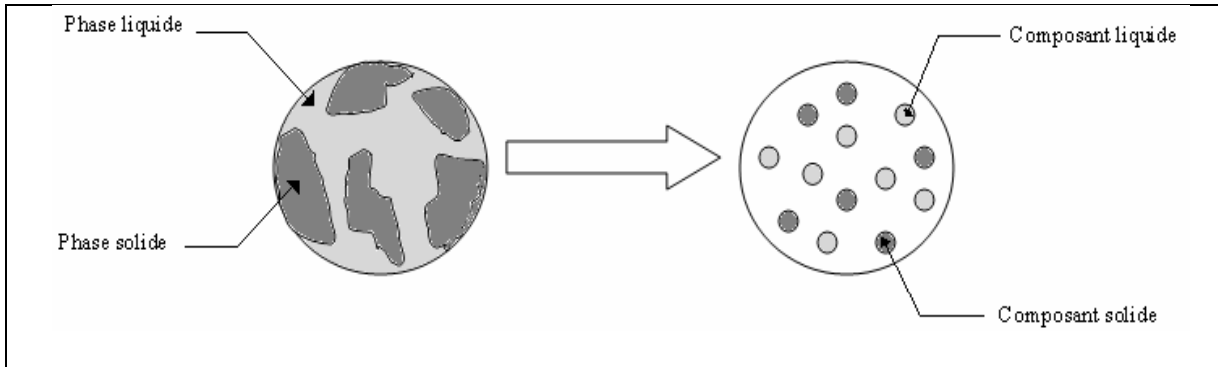


Figure I.2 : Milieu diphasique assimilé à un mélange binaire monophasique

Cette assimilation, cohérente avec la thermodynamique des processus irréversibles (Taylor et Krishna, 1993), conduit à considérer un milieu continu. Les équations de conservation de la masse pour les deux composants (solide et liquide), en absence de réactions chimiques, donnent :

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i v_i) = 0 \quad i = l, s \quad (I.39)$$

où ρ_i et v_i représentent la concentration massique et la vitesse du composant i .

La conservation de la quantité de mouvement totale peut s'écrire sous sa forme la plus générale :

$$\rho \frac{dv}{dt} = \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho g \quad (I.40)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}$ est le tenseur des contraintes du mélange.

Toutefois, la résolution de cette dernière équation est toujours évitée. Dans ce but, l'équation (I.39) est transformée de manière à ce que le flux du liquide soit exprimé en fonction de la vitesse du solide. Ceci est accompli en utilisant la définition de la teneur en liquide :

$$X = \rho_l / \rho_s \quad (I.41)$$

On obtient alors (Kechaou, 1989) :

$$\rho_l(v_l - v_s) = -\frac{\rho}{1+X} D_{ls} \nabla X \quad (\text{I.42})$$

Les équations de la masse des composants solide et liquide (I.39) sont combinées afin de mettre en évidence la teneur en liquide et d'obtenir une "pseudo- dérivée particulaire liée au composant solide" (Kechaou, 1989 ; Zagrouba, 1993).

$$\rho_s \left(\frac{\partial X}{\partial t} + v_s \cdot \nabla X \right) + \nabla \cdot [\rho_l (v_l - v_s)] = 0 \quad (\text{I.43})$$

En introduisant l'équation (I.42) dans l'équation (I.43) on arrive à :

$$\rho_s \left(\frac{\partial X}{\partial t} + v_s \cdot \nabla X \right) - \nabla \cdot \left(\frac{\rho}{1+X} D_{ls} \nabla X \right) = 0 \quad (\text{I.44})$$

L'élimination de la vitesse du solide est réalisée en passant des coordonnées eulériennes aux coordonnées dites "solides" (Kechaou, 1989 ; Zagrouba, 1993 ; Mihoubi, 2004). Il convient de ne pas les confondre avec les coordonnées lagrangiennes qui seraient liées à un point matériel du mélange et pour lesquelles la dérivée particulaire ferait intervenir la vitesse barycentrique v . Dans le système des coordonnées solides, on obtient :

$$\frac{\partial X}{\partial t} + v_s \cdot \nabla X = \frac{dX}{dt} = \left(\frac{\partial X}{\partial t} \right)_{\xi_i} \quad (\text{I.45})$$

L'expression de la dérivée spatiale dans l'équation (I.46) impose la connaissance des équations des trajectoires des points matériels du milieu, plus précisément leurs inverses

$$\xi_i = f(x_{i,j=1,3}, t) \quad (\text{I.46})$$

où x_i sont les coordonnées eulériennes.

Dans la configuration monodimensionnelle examinée par Kechaou (1989), il vient :

$$\frac{\partial}{\partial x_3} = \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \frac{\partial}{\partial \xi_3} \quad (\text{I.47})$$

Toute la difficulté réside dans le calcul de $\partial \xi_3 / \partial x_3$. En effet, comme précédemment évoqué, le passage en coordonnées solides a pour principale finalité de s'affranchir de la résolution de l'équation de conservation de la quantité de mouvement totale en éliminant une inconnue, en l'occurrence v_s . Les équations des trajectoires ne sont plus accessibles. Kechaou et Roques (1989) et Bernada (1995), dans leurs travaux respectifs, proposent une expression issue de la conservation de la masse du composant solide, expression qui n'est pas effectivement résolue. Notons dz^0 un "petit élément d'épaisseur" à l'instant initial ($t=0$) et dz ce même élément à un instant t . La conservation de la masse pour cet élément entre ces deux instants s'écrit :

$$\int_{dz^0} \rho_s dx_3 = \int_{dz} \rho_s dx_3 \quad (\text{I.48})$$

Selon l'hypothèse sans doute discutable que la concentration massique ρ_s est constante par rapport aux variables d'espace sur le petit élément, il vient :

$$\rho_s^0 dz^0 = \rho_s dz \quad (\text{I.49})$$

en conservant ρ_s pour noter la constante sur dz et en notant ρ_s^0 la constante sur dz^0 . L'équation des trajectoires (comme son inverse) étant par définition une fonction différentiable, on a :

$$\frac{dz^0}{dz} = \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \quad (\text{I.50})$$

La combinaison de (I.49) et (I.50) conduit à :

$$\frac{\partial \xi_3}{\partial X_3} = \frac{\rho_s}{\rho_s^0} \quad (I.51)$$

L'introduction de (I.51) dans (I.47) donne finalement l'expression du rapport entre les dérivées spatiales des deux systèmes de coordonnées :

$$\frac{\partial}{\partial X_3} = \frac{\rho_s}{\rho_s^0} \frac{\partial}{\partial \xi_3} \quad (I.52)$$

L'équation de transport solvable pour le cas monodimensionnel devient :

$$\left(\frac{\partial X}{\partial t} \right)_{\xi_3} - \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left(D_{ls} \frac{\rho_s \rho}{\rho_s^{0^2} (1+X)} \frac{\partial X}{\partial \xi_3} \right) = 0 \quad (I.53)$$

Certains auteurs (Kechaou et Roques, 1989 ; Bonazzi et al., 1997 ; Chemkhi et Zagrouba, 2005) déterminent le coefficient de diffusion D_{ls} à l'aide des cinétiques de séchage expérimentales. On trouve aussi la méthode de l'imagerie RMN (Kroes, 1999). D'autres le déterminent à l'aide de la microtomographie à rayon X (Léonard, 2003).

3.2.2. Approche diphasique

Contrairement à l'approche du paragraphe précédent où le milieu diphasique solide-liquide est directement assimilé à une phase bi-composante continue, la phase solide et la phase liquide sont clairement distinguées en tant que deux milieux continus non-miscibles.

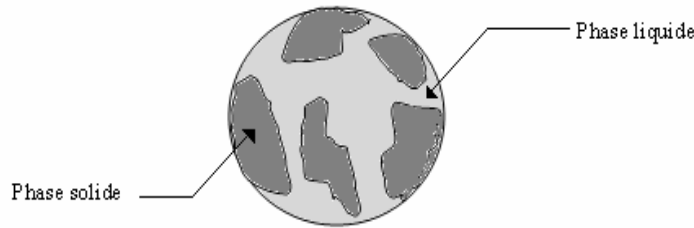


Figure I.3 : Milieu diphasique où chaque phase est mono-composante

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont écrites pour chacune des phases, les deux phases étant liées par les classiques conditions aux limites entre deux milieux continus. En l'état, la simulation par résolution de ces équations est forcément numériquement très lourde, d'autant plus que la répartition géométrique de deux phases est souvent complexe, voire mal connue. A part les travaux de Prat (Plumb et Prat, 1992 ; Prat, 2002) en milieu poreux rigide (phase solide immobile) où la simulation est conduite à l'échelle du pore par une approche réseau, un changement d'échelle, soit par simple assimilation à un milieu continu, soit par intégration sur un volume élémentaire représentatif, est généralement adopté.

- *Simple assimilation du milieu diphasique à un milieu continu équivalent*

Dans cette approche, le milieu diphasique solide/liquide est considéré tout simplement comme un milieu continu équivalent. En fonction des objectifs, à ce milieu peuvent être associés des modèles de comportement où le transport de la matière est décrit par un modèle de type diffusif dans lequel intervient un coefficient dit "de transport équivalent" ou coefficient de pseudo-diffusion (Hawkes et Flink, 1978), éventuellement

fonction de la teneur en liquide et de la température. Généralement, ce sont les évolutions de la teneur en eau qui sont calculées en résolvant la simple équation :

$$\frac{\partial X}{\partial t} - \nabla \cdot (D \nabla X) = 0 \quad (I.54)$$

L'adéquation avec la réalité est assurée en calant le coefficient D de manière à ajuster cinétiques ou profils simulés et cinétiques ou profils expérimentaux.

Les codes de calculs issus de cette approche (Crank, 1975 ; Katelaars, 1992 ; Moyne et al., 1992 ; Katelaars et al., 1995 ; Boudhrioua et al., 2003) sont des outils simples et pratiques autorisant la prédiction des évolutions de la teneur en liquide d'un produit donné, à condition de se limiter au domaine de validité fixé par les expériences d'identification du coefficient de transport. Par contre, la complexité des mécanismes physiques mis en jeu n'étant pas prise en compte.

Toujours en assimilant directement le milieu diphasique à un milieu continu équivalent, Biot (1941) propose un modèle faisant intervenir des quantités moyennes qui seront ici reportées en utilisant les notations du document. L'incompressibilité de la phase solide permet de se limiter à l'écriture de la conservation de la masse liquide :

$$\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{v}_l) = 0 \quad (I.55)$$

La description de la conservation de la quantité de mouvement est assurée par la loi de Darcy. Et l'équation mécanique du milieu équivalent s'écrit :

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad (I.56)$$

La fermeture du problème est obtenue en introduisant une loi phénoménologique liant la fraction volumique liquide et la pression liquide (Biot, 1941) :

$$\varepsilon_l = f(\bar{P}_l) \quad (I.57)$$

- **Homogénéisation par prise de moyenne volumique**

Cette théorie est une technique d'homogénéisation par changement d'échelle. Comme nous l'avons vu, la description à la première échelle, que nous appellerons échelle des phases (ou microscopique), est assurée par l'écriture des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie au sein de chaque phase. L'intégration de ces équations sur un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) conduit à la modélisation des phénomènes de transport au sein d'un milieu équivalent macroscopiquement homogène. A cette échelle, dite échelle locale, le V.E.R. devient un point géométrique (Figure I.4) (Marle, 1967 ; Whitaker, 1977a ; Slattery, 1981 ; Whitaker, 1986 ; Bear et Bachmat, 1990 ; Quintard et Whitaker, 1993).

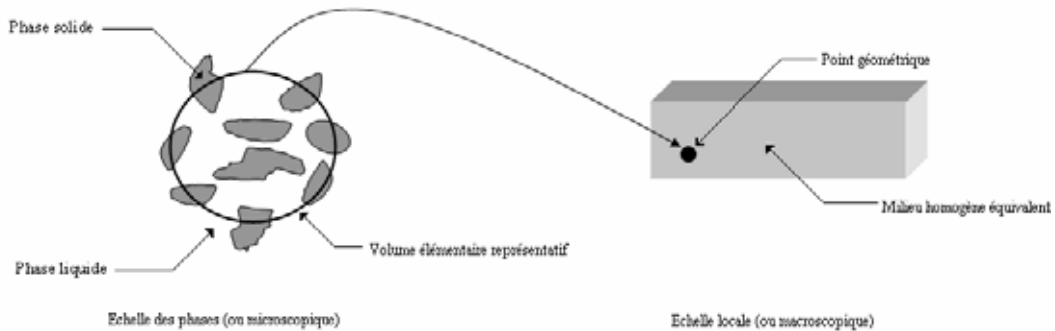


Figure I.4 : Homogénéisation par prise de moyenne volumique

Après prise de moyenne (Whitaker, 1986 ; 1987 ; 1999), on retrouve les équations de conservation de la masse pour les phases solide et liquide, dans lesquelles interviennent des quantités moyennes :

$$\frac{\partial \bar{\rho}_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_i \bar{\mathbf{v}}_i) = 0 \quad (\text{I.58})$$

Ces équations sont complétées par les équations de conservation de la quantité de mouvement de chaque phase :

$$\nabla \cdot \bar{\underline{\underline{\sigma}}}_l + \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \underline{\underline{\sigma}}_l \cdot \mathbf{n}_{ls} dA = 0 \quad (\text{I.59})$$

$$\nabla \cdot \bar{\underline{\underline{\sigma}}}_s + \frac{1}{V} \int_{A_{sl}} \underline{\underline{\sigma}}_s \cdot \mathbf{n}_{sl} dA = 0 \quad (\text{I.60})$$

Comme dans l'approche monophasique, la difficulté majeure réside dans le traitement des équations de conservation de la quantité de mouvement. En effet, à ce stade de la description, le problème de la connaissance de la répartition géométrique des phases demeure via les intégrales sur les interfaces solide/liquide. Des solutions sont trouvées par l'introduction de relations substitutives.

Dans le cas d'un milieu diphasique macroscopiquement déformable, l'équation de conservation de la quantité de mouvement du liquide est généralement remplacée par la loi de Darcy :

$$\varepsilon_l (\bar{\mathbf{v}}_l - \bar{\mathbf{v}}_s) = - \frac{1}{\mu_l} \underline{\underline{\mathbf{K}}} \cdot \nabla \bar{P}_l \quad (\text{I.61})$$

Cette équation est déduite de l'équation de conservation de la quantité de mouvement du liquide à l'échelle des phases, dans laquelle le comportement rhéologique de la phase liquide est introduit (Whitaker, 1986 ; 1999). On retrouve la forme proposée par Biot (1955).

Contrairement aux milieux poreux triphasiques rigides où la pression capillaire fournit un lien entre les inconnues "pression liquide" et "fraction volumique liquide", aucune relation physique fondée n'est disponible pour le milieu diphasique. De façon similaire à Biot, de nombreux auteurs (Jomaa et Puiggali, 1991 ; Mrani, 1993 ; Mercier, 1996 ; Mrani et al., 1997 ; Younis, 1999 ; Couture et al., 2001 ; Mercier et al., 2002 ; Pourcel, 2003) postulent néanmoins qu'une relation existe :

$$\bar{P}_l = f(\varepsilon_l) \quad (\text{I.62})$$

L'introduction de cette loi phénoménologique dans la loi de Darcy conduit à :

$$\varepsilon_l (\bar{\mathbf{v}}_s - \bar{\mathbf{v}}_l) = - \underline{\underline{\mathbf{D}}} \cdot \nabla \varepsilon_l \quad (\text{I.63})$$

où $\underline{\underline{\mathbf{D}}}$ est un tenseur de transport équivalent défini par :

$$\underline{\underline{\mathbf{D}}} = \frac{1}{\mu_l} \left(\frac{\partial \bar{P}_l}{\partial \varepsilon_l} \right) \underline{\underline{\mathbf{K}}} \quad (\text{I.64})$$

L'absence d'une relation concrète entre la pression et la fraction volumique liquide oblige ensuite à déterminer le tenseur $\underline{\underline{\mathbf{D}}}$ par calage sur des résultats expérimentaux.

L'expression du flux est enfin introduite dans l'équation de conservation de la masse du liquide pour obtenir l'équation qui décrit l'évolution de la fraction volumique du liquide au cours du temps et donne accès aux champs de teneur en liquide :

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}_s \varepsilon_l - \underline{\underline{\mathbf{D}}} \cdot \nabla \varepsilon_l) = 0 \quad (\text{I.65})$$

Reste à éliminer l'intégrale de surface de la conservation de la quantité de mouvement du solide en lui substituant la somme des équations de conservation de la quantité de

mouvement de chaque phase, que nous appellerons conservation de la quantité de mouvement globale :

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad \text{avec} \quad \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_s + \underline{\underline{\sigma}}_l \quad (\text{I.66})$$

Sous l'hypothèse de quasi-stationnarité, cette équation traduit une succession d'états d'équilibre dépendant du comportement rhéologique du milieu homogénéisé. La loi de comportement liant tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ et déplacements fait intervenir des paramètres eux-mêmes dépendant de la teneur en liquide. La résolution de (I.66) fournit à chaque instant le déplacement des points matériels du milieu continu équivalent et, par conséquent, la vitesse de la phase solide.

Il apparaît donc que la résolution de l'équation (I.66) nécessite la connaissance des champs de teneur en liquide pour évaluer les paramètres de la loi rhéologique. Ces champs sont eux-mêmes déterminés à l'aide de l'équation (I.65) qui dépend de la vitesse du solide fournie par l'équation (I.66). Cette vitesse du solide constitue donc un facteur de couplage entre la conservation de la quantité de mouvement globale et les autres équations de conservation. En conservant ce couplage, la rhéologie élastique est souvent considérée (Jomaa, 1991 ; Jomaa et Puiggali, 1991 ; Mrani et al., 1995 ; Mercier, 1996 ; Mrani et al., 1997). Un comportement viscoélastique a également été traité au prix d'efforts exclusivement numériques inhérents à l'intervention du temps dans la loi de comportement (Bogdanis, 2001 ; Couture et al., 2001).

Notons que d'autres auteurs trouvent pratique de découpler les relations :

- soit en évitant la résolution de l'équation (I.66) grâce à un passage en coordonnées solides selon une démarche similaire à celle présentée auparavant (Kechaou et Roques, 1989 ; Bernada, 1995),
- soit en négligeant l'influence de la vitesse du solide ($\overline{v}_s^s = 0$ dans l'ensemble des équations) tout en conservant la résolution de (I.66) afin de prendre en compte au mieux un comportement rhéologique élastique ou viscoélastique (Haghighi et Segerlind, 1988 ; Hasatani et al., 1992).

3.3. Modèles Récents du Séchage des Milieux Saturés

Une nouvelle approche pour la modélisation des transferts dans les milieux poreux saturés (biphasiques) et déformables, autre que celle utilisant les modèles du type diffusif déjà présentés, est du type Darcy utilisant le gradient de pression comme terme moteur du mouvement liquide. En effet, Sarmiento (2004) propose un modèle décrivant les transferts de masse, de chaleur et de quantité de mouvement en milieux diphasiques déformables. Le travail se focalise particulièrement sur la description du transport convectif de la phase liquide sans compromettre la physique par la traditionnelle introduction d'un coefficient de transport équivalent. Son point de départ est constitué par les équations de conservation à l'échelle des phases (on s'intéresse seulement au transport de la masse) :

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s v_s) = 0 \quad (\text{I.67})$$

$$\nabla \cdot v_s = 0 \quad (\text{Phase solide incompressible}) \quad (\text{I.68})$$

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l v_l) = 0 \quad (\text{I.69})$$

$$\nabla \cdot v_l = 0 \quad (\text{Phase liquide incompressible}) \quad (\text{I.70})$$

Par la méthode de la prise de moyenne, il obtient un système d'équations à l'échelle locale à partir des équations à l'échelle des phases :

$$\frac{\partial \overline{\rho}_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho}_s \overline{v}_s^s) = 0 \quad (\text{I.71})$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_l \bar{v}_l) = 0 \quad (I.72)$$

Et, comme le milieu est saturé, la somme des fractions de phases est donc égale à 1.

$$\varepsilon_s + \varepsilon_l = 1 \quad (I.73)$$

En utilisant la loi de Darcy tout en négligeant l'effet de la pesanteur :

$$\bar{v}_l = \bar{v}_s - \frac{k}{\varepsilon_l \mu_l} \cdot (\nabla \bar{P}_l - \bar{\rho}_l \mathbf{g}) \quad (I.74)$$

Le gradient de pression de la phase liquide, moteur naturel du transport, est conservé au détriment du gradient de la teneur en eau utilisé dans la littérature suite à l'introduction d'une loi liant pression et fraction volumique liquide. Il montre comment l'utilisation d'une telle loi peut être évitée en exploitant la conservation du volume solide (incompressibilité) et la conservation de la masse solide. Il obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \left(\bar{v}_s - \frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \bar{P}_l \right) = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_l \bar{v}_s - \frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \bar{P}_l \right) = 0 \end{cases} \quad (I.75)$$

Ensuite le modèle est appliqué au séchage 1D d'un milieu élastique linéaire. L'examen des simulations permet de trouver et d'interpréter les phases du séchage convectif à partir de l'évolution du gradient de pression liquide. L'auteur conclut aussi que les résultats ne révèlent aucun lien entre le gradient de pression et le gradient de la teneur en eau contrairement aux affirmations de la littérature dans le cas des modèles diffusifs.

Porras (2005) a refait la même étude, dans le cas d'un liquide binaire, et il l'a appliqué au séchage 2D d'un milieu élastique linéaire. Il est arrivé aux mêmes conclusions. Pour le comportement mécanique du matériau, les deux auteurs supposent un comportement élastique linéaire pour le squelette solide. Le couplage hydromécanique est défini par la décomposition de la déformation totale en une déformation libre due au départ de l'eau et une déformation élastique.

$$\varepsilon = \varepsilon^r + \varepsilon^e \quad (I.76)$$

Cette décomposition permet de calculer les vitesses de déformation du milieu ainsi que la contrainte totale dans le milieu.

Caceres (2006) développe un modèle de transfert similaire qui tient compte du couplage thermo-hydro-mécanique existant dans le processus de séchage convectif d'un milieu poreux saturé et déformable. Le gradient de pression de la phase liquide est considéré comme terme moteur du transport de l'eau. Par ailleurs, dans la formulation choisie, Caceres tient compte de la compressibilité de la phase liquide. L'équation d'état du liquide peut être écrite sous la forme :

$$\frac{d\bar{\rho}_l}{\bar{\rho}_l} = \chi d(\bar{P}_l) \quad (I.77)$$

où χ est la compressibilité du liquide.

L'originalité du travail de Caceres réside dans le choix de couplage entre le comportement mécanique et le transport du liquide au travers de la pression de la phase liquide. Ce couplage est assuré à l'aide d'une décomposition du tenseur des contraintes en utilisant le principe de contraintes effectives de Terzaghi (Coussy, 1991). Cette contrainte effective est obtenue à partir d'un bilan de forces sur le réseau solide :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^{eff} - \bar{P}_l \mathbf{I} \quad (I.78)$$

Cette formulation permet de voir que le couplage entre transport de masse et rhéologie est fort et qu'il est assuré par la pression de liquide. Le système d'équations à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \varepsilon_l \chi \frac{\partial \overline{P}_l^I}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{v}_s^s - \frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \overline{P}_l^I \right) = 0 \\ \varepsilon_l \chi \frac{\partial \overline{P}_l^I}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_l \overline{v}_s^s - \frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \overline{P}_l^I \right) = 0 \\ \nabla \cdot (\underline{\underline{E}} \underline{\underline{\varepsilon}}) - \nabla \cdot (\underline{\underline{P}}_l^I \underline{\underline{I}}) = 0 \end{cases} \quad (I.79)$$

Les résultats de cette étude montrent que, dans les champs de pression et de fraction volumique du liquide, on peut constater que le transport de masse liquide est dominé par la convection. Cette convection dominante produit généralement des fortes oscillations numériques. Caceres a montré alors que l'introduction de la compressibilité du liquide est très utile pour améliorer la stabilité numérique du problème.

4. Matériau modèle : les argiles

Il existe plusieurs définitions des argiles. Le terme "argile" n'aura pas le même sens en mécanique des roches, en physique du sol, ou en poterie ; il désigne selon le cas un ensemble d'espèces minérales, une famille de roches, une catégorie de sols ou encore une classe granulométrique. En fait, le terme "argile" a un double sens : il désigne à la fois les minéraux argileux eux-mêmes, et les sols et roches contenant une assez grande quantité de particules argileuses.

En minéralogie, l'argile désigne un groupe de minéraux appartenant à la famille des phyllosilicates. Les particules argileuses sont constituées par des empilements de feuillets. L'espace entre les feuillets pouvant varier en fonction de l'état d'hydratation du minéral. Le matériau est qualifié lui-même d'argile s'il contient plus de 50% de minéraux argileux (et une faible quantité de matières organiques).

L'eau dans les argiles se répartit dans les cavités inter particulières (pores, capillaires), mais aussi dans les espaces interfoliaires et à la surface des particules argileuses. L'énergie nécessaire pour rompre la liaison argile/eau dépend du lieu de fixation des molécules d'eau sur les particules d'argile. Le départ de cette eau peut causer un rétrécissement inévitable de la matrice poreuse.

Entre les grains solides constituant le squelette, il existe des vides qui peuvent être remplis par de l'eau, du gaz, ou les deux à la fois. Les grains solides forment le squelette du matériau. Ils se composent en deux fractions : une fraction argileuse très importante et une fraction sableuse. La fraction sableuse joue un rôle important dans le processus de séchage ; elle diminue le retrait lors du séchage. Le gaz présent dans les interstices d'une pâte argileuse est généralement de l'air lorsque celle-ci est totalement sèche (Collard, 1989).

4.1. Fixation de l'Eau sur les Argiles

L'étude de la fixation de l'eau sur les argiles est fondamentale pour la compréhension des propriétés rhéologiques et des mécanismes de séchage. L'eau qui entre dans la composition des matériaux naturels se répartit en trois catégories : l'eau de constitution et de cristallisation, l'eau adsorbée et l'eau libre. Pour ces matériaux argileux, on peut ajouter l'eau qui se glisse entre les feuillets : l'eau interfoliaire.

- Pour les eaux de constitution et de cristallisation, elles appartiennent à la structure cristalline du minéral. L'eau de cristallisation constitue l'eau des hydrates. L'eau de constitution fait partie du réseau cristallin et elle ne se trouve pas sous la forme des molécules H_2O mais d'ions hydroxydes OH^- . L'élimination de ces deux types d'eau est irréversible et provoque la destruction des micelles argileuses.
- La présence d'eau entre les feuillets est liée à la nature même de l'argile et en particulier à la charge électrique du feuillet élémentaire. En effet, la liaison entre les feuillets peut être plus ou moins forte et permettre un écartement plus ou moins important. Les molécules d'eau peuvent alors pénétrer dans l'espace interfoliaire.
- L'eau adsorbée ou l'eau liée est retenue dans le minéral par une action de surface. Cette eau est influencée par la nature et l'état de la surface des particules. Les particules d'argile sont aplaties et leur surface est grande par rapport à leur volume. A la périphérie du cristal, les cations Si^{4+} et Al^{4+} et les anions OH^- et O^{2-} sont en contact avec les molécules d'eau. Plusieurs couches de molécules d'eau (10 pour la montmorillonite et 200 à 300 pour la kaolinite) peuvent être ainsi adsorbées, mais la force d'attraction y diminue fortement avec la distance à la surface solide.
- L'eau libre est ainsi appelée, car elle peut se déplacer facilement entre les particules. Elle occupe, partiellement ou en totalité, les espaces interparticulaires. Si ceux-ci sont entièrement remplis d'eau, le matériau est dit saturé. Les forces qui contribuent à retenir l'eau libre dans le corps poreux sont alors d'origine capillaire.

4.2. Séchage et Retrait des Argiles

Le séchage des argiles, comme le séchage des milieux poreux, peut se décomposer en les trois phases classiques. Au début du séchage, la présence de l'air au voisinage de la surface est à l'origine d'un gradient d'humidité sous l'action duquel l'eau migre à la surface où elle s'évapore. Une bonne conduite du processus de séchage doit faire en sorte que la vitesse d'évaporation superficielle suive l'évolution de la vitesse de migration de l'eau dans le produit. En effet un séchage trop violent peut rompre les films d'eau qui assurent le transport de l'humidité vers la surface et être à l'origine des défauts de séchage.

L'évolution du retrait en fonction de la teneur en eau dépend étroitement de la structure du produit et de la place occupée par l'eau dans cette structure. Pour les matériaux argileux, le départ de l'eau libre cause un rapprochement des particules, donc un retrait égal au volume d'eau évacué. Lorsque les particules solides se touchent, la majeure partie de l'eau inter particulaire a été retirée. Le retrait qui accompagne le départ de l'eau restante est très faible et tend vers zéro.

5. Conclusions : approche de cette étude et démarche

L'assimilation du milieu diphasique à un milieu monophasique bicomposant n'est envisageable qu'au prix de la perte d'une inconnue, généralement la vitesse de la phase solide par passage en coordonnées solides. L'identification et surtout la quantification de l'ensemble des mécanismes de base gouvernant le transport ne permettent pas cette perte d'information. Considérer la totalité des inconnues oblige à conserver l'équation de conservation de la quantité de mouvement du monophasique bicomposant (I.40). La description du transport de matière à travers la loi de Fick impose d'introduire dans l'équation (I.40) une loi de comportement rhéologique de type fluide, indubitablement incohérente avec le comportement rhéologique solide du milieu macroscopiquement déformable.

Une approche diphasique semble donc s'imposer. La connaissance des phénomènes fondamentaux incite à baser la description sur la physique des milieux continus. Néanmoins, le passage à la simulation impose quasiment une étape d'homogénéisation par prise de moyenne. Cette étape doit être réalisée en respectant au mieux les mécanismes de l'échelle de phase. Clairement, l'introduction des lois phénoménologiques liant pression et fraction volumique liquide (Biot, 1941 ; Jomaa et Puiggali, 1991 ; Mrani, 1993 ; Mercier, 1996 ; Mrani et al., 1997 ; Younis, 1999 ; Couture et al., 2001 ; Mercier et al., 2002) réduit un modèle initialement complet au simple modèle de comportement. Comme nous l'avons déjà souligné, si ces modèles ont un intérêt pratique, ils n'apportent aucune indication sur les phénomènes mis en jeu. La validité de l'assimilation d'un milieu réel tel qu'un gel à un milieu diphasique ne peut même pas être discutée puisque le coefficient de transport est un paramètre d'ajustement qui assure la concordance avec l'expérience. En s'inspirant de travaux antérieurs (Chausi, 2000), on montre comment l'introduction d'une loi sans fondements physiques peut être évitée en exploitant simultanément la conservation du volume solide (incompressibilité) et la conservation de la masse solide.

Sarmiento (2004) et Porras (2005) développent une description du transport convectif de la phase liquide lors du séchage sans compromettre la physique par la traditionnelle introduction d'un coefficient de transport équivalent sans fondements. Le gradient de pression de la phase liquide, moteur naturel du transport, est conservé au détriment de l'habituel gradient de la teneur en eau. Le modèle est appliqué au séchage convectif 1D et 2D d'un milieu élastique. Les résultats de la simulation ne révèlent aucun lien entre le gradient de pression et le gradient de teneur en eau contrairement aux affirmations de la littérature.

Enfin, Caceres (2006) modélise le séchage d'un milieu poreux saturé et déformable en prenant en compte la pression liquide et la compressibilité du liquide. Il suit la théorie de consolidation de Biot pour obtenir les déformations et les contraintes dans le milieu en suivant le principe de contraintes effectives de Terzaghi. Le choix d'une approche du type Terzaghi permet par ailleurs d'éviter la décomposition classique du tenseur de déformation en une partie liée au départ de l'eau et une partie liée au comportement mécanique du matériau ; il permet aussi d'explicitier les couplages entre transferts et déformations au travers de la pression de la phase liquide. Cette pression paraît donc comme terme moteur principal du transport et de la déformation du milieu.

Ce travail se situe dans la continuité des travaux précédents avec le développement d'un modèle qui exprime explicitement le fort couplage existant entre le comportement mécanique d'un milieu poreux non saturé déformable et le transport de la phase fluide. A l'aide de la mécanique des milieux continus, on assimile le milieu poreux à un milieu continu. Les équations de conservation locales sont moyennées sur un volume élémentaire représentatif tout en considérant le caractère déformable du milieu. Les équations du modèle seront écrites dans le cas d'un milieu saturé (diphasique) puis dans le cas général d'un milieu non saturé (triphasique). L'utilisation du gradient de pression liquide comme terme moteur et l'introduction de la notion de contraintes effectives de Terzaghi pour faire apparaître la pression du fluide dans l'expression des contraintes totales permettent d'obtenir un système d'équations couplés (transport de masse et équilibre mécanique) exprimé en fonction des inconnues suivants :

- fraction du volume liquide
- fraction du volume gaz
- pression intrinsèque du liquide
- vitesse intrinsèque du squelette solide.

Chapitre II

CARACTÉRISATION ET SÉCHAGE DES ARGILES

L'argile est le matériau modèle sur lequel est appliquée cette étude de modélisation de séchage. Trois différents échantillons sont utilisés dans cette étude. Il est donc indispensable de les caractériser expérimentalement. Quelques propriétés physiques et mécaniques des échantillons des argiles utilisés seront déterminées : tout d'abord, les isothermes de désorption, ensuite la masse volumique et le retrait et enfin le module d'Young. Les cinétiques de séchage pour différentes conditions sont aussi présentées et commentées. Dans l'Annexe 1, est présentée une étude d'identification des trois échantillons : l'analyse de la composition chimique et l'examen aux RX.

1. Caractérisation du matériau

1.1. Isothermes de Désorption

Une grandeur est souvent utilisée pour caractériser l'interaction eau-solide dans les argiles : il s'agit de la teneur en eau liée qui, par opposition à l'eau libre, est définie comme l'eau adsorbée physiquement en couche multimoléculaire par des forces du type Van der Waals ou de nature électrostatique sur, et parfois dans, les parois de la structure. Par ailleurs, l'activité de l'eau est aussi une donnée utile pour le séchage. Elle permet de déterminer la teneur en eau minimum que l'on peut atteindre en fin de séchage, précise les conditions de stockage et permet de calculer la chaleur nette de désorption que nous définirons plus loin.

1.1.1. Procédure expérimentale

Dans cette étude, des échantillons des trois argiles de masses variant de 1 à 2 grammes ont été placés dans des enceintes hermétiques contenant une solution d'eau et d'acide sulfurique. La fraction massique d'acide sulfurique ($X_{H_2SO_4}$) fixe la pression partielle de la vapeur d'eau et donc l'humidité relative de l'enceinte. L'humidité relative dépend aussi de la température par l'intermédiaire de la pression de la vapeur saturante. La littérature nous fournit la correspondance entre la pression partielle de la vapeur d'eau, donc l'humidité relative, en équilibre avec des solutions aqueuses de H_2SO_4 dans l'intervalle de températures [10°C, 70°C].

Dix bocal ont été préparés, chacun à une humidité relative constante. Ils sont ensuite placés dans une étuve à température réglable. Chaque bocal contient trois échantillons correspondant aux trois argiles. La pesée des échantillons est effectuée tous les trois jours à l'aide d'une balance "KERN 770" de précision de 10^{-3} g. Le protocole expérimental pour les

isothermes de désorption consiste à introduire les échantillons humides à la température la plus basse (40°C) puis, une fois l'équilibre est atteint, on passe immédiatement à la température supérieure et ainsi de suite. Une fois tous les équilibres ont été atteints, les échantillons sont mis dans une étuve réglée à 105°C pour obtenir leurs masses sèches.

1.1.2. Lissage des isothermes

De nombreux modèles ont été développés et étudiés pour relier l'humidité d'équilibre X_{eq} , l'activité de l'eau A_w et la température T . Ces modèles d'isothermes peuvent être théoriques, semi théoriques ou empiriques. Le choix du modèle convenable dépend d'un certain nombre de facteurs. Nous nous intéressons à ceux qui décrivent mathématiquement au mieux les courbes expérimentales en vue des applications pratiques du séchage. D'une part et d'après la littérature (Madamba et al., 1994) le modèle de GAB (origine théorique) ainsi que celui de Henderson (origine semi empirique) sont souvent les plus utilisés pour décrire les isothermes de sorption de divers produits. D'autre part, et conformément à la littérature, on associe le modèle de Chung & Prost (origine semi empirique) et celui de Oswin (d'origine empirique) aux produits biologiques (Tsami et al., 1990). Dans notre cas, on se contente d'utiliser le modèle de GAB (1946) dont l'expression générale est la suivante :

$$X = \frac{X_m C K A_w}{(1 - K A_w)(1 - K A_w + C K A_w)} \quad (\text{II.1})$$

X_m est la teneur en eau à la saturation des monocouches, K est un facteur correctif des propriétés des multicouches d'adsorption et C est la constante de GAB qui caractérise les énergies d'interaction entre l'eau et le produit. Ces paramètres dépendent des caractéristiques du produit et de la température.

De plus, cette expression facilite le lissage des valeurs expérimentales obtenues par le fait qu'elle permet une interprétation physique du phénomène de sorption dans la limite des hypothèses employées. En effet, d'une part ce modèle suppose que tous les sites de sorption sont énergétiquement homogènes, autrement dit, que la probabilité d'occupation d'un site n'est pas influencée par les interactions latérales avec les autres sites (Guggenheim, 1966). D'autre part, seule l'adsorption de la première couche d'eau se distingue de l'adsorption des autres molécules par une interaction plus forte eau-sorbant. Les valeurs des enthalpies isostériques ainsi que celles des entropies de sorption expérimentales correspondraient à la formation d'au moins deux liaisons hydrogènes fortes (Ajibola, 1986). En fait, ces modèles s'approchent du modèle de "BET" qui suppose, lui, que l'eau dans les couches supérieures possède des propriétés intermédiaires entre celles de l'eau dans une monocouche et celles de l'eau libre.

Toutefois, il existe des limites d'application de ce modèle. En effet, lorsque les sites de sorption contiennent plus de trois couches d'eau, le système prend alors la nature d'une solution de polymère dans laquelle les petites molécules d'eau sont dissoutes (Brendsen, 1975). Généralement, ce phénomène se produit lorsque l'activité de l'eau du milieu est proche de 95%.

Sur les figures II.1-3 sont portées les isothermes de désorption de la vapeur d'eau, expérimentales et ceux données par le modèle de GAB, sur les trois argiles à des températures de 40, 50 et 60°C. En analysant ces courbes, nous pouvons dégager quelques remarques :

- le modèle de GAB peut décrire correctement l'allure des différentes isothermes. Les coefficients de corrélation sont très proches de l'unité et les erreurs standards sont relativement faibles (Tableau II.1),
- la teneur en eau du produit diminue légèrement avec la température dans le domaine d'étude [40-60°C],
- La quantité d'eau adsorbée sous la forme de multicouches est faible,

- Quand l'humidité tend vers 100%, la courbe d'équilibre prend l'allure d'une droite verticale. En effet, la teneur en eau croît avec l'humidité de l'atmosphère ambiante jusqu'à ce que la quantité d'eau dans le produit devienne suffisante pour en dissoudre une partie : c'est le phénomène de *déliquescence*.

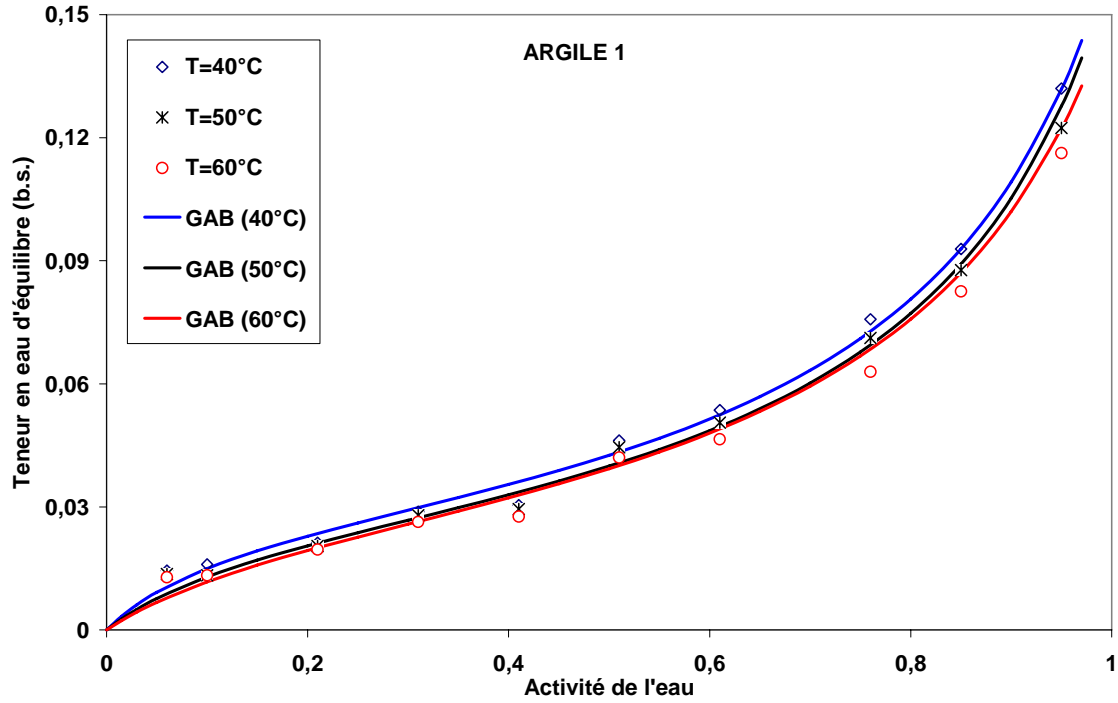


Fig. II.1 : Isothermes de désorption et leur lissage par le modèle de GAB de l'argile 1 aux températures 40, 50 et 60°C

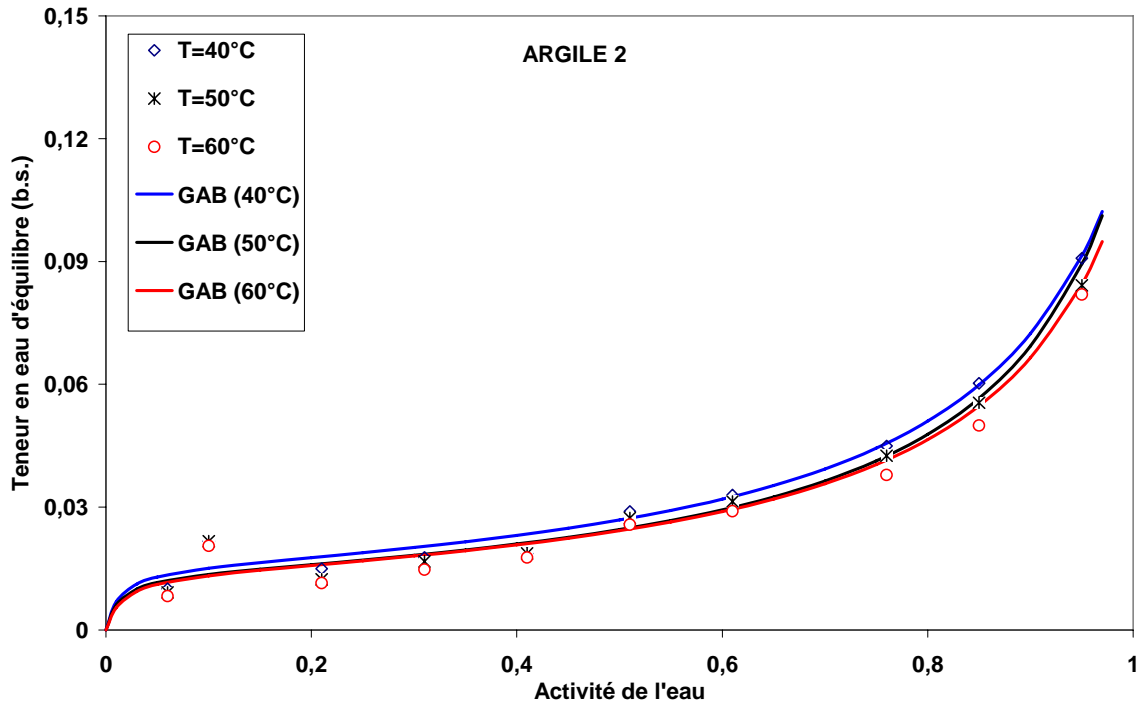


Fig. II.2 : Isothermes de désorption et leur lissage par le modèle de GAB de l'argile 2 aux températures 40, 50 et 60°C

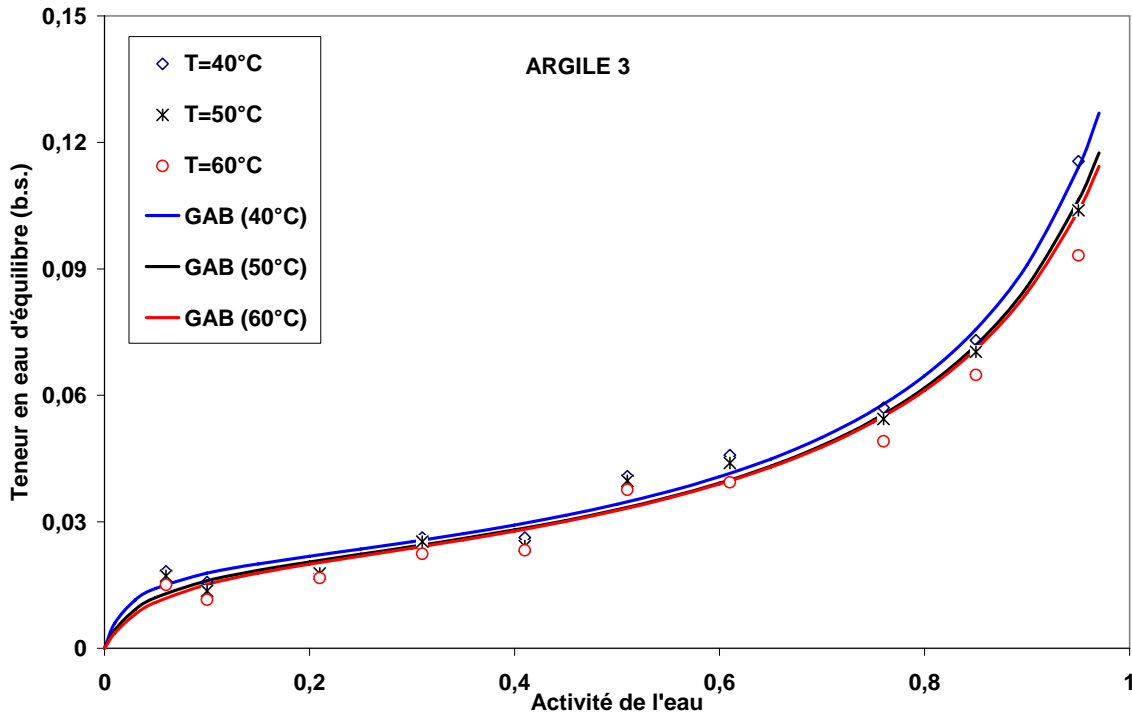


Fig. II.3 : Isothermes de désorption et leur lissage par le modèle de GAB de l'argile 3 aux températures 40, 50 et 60°C

Table II.1. Résultats du lissage des courbes des isothermes de désorption par le modèle de GAB

	Argile 1			Argile 2			Argile 3		
	40°C	50°C	60°C	40°C	50°C	60°C	40°C	50°C	60°C
<i>K</i>	0.8331	0.8366	0.8217	0.8769	0.8906	0.8813	0.8707	0.8609	0.8547
<i>C</i>	10.408	8.5693	7.012	92.217	87.381	72.532	48.160	31.920	25.347
<i>X_m</i>	0.0282	0.027	0.0279	0.0153	0.0138	0.0138	0.0198	0.0195	0.0197
<i>Erreur relative</i>	0.003	0.0033	0.0029	0.003	0.0039	0.0039	0.0039	0.0038	0.0037
<i>Coef corr (%)</i>	99.73	99.65	99.73	99.16	98.86	98.85	99.38	99.31	99.31

1.1.3. Chaleur nette de désorption

La connaissance de la chaleur de désorption de l'eau dans les produits est utile pour la conception et l'optimisation des séchoirs. En effet, elle améliore le calcul de l'énergie consommée durant le séchage. Cette chaleur de désorption peut être obtenue à partir des courbes des isothermes de désorption en utilisant l'équation de Clausius-Clapeyron. Cette équation met en relation la pression de vapeur et la température dans une phase de transition entre un liquide absorbé et la phase vapeur.

La chaleur totale qu'il faut fournir pour évaporer l'eau liée (ΔH_t) est la somme de la chaleur latente de changement de phase (ΔH_v) et de la chaleur nette de désorption (ΔH_n). Pour un

corps pur, la relation de Clausius-Clapeyron donne comme écriture de la chaleur latente d'évaporation :

$$\Delta H_v = -\frac{R}{M_e} \frac{d(\ln P_{sat})}{d(1/T)} \quad (\text{II.2})$$

Pour l'eau adsorbée, l'expression est analogue mais la pression de saturation du corps pur est remplacée par la pression de vapeur à l'équilibre :

$$\Delta H_t = -\frac{R}{M_e} \frac{d(\ln a_w P_{sat})}{d(1/T)} \quad (\text{II.3})$$

En soustrayant les deux équations précédentes, on obtient la chaleur nette de désorption :

$$\Delta H_n = \Delta H_t - \Delta H_v = -\frac{R}{M_e} \frac{d(\ln a_w)}{d(1/T)} \quad (\text{II.4})$$

Une représentation graphique de cette équation est donnée par la figure II.4. La pente de chaque isostère (une isostère correspond à l'ensemble des points ayant la même teneur en eau) est, à une constante près, la chaleur nette de désorption. Cette méthode de calcul est actuellement la plus utilisée.

Le principe de calcul des enthalpies de désorption est assez simple : sur les courbes des isothermes de désorption et pour chaque valeur de teneur en eau, on détermine les trois valeurs de l'activité de l'eau correspondant respectivement aux trois températures (40, 50 et 60°C). On trace alors la courbe ($-\ln(a_w)$) en fonction de ($1/T$) appelée isostère (voir figure II.4) et on calcule la pente de la droite. La valeur trouvée correspond à la chaleur nette de désorption à une teneur en eau bien déterminée.

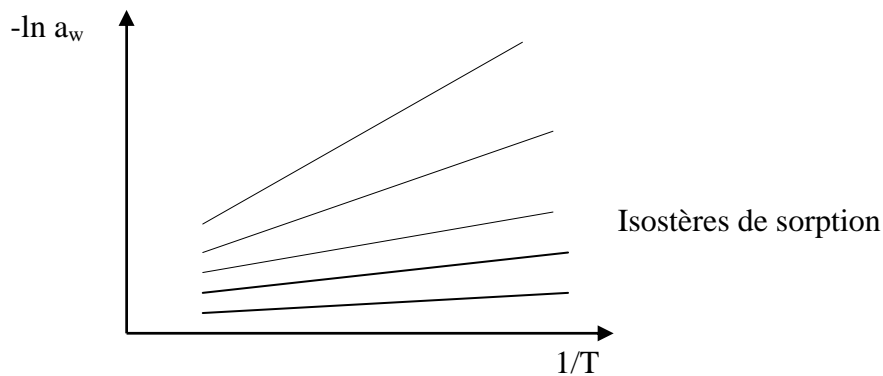


Fig. II.4 : Courbe des isostères dans un diagramme ($1/T$, $-\ln a_w$)

Les résultats obtenus ne sont pas suffisamment précis à cause de la petite variation de la teneur en eau avec la température.

Les résultats du calcul sont portés sur la figure II.5. L'enthalpie de sorption décroît quand la teneur en eau augmente et tend vers une valeur fixe. Pour des teneurs en eau faibles, l'enthalpie de sorption est élevée ; ceci est dû à l'énergie d'interaction eau-sorbant s'ajoutant à l'enthalpie de condensation.

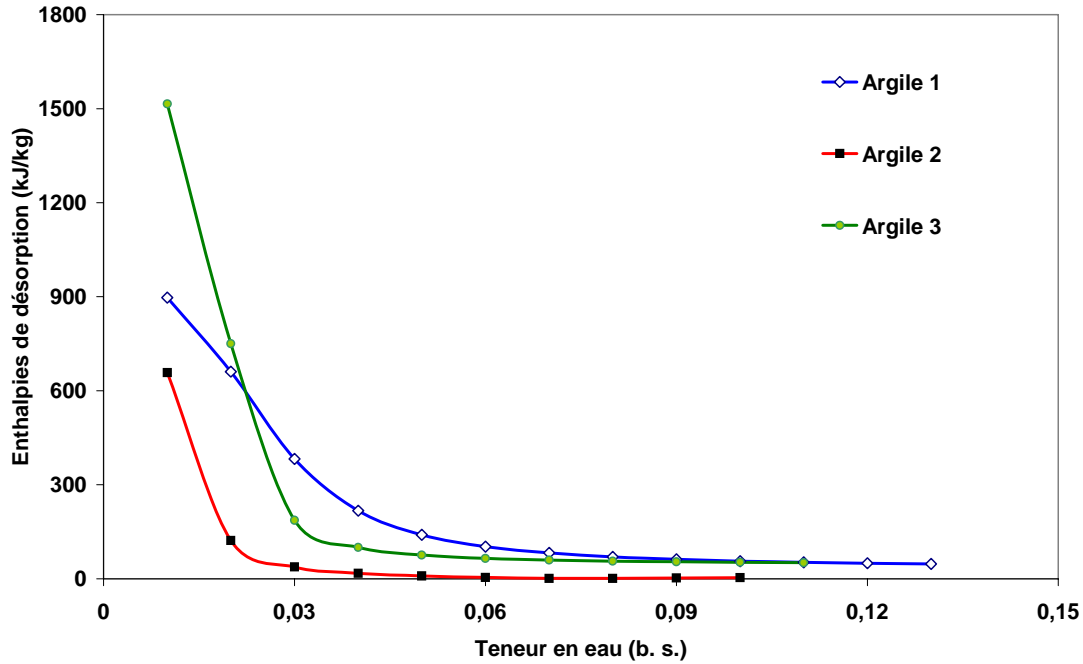


Fig. II.5 : Enthalpies de désorption des trois argiles

1.2. Masse Volumique

La masse volumique intervient dans le calcul de différentes caractéristiques du matériau et la connaissance de son évolution en fonction de la teneur en eau peut aider à caractériser le comportement au retrait du milieu étudié. La détermination de son évolution est donc essentielle.

Pour un matériau quelconque, la masse volumique évolue entre deux bornes qui sont caractéristiques d'une matrice rigide et d'un milieu totalement rétractable. En effet, au cours du processus de séchage, la masse volumique d'un matériau rigide a tendance à diminuer à cause des pertes en eau. Et dans le cas de matériau rétractable, la masse volumique a tendance à augmenter si la densité du solide est supérieure à l'unité puisque le solide remplace l'eau.

1.2.1. Méthode et appareillage

Pour déterminer la masse volumique d'un solide, on utilise le principe d'Archimède : un solide immergé dans un liquide est soumis à une force appelée poussée hydrostatique. La valeur de cette force est égale au poids du volume de liquide déplacé par l'échantillon. Le dispositif expérimental utilisé dans cette expérience est représenté sur la figure II.6.

Ce dispositif est constitué d'un pont métallique sur lequel est placé un bécher de diamètre 75 mm, une structure de suspension et un panier pour échantillons. Le dispositif est monté sur une balance électronique. Si on connaît la masse volumique du liquide qui provoque la poussée hydrostatique, on peut déterminer la masse volumique d'un solide :

$$\rho = \frac{M_a \rho_f}{M_a - M_f} \quad (\text{II.5})$$

avec : ρ_f masse volumique du fluide utilisé, M_a masse mesurée de l'échantillon dans l'air et M_f masse mesurée du même échantillon immergé dans le fluide.



Fig. II.6 : Dispositif expérimental pour déterminer la masse volumique

La relation précédente peut être insuffisante pour déterminer la masse volumique du solide avec précision. Il faut tenir compte des erreurs et facteurs d'erreurs suivants :

- la masse volumique du liquide en fonction de la température,
- la poussée d'Archimède lors de la pesée dans l'air,
- le changement du niveau d'immersion des tiges du support d'échantillon pendant l'immersion de ce dernier,
- la tension superficielle du liquide sur le support d'échantillon,
- les bulles d'air sur l'échantillon.

Quand un échantillon solide est pesé dans l'air, il est soumis à la poussée d'Archimède égale au poids du volume d'air déplacé. L'erreur qui en découle est suffisamment importante et il faut faire une correction. La formule suivante tient compte de la poussée aérodynamique :

$$\rho = \frac{M_a(\rho_f - \rho_a)}{M_a - M_f} + \rho_a \quad (\text{II.6})$$

ρ_a est la masse volumique de l'air dans des conditions normales (T=20°C et P=1atm) et égale à 0.0012 g/cm³.

Pour corriger l'erreur due à la profondeur d'immersion de l'échantillon, on utilise la formule suivante donnée par le constructeur du matériel utilisé :

$$\rho = \frac{M_a(\rho_f - \rho_a)}{0.99983(M_a - M_f)} + \rho_a \quad (\text{II.7})$$

Ce facteur de correction est exclusivement déterminé par la géométrie de l'accessoire de mesure de la masse volumique. A cet effet on utilise un béccher de diamètre 75 mm.

1.2.2. Détermination expérimentale de la masse volumique

Le liquide employé dans cette expérience est de l'eau distillée. Tout d'abord, on détermine le poids de l'échantillon dans l'air : on tare la balance, on place l'échantillon sur le plateau supérieur de la structure de suspension, on le pèse et on enregistre la masse M_a . Ensuite, on détermine la poussée hydrostatique, ($G=M_a-M_f$) : on tare la balance avec l'échantillon sur le plateau supérieur de la structure de suspension, on place ensuite

l'échantillon dans le panier inférieur et on enregistre la valeur absolue de la poussée hydrostatique affichée avec un signe moins. Enfin, on calcule la masse volumique à l'aide de la formule (Eq. II.7).

Sur les figures II.7-9, sont reportées les évolutions des masses volumiques apparentes des trois types d'argile en fonction de la teneur en eau, sachant que les expériences de séchage sont effectuées à basses et moyennes températures [40°C – 60°C].

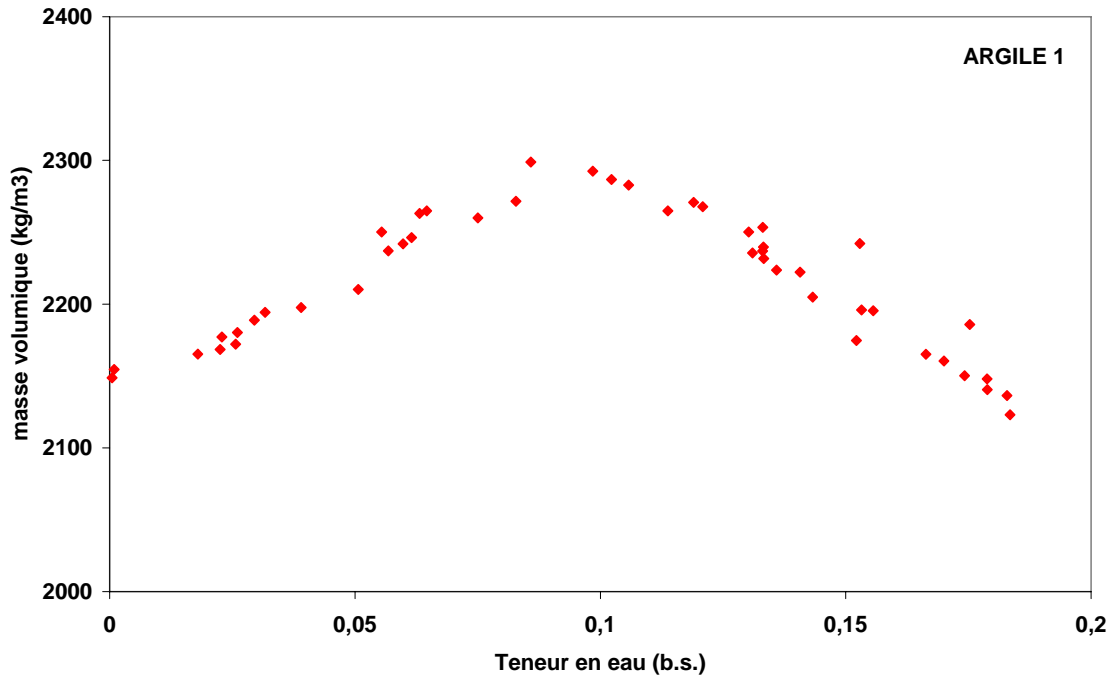


Fig. II.7 : Variation de la masse volumique de l'argile 1 en fonction de sa teneur en eau

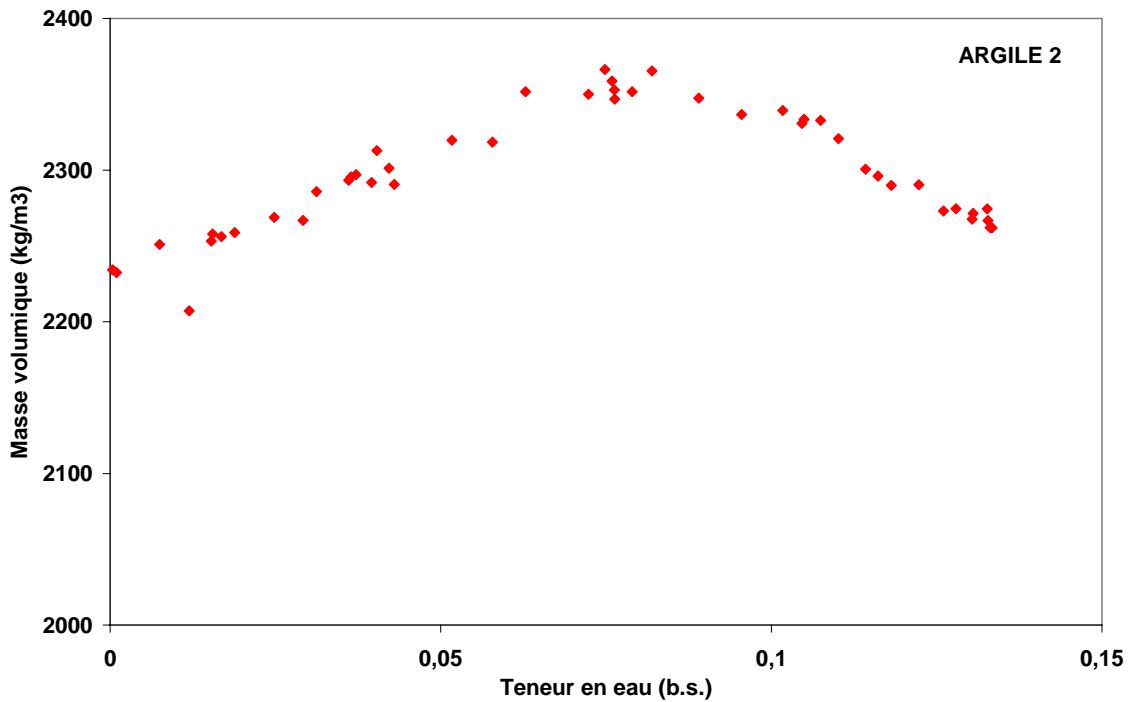


Fig. II.8 : Variation de la masse volumique de l'argile 2 en fonction de sa teneur en eau

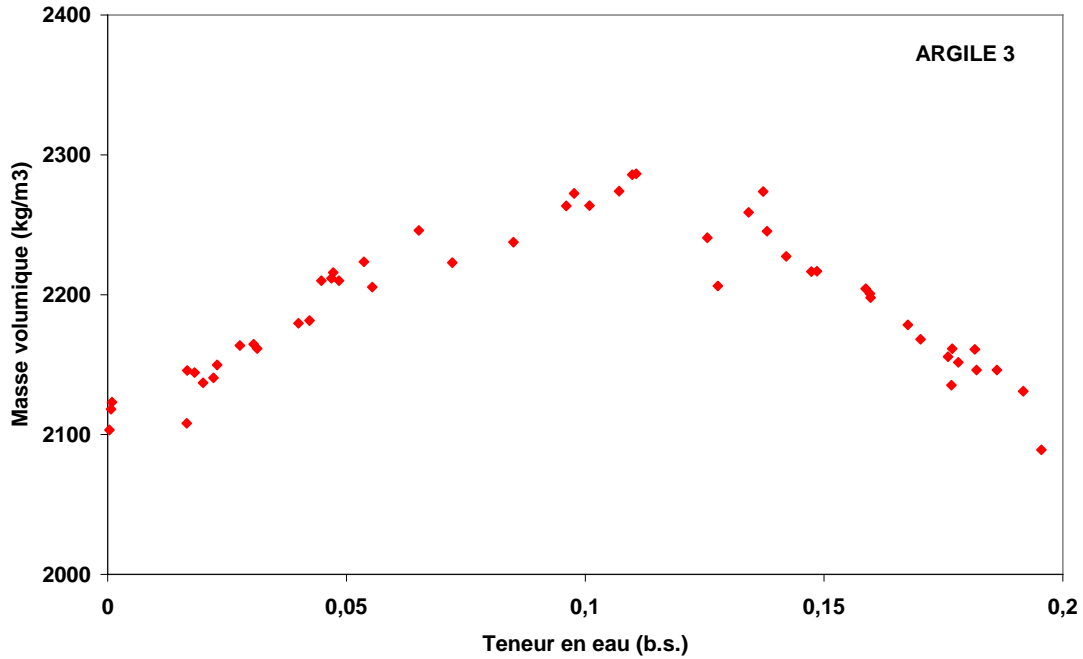


Fig. II. 9 : Variation de la masse volumique de l'argile 3 en fonction de sa teneur en eau

1.2.3. Analyse des Résultats

La masse volumique apparente de l'argile varie pendant le séchage sous l'influence de deux phénomènes qui ont des effets opposés. En premier lieu, il y a perte en eau, donc diminution de la masse du matériau. En second lieu, le phénomène de retrait provoque une diminution du volume. La masse volumique adopte une évolution moyenne tenant compte de ces deux phénomènes.

Il est admis qu'en dessous d'une certaine limite de retrait, un échantillon d'argile sèche sans aucune variation de volume. Donc la masse volumique diminue sous l'influence de la perte d'eau :

$$\rho = \rho_s(1 + X) \quad ; \quad X < X_r \quad (II.8)$$

ρ_s est la masse volumique apparente du solide sec et X_r est la teneur en eau limite du retrait.

Au dessus de la limite de retrait, le volume de l'échantillon diminue en même temps que sa masse. Pour des teneurs en eau élevées, supérieures à la limite de plasticité, le volume de l'eau qui s'échappe par évaporation est remplacé par du matériau à la teneur en eau de l'ensemble. La masse volumique absolue de l'argile étant plus élevée que celle de l'eau, la masse volumique de l'ensemble croît alors.

S'il n'y a plus d'introduction de l'air dans le matériau, le milieu reste saturé et on peut appliquer l'additivité des volumes solide et liquide. La masse volumique est alors donnée par la relation :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{(1 + X)m_s}{V_e + V_s} \quad (II.9)$$

Ce qui amène à la relation suivante :

$$\rho = \frac{1 + X}{X/\rho_e + 1/\rho_s^s} \quad ; \quad X > X_r \quad (II.10)$$

ρ_e est la masse volumique de l'eau et ρ_s^s masse volumique absolue du solide.

Pour calculer la masse volumique absolue (intrinsèque) du solide, on va utiliser l'équation II.10 qui est vraie à l'état initial : le milieu est saturé et on connaît la teneur en eau initiale (X^0) et la masse volumique initiale (ρ^0), donc :

$$\rho^0 = \frac{(1 + X^0)}{X^0/\rho_e + 1/\rho_s^s} \quad (\text{II.11})$$

On peut alors déduire la masse volumique intrinsèque du solide par l'équation suivante :

$$\rho_s^s = \frac{\rho^0 \rho_e}{(1 + X^0)\rho_e - X^0 \rho^0} \quad (\text{II.12})$$

Pour les teneurs en eau dans la zone de transition entre le milieu saturé et le milieu non saturé, l'introduction d'air à l'intérieur du matériau fait que la masse volumique réelle est inférieure à celle calculée avec l'équation II.10. Ceci sera plus clair en observant le retrait volumique présenté ci-dessous.

Table II.2. Résultats de la masse volumique des trois argiles

Paramètres	Argile 1	Argile 2	Argile 3
Teneur en eau initiale (X^0 , kg/kg b.s.)	0.1835	0.1333	0.1955
Masse volumique apparente initiale (ρ^0 , kg/m ³)	2123	2162	2089
Masse volumique intrinsèque du solide (ρ_s^s , kg/m ³)	2685	2565	2665
Masse volumique apparente du solide sec (ρ_s , kg/m ³)	2120	2207	2091

1.3. Retrait Volumique

Lors d'une opération de séchage thermique, certains matériaux se comportent comme des matériaux rigides alors que d'autres se contractent et subissent un retrait. Pour la première catégorie, toute l'eau évacuée est remplacée par l'air et le matériau final est poreux. Pour la seconde catégorie, les éléments constituant l'édifice solide se resserrent sous l'influence de forces internes. Cette contraction est appelée retrait, un retrait qui est défini comme étant un rapport de volumes contenant la même quantité de matériau anhydre, le volume du matériau à une teneur en eau X sur le volume initial.

$$R_v = \frac{V(X)}{V_0} = \frac{\rho^0(1 + X)}{\rho(1 + X^0)} \quad (\text{II.13})$$

Le retrait est qualifié de libre lorsque le matériau se contracte librement sous l'influence de conditions externes homogènes. Il est dit idéal ou total lorsque la diminution de volume correspond exactement au volume de l'eau évaporée : le matériau se comporte comme un milieu poreux saturé, c'est-à-dire qu'aucune porosité ne se développe. La contraction est alors caractérisée par une relation linéaire entre le retrait et la teneur en eau sur base sèche. La majorité des solides pâteux présente un comportement intermédiaire : le retrait est idéal tant que la matrice solide demeure déformable, et s'arrête lorsque la matrice atteint un certain seuil de rigidité.

1.3.1. Détermination expérimentale du retrait

Pour déterminer expérimentalement le retrait volumique des trois types d'argile, nous avons choisi de suivre les volumes des échantillons au cours du séchage. Par ailleurs, on peut penser que l'évolution du retrait volumique dépend intrinsèquement des conditions de séchage, car la

déformation du matériau peut dépendre des gradients de teneur en eau et de température au sein du matériau : ces gradients diffèrent pour des conditions de séchage différentes. Les expériences effectuées et les résultats obtenus montrent que le retrait ne dépend que de la teneur en eau moyenne à laquelle est le matériau pour les conditions de séchage convectif à basse et moyennes températures [30°C-60°C]. Le retrait volumique est donc une fonction caractéristique macroscopique dépendant de la quantité d'eau existant dans le matériau.

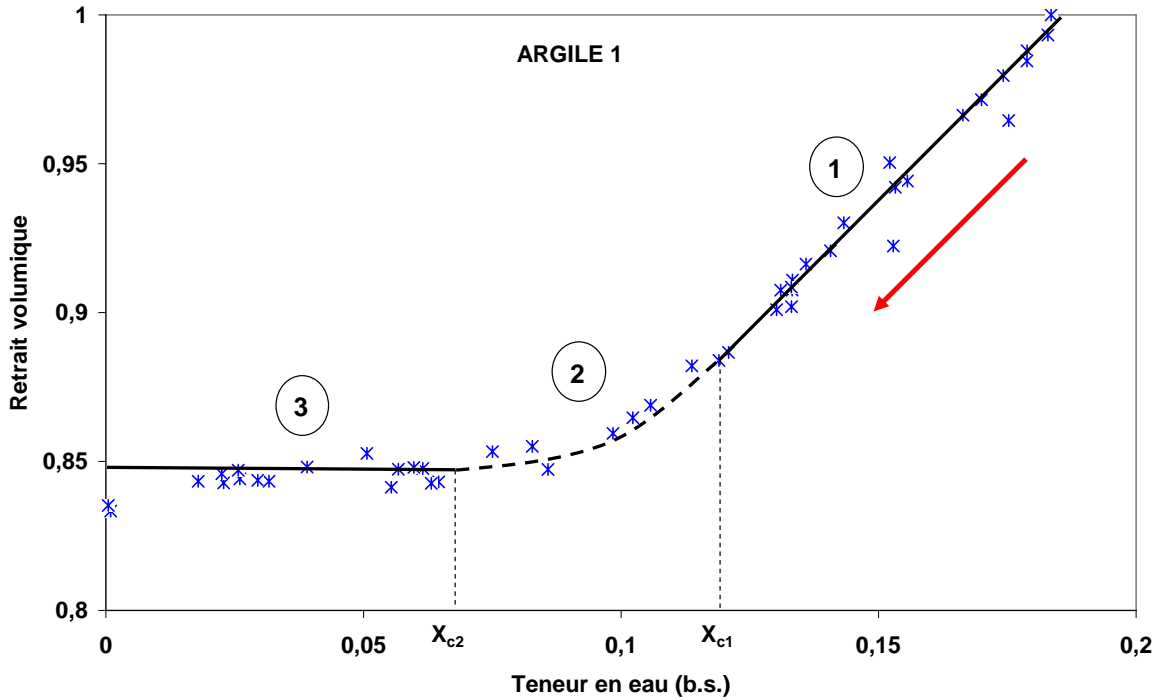


Fig. II.10 : Courbe de retrait volumique de l'argile 1

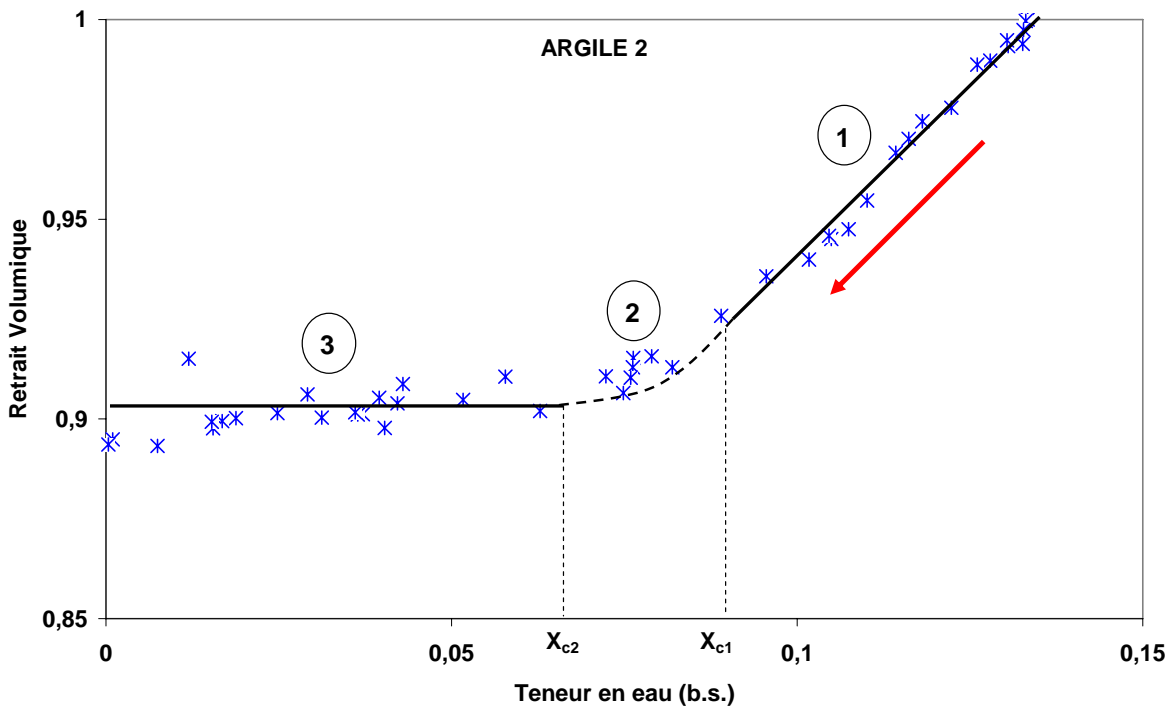


Fig. II.11 : Courbe de retrait volumique de l'argile 2

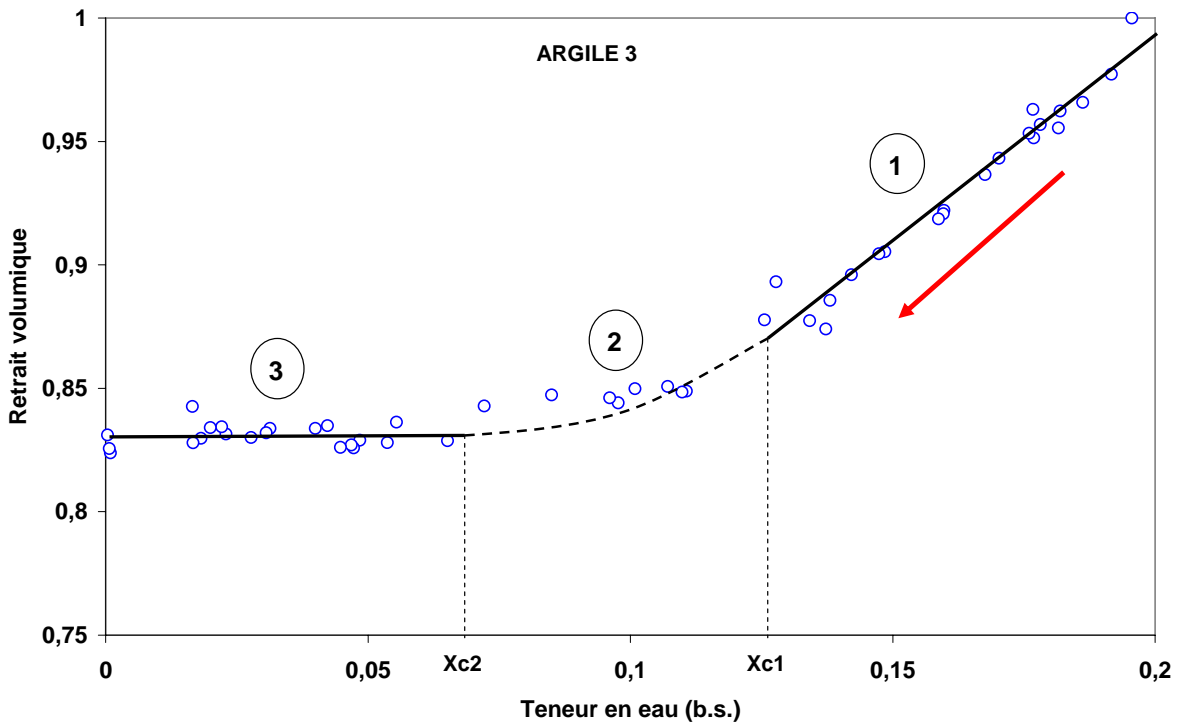


Fig. II.12 : Courbe de retrait volumique de l'argile 3

Table II.3. Résultats des courbes de retrait des argiles

	Argile 1	Argile 2	Argile 3
X_{c1}	0.119	0.09	0.126
X_{c2}	0.068	0.066	0.068
β	1.69	1.879	1.66
Limite du retrait (V/V_0) _{eq}	0.845	0.904	0.831

1.3.2. Analyse du retrait

Les figures II.10-12 représentent l'évolution du retrait volumique en fonction de la teneur en eau du matériau pour les trois argiles traitées. Les données expérimentales sont représentées par des points. On remarque la présence de trois phases du retrait :

- Une première phase où le retrait volumique est idéal. Le retrait correspond à la perte en masse (la perte en masse et la diminution du volume sont en phase et elles restent proportionnelles) et le matériau est saturé tout au long de cette phase,

$$R_v = 1 + \beta(X - X_0) \tag{II.14}$$
- Une deuxième phase de transition, où on assiste à l'apparition du vide dans le matériau (vapeur d'eau et air). La masse de l'échantillon continue à diminuer mais le volume ne diminue pas de la même manière : on est en présence d'un milieu non saturé,
- Une dernière période caractérisée par un retrait nul. La masse continue sa diminution mais le volume reste fixe (le vide remplace l'eau évacuée des pores) et le squelette solide a pris sa forme finale.

Les résultats de l'analyse du retrait volumique sont portés dans le tableau II.3 qui présente les limites des trois zones par les teneurs en eau critiques ainsi que le coefficient de retrait hydrique.

Lors du séchage d'un produit poreux, si on imagine que le matériau devient insaturé en surface suite au départ de l'eau, le liquide restant va être mis en tension suite au développement d'une pression capillaire. La mise en tension du liquide a deux conséquences : la première est la contraction du solide qui supporte la tension et la seconde est le transport d'eau de l'intérieur du matériau vers l'extérieur conformément au gradient de pression. Le retrait est donc la conséquence du développement de pressions capillaires non négligeables, ce qui est le cas pour les pores de petits diamètres. L'importance du retrait va dépendre des propriétés de compression du solide. En effet, la matrice solide a tendance à se rigidifier au cours du séchage de telle manière que le retrait s'arrête avant la fin de l'élimination de l'eau.

1.4. Module d'Young

Le module d'Young a été déterminé à l'aide d'expériences de compression de plaques d'argile (Fig. II.13). Pour les trois variétés d'argile, le module d'Young est déterminé en calculant la pente de la courbe exprimant les contraintes en fonction des déformations (Exemple Fig. II.14).

Le résultat est présenté sur la figure II.15. L'observation des résultats expérimentaux montre la difficulté de trouver une relation ou une corrélation entre le module de Young et la teneur en eau moyenne de l'échantillon. Les résultats nous donnent l'ordre de grandeur du module d'Young pour les trois argiles (entre 15 et 20 MPa). Banaszak et Kowalski (2005) utilisent la valeur (15,1 MPa) pour une argile saturée. On trouve dans la littérature divers corrélations et expressions du module d'Young pour les argiles.



Fig. II.13. Banc expérimental de la machine de Compression /Traction

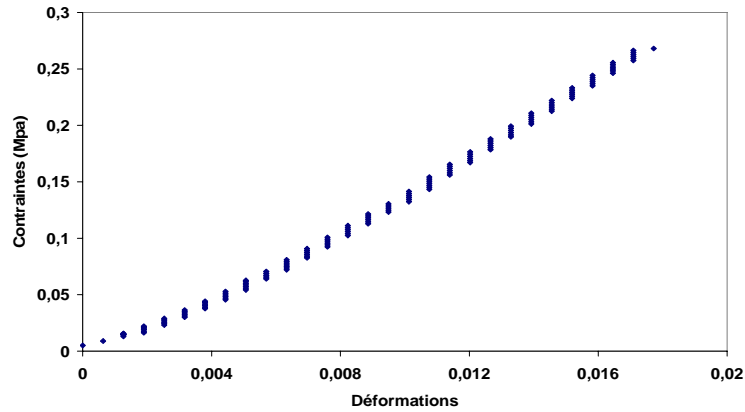


Fig. II.14 : Exemple de courbes Contraintes en fonction des Déformations

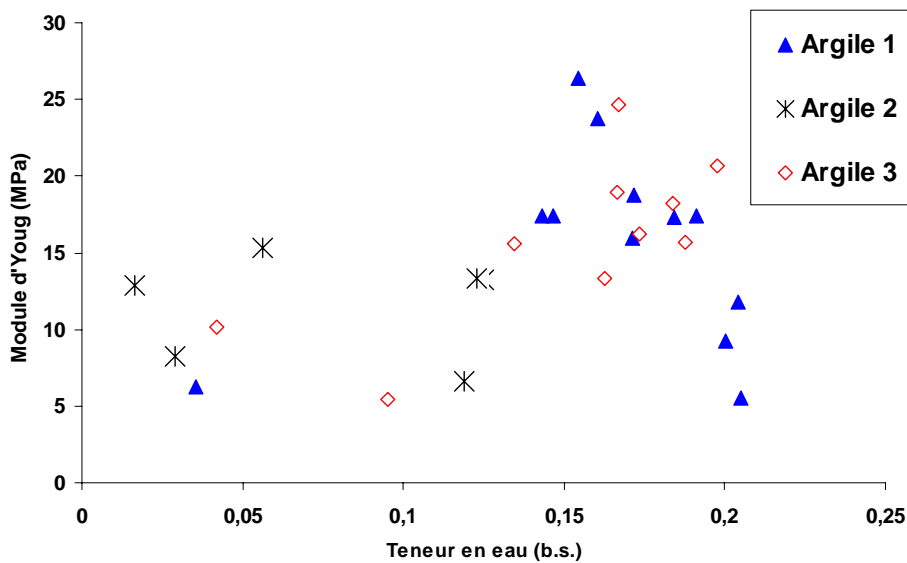


Fig. II.15 : Modules d'Young pour les trois argiles

2. Cinétiques de Séchage

Ce paragraphe présente les résultats qui ont été obtenus grâce aux essais de séchage faits avec une boucle de séchage convectif (Figure II.16). L'influence des variables opératoires (température T , vitesse de l'air V et humidité relative de l'air HR) sur le séchage est étudiée pour les trois argiles considérées dans ce travail. Pour la clarté de la présentation, seuls les résultats obtenus pour l'argile 1 sont présentés.

Plusieurs expériences de séchage convectif ont été effectuées dans le but de caractériser les trois variétés du matériau argileux et de déterminer un comportement macroscopique de la cinétique de séchage. Un plan expérimental à trois variables a été considéré en faisant varier la température de l'air asséchant de 40, 50 et 60°C et l'humidité relative de l'air 30, 40 et 60% tout en maintenant la vitesse de l'écoulement à 2m/s.

Des expériences sur les trois types d'argile en forme de plaques parallélépipédiques de dimensions ($15 \times 12 \times 1.5 \text{ cm}^3$) ont été menées. Le tableau ci-dessous présente les différentes conditions des expériences effectuées dans la boucle de séchage convectif.



Fig. II.16 : Boucle de séchage convectif du laboratoire TREFLE

Table II.4. Conditions expérimentales des différentes expériences de séchage convectif effectuées

	Température (°C)	Humidité relative (%)	Vitesse de l'air (m/s)
Expérience 1	50	30	2
Expérience 2	50	40	2
Expérience 3	50	60	2
Expérience 4	40	40	2
Expérience 5	60	40	2

2.1. Résultats des Cinétiques de Séchage

Les dispositifs expérimentaux classiques permettent d'enregistrer la masse au cours du temps. On obtient alors les courbes représentant la perte de masse en fonction du temps. Cependant, on a coutume d'utiliser la teneur en eau du produit sur base sèche (X , kg d'eau/ kg solide sec) et non la masse pour tracer cette courbe de séchage (Figures II.17-18). Selon l'usage, ces données sont transformées afin de tracer soit la courbe de vitesse de séchage (ou de flux matériel) soit la courbe dite de Krischer selon que le flux de séchage (F_m , kg/m²s) est représenté en fonction du temps ou de la teneur en eau sur base sèche.

Dans le cas où le matériau est parfaitement rigide et ne subit aucune modification de sa surface, le flux peut être obtenu directement par dérivation de la courbe de perte de masse. Le flux est alors égal à la vitesse de séchage (N , kg/s) à une constante près :

$$F = \frac{M_s}{A_0} \left(-\frac{dX}{dt} \right) = \frac{1}{A_0} \left(-\frac{dM}{dt} \right) \quad (\text{II.15})$$

Par contre, dans notre cas, où le matériau humide subit un retrait, la connaissance de la surface externe ($A(X)$) de l'échantillon est nécessaire pour tracer la courbe de séchage en terme de flux :

$$F = \frac{M_s}{A(X)} \left(-\frac{dX}{dt} \right) \quad (\text{II.16})$$

Les figures II.17-18 illustrent l'effet de la température sur la cinétique de séchage. Pour les trois températures utilisées (40, 50 et 60°C) on observe que la valeur du flux augmente avec la température. Cette augmentation du flux est liée à l'augmentation du potentiel de transfert : la

température humide augmente également ce qui a pour effet un accroissement de la valeur en humidité de l'air à l'interface $Y_{sat}(T_h)$. Ce qu'on peut aussi remarquer est que l'influence de la température sur le flux matériel se poursuit pratiquement jusqu'à la fin du séchage.

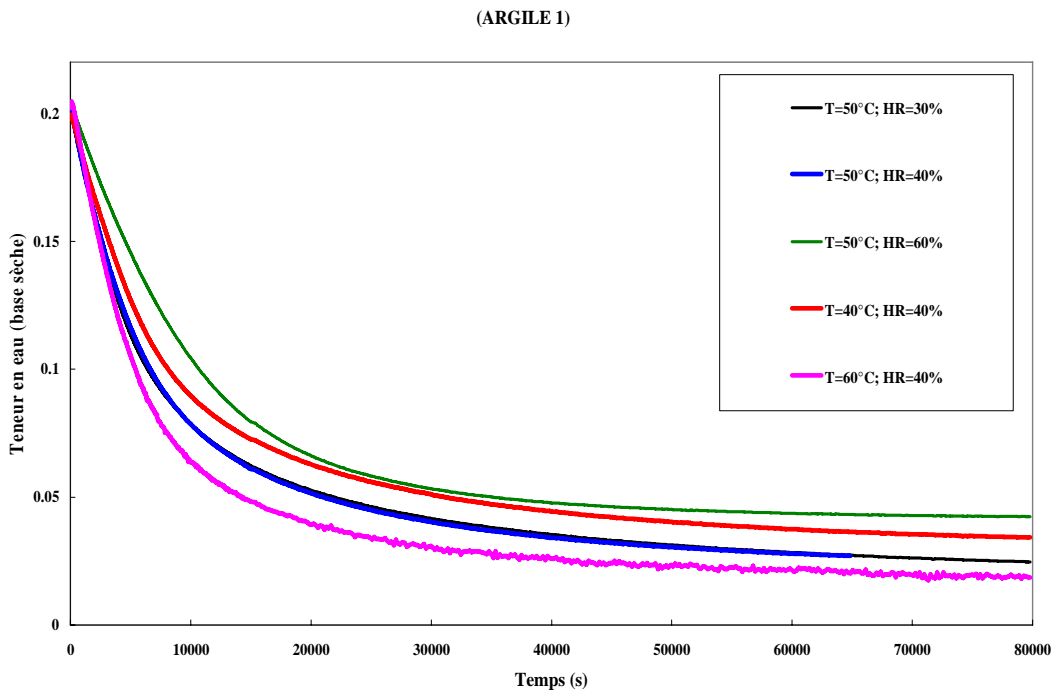


Fig. II.17 : Courbes de pertes en masse au cours du séchage de l'argile 1

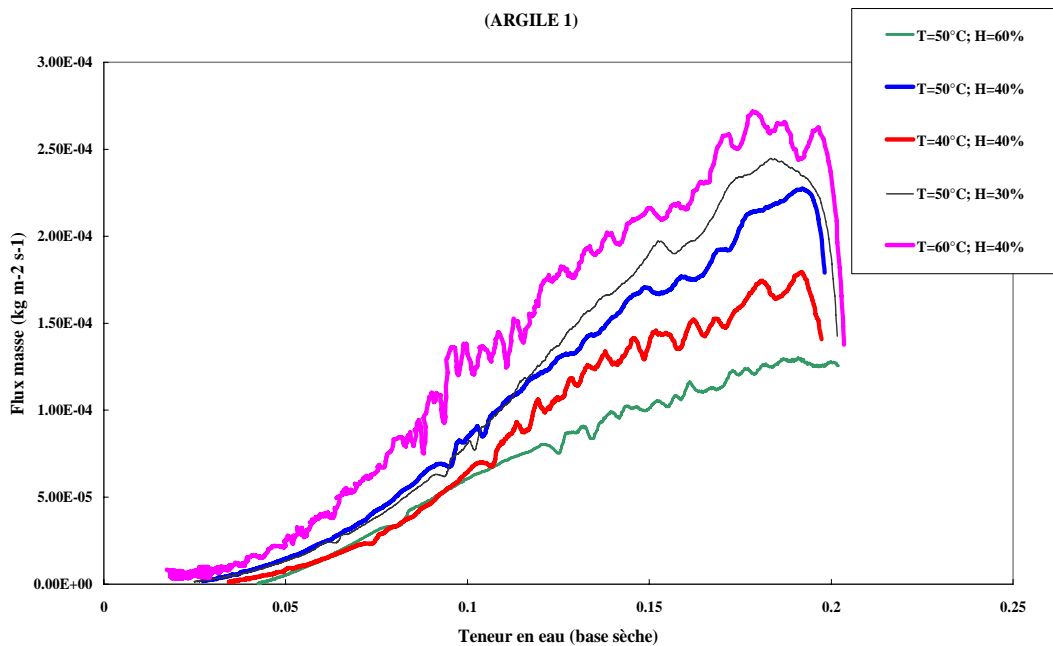


Fig. II.18 : Flux de masse au cours du séchage de l'argile 1

2.2. Analyse Globale des Cinétiques

L'examen de l'allure des courbes de la cinétique de séchage permet une première approche macroscopique du comportement du produit pendant le séchage. En général, on

distingue quatre phases du séchage : période de préchauffage, période à vitesse ou flux constant et les deux périodes de ralentissement (Voir Figures II.17-18).

- **Période de préchauffage** : Elle correspond à la montée de température du matériau à sécher jusqu'à atteindre la température humide correspondant à l'environnement séchant. Cette période est très courte vis-à-vis du temps de séchage total.
- **Période à vitesse ou flux constant** : Pendant cette phase, souvent isenthalpe, l'eau est évacuée à flux constant. Le qualificatif isenthalpe est employé lorsque la chaleur échangée par convection est intégralement utilisée pour la vaporisation de l'eau. On va considérer que l'évaporation s'effectue à la surface du matériau et que cette surface est couverte d'un film d'eau continu. L'eau éliminée est libre et la surface conserve la température humide mentionnée dans la première période. Cette phase perdure tant que la surface est alimentée de manière suffisante en eau venant de l'intérieur du matériau. Le flux de chaleur demeure constant lui aussi pendant toute cette période. La vitesse de séchage ne dépend que des conditions externes, c'est-à-dire de la vitesse superficielle l'humidité et de la température de l'agent séchant, de la surface exposée au séchage et de la pression.
- **Les deux périodes de ralentissement** : Les interprétations de ces deux phases diffèrent selon le modèle évoqué. Deux modèles sont couramment cités : le premier modèle suppose que le front de vaporisation se déplace vers l'intérieur du matériau alors que le second postule que la vaporisation se déroule en surface, mais que celle-ci est partiellement sèche. La première période de ralentissement commence lorsque la surface du matériau en contact avec l'air chaud atteint le seuil hygroscopique. On définit X_{cr} , la teneur en eau à partir de laquelle le ralentissement se produit. Le front de séchage qui se trouvait en surface migre vers l'intérieur du matériau. Dans cette phase, ce sont les différentes résistances internes du matériau aux transferts de chaleur et de matière qui contrôlent la vitesse du séchage. Ces résistances seront d'autant plus grandes que le front de séchage se situe loin de la surface externe du matériau (Nadeau et Puiggali, 1995). Une fois que l'ensemble du matériau se situe dans le domaine hygroscopique, c'est-à-dire qu'il ne subsiste plus que l'eau liée, la seconde phase de ralentissement commence. Le séchage est terminé lorsque le solide a atteint sa teneur en eau d'équilibre dans les conditions opératoires considérées.

3. Autres propriétés du matériau

3.1. Perméabilité

Pour un milieu isotrope le tenseur de perméabilité peut s'écrire comme :

$$\underline{\underline{K}} = K \cdot \underline{\underline{I}} \quad (\text{II.17})$$

où $\underline{\underline{K}}$ est le coefficient de perméabilité intrinsèque du milieu. En général sa mesure est faite par un test de drainage 1D dans un milieu non déformable. Dans le cas de l'argile, l'obtention de cette perméabilité en fonction des paramètres physiques intervenant dans le séchage, reste très difficile compte tenu du caractère fortement déformable. En effet, dans la littérature il n'existe pas de mesures de l'évolution de la perméabilité en fonction de la fraction volumique. Certains auteurs nous donnent une idée de la forme que peut prendre cette relation phénoménologique et nous montrent les paramètres possibles intervenant dans celle-ci (Sarmiento, 2004 ; Porras, 2005).

Nous pouvons adapter à notre matériau une de ces fonctions de perméabilité trouvées dans la littérature, mais pour faire une validation correcte, nous avons choisi d'identifier l'évolution de la perméabilité en fonction du coefficient de diffusion effectif déterminé à partir de la

théorie de consolidation de Biot et qui donne l'avantage de pouvoir travailler avec une perméabilité variable en fonction uniquement des propriétés du matériau :

$$K = K(D^{eff}, E, \nu) = D^{eff} \frac{(1-2\nu)\mu_l}{2(1-\nu)G} \quad (II.18)$$

Cette expression est valable pour un comportement élastique du matériau. Le module de cisaillement G est égal à :

$$G = E/2(1+\nu) \quad (II.19)$$

et le coefficient de Poisson ν est une fonction approximative obtenue en faisant une estimation du paramètre avec des valeurs de référence de notre matériau.

Dans l'Annexe 2 sont présentés les coefficients de diffusion effectifs de l'eau dans les trois argiles.

3.2. Pression Capillaire

La pression capillaire est déduite à partir de l'approche empirique de Leverett pour le cas des argiles (Scheidegger, 1974) :

$$P_c = \sqrt{\frac{\phi}{K}} \cdot \sigma \cdot J(S) \quad (II.20)$$

avec : $J(S) = 0.364[1 - \exp(-40 + 40S)] + 0.221(1 - S) + \frac{0.005}{S - 0.09}$

et $\sigma = 0.1212 - 0.000167 T$

3.3. Conductivité Thermique

Comme pour le cas de la perméabilité, le tenseur de conductivité thermique dans un milieu isotrope s'écrit :

$$\underline{\underline{\lambda}} = \lambda \underline{\underline{I}} \quad (II.21)$$

La conductivité thermique effective (λ^{eff}) est un paramètre qui varie par rapport à la teneur en eau et est déterminé par des mesures expérimentales.

3.4. Chaleur Massique

La chaleur massique (C_p) est un paramètre qui varie par rapport aux fractions volumiques de différentes phases à travers de la fonction suivante :

$$\rho C_p = \rho_s C_{p_s} + \rho_l C_{p_l} + \rho_g C_{p_g} \quad (II.22)$$

Conclusion

Après avoir caractérisé notre matériau expérimentalement et déterminé les principales propriétés physiques qui seront nécessaires pour la suite de notre travail, nous allons aborder la partie modélisation. Dans cette partie, nous allons essayer de développer un modèle qui prend en compte la physique réelle du séchage des milieux non saturés et déformables. Et plus précisément un modèle qui permettrait le mieux le passage continu entre milieu diphasique (saturé) et milieu triphasique (non saturé) ; ce qui va nous donner une très bonne approche de la physique du séchage dans les milieux poreux en général et les argiles en particulier.

Chapitre III

MODÉLISATION

Introduction

La formulation des transferts couplés de chaleur et de masse en milieux poreux a fait l'objet de nombreuses études. Le jeu d'équations le plus utilisé est inspiré des publications de Whitaker (1977a ; 1980). Les bilans de masse, d'énergie et de quantité de mouvement écrits de façon rigoureuse et pour chaque phase (solide, liquide et gazeuse) au niveau microscopique, constituent le point de départ retenu par cet auteur. Ces équations sont ensuite moyennées sur un volume élémentaire représentatif. Cette démarche a pour avantage de montrer clairement le lien entre le milieu poreux réel et le milieu continu fictif. Elle illustre également la difficulté d'une telle approche : la plupart des coefficients qui interviennent au niveau macroscopique méritent leur nom de phénoménologiques puisqu'ils ne sont appréhendés que par l'expérience ou par une connaissance parfaite des répartitions des phases au sein du milieu poreux réel.

Les transferts massiques sont dus à la migration capillaire et la filtration de la phase liquide, la diffusion/convection de la phase gazeuse et la diffusion de l'eau adsorbée. Le bilan énergétique tient compte de la conduction, de la chaleur latente d'évaporation et de la chaleur différentielle de sorption. La pression résulte d'un bilan du flux et du volume de la phase gazeuse. La prise en compte de cette pression étend considérablement le domaine de validité des équations, notamment au séchage sous vide et au séchage à haute température (Perré et Degiovanni, 1990).

Les équations que nous avons utilisées ont été modifiées pour avoir un problème physiquement bien posé. Nous avons choisi de travailler du cas particulier vers le cas général : milieux saturés puis milieux non saturés. En effet on va décrire cette transition du diphasique vers le triphasique. Dans le premier cas, l'état du milieu est alors défini par quatre variables (température, fraction du liquide, pression de la phase liquide et vitesse de déplacement de la phase solide). Dans le deuxième cas, on va utiliser cinq variables (température, fraction de la phase liquide, pression de la phase liquide, fraction de la phase gazeuse et vitesse de déplacement de la phase solide). La difficulté rencontrée dans ce modèle est la définition d'un critère d'apparition de la phase gazeuse. Nous avons choisi la pression capillaire comme critère puisque c'est elle qui relie les pressions du liquide et celle du gaz qui sont des variables de notre modèle.

Avant de passer à la modélisation proprement dite, nous allons présenter le modèle complet de Whitaker (1977a) issu de la technique de prise de moyenne.

1. Modélisation des transferts en milieux poreux à l'échelle du processus

Le modèle complet considéré est celui issu de la technique de prise de moyenne (Marle, 1967 ; Whitaker, 1967 ; Slattery, 1967 ; Gray, 1975), à partir d'une approche locale à l'échelle de pore, et largement développée pour décrire le séchage des milieux poreux hygroscopiques (Whitaker, 1977a ; Plumb et al., 1984 ; Michel et al., 1987 ; Perré, 1987 ; Couture, 1995).

Dans un premier temps, les hypothèses du modèle et les principales notations sont précisées. Dans un second temps, les équations de conservation pour la masse, la quantité de mouvement et l'énergie sont écrites.

1.1. Volume Élémentaire Représentatif et Moyennes

En accord avec le domaine de validité du modèle, le milieu réel est composé d'une phase liquide, d'une phase gazeuse, d'une phase solide et d'eau liée. Après prise de moyenne, toute grandeur physique F a pour valeur en un point sa moyenne sur le VER centré en ce point. Le matériau poreux est ainsi assimilé à un milieu continu homogène équivalent.

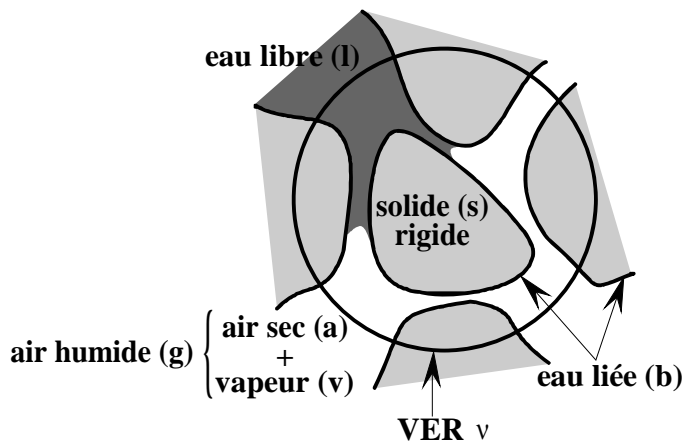


Figure III.1 : Volume Élémentaire Représentatif et constituants du milieu.

Deux moyennes sont utilisées pour définir la valeur macroscopique de F en un point du milieu fictif :

- ✓ la moyenne de phase est définie par :

$$\bar{F} = \frac{1}{V} \int_V F dV \quad (\text{III.1})$$

- ✓ la moyenne intrinsèque de phase i par :

$$\bar{F}^i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} F dV \quad (\text{III.2})$$

Dans cette dernière définition V_i est le volume de la phase i ($i=1, g, s$) inclus dans le VER, les deux types de moyennes étant ainsi liés par :

$$\bar{F} = \varepsilon_i \bar{F}^i \quad (\text{III.3})$$

où ε_i est la fraction volumique de la phase i :

$$\varepsilon_i = V_i / V \quad (\text{III.4})$$

1.2. Equilibre Thermodynamique Local

La "lenteur" des processus de transfert et le rapport des longueurs caractéristiques microscopique (taille des pores) et macroscopique (dimension de l'échantillon) permettent dans le cas du séchage convectif à basse et moyenne température de faire l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local (Whitaker, 1980 ; Quintard et Whitaker, 1993). A l'échelle du VER, les moyennes des températures de chaque phase prises sur cette phase sont égales :

$$\bar{T}_s = \bar{T}_g = \bar{T}_l = \bar{T} \quad (\text{III.5})$$

De plus la pression partielle de vapeur dans le milieu est supposée égale à sa valeur d'équilibre :

$$\bar{P}_v^g = a_w P_{vsat} \quad (\text{III.6})$$

où P_{vsat} est la pression de vapeur saturante, fonction uniquement de la température \bar{T} . L'activité de l'eau dans le milieu a_w est déduite des isothermes de sorption expérimentales. En effet, au dessus du point de saturation, l'activité de l'eau est égale à 1. En dessous, a_w est supposée égale à l'humidité relative que l'air doit avoir pour que, à la température \bar{T} , la teneur en eau d'équilibre soit la teneur en eau du produit. La corrélation qui décrit l'activité de l'eau est donc de la forme $a_w(\bar{T}, X)$.

1.3. Equations de Conservation de la Masse

Les équations de conservation sont écrites pour chaque constituant dans chaque phase, avec les hypothèses suivantes : la phase liquide ne contient qu'un seul composant (eau) ; il n'y a pas de réactions chimiques dans la phase gazeuse ; cette dernière contient la vapeur d'eau et de l'air sec.

Pour l'air sec dans la phase gazeuse

$$\frac{\partial \bar{\rho}_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_a^g \bar{\mathbf{v}}_a) = 0 \quad (\text{III.7})$$

Pour la vapeur dans la phase gazeuse

$$\frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_v^g \bar{\mathbf{v}}_v) = \dot{m} + \dot{m}_b \quad (\text{III.8})$$

Pour la phase liquide

$$\frac{\partial \bar{\rho}_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_l^l \bar{\mathbf{v}}_l) = -\dot{m} \quad (\text{III.9})$$

Pour l'eau liée, sous une forme identique aux précédentes

$$\frac{\partial \bar{\rho}_b}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_b \bar{\mathbf{v}}_b) = -\dot{m}_b \quad (\text{III.10})$$

Dans ces bilans de masse, les quantités ρ_i et \mathbf{v}_i désignent respectivement la masse volumique et la vitesse du composant i . Le flux d'eau liée $\bar{\rho}_b \bar{\mathbf{v}}_b$ est, en fait, purement diffusif. Il sera

décrit plus loin. Les échanges entre phases sont pris en compte par les termes \dot{m} et \dot{m}_b . Ainsi \dot{m} est le taux volumique de changement de phase de l'eau libre. Il représente la masse d'eau liquide qui s'évapore par unité de volume de produit et de temps. Il intervient donc avec un signe "moins" au second membre de l'équation (III.9), et bien sûr avec le signe opposé dans l'expression de la conservation de la masse de vapeur (III.8). De manière analogue, \dot{m}_b est le taux volumique de changement de phase de l'eau liée.

1.4. Equation de Conservation de l'Energie

Sous l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local (Eq. III.5), la conservation de l'énergie se réduit à l'écriture d'une équation unique :

$$\begin{aligned} \overline{\rho C_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \left(\overline{\rho_l \bar{v}_l C_{p_l}} + \overline{\rho_b \bar{v}_b C_{p_l}} + \overline{\rho_a^g \bar{v}_a C_{p_a}} + \overline{\rho_v^g \bar{v}_v C_{p_v}} \right) \nabla \bar{T} \\ - \overline{\rho_b \bar{v}_b} \nabla h_b + h_v \dot{m} + (h_v + h_b) \dot{m}_b - \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla \bar{T}) = \Phi \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

Φ est un terme source volumique s'il existe.

1.5. Equation de Conservation de la Quantité de Mouvement

Cette équation signifie que la dérivée particulière de la quantité de mouvement est égale au torseur des efforts extérieurs :

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho v \, dV = \int_V \rho F \, dV + \int_S \tau \, dV \quad (\text{III.12})$$

où F est la densité massique des forces de volume et τ est la densité surfacique des efforts s'exerçant sur la frontière. Cette dernière égalité étant vraie quel que soit le domaine considéré, l'équation différentielle de conservation de la quantité de mouvement s'écrit alors :

$$\frac{d}{dt} (\rho v) = \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho g \quad (\text{III.13})$$

Si on considère que les termes d'inertie ainsi que les effets de la gravité sont négligeables, l'équation de conservation de la quantité de mouvement se résume alors à :

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad (\text{III.14})$$

Dans les milieux poreux, on remplace souvent la contrainte par la contrainte effective. Cette dernière a été introduite par Terzaghi en 1925 (Coussy, 1991) et elle est à la base de la "poromécanique". Dans le cas simple d'un milieu poreux saturé, le principe est le suivant : la déformation du milieu dépend, a priori, de la contrainte mécanique appliquée et de la pression du fluide à l'intérieur des pores. Aussi Terzaghi a postulé que la déformation est liée à la différence entre contrainte appliquée et pression, ce qu'il a nommé contrainte effective :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{eff} = \underline{\underline{\sigma}} + P \underline{\underline{I}} \quad (\text{III.15})$$

En d'autres termes, l'idée de Terzaghi était que la contrainte appliquée se répartissait de manière additive entre la contrainte dans le solide et la pression dans le fluide. En fait la relation précédente (III.15) s'est avérée valable dans le cas de sols granulaires saturés. Il avait alors fait l'hypothèse de fluide incompressible. Coussy (1991) a montré que l'hypothèse de Terzaghi reposait également implicitement sur l'incompressibilité de la matrice solide. Dès lors, la contrainte effective n'est plus perçue comme celle affectant le solide, mais bien comme celle responsable de la déformation du milieu.

Dans les milieux non-saturés, les ménisques capillaires engendrent, contrairement aux pressions interstitielles positives, une attraction entre les grains. Une relation de type

phénoménologique liant les contraintes effectives aux contraintes et aux pressions de la phase liquide ainsi que la phase gazeuse est la suivante (Bishop, 1959) :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{eff} = \underline{\underline{\sigma}} + S(\overline{P}_l' - P_{atm})\underline{\underline{I}} + (1 - S)(\overline{P}_g^g - P_{atm})\underline{\underline{I}} \quad (III.16)$$

L'équation de conservation de quantité de mouvement d'un milieu non saturé pour des valeurs de saturation importante s'écrit alors sous la forme :

$$\nabla \cdot (\underline{\underline{\sigma}}^{eff} - S(\overline{P}_l' - P_{atm})\underline{\underline{I}} - (1 - S)(\overline{P}_g^g - P_{atm})\underline{\underline{I}}) = 0 \quad (III.17)$$

2. Modélisation des transferts en milieux saturés

Comme nous l'avons déjà mentionné dans l'introduction générale, l'approche choisie pour cette étude est la modélisation du comportement du produit en terme de transfert de masse et de mécanique au cours du séchage. Les résultats de cette modélisation permettent de conclure si les conditions de séchage choisies sont bien adaptées au matériau.

En effet, et au cours du séchage, le matériau subit un retrait volumique. Durant une première partie du séchage, ce retrait peut être considéré comme idéal c'est-à-dire que la variation du volume du matériau correspond au volume d'eau évacuée. Durant cette période le matériau est alors saturé et la description de son séchage est devenue classique (travaux sur le séchage des matériaux fortement déformables : Kechaou, 1989 ; Jomaa, 1991 ; Zagrouba, 1993 ; Mercier, 1996 ; Bogdanis, 2001 ; Mihoubi, 2004). Durant la deuxième partie, le retrait est quasi-nul d'évolution plus faible que le retrait idéal. Nous sommes en présence d'un milieu non-saturé (trois phases : solide, liquide et gaz). Dans le cas d'une matrice solide indéformable, la modélisation du séchage d'un tel matériau est parfaitement maîtrisée (Ilic et Turner, 1989 ; Turner, 1991 ; Couture, 1995).

Pour la modélisation des transferts dans les milieux poreux saturés (bi phasiques) et déformables, on peut distinguer deux grandes approches :

- ✓ une approche classique utilisant les modèles du type diffusif,
- ✓ une approche en pression.

La description complète du séchage d'un milieu déformable est complexe. Pour cela et dans le cas des milieux diphasiques (retrait idéal) beaucoup d'auteurs décrivent le transport de l'eau à travers un terme diffusif en introduisant un coefficient effectif. Ce type de formulation présente des avantages en terme de facilité de la résolution numérique. Les hypothèses simplificatrices utilisées pour écrire ce type de modèle masquent les effets de certains paramètres physiques. En effet, le coefficient de transport effectif intègre implicitement plusieurs phénomènes physiques responsables de l'évacuation de l'humidité. La détermination expérimentale de ce paramètre reste par ailleurs délicate du fait du caractère déformable de ce type de matériau.

Pour la deuxième approche, Sarmiento (2004) présente un modèle décrivant les transferts de masse, de chaleur et de quantité de mouvement en milieux déformables diphasiques solide/liquide. Le travail se focalise particulièrement sur la description du transport convectif de la phase liquide sans compromettre la physique par la traditionnelle introduction d'un coefficient de transport équivalent sans fondement. Par la méthode de la prise de moyenne, il obtient un système d'équations à l'échelle locale à partir des équations à l'échelle des phases. Le gradient de pression de la phase liquide, moteur naturel du transport, est conservé au détriment du gradient de la teneur en eau trouvé dans la littérature suite à l'introduction d'une loi liant pression et fraction volumique liquide. Il montre comment l'utilisation d'une telle loi peut être évitée en exploitant la conservation du volume solide (incompressibilité) et la conservation de la masse solide. Ensuite le modèle est appliqué au séchage 1D d'un milieu élastique linéaire. L'examen des simulations ne révèle aucun lien entre le gradient de pression

et le gradient de la teneur en eau contrairement aux affirmations de la littérature dans le cas des modèles diffusifs. Porras (2005) a refait la même précédente étude, avec la différence liquide binaire, et il l'a appliqué au séchage 2D d'un milieu élastique linéaire. Il est arrivé aux mêmes précédentes conclusions. Pour le comportement mécanique du matériau, les deux auteurs supposent un comportement élastique linéaire pour le matériau (solide et liquide). Le couplage hydromécanique est défini au travers de la décomposition du tenseur de déformation (déformation libre due au départ de l'eau et déformation élastique) et non au travers de la contrainte effective mentionnée ci-dessus. Dans les résultats présentés par Porras, ce dernier mentionne qu'en ce qui concerne les contraintes mécaniques la formulation choisie ne permet pas de respecter l'équilibre mécanique.

Caceras (2006) développe un modèle de transfert qui tient en compte le couplage thermo-hydro-mécanique existant dans le processus de séchage convectif d'un milieu poreux saturé fortement déformable. Il a montré que le processus de prise de moyenne sur un VER déformable conduit aux mêmes équations obtenues avec un VER non déformable. Ce résultat nous permet de tenir compte de l'équation de quantité de mouvement du liquide. En négligeant les effets visqueux du liquide et de la pesanteur, la prise de moyenne de l'équation de Stokes amène à la loi de Darcy dans laquelle la vitesse de filtration correspond à la vitesse relative du liquide par rapport au solide. Le gradient de pression apparaît alors comme le terme moteur principal du transport du liquide. Au travers de la loi de Darcy, une variable supplémentaire est ajoutée à savoir la pression de la phase liquide. Une équation supplémentaire est ainsi nécessaire et cette dernière correspond à la conservation de masse des deux phases (solide + liquide).

Les équations résultantes sont alors de type convectif et montrent explicitement la forte dépendance du transport liquide avec la déformation du solide ; car, au cours de la modélisation de ces équations, une variable qui dépend du changement de géométrie du solide apparaît de façon naturelle. Il s'agit de la vitesse intrinsèque de la déformation du solide.

Ce caractère convectif dominant pose généralement des problèmes numériques et peut conduire à des oscillations fortes. Caceras justifie alors le besoin d'introduire la compressibilité du liquide pour atténuer ces problèmes numériques. Il signale par ailleurs que la prise en compte ou non de cette compressibilité ne modifie pas le comportement du matériau en terme de cinétique de séchage.

Dans ce qui suit, on va présenter l'essentiel des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans les milieux saturés et déformables. Les détails du développement de ces équations ont déjà été bien exposés dans différents travaux dont deux thèses récentes (Sarmiento, 2004 ; Caceras, 2006).

2.1. Conservation de la Masse et de l'Énergie

2.1.1. Equations de Base : Echelle des Phases

Phase solide incompressible

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{v}_s) = 0 \quad (\text{III.18})$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_s = 0 \quad (\text{III.19})$$

$$\frac{\partial (\rho_s h_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{v}_s h_s) = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T_s) \quad (\text{III.20})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_s = 0 \quad (\text{III.21})$$

Phase liquide incompressible

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \mathbf{v}_l) = 0 \quad (\text{III.22})$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_l = 0 \quad (\text{III.23})$$

$$\frac{\partial (\rho_l h_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \mathbf{v}_l h_l) = \nabla \cdot (\lambda_l \nabla T_l) \quad (\text{III.24})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_l = 0 \quad (\text{III.25})$$

Conditions aux limites

$$\rho_s (\mathbf{v}_s - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{sl} = 0 \quad (\text{III.26})$$

$$\rho_l (\mathbf{v}_l - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{ls} = 0 \quad (\text{III.27})$$

$$\boldsymbol{\sigma}_l \cdot \mathbf{n}_{ls} + \boldsymbol{\sigma}_s \cdot \mathbf{n}_{sl} = 0 \quad (\text{III.28})$$

Avec la condition de l'équilibre thermodynamique local, les températures des deux phases sont équivalentes et égales à une seule :

$$T_s = T_l = T \quad (\text{III.29})$$

2.1.2. Equations Locales : Echelle du VER

Milieu saturé (binaire) :

$$\varepsilon_s + \varepsilon_l = 1 \quad (\text{III.30})$$

Phase solide

$$\frac{\partial \overline{\rho_s}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho_s \mathbf{v}_s^s}) = 0 \quad (\text{III.31})$$

$$\nabla \cdot \overline{\boldsymbol{\sigma}_s} + \frac{1}{V} \int_{A_{sl}} \overline{\boldsymbol{\sigma}_s} \cdot \mathbf{n}_{sl} dA = 0 \quad (\text{III.32})$$

$$\frac{\partial (\overline{\rho_s h_s})}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho_s \mathbf{v}_s^s h_s}) = \nabla \cdot \left(\lambda_s \left(\nabla \overline{T_s} + \frac{1}{V} \int_{A_{sl}} \overline{T_s} \cdot \mathbf{n}_{sl} dA \right) - \overline{\rho_s^s \tilde{h}_s \tilde{\mathbf{v}}_s} \right) + \frac{1}{V} \int_{A_{sl}} \lambda_s \nabla \overline{T_s} \cdot \mathbf{n}_{sl} dA \quad (\text{III.33})$$

$$\overline{\rho_s^s} = \text{cste} \quad (\text{III.34})$$

Phase liquide

$$\frac{\partial \overline{\rho_l}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho_l \mathbf{v}_l^l}) = 0 \quad (\text{III.35})$$

$$\nabla \cdot \overline{\boldsymbol{\sigma}_l} + \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \overline{\boldsymbol{\sigma}_l} \cdot \mathbf{n}_{ls} dA = 0 \quad (\text{III.36})$$

$$\frac{\partial (\overline{\rho_l h_l})}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho_l \mathbf{v}_l^l h_l}) = \nabla \cdot \left(\lambda_l \left(\nabla \overline{T_l} + \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \overline{T_l} \cdot \mathbf{n}_{ls} dA \right) - \overline{\rho_l^l \tilde{h}_l \tilde{\mathbf{v}}_l} \right) + \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \lambda_l \nabla \overline{T_l} \cdot \mathbf{n}_{ls} dA \quad (\text{III.37})$$

$$\overline{\rho_l^l} = \text{cste} \quad (\text{III.38})$$

2.2. Reformulation des Equations de Conservation

En introduisant les fractions volumiques des phases (liquide et solide), les équations de conservation peuvent s'écrire comme suit :

$$\frac{\partial(\varepsilon_l \bar{\rho}_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_l \bar{\mathbf{v}}_l) = 0 \quad (\text{III.39})$$

Ce qui conduit à :

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}_l) = 0 \quad (\text{III.40})$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}_s) = 0 \quad (\text{III.41})$$

Si on fait la somme des deux équations :

$$\frac{\partial(\varepsilon_s + \varepsilon_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}_s + \bar{\mathbf{v}}_l) = 0 \quad (\text{III.42})$$

On arrive donc à :

$$\nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}_s + \bar{\mathbf{v}}_l) = 0 \quad (\text{III.43})$$

En introduisant la loi de Darcy tout en négligeant l'effet de la pesanteur :

$$\bar{\mathbf{v}}_l = \bar{\mathbf{v}}_s - \frac{k}{\varepsilon_l \mu_l} \cdot (\nabla \bar{P}_l) \quad (\text{III.44})$$

$$\bar{\mathbf{v}}_s + \bar{\mathbf{v}}_l = \varepsilon_s \bar{\mathbf{v}}_s + \varepsilon_l \bar{\mathbf{v}}_s - \frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \bar{P}_l \quad (\text{III.45})$$

On obtient en définitif l'équation suivante :

$$\nabla \cdot \left(\bar{\mathbf{v}}_s - \frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \bar{P}_l \right) = 0 \quad (\text{III.46})$$

Cette équation traduit simplement le fait que la variation de volume du matériau ($\nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}_s)$) est égale au volume d'eau extrait ($\nabla \cdot \left(\frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \bar{P}_l \right)$).

La deuxième équation utilisée dans cette modélisation provient de la conservation de masse du liquide dans laquelle la loi de Darcy est introduite :

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_l \bar{\mathbf{v}}_s - \frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \bar{P}_l \right) = 0 \quad (\text{III.47})$$

L'équation de conservation de l'énergie est la suivante :

$$\bar{\rho} C_p \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + (\bar{\rho}_s C_{p_s} \bar{\mathbf{v}}_s + \bar{\rho}_l C_{p_l} \bar{\mathbf{v}}_l) \cdot \nabla \bar{T} - \nabla \cdot (\lambda_s \nabla \bar{T}_s) + h_v \dot{m} = 0 \quad (\text{III.48})$$

2.3. Conditions Initiales et aux Limites

Conditions Initiales

$$P_l^i(t=0) = P_{atm} \quad (\text{III.49})$$

$$\varepsilon_l(t=0) = \varepsilon^0 \quad (\text{III.50})$$

$$T(t=0) = T_a \quad (\text{III.51})$$

Conditions aux Limites

- ✓ Surfaces adiabatiques (flux nul)

$$\overline{v_s^s} \cdot n = 0 \quad (III.52)$$

$$\overline{\nabla P_l^l} \cdot n = 0 \quad (III.53)$$

$$(-\lambda \overline{\nabla T}) \cdot n = 0 \quad (III.54)$$

- ✓ Surfaces d'échange

$$\rho_l \left(-\frac{k}{\mu_l} \cdot \overline{\nabla P_l^l} \right) \cdot n = F_m = h_m \rho_g (C_{sat} - C_\infty) \quad (III.55)$$

$$(-h_v \dot{m} - \lambda \cdot \overline{\nabla T}) \cdot n = Q = h_c (T_e - T_\infty) \quad (III.56)$$

$$\sigma \cdot n = 0 \quad (III.57)$$

2.4. Conservation de la Quantité de Mouvement et Comportement Mécanique

Dans l'écriture du modèle de séchage des matériaux déformables, est apparue la vitesse de la phase solide. Dans cette partie, on se donne les moyens de calculer cette inconnue grâce à une modélisation des déformations lors du processus de séchage. Il est aussi nécessaire de définir les différentes déformations et contraintes mises en jeu.

2.4.1. Conservation de la Quantité de Mouvement

La phase solide est incompressible et l'hypothèse d'un milieu quasi statique nous permet de négliger les termes d'inertie. L'effet de la gravité sera également considéré comme négligeable sur le mouvement du solide. Ces hypothèses (Coussy, 1991) nous permettent d'écrire l'équation de conservation de la quantité de mouvement du milieu sous sa forme d'équilibre statique ou d'équilibre des contraintes :

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad (III.58)$$

Le tenseur de contraintes totales admet une contribution de la pression du fluide ainsi qu'une contribution du comportement mécanique propre du solide :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \varepsilon_s \underline{\underline{\sigma}}_s - \varepsilon_l P_l^l I \quad (III.59)$$

$\underline{\underline{\sigma}}_s$ correspond ici aux interactions entre les particules solides.

Les interactions entre le liquide et le solide disparaissent de cette équation car elles s'annulent mutuellement ; ainsi l'équation (III.58) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\nabla \cdot (\varepsilon_s \underline{\underline{\sigma}}_s - \varepsilon_l P_l^l I) = 0 \quad (III.60)$$

Cette équation est généralement abandonnée car l'accès à $\underline{\underline{\sigma}}_s$ est difficile. On préférera parler de contrainte effective qui est la contrainte responsable de la déformation du réseau solide dans son ensemble.

Basée sur la démarche suivie par Biot dans sa théorie de consolidation et par Coussy (1991), l'utilisation d'une relation de type phénoménologique, pour l'analyse de contraintes, est possible si on utilise le principe de contraintes effectives proposé par Terzaghi. Cette contrainte effective est obtenue à partir d'un bilan de forces sur le réseau solide :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{eff} = \underline{\underline{\sigma}} + P_l^l I \quad (III.61)$$

$\underline{\underline{\sigma}}$ représente le tenseur de contraintes totales, $\underline{\underline{\sigma}}^{eff}$ le tenseur de contraintes effectives responsable de la déformation du réseau solide. Cette expression fait apparaître explicitement la pression intrinsèque du liquide et est en cohérence avec notre modèle, car elle nous permettra d'obtenir, de façon explicite, le fort couplage existant entre la matrice solide et la phase liquide.

2.4.2. Tenseurs des Déformations

D'une manière générale, le tenseur de déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$ est défini à partir du champ de déplacement au sein du solide lorsque celui-ci subit un chargement quelconque. Dans un repère cartésien, ce tenseur s'exprime en fonction du vecteur déplacement sous la forme suivante :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} [(\nabla u)_i + (\nabla u)_j + (\nabla u)_k + (\nabla u)_l] \quad (\text{III.62})$$

Toute variation spatiale de la teneur en eau non uniforme induit un champ de retrait différentiel au sein du matériau. Ce champ de retrait engendre un champ de contrainte interne et donc une déformation complémentaire. La somme de ces déformations complémentaires $\underline{\underline{\varepsilon}}^m$ et de retrait $\underline{\underline{\varepsilon}}^r$ doit vérifier les équations de compatibilités pour que la déformation totale $\underline{\underline{\varepsilon}}$ soit cinématiquement admissible.

Déformations planes

Dans l'étude du problème mécanique bidimensionnel, on peut distinguer deux situations particulières : contraintes planes et déformations planes. L'hypothèse des contraintes planes s'applique généralement à l'étude des plaques minces tandis que l'hypothèse des déformations planes s'applique aux plaques épaisses.

Dans notre cas, où l'échantillon est un parallélépipède rectangle, la déformation peut être considérée comme plane. La déformée d'une section est significative du comportement du matériau. Cette restriction se traduit par une déformation nulle dans une des directions. On obtient dans le cas d'un comportement élastique les relations suivantes :

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zz} = 0 \quad (\text{III.63})$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \quad (\text{III.64})$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (\text{III.65})$$

2.4.3. Comportement Élastique Linéaire

L'élasticité suppose une relation biunivoque et linéaire entre le tenseur de contraintes et le tenseur des déformations. Elle caractérise l'aspect réversible des déformations.

La loi de Hooke généralisée pour un comportement élastique linéaire de la matrice solide s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{eff} = \lambda \cdot \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2 \cdot \mu \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (\text{III.66})$$

Si on passe à l'écriture matricielle, la loi de Hooke généralisée pour un comportement élastique linéaire s'écrit alors dans le cas des déformations planes :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^{eff} \\ \sigma_{yy}^{eff} \\ \sigma_{xy}^{eff} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.67})$$

avec λ et μ sont les coefficients de Lamé reliés au module d'Young E et au coefficient de poisson ν par les deux relations :

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{III.68})$$

Il est intéressant ici de faire une remarque concernant le choix d'un modèle élastique dans le cas de la formulation des contraintes effectives ou dans le cas d'une formulation avec décomposition du tenseur de déformation :

- ✓ Dans le premier cas on suppose que la matrice solide est élastique, le comportement global du matériau, qui est la combinaison de ce comportement élastique et du comportement visqueux de la phase liquide, est alors viscoélastique,
- ✓ Dans le deuxième cas on suppose que le matériau dans sa totalité est élastique.

2.5. Récapitulatif des Equations de Transfert en Milieux Saturés

Conservation de la masse :

$$\nabla \cdot \left(\bar{v}_s^s - \frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \bar{P}_l' \right) = 0$$

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_l \bar{v}_s^s - \frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \bar{P}_l' \right) = 0$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\nabla \cdot \left(\lambda \cdot \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{1}} + 2 \cdot \mu \underline{\underline{\varepsilon}} - \bar{P}_l' \underline{\underline{1}} \right) = 0$$

Conservation de l'énergie :

$$\bar{\rho} C_p \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + (\bar{\rho}_s C_{p_s} \bar{v}_s + \bar{\rho}_l C_{p_l} \bar{v}_l) \nabla \cdot \bar{T} - \nabla \cdot (\lambda_s \nabla \bar{T}_s) + h_v \dot{m} = 0$$

Conservation du volume :

$$\bar{\rho}_s^s = \text{cste}$$

$$\bar{\rho}_l^l = \text{cste}$$

Equation d'état :

$$\varepsilon_s + \varepsilon_l = 1$$

Condition aux limites sur les surfaces (Sa : surface adiabatique et Se : surface d'échange) :

$$\nabla \bar{P}_l' |_{S_a} \cdot n = 0$$

$$(-\lambda \nabla \bar{T}) |_{S_a} \cdot n = 0$$

$$\bar{v}_s^s |_{S_a} \cdot n = 0$$

$$\rho_l' \left(-\frac{k}{\mu_l} \cdot \nabla \bar{P}_l' \right) |_{S_e} \cdot n = F_m$$

$$(-h_v \dot{m} - \lambda \cdot \nabla \bar{T}) |_{S_e} \cdot n = Q$$

$$\sigma |_{S_e} \cdot n = 0$$

3. Modélisation des transferts en milieux non saturés

La formation d'une zone poreuse proche de la surface, visible expérimentalement, doit être intégrée au modèle si l'on veut se rapprocher de la réalité en fin du procédé de séchage. Il s'agit de coupler par un jeu de conditions aux limites adéquat deux modèles associés disponibles :

- le modèle biphasique pour le milieu saturé proposé dans ce document ci-dessus,
- un modèle triphasique classique type milieu poreux (Couture, 1995) pour le milieu non saturé.

Toute la difficulté réside dans le choix d'un critère d'apparition et de propagation de la zone poreuse non saturée.

3.1. Système d'Equations Moyennées

3.1.1. Conservation de la masse

Les équations de conservation sont écrites pour chaque constituant dans chaque phase. On a supposé que l'eau liée est négligeable, dont on n'a donc pas tenu compte dans les équations suivantes :

Pour la phase solide

$$\frac{\partial \bar{\rho}_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_s^s \bar{\mathbf{v}}_s) = 0 \quad (\text{III.69})$$

Pour l'air sec dans la phase gazeuse

$$\frac{\partial \bar{\rho}_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_a^g \bar{\mathbf{v}}_a) = 0 \quad (\text{III.70})$$

Pour la vapeur dans la phase gazeuse

$$\frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_v^g \bar{\mathbf{v}}_v) = \dot{m} \quad (\text{III.71})$$

Pour la phase liquide

$$\frac{\partial \bar{\rho}_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_l^l \bar{\mathbf{v}}_l) = -\dot{m} \quad (\text{III.72})$$

3.1.2. Equations de transport de la masse

Le transport de masse met en jeu des processus de migration différents selon la nature du constituant que l'on considère :

- transport convectif pour le liquide et l'air humide,
- combinaison entre convection et diffusion pour la vapeur et l'air sec.

Lois de Darcy généralisées

Les mouvements convectifs du liquide et du gaz en milieu non saturé sont usuellement décrits par les lois de Darcy généralisées :

$$\bar{\mathbf{v}}_l = \varepsilon_l \bar{\mathbf{v}}_s^s - \frac{k k_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla \bar{P}_l^l - \bar{\rho}_l^l \mathbf{g}) \quad (\text{III.73})$$

$$\bar{\mathbf{v}}_g = \varepsilon_g \bar{\mathbf{v}}_s^s - \frac{k k_{rg}}{\mu_g} \cdot (\nabla \bar{P}_g^g - \bar{\rho}_g^g \mathbf{g}) \quad (\text{III.74})$$

Flux d'eau libre

Son expression est directement obtenue à partir de la relation (III. 76). En introduisant la pression capillaire :

$$\overline{P_l} = \overline{P_g} - P_c \quad (\text{III.75})$$

$$\overline{\rho_l v_l} = \overline{\rho_l} \frac{kk_{rl}}{\mu_l} \cdot \nabla P_c - \overline{\rho_l} \frac{kk_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla \overline{P_g} - \overline{\rho_l} g) \quad (\text{III.76})$$

Le premier terme du second membre de cette dernière équation traduit le déplacement du liquide sous l'action des forces capillaires. Le second terme traduit la possibilité d'un mouvement convectif sous l'action d'un gradient de pression de la phase gazeuse.

Flux de vapeur

La vapeur migre par convection et par diffusion :

$$\overline{\rho_v^g v_v} = \overline{\rho_v^g} v_g - \overline{\rho_v^g} D_v^{eff} \cdot \nabla C \quad (\text{III.77})$$

Le premier terme du second membre prend en compte le déplacement de la vapeur avec le gaz. Ce flux convectif est provoqué par un gradient de pression de la phase gazeuse. A ce terme, il faut ajouter la diffusion moléculaire classique dans l'air humide, sous l'action d'un gradient de fraction massique de la vapeur dans la phase gazeuse ∇C .

C est donnée par :

$$C = \overline{\rho_v} / \overline{\rho_g} \quad (\text{III.78})$$

Flux d'air sec

En supposant que l'air sec et la vapeur ont le même coefficient de diffusion dans la phase gazeuse, v_g est la vitesse barycentrique moyenne :

$$\overline{\rho_g^g} v_g = \overline{\rho_a^g} v_a + \overline{\rho_v^g} v_v \quad (\text{III.79})$$

En remplaçant le flux de vapeur par sa valeur de l'équation (III.79), on obtient l'expression suivante du flux d'air sec :

$$\overline{\rho_a^g} v_a = \overline{\rho_a^g} v_g + \overline{\rho_v^g} D_v^{eff} \cdot \nabla C \quad (\text{III.80})$$

Les mécanismes de transport sont les mêmes que ceux responsables du transport de la vapeur.

3.1.3. Conservation de la quantité de mouvement

La conservation de la quantité de mouvement pour un milieu non saturé (Bishop, 1959) :

$$\nabla \cdot (\underline{\underline{\sigma}}^{eff} - S(\overline{P_l} - P_{atm}) \underline{\underline{I}} - (1 - S)(\overline{P_g} - P_{atm}) \underline{\underline{I}}) = 0 \quad (\text{III.81})$$

3.1.4. Conservation de l'énergie

Sous l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local, la conservation de l'énergie se réduit à l'écriture d'une équation unique :

$$\overline{\rho C p} \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + (\overline{\rho_s} \overline{v_s} C p_s + \overline{\rho_l} \overline{v_l} C p_l + \overline{\rho_a^g} \overline{v_a} C p_a + \overline{\rho_v^g} \overline{v_v} C p_v) \nabla \overline{T} + h_v \dot{m} - \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla \overline{T}) = 0 \quad (\text{III.82})$$

Le deuxième terme de cette équation prend en compte le transport de chaleur par convection et partiellement le transport de chaleur associé à la diffusion matérielle de l'air sec et la vapeur.

En effet, en écrivant $\bar{\rho}_a^g \bar{v}_a C p_a + \bar{\rho}_v^g \bar{v}_v C p_v$ plutôt que $\bar{\rho}_g^g \bar{v}_g C p_g$, on suit la formulation proposée par Bird et al., (1961) pour modéliser le transport diffusif de chaleur. Cette formulation, bien qu'incomplète, est souvent utilisée dans la littérature (Moyne, 1987 ; Perré et Degiovanni, 1990). $C p_i$ désigne la chaleur massique du constituant i ($i = s, a, v, l$), considérée comme constante.

La capacité thermique moyenne du milieu est alors donnée par :

$$\overline{\rho C p} = \bar{\rho}_s C p_s + \bar{\rho}_l C p_l + \bar{\rho}_v C p_v + \bar{\rho}_a C p_a \quad (\text{III.83})$$

Le terme « $h_v \dot{m}$ » prend en compte le changement de phase. Déjà introduite, h_v est la chaleur latente d'évaporation.

Par analogie avec les milieux continus, la conduction de la chaleur s'exprime par une loi de Fourier « $-\lambda \cdot \nabla \bar{T}$ » où λ est la conductivité thermique effective du milieu, paramètre phénoménologique obtenu expérimentalement, et exprimé en fonction de la teneur en eau.

3.1.5. Conditions aux limites

Sur une surface d'échange convectif, la pression de l'air dans la phase gazeuse dans le milieu est égale à la pression extérieure. On obtient la condition de Dirichlet suivante :

$$\bar{P}_a^g = P_a^\infty \quad (\text{III.84})$$

Les flux de chaleur et de masse sont continus. En introduisant les relations donnant respectivement, à partir de la théorie de la couche limite, le flux total de chaleur externe Q et le flux total de masse F_m , la continuité est exprimée par les conditions de Neumann suivantes :

$$(\rho_l \bar{v}_l + \bar{\rho}_v^g \bar{v}_v) \cdot n = h_m (\bar{\rho}_v^g - \rho_{v \text{ inf}}) = F_m \quad (\text{III.85})$$

$$(-h_v (\rho_l \bar{v}_l) - \lambda \cdot \nabla \bar{T}) \cdot n = h_r (\bar{T} - T_{\text{inf}}) = Q \quad (\text{III.86})$$

où n désigne la normale "sortante" (orientée vers l'extérieur du milieu).

La seule source de déformations est le départ de l'eau évaporable : il n'y a pas de forces extérieures appliquées à la surface du produit. La condition aux limites naturelle pour la conservation de la quantité de mouvement totale est :

$$\underline{\underline{\sigma}} \cdot n = 0 \quad (\text{III.87})$$

3.2. Problème Physique

Nous avons déjà mentionné que toute la difficulté du modèle triphasique réside dans le choix d'un critère d'apparition et de propagation de la zone poreuse non saturée. Nous avons choisi la pression capillaire pour définir ce critère puisque c'est elle qui relie les pressions du liquide et du gaz qui sont des variables de notre modèle.

La pression capillaire décroît d'une valeur maximale pouvant être infinie à une valeur P_e , dite "pression d'entrée" qui lors d'un drainage, est la pression capillaire au-delà de laquelle la saturation en eau liquide diminue effectivement (Coussy et Dangla, 2002). L'approche pression d'entrée a été utilisée par Wakemen et Vince (1986). La courbe de la figure III.2 illustre cette relation entre pression capillaire et saturation.

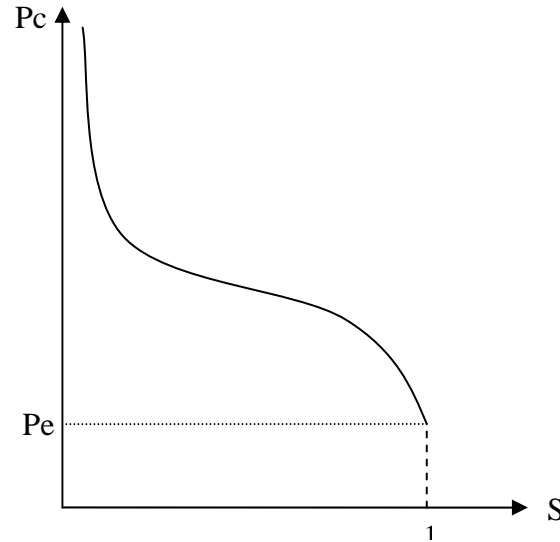


Figure III.2 : Courbe de pression capillaire (Coussy et Dangla, 2002).

Nous allons écrire le système de cinq équations à cinq variables :

- Fraction de la phase liquide (ε_l),
- Fraction de la phase gazeuse (ε_g),
- Pression de la phase liquide (P_l^I),
- Vitesse de déformation (v_s^s),
- Température (T).

Conservation de la masse de la phase liquide

$$\frac{\partial \bar{\rho}_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_l \bar{\mathbf{v}}_l) = -\dot{m} \quad (\text{III.88})$$

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}_l) = -\frac{\dot{m}}{\bar{\rho}_l} \quad (\text{III.89})$$

Conservation de la masse de l'air sec dans la phase gazeuse

$$\frac{\partial \bar{\rho}_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_a^g \bar{\mathbf{v}}_a) = 0 \quad (\text{III.90})$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho}_a^g \varepsilon_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_a^g \bar{\mathbf{v}}_g + \bar{\rho}_g^g D_v \nabla C) = 0 \quad (\text{III.91})$$

Conservation de la masse totale (solide+liquide+gaz)

$$\frac{\partial (\bar{\rho}_s + \bar{\rho}_l + \bar{\rho}_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_s^s \bar{\mathbf{v}}_s + \bar{\rho}_l^l \bar{\mathbf{v}}_l + \bar{\rho}_g^g \bar{\mathbf{v}}_g) = 0 \quad (\text{III.92})$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\nabla \cdot [\lambda \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})] \underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} - (P_l^I - P_{atm}) \underline{\underline{I}} - (1-S)P_c \underline{\underline{I}} = 0 \quad (\text{III.93})$$

Conservation de l'énergie

$$\overline{\rho C_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \nabla \cdot [(\bar{\rho}_s \bar{v}_s C_{p_s} + \bar{\rho}_l \bar{v}_l C_{p_l} + \bar{\rho}_a^g \bar{v}_a C_{p_a} + \bar{\rho}_v^g \bar{v}_v C_{p_v}) \bar{T}] + h_v \dot{m} - \nabla \cdot (\lambda^{eff} \cdot \nabla \bar{T}) = 0 \quad (III.94)$$

3.3. Récapitulatif des Equations de Transfert en Milieux Non Saturés

Conservation de la masse :

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_l \bar{v}_s^s - \frac{Kk_{rl}}{\mu_l} \nabla \bar{P}_l^l \right) = -\frac{\dot{m}}{\bar{\rho}_l^l}$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho}_a^g \varepsilon_g)}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\bar{\rho}_a^g \left(\varepsilon_g \bar{v}_s^s - \frac{Kk_{rg}}{\mu_g} \nabla (\bar{P}_l^l + P_c) \right) + \bar{\rho}_g^g D_v \nabla C \right] = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\varepsilon_g}{\bar{\rho}_g^g} \frac{\partial (\bar{\rho}_a^g)}{\partial t} + \frac{1}{\bar{\rho}_g^g} \nabla \bar{\rho}_g^g \left[\varepsilon_g \bar{v}_s^s - \frac{Kk_{rg}}{\mu_g} \nabla (\bar{P}_l^l + P_c) \right] \\ & + \nabla \cdot \left[\bar{v}_s^s - \left(\frac{Kk_{rl}}{\mu_l} + \frac{Kk_{rg}}{\mu_g} \right) \nabla \bar{P}_l^l - \frac{Kk_{rg}}{\mu_g} \nabla P_c \right] = \dot{m} \left(\frac{1}{\bar{\rho}_g^g} - \frac{1}{\bar{\rho}_l^l} \right) \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\nabla \cdot [\lambda \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})] + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} - (P_l^l - P_{atm}) \underline{\underline{I}} - (1-S)P_c \underline{\underline{I}} = 0$$

Conservation de l'énergie :

$$\overline{\rho C_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \nabla \cdot [(\bar{\rho}_s \bar{v}_s C_{p_s} + \bar{\rho}_l \bar{v}_l C_{p_l} + \bar{\rho}_a^g \bar{v}_a C_{p_a} + \bar{\rho}_v^g \bar{v}_v C_{p_v}) \bar{T}] + h_v \dot{m} - \nabla \cdot (\lambda^{eff} \cdot \nabla \bar{T}) = 0$$

Condition aux limites sur les surfaces (Sa : surface adiabatique et Se : surface d'échange) :

$$(\rho_l \bar{v}_l + \bar{\rho}_v^g \bar{v}_v)_{Sa} \cdot n = 0$$

$$(-h_v \dot{m} - \lambda \cdot \nabla \bar{T})_{Sa} \cdot n = 0$$

$$\bar{v}_s^s|_{Sa} \cdot n = 0$$

$$(\rho_l \bar{v}_l + \bar{\rho}_v^g \bar{v}_v)_{Se} \cdot n = F_m$$

$$(-h_v \dot{m} - \lambda \cdot \nabla \bar{T})_{Se} \cdot n = Q$$

$$\sigma|_{Se} \cdot n = 0$$

$$\bar{P}_a^g|_{Se} = P_a^\infty$$

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle qui exprime explicitement le fort couplage existant entre le comportement mécanique d'un milieu poreux non saturé déformable et le transport de la phase fluide. A l'aide de la mécanique des milieux continus, on assimile le milieu poreux étudié à un milieu continu. Les équations de conservation locales sont moyennées sur un volume élémentaire représentatif tout en considérant le caractère déformable du milieu. Nous avons écrit ces équations dans le cas d'un milieu saturé (diphasique) puis dans le cas général d'un milieu non saturé (triphase).

L'utilisation du gradient de pression liquide comme terme moteur et l'utilisation du formalisme de Terzaghi pour décomposer le tenseur de contraintes du milieu permet d'obtenir un système d'équations couplées (transport de masse liquide, gaz et totale ; et équilibre des contraintes) exprimé en fonction des inconnues suivantes :

- fraction du volume liquide,
- fraction du volume gaz,
- pression intrinsèque du liquide,
- et vitesse intrinsèque du squelette solide.

Le couplage entre transport de fluide et contraintes mécaniques est ainsi explicitement exprimé (couplage hydromécanique).

Dans la suite de ce travail, une analyse numérique sera présentée afin d'avoir une idée de la qualité du modèle et sa sensibilité à la variation des paramètres clés : module d'Young, perméabilité intrinsèque, pression capillaire et le rapport de forme du milieu.

Chapitre IV

SIMULATION ET ETUDE DE SENSIBILITÉ

Introduction

Ce chapitre décrit l'application des deux modèles développés précédemment au séchage convectif d'une argile (milieu poreux déformable). Seule l'argile 1 est utilisée comme support de cette étude de simulation de séchage. Le problème physique sera étudié dans une configuration 2D. Les simulations seront faites sur un quart du domaine compte tenu des plans de symétrie (Voir Figure IV.1).

La méthode numérique choisie pour la résolution du système d'équations est celle des éléments finis. Elle a l'avantage de suivre l'évolution de la géométrie du milieu mais les calculs sont lourds du fait d'un système d'équations fortement couplées et non linéaires. Un solveur commercial (COMSOL Multiphysics), travaillant avec la méthode des éléments finis et tenant compte des exigences de notre modèle, est utilisée pour la résolution numérique de notre problème. Le but du travail n'est pas l'approfondissement dans les calculs numériques mais plutôt la compréhension de la physique du séchage des milieux non saturés et déformables.

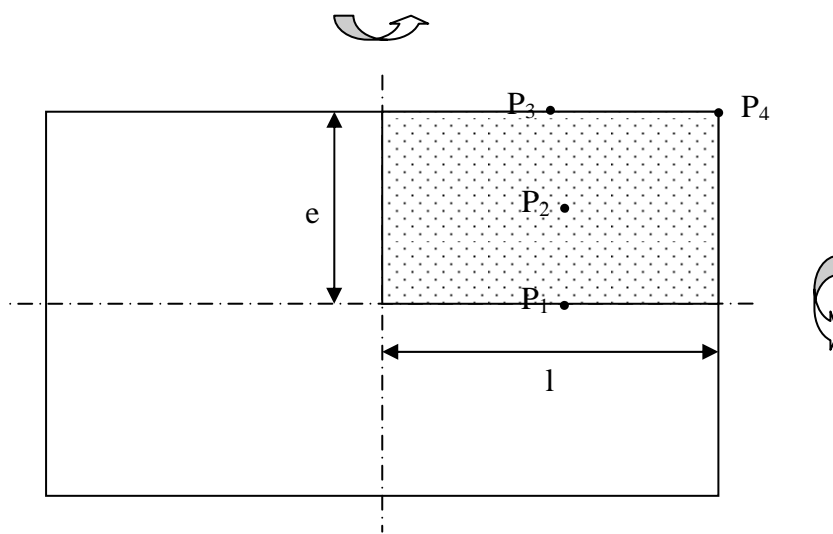


Figure IV.1. Géométrie initiale et points du milieu utilisés pour obtenir les courbes théoriques des variables du modèle

1. Simulation du problème en milieu saturé

1.1. Validation

La validation du code de calcul est réalisée en comparant la cinétique (évolution temporelle de la teneur en eau moyenne du produit) et le retrait volumique obtenus à partir de l'expérience à ceux de la simulation numérique. En effet cette confrontation montre que les résultats de la simulation numérique sont relativement en accord avec ceux des expériences. Les décalages observés entre les deux résultats des figures (IV.2 et IV.3) proviennent de :

- l'évaluation non précise des différents paramètres du matériau et surtout de la perméabilité et du module d'Young qui sont des paramètres clés,
- l'hypothèse d'un milieu restant saturé,
- la précision des conditions initiales et aux limites,
- le retrait réel est à trois dimensions mais le modèle n'étant qu'à 2D va attribuer tout le retrait à la section étudiée.

Les conditions opératoires sur lesquelles le modèle est validé sont présentées dans le tableau IV.1 ci dessous.

Table IV.1. Conditions aérothermiques et initiale pour le code de calcul

<i>Teneur en eau initiale</i>	$X_0 = 0.1995 \text{ (kg/kg b.s.)}$		
<i>température de l'air ambiant (°C)</i>	40	40	50
<i>Vitesse de l'air ambiant (m/s)</i>	2	2	2
<i>Humidité relative de l'air (%)</i>	40	30	40

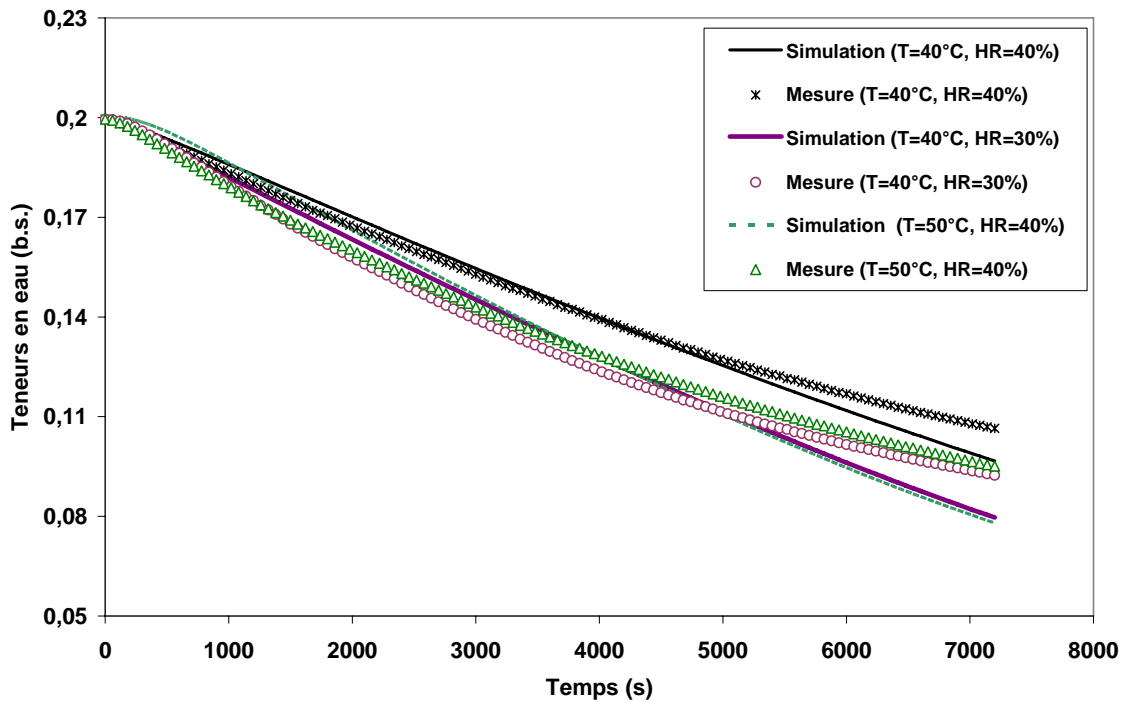


Figure IV.2. Comparaison entre les teneurs en eau moyennes simulées et expérimentales dans les trois conditions de séchage du tableau IV.1

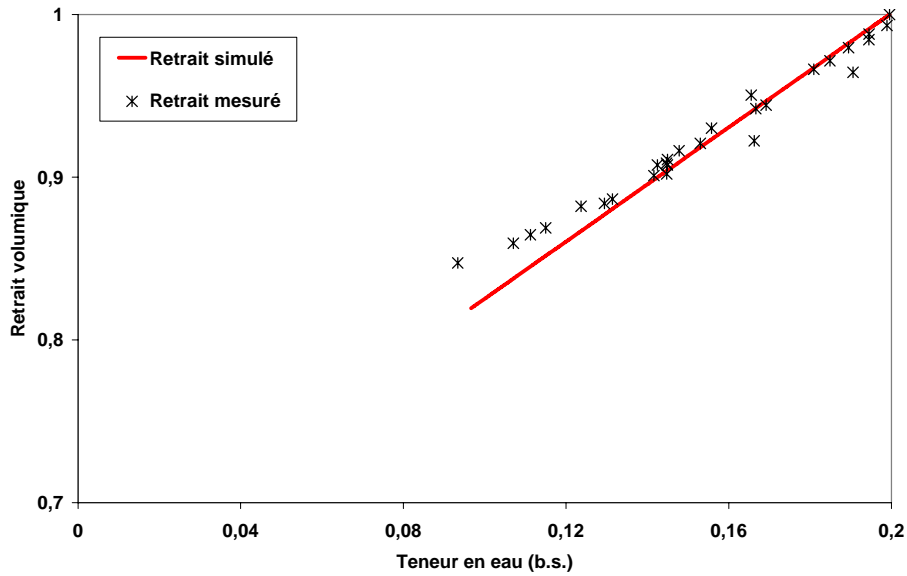


Figure IV.3. Comparaison entre les retraits volumiques mesuré et simulé

La figure IV.2 présente l'évolution temporelle des teneurs en eau moyennes pour les conditions opératoires précisées dans le tableau IV.1. On remarque que les valeurs simulées suivent la même allure que celles fournies par l'expérience. Les différences sont plus nettes à partir d'une teneur en eau où le produit n'est plus saturé.

La figure IV.3 présente une comparaison entre le retrait volumique expérimental et celui résultant de la simulation. On remarque que l'allure demeure la même jusqu'à un certain stade où le retrait réel est moins important que celui simulé : en effet l'hypothèse d'un milieu saturé donne un retrait idéal mais pour des teneurs en eau inférieures à celle correspondant à la saturation une phase gazeuse se développe et empêche le retrait.

Les résultats du modèle sont globalement satisfaisants. En effet l'hypothèse d'un milieu saturé n'est valable qu'au début du séchage des matériaux comme l'argile (Pourcel, 2003 ; Caceras, 2006). Ceci est vrai, mais il faut ajouter que la validation du modèle par l'évolution de la teneur en eau moyenne n'est pas tout à fait suffisante. Faute de moyens expérimentaux on n'a pas pu suivre l'évolution des autres variables au cours du séchage. La simulation de ces variables demeure très importante et nécessaire.

1.2. Simulations

Le code de calcul nous permet de déterminer les champs de différentes variables du modèle développé : la fraction de volume liquide ou la teneur en eau, la température, la pression de la phase liquide, les vitesses de déplacement et les contraintes effectives.

Dans ce qui suit, on va travailler avec une seule condition de séchage : condition 1 ($T=40^{\circ}\text{C}$, $\text{HR}=40\%$ et $V=2\text{m/s}$).

1.2.1. Profils de la fraction de liquide

Les profils de la fraction de liquide sont présentés sur les figures IV.4 et IV.5. Les gradients de la fraction du liquide et par suite de la teneur en eau sont plus importants quand on s'approche de la surface d'échange. Les gradients dans la direction (x) sont plus importants que ceux dans la direction (y), compte tenu du rapport de forme du milieu.

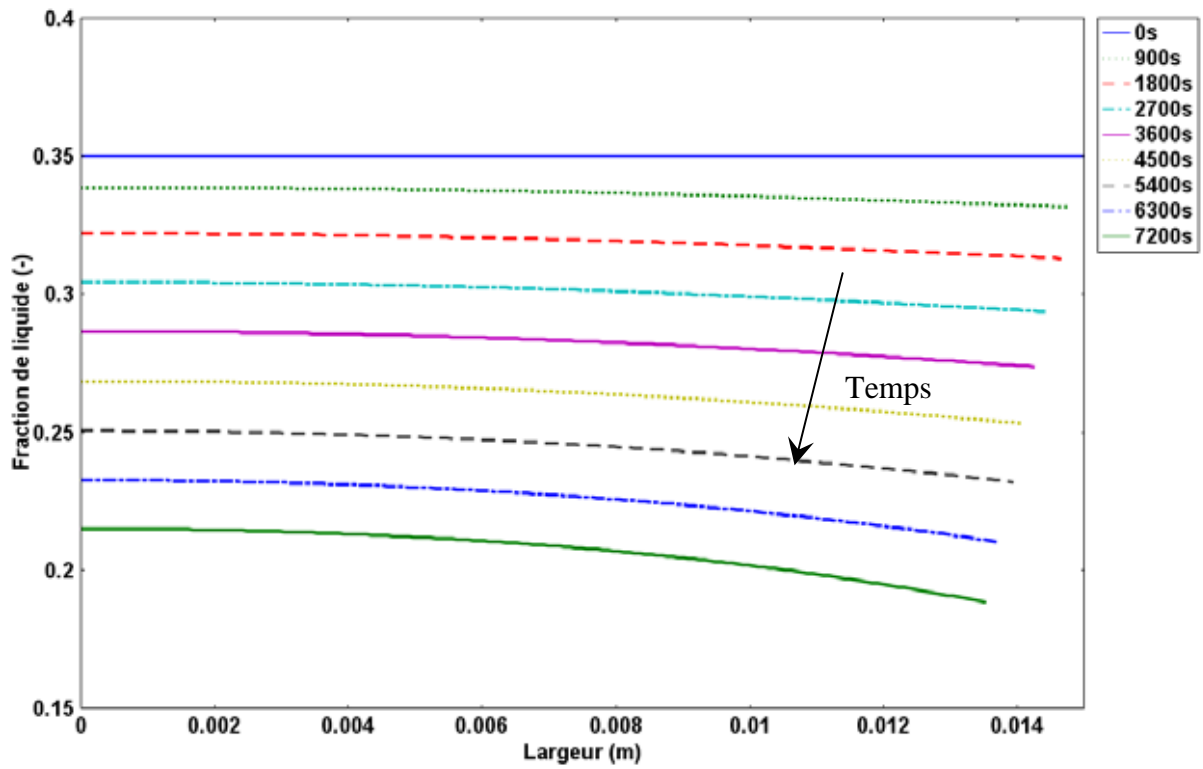


Figure IV.4. Profils de la fraction de volume liquide sur la largeur du milieu (direction x)

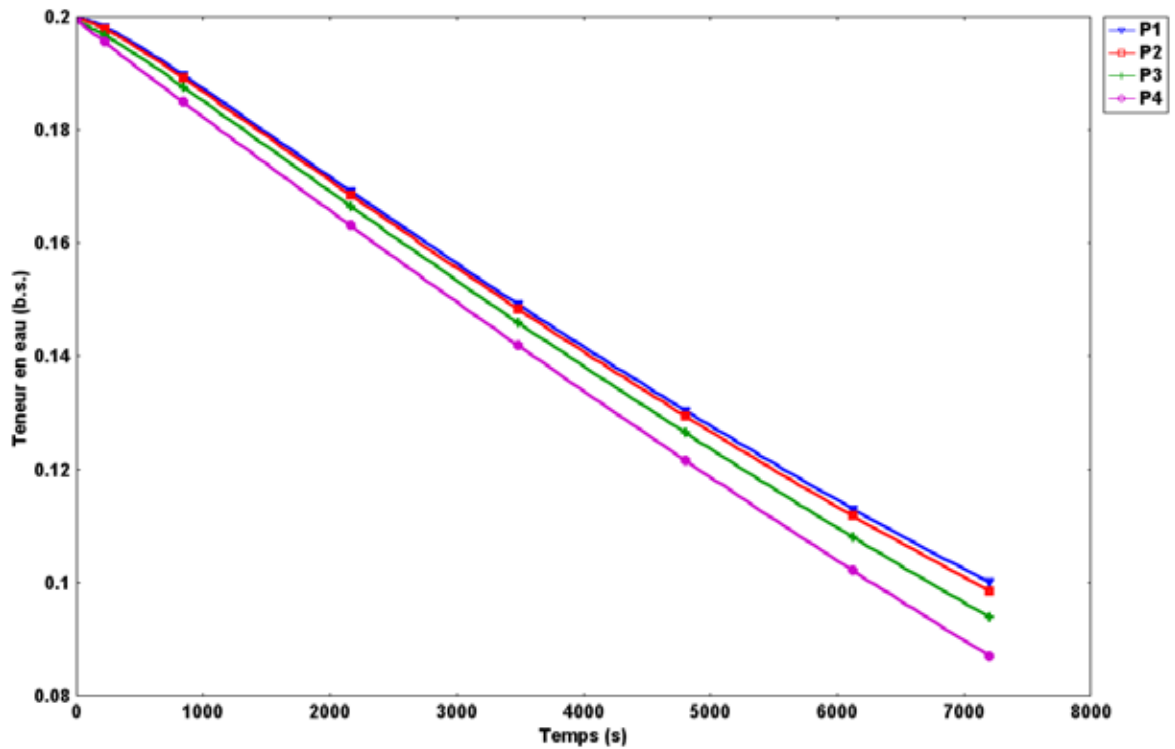


Figure IV.5. Evolution des teneurs en eau en quatre points du milieu

La forme observée des profils de fraction de volume liquide montre que le transport d'humidité est de nature convective et que l'écoulement de l'eau est facile au sein du matériau. C'est pourquoi il n'y a pas de gradients très importants.

On remarque aussi que les deux figures nous donnent une idée sur le retrait du milieu au cours du séchage à travers les déplacements de la surface.

Sur la figure IV.5 sont portées les évolutions des teneurs en eau de quatre points du milieu. Les résultats sont classiques : la surface sèche plus vite que le cœur du milieu. Mais les écarts entre les quatre courbes ne sont pas assez importants : en effet l'eau évacuée des zones proches de la surface est compensée par l'eau s'écoulant du cœur vers la surface sous l'effet des importants gradients de pression dans la phase liquide, termes moteur de l'écoulement.

1.2.2. Profils de la pression de la phase liquide

Sur les figures IV.6 et IV.7 sont présentés les profils de pression de la phase liquide en fonction du temps respectivement dans une section du milieu et aux quatre points déjà mentionnés. On remarque de fortes chutes de pression. A la surface du milieu, la tension superficielle est très importante et par conséquent la pression capillaire est infiniment grande ce qui va donner des valeurs négatives importantes de la pression de la phase liquide.

Les valeurs de la pression de la phase liquide dépendent surtout des paramètres rhéologiques (module d'Young et coefficient de Poisson), ce qui est exprimé dans l'équation de la conservation de quantité de mouvement. Mais le gradient de la pression dépend de la facilité avec laquelle l'eau migre : c'est la perméabilité du milieu (voir les deux équations de la conservation de la masse dans la **section 4.2.5**).

Comme dans le cas des fractions de liquide, les gradients de pression sont plus importants dans la direction (x) compte tenu du rapport de forme du milieu.

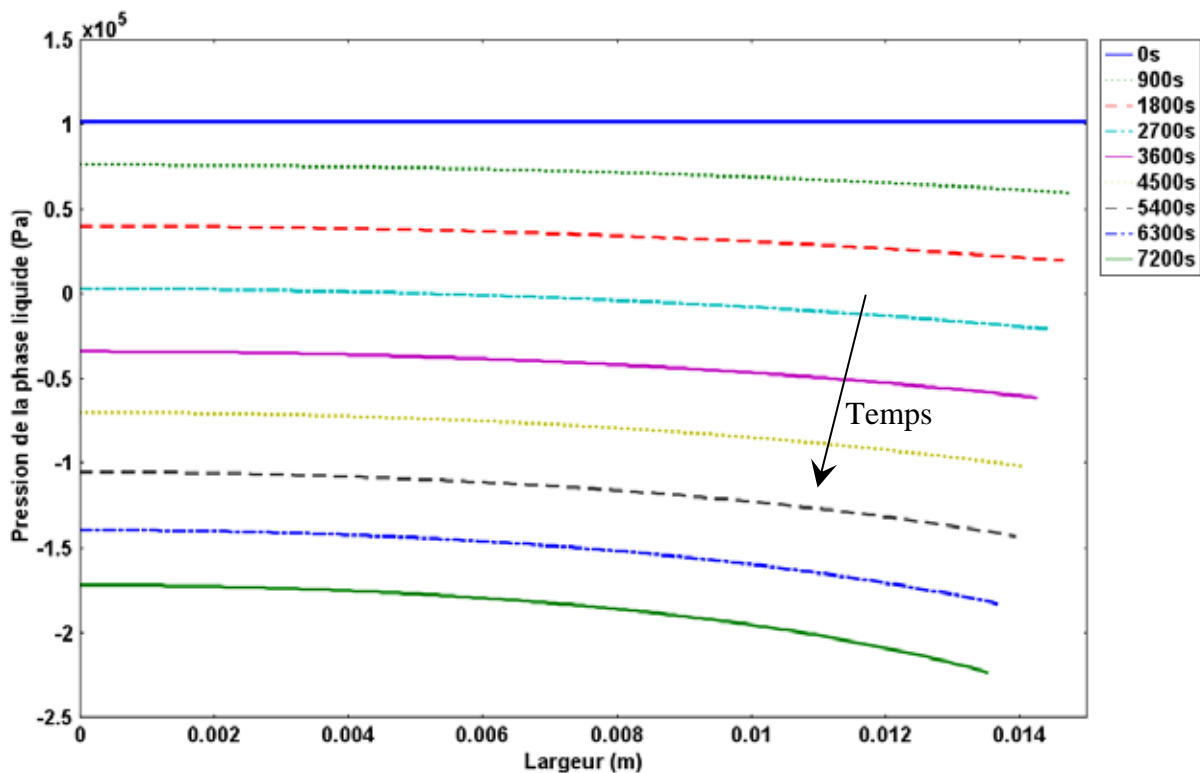


Figure IV.6. Profils de la pression de la phase liquide sur la largeur du milieu (direction x)

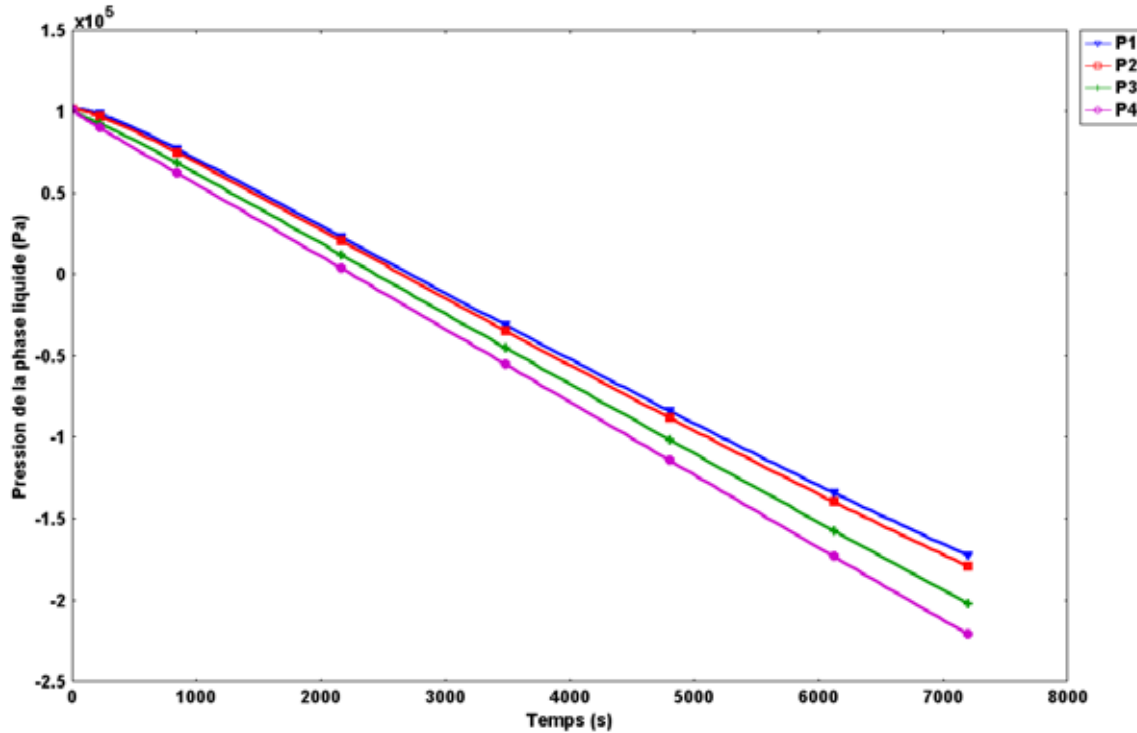


Figure IV.7. Evolution de la pression de la phase liquide en quatre points du milieu

1.2.3. Profils de température

L'évolution des températures aux quatre points du milieu est portée dans la figure IV.8. L'allure est classique et les trois phases de la cinétique de séchage sont présentes : une phase de préchauffage où la température augmente pour se stabiliser à la température humide correspondant à la température externe de l'air (phase isenthalpe) puis il y a une augmentation de la température. On remarque aussi que la variation de la température entre les quatre points est négligeable. Cela est dû à la faible épaisseur de l'échantillon.

1.2.4. Contraintes mécaniques

On représente l'état des contraintes totales principales : normales et tangentielles (σ_{xx} et σ_{yy}) et secondaires : de cisaillement (σ_{xy}) en deux sections du milieu (figures IV.9-11). Au début de séchage, le teneur en eau en surface est inférieure à celle régnant au cœur du matériau ; la surface se contracte alors que le cœur garde sensiblement ses dimensions. Cet état de déformation provoque une mise en traction de la surface (contraintes positives) compensée par une compression au cœur (contraintes négatives). Les fortes contraintes se produisent dans les sections parallèles à la surface de séchage à cause de forts gradients de teneur en eau.

Pour les quatre points choisis, les évolutions en fonction du temps des contraintes principales σ_{xx} sont portées sur la figure IV.12 qui confirme les mêmes conclusions énoncées : c'est à la surface que les contraintes sont maximales et positives (traction) car elle sèche plus vite que le cœur du matériau qui subit une compression (contraintes négatives).

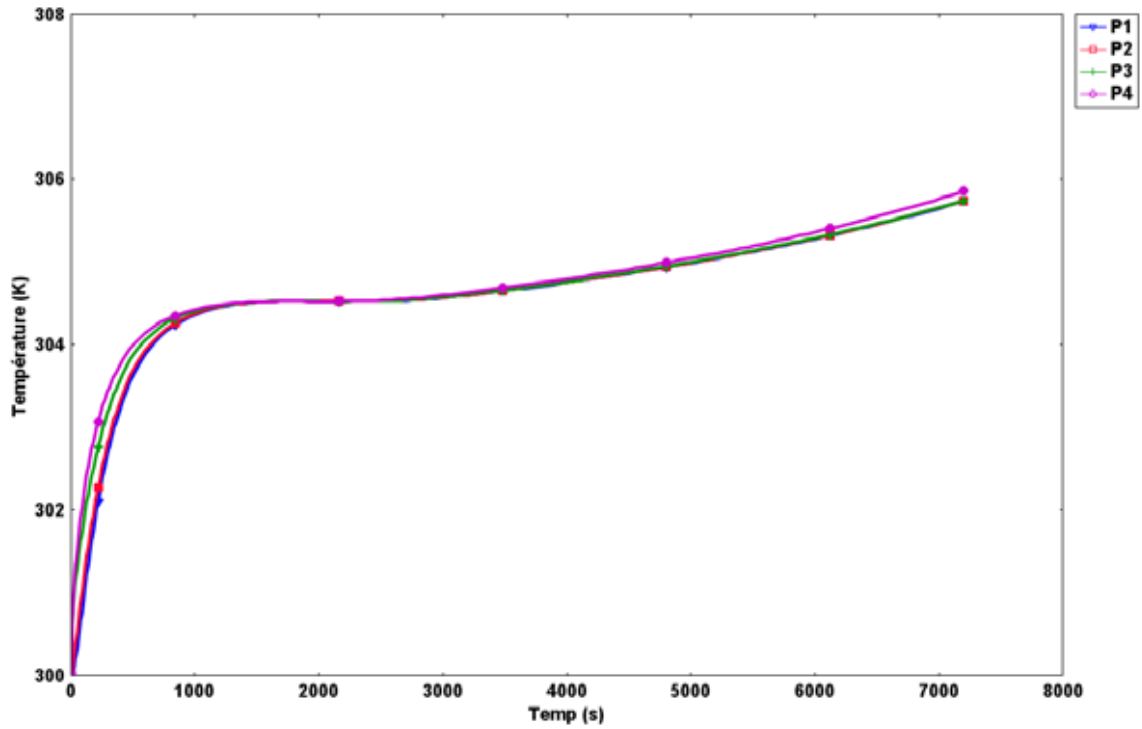


Figure IV.8. Evolution de la température en quatre points du milieu

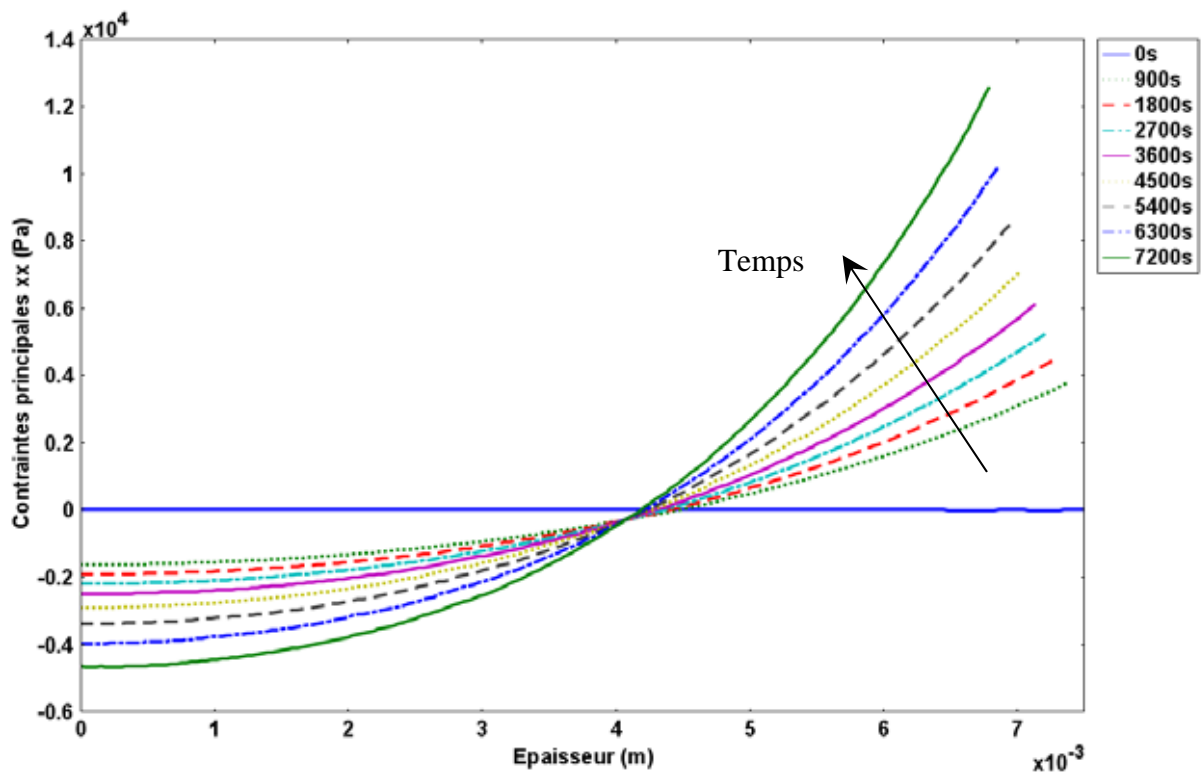


Figure IV.9. Profils des contraintes principales (σ_{xx}) sur l'épaisseur du milieu (direction y)

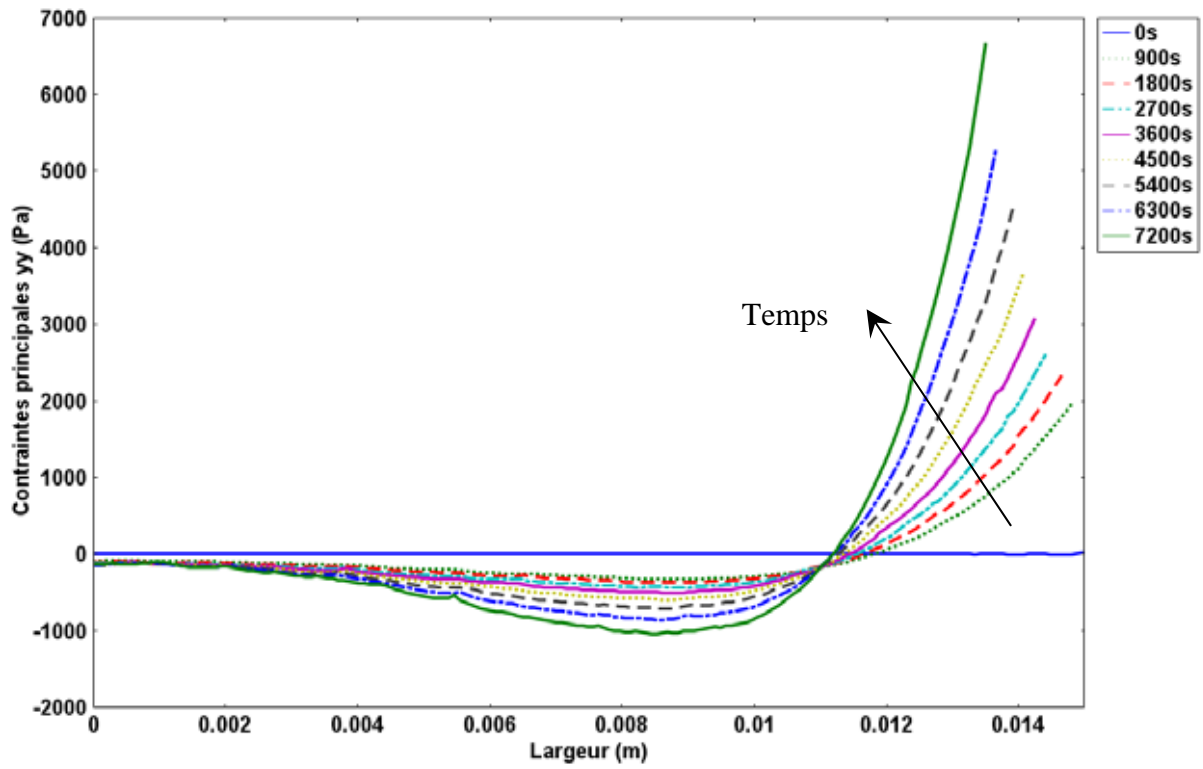


Figure IV.10. Profils des contraintes principales (σ_{yy}) sur la largeur du milieu (direction x)

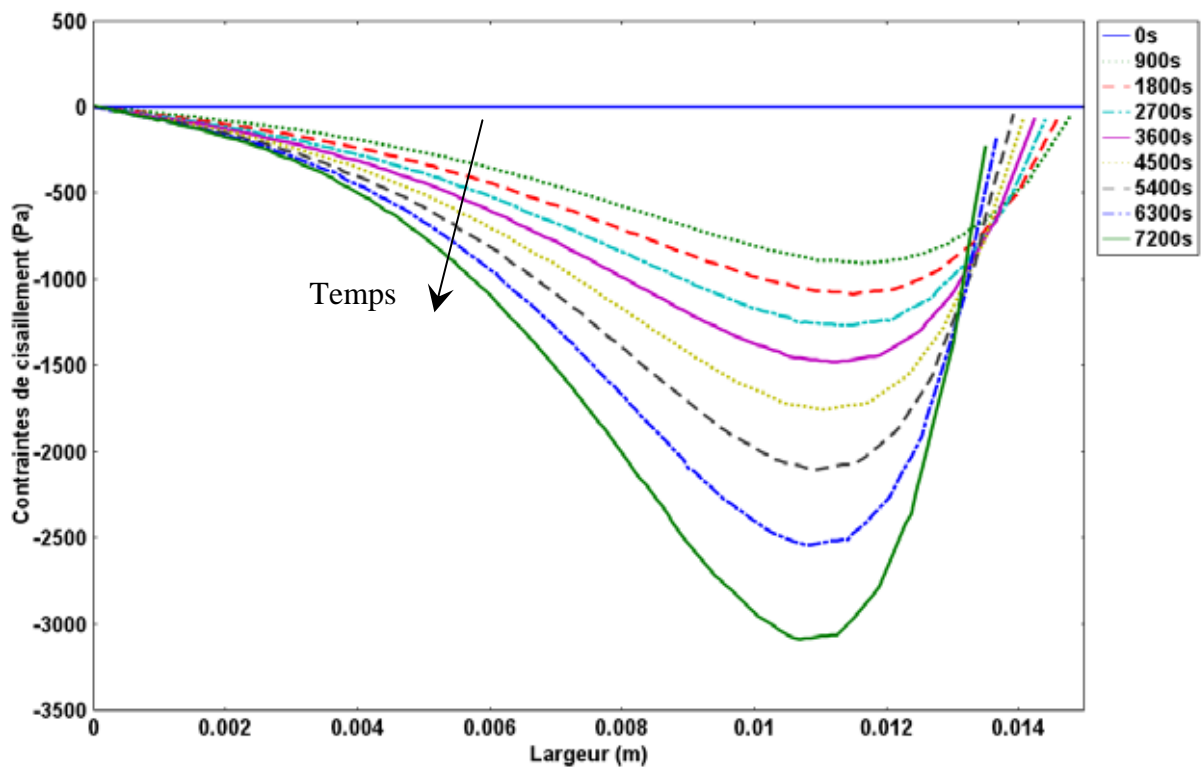


Figure IV.11. Profils des contraintes de cisaillement (σ_{xy}) sur la largeur du milieu (direction y)

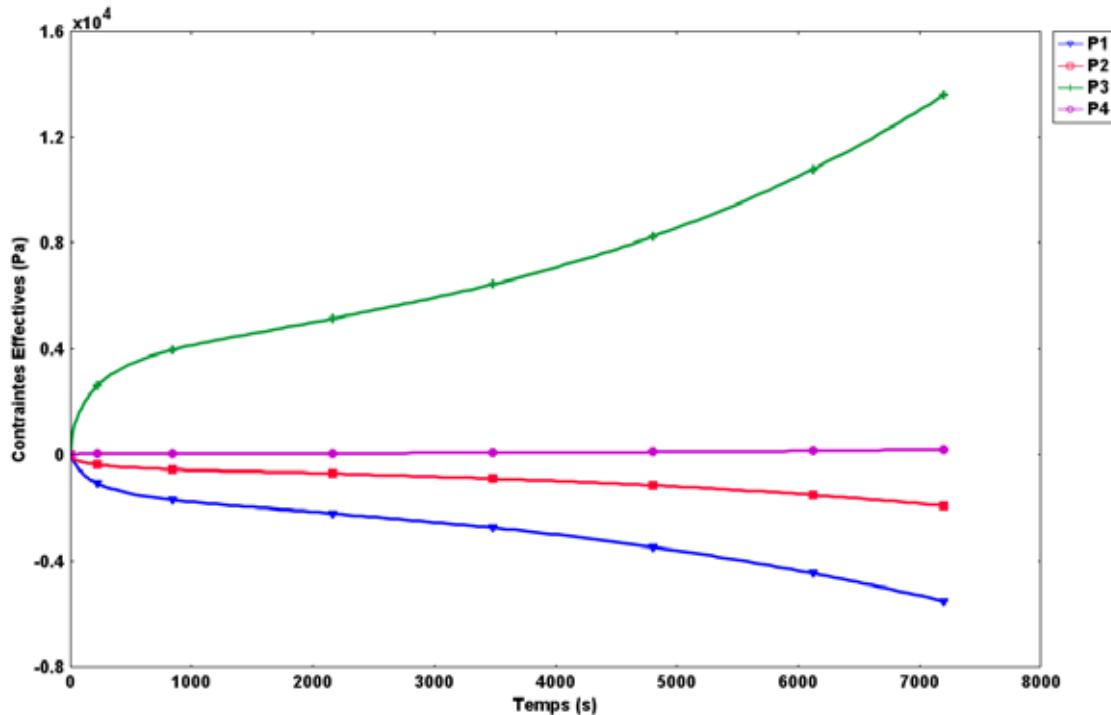


Figure IV.12. Evolution des contraintes principales (σ_{xx}) en quatre points du milieu

1.3. Analyse des Phénomènes Physiques

L'analyse des phénomènes physiques d'après les résultats donnés par les simulations est effectuée pour chacune des phases de la cinétique du séchage du produit.

Précisons que nous considérons que le transport convectif sous l'action du gradient de pression liquide est initié puis géré par l'évolution de la pression capillaire à la surface du milieu biphasique (Bernada, 1995). En effet, le contact de l'air avec les phases liquide et solide à la surface du milieu impose nécessairement la présence d'un ménisque associé à la pression capillaire. L'action combinée de l'évaporation et du retrait se traduit par une augmentation de la pression capillaire. Sous l'hypothèse que la pression de la phase gazeuse reste constante et égale à la pression atmosphérique, la croissance de la pression capillaire impose une diminution de la pression de la phase liquide selon la relation :

$$\bar{P}_l^I = P_{atm} - P_c \quad (IV. 1)$$

Cette diminution de la pression de la phase liquide à la surface génère, à son tour, le gradient de pression responsable du mouvement.

- Mise en régime thermique : on remarque qu'il y a apparition du gradient de pression liquide dès le début du séchage. Il apparaît un écart entre les valeurs à la surface et au centre du matériau. Initialement très petit, le gradient augmente au fur et à mesure que la température du milieu se rapproche de la température humide.
- Phase isenthalpe : les gradients de pression liquide régissent le transport convectif de l'eau libre vers la surface. En réponse à ce mouvement, la matrice solide se déforme dans le sens contraire en occupant le volume libre laissé par le liquide. En accord avec le départ en quantité importante de l'eau de la zone proche de la surface, la vitesse du solide dans cet espace augmente de façon plus accentuée et les contraintes de même. Le profil de pression liquide se déplace au cours du temps vers des valeurs plus basses en accord avec l'augmentation de la pression capillaire.

- Phase de ralentissement : on ne peut pas faire de remarques à propos de cette phase car elle correspond au passage du milieu en triphasique (non saturé) et les résultats qu'on a obtenus ne peuvent pas expliquer la physique des transferts.

1.4. Influence de la Phase Solide sur le Mouvement du Liquide

Le code de calcul permet de décomposer le mouvement convectif. Qualitativement, ce mouvement est le résultat de la combinaison du flux imposé par le terme moteur ∇P_1^l , fixé par les conditions aux limites, et le retrait de la matrice solide, qui a tendance à freiner le mouvement de la phase liquide. Le flux du liquide est déterminé par la loi de Darcy sous la forme suivante :

$$\bar{\rho}_l \bar{v}_l^l = -\frac{\bar{\rho}_l^l k}{\mu_l} \cdot \nabla \bar{P}_1^l + \bar{\rho}_l \bar{v}_s^s \quad (\text{IV. 2})$$

En effet, les gradients de pression sont de signe négatif. Le premier terme du second membre de l'équation IV.2 est donc positif tandis que l'autre terme est négatif car les vitesses de déplacement du solide sont négatives. Donc le retrait de la matrice solide a tendance de freiner l'écoulement du liquide.

1.5. Conclusion

L'application du modèle décrivant les transports de matière et de quantité de mouvement au sein d'un milieu diphasique déformable au séchage convectif montre l'intérêt du modèle dans l'analyse et la description des phénomènes. Les profils de pression, de teneur en eau et des contraintes obtenus lors des simulations permettent d'interpréter les phases classiques du séchage convectif à partir de l'évolution du gradient de pression liquide, terme moteur naturel du processus. Nos résultats sont conformes à ceux des travaux précédents sur les milieux saturés et principalement ceux de Caceres (2006) et Couture et al., (2007).

Mais les résultats ne sont pas satisfaisants puisqu'à un certain moment il n'y a pas de concordance entre simulation et expérience : ce qui correspond à l'entrée d'air dans le matériau qui devient non saturé. Le passage au triphasique demeure une nécessité compte tenu de l'insuffisance des résultats d'un modèle saturé qui ne sont valables que pour le début de séchage et ne peuvent pas expliquer la phase de ralentissement du séchage.

2. Simulation du problème en milieu non saturé

Comme dans le cas d'un milieu saturé, le système d'équations décrivant le séchage d'un milieu poreux non saturé et déformable est résolu numériquement par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel « COMSOL multiphysics ». Dans ce qui suit, les simulations correspondent à la condition 1 de séchage : (T=40°C, HR=40% et V=2m/s).

2.1. Comparaison entre Simulation et Expérience

Dans cette partie du travail, une comparaison entre les cinétiques de séchage obtenues par la simulation et l'expérience sera faite par les trois différentes conditions de séchage du tableau IV.1. Les écarts entre les courbes expérimentales et celles issues de la simulation de la figure IV.13 sont dus à la mauvaise connaissance des différents paramètres du matériau et surtout de la perméabilité, du module d'Young et du coefficient de Poisson et à la précision des conditions initiales et aux limites, et au fait que le modèle n'est qu'un modèle bi-dimensionnel.

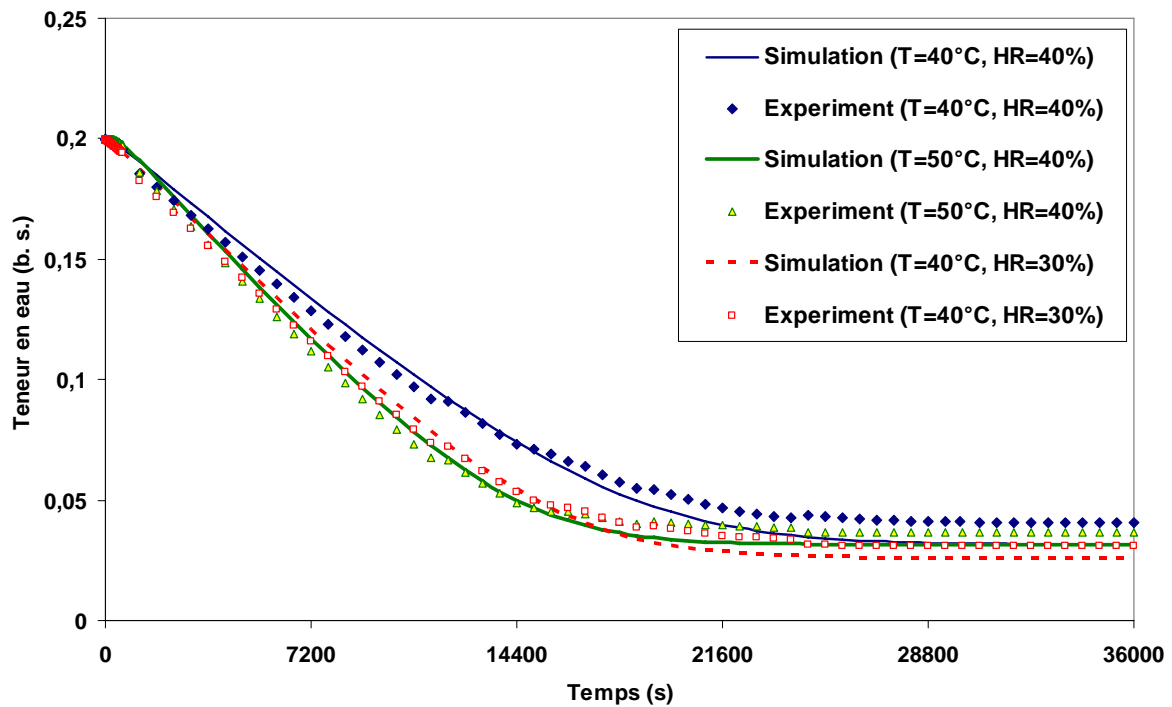


Figure IV.13. Validation expérimentale de la simulation du séchage du milieu non saturé

2.2. Pression Liquide

Nous remarquons qu'il y a de fortes chutes des valeurs de la pression au cours du temps. En effet, sur la figure IV.14 sont portés les profils de pressions à différents instants de séchage. Les valeurs négatives importantes sont dues à la différence entre la pression de gaz et la pression capillaire inversement proportionnelle à la saturation. La pression du gaz reste proche de la pression atmosphérique puisqu'on sèche à faibles températures mais la pression capillaire augmente considérablement. Plus on sèche, plus la pression capillaire augmente, et plus les pressions de liquide sont importantes en valeur absolue.

Les valeurs de la pression de liquide sont liées directement à la déformation du milieu ; c'est-à-dire qu'elles dépendent des paramètres élastiques (module d'Young et coefficient de Poisson). Par contre, les gradients de pression et leur évolution sont plutôt liés à la facilité avec laquelle le fluide s'écoule, c'est-à-dire au tenseur de perméabilité.

2.3. Fraction Liquide

Sur la figure IV.15, sont portés les profils de la fraction de volume liquide (proportionnels à la teneur en eau du milieu) à différents instants du séchage. La fraction de volume liquide décroît en fonction du temps de sa valeur initiale (0.35) jusqu'à atteindre sa valeur d'équilibre aux alentours de (0.07). Pour la teneur en eau et la saturation du milieu, les valeurs d'équilibre sont respectivement 0.031 et 0.4.

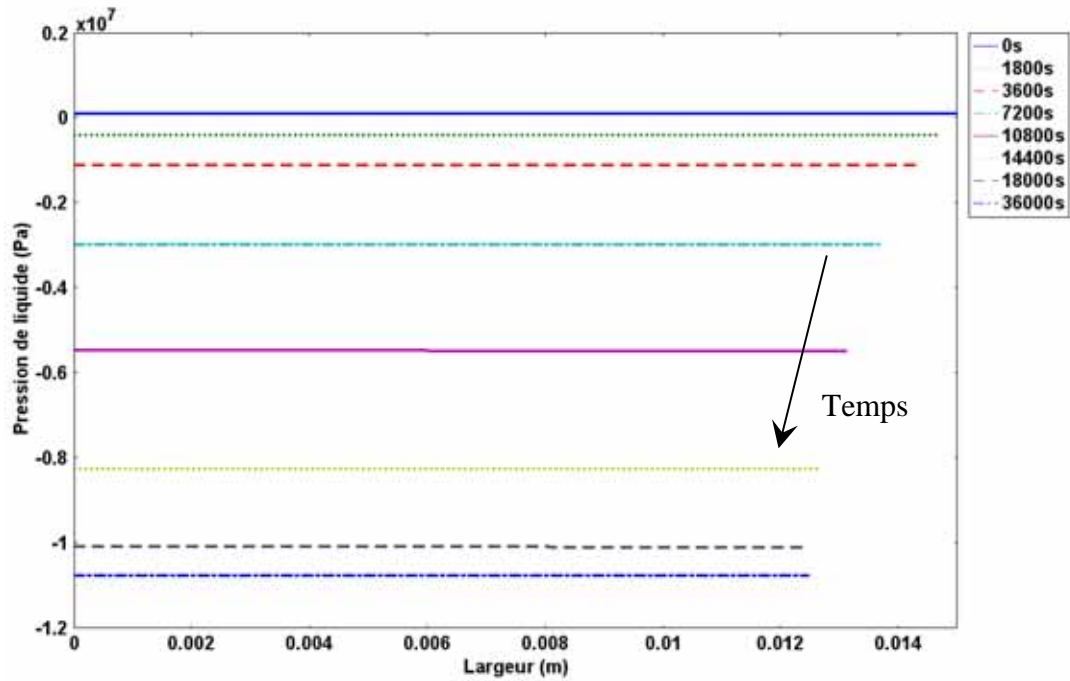


Figure IV.14. Evolution des pressions de liquide sur la largeur du milieu

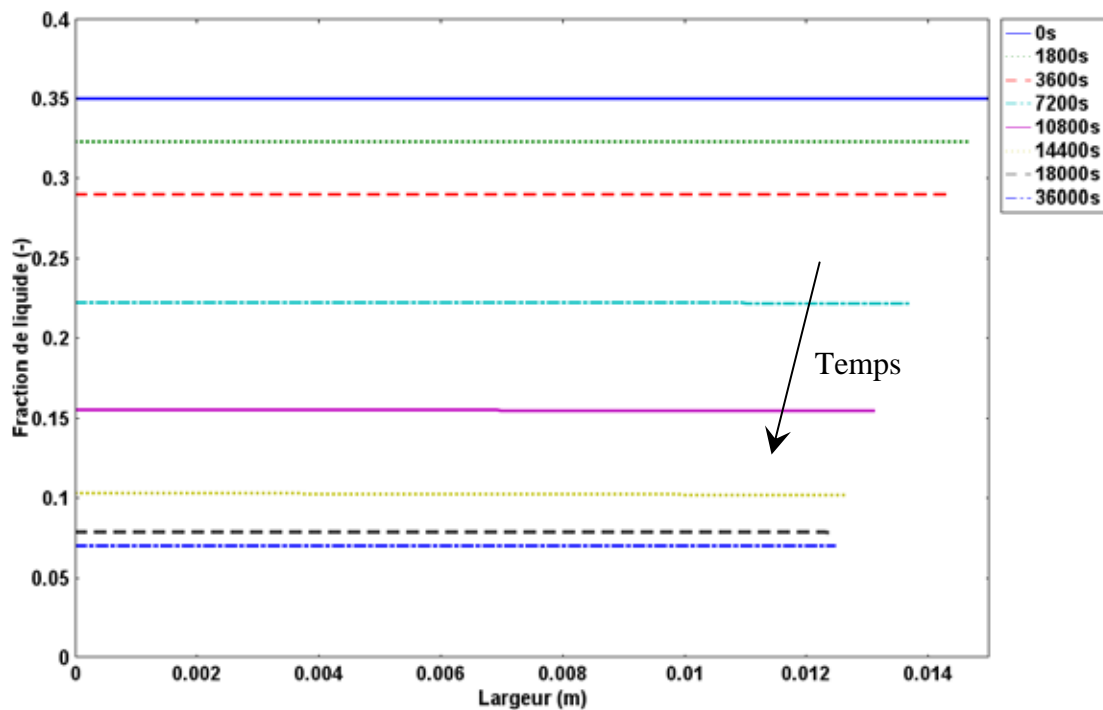


Figure IV.15. Evolution de la fraction de volume liquide sur la largeur du milieu

La figure IV.16 présente les évolutions des pressions de liquide et des fractions de liquide en trois instants importants : au début du séchage (5 minutes), vers la fin de la phase de séchage à vitesse constante (2 heures) et vers la fin de séchage (10 heures). Les différentes figures donnent une idée claire sur la forme des isovaleurs de pression et de fraction de volume qui sont "paraboliques". Les mêmes figures mettent en évidence le retrait volumique du milieu et la forme du déformé.

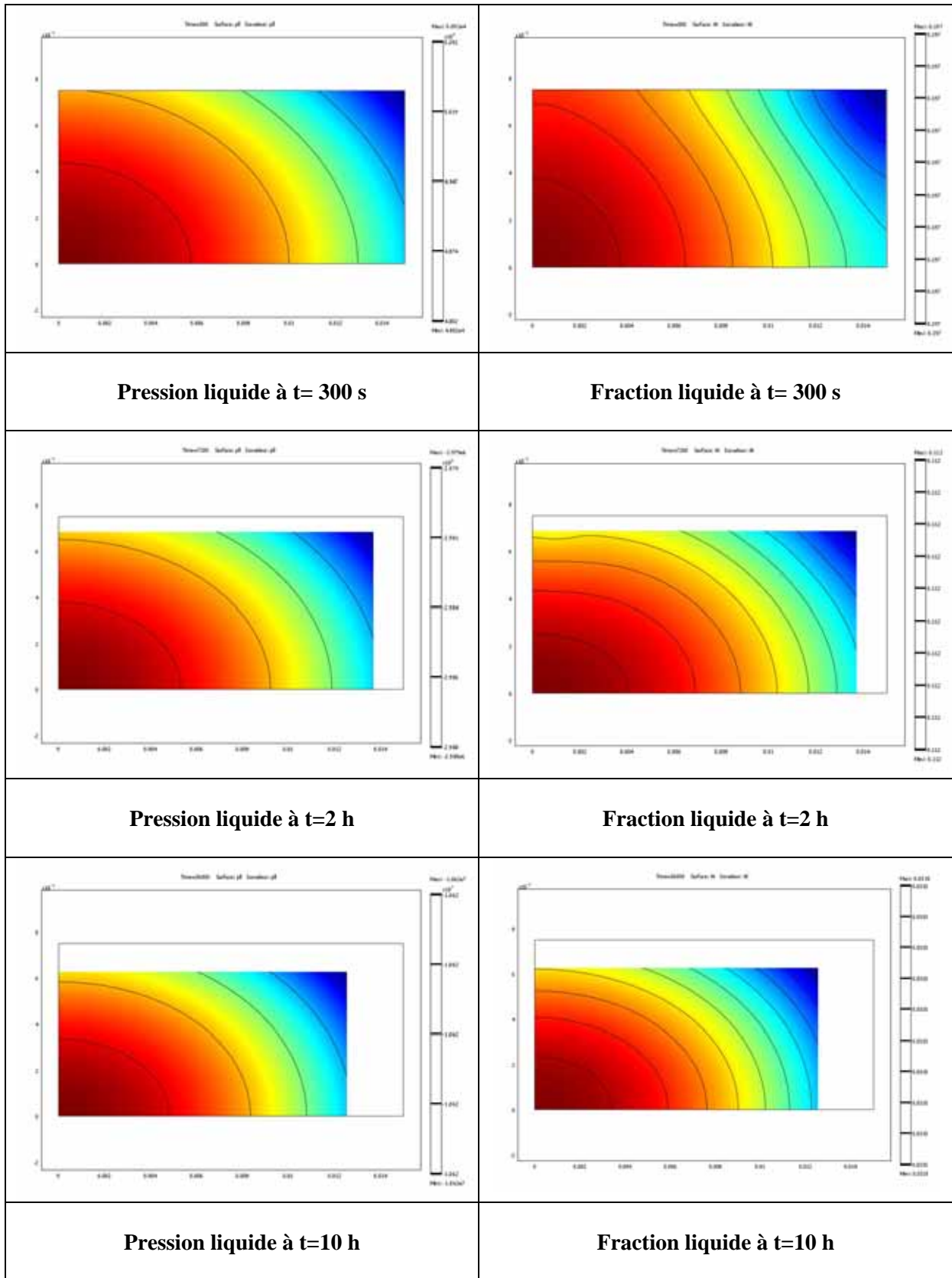


Figure IV.16. Champs des pressions de la phase liquide et des fractions de volume de liquide à trois instants (5 min, 2 h et 10 h)

2.4. Température

Pour l'évolution de la température, nous trouvons un comportement classique. La figure IV.17 montre les profils simulés de température aux quatre points du milieu. La différence est négligeable entre tous les points et on ne l'observe qu'au début du séchage compte tenu des petites dimensions du milieu. Les résultats sont : tout d'abord une montée dans la première phase de chauffage ; ensuite une stabilisation pendant la phase isenthalpe où l'énergie apportée au milieu est dégagée en grande partie pour le flux de vapeur sortant à la surface ; enfin la température augmente à cause de la baisse du flux de masse à la surface et le milieu arrive à une température proche de celle de l'environnement de séchage.

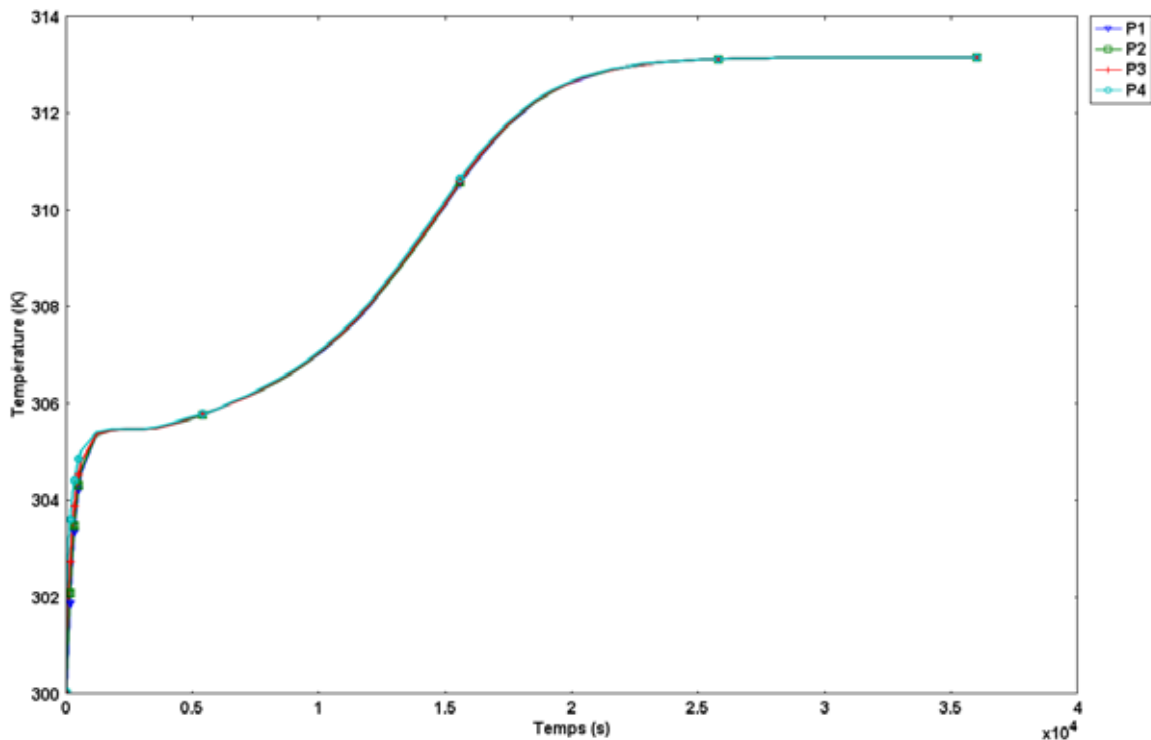


Figure IV.17. Evolution de la température en quatre points du milieu

2.5. Contraintes Mécaniques

L'intérêt principal d'étudier les contraintes mécaniques est de pouvoir éviter les fissurations qui peuvent se produire lors de séchage pour libérer l'énergie mécanique emmagasinée dans le milieu. Les résultats des simulations prouvent que les plus grandes contraintes se produisent dans les sections parallèles à la surface et surtout au début de séchage (voir les figures IV.18 - IV.20).

Ainsi au début du séchage, le coeur de la plaque est en compression (contraintes négatives) tandis que la surface est en traction (contraintes positives) à cause du retrait. Puis, peu à peu, les contraintes de la partie sèche diminuent et deviennent négatives. C'est l'inversion des contraintes qui se produit après deux heures de séchage (voir les deux figures au milieu de IV.20). L'évolution se poursuit : les contraintes diminuent en valeur absolue pour s'annuler à la fin du séchage avec la stabilisation de la teneur en eau et la fin du retrait.

Les contraintes à la surface d'échange sont une grandeur intéressante à observer, car elles atteignent des valeurs extrêmes aussi bien en traction qu'en compression.

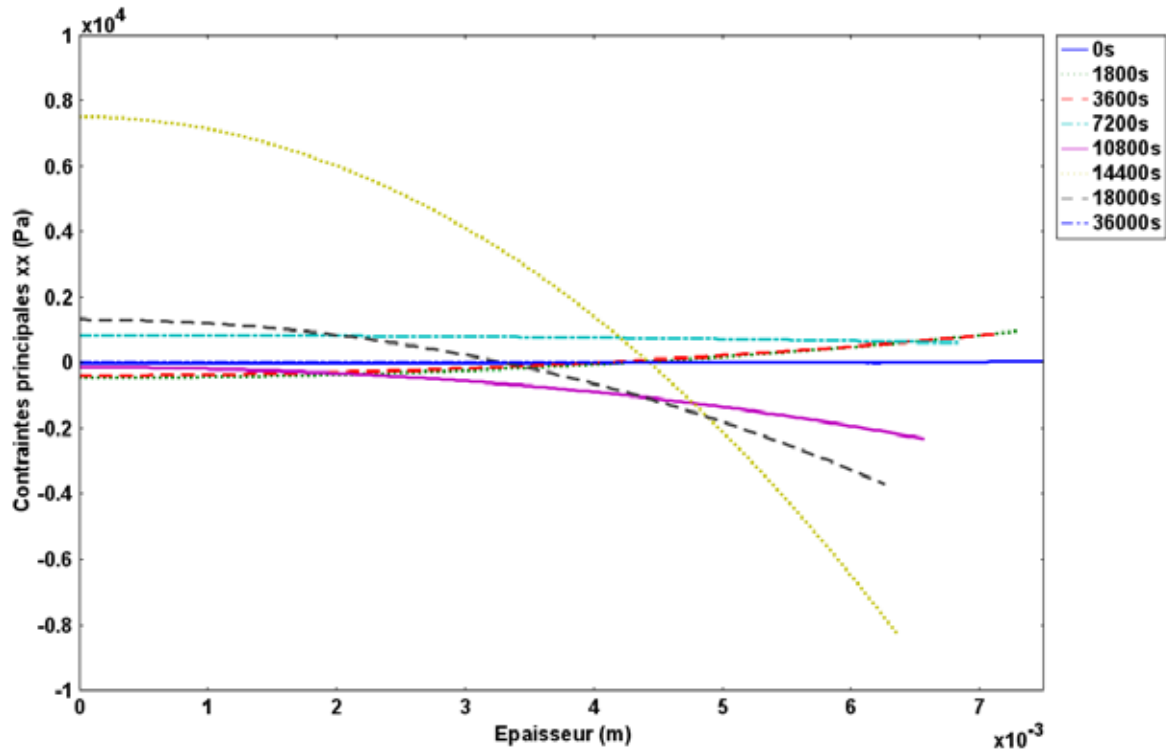


Figure IV.18. Evolution des contraintes principales (σ_{xx}) sur l'épaisseur du milieu

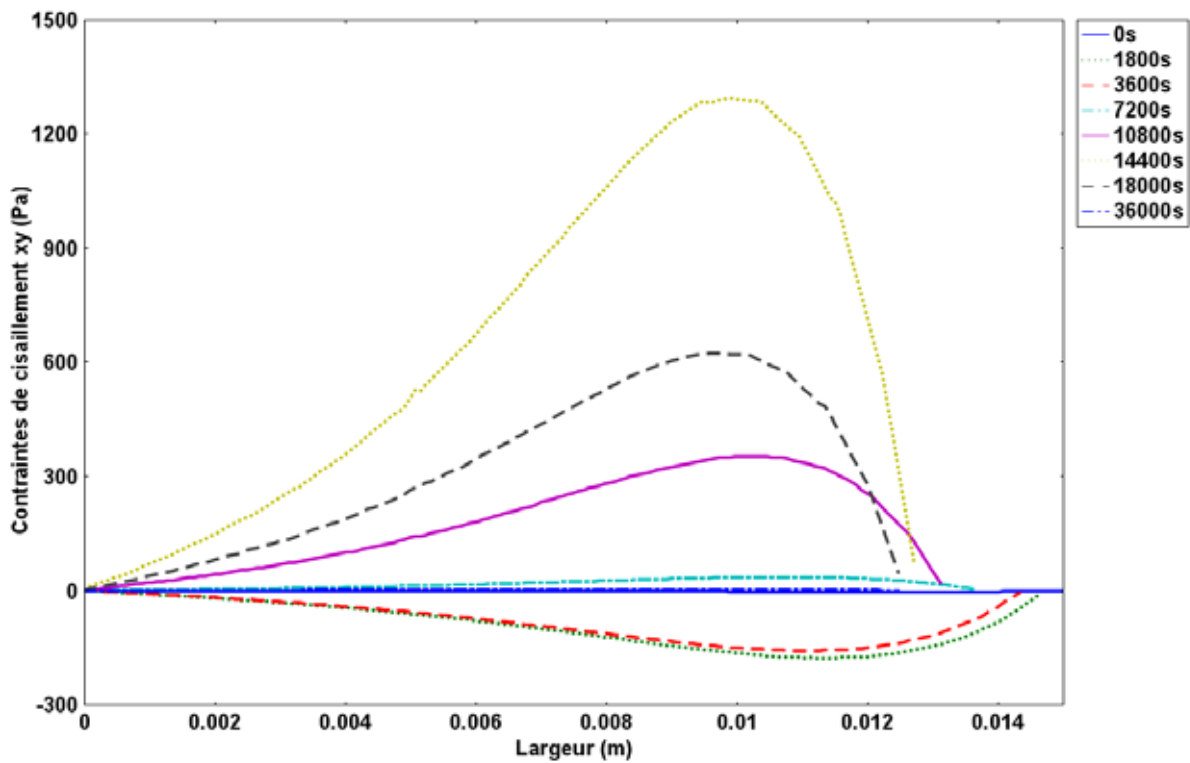


Figure IV.19. Evolution des contraintes de cisaillement (σ_{xy}) sur la largeur du milieu

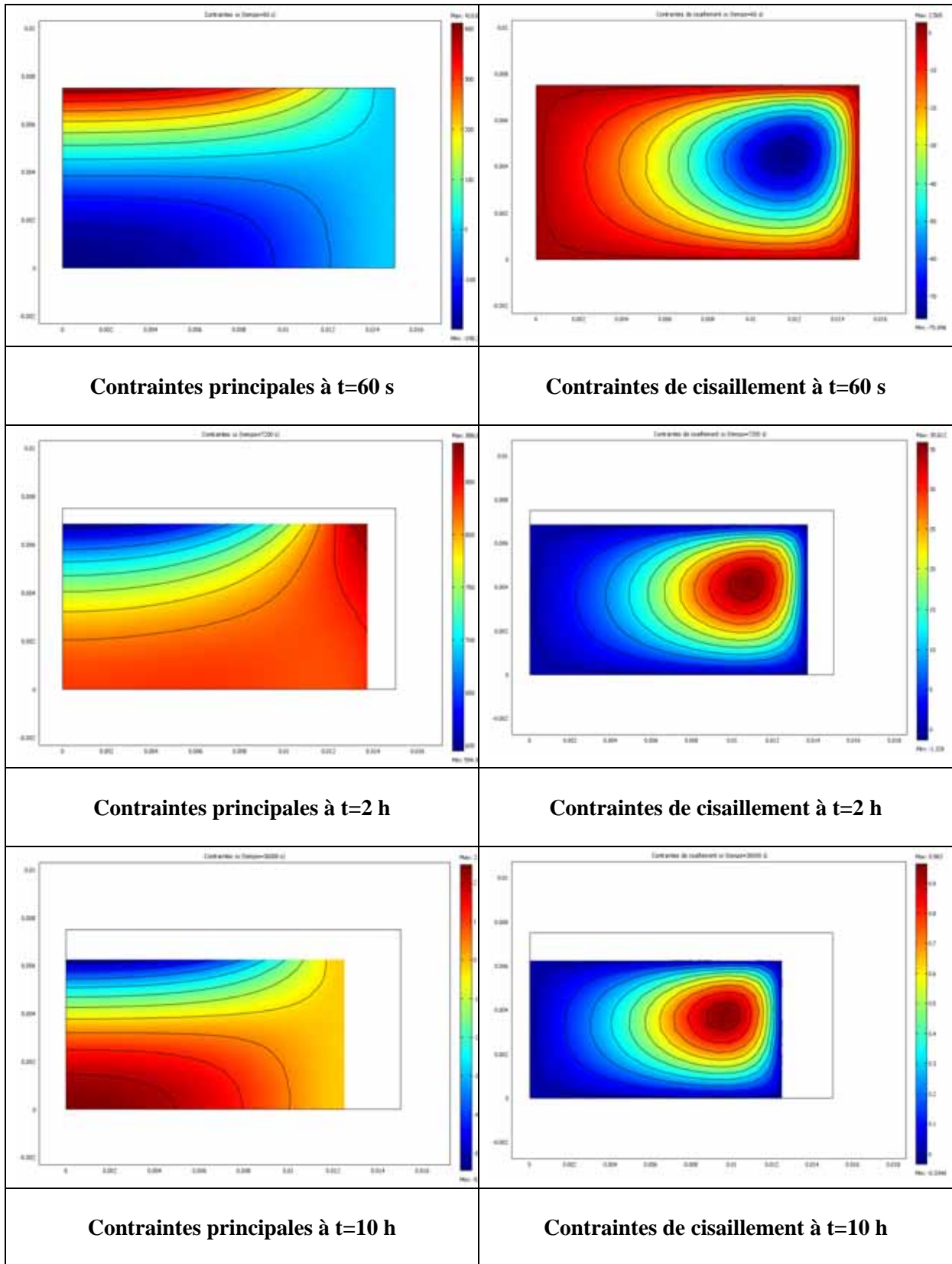


Figure IV.20. Champs des contraintes principales (σ_{xx}) et de cisaillement (σ_{xy}) à trois instants (1 min, 2 h et 10 h)

2.6. Saturation et Porosité

Au début du séchage le milieu reste saturé jusqu'au moment où l'air pénètre dans le matériau quand la pression capillaire arrive à sa valeur seuil (pression d'entrée d'air). En observant l'évolution de la saturation (Figure IV.21), on voit bien la transition du milieu saturé vers le milieu non saturé ; en parallèle une fraction du gaz se développe (Figure IV.22).

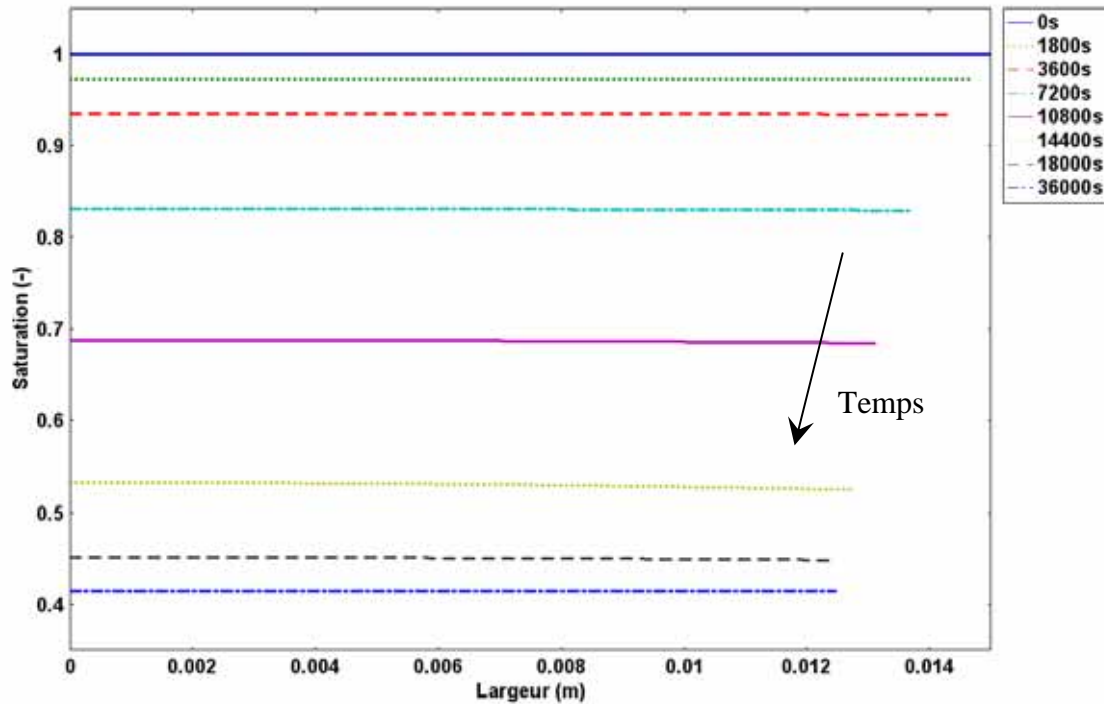


Figure IV.21. Evolution de la saturation sur la largeur du milieu

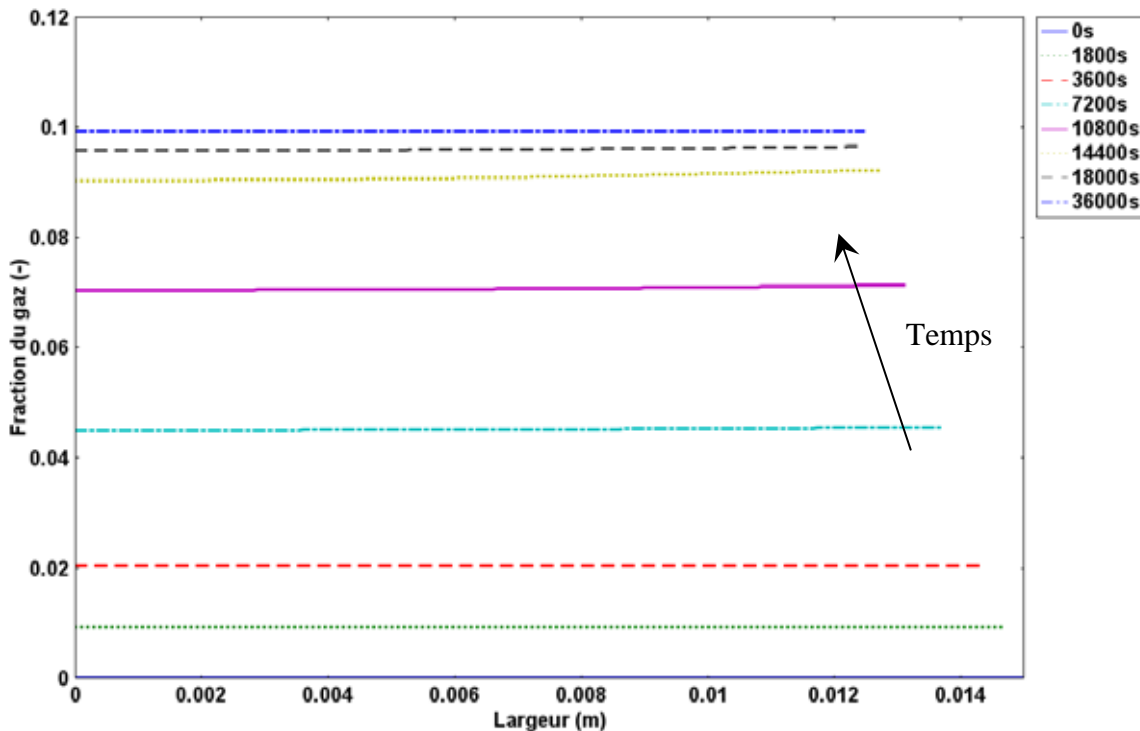


Figure IV.22. Evolution de la fraction de volume de gaz sur la largeur du milieu

La figure IV.23 présente l'évolution en fonction du temps des moyennes de la porosité totale ainsi que les fractions de volume liquide et gaz du milieu. En effet la fraction de volume de liquide diminue jusqu'à sa valeur d'équilibre (0.07) tandis que la fraction de volume de gaz augmente jusqu'à se stabiliser à (0.105). La porosité totale est la somme de ces deux fractions et est égale à (0.175) à l'équilibre.

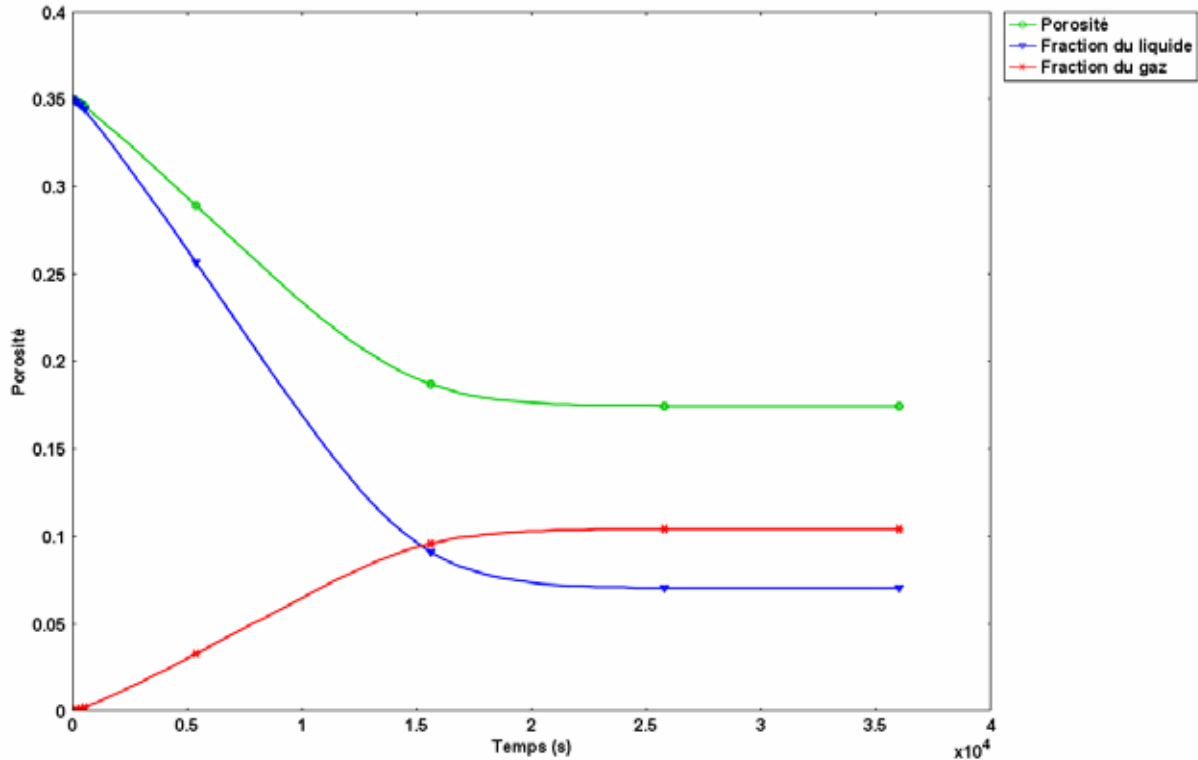


Figure IV.23. Evolution de la porosité moyenne ainsi que les fractions de volume liquide et gaz moyennes

Sur la figure IV.24 et précisément dans la colonne droite, sont présentées également les saturations du milieu dans les trois instants déjà mentionnés. Etant proportionnelle à la fraction de volume de liquide, la saturation suit la même allure et on obtient la même forme. Au début du séchage la saturation reste proche de 1 et sa diminution est faible car le milieu reste dans le domaine saturé et le gaz entrant est en quantité faible. Ensuite, la saturation diminue considérablement avec le temps.

2.7. Déplacement du Solide

Sur la Figure IV.24, on observe l'évolution des déplacements du solide et leurs vitesses à trois instants (1 min, 2 h et 10 h).

Les déplacements présentés sont calculés par la racine de la somme des carrés des déplacements \mathbf{u} et \mathbf{v} dans les directions \mathbf{x} et \mathbf{y} . Les flèches présentent la direction des vitesses de déplacement et par suite du retrait volumique du milieu. Ces vitesses sont radiales et elles sont plus importantes à la surface et diminuent lorsqu'on s'approche du centre du milieu.

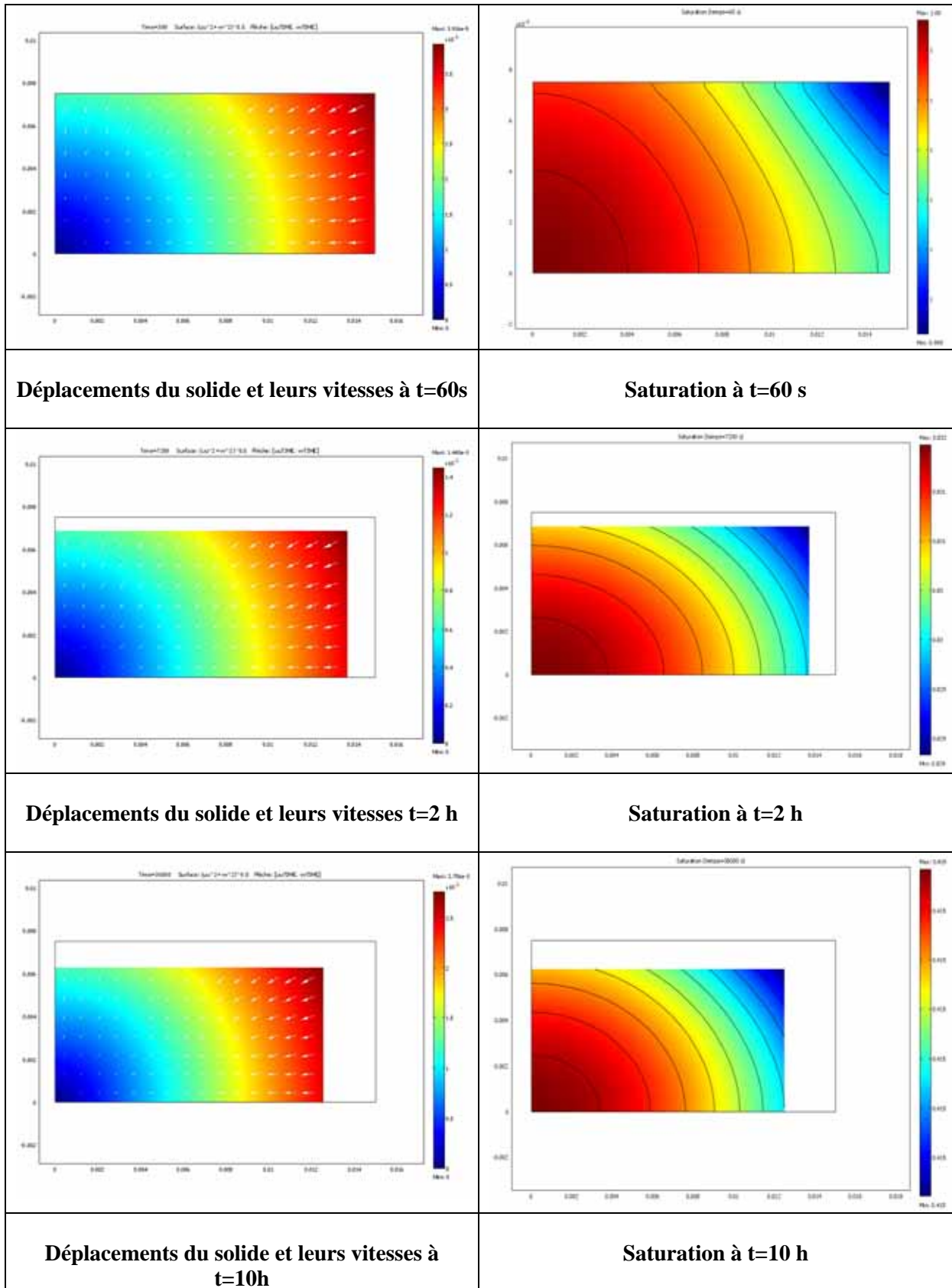


Figure IV.24. Champs des déplacements du solide et leurs vitesses ainsi que la saturation du milieu à trois instants (1 min, 2 h et 10 h)

3. Etude de sensibilité du modèle

Pour l'étude de sensibilité, la configuration physique et toutes les valeurs utilisées dans la validation pour la condition ($T = 40^{\circ}\text{C}$; $HR_{\infty} = 40\%$; $V_{\infty} = 2\text{m/s}$) seront utilisées comme les valeurs de références.

La sensibilité sera étudiée en considérant les conditions de référence et en faisant varier certains paramètres du produit : perméabilité, module d'Young et coefficient de Poisson (Tableau IV.2) ; ce qui peut se traduire comme un changement du milieu. La variation de la géométrie initiale du milieu sera aussi considérée avec le changement du rapport de forme.

Table IV.2. Paramètres utilisés dans l'étude de sensibilité

Paramètre	Valeur de référence	Valeur 1	Valeur 2
E_0	$2.5 \cdot 10^7$	$2.5 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^7$
ν_0	0.4	0.36	0.32
K_0	$5 \cdot 10^{-15}$	10^{-15}	10^{-14}

3.1. Variation du Module d' Young

On n'a pas observé d'influence du module d'Young sur la cinétique de séchage. Mais pour les pressions et les contraintes mécaniques, l'influence est directe : quand E augmente, le milieu est moins déformable et une petite déformation produit de grandes contraintes (E est proportionnel aux contraintes). Pour les pressions liquides, qui sont des contraintes principales aussi, une augmentation de la valeur de E entraîne des pressions plus importantes en valeur absolue.

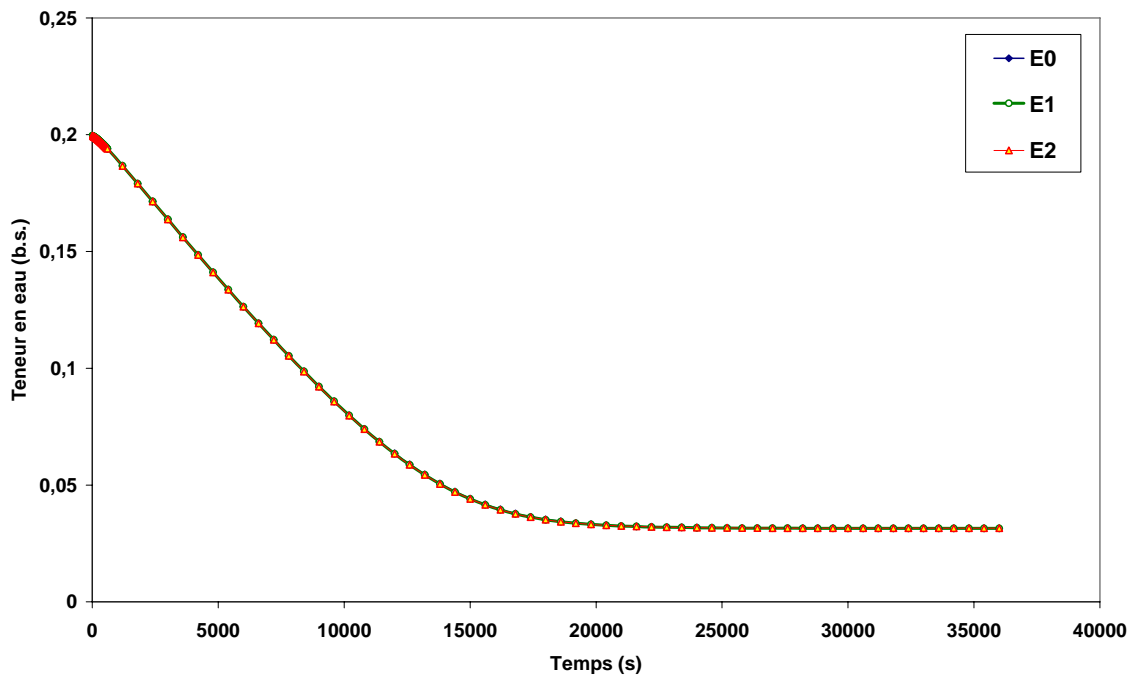


Figure IV.25. Influence de la variation du module d'Young sur la teneur en eau moyenne

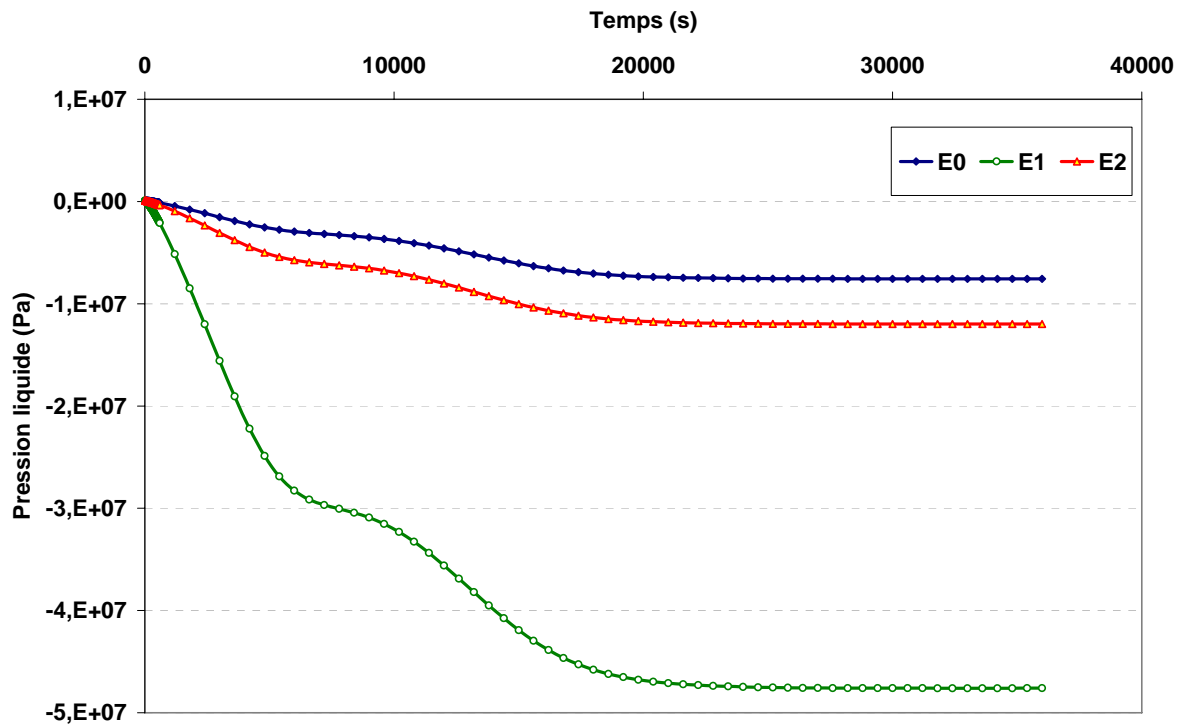


Figure IV.26. Influence de la variation du module d'Young sur la pression de liquide au point P2

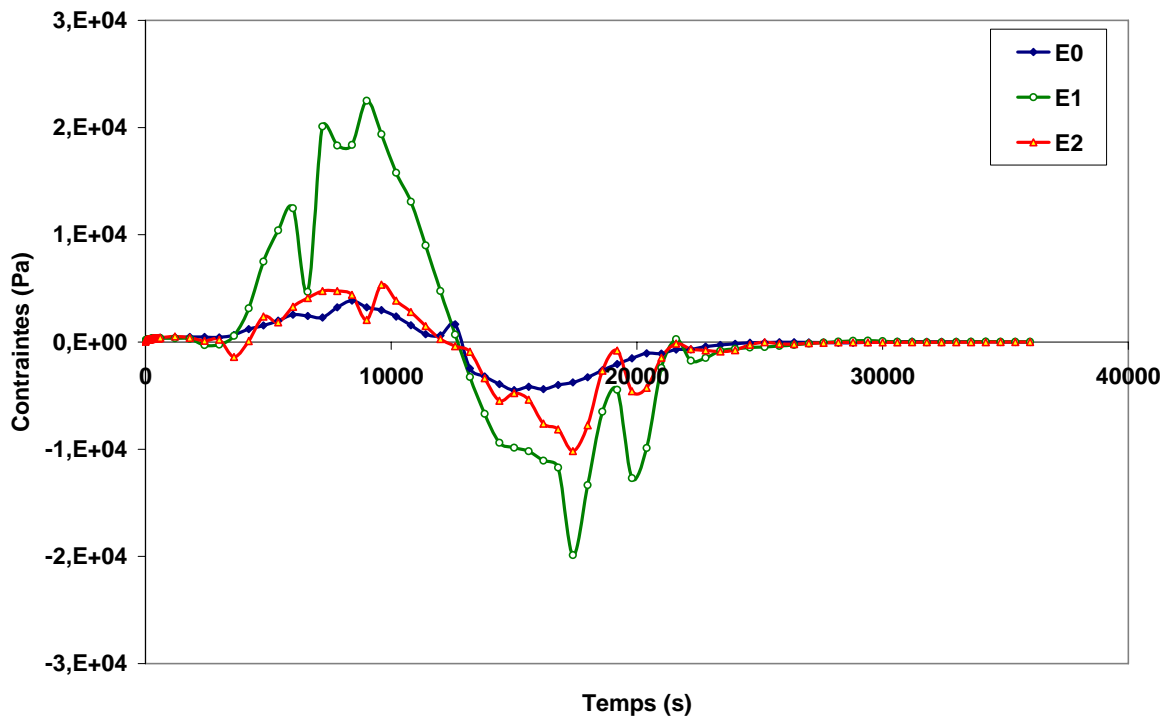


Figure IV.27. Influence de la variation du module d'Young sur les contraintes (σ_{xx}) au point P3

3.2. Variation du Coefficient de Poisson

La variation du coefficient de Poisson du milieu n'a pas d'influence sur la cinétique de séchage (Figure IV.28). Mais l'influence sur la pression de la phase liquide et sur les contraintes effectives est plus nette au début du séchage (Figures IV.29 et IV.30). En effet, un coefficient de Poisson plus faible que celui de référence amène à un milieu plus déformable et les pressions de liquide sont moins importantes car il y a plus de facilité à la relaxation de la pression.

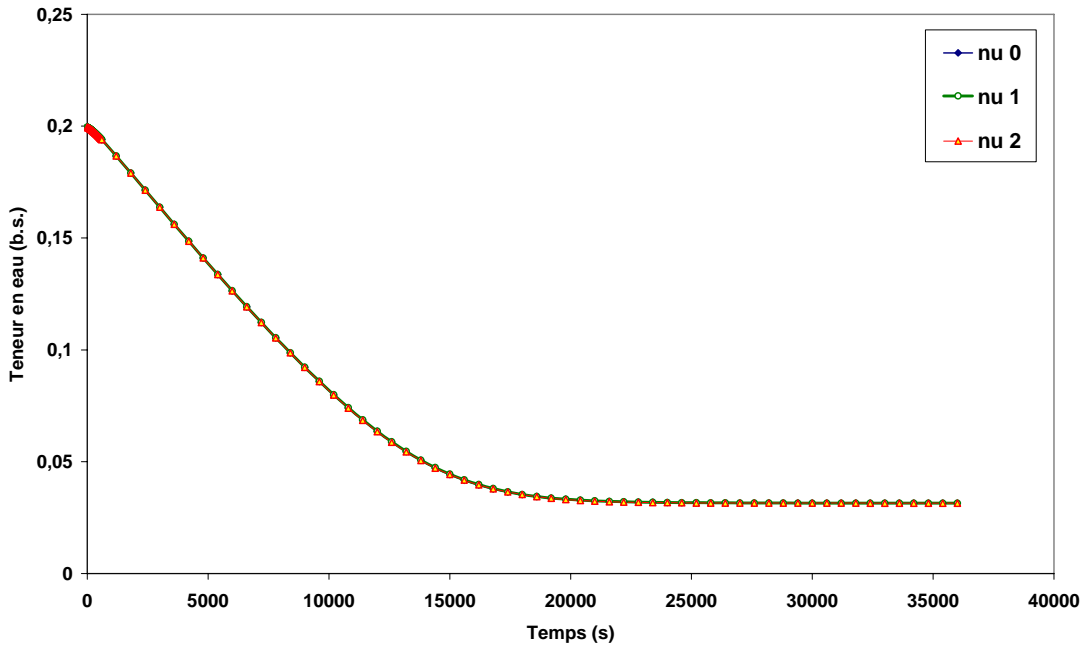


Figure IV.28. Influence de la variation du coefficient de Poisson sur la teneur en eau moyenne

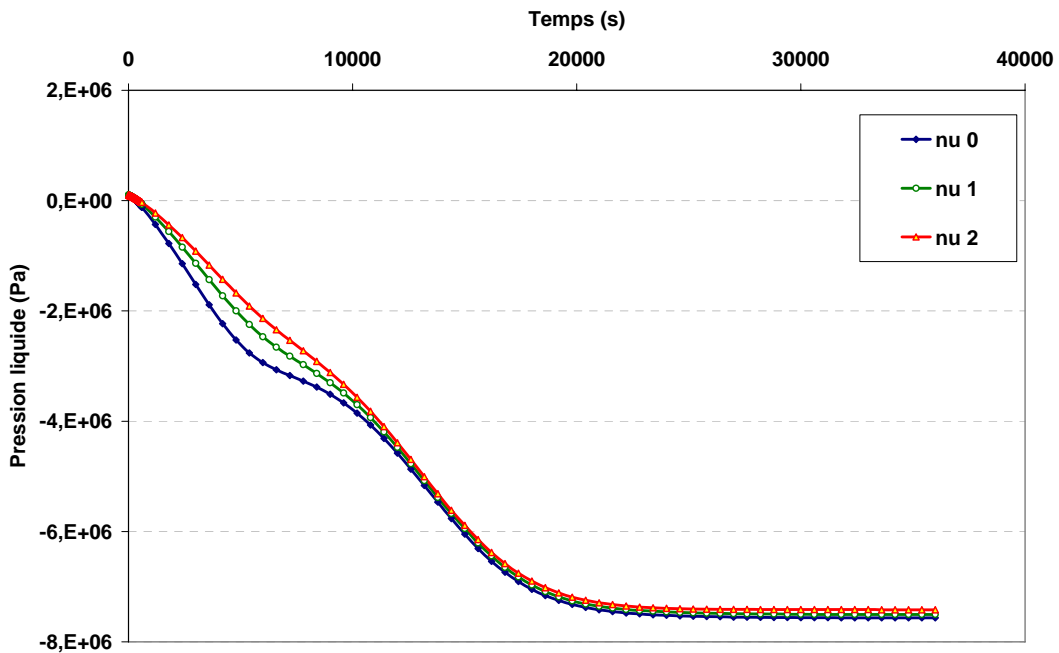


Figure IV.29. Influence de la variation du coefficient de Poisson sur la pression de liquide au point P2

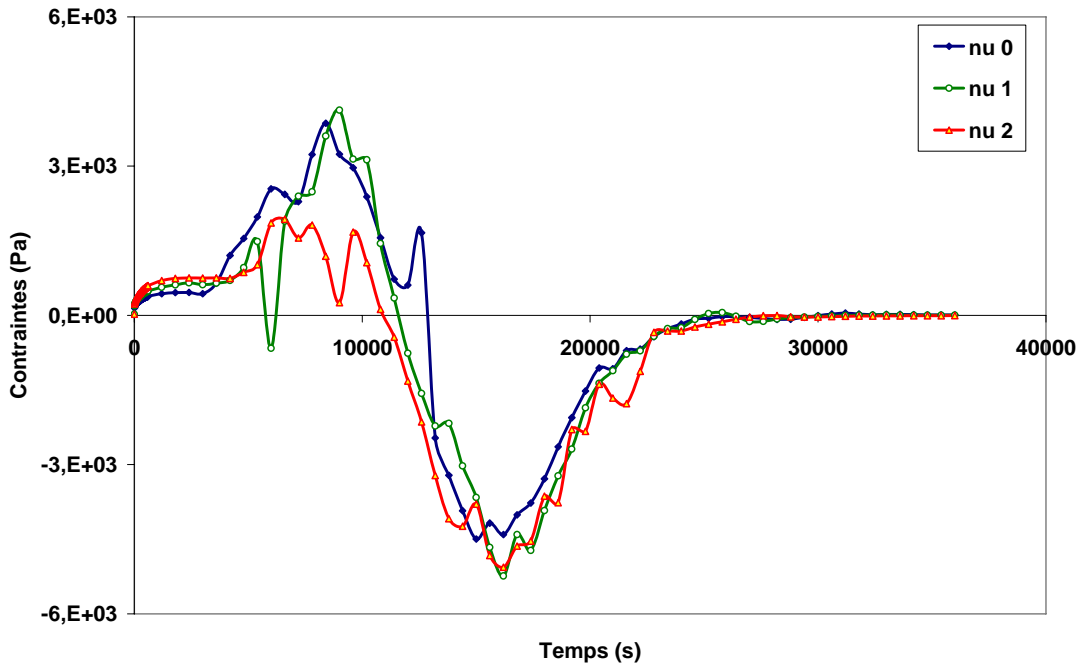


Figure IV.30. Influence de la variation du coefficient de Poisson sur les contraintes (σ_{xx}) au point P3

3.3. Variation de la Perméabilité

La variation de la perméabilité intrinsèque du milieu influe sur la cinétique de séchage. En effet le coefficient K exprime la facilité avec laquelle l'eau migre dans le milieu. L'influence sur la cinétique n'est pas très prononcée puisque les trois valeurs de K_0 sont très proches mais elle est plus importante pendant le début du séchage.

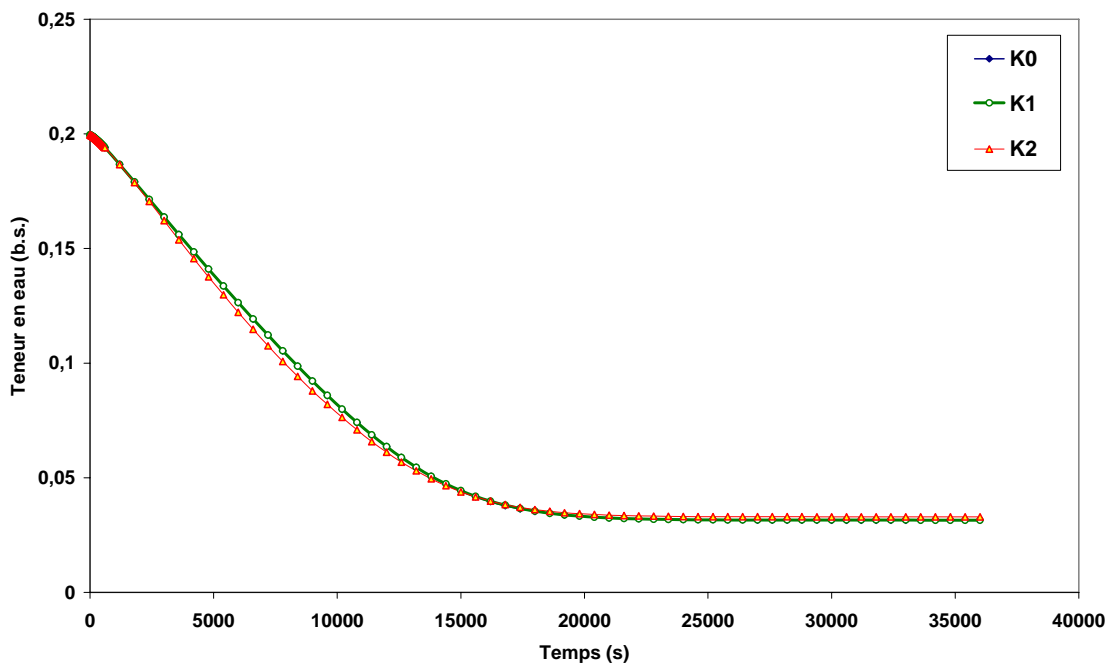


Figure IV.31. Influence de la variation de la perméabilité sur la teneur en eau moyenne

Sur les deux figures IV.32 et IV.33, on remarque que, pour un milieu moins perméable, les pressions de liquide et les contraintes mécaniques à la surface sont plus importantes en valeurs absolues. Pour un milieu plus perméable (K plus importante), les transports d'humidité sont plus faciles et par suite on obtient des contraintes et des pressions moins importantes.

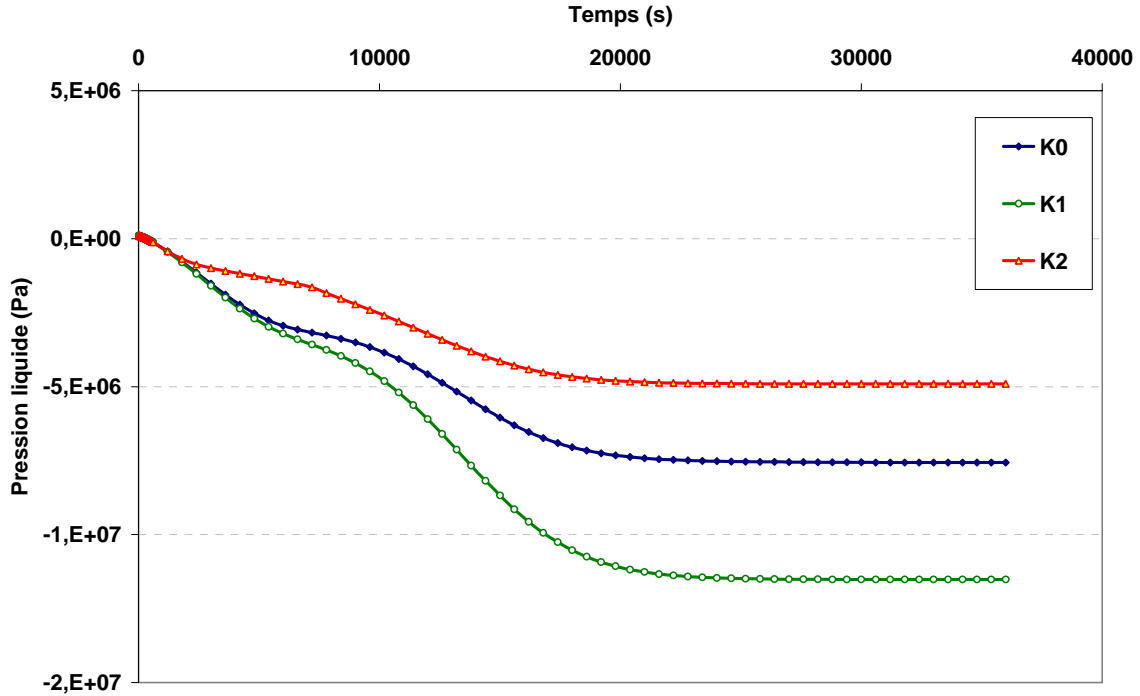


Figure IV.32. Influence de la variation de la perméabilité sur la pression de liquide au point P2

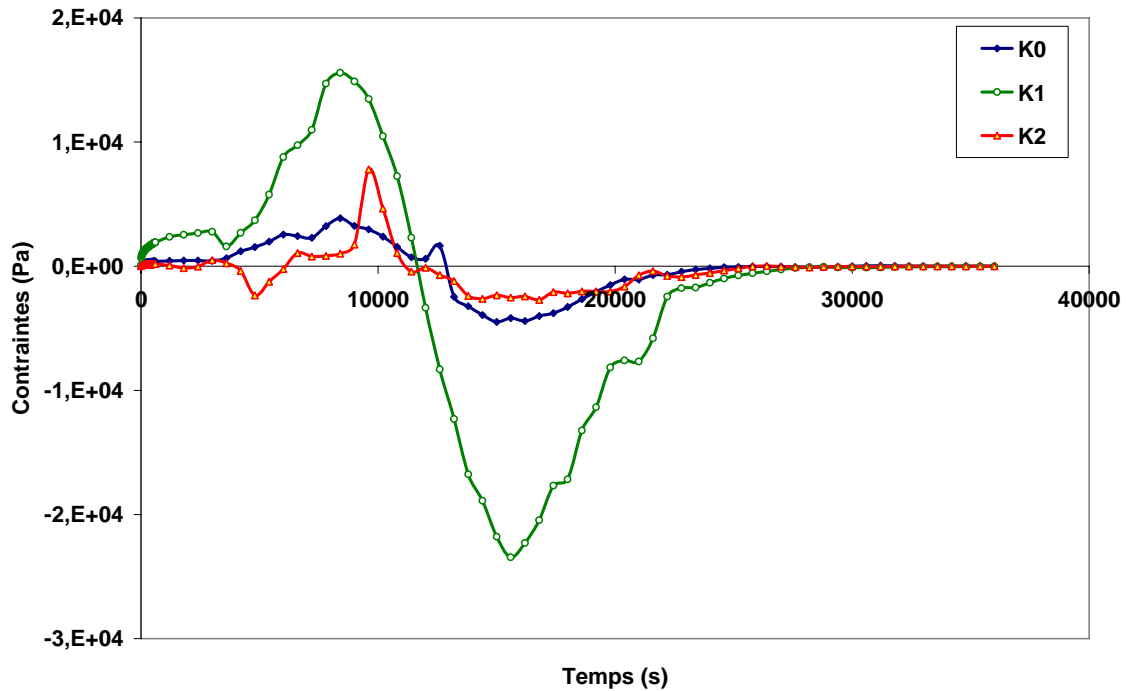


Figure IV.33. Influence de la variation de la perméabilité sur les contraintes (σ_{xx}) au point P3

3.4. Rapport de Forme

Dans cette partie du travail, ne sont pas changées les propriétés du matériau, mais le rapport entre la longueur et l'épaisseur dans la géométrie initiale du milieu. Nous le ferons changer en égalisant la longueur à l'épaisseur puis fixant la longueur à six fois l'épaisseur. Ceci nous permettra d'examiner les trois géométries initiales différentes ci dessous.

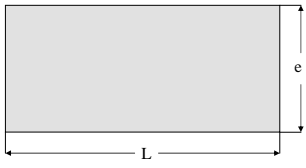
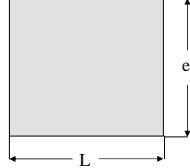
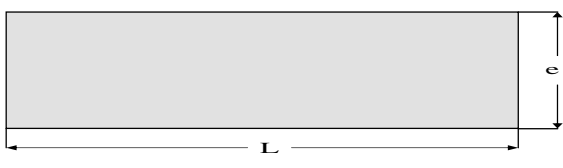
L/e = 2 <u>Rectangle</u> (valeur de référence)	L/e = 1 <u>Carré</u>	L/e = 6 <u>Rectangle 2</u>
		

Figure IV.34. Géométries initiales du milieu associées au rapport de forme (L/e)

Sur la figure IV.35, on présente la fraction de volume liquide à une heure du séchage : on remarque que les proportions des types de transfert varient entre les deux formes carrée et rectangulaire. En fait, la forme carrée favorise les transferts convectifs, les isovaleurs sont plus "plates" tandis que ces isovaleurs sont plutôt "paraboliques" dans la forme rectangulaire où les transferts sont du type diffusif vers les endroits éloignés des surface d'échange.

En observant la figure IV.36, on conclut que la forme carrée sèche plus vite que la forme rectangle car le mouvement du liquide est convectif (plus rapide que le diffusif) et dans la forme rectangulaire il y a plus de mouvement diffusif vers les endroits les plus éloignés des surfaces d'échanges (Figure IV.35). Si on s'approche de la surface, c'est le mouvement convectif qui l'emporte. Pour les deux formes rectangulaires, le milieu de référence avec un rapport de forme 2 sèche plus vite que celui avec un rapport de forme 6.

A propos des pressions de liquide, elles sont plus importantes en valeur absolue pour la forme carrée, ensuite le rectangle de rapport 2 et enfin le rectangle de rapport 6 (Figure IV.37). En effet la forme qui sèche plus rapidement correspond à des pressions plus importantes. A la fin du séchage les valeurs des pressions sont les mêmes pour les trois formes. La même logique est conservée pour les contraintes mécaniques principales à la surface du milieu (Figure IV.38) : les valeurs maximales sont voisines pour les différentes formes mais elles se produisent à des temps différents, la forme carrée ensuite les deux formes rectangle, celle de référence puis celle de rapport de forme 6. Ceci est logique car les contraintes sont en phase avec la cinétique du séchage : une cinétique plus rapide produit des contraintes plus rapidement.



Figure IV.35. Fraction de volume de liquide à 1 heure du séchage

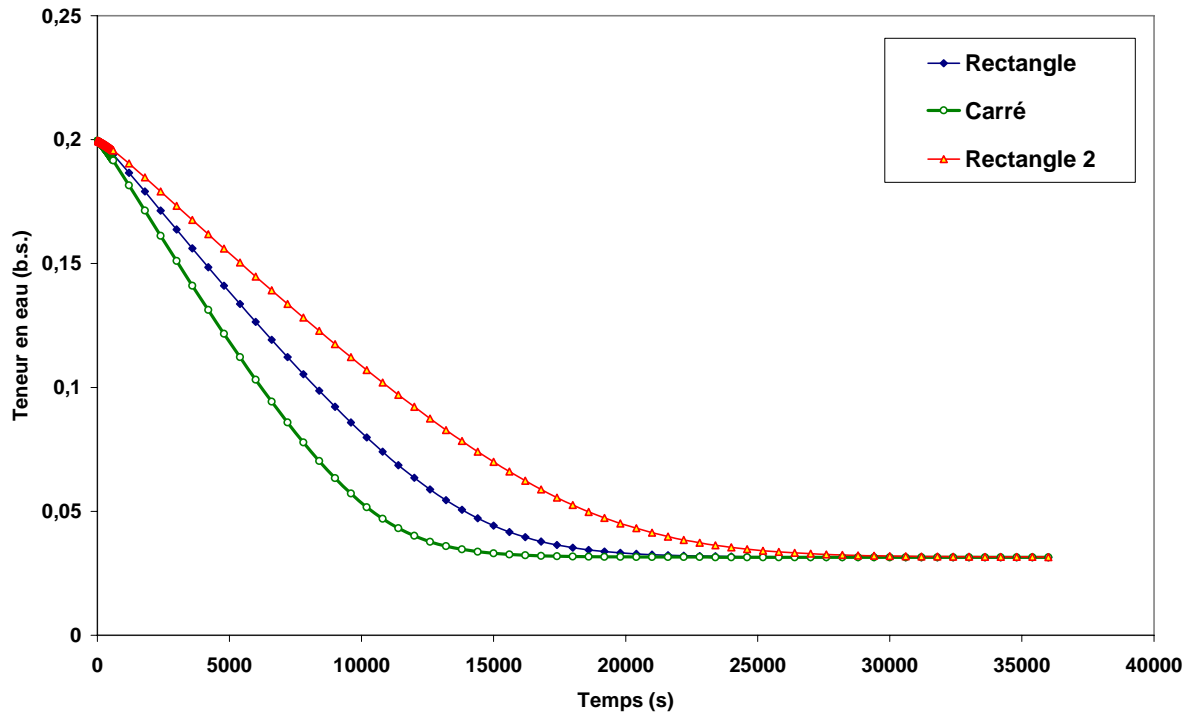


Figure IV.36. Influence de la variation de la forme initiale sur les teneurs en eau moyennes

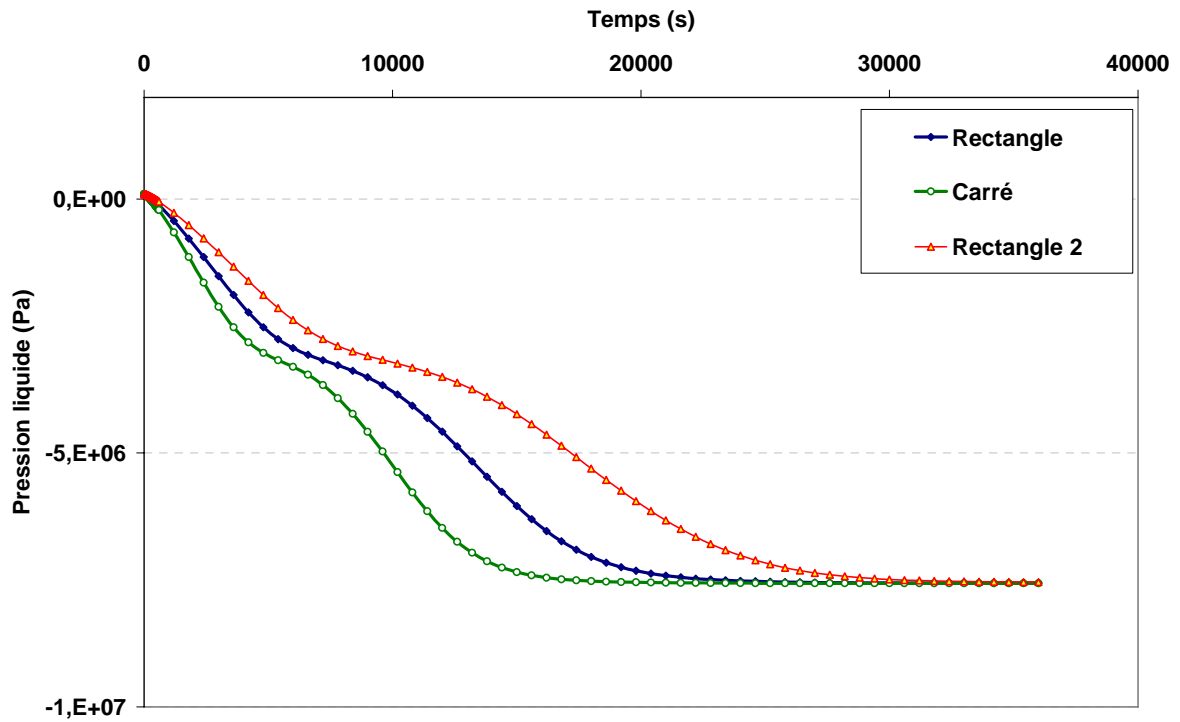


Figure IV.37. Influence de la variation de la forme initiale sur la pression de liquide au point P2

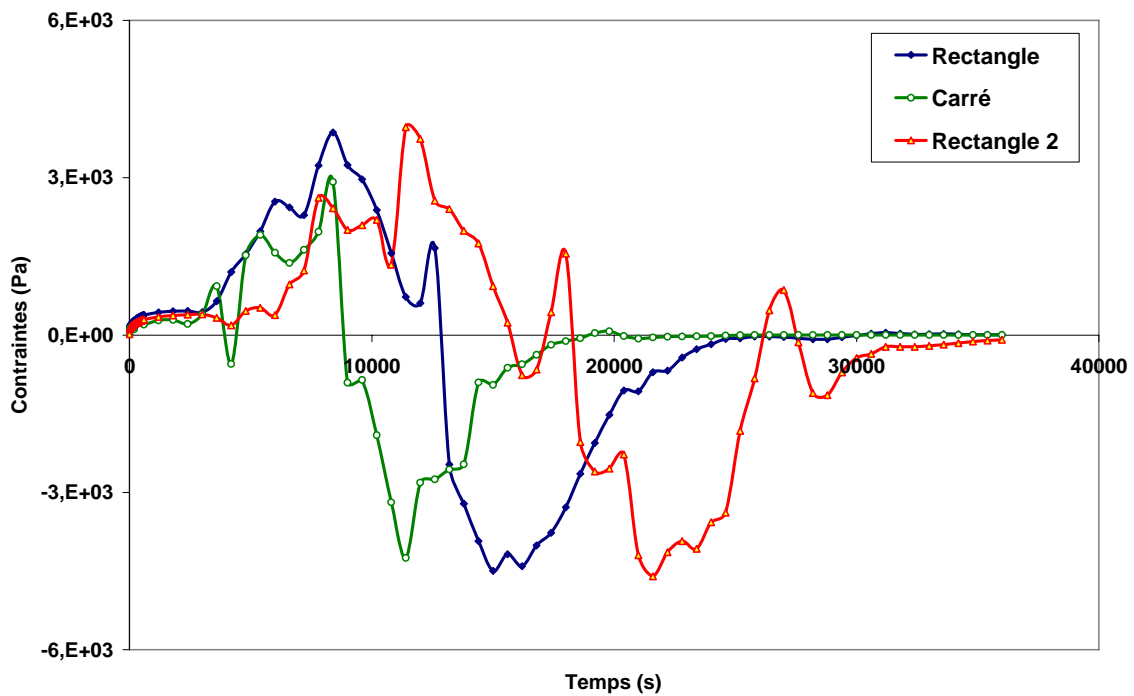


Figure IV.38. Influence de la variation de la forme initiale sur les contraintes (σ_{xx}) au point P3

Conclusion

Dans cette étude, la simulation numérique du séchage des milieux poreux déformables et non saturés a été menée. On a montré la faisabilité d'un modèle de transport basé sur les gradients de la pression de liquide comme termes moteurs de l'écoulement de liquide. On a décrit aussi le fort couplage hygromécanique lors du séchage en utilisant les contraintes effectives qui expriment que la contrainte appliquée au milieu se répartit de manière additive entre la contrainte dans le solide et la pression dans le fluide.

Les résultats obtenus ont été acceptables en général mais quelques difficultés d'ordre numérique ont été rencontrées, probablement, liées en partie à la forme des matrices mises en œuvre dans le modèle et à leur conditionnement. En effet le modèle est très sensible aux variations d'un certain nombre de paramètres (perméabilité, module d'Young, coefficient de Poisson et pression capillaire) et la moindre variation peut changer les résultats et même gêner la convergence des calculs.

L'hypothèse d'un comportement élastique linéaire du milieu n'est pas suffisante pour décrire les déformations du milieu. La forme observée du déformé du produit sec n'est pas conforme avec ce qu'on obtient par simulations.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Le séchage, sa modélisation et l'optimisation de ses conditions reste encore une problématique à explorer malgré la diversité des travaux et leur multitude. Dans ce cadre, le présent travail de thèse avait pour objectif d'élaborer un modèle de transfert de chaleur et de masse dans un milieu déformable non saturé et de son comportement mécanique du matériau et incluant les phénomènes physiques de migration du liquide et de retrait volumique.

Cet objectif a été réalisé en quatre phases développées dans les chapitres de ce mémoire :

1. Dans un premier temps, une étude bibliographique a permis d'analyser en détails le degré d'avancement de la communauté scientifique dans le domaine du séchage et sa modélisation. Cette analyse a permis de proposer une nouvelle formulation du transport du liquide par le gradient de la pression intrinsèque de la phase liquide, moteur naturel de l'écoulement,
2. La modélisation nécessite une caractérisation du produit afin de déterminer ses diverses propriétés physiques et mécaniques. Nous avons déterminé expérimentalement les principales propriétés du matériau modèle (isothermes de sorption, module d'Young) et ses cinétiques de séchage. Ensuite, on a regardé le comportement du matériau au cours de son séchage (masse volumique et retrait),
3. La base du travail est un modèle de transferts de chaleur et de masse qui est développé pour décrire le séchage des milieux poreux déformables saturés et non saturés ; tout en tenant compte du comportement rhéologique du matériau. Ce modèle étant choisi, il a ensuite été possible de caractériser son apport en terme de fort couplage hygromécanique à travers l'introduction de la notion des contraintes effectives qui relie le comportement mécanique, supposé élastique dans notre cas, à la pression de la phase liquide moteur naturel du mouvement du liquide,
4. Un code permettant de simuler le séchage d'un milieu déformable non saturé a été élaboré. Ce programme a permis de cerner toute l'importance des transferts (chaleur et masse) associés à la rhéologie du matériau. Les premiers résultats obtenus ont montré que l'objectif initial a été atteint : en effet le modèle simule le séchage des milieux déformables non saturés et permet de décrire physiquement la transition entre milieu saturé et milieu non saturé. Il donne des résultats généralement satisfaisants en ce que concerne les températures, les pressions, les contraintes mécaniques. Les résultats des simulations sont en accord avec la cinétique globale du séchage et l'évolution théorique des simulations. Malheureusement, nous avons rencontré des instabilités d'ordre numérique : l'étude de sensibilité est incomplète.

On a montré la faisabilité d'un tel modèle avec des résultats assez acceptables. Les apports de l'utilisation du modèle développé sont :

- ✓ On peut exprimer le fort couplage entre transferts de matière et rhéologie du milieu par la pression de la phase liquide (moteur du mouvement liquide), qui est présente dans toutes les équations du système à résoudre,
- ✓ Les paramètres clés du modèle sont le module d'Young, le coefficient de Poisson, la pression capillaire et la perméabilité intrinsèque du milieu. Leurs variations a une grande influence sur les champs des teneurs en eau, des pressions et des contraintes,
- ✓ Les contraintes effectives sont les vraies contraintes dans le milieu : l'utilisation de cette notion assure l'équilibre mécanique,
- ✓ La simulation du séchage des milieux saturés est insuffisante pour expliquer la physique du séchage. Il faut passer aux modèles des milieux non saturés tenant compte de la déformation.

Perspectives

Compte tenu du travail et des résultats obtenus, des prolongements à la fois numériques, théoriques et expérimentaux méritent d'être envisagés :

- ✓ Détermination expérimentale précise des propriétés du milieu et surtout celles de transport (K et P_c) et mécaniques (E et ν) qui sont d'après l'étude de sensibilité des paramètres clés de la modélisation,
- ✓ Maîtrise des conditions à l'interface milieu environnement puisqu'on utilise des conditions aux limites classiques constantes du type flux mais il fallait plutôt faire une étude fine à l'interface,
- ✓ Prise en compte de la troisième dimension dans la simulation afin d'avoir une meilleure description des transport et du retrait,
- ✓ Validation expérimentale complète du modèle et surtout en ce qui concerne les profils internes d'humidité et les contraintes mécaniques,
- ✓ Description de l'eau liée et de son transport,
- ✓ Amélioration des résultats du modèle en travaillant avec des comportements rhéologiques plus réels et ainsi plus complexes (viscoélastique, élasto-viscoplastique,...) puisque le modèle élastique linéaire est insuffisant pour décrire correctement le retrait et la forme du déformé,
- ✓ Compléter l'étude de sensibilité du modèle en élargissant la gamme de variation des paramètres du modèle.

BIBLIOGRAPHIE

A

Ajibola O.O., 1986, Equilibrium moisture properties of winged bean seed, *Trans. ASAE.*, Vol. 29 (5), p. 1485.

B

Banaszak J., Kowolski S.J., 2005, Theoretical and experimental analysis of stresses and fractures in clay like materials during drying, *Chemical engineering and Processing*, Vol. 44, pp. 497-503.

Bear J., Bachmat Y., 1990, *Introduction to modelling of transport phenomena in porous media*, Kluwer Acad, Norwell.

Bernada P., 1995, Analyse expérimentale et modélisation de la migration de liants dans une couche papetière soumise à flux de séchage, Thèse, ENSAM, Bordeaux, France.

Biot M. A., 1941, General theory three dimensional consolidation, *J. of Applied Physics*, Vol. 12, pp. 155-164.

Biot M. A., 1955, Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid, *J. of Applied Physics*, Vol. 26 (2), pp. 182-185.

Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N., 1961, *Transport Phenomena*, John Wiley and sons, New York.

Bishop A.W., 1959, *The principle of effective stress*, *Tecknisk Ukeblad*, N° 39, pp. 859-863.

Bogdanis E., 2001, Modélisation des transports de chaleur et de matière lors du séchage d'un milieu élastique ou viscoélastique : résolution par la méthode des éléments finis, Thèse, Université de Pau et des pays de l'Adour, 95 p.

Bonazzi C., Ripoché A., Michon C., 1997, Moisture diffusion in gelatin slabs by modeling drying kinetics, *Drying Technology*, Vol. 15 (6-8), pp. 2045-2059.

Boudhrioua N., Bonazzi C., Daudin J.D., 2003, Estimation of moisture diffusivity in gelatine starch gels using time-dependent concentration-distance curves at constant temperature, *Food Chemistry*, Vol. 82, pp. 139-149.

Boukadida N., Ben Nasrallah S., 1995, Two-dimensional heat and mass transfer during convective drying of porous media, *Drying Technology*, Vol. 13 (3), pp. 661-694.

Brendsen H.J.C., 1975, Specific interactions of water with bio-polymers, *Water a Comprehensive Treatise*, Vol. 5, Plenum Press, New York.

C

Caceras G.E., 2006, Modélisation du séchage d'un milieu poreux saturé déformable : Prise en compte de la pression de liquide, Thèse, ENSAM, Bordeaux, 142p.

Chausi B., 2000, Modélisation des phénomènes de transport en milieu déformable diphasique dont une phase est binaire: application à la DII, Thèse, Université de Pau et des pays de l'Adour.

Chemkhi S., Zagrouba F., Bellagi A., 2004, Mathematical model for drying of highly shrinkable media, *Drying Technology*, Vol. 22 (5), pp. 1023-1039.

Chemkhi S., Zagrouba F., 2005, Water diffusion coefficient in clay material from drying data, *Desalination*, Vol.185, pp. 491-498.

Chemkhi S., Zagrouba F., Bellagi A., 2005, Drying of ceramics. Modelling of the thermo-hydro elastic behaviour and experiments. *Industrial Ceramics*, Vol. 25, N° 3, pp. 149-156.

Collard J.M., 1989, Etude des transferts d'humidité et des déformations pendant le séchage d'une plaque d'argile, Thèse, Université de Poitiers, 165 p.

Coussy O., 1991, *Mécanique des milieux poreux*, Ed. Technip, Paris.

Coussy O., Dangla P., 2002, Approche énergétique du comportement des sols non saturés, dans « *Mécanique des sols non saturés* », sous la direction de Coussy O. et Fleureau J.M., Ed. Lavoisier, Paris, pp. 137-174.

Couture F., 1995, Modélisation fine d'un problème de séchage : développement d'outils adaptés, Thèse, Université de Bordeaux 1, 122 p.

Couture F., Roques M., Bogdanis E., 2001, Towards thermo-hydro-rheology, *Proceeding of the Second Inter-American Drying Conference*, Veracruz, Mexique, pp. 91-105.

Couture F., Laurent S., Roques M., 2007, Drying of two-phase media: Simulation with liquid pressure as driven force, *AIChE Journal*, Vol. 53 (7), pp. 1703-1717.

Crank J., 1975, *The mathematics of diffusion*, 2nd Edition, Clarendon Press, Oxford.

G

- Goyeneche M., 2001, Etude du transport d'humidité par écoulement de film lors du séchage d'un milieu capillaro-poreux, Thèse, Université Bordeaux 1, 129 p.
- Gray W.G., 1975, A derivation of the equations for multiphase transport, *Chemical Engineering Science*, Vol. 30, pp. 229-233.
- Guggenheim E.A., 1966, *Applications of statistical mechanics*, Clarendon Press, Oxford, 186 p.

H

- Haghighi K. and Segerlind L.J., 1988, Modeling simultaneous heat and mass transfer in an isotropic sphere: A finite element approach, *Transaction of the ASAE*, Vol. 31 (2), pp. 629-637.
- Hasatani M., Itaya Y., Hayakawa K., 1992, Fundamental study on shrinkage of formed clay during drying: viscoelastic strain-stress and heat moisture transfer, *Drying technology*, Vol. 10 (4), pp. 1013-1036.
- Hasatani M. et Itaya Y., 1996, Drying induced strain and stress: a review, *Drying Technology*, 14 (5), pp. 1011-1040.
- Hawkes J., Flink J.M., 1978, Osmotic concentration of fruit slices prior to freeze dehydration, *Journal of Food Processing and Preservation*, N. 2, pp. 265-284.

I

- Ilic M., Turner I.W., 1989, Convective drying of a consolidated slab of a wet porous material, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32 (12), pp. 2351-2362.
- Itaya Y., Mabuchi S., Hasatani M., 1995, Deformation behaviour of ceramic slabs by non uniform drying, *Drying Technology*, 13 (3), pp. 801-819.
- Itaya Y., Okouchi K., Mori S., 2001, Effect of heating modes on internal strain-stress formation during drying of molded ceramics, *Drying Technology*, 19 (7), pp. 1491-1504.

J

- Jomaa W., 1991, Séchage des matériaux fortement déformables : prise en compte de la vitesse de retrait, Thèse, Université de Bordeaux 1, 191 p.
- Jomaa W., Puiggali J.R., 1991, Drying of shrinking materials: modelling with shrinkage velocity, *Drying Technology*, 9 (5), pp. 1271-1293.

K

- Katelaars A.A.J., 1992, Drying deformable media, kinetics, shrinkage and stresses, Thèse, Technische Universiteit Eindhoven, 106 p.
- Katelaars A.A.J., Pel L., Coumans W.J., Kerkhof P.J.A.M., 1995, Drying kinetics: a comparison of diffusion coefficients from moisture concentration profiles and drying curves, *Chemical Engineering Science*, Vol. 50 (7), pp. 1187-1191.
- Kechaou N., Roques M., 1989, A variable diffusivity model for drying of highly deformable materials, *Drying'89*, pp. 332-338.
- Kechaou N., 1989, Séchage de gels fortement déformables : étude de la diffusion interne de l'eau et modélisation, Thèse, Institut National Polytechnique de Lorraine.
- Kowalski S.J., 2001, Thermo mechanical approach to shrinking and cracking phenomena in drying, *Drying Technology*, 19 (4), pp. 731-765.
- Kroes B., 1999, The influence of material properties on drying kinetics, Thèse, Technical University of Eindhoven, Netherlands, 139 p.

L

- Laurindo J.B. et Prat M., 1998, Numerical and experimental network study of evaporation in capillary porous media: Drying rates, *Chemical Engineering Science*, Vol. 53 (12), pp. 2257-2269.
- Leonard A., 2003, Etude du séchage convectif de boues de station d'épuration : Suivi de la texture par microtomographie à rayon X, Thèse, Université de Liège, Belgique, 249 p.

M

- Madamba P.S., Driscoll, R.H., Buckle, K.A., 1994, Predicting the sorption behaviour of garlic slices, *Drying Technology*, 12(3), pp. 669-683.
- Marle C., 1967, Ecoulements monophasiques en milieux poreux, *Revue de l'Institut Français de Pétrole*, Vol. 22, pp. 1471-1509.
- Mercier F., 1996, Séchage de gel d'alumine: Maîtrise de la texture de supports de catalyseurs, Thèse, Université de Bordeaux I, 136 p.
- Mercier F., Kolenda F. et Puiggali J.R., 2002, Influence of the mechanical behavior law on the drying of an alumina gel, *Chemical Engineering Journal*, Vol. 86 (1&2), pp. 95-101.
- Michel D., Quintard M., Puiggali J.R., 1987, Experimental and numerical study of pine wood drying at low temperature, *Drying'87*, pp. 185-194, ed. A.S. Mujumdar, Hemisphere, Washington DC.
- Mihoubi D., 2004, Déshydratation d'argiles par compression et séchage: aspects de modélisation et de simulation, Thèse, ENIM, Université de Monastir, Tunisie, 174 p.

- Mihoubi D., Zagrouba F., Vaxelaire J., Bellagi A., Roques M., 2004, Transfer phenomena during the drying of a shrinkable product: modeling and simulation, *Drying Technology*, 22 (1-2), pp. 91-109.
- Modaressi A., Fry J.J., 2002, Barrages et remblais, dans « *Mécanique des sols non saturés* », sous la direction de Coussy O. et Fleureau J.M., Ed. Lavoisier, Paris, pp. 275-348.
- Moyne C., 1987, Transferts couplés chaleur-masse lors du séchage : prise en compte du mouvement de la phase gazeuse, Thèse d'Etat, INP de Lorraine, France, 293 p.
- Moyne C., Kechaou N., Do Amaral Sobral P.J., Roques M., Cairault A., Bizout H., 1992, Séchage et mécanismes de transport de l'eau dans les gels, *Entropie*, 167, pp. 9-17.
- Mrani I., 1993, Transport de matière en milieu biconstituant élastique, Thèse, Université de Montpellier II.
- Mrani I., Bénet J.C., Fras J., 1995, Transport of water in a biconstituent elastic medium, *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 48 (10), pp. 717-721.
- Mrani I., Bénet J.C., Fras J., Zrikem Z., 1997, Two dimensional simulation of dehydration of highly shrinkable gel: moisture content, stress and strain fields, *Drying Technology*, Vol. 15 (9), pp. 2165-2193.

N

- Nadeau J.P. et Puiggali J.R., 1995, *Séchage: des processus physiques aux procédés industriels*, Lavoisier Tech. et Doc., Paris.

P

- Perré P., 1987, Le séchage convectif d'un bois résineux : Choix validation et utilisation d'un modèle, Thèse, Université Paris VII, 251 p.
- Perré P., Degiovanni A., 1990, simulation par volumes finis des transferts couples en milieux poreux anisotropes: séchage du bois à basse et à haute température, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33 (11), pp. 2463-2478.
- Perré P., Passard J., 1995, A control-volume procedure compared with the finite-element method for calculating stress and strain during wood drying, *Drying Technology*, Vol. 13 (3), pp. 635-660.
- Plumb O.A., Brown C.A., Olmstead B.A., 1984, Experimental measurements of heat and mass transfer during convective of southern pine, *Wood Sci. Technol.*, Vol. 18, pp. 187-204.
- Plumb O.A., Prat M., 1992, Microscopic models for the study of drying of capillary porous media, *Drying'92*, Part A, pp. 397-406.

Porras G.O., 2005, Modélisation des phénomènes de transports en milieu diphasique (solide-liquide binaire) : Simulation 2D du séchage convectif, Thèse, Université de Pau et des Pays de l'Adour, 132 p.

Pourcel F., 2003, Séchage de gel d'alumine: mise en évidence et définition d'un critère de fissuration, Thèse, ENSAM Bordeaux, 123 p.

Prat M., 2002, Recent advances in pore-scale models for drying of porous media, *Chemical Engineering Journal*, Vol. 86 (1-2), pp. 153-164.

Puiggali J.R., Quintard M., 1992, Properties and simplifying assumptions for classical drying models, *Advances in Drying*, Vol. 5, pp. 109-143, ed. A.S. Mujumdar, Hemisphere, Washington DC.

Q

Quintard M., Whitaker S., 1993, Transport in ordered and disordered porous media: volume averaged equation, closure problems, and comparison with experiment, *Chemical Engineering Science*, Vol. 48 (14), pp. 2537-2564.

S

Sarmiento A.L., 2004, Modélisation des phénomènes de transports en milieu déformable diphasique : prise en compte de la pression de la phase liquide, Thèse, Université de Pau et des Pays de l'Adour, 138 p.

Scheidegger A.W., 1974, *The physics of flow through porous media*, 3rd edition, University of Toronto Press, Toronto.

Scherer G.W., 1990, Theory of drying, *J. of the Am. Ceram. Soc.*, Vol. 73 (1), pp. 3-14.

Slattery J.C., 1967, Flow in viscoelastic fluids through porous media, *AIChE Journal*, Vol. 13, pp. 420-427.

Slattery J.C., 1981, *Momentum energy and mass transfer in continua*, Krieger, Melbourne, Florida.

T

Taylor R., Krishna R., 1993, *Multicomponent mass transfer*, John Wiley & sons, New York.

Terzaghi K., 1943, *Theoretical soil mechanics*, John Wiley and Sons, New York.

Tsami E.D., Marounis-Kouris D., Maroulis Z.B., 1990, Water sorption isotherms of raisins, currants, figs, prunes and apricots, *J. Food Sci.*, Vol. 55 (6), pp. 1594-1597.

Turner I.W., 1991, The modelling of combined microwave and convective drying of a wet porous material, Thèse, University of Queensland, Australia, 415 p.

Turner I.W., Perré P., 1995, A comparison of the drying simulation codes TRANSPORE and WOOD2D which are used for the modelling of two-dimensional wood drying processes, *Drying Technology*, Vol. 13 (3), pp. 695-735.

V

Verbrugge J.C., Fleureau J.M., 2002, Bases expérimentales du comportement des sols non saturés, dans « *Mécanique des sols non saturés* », sous la direction de Coussy O. et Fleureau J.M., Ed. Lavoisier, Paris, pp. 69-112.

W

Wakeman R.I., Vince A., 1986, Kinetics of gravity drainage from porous media, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 64 (2), pp. 94-103.

Whitaker S., 1967, Diffusion and dispersion in porous media, *AIChE Journal*, Vol. 13, pp. 420-427.

Whitaker, S., 1977a, Simultaneous heat mass and momentum transfer ion porous media: a theory of drying, *Adv. Heat Transfer*, Vol. 13, pp. 119-203.

Whitaker, S., 1977b, Toward a diffusion theory of drying, *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol. 16, pp. 408-414.

Whitaker S., 1980, Heat and mass transfer in granular porous media, *Advance in Drying*, Vol. 1, pp. 23-61, Hemisphere, New York.

Whitaker S., 1986, Flow in porous media II: The governing equations for immiscible two phase flow, *Transport in Porous Media*, Vol. 1, 105-125.

Whitaker S., 1987, Mass transport and reaction in catalyst pellets, *Transport in Porous Media*, Vol. 2, pp. 269-299.

Whitaker S., 1999, *The method of volume averaging: Theory and application of transport in porous media*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht.

Y

Younis M., 1999, Séchage et déposition dans un milieu multiphasique multicomposant : Une approche expérimentale et de modélisation, Thèse, ENSAM Bordeaux, France.

Z

Zagrouba F., 1993, Séchage mixte par convection et un apport rayonnant micro-onde des milieux déformables. Modélisation des phénomènes de transferts de chaleur et de matière, Thèse, Institut National Polytechnique de Lorraine, 208 p.

Zagrouba F., Mihoubi D., Bellagi A., 2002, Drying of clay. II. Rheological modelisation and simulation of physical phenomena, *Drying Technology*, 20 (10), pp. 1895-1917.

Annexe 1

Etude d'Identification des Argiles comme Matériau Modèle

1. Analyse Chimique

L'analyse chimique permet de déterminer de manière quantitative la composition des argiles qui est souvent exprimée en pourcentage d'oxyde par rapport à 100 g d'argile. Cette analyse est importante dans l'étude et la caractérisation des argiles car en plus de la composition centésimale des minéraux argileux, elle permet de déterminer la formule structurale globale de l'argile...

Le spectrophotomètre d'absorption atomique utilisé pour le dosage des éléments majeurs (Si, Al, Fe, Mg, Mn, Ca, Na et K) est du type Perkin Elmer 560. Cette analyse citée ci-dessus nécessite la mise en solution indiquée comme suit :

La mise en solution de l'argile pour le dosage du Silicium consiste à attaquer 0.25 g d'argile sec par 5 ml d'acide fluorhydrique (HF 40%) et 5 ml d'acide chlorhydrique (HCl concentré) dans une bombe en téflon qui sera mise dans une étuve réglée à 105°C pendant 2 heures. L'échantillon d'argile est refroidi pendant 12 heures puis attaqué une deuxième fois par 7.5 ml d'acide fluorhydrique. Le mélange est enfin complété à 250 ml avec l'eau distillée.

Pour le dosage des autres éléments majeurs, la préparation de la solution consiste à attaquer 0.25 g d'argile dans un bécher en téflon avec 20 ml d'acide fluorhydrique (HF 40%), 5 ml d'acide perchlorique (HClO₄ 70%) et 2 ml d'acide nitrique (HNO₃ 68%); le mélange est porté à l'ébullition jusqu'à l'évaporation totale des acides. L'échantillon sec est attaqué une deuxième fois par 10 ml de HCl. Pour éliminer le phénomène d'interférence entre les éléments à doser, 10 ml d'une solution tampon spectral de chlorure de Lanthane sont ajoutés au mélange. Ce dernier est versé dans une fiole de 250 ml qui sera complétée par l'eau distillée.

La perte au feu est l'ensemble des matières perdues par le matériau au cours d'une calcination (dans des conditions définies) et résultant soit d'un dégagement (gaz inclus), soit d'une évaporation (humidité, matières organiques), soit d'une décomposition (eau de constitution, gaz carbonique des carbonates, etc.). C'est aussi la différence entre le résidu sec et le résidu calciné. Elle correspond approximativement à la teneur en substances organiques du résidu sec.

Les résultats de l'analyse chimique sur les trois variétés d'argile sont présentés sur le tableau ci-dessous. Le Silicium est l'élément majeur comme tous les argiles et la composition est analogue à celle donnée par la bibliographie (Collard, 1989).

Plus précisément, l'argile 2 est riche en Potassium et en Aluminium ; les argiles 1 et 3 sont riches en Potassium, en Fer et en Aluminium. D'un autre côté, l'argile 1 est pauvre en Sodium par rapport aux autres. La perte au feu, constituant le pourcentage de la matière organique des argiles, est de l'ordre de 14% de la masse initiale des trois échantillons.

Table A1.1. Résultats de l'analyse chimique des trois argiles par 100g de matière

Eléments chimiques	Oxydes	Pourcentage massique		
		Argile 1	Argile 2	Argile 3
Si	SiO ₂	52.40	40.10	45.68
K	K ₂ O	15.612	25.020	17.864
Al	Al ₂ O ₃	7.848	9.614	8.717
Fe	Fe ₂ O ₃	7.102	6.228	7.443
Na	Na ₂ O	0.679	3.565	2.983
Ca	CaO	1.142	1.224	1.525
Mg	MgO	0.566	0.912	1.600
Mn	MnO	0.128	0.021	0.094
Perte au feu		14.44	13.29	14.04
Somme		99.92	99.97	99.95

2. Examen aux Rayons X

Les argiles sont constituées de plusieurs types de minéraux (argiles, quartz, mica...). L'analyse chimique caractérisant cet assemblage est insuffisante pour identifier la nature minéralogique des constituants. La méthode la plus appropriée pour l'identification de ces minéraux est la diffraction aux rayons X. L'analyse s'effectue sur une quantité très faible de matériau sec (de l'ordre du mg). Une goutte d'une suspension du matériau est disposée sur une lame de verre. Les micelles argileuses de forme aplatie sédimentent sur leurs faces et s'orientent parallèlement à la lame. Cette dernière est alors exposée aux rayons X.

Les résultats des analyses sont présentés sur les figures A3.1-3 respectivement pour les trois argiles (Chemkhi et al., 2005). On voit bien que le quartz est le composé majeur dans les argiles ce que est en accord avec les résultats de l'analyse chimique et le pourcentage de l'oxyde de silicium (SiO₂). On remarque aussi que l'argile 1 est constituée essentiellement par la kaolinite ; l'argile 2 contient de plus l'illite ; et l'argile 3 contient aussi la smectite en plus des deux précédentes variétés.

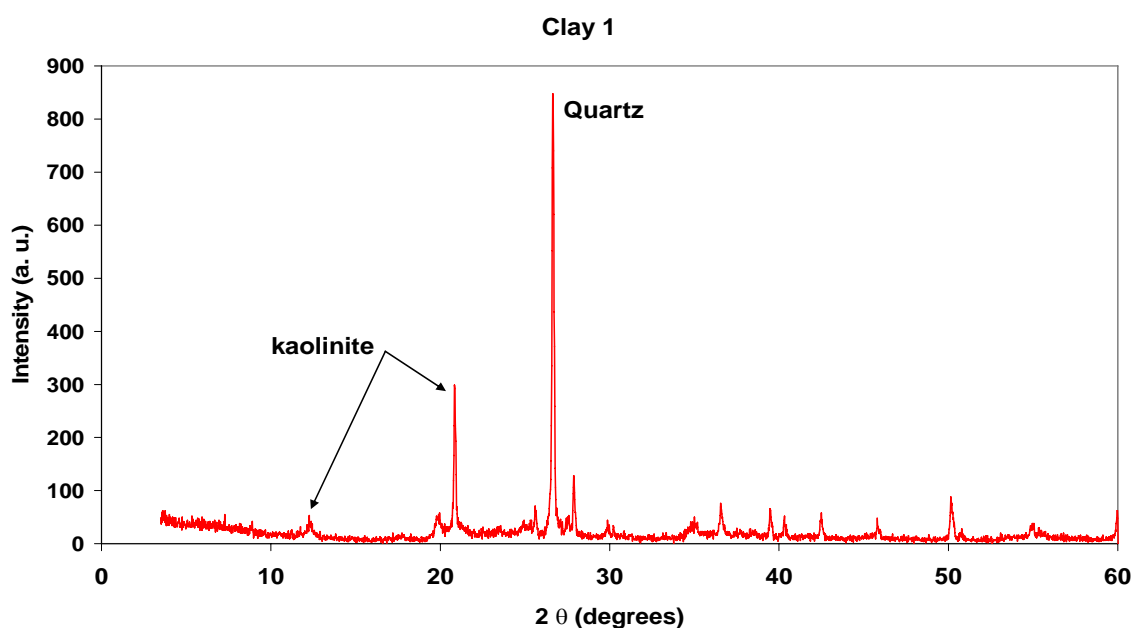


Fig. A3.1 : Résultat de la diffraction aux rayons X de l'argile 1

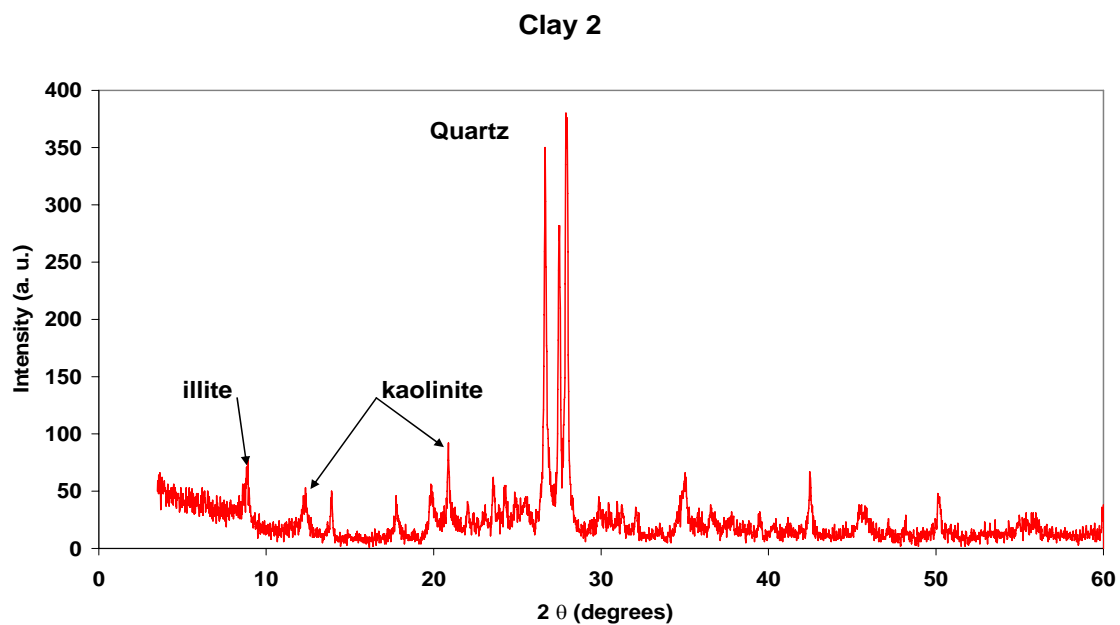


Fig. A3.2 : Résultat de la diffraction aux rayons X de l'argile 2

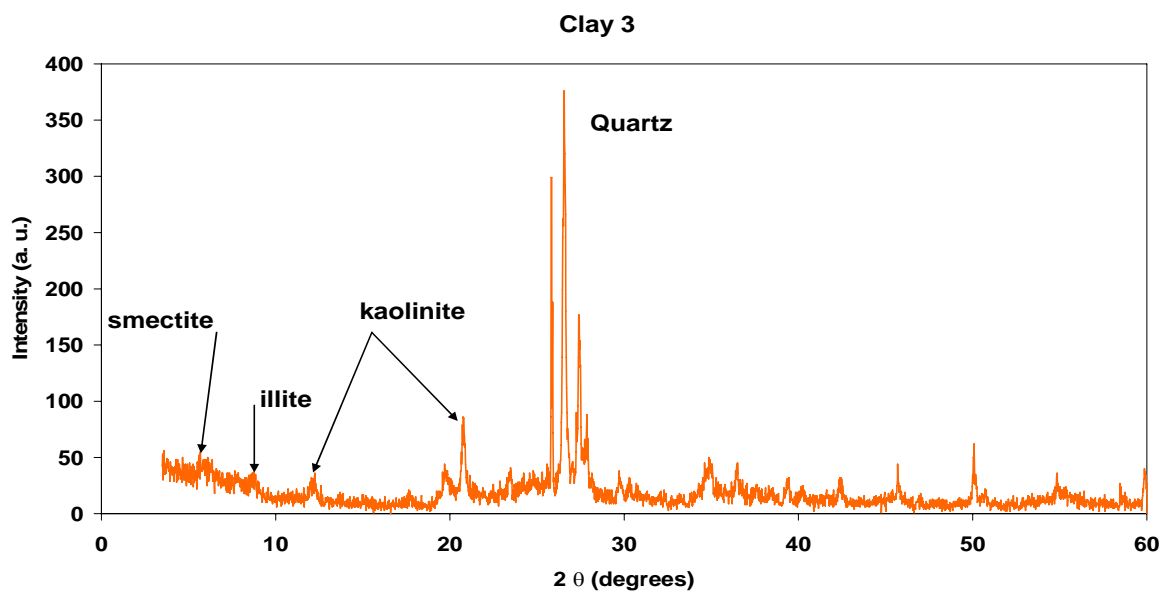


Fig. A3.3 : Résultat de la diffraction aux rayons X de l'argile3

Annexe 2

Coefficient de Diffusion Effectif de l'Eau dans l'Argile

Les coefficients de diffusion mutuelle de l'eau dans les trois argiles, déterminés à partir des cinétiques de séchage, pour les conditions expérimentales citées dans tableau II.4, sont présentés sur les figures ci dessous.

En général, le coefficient de diffusion D^{eff} intervient dans l'expression de l'évolution temporelle du champ de teneur en eau :

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial X}{\partial x} \right) \quad (A2.1)$$

Déterminer ce coefficient de diffusion comme une fonction de la teneur en eau à partir des courbes de la cinétique de séchage est très difficile et ne produit pas des résultats satisfaisants. Katelaars (1992) attribue cette difficulté au fait que les courbes de séchage sont sensibles à la dépendance de la concentration d'humidité du coefficient de diffusion dans un champ limité. Le coefficient de diffusion dérive des profiles internes d'humidité.

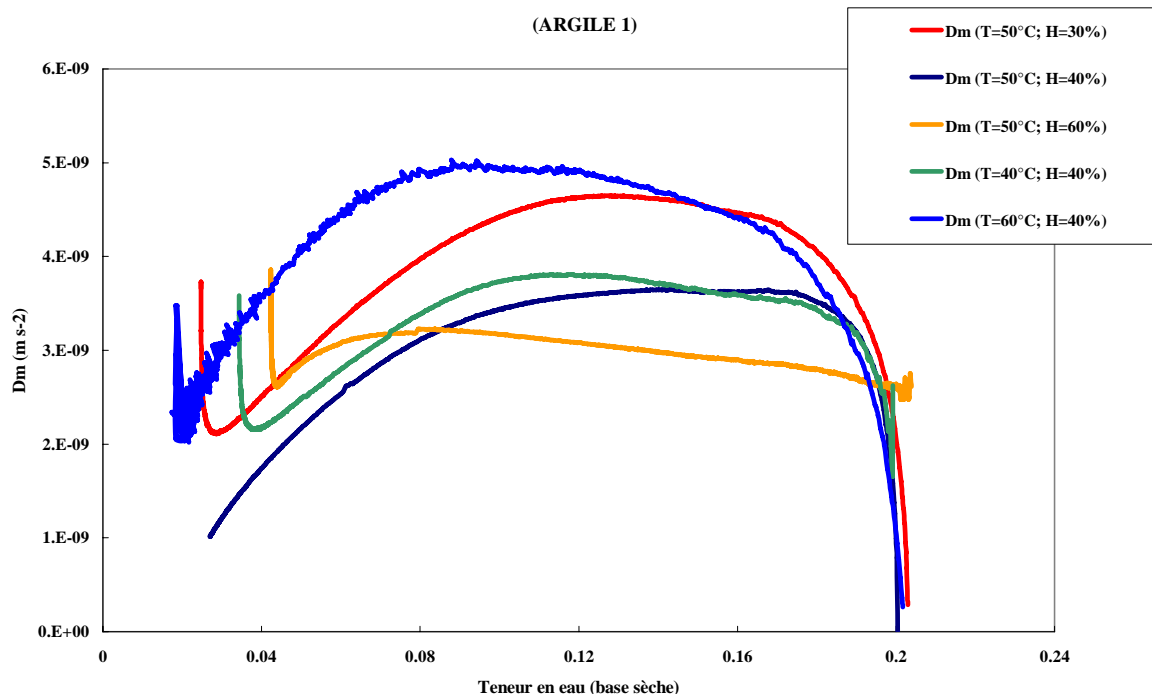


Fig. A2.1 : Coefficient de diffusion effectif de l'eau dans l'argile 1

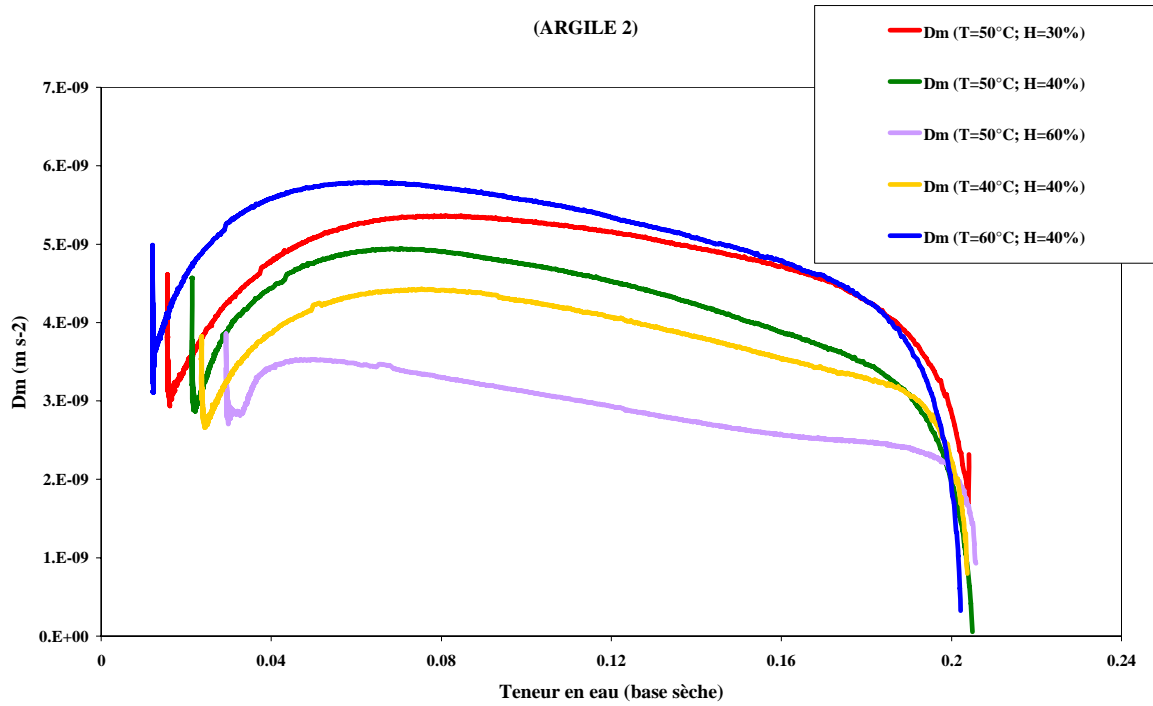


Fig. A2.2 : Coefficient de diffusion effectif de l'eau dans l'argile 2

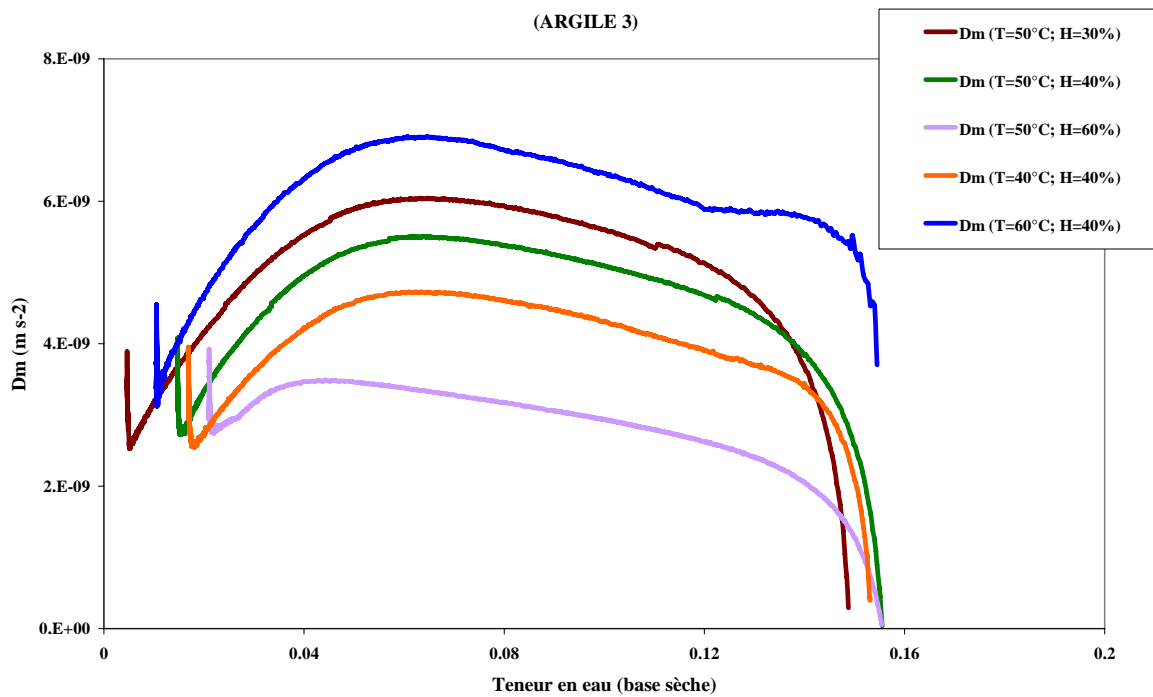


Fig. A2.3 : Coefficient de diffusion effectif de l'eau dans l'argile 3

Annexe 3

Calcul des Flux de Masse et du Taux de Changement de Phase

1. Calcul du Taux de Changement de Phase (\dot{m})

Le taux de changement de phase \dot{m} est calculé à partir de l'équation de conservation de la masse de la vapeur d'eau dans la phase gazeuse :

$$\frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_v^g \bar{V}_v) = \dot{m} \quad (\text{A3.1})$$

En tenant compte de l'équilibre thermodynamique local :

$$\bar{P}_v^g = a_w P_{vsat} \quad (\text{A3.2})$$

La vapeur d'eau migre par convection et par diffusion :

$$\bar{\rho}_v^g \bar{V}_v = \bar{\rho}_v^g \bar{V}_g - \bar{\rho}_g^g D_v^{eff} \cdot \nabla C_v \quad (\text{A3.3})$$

En remplaçant la vitesse de la phase gazeuse par sa valeur, on obtient l'expression suivante :

$$\bar{\rho}_v^g \bar{V}_v = \bar{\rho}_v^g \left(\varepsilon_g \bar{V}_s^s - \frac{Kk_{rg}}{\mu_g} \nabla (\bar{P}_l' + P_c) \right) - \bar{\rho}_g^g D_v^{eff} \cdot \nabla C_v \quad (\text{A3.4})$$

Donc \dot{m} est exprimée par :

$$\dot{m} = \frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\bar{\rho}_v^g \left(\varepsilon_g \bar{V}_s^s - \frac{Kk_{rg}}{\mu_g} \nabla (\bar{P}_l' + P_c) \right) - \bar{\rho}_g^g D_v^{eff} \cdot \nabla C_v \right] \quad (\text{A3.5})$$

Si on exprime la masse volumique de la vapeur en fonction de la pression de vapeur dans la phase gazeuse, on obtient :

$$\bar{\rho}_v^g = \frac{\bar{P}_v^g M_v}{RT} = \frac{a_w P_{vsat} M_v}{RT} \quad (\text{A3.6})$$

On obtient finalement l'expression du taux de changement de phase \dot{m} :

$$\dot{m} = \frac{P_{vsat} M_v}{R} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{a_w \varepsilon_g}{T} \right) + \nabla \cdot \left[\frac{a_w P_{vsat} M_v}{RT} \left(\varepsilon_g \bar{V}_s^s - \frac{Kk_{rg}}{\mu_g} \nabla (\bar{P}_l' + P_c) \right) - \bar{\rho}_g^g D_v^{eff} \cdot \nabla C_v \right] \quad (\text{A3.7})$$

2. Calcul du Coefficient de Diffusion de la Vapeur d'Eau

En général, l'expression du coefficient de diffusion de la vapeur d'eau s'écrit de la forme :

$$D_v = D_v^0 (\varepsilon_g)^6 \quad (\text{A3.8})$$

Avec D_v^0 est le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air.

$$D_v^0 = 2.61 \cdot 10^{-6} \quad (\text{A3.9})$$

3. Calcul du Flux de Masse de la Vapeur d'Eau (F_v)

Pour le flux de la vapeur d'eau F_v :

$$F_v = \bar{\rho}_v^g \bar{v}_v \cdot \vec{n} \quad (\text{A3.10})$$

Des expressions tirées du calcul du taux de changement de phase, on peut écrire que :

$$F_v = \frac{a_w P_{vsat} M_v}{RT} \left(\varepsilon_g \bar{v}_s^s - \frac{Kk_{rg}}{\mu_g} \nabla (\bar{P}_l + P_c) \right) - \bar{\rho}_g^g D_v^{eff} \cdot \nabla C_v \quad (\text{A3.11})$$

4. Calcul du Flux de Masse Total (F_m)

Le flux de masse F_m est défini par :

$$F_m = F^0 \bar{\rho}_v^g (C_{surf} - C_\infty) \quad (\text{A3.12})$$

Avec :

$$C_{surf} = \frac{0.622 a_w P_{vsat/surf}}{P_{atm} - a_w P_{vsat/surf}} \quad (\text{A3.13})$$

$$C_\infty = \frac{0.622 HR \cdot P_{vsat}}{P_{atm} - HR \cdot P_{vsat}} \quad (\text{A3.14})$$

Annexe 4

Constantes et Expressions Utilisées dans la Simulation

1. Propriétés de l'Argile

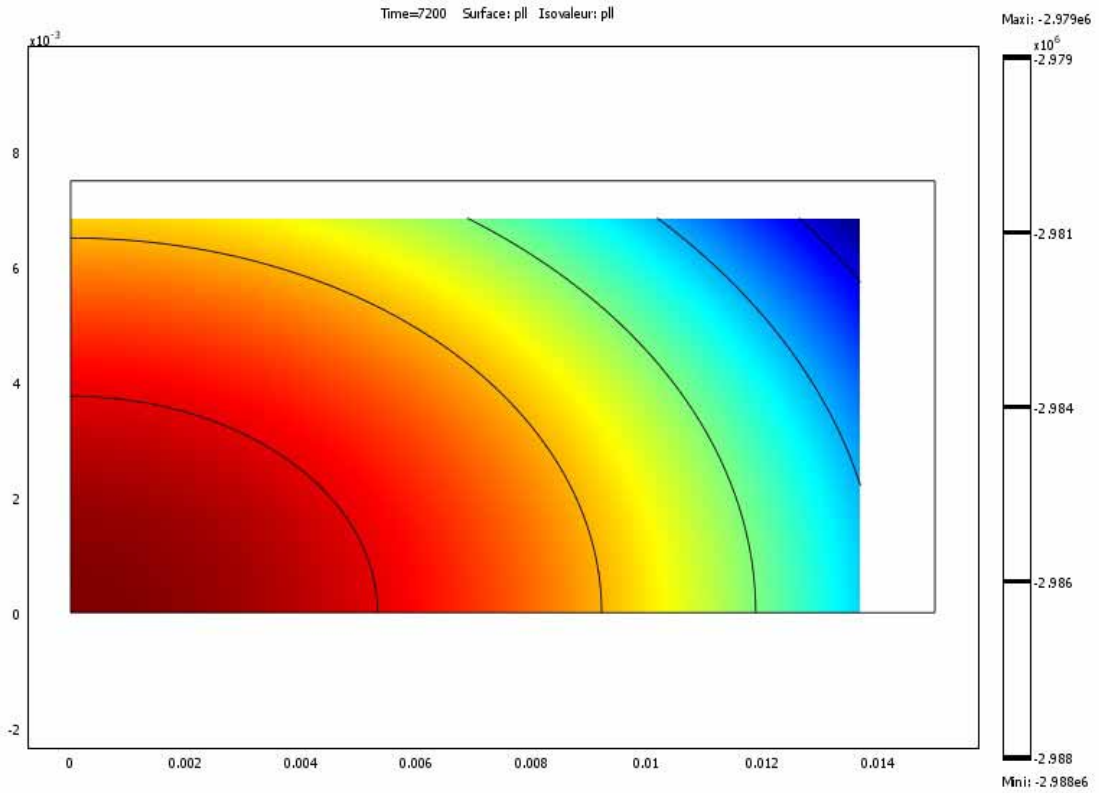
Constantes	Valeurs	Remarques
$\bar{\rho}_s^s$	2678 kg.m ⁻³	Masse volumique absolue du solide
E ₀	1.5 10 ⁷ Pa	Module d'Young
ν_0	0.4	Coefficient de Poisson
X ⁰	0.1995	Teneur en eau initiale
k _s	1 W.m ⁻¹ .K ⁻¹	Conductivité thermique du solide sec
Cp _s	2000 J.kg ⁻¹ .K ⁻¹	Chaleur massique du solide sec

2. Valeurs Initiales

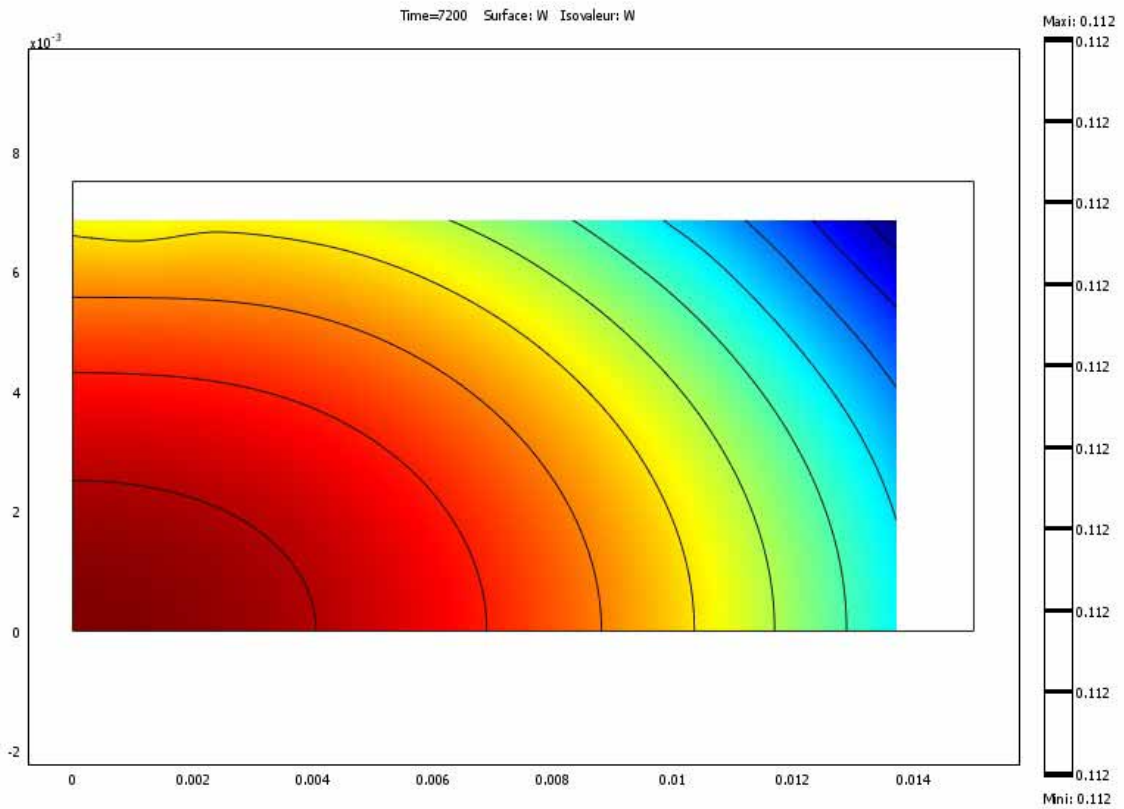
Constantes	Valeurs	Remarques
ε_l^0	0.3501	Fraction initiale de la phase liquide
ε_g^0	10 ⁻⁴	Fraction initiale de la phase gaz
\bar{P}_l^0	101325 Pa	Pression initiale de la phase liquide
\bar{T}^0	300 K	Température initiale du milieu

3. Propriétés du Milieu Poreux

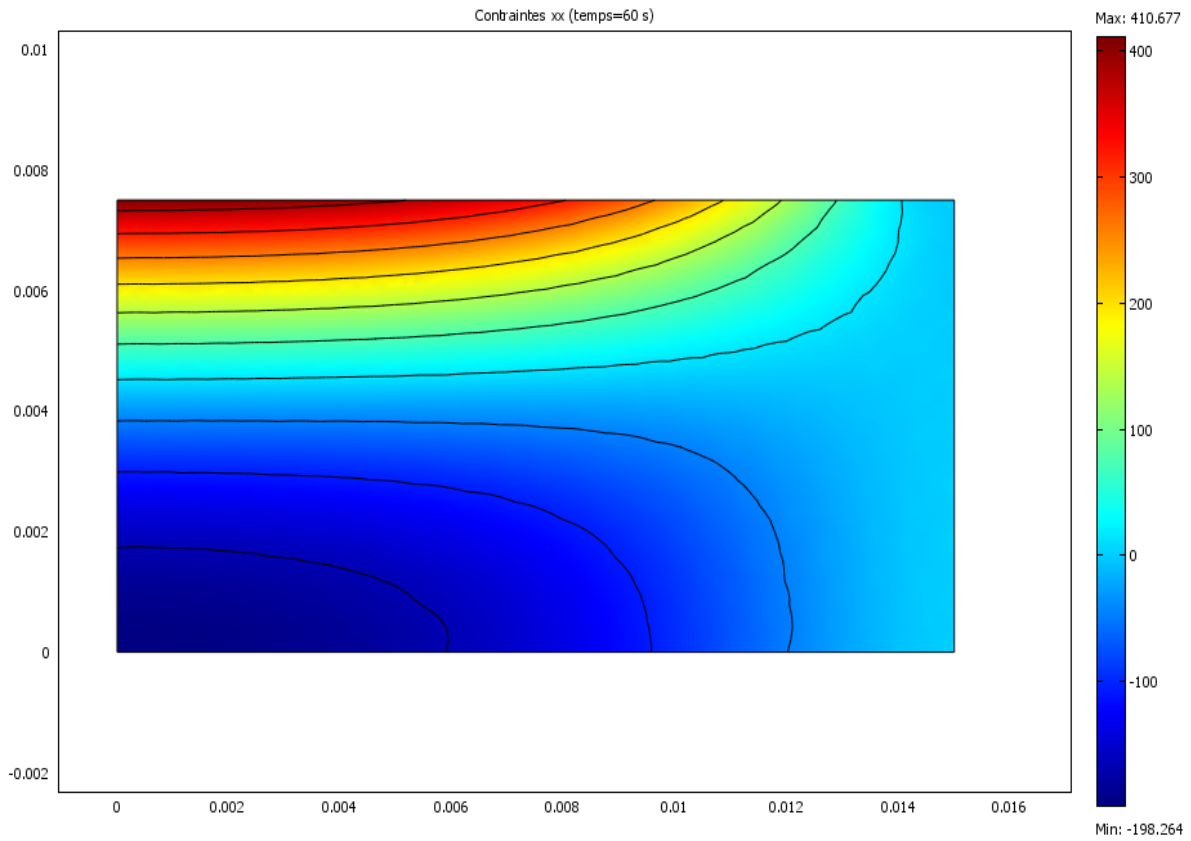
Propriétés	Valeurs ou Expression	Remarques
K	5 10 ⁻¹⁵ . ϕ^3 m ⁻²	Perméabilité intrinsèque
μ_l	6.56 10 ⁻⁴	
μ_g	1.907 10 ⁻⁵	
k _{rl}	S ²	
k _{rg}	(1-S) ²	
P _c	$\sqrt{\frac{\phi}{K}} * \sigma * J$ avec : $\sigma = 0.1212 - 0.000167 * T$ et $J = 0.364(1 - \exp(40 * S - 40)) + 0.221(1 - S) + \frac{0.005}{S}$	Pression capillaire en fonction de la température et de la saturation



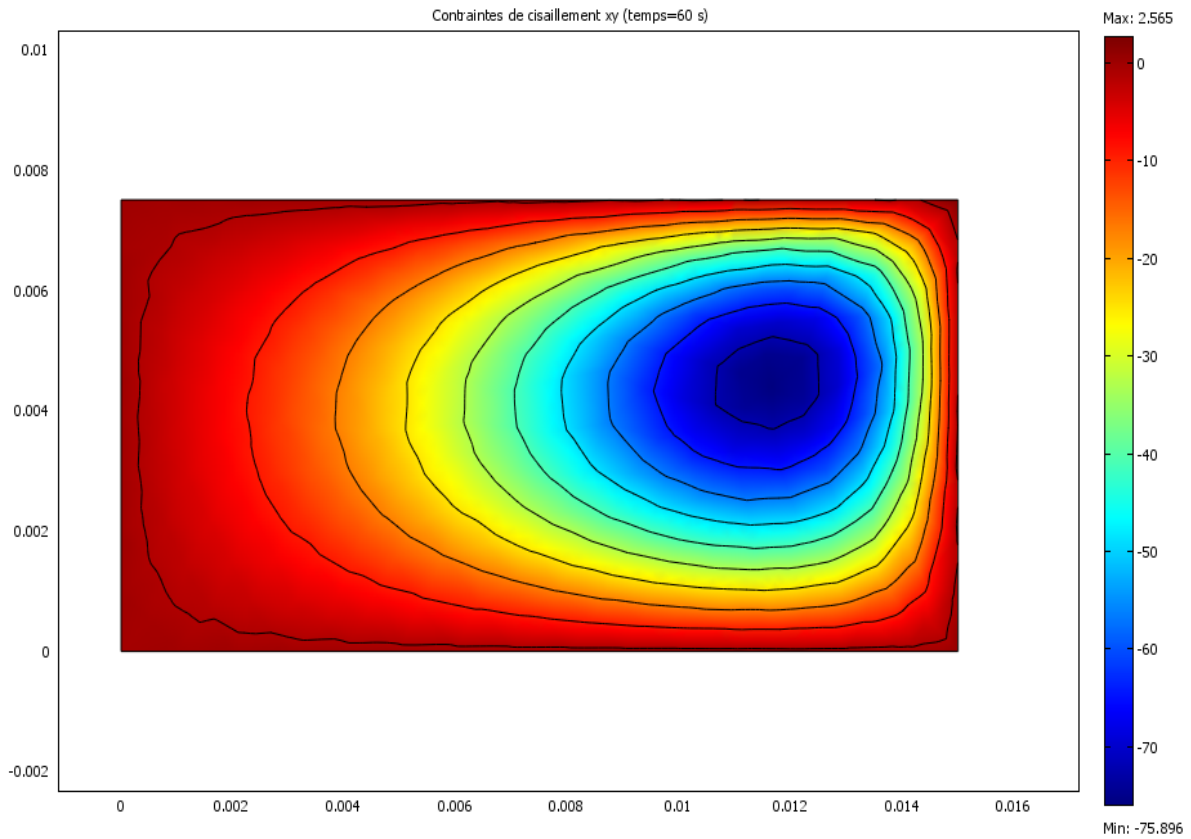
Pression liquide à t=2 h



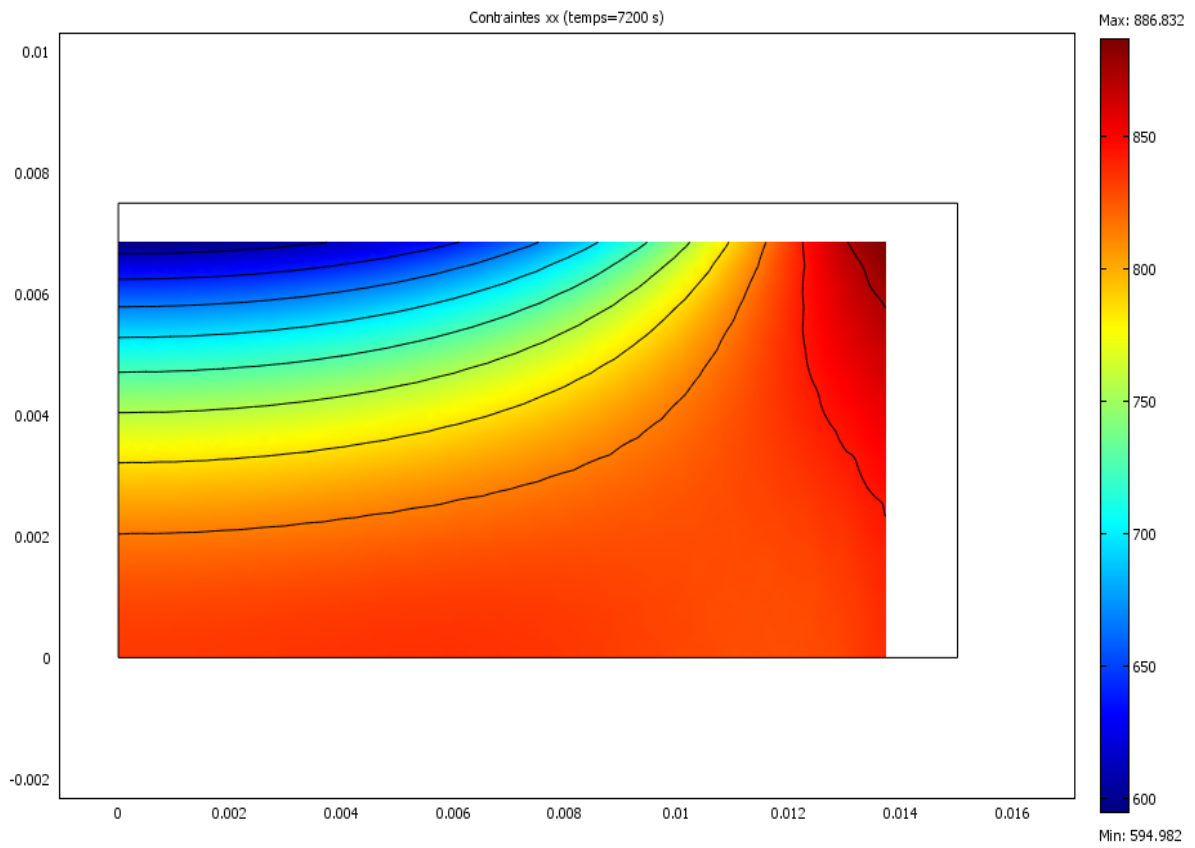
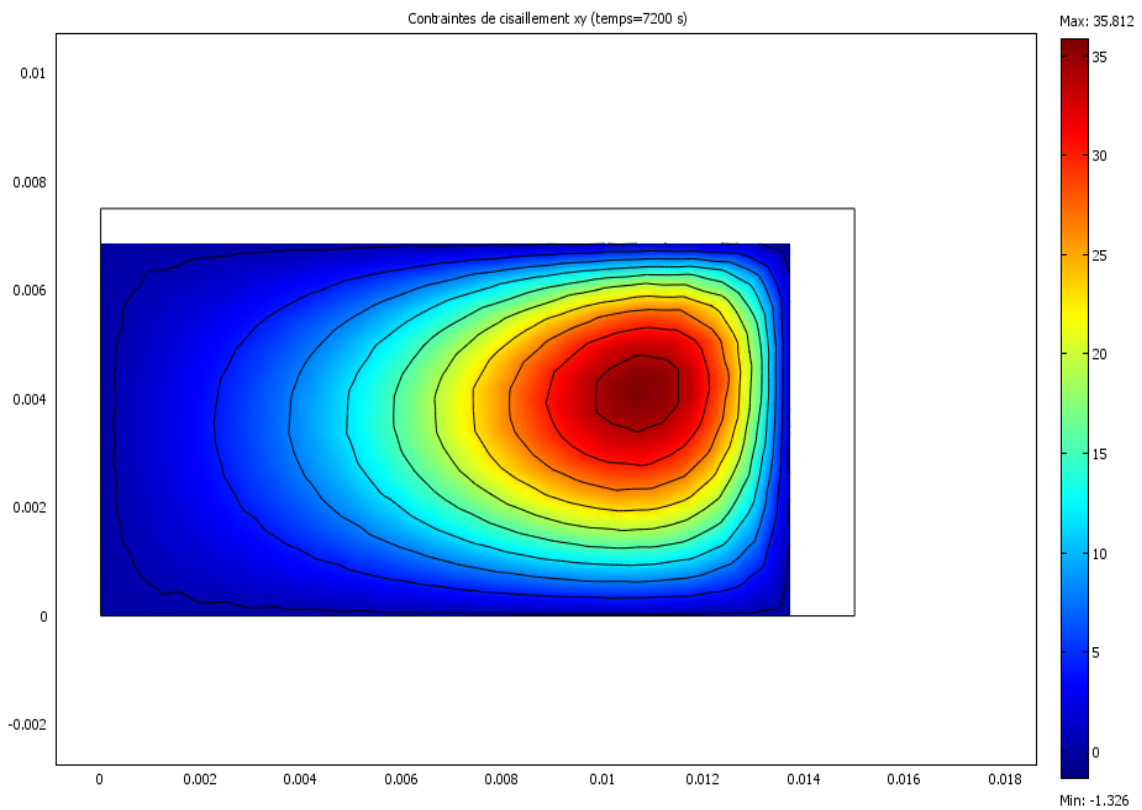
Fraction liquide à t=2 h

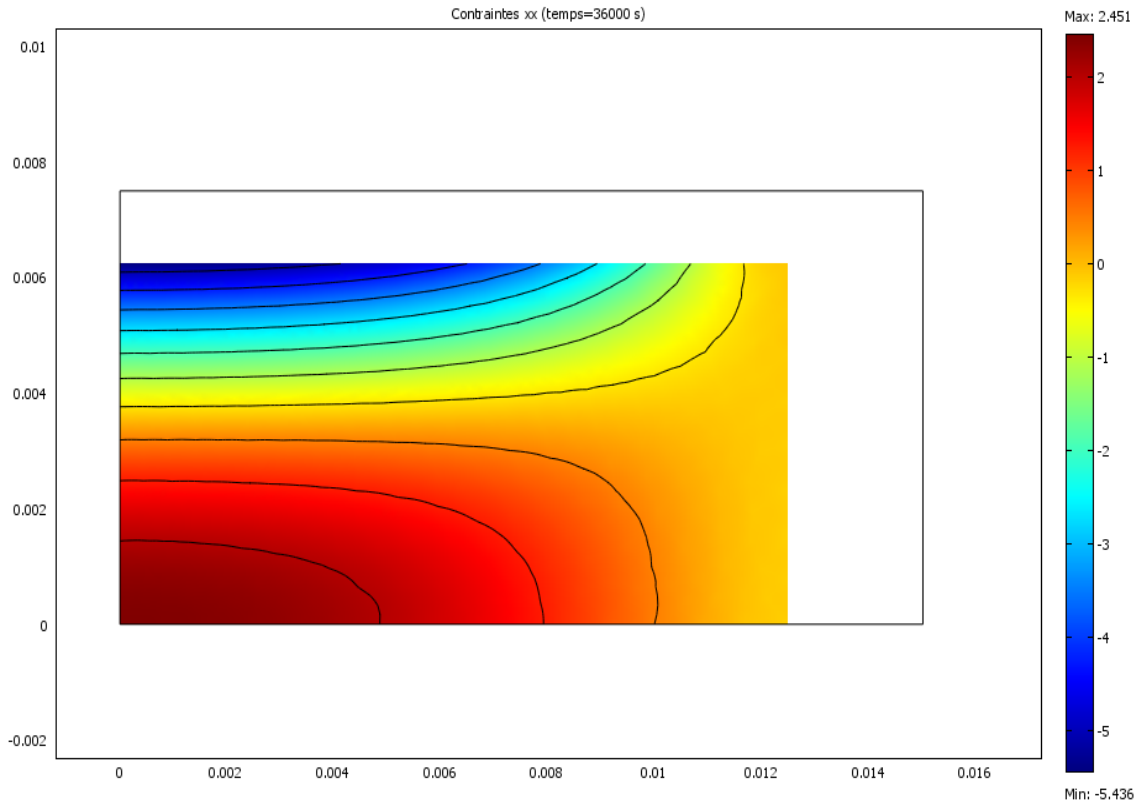


Contraintes principales à t=60 s

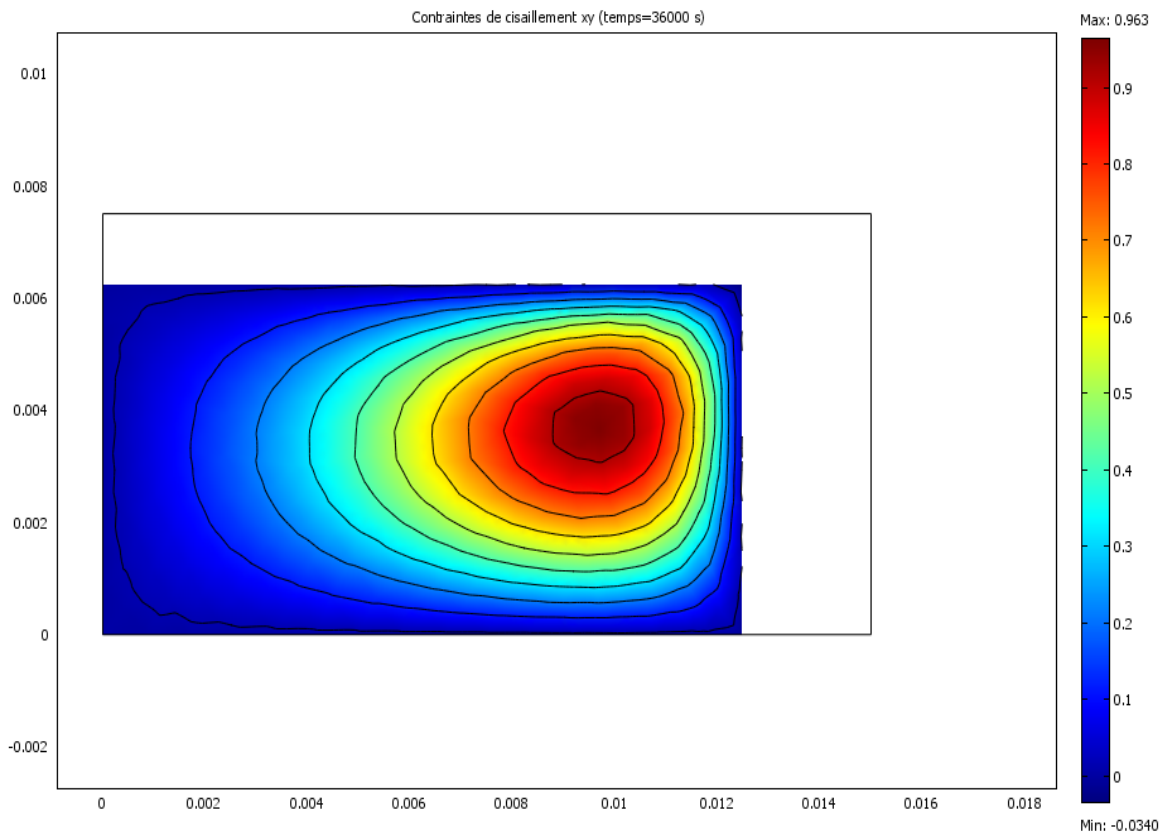


Contraintes de cisaillement à t=60 s

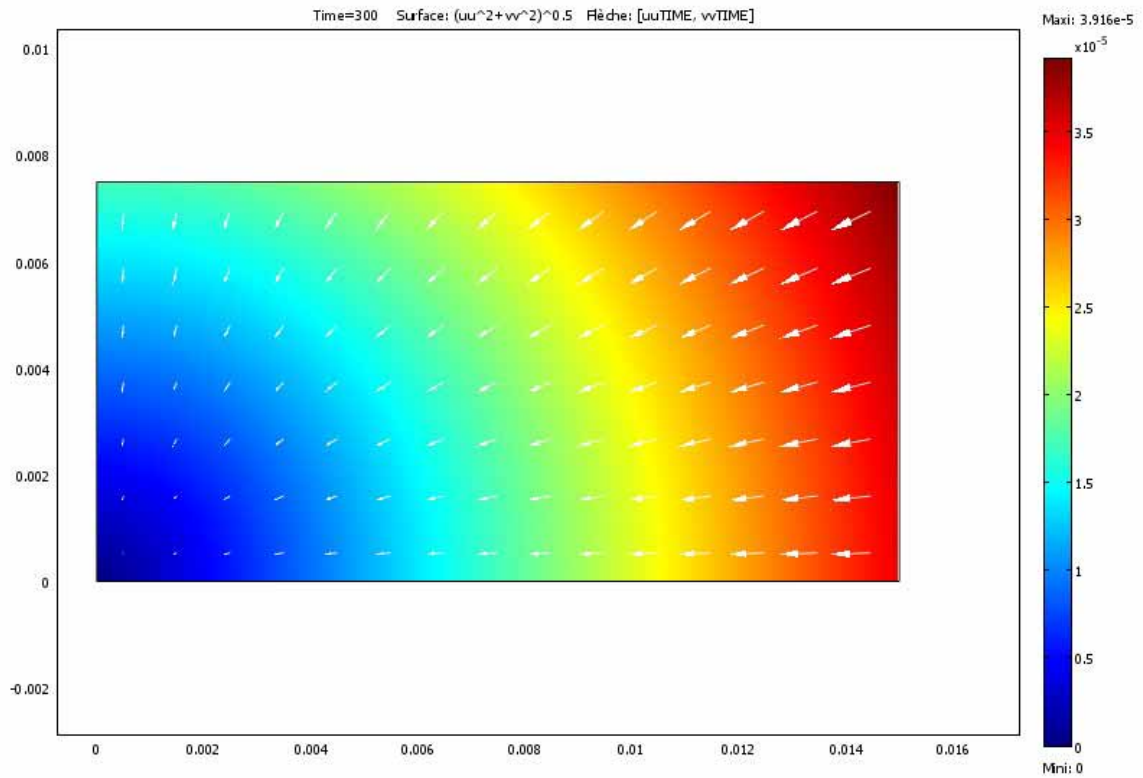
**Contraintes principales à t=2h****Contraintes de cisaillement à t=2h**



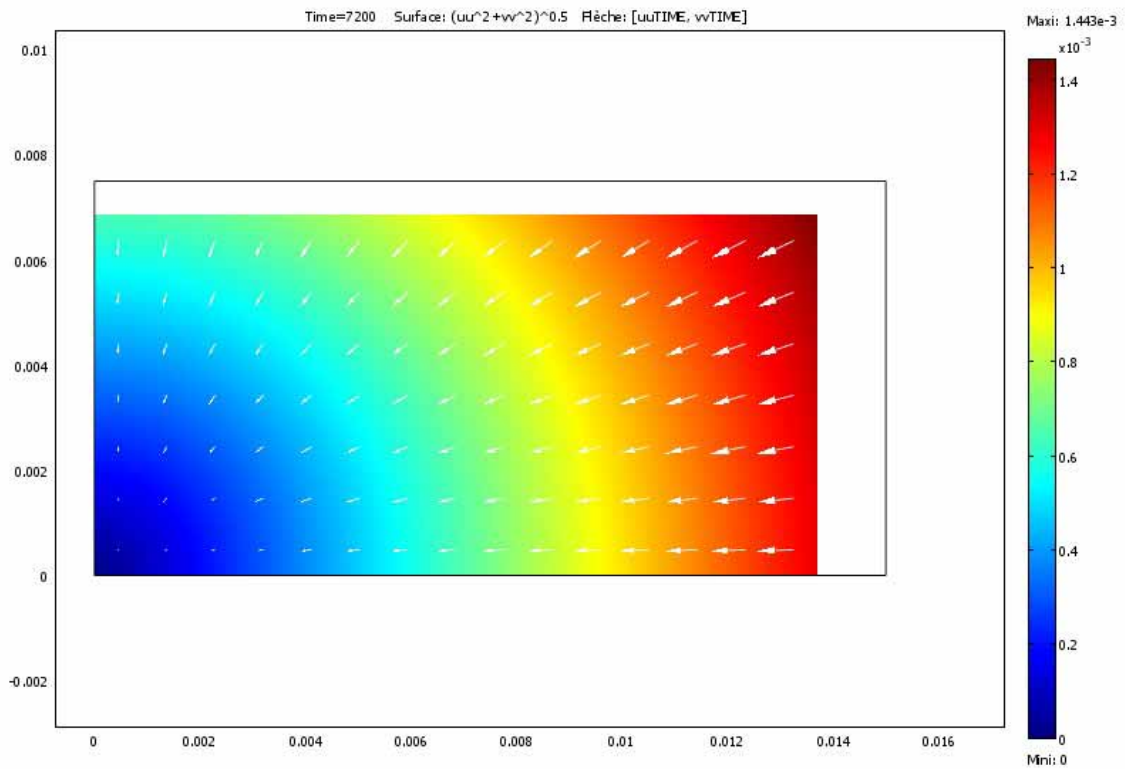
Contraintes principales à t=10h



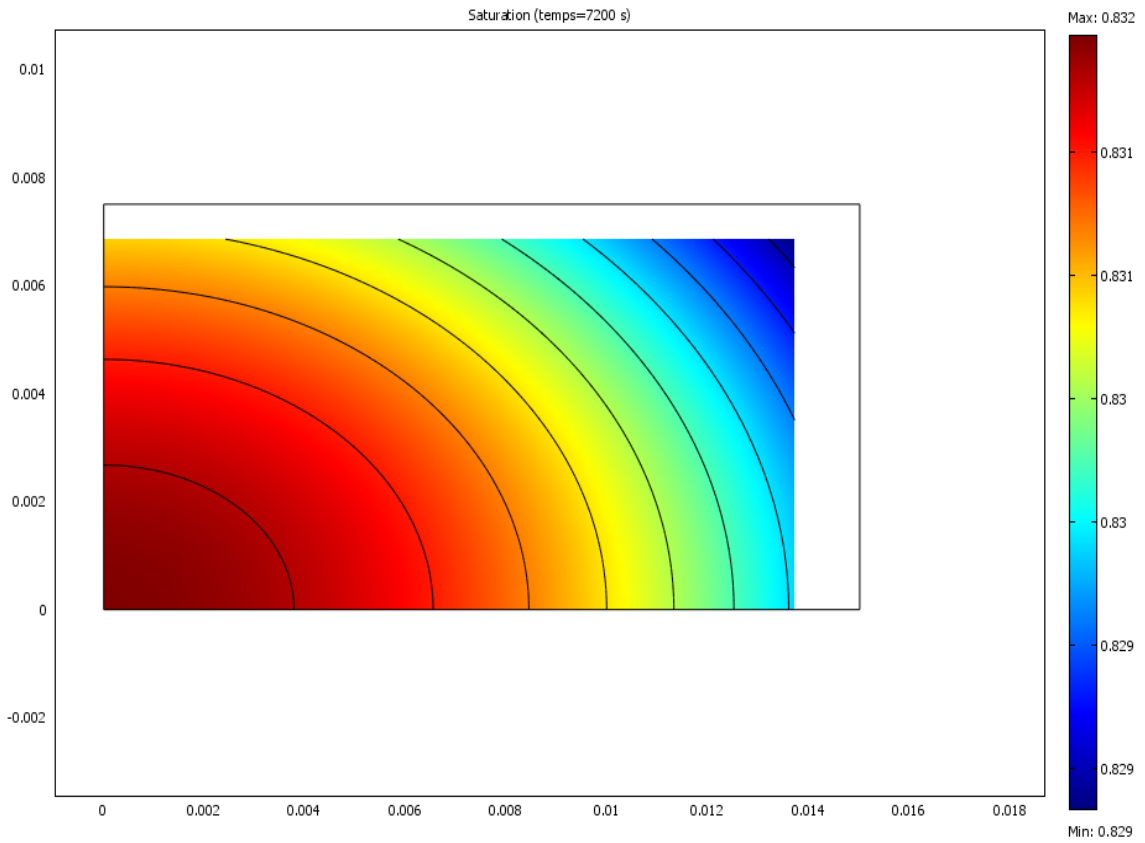
Contraintes de cisaillement à t=10h



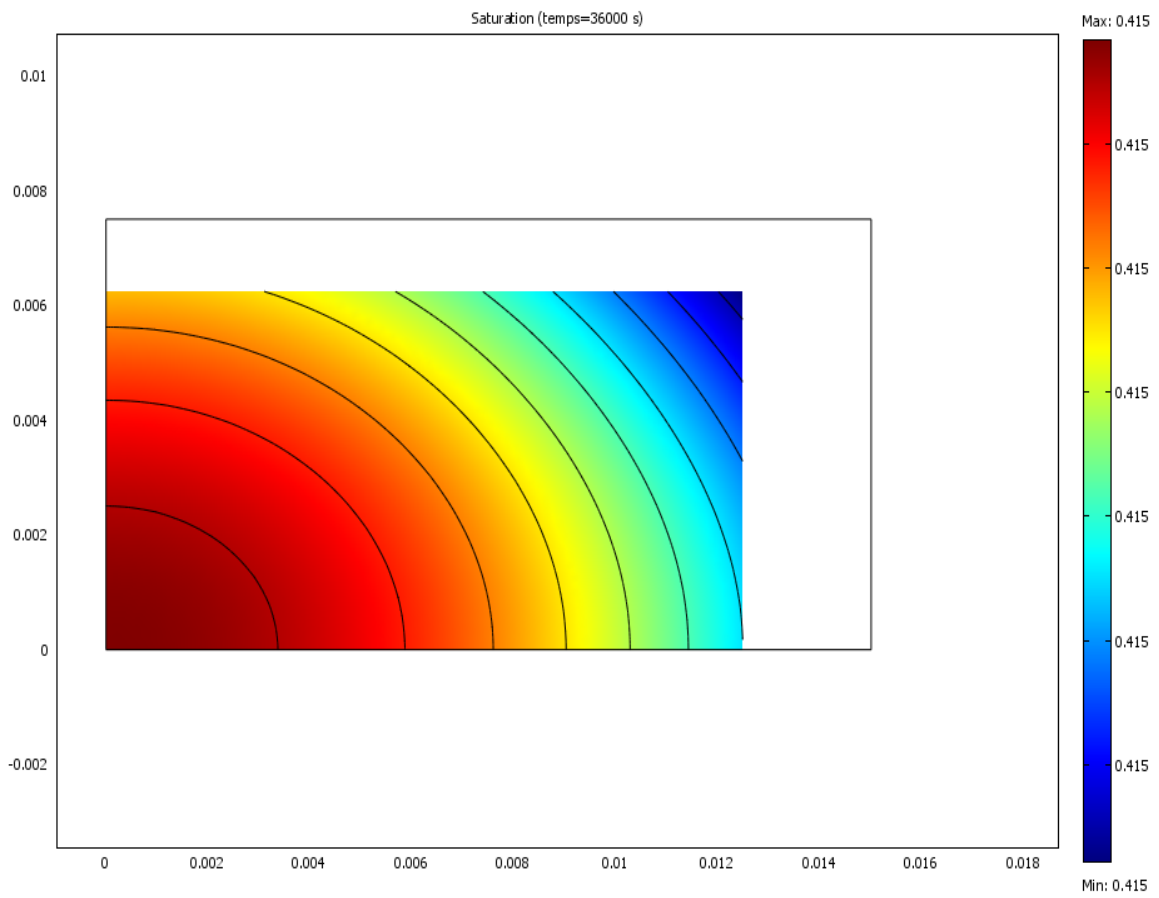
Déplacements du solide et leurs vitesses à t=60s



Déplacements du solide et leurs vitesses t=2 h



Saturation à t=2 h



Saturation à t=10 h

