

Numéro d'ordre : 3069

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

École doctorale des Sciences Physiques et de l'Ingénieur

par **M. Sylvain TOLLIS**

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

Spécialité : Lasers et Matière dense

Contributions à la théorie des hétérostructures supraconducteur-ferromagnétique nanométriques

Soutenue le : Jeudi 17 novembre 2005

Après avis de :

M. Régis MÉLIN, Chargé de Recherche
M. Gilles MONTAMBAUX, Directeur de Recherche

Rapporteur
Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

M. Éric FREYSZ, Directeur de Recherche
M. Marco APRILI, Chargé de Recherche
M. Michel DAUMENS, Professeur
M. Alexandre BOUZDINE, Professeur

Président
Examineur
Examineur
Directeur de Thèse

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du Centre de Physique Moléculaire Optique et Hertzienne (CPMOH) à l'Université Bordeaux I. Je remercie les membres de ce laboratoire et son actuel directeur Jean-Marie Turllet, qui par leur accueil et leurs divers conseils ont facilité mon insertion dans le milieu de la recherche. Ma gratitude va aussi au futur directeur du CPMOH, Eric Freysz, pour avoir accepté de présider mon jury de thèse.

Je remercie Stéphane Berciaud pour avoir assumé la lourde charge de la gestion administrative des séminaires étudiants. Ces rencontres m'ont permis de prendre conscience de la portée de mon travail, et des liens étroits qui existent entre les différentes thématiques de recherche au CPMOH. Mes pensées vont également vers David Lasne, Younès Ezzhari, et Fabien Essely, en souvenir des échanges que nous avons eus sur nos expériences d'enseignement, qui sont pour moi indissociables des activités de recherche.

Je tiens à remercier profondément le groupe « Magnétisme et Supraconductivité » du CPMOH, pour les moments passés ensemble dans la cafèine, les livres poussiéreux, les méandres de l'informatique et surtout la bonne humeur, et plus particulièrement Joseph Léandri, Christian Meyers, Dietrich Förster, Françoise Leroy et Jean-Pierre Ader. Au sein de cette équipe, le soutien moral des jeunes chercheurs aura rendu ces années de travail très agréables. Merci alors à Marion Fauré, Lionel Forêt, Isabelle Baladié, Thomas Bickel et Sebastien Fayolle pour votre amitié, vos encouragements et bien plus que vous ne le pensez.

Mon travail de thèse n'aurait probablement pas connu cet aboutissement s'il ne s'était construit sur des bases solides. Elles m'ont en bonne partie été apportées par Jérôme Cayssol et Michel Daumens, parfois au terme de vérifications interminables de nos calculs. Merci à vous deux pour vos conseils et votre rigueur scientifique sans lesquels beaucoup de résultats seraient restés abstraits, et à Michel de me faire le plaisir de participer à mon jury de thèse.

J'exprime ma gratitude à Régis Mélin et Gilles Montambaux pour avoir accepté de rédiger un rapport sur ce manuscrit de thèse, dont j'espère que la lecture vous sera agréable. Merci à Régis Mélin d'avoir soulevé certaines questions qui ont guidé une partie de mon travail. J'espère que vous trouverez dans ce document des éléments qui vous aideront à poursuivre vos investigations. Je remercie Gilles Montambaux pour son invitation à prendre part, pour deux jours, à la vie du Laboratoire de Physique des Solides à Orsay. Cette visite m'a offert, entre autres, la possibilité de me rendre compte auprès des expérimentateurs du LPS des difficultés spécifique inhérentes à la mise en pratique de mes résultats. Merci enfin à Marco Aprili de me faire l'amabilité de participer à mon jury de thèse. J'espère que la soutenance de mes travaux nous donnera l'occasion de partager plus longuement nos connaissances.

Je tiens à remercier chaleureusement Sacha Bouzdine, mon directeur de thèse, pour m'avoir initié avec beaucoup de disponibilité à la théorie de la matière condensée. J'ai mis parfois du temps à comprendre que votre conduite à mon égard ne reflétait que votre intention de me faire progresser, et de me faire aimer la recherche pour ce qu'elle est et non pas ce que je voudrais qu'elle soit. J'ai été en particulier séduit par votre prudence et votre rigueur dans l'appréciation de nos résultats, et votre capacité à expliquer simplement des théories complexes.

Enfin, la progression de ma motivation au cours de mon travail de thèse doit beaucoup au soutien de ma famille, et surtout de Marie qui a, au cours des trois dernières années, expérimenté une thèse par procuration, tant les soirées écourtées pour cause de « travail à finir » furent nombreuses. Merci pour ton aide, merci pour ta patience, merci surtout pour le reste.

Table des matières

1	Supraconductivité et magnétisme: l'effet de proximité	3
1.1	Introduction générale	3
1.2	Effet de proximité supraconducteur-ferromagnétique	7
1.3	Structures S/F: Modélisation et expérimentation	10
1.3.1	Ferromagnétisme: interaction d'échange	10
1.3.2	Description d'un composé supraconducteur	13
1.3.3	Formalismes d'Eilenberger et d'Usadel	17
1.3.4	Principaux résultats "usuels"	20
2	Transitions S/N du premier ordre dans les tricouches F/S/F de taille nanométrique	23
2.1	Conditions de bord non linéaires aux interfaces S/F et simplification des équations d'Usadel	23
2.2	Température critique: influence de la transparence d'interface	26
2.2.1	Moments ferromagnétiques parallèles	27
2.2.2	Moments ferromagnétiques antiparallèles	32
2.3	Transitions du premier ordre	34
2.4	Comportement du système à basse température	37
2.4.1	Interfaces S/F parfaitement transparentes: effet de l'épaisseur des couches F	37
2.4.2	Effet d'une baisse de la transparence des interfaces S/F	40
2.5	Conclusion	42
3	Inversion de l'effet de proximité et ses conséquences	43
3.1	Modélisation à l'échelle atomique	43
3.1.1	Systèmes atomiques expérimentaux	43
3.1.2	La supraconductivité dans les systèmes quasi-bidimensionnels	44
3.1.3	Travaux pionniers sur l'inversion de l'effet de proximité	45
3.2	Inversion de l'effet de proximité dans la structure hybride F/S/F	46
3.2.1	Le modèle F/S/F à l'échelle atomique	47

3.2.2	Résolution exacte; effet de vanne de spin à l'échelle atomique	50
3.2.3	Comportement à $T=0$; calcul du paramètre d'ordre	52
3.2.4	Paramètre d'ordre a toute température: inversion de l'effet de prox- imité	60
3.3	Le courant Josephson dans les bicouches SF/SF	64
3.3.1	Le courant Josephson transverse: jonctions 0 et π	64
3.3.2	Modélisation d'une bicouche SF/SF à l'échelle atomique	65
3.3.3	Courant Josephson dans les bicouches SF/SF	67
3.4	L'Inversion de l'effet de proximité dans les bicouches SF/SF	70
3.4.1	Température critique	70
3.4.2	Paramètre d'ordre à $T=0$	72
3.4.3	Inversion de l'effet de proximité	75
3.4.4	Transition 0- π dans la configuration antiparallèle	77
3.5	Conclusion	77
4	Phases π induites par effet paramagnétique dans les supraconducteurs quasi-2D	79
4.1	Phase π au voisinage du point tricritique dans la limite Josephson $t \ll T_{c0}$	79
4.1.1	Supraconductivité non uniforme (FFLO) dans les systèmes quasi- bidimensionnels	80
4.1.2	Adaptation du modèle à la description des phases non uniformes . .	82
4.1.3	Bicouche SF/SF dans le formalisme de Ginzburg-Landau	83
4.1.4	Phase π au voisinage du point tricritique	86
4.2	Phase π dans la limite des forts couplages. Réhaussement de la limite para- magnétique	94
4.2.1	Phase π uniforme: compensation de l'effet Zeeman par le couplage .	94
4.2.2	Réhaussement de la limite paramagnétique	96
4.2.3	Diagramme de phase de la bicouche SF/SF	102
4.2.4	Aspects expérimentaux: multicouche (SF/SF) $_n$	103
5	Conclusion générale	107
A	Structure F/S/F nanométrique	110
B	Modèle F/S/F à l'échelle atomique	113
C	Construction du diagramme de phase d'une bicouche SF/SF dans la configuration parallèle	120

Chapitre 1

Supraconductivité et magnétisme: l'effet de proximité

1.1 Introduction générale

Depuis la mise en évidence de la supraconductivité par Kammerlingh Onnes en 1911, les avancées théoriques dans ce domaine sont intimement liées aux observations expérimentales. La découverte même de ce phénomène est consécutive à l'obtention, trois ans plus tôt, de la phase liquide de l'hélium prévue par la théorie. L'utilisation d'hélium liquide comme réfrigérant a permis d'atteindre des températures beaucoup plus basses que ce qui pouvait se faire avant, et ainsi d'étudier les propriétés de la matière sous ces conditions thermodynamiques extrêmes. La terminologie "supraconductivité" introduite par Onnes désigne la propriété qu'ont certains métaux dont le mercure, le plomb... de transmettre le courant électrique sans aucune résistance à basse température. Il s'est avéré ultérieurement que le caractère supraconducteur de certains métaux disparaît non seulement avec l'augmentation de la température, mais également avec le passage d'un courant suffisamment fort, ou avec l'application d'un champ magnétique même relativement faible.

Quelques années après, une deuxième propriété importante des corps dans l'état supraconducteur fut découverte par Meissner et Oschenfeld. Ils ont observé qu'un supraconducteur plongé dans un champ magnétique expulse le flux magnétique tant que le champ reste inférieur à une valeur limite. Ce caractère parfaitement diamagnétique fait des supraconducteurs les éléments essentiels des expériences de lévitation, et explique, au même titre que la propriété de conductivité infinie, l'intérêt porté à ces composés depuis leur découverte. L'effet Meissner fut le point de départ de la première description phénoménologique de la supraconductivité dont les résultats étaient compatibles avec les observations expérimentales. Basée sur la notion de longueur de pénétration du champ dans le matériau supraconducteur, la théorie des frères London (1935) a prédit également la quantification

du flux magnétique qui ne sera observée que 25 ans plus tard. Cette propriété particulière des supraconducteurs sera à la base de la théorie d'Abrikosov et de la notion de vortex [1]. Nous constatons que dès ces travaux pionniers, la *compétition entre la supraconductivité et le magnétisme*, qui sera le sujet central de cette thèse, a suscité un intérêt vigoureux de la part de la communauté scientifique.

En 1950, la description théorique de la supraconductivité fut fortement améliorée par l'introduction de la notion de *paramètre d'ordre supraconducteur*. Selon Ginzburg et Landau [2], la supraconductivité est gouvernée par une fonction d'onde complexe dont le module (le paramètre d'ordre) détermine la probabilité de présence des électrons supraconducteurs, et dont la phase conditionne la circulation du courant. Ce paramètre est nul lorsque le métal est dans sa phase résistive (qui sera nommée "phase métal normal" ou tout simplement "phase normale" dans ce qui suit, et notée N), et non nul lorsqu'il est dans sa phase supraconductrice (S). La théorie de Ginzburg-Landau (GL) permet de déterminer le comportement critique des supraconducteurs en bon accord avec les expériences. Cependant, étant basée sur la théorie générale des transitions de phases, elle est seulement valable au voisinage de la transition S/N . Elle ne permet donc pas une description satisfaisante de l'ensemble du diagramme de phase des corps supraconducteurs.

La description simultanée des différentes propriétés thermodynamiques et magnétiques des supraconducteurs fut introduite en 1957 par Bardeen, Cooper et Schrieffer (BCS, [3]). La théorie BCS est à l'heure actuelle la seule véritable théorie microscopique à fort pouvoir prédictif de la supraconductivité. Elle est basée sur le couplage des électrons d'un métal en paires: les *paires de Cooper*. Compte tenu de la répulsion coulombienne, cet appariement ne peut être énergétiquement favorable que s'il existe une interaction attractive qui compense la répulsion électrostatique. Dans un métal, le gaz d'électrons libres interagit avec le réseau cristallin formé d'ions positifs. Ceux-ci attirent les électrons et se déplacent seulement légèrement du fait de leur grande inertie. Les physiciens donnèrent le nom de phonons à ces vibrations atomiques collectives. Cette interaction entre les électrons et les phonons est à l'origine de la supraconductivité: attirés par le passage très rapide d'un électron, les ions se déplacent, ce qui crée localement une zone chargée positivement. Compte tenu de l'inertie des ions, cette zone persiste après le passage de l'électron, et peut attirer un autre électron qui se trouve ainsi, par l'intermédiaire du phonon, apparié au précédent ; et ce malgré la répulsion coulombienne. L'agitation thermique détruit ce fragile équilibre d'où la disparition du caractère supraconducteur des métaux avec la température. Au sein d'une paire de Cooper, les deux électrons appariés forment un état unique, cohérent, d'énergie plus basse que l'état d'électrons non appariés (métal normal). De plus, dans la phase supraconductrice les paires sont condensées dans leur état de plus basse énergie, de manière analogue à un condensat de bosons. Dans le spectre du composé, la différence entre le premier état excité et l'état fondamental supraconducteur est

appelée *gap* d'énergie, noté Δ . Il détermine l'énergie nécessaire à apporter au système pour passer de l'état supraconducteur à l'état normal en brisant les paires de Cooper. Cette énergie tend vers zéro lorsque la température tend vers la *température critique* de la transition supraconductrice, T_c .

Les paires de Cooper sont formées d'électrons *d'impulsions et de spins opposés*. Ceci explique que le champ magnétique soit nuisible à l'établissement de l'ordre supraconducteur. D'une part, les forces de Lorentz agissant sur les deux électrons sont opposées ce qui tend à étirer la paire et donc à la détruire. C'est *l'effet orbital*. D'autre part, il fut démontré expérimentalement en 1958 que l'injection d'impuretés magnétiques de Gadolinium dans du Lanthane réduit la température critique supraconductrice de ce dernier [4]. Au delà d'une certaine concentration critique de Gadolinium, le Lanthane devient même un métal normal à toute température. L'explication de ce phénomène fut donnée peu de temps après par Abrikosov et Gor'kov [5]: l'interaction d'échange entre le gaz d'électrons libres et les impuretés, sur laquelle nous reviendrons dans la Sec.1.3.1, génère un champ magnétique local dans le métal. Les spins des électrons d'une paire de Cooper ont alors tendance à s'aligner dans la direction du champ d'échange, ce qui provoque la rupture de la paire. C'est *l'effet paramagnétique*. La coexistence des ordres supraconducteur et ferromagnétique au sein d'un même composé semble alors compromise.

D'une manière générale, l'effet orbital est plus limitatif que l'effet paramagnétique, et suffit de ce fait à expliquer bon nombre de propriétés des composés supraconducteurs macroscopiques: par exemple la pénétration du flux magnétique sous la forme de vortex et l'organisation de ces vortex en réseau d'Abrikosov s'explique de manière satisfaisante en ne tenant compte que de l'effet orbital [1]. Cependant, dans certaines situations, l'effet orbital est fortement réduit et c'est alors l'effet paramagnétique qui régit l'interaction entre le champ magnétique et le paramètre d'ordre supraconducteur. C'est par exemple le cas dans les composés de basse dimensionnalité [6], qui sont d'un grand intérêt à la fois sur le plan fondamental et sur le plan technologique pour les applications à la nanoélectronique. Dans toute ce rapport, nous nous placerons dans l'hypothèse où l'effet orbital peut être négligé.

L'effet paramagnétique est lui en partie compensé par l'établissement d'un état supraconducteur bien particulier. En 1964, Larkin et Ovchinnikov [7] et Fulde et Ferrell [8] (FFLO) démontrèrent indépendamment qu'une *modulation spatiale* du paramètre d'ordre permet de conserver la supraconductivité dans un domaine du diagramme de phase où, en l'absence de modulation, la phase normale est plus stable. Nous donnerons une description plus complète de cette phase supraconductrice FFLO dans la Sec.4.1.1.

Malgré le vaste champ d'application de leurs propriétés de diamagnétisme parfait et de conductivité infinie, la valorisation des supraconducteurs dans la technologie de masse n'est pas encore d'actualité. Les dispositifs les utilisant font encore figure d'exceptions à la

règle. Citons cependant en exemple certaines techniques d'imagerie médicale, qui utilisent des jonctions entre deux supraconducteurs (dites jonctions Josephson pour mesurer des champs magnétiques très faibles. L'utilisation à l'échelle industrielle des matériaux supraconducteurs requiert en particulier deux conditions: il faut être capable d'une part d'augmenter les courants pouvant circuler sans résistance de manière à rendre fonctionnels les circuits à base de supraconducteurs, mais surtout il faut d'autre part synthétiser des composés dont la température critique est de l'ordre de la température ambiante. C'est actuellement l'enjeu majeur de la physique de la supraconductivité. D'importants progrès furent réalisés dans ce sens au cours des années 80. Suite à la découverte par J. G. Bednorz et K. A. Müller [9] d'un oxyde supraconducteur dont la température critique $T_c = 35K$ dépasse tout ce qui était attendu à l'époque, plusieurs matériaux à haute température critique ($T_c > 100K$) ont vu le jour. Le record est actuellement détenu par des composés à base de mercure sous pression ($T_c = 164K$) [10]. Au delà de l'intérêt technologique évident, l'obtention de telles températures critiques pose donc le problème fondamental des limites de validité de la théorie BCS.

Cette thèse s'inscrit dans la problématique générale, connexe au champ des supraconducteurs à haute température critique, de la compétition entre supraconductivité et magnétisme. Cette problématique concerne en pratique des systèmes très variés, que nous classerons du point de vue de la modélisation en deux familles distinctes. La première comprend les matériaux dans lesquels les ordres supraconducteur et magnétique coexistent au sein du même cristal, et les composés supraconducteurs conventionnels soumis à un champ magnétique externe. Dans la seconde famille de systèmes, les paramètres d'ordre magnétique et supraconducteur sont séparés spatialement: ce sont des *structures hybrides*, dites "S/F". Elles sont composées de matériaux supraconducteurs (S) et ferromagnétiques (F) standard. Ces structures hybrides permettent d'étudier comment les corrélations supraconductrices se propagent aux métaux magnétiques via les électrons qui transitent à l'interface S/F: c'est ce qui, dans la littérature, est appelé *l'effet de proximité*. Historiquement, les premières études de l'effet de proximité portèrent plus précisément sur des jonctions entre supraconducteurs et métaux non magnétiques (N). En 1961, l'équipe de Smith [11] montra que le paramètre d'ordre supraconducteur ne s'annule pas immédiatement à l'interface avec le métal normal mais décroît progressivement sur une distance, dite *longueur de cohérence*, de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres typiquement. La physique de l'effet de proximité se manifeste donc à l'échelle nanométrique.

Dans le premier chapitre, nous développerons le formalisme adapté à la description de l'effet de proximité. Nous verrons en particulier comment, dans la limite dite diffuse où le libre parcours moyen des électrons est petit devant les longueurs de cohérence des corrélations magnétiques et supraconductrices, les équations de Gor'kov déduites de la théorie microscopique se simplifient pour donner les équations *quasi-classiques* d'Usadel

[12]. Dans ce formalisme d’Usadel, nous nous attacherons à décrire l’effet de proximité S/F dans un système, dit de *vanne de spin*, composé d’une couche supraconductrice comprise entre deux couches de matériau ferromagnétique. Ce sera l’objet du deuxième chapitre de ce rapport de thèse. Nous déterminerons les grandeurs thermodynamiques mesurables que sont la température critique supraconductrice T_c , le paramètre d’ordre à température nulle, et l’ordre (au sens de Landau) de la transition de phase S/N . Des applications de cette structure reposant sur le comportement non trivial de T_c seront envisagées.

Dans les troisième et quatrième chapitres, nous analyserons comment est modifié l’effet de proximité lorsque l’épaisseur des couches devient de l’ordre de grandeur de la longueur d’onde de Fermi (inférieure au nanomètre). Nous détaillerons le formalisme, introduit succinctement dans le premier chapitre, des *fonctions de Green* exactes ¹ nécessaire à une étude de l’action du champ d’échange ferromagnétique sur le paramètre d’ordre supraconducteur à cette échelle. En effet, les équations d’Usadel utilisées dans le deuxième chapitre mettent en jeu des fonctions d’onde quasi-classiques dont les variations à l’échelle de la longueur d’onde de Fermi sont intégrées. De ce fait, elles ne sont pas adaptées à une étude à l’échelle atomique. Nous montrerons en particulier que le système de vanne de spin à cette échelle est le siège d’un phénomène nouveau que nous baptiserons *inversion de l’effet de proximité*. Nous discuterons les conditions nécessaires à l’observation de cette effet dans les expériences. La dernière partie de ce rapport de thèse sera consacrée à l’analyse du diagramme de phase d’une bicouche atomique SF/SF, dans laquelle chaque plan supraconducteur est soumis à un champ magnétique/d’échange. Ce modèle offre la possibilité d’étudier comment le diagramme de phase bien connu d’une monocouche supraconductrice quasi-bidimensionnelle plongée dans un champ magnétique est modifié par effet de proximité. Nous résoudrons ce modèle en utilisant les outils de la théorie microscopique et soulignerons l’apparition d’une nouvelle phase supraconductrice. Nous démontrerons enfin que si le couplage entre les couches est suffisamment fort et la température suffisamment basse, dans cette phase inhabituelle *la supraconductivité est restaurée à fort champ magnétique*, et ce malgré l’effet paramagnétique. Ce phénomène, s’il se révèle confirmé expérimentalement, est d’un grand intérêt pour les applications technologiques. Tout au long de ce rapport, nous nous placerons dans le cadre général de la théorie BCS.

1.2 Effet de proximité supraconducteur-ferromagnétique

Le spectre des excitations d’un supraconducteur traditionnel se caractérise par la présence d’un *gap d’énergie* Δ au dessus du niveau de Fermi E_F . Dans les supraconducteurs conventionnels, $\Delta \ll E_F$. Ce gap n’est autre que le paramètre d’ordre supraconducteur. Ceci

¹Contrairement au formalisme quasi-classique d’Usadel qui repose sur plusieurs approximations, le formalisme quantique des fonctions de Green est en tout point équivalent à la théorie BCS.

signifie qu'un électron ne peut pas pénétrer dans le supraconducteur par un processus élastique s'il possède une énergie inférieure à $E_F + \Delta$. Andreev et Saint-James montrèrent indépendamment [13, 14] que cela est cependant possible via un processus inélastique nommé *réflexion d'Andreev* dans la littérature et représenté sur la Fig.1.1. Supposons que l'on mette en contact un métal normal et un supraconducteur: un électron d'énergie inférieure au gap ne peut être transmis du métal normal vers le supraconducteur que sous la forme d'une paire de Cooper. La conservation de la charge globale et de l'énergie durant le processus impose alors la réflexion d'un trou dans le métal normal. L'impulsion du trou diffère de celle de l'électron incident de $\delta k = k_F \frac{\delta E}{E_F}$, δE étant la différence entre l'énergie de l'électron incident et le niveau de Fermi. L'électron incident et le trou sont deux états corrélés et forment une paire d'Andreev, qui transmet d'une certaine manière les corrélations supraconductrices au métal normal. Au fur et à mesure que le trou se déplace dans le métal normal, la cohérence de phase avec l'électron incident et avec la paire de Cooper transmise se perd. Au delà d'un certain parcours, le trou et la paire de Cooper sont même deux états complètement décorrélés. La longueur de ce parcours caractérise l'échelle de distance sur laquelle l'effet de proximité se manifeste dans le métal. La cohérence de phase des paires étant très sensible aux processus de diffusion, même élastiques, il est manifeste que l'effet de proximité dépend fortement de la densité de centres diffuseurs.

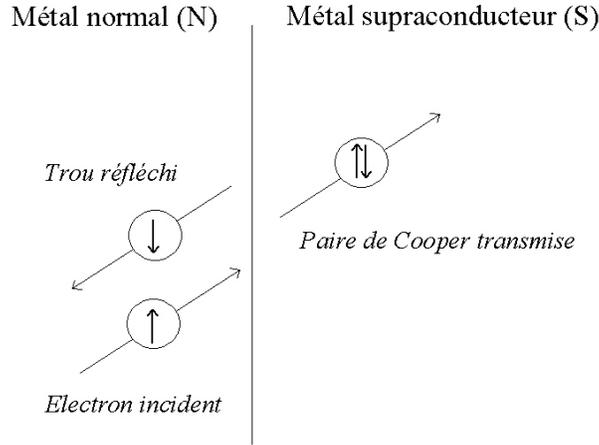


Figure 1.1: Schéma de la réflexion d'Andreev

Si l'on néglige dans un premier temps le désordre dans le métal normal (on parle alors de métal balistique), la différence de phase entre l'électron incident et le trou est donnée par $\delta\varphi = x\delta k$, où x est la distance parcourue dans le métal normal. La cohérence de phase est donc définitivement perdue si $x = \frac{2\pi E_F}{k_F \delta E}$ (où k_F est l'impulsion de Fermi). Or dans un métal sans interaction, $E_F = k_F^2/2m$ et l'énergie caractéristique des excitations est l'énergie thermique $\delta E = k_B T$. La longueur caractéristique sur laquelle les corrélations supraconductrices pénètrent dans le métal normal est donc de l'ordre de $L_T = \hbar v_F / k_B T$,

où v_F est la vitesse de Fermi. Dans les métaux communs, cette dernière est de l'ordre de $10^6 m.s^{-1}$, et, à une température de $1K$, L_T atteint alors $10\mu m$.

Dans le cas d'un métal diffusif, les diffusions sur les impuretés limitent considérablement la portée des corrélations supraconductrices dans la mesure où la cohérence de phase se perd plus vite au cours de la diffusion que lors d'une propagation libre. En raisonnant sur l'énergie des particules, nous obtenons $\delta\varphi = t\delta E/\hbar$ où t est le temps de parcours de la paire d'Andreev dans le métal normal. Le temps caractéristique nécessaire au parcours d'une distance L dépend de la densité de centres diffuseurs, caractérisée par la constante de diffusion D , comme $t = L^2/D$. Dans le cas des systèmes de petite taille que nous étudierons dans cette thèse, l'énergie caractéristique des excitations est le gap supraconducteur. De ce fait, l'épaisseur de la zone de métal normal sur laquelle les corrélations supraconductrices sont transmises devient, dans cette limite diffusive, $L_\Delta = \sqrt{\frac{D}{\Delta}}$. Cette longueur est beaucoup plus petite que L_T . Nous reviendrons plus précisément sur les différentes échelles d'énergie et de longueur caractéristiques de l'effet de proximité dans la Sec.1.3.4.

Lorsque le métal est ferromagnétique, la longueur de cohérence des paires d'Andreev induites par effet de proximité est généralement réduite par le *champ d'échange* ferromagnétique (noté h dans tout ce qui suit, en unités énergétiques). En effet, si ce dernier est grand devant $k_B T$, l'énergie caractéristique responsable de la décorrélation des paires d'Andreev est donc l'énergie d'échange, et de ce fait la longueur de cohérence devient quasiment indépendante de la température, et sera notée ξ_f . Elle vaut $\hbar v_F/h$ dans la limite balistique et $\sqrt{\frac{D}{2h}}$ dans la limite diffusive.

Quel que soit le type de jonction, la présence de corrélations de phase entre les paires de Cooper dans le métal supraconducteur et les paires d'Andreev dans l'autre métal se traduit, dans la théorie, par une "amplitude résiduelle de paires de Cooper" non nulle dans ce dernier. Cette fonction d'onde de paires décroît exponentiellement sur une distance à l'interface de l'ordre de la longueur de cohérence de phase.

Dans un ferromagnétique, cette fonction d'onde ne décroît pas de manière monotone, mais en oscillant.

Ces oscillations sont une conséquence de la levée de dégénérescence de spin du niveau de Fermi par *l'effet Zeeman* du champ d'échange sur les spins des électrons. En effet, un électron dont le spin pointe dans le même sens que le champ d'échange (on dira alors qu'il est parallèle au champ) voit son énergie abaissée de h dans le ferromagnétique. En revanche, un électron dont le spin pointe dans le sens opposé au champ (antiparallèle) voit son énergie augmentée de la même quantité. Au niveau de Fermi, l'impulsion de chaque particule formant une paire de d'Andreev augmente de $\delta p = h/v_F$, et de ce fait la paire acquiert une impulsion non nulle $2\delta p$ (voir Fig.1.2). En présence de champ d'échange, la fonction d'onde de paires induite dans le métal non supraconducteur décroît donc en

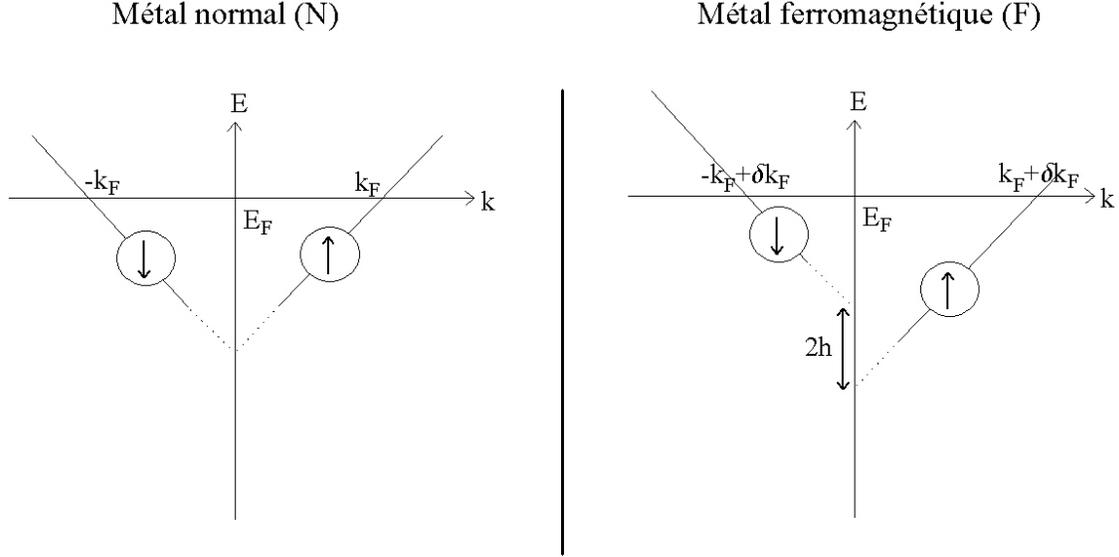


Figure 1.2: Conséquences de l'effet Zeeman au niveau de Fermi.

oscillant à partir de l'interface et non plus de manière monotone comme cela fut observé par Smith *et al* [11]. Ces oscillations se manifestent au travers de nombreuses propriétés des structures hybrides S/F que nous discuterons dans la Sec.1.3.4.

1.3 Structures S/F: Modélisation et expérimentation

1.3.1 Ferromagnétisme: interaction d'échange

La description d'une structure hybride S/F nécessite une modélisation simple des interactions complexes qui régissent le ferromagnétisme. Les connaissances actuelles sur cette propriété de la matière ne permettent pas de décrire complètement, de manière satisfaisante, à la fois les corrélations caractéristiques du spin des électrons et les propriétés de transport électronique dans un métal magnétique. L'objet de cette section est donc de rappeler brièvement l'origine du ferromagnétisme dans les métaux et de définir le cadre dans lequel nous nous placerons dans cette thèse pour décrire de tels composés.

Le ferromagnétisme provient principalement des interactions électrostatiques électron-électron associées au principe de Pauli. Considérons pour simplifier un système à deux électrons. Il résulte de la seule propriété d'antisymétrie de la fonction d'onde totale, vis à vis de l'échange des deux électrons, imposée par le principe de Pauli une différence d'énergie entre l'état singulet et l'état triplet du système. En effet, l'antisymétrie vis à vis de la permutation des positions des électrons implique que la fonction d'onde du système doit être symétrique vis à vis de l'échange des spins. Sans introduire de termes de spin dans le hamiltonien du système, nous constatons donc que, de manière analogue

à la situation dans un champ appliqué, l'orientation parallèle des spins électroniques est préférable. La différence d'énergie entre l'état singulet et l'état triplet est appelée énergie d'échange, notée J . Dans le cas où J est petite devant les autres énergies d'excitation du système, le hamiltonien à deux électrons possède, dans le sous espace des 4 états de spins ($\uparrow\downarrow$, $\uparrow\uparrow$, $\downarrow\uparrow$, et $\downarrow\downarrow$), les mêmes valeurs propres que le hamiltonien simplifié d'Heisenberg:

$$H = -J \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2 \quad (1.1)$$

où \mathbf{S}_1 et \mathbf{S}_2 sont les opérateurs de spin des deux électrons. Dans le système à deux électrons, $J > 0$ donc l'orientation parallèle des spins est favorisée et le composé est ferromagnétique. L'antiferromagnétisme est également décrit par le hamiltonien (1.1), mais dans ce cas là $J < 0$, et si elle est négative c'est l'orientation antiparallèle et le composé est antiferromagnétique. Elle dépend fortement de la distance entre les deux électrons.

Dans un métal, l'interaction d'échange est de manière similaire gouvernée par le recouvrement des fonctions d'onde électroniques. Il peut donc exister de nombreux types d'échange: entre deux électrons localisés sur deux ions magnétiques, voisins ou séparés par un ion non magnétique, entre un électron localisé et un électron de conduction voire même entre deux électrons de conduction. Dans ce dernier cas on parle d'échange itinérant.

Quelle que soit la provenance de l'interaction d'échange, il en résulte un agencement particulier des moments magnétiques locaux qui se traduit dans les ferromagnétiques par la présence d'un champ magnétique en tout point du métal. Le hamiltonien d'un électron en un point donné \mathbf{r} doit alors comprendre à la fois l'interaction du spin de l'électron avec ce champ et les interactions d'échange avec les électrons voisins, ce qui donne un aperçu de la complexité des interactions magnétiques. Pour simplifier ce problème il est souvent d'usage d'employer une approximation historiquement introduite par P. Weiss, dite "de champ moléculaire". Elle consiste à remplacer le champ agissant localement sur les spins par sa valeur moyenne uniforme d'équilibre thermique. Cette valeur moyenne doit alors se retrouver en calculant la configuration d'équilibre thermodynamique des spins: c'est une théorie autocohérente. Cette approximation est très grossière, cependant elle permet en général d'aborder les situations nouvelles de manière confortable.

Au cours de cette thèse nous serons amenés à discuter plusieurs types très différents de systèmes. Dans le deuxième chapitre, nous considérerons une structure hybride dans laquelle il existe une séparation spatiale entre les paramètres d'ordre supraconducteur et magnétique. Ce type de structure en couches peut être obtenu expérimentalement pour des épaisseurs de couches de l'ordre de quelques nanomètres tout en conservant le caractère ferromagnétique ou supraconducteur des différents matériaux. Cependant, il se forme parfois à l'interface S/F une sous-couche magnétiquement morte [15]. L'apparition de cette sous-couche dépend entre autres de la technique utilisée pour synthétiser la

structure hybride. Lorsque l'épaisseur de la couche F devient de l'ordre de grandeur de cette sous-couche d'interface, son caractère ferromagnétique est perdu. Afin de réaliser de telles structures hybrides les plus petites possibles pour étudier l'effet de proximité aux petites échelles, il est alors nécessaire de travailler avec des ferromagnétiques relativement forts, tels que le fer ou le nickel. Dans ces métaux de transition, l'interaction d'échange est itinérante. Le champ d'échange est alors proportionnel à la température de Curie de la transition ferromagnétique [16], et est en général beaucoup plus grand que la température critique supraconductrice. A titre d'exemple, en unités de température le champ d'échange dans le cobalt est environ de $350K$ alors que les températures critiques supraconductrices typiques sont de l'ordre de la dizaine de Kelvin. L'utilisation d'alliages ferromagnétiques (par exemple Cu_xNi_{1-x} , Pd_xNi_{1-x} ...) permet d'obtenir des champs d'échange à la fois assez forts pour conserver le ferromagnétisme dans des couches épaisses de quelques nanomètres à peine, mais pas trop forts afin de ne pas complètement détruire la supraconductivité.

Dans le troisième et le quatrième chapitre, nous discuterons des modèles dans lesquels ferromagnétisme et supraconductivité coexistent à l'échelle atomique. Ce sont alors les mêmes électrons qui participent à la fois à l'interaction d'échange et au couplage supraconducteur. En conséquence, les conditions de coexistence de ces deux paramètres d'ordre antagonistes sont beaucoup plus drastiques. Elles sont réalisées par exemple dans les composés dont le caractère faiblement ferromagnétique est causé par des impuretés magnétiques (souvent de terres rares). En contrôlant la concentration en impuretés, il est possible d'obtenir de très basses températures de transition magnétique ($1,31K$ pour $NdRh_4B_4$, $0,8K$ pour $ErRh_4B_4$ [17]...). Dans ces composés, la distance entre les impuretés magnétiques est suffisamment grande ($> 5\text{\AA}$) pour que l'échange direct soit négligé. L'échange se fait alors entre impuretés via les électrons de conduction (mécanisme RKKY [18]). Dans ce cas là, la température de transition magnétique est de l'ordre de h^2/E_F , où E_F est l'énergie de Fermi et h le champ d'échange, et au voisinage de la température critique supraconductrice T_c le composé est dans la phase paramagnétique. Notons qu'une faible composante ferromagnétique peut s'obtenir en appliquant un champ extérieur à un composé dans sa phase désordonnée (paramagnétique), ou à un composé antiferromagnétique.

Pour résumer, dans cette thèse un composé ferromagnétique sera modélisé comme un métal normal au sein duquel les électrons sont quasi-libres, et où il règne un champ d'échange h qui lève la dégénérescence de spin. Au vu de la grande diversité des propriétés magnétiques des composés utilisés dans la pratique, nous envisagerons donc des situations dans lesquelles le champ d'échange est soit très faible ($h \ll T_c$), soit de l'ordre de T_c voire même très largement supérieur.

1.3.2 Description d'un composé supraconducteur

Nous nous intéressons maintenant à la description des composés supraconducteurs. Historiquement, la première théorie de la transition de phase supraconductrice est l'oeuvre de Ginzburg et Landau [2]. Cette théorie décrit bien la transition mais devient inefficace lorsque la température s'éloigne de la température critique. Cependant, elle reste assez largement utilisée, et nous y aurons recours plusieurs fois dans cette thèse. Dans le paragraphe suivant nous en rappelons quelques points importants.

Modèle de Ginzburg-Landau

La théorie de Ginzburg-Landau (GL) de la supraconductivité est construite sur le modèle de la théorie générale des transitions de phase de Landau [19]. L'état supraconducteur est caractérisé par un paramètre d'ordre complexe $\Psi(\mathbf{r})$ qui s'annule au dessus de la température critique et qui mesure le "degré d'ordre supraconducteur" au point \mathbf{r} en dessous de T_c . Avec l'avènement de la théorie BCS, il devint clair que ce paramètre d'ordre peut être envisagé comme une fonction d'onde macroscopique décrivant le condensat local de paires de Cooper, et dépendant de la position de son centre de masse. En d'autres termes, cette hypothèse formulée par GL reste valable tant que l'échelle spatiale ξ_s des variations du paramètre d'ordre, qui n'est autre que la dimension moyenne d'une paire de Cooper, est grande devant la distance caractéristique électron-électron du métal. Etant donné que ξ_s diverge à la transition supraconducteur/métal normal (S/N), le formalisme de GL est donc restreint au voisinage de cette transition.

A proximité de la transition S/N , le paramètre d'ordre supraconducteur est suffisamment petit pour que l'énergie libre puisse être exprimée comme une série de puissances de ce dernier. La différence d'énergie entre la phase supraconductrice et la phase normale s'écrit alors, pour un supraconducteur homogène isolé:

$$F(\mathbf{r}, T) = a(T) |\Psi(\mathbf{r})|^2 + \frac{b(T)}{2} |\Psi(\mathbf{r})|^4. \quad (1.2)$$

Supposons dans un premier temps que le coefficient $b(T)$ est positif. Deux situations sont alors à distinguer: si $a < 0$, alors l'énergie libre (1.2) est minimale pour $|\Psi(\mathbf{r})|^2 = -a/b \neq 0$, et le composé est dans sa phase supraconductrice S. En revanche, si $a > 0$, l'énergie minimale est réalisée pour un paramètre d'ordre nul, et le système est dans la phase normale N. La transition S/N se produit à la température critique, donnée par $a(T_c) = 0$, à laquelle le paramètre d'ordre $|\Psi(\mathbf{r})|^2 = -a(T)/b$ s'annule également: c'est une transition du deuxième ordre.

Si maintenant $b < 0$, l'état de plus basse énergie correspond à un paramètre d'ordre infini, ce qui est absurde. Il est donc nécessaire d'introduire un terme supplémentaire $\frac{c}{3} |\Psi(\mathbf{r})|^6$ (avec $c > 0$) dans l'énergie libre de GL. Le paramètre d'ordre à la transition est

alors non nul et celle-ci est donc du premier ordre. Le signe du coefficient $b(T)$ détermine donc l'ordre (au sens de Landau) de la transition de phase S/N . Notons que le formalisme de GL permet d'accéder au module du paramètre d'ordre, mais pas à sa phase. Il y a donc a priori une infinité de valeurs possibles de la phase du paramètre d'ordre supraconducteur.

Ce formalisme est très commode dans la mesure où il suffit d'ajouter à l'énergie libre de GL des termes caractérisant l'énergie de la nouvelle interaction que l'on souhaite prendre en compte. Par exemple, nous ajouterons $\frac{-\hbar^2}{4m_e} |\nabla_r \Psi(\mathbf{r})|^2$ à la fonctionnelle (1.2) si l'on souhaite décrire un milieu où le supraconductivité est non homogène [2]. Plus généralement, en minimisant l'énergie libre totale par rapport au paramètre d'ordre supraconducteur et à tous les autres paramètres variationnels éventuellement introduits, on obtient une ou plusieurs "équations d'état" du milieu. Leur résolution permet d'accéder aux véritables valeurs d'équilibre thermodynamique de ces paramètres. Inversement, la connaissance des équations décrivant le milieu à l'échelle microscopique permet en principe de déterminer ces "équations d'état" et ainsi de déduire les coefficients des différents termes de l'énergie libre de GL. Nous aurons recours à cette technique dans le quatrième chapitre de ce rapport de thèse.

Théorie BCS: interaction électron-phonon

Loin de la transition de phase S/N , nous utiliserons le formalisme plus général de la théorie BCS. Comme nous l'avons vu en introduction, cette théorie repose sur l'interaction électron-phonon. Cette interaction résulte de la polarisation électrique locale créée par le déplacement d'un ion métallique suite aux vibrations du réseau cristallin. En effet il résulte de ce petit déplacement une modification de l'énergie des électrons de la quantité

$$-e \iint d\mathbf{r} d\mathbf{r}' n(\mathbf{r}) K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \text{div} \mathbf{P}(\mathbf{r}') \quad (1.3)$$

où $n(\mathbf{r})$ est la densité électronique au point \mathbf{r} , $\mathbf{P}(\mathbf{r}')$ le vecteur de polarisation électrique en \mathbf{r}' , et K la fonction d'interaction coulombienne moyenne entre le domaine polarisé et le nuage local d'électrons [20]. Du fait de l'écrantage, par le nuage électronique, de la charge de polarisation, la fonction K décroît très rapidement avec $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, sur une distance de l'ordre de la distance interatomique a . Il est donc raisonnable de poser $K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = a^2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$. Après intégration sur \mathbf{r}' , l'énergie (1.3) devient:

$$g \int d\mathbf{r} n(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}), \quad (1.4)$$

où g est une constante. L'expression du potentiel d'interaction $\phi(\mathbf{r})$ découle de celle des déplacements du réseau cristallin, calculés dans le formalisme de base de la mécanique quantique [20]. En termes de seconde quantification, cette énergie d'interaction correspond au hamiltonien

$$H_{int} = g \int d\mathbf{r} \Psi_\alpha^+(\mathbf{r}) \Psi_\alpha(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}), \quad (1.5)$$

où $\Psi_\alpha^+(\mathbf{r})$ et $\Psi_\alpha(\mathbf{r})$ sont respectivement les opérateurs de création et d'annihilation de la composante α d'un champ fermionique, électronique ici, au point \mathbf{r} . Ce hamiltonien peut engendrer une grande diversité de diagrammes de Feynmann, le plus simple étant celui où un électron diffuse sur un autre électron en échangeant un phonon.

Dans un métal, l'interaction électron-phonon n'est pas la seule interaction mettant en jeu les électrons: naturellement, la répulsion coulombienne reste présente. Le problème de la description simultanée de ces deux interactions est particulièrement complexe, du fait surtout de l'anisotropie en général constatée dans bon nombre de supraconducteurs utilisés dans la pratique. L'interaction entre électrons est alors supposée attractive *par essence*, et se limite aux états pouvant échanger un phonon.

En représentation impulsion, le hamiltonien de l'interaction électron-électron prendra la forme typique d'un hamiltonien d'interaction à deux particules

$$H_{int} = \frac{\lambda}{2(2\pi)^3} \sum_{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4} a_{\mathbf{p}_1}^+ a_{\mathbf{p}_2}^+ a_{\mathbf{p}_3} a_{\mathbf{p}_4} \theta_{\mathbf{p}_1} \theta_{\mathbf{p}_2} \theta_{\mathbf{p}_3} \theta_{\mathbf{p}_4}, \quad (1.6)$$

où a^+ et a sont des opérateurs création/annihilation fermioniques, où la constante λ est négative (interaction attractive) et où les fonctions $\theta_{\mathbf{p}_i}$ discriminent en énergie les états qui participent à l'interaction. Plus précisément, nous aurons

$$\begin{aligned} \theta_{\mathbf{p}} &= 1 \text{ si } |\varepsilon(\mathbf{p}) - E_F| < \omega_D, \text{ et} \\ \theta_{\mathbf{p}} &= 0 \text{ si } |\varepsilon(\mathbf{p}) - E_F| > \omega_D, \end{aligned} \quad (1.7)$$

ce qui signifie que seuls les états dont l'énergie $\varepsilon(\mathbf{p})$ est distante du niveau de Fermi E_F d'une valeur au maximum égale à la pulsation de Debye ω_D participent à l'interaction.

Dans l'espace des positions, ce hamiltonien prendra schématiquement la forme

$$H_{int} = \frac{\lambda}{2} \int d\mathbf{r} \Psi_\alpha^+(\mathbf{r}) \Psi_\beta^+(\mathbf{r}) \Psi_\beta(\mathbf{r}) \Psi_\alpha(\mathbf{r}) \quad (1.8)$$

où l'intégrale est limitée aux états dont l'énergie vérifie la condition $|\varepsilon(\mathbf{p}) - E_F| < \omega_D$. En ajoutant à l'interaction électron-phonon la contribution d'origine cinétique à l'énergie du système, on obtient le hamiltonien total du système d'électrons du métal dans l'état supraconducteur:

$$H = \int d\mathbf{r} \left[- \left(\Psi^+(\mathbf{r}) \frac{\nabla^2}{2m} \Psi(\mathbf{r}) \right) + \frac{\lambda}{2} \left(\Psi^+(\mathbf{r}) (\Psi^+(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r})) \Psi(\mathbf{r}) \right) \right]. \quad (1.9)$$

Dans l'Eq.(1.9), $(\Psi^+(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r})) = \sum_{\alpha} \Psi_\alpha^+(\mathbf{r}) \Psi_\alpha(\mathbf{r})$, les opérateurs $\Psi_\alpha(\mathbf{r})$ et $\Psi_\alpha^+(\mathbf{r})$ vérifiant les relations de commutation standard:

$$\begin{aligned} \{ \Psi_\alpha(\mathbf{r}), \Psi_\beta^+(\mathbf{r}') \} &= \delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \\ \{ \Psi_\alpha^+(\mathbf{r}), \Psi_\beta^+(\mathbf{r}') \} &= \{ \Psi_\alpha(\mathbf{r}), \Psi_\beta(\mathbf{r}') \} = 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

La forme (1.9) du hamiltonien d'un métal dans la phase supraconductrice indique qu'il est commode d'introduire les *fonctions de Green*

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) &= -\langle T(\Psi_\alpha(\mathbf{r}_1, \tau)\Psi_\beta^+(\mathbf{r}_2, \tau)) \rangle \\ F_{\alpha\beta}^+(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) &= \langle T(\Psi_\alpha^+(\mathbf{r}_1, \tau)\Psi_\beta^+(\mathbf{r}_2, \tau)) \rangle \\ F_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) &= \langle T(\Psi_\alpha(\mathbf{r}_1, \tau)\Psi_\beta(\mathbf{r}_2, \tau)) \rangle, \end{aligned} \quad (1.11)$$

où T est l'opérateur d'ordre chronologique par rapport au temps imaginaire τ . Notons que le choix de la forme (1.11) des fonctions de Green suppose implicitement que le système est invariant sous l'effet d'une translation temporelle. Le formalisme tel que nous le présentons ici est donc valable exclusivement à l'équilibre thermodynamique. Le calcul de la moyenne statistique (représentée par les crochets $\langle \dots \rangle$) avec le hamiltonien (1.9) du système fait intervenir le produit de quatre champs moyenné sur un système d'électrons sans autre interaction. Dans ce contexte, le théorème de Wick permet de décomposer ce terme en produit de moyennes statistiques à deux champs, par exemple $\langle \Psi^+\Psi^+ \rangle$ qui crée deux électrons et $\langle \Psi\Psi \rangle$ qui en détruit deux.

On peut alors négliger tous les processus particuliers de diffusion des particules les unes sur les autres, le terme dominant dans l'énergie du système dans l'état supraconducteur provenant des paires de Cooper condensées dans leur état de plus basse énergie (par analogie avec un condensat de bosons). Dans cette approximation la moyenne statistique du produit de quatre champs est égale au produit de deux fonctions de Green.

Les résultats de la théorie BCS sont alors retrouvés en utilisant, dans ce formalisme, une approximation de "champ moyen". En considérant le produit Δ de la constante λ par l'une des deux fonctions de Green apparaissant dans le produit à quatre champs comme un paramètre, le hamiltonien (1.9) se transforme en un hamiltonien effectif ne faisant intervenir que des produits à deux champs. La cohérence de la méthode est assurée par une équation complémentaire, *l'équation d'autocohérence*.

En représentation impulsion, le hamiltonien effectif d'un supraconducteur isolé s'écrit:

$$H = \sum_p \xi(\mathbf{p})\Psi_\alpha^+(\mathbf{p})\Psi_\alpha(\mathbf{p}) + \Delta^*(\mathbf{r}) \sum_p \Psi_\downarrow(\mathbf{p})\Psi_\uparrow(-\mathbf{p}) + \Delta(\mathbf{r}) \sum_p \Psi_\uparrow^+(\mathbf{p})\Psi_\downarrow^+(-\mathbf{p}), \quad (1.12)$$

où le paramètre de "champ moyen" Δ n'est autre que le paramètre d'ordre supraconducteur et où $\xi(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m + E_F$. Le premier terme de l'équation (1.12) représente la contribution cinétique, et les deux autres l'énergie associée à l'appariement BCS. l'équation d'autocohérence doit quant à elle permettre de retrouver, en calculant les fonctions de Green à partir du hamiltonien effectif, l'équation avec laquelle on a défini Δ . Dans l'espace de Fourier, elle s'écrit:

$$\Delta^* = |\lambda| T \sum_\omega \int F_{\downarrow\uparrow}^+(\mathbf{p}) \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}, \quad (1.13)$$

où la somme discrète est effectuée sur les *fréquences de Matsubara* $\omega = \pi T(2n + 1)$, qui caractérisent les niveaux d'énergie participant à l'interaction électron-phonon à une température donnée T .

Les fonctions $F_{\alpha\beta}^+$ et $F_{\alpha\beta}$ sont caractéristiques de la supraconductivité: elles mesurent la densité de paires supraconductrices en chaque point, et sont appelées fonctions de Green *anormales*. Dans la théorie BCS, l'appariement de Cooper se fait entre électrons de spins opposés: cet état supraconducteur est appelé singulet dans la littérature. Le paramètre d'ordre est alors donné par

$$\Delta(\mathbf{r}) = \lambda \lim_{\tau \rightarrow 0} \langle T(\Psi_{\downarrow}(\mathbf{r}, 0)\Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}, \tau)) \rangle = \lambda F_{\downarrow\uparrow}^+(\mathbf{r}, 0^+). \quad (1.14)$$

Cependant, il convient de noter que la possibilité d'un appariement dans l'état triplet, c'est à dire entre électrons de même spin, a été étudiée dans certains travaux récents [21, 22, 23].

Dans un métal non supraconducteur, le couplage électron-phonon à l'origine du potentiel attractif est absent, et en conséquence $\lambda = 0$ d'où $\Delta = 0$. Cependant, il est manifeste au vu des équations précédentes que rien n'impose la nullité de la fonction d'onde de paires: par effet de proximité, la fonction de Green anormale est en général non nulle dans un métal en contact avec un supraconducteur.

Les équations de Gor'kov [20] portant sur les fonctions de Green permettent en principe de décrire n'importe quel système quels que soient le nombre et la nature des inhomogénéités qui le caractérisent. Dans les troisième et quatrième chapitres, nous ajouterons au hamiltonien (1.12) les contributions particulières aux systèmes que nous étudierons; nous verrons que ce formalisme s'avère très utile pour décrire relativement simplement l'effet de proximité à l'échelle atomique. Dans le deuxième chapitre, nous nous concentrerons sur le composé hybride F/S/F en supposant ses dimensions grandes devant la distance interatomique: la dérivation exacte des solutions des équations de Gor'kov est dans ce cas particulièrement complexe. Cependant, Eilenberger puis Usadel démontrèrent qu'en négligeant les variations des fonctions de Green à l'échelle de la distance interatomique, les équations de Gor'kov se simplifient. Les caractéristiques thermodynamiques du système s'obtiennent alors dans un nouveau formalisme, dit *quasi-classique*, que nous introduisons maintenant.

1.3.3 Formalismes d'Eilenberger et d'Usadel

Dans le deuxième chapitre, nous nous intéressons à une structure F/S/F dont les dimensions sont de l'ordre de la longueur de cohérence supraconductrice, c'est à dire allant de quelques dizaines de nanomètres dans les systèmes diffusifs à quelques fractions de micron dans les systèmes balistiques. Par conséquent, les variations des fonctions de Green à

l'échelle de la longueur d'onde de Fermi ($\lambda_F \approx 1\text{\AA}$), qui sont caractérisées par la dépendance des fonctions (1.11) sur la variable $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, peuvent être intégrées. Nous verrons plus tard que cette approximation impose une description particulière des interfaces entre les matériaux, qui par essence sont des inhomogénéités dont la taille est de l'ordre de λ_F . Négliger les variations à l'échelle de λ_F revient à considérer que les fonctions de Green ne dépendent que de la position du centre de masse $\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}$ du système à deux électrons et de la direction de la vitesse de Fermi. Les fonctions de Green obtenues ainsi sont appelées fonctions de Green quasi-classiques ou encore fonctions de Green d'Eilenberger. Dans un système de géométrie quelconque, elles sont données par:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_f, \omega) &= -\frac{i}{\pi} \int F_{\downarrow\uparrow}^+(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \omega) d\xi(\mathbf{p}) \\ g(\mathbf{r}, \mathbf{v}_f, \omega) &= \frac{i}{\pi} \int G_{\uparrow\uparrow}^+(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \omega) d\xi(\mathbf{p}), \end{aligned} \quad (1.15)$$

où \mathbf{p} est l'impulsion du centre de masse du système à deux électrons, et où l'intégration se limite aux états participant à l'interaction électron-phonon.

Dans les structures S/F en couches, pour des raisons évidentes de symétrie les fonctions d'Eilenberger ne dépendent plus que de la coordonnée x dans la direction normale aux couches et de l'angle θ entre cette normale et la vitesse de Fermi, et sont notées $f(x, \theta, \omega)$ et $g(x, \theta, \omega)$. Les fréquences de Matsubara $\omega = \pi T(2n + 1)$ caractérisent la dépendance des fonctions d'Eilenberger avec la température.

Eilenberger démontra [24] que dans le cas où les processus de diffusion dans le supraconducteur sont élastiques et ne modifient pas le spin des électrons, les équations de Gor'kov deviennent:

$$\begin{aligned} \left(\omega + \frac{1}{2\tau} \bar{g}(x, \omega) \right) f(x, \theta, \omega) + \frac{1}{2} v_F \cos \theta \frac{\partial f(x, \theta, \omega)}{\partial x} &= \left(\Delta(x) + \frac{1}{2\tau} \bar{f}(x, \omega) \right) g(x, \theta, \omega) \\ f(x, \theta, \omega) f^+(x, \theta, \omega) + g^2(x, \theta, \omega) &= 1, \end{aligned} \quad (1.16)$$

où τ désigne ici le temps de collision élastique, et où $f^+(x, \theta, \omega) = f^*(x, \theta + \pi, \omega)$. Les moyennes \bar{f} et \bar{g} sont définies par:

$$\begin{aligned} \bar{f}(x, \omega) &= \int \frac{d\Omega}{4\pi} f(x, \theta, \omega) \text{ et} \\ \bar{g}(x, \omega) &= \int \frac{d\Omega}{4\pi} g(x, \theta, \omega). \end{aligned} \quad (1.17)$$

Ces équations sont assez générales dans la mesure où elles peuvent décrire un métal normal (en remplaçant $\Delta(x)$ par 0) et même un ferromagnétique (en remplaçant $\Delta(x)$ par 0 et ω par $\omega + ih$).

Ces équations quasi-classiques sont valables tant que les paires sont grandes devant la longueur de Fermi, ce qui se traduit au niveau énergétique par $\Delta(x) \ll E_F$, condition tout

à fait vérifiée dans les supraconducteurs conventionnels étudiés ici. L'énergie de Fermi E_F est de l'ordre de $10^3 - 10^4 K$ dans les métaux ($6.10^4 K$ dans le Niobium, $11.10^4 K$ dans le Plomb), alors que le gap supraconducteur est du même ordre de grandeur que la température critique supraconductrice, soit quelques dizaines de Kelvin au maximum ($T_c(\text{Nb})= 9, 26K$, $T_c(\text{Pb})= 7, 19K$).

Dans la plupart des supraconducteurs utilisés dans la pratique, le régime de propagation des électrons est diffusif. En effet, à cause de leurs nombreuses collisions élastiques sur les ions métalliques, les électrons ont un libre parcours moyen de l'ordre de $1 - 10\text{\AA}$. Il est négligeable devant la longueur de cohérence supraconductrice (typiquement 10^3\AA). Dans ce cas là, les équations d'Eilenberger se simplifient en utilisant la méthode d'Usadel, basée sur la prise en compte des seuls termes diffusifs qui prédominent alors dans les équations d'Eilenberger. Les fonctions de Green sont, dans cette situation, presque isotropes et par conséquent peuvent être développées en harmoniques sphériques. L'approche d'Usadel consiste à considérer que la dépendance angulaire des fonctions de Green est découplée des autres dépendances [12]:

$$\begin{aligned} f(x, \theta, \omega) &= F(x, \omega) + f_1 \\ g(x, \theta, \omega) &= G(x, \omega) + g_1, \end{aligned} \quad (1.18)$$

où les fonctions f_1 et g_1 portent seules la dépendance angulaire. Nous soulignons ici que la notation $F(x, \omega)$, $G(x, \omega)$ des moyennes angulaires des fonctions quasi-classiques d'Eilenberger ne doit pas être confondue avec celle des fonctions de Green microscopiques, $F_{\alpha\beta}$ et $G_{\alpha\beta}$. Les équations d'Eilenberger portant sur ces moyennes angulaires deviennent alors:

$$\begin{aligned} -D_s \vec{\nabla} \left[G(x, \omega) \vec{\nabla} F(x, \omega) - F(x, \omega) \vec{\nabla} G(x, \omega) \right] + 2\omega F(x, \omega) &= 2\Delta G(x, \omega) \\ F(x, \omega) F^*(x, \omega) + G(x, \omega)^2 &= 1 \end{aligned} \quad (1.19)$$

dans un matériau supraconducteur, et

$$\begin{aligned} -D_f \vec{\nabla} \left[G(x, \omega, h) \vec{\nabla} F(x, \omega, h) - F(x, \omega, h) \vec{\nabla} G(x, \omega, h) \right] + 2(\omega + ih) F(x, \omega, h) &= 0 \\ F(x, \omega, h) F^*(x, \omega, -h) + G(x, \omega, h)^2 &= 1 \end{aligned} \quad (1.20)$$

dans un composé ferromagnétique, D_s et D_f étant respectivement les coefficients de diffusion dans le supraconducteur et dans le ferromagnétique. Rappelons que ces équations sont valables dans la limite diffusif, c'est à dire lorsque les longueurs de cohérence supraconductrice (ξ_s), et ferromagnétique (ξ_f) sont très grandes devant le libre parcours moyen des électrons. Dans le supraconducteur, cette condition s'écrit $\tau T_c \ll 1$ et elle est donc peu restrictive dans la mesure où la température critique des supraconducteurs usuels ne dépasse que rarement la vingtaine de Kelvin. Mais dans le ferromagnétique, cette

condition devient $\tau h \ll 1$ et restreint donc l'application du formalisme d'Usadel aux ferromagnétiques relativement faibles et/ou très diffusifs. La généralisation des équations d'Usadel au cas des ferromagnétiques forts a été obtenue par Baladié *et al.* [25]. Notons que lorsque le champ d'échange h devient de l'ordre de quelques dizaines de pourcents de l'énergie de Fermi, il est plus commode d'utiliser le formalisme de Bogoliubov-De Gennes (voir travaux de Cayssol et Montambaux [26] ou Radovic *et al.* [27]).

1.3.4 Principaux résultats "usuels"

Les formalismes d'Eilenberger et d'Usadel ont permis dans les deux dernières décennies de mettre en évidence des propriétés spectaculaires des structures hybrides S/F. Bon nombre d'entre elles sont maintenant bien établies tant sur le plan théorique qu'expérimental.

Commençons par citer l'exemple de la température critique supraconductrice. Les nombreux travaux y faisant référence convergent depuis quelques années vers le même résultat: la température critique d'une structure hybride S/F oscille en fonction de l'épaisseur des couches ferromagnétiques. Ces oscillations, ainsi qu'une grande majorité des manifestations de l'effet de proximité S/F, sont directement liées aux oscillations de la fonctions d'onde de paires dans le ferromagnétique. Sur le plan théorique, les oscillations de T_c apparaissent dans de nombreuses géométries différentes: simple bicouche S/F [28], multicouche (S/F) $_n$ [29], en passant par le système F/S/F [30] que nous allons étudier. La physique intéressante de l'effet de proximité se manifeste si les couches supraconductrices sont au maximum d'épaisseur comparable à ξ_s , soit quelques dizaines de nanomètres (50-60nm de niobium dans les multicouches réalisées par Jiang *et al.* [31]). Au delà, les composés S et F sont quasiment découplés. L'amplitude des oscillations dépend de la "force" relative du ferromagnétisme et de la supraconductivité, caractérisée par le rapport h/T_c , et de la transparence des interfaces. La supraconductivité peut être complètement supprimée pour une certaine plage d'épaisseurs d_f de ferromagnétique, puis rétablie pour des épaisseurs plus grandes si l'amplitude des oscillations de T_c est suffisante. Sur le plan expérimental, les oscillations de température critique sont maintenant obtenues de manière reproductible dans des échantillons de constitutions différentes: tricouches CuNi(F)/Nb(S)/CuNi(F) [32] ou Fe(F)/Nb(S)/Fe(F) [15], multicouches Gd(F)/Nb(S) [31].... Notons que l'observation de ce phénomène repose en partie sur l'obtention d'interfaces S/F de grande qualité [30]. Celles-ci sont souvent réalisées à l'aide du procédé de synthèse dit par "magnetron sputtering" [33], les structures hybrides synthétisées par épitaxie à jets moléculaires [34] ne révélant pas d'oscillations de T_c [35].

Une autre propriété intéressante mettant en jeu la température critique se manifeste dans les structures hybrides S/F comprenant au moins deux couches ferromagnétiques. Dans un tel système, l'orientation relative des champs d'échange dans deux couches F successives est un paramètre déterminant pour la température critique. Plus précisément

il s'avère que cette dernière est systématiquement plus grande dans la configuration où les champs d'échange sont antiparallèles que dans celle où ils sont parallèles. Cet effet, appelé effet de *vanne de spin* dans la littérature, se démontre théoriquement aussi bien dans le formalisme quasi-classique [36, 30] que dans le formalisme microscopique [37]. Il semble en outre être indépendant du modèle considéré. Cet effet fut prédit il y a longtemps déjà par De Gennes [38], dans la situation où les couches ferromagnétiques sont isolantes, et observé quelques années plus tard par Deutscher et Meunier [39]. La propriété de vanne de spin est proposée comme point de départ en vue de la réalisation de composants nanoélectroniques utilisant le spin des électrons comme entrée du montage [36, 40]. L'observation expérimentale de ce phénomène dans le cas de couches F conductrices fut reportée plus récemment, entre autres par Gu *et al.* [32] dans un système composé d'une couche supraconductrice de niobium ($18nm$) intercalée entre deux couches ferromagnétiques CuNi ($5nm$).

Dans les structures comprenant au moins deux couches supraconductrices, l'oscillation de la fonction d'onde de paires dans le ferromagnétique donne non seulement lieu aux oscillations de la température critique, mais également à des oscillations du courant critique. En effet, lorsque deux électrodes supraconductrices sont mises en contact (à travers un autre métal ou un isolant), il peut circuler un *courant spontané non dissipatif* sans qu'il n'y ait apparition de différence de potentiel électrique entre les deux électrodes. Il suffit pour cela qu'une différence de phase supraconductrice soit maintenue entre les deux bornes: c'est l'effet Josephson [41]. L'amplitude maximale de ce courant est appelée le *courant critique* de la jonction. Nous reviendrons sur cette notion de manière plus précise dans la Sec.3.3.1. Le courant critique est une donnée importante des systèmes à base de supraconducteurs dans la mesure où il donne une estimation quantitative du courant maximal que l'on peut faire passer dans une jonction supraconductrice sans détruire la supraconductivité. Lorsque les électrodes sont séparées par une fine couche (d'épaisseur $d_f \approx \xi_f$) de matériau ferromagnétique (structure S/F/S), il fut démontré théoriquement (voir [42] pour les travaux pionniers dans la limite tunnel balistique, [43] pour la généralisation au cas diffusif) que le courant critique décroît en oscillant avec l'épaisseur de la couche F. La période caractéristique de ces oscillations est du même ordre de grandeur que celle des oscillations de T_c . Ces prédictions théoriques furent confirmées expérimentalement [44]. Les oscillations de courant critique dans la structure hybride Nb(S)/Al/Al₂O₃/PdNi(F)/Nb(S) (où la couche Al/Al₂O₃ est intercalée dans le but d'améliorer l'affinité chimique Nb et PdNi) observées par Kontos *et al.* [45] sont quantitativement en accord avec les travaux théoriques [46]. Si les interfaces S/F sont de bonne qualité, pour une certaine épaisseur de ferromagnétique le courant critique s'annule puis change de signe si l'on augmente encore d_f . On parle alors de *jonction π* : à l'équilibre thermodynamique, la différence de phase supraconductrice entre les deux électrodes n'est plus

nulle mais égale à π , et ceci se traduit par un changement de sens du courant Josephson. Le couplage π dans les structures hybrides S/F est depuis quelques années l'objet d'une attention particulière de la part de la communauté (voir la revue [47] et ses références, en particulier [46, 48]), et sera au centre du quatrième chapitre de ce rapport. En effet, une jonction S/F/S dans l'état π réalise dans une certaine mesure un système quantique mésoscopique à deux niveaux d'énergie, en d'autres termes un bit quantique. Cette propriété fait des jonctions π un bon point de départ pour la réalisation de nouveaux types de mémoires [49]. La transition entre l'état traditionnel, dans lequel la phase supraconductrice est la même dans les deux couches S, et l'état π fut observée expérimentalement pour la première fois par l'équipe de Ryazanov [50] en 2001. Cette observation fut rendue possible par un choix judicieux de matériau ferromagnétique, en l'occurrence un alliage $\text{Cu}_x\text{Ni}_{1-x}$. L'énergie d'échange y est de l'ordre de la centaine de Kelvin ce qui conduit à une longueur de cohérence ξ_f relativement "grande" ($5\text{nm} < \xi_f < 10\text{nm}$). A l'origine, l'annulation de courant critique observée pour $2d_f = 22\text{nm}$ fut interprétée comme étant la première annulation, celle qui intervient pour l'épaisseur la plus faible de ferromagnétique. On pensait alors avoir observé une transition $0 \rightarrow \pi$. Une étude plus exhaustive de cette structure [51] a permis de montrer qu'il existait une autre annulation de courant critique pour $2d_f = 11\text{nm}$: la transition observée en 2001 était en fait une transition $\pi \rightarrow 0$. Similairement, la transition $0 \rightarrow \pi$ fut observée par Kontos *et al.* [45] dans des jonctions Nb/Al/Al₂O₃/PdNi/Nb. D'après leurs données, ces auteurs ont estimé la transparence des interfaces à environ 16%, et l'énergie d'échange dans les couches ferromagnétiques de PdNi à approximativement 400K. Ces dernières années la jonction π a été envisagée comme brique élémentaire de systèmes hybrides S/F plus complexes. Par exemple, il est en principe possible de réaliser des structures dans lesquelles la phase supraconductrice χ à l'équilibre thermodynamique est quelconque, différente de 0 ou π [52].

Chapitre 2

Transitions S/N du premier ordre dans les tricouches F/S/F de taille nanométrique

Dans un supraconducteur isolé, la transition entre les phases supraconductrice et normale (transition S/N) est du deuxième ordre au sens de Landau. Cependant, lorsque le supraconducteur est soumis à un champ magnétique suffisamment intense (de l'ordre de T_c [53]), cette transition devient du premier ordre à basse température. Du fait de la similarité intuitive entre un supraconducteur soumis à un champ uniforme, et un supraconducteur encadré par deux ferromagnétiques dont les champs d'échange sont parallèles, il est intéressant de vérifier si la transition S/N devient également du premier ordre dans ce dernier cas.

Nous étudions donc dans ce chapitre une structure hybride F/S/F mésoscopique (Fig.2.1) dans laquelle une couche supraconductrice S est encadrée par deux couches ferromagnétiques F. De nombreux travaux sur ce système ont déjà été publiés [25, 36, 40], les résultats majeurs étant regroupés par Buzdin dans la Réf. [47]. En utilisant le formalisme quasi-classique d'Usadel, nous retrouvons dans un premier temps dans ce chapitre certains de ces résultats. Nous approfondissons ensuite les connaissances actuelles sur le modèle F/S/F en établissant les conditions dans lesquelles la transition S/N devient du premier ordre [54].

2.1 Conditions de bord non linéaires aux interfaces S/F et simplification des équations d'Usadel

D'après les résultats expérimentaux [55], la qualité des interfaces S/F influe fortement sur le comportement de la tricouche F/S/F. Dans le formalisme quasi-classique, ces interfaces

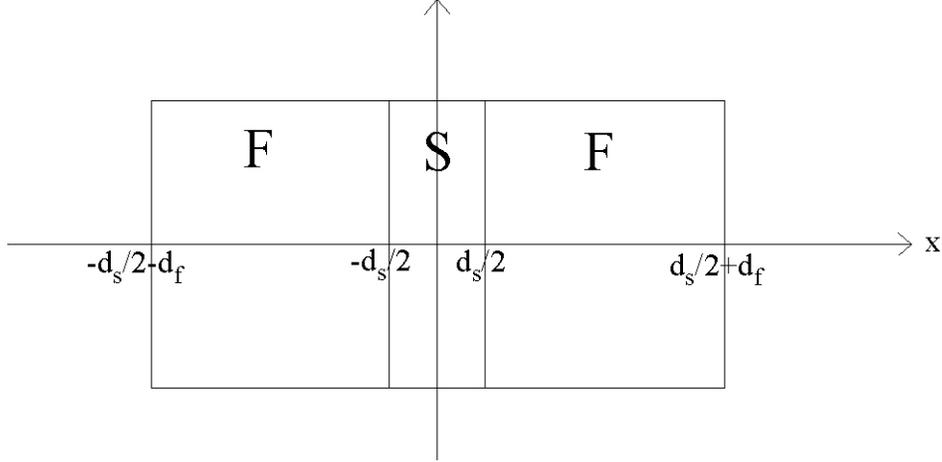


Figure 2.1: *Structure hybride F/S/F. Les épaisseurs d_s et d_f des couches (respectivement supraconductrice et ferromagnétique) sont de l'ordre de grandeur des longueurs de cohérence associées ξ_s et ξ_f .*

sont décrites par des équations de (dis)continuité, dites *conditions limite aux interfaces*, qui portent sur les fonctions d'Eilenberger (ou d'Usadel) supraconductrices et ferromagnétiques et leurs dérivées. Baladié *et al.* [25] ont utilisé les conditions limite aux interfaces de Kupriyanov et Lukichev [56], qui sont linéaires par rapport aux fonctions de Green. Cependant, les équations d'Eilenberger et d'Usadel étant très fortement non-linéaires, il est préférable d'utiliser des conditions non linéaires. C'est d'autant plus nécessaire lorsque, comme ici, l'on examine l'éventualité d'une transition S/N du premier ordre au cours de laquelle le paramètre d'ordre supraconducteur passe discontinûment d'une valeur finie à zéro [54]. Ces conditions furent introduites par Fominov et Feigel'man [57] comme une forme généralisée des équations de Kupriyanov et Lukichev. En numérotant "1" et "2" les deux interfaces du composé F/S/F, les conditions limite aux interfaces généralisées s'écrivent:

$$\begin{aligned}
 \gamma_b \xi_f \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial x} \right)_{(1)} &= \sin(\theta_s - \theta_f) \\
 \gamma_b \xi_f \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial x} \right)_{(2)} &= \sin(\theta_f - \theta_s) \\
 \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial x} \right)_{(1,2)} &= \gamma \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial x} \right)_{(1,2)},
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

où γ est le rapport des conductivités des couches F et S ($\gamma = \sigma_f/\sigma_s$), et où les angles θ_s et θ_f vérifiant

$$\begin{aligned}
 F_{f,s} &= \sin \theta_{f,s} \\
 G_{f,s} &= \cos \theta_{f,s}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

sont introduits en lieu et place des fonctions d'Eilenberger normale (G) et anormale (F) des couches S et F (respectivement indexées par les indices "s" et "f"). Dans l'Eq.(2.1), le paramètre γ_b caractérise la transparence de l'interface [55]:

$$T_r \sim \frac{1}{1 + \gamma_b}, \quad (2.3)$$

et donc l'amplitude des échanges électroniques entre les couches. Dans ce qui suit, c'est le paramètre γ_b qui interviendra dans les calculs, et la notion de transparence d'interface qui sera principalement utilisée dans les discussions. Tout au long de ce chapitre, nous garderons donc à l'esprit qu'une faible transparence est caractérisée par un paramètre γ_b grand, et vice-versa.

Comme nous considérons un système isolé, il n'y a pas de flux d'électrons au niveau des interfaces avec le vide, où nous avons donc:

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial x} (x = \pm (d_f + d_s/2)) = 0. \quad (2.4)$$

Nous nous plaçons dans la limite diffusive. Dans ce contexte le système est décrit par les équations d'Usadel [12]. L'épaisseur d_s de la couche S est supposée faible devant ξ_s . Les couches ferromagnétiques sont d'épaisseur d_f .

Les fonctions G et F sont solution du système d'équations d'Usadel:

$$-D_s \vec{\nabla} \left[G_s \vec{\nabla} F_s - F_s \vec{\nabla} G_s \right] + 2\omega F_s = 2\Delta G_s \quad (2.5)$$

$$F_s^2 + G_s^2 = 1 \quad (2.6)$$

$$-D_f \vec{\nabla} \left[G_f \vec{\nabla} F_f - F_f \vec{\nabla} G_f \right] + 2(\omega + ih)F_f = 0 \quad (2.7)$$

$$F^2 + G^2 = 1 \quad (2.8)$$

où les fréquences de Matsubara $\omega = \pi T(2n + 1)$ déterminent la dépendance des propriétés de la structure avec la température. La forme des équations (2.6) et (2.8) justifie l'introduction des angles θ_f et θ_s (2.3). Dans cette paramétrisation, le système d'équations d'Usadel devient alors un système de deux équations différentielles qui ne sont couplées que via les conditions limite aux interfaces. Pour des raisons évidentes de symétrie, les fonctions θ_f et θ_s ne dépendent que de la coordonnée x suivant la direction normale aux couches. L'équation (2.7) se réduit alors à une simple équation de Sine-Gordon:

$$\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial x^2} - \frac{2(\omega + ih)}{D_f} \sin \theta_f = 0. \quad (2.9)$$

Même dans le cas de faibles polarisations de spin dans les couches F, le champ d'échange h est très supérieur aux températures caractéristiques auxquelles le composé est supraconducteur. Ceci est encore plus vrai lorsque l'on utilise des ferromagnétiques courants comme le fer ou le nickel, métaux dans lesquels le champ d'échange est de l'ordre de $1000K$. Il est donc raisonnable de négliger ω devant h dans l'Eq.(2.9), qui devient alors:

$$\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial x^2} - u^2 \sin \theta_f = 0, \quad (2.10)$$

où u est donné par

$$u = (1 + i) \sqrt{\frac{h}{D_f}} = \frac{(1 + i)}{\sqrt{2}} \frac{1}{\xi_f}. \quad (2.11)$$

Dans le milieu supraconducteur, les équations d'Usadel sont également fortement non-linéaires. Cependant, dans l'hypothèse où l'épaisseur d_s est petite devant la longueur de cohérence supraconductrice, les fonctions de Green F_s et G_s sont presque uniformes et il est suffisant de les développer autour de leurs valeurs respectives F_0 et G_0 au centre de la couche:

$$\begin{aligned} F_s &= F_0 \left(1 + \alpha \frac{x}{\xi_s} + \frac{\beta}{2} \left(\frac{x}{\xi_s} \right)^2 \right) \\ G_s &= G_0 \left(1 + A \frac{x}{\xi_s} + \frac{B}{2} \left(\frac{x}{\xi_s} \right)^2 \right), \end{aligned} \quad (2.12)$$

où les coefficients α et β sont calculés à l'aide des conditions limite aux interfaces. En utilisant ce développement, nous obtenons l'équation d'Usadel linéarisée dans la couche S:

$$\left(\omega - \frac{D_s \beta}{2 \cos \theta_s \xi_s^2} - \frac{D_s \alpha^2 (\sin \theta_s)^2}{4 (\cos \theta_s)^3 \xi_s^2} \right) \sin \theta_s = \Delta \cos \theta_s. \quad (2.13)$$

Dans toute la démarche qui suit, la fonction de Green d'Usadel F_s sera considérée comme uniforme, sauf bien entendu lorsqu'il sera nécessaire d'exprimer sa dérivée; dans ce cas la, l'équation (2.12) sera utilisée.

2.2 Température critique: influence de la transparence d'interface

Les équations d'Usadel simplifiées (2.10) et (2.13) permettent de calculer les valeurs d'équilibre thermodynamique de la plupart des grandeurs accessibles expérimentalement. Dans cette section nous nous concentrons sur la détermination de la température critique supraconductrice dans l'hypothèse où la transition S/N est du deuxième ordre. Le

paramètre d'ordre Δ tend alors vers 0, et l'équation d'autocohérence (1.13) devient:

$$\Delta \ln \left(\frac{T}{T_{c0}} \right) = \pi T \sum_{\omega}^{\omega_D} \left(F_s(\Delta, \omega) - \frac{\Delta}{|\omega|} \right), \quad (2.14)$$

où la somme comprend tous les états participant à l'interaction électron-phonon, pour lesquels les fréquences de Matsubara $\omega = \pi T(2n + 1)$ sont inférieures à la fréquence de Debye. Dans l'Eq.(2.14), T_{c0} désigne la température critique de la couche S isolée, c'est à dire en l'absence d'effet de proximité.

Dans les deux sous-sections qui suivent, nous calculons la température critique supraconductrice pour les configurations parallèle (P) et antiparallèle (AP) des champs d'échange ferromagnétiques. Dans l'hypothèse d'une transition du deuxième ordre, la température critique s'obtient en annulant le terme proportionnel à Δ^2 dans la fonctionnelle d'énergie libre. L'équation d'autocohérence pouvant être interprétée comme l'équation d'état issue de la minimisation de l'énergie libre par rapport au paramètre d'ordre Δ . Il en découle que pour calculer la température critique il est suffisant de connaître une expression de $F_s(\Delta, \omega)$ linéaire en Δ . Cependant, pour remonter à l'ordre de la transition (Sec.2.3), il faut déterminer le signe du coefficient du terme de l'énergie libre proportionnel à Δ^4 , ce qui nécessite un développement à l'ordre de Δ^3 de l'équation d'autocohérence [54]. C'est pourquoi dans ce qui suit nous nous attachons à résoudre les équations d'Usadel à l'ordre de Δ^3 .

2.2.1 Moments ferromagnétiques parallèles

Dans le cas où les moments magnétiques des couches F sont parallèles (les grandeurs correspondant à cette configuration seront reconnaissables à leur exposant "P"), il apparaît que le terme proportionnel à α^2 dans l'Eq.(2.13) est négligeable devant celui proportionnel à β quelles que soient les valeurs des autres paramètres. En ne considérant que ses termes prépondérants, l'équation d'Usadel prend la forme suivante:

$$\left(\omega - \frac{D_s \beta}{2 \cos \theta_s^P \xi_s^2} \right) \sin \theta_s^P = \Delta \cos \theta_s^P, \quad (2.15)$$

et en négligeant les termes correctifs proportionnels à α^2 dans l'expression de $\frac{F_s'}{F_s}$ nous obtenons la valeur du paramètre β

$$\frac{\beta}{\xi_s^2} = \frac{1}{d_s} \left[\left((F_s^P)' / F_s^P \right)_{d_s/2} - \left((F_s^P)' / F_s^P \right)_{-d_s/2} \right] = \frac{-\cos \theta_s^P}{d_s \sin \theta_s^P} \left[\left(\frac{\partial \theta_s^P}{\partial x} \right)_{-d_s/2} - \left(\frac{\partial \theta_s^P}{\partial x} \right)_{+d_s/2} \right]. \quad (2.16)$$

Finalement l'équation d'Usadel s'écrit:

$$(\omega + \tau^{-1}) \sin \theta_s^P = \Delta \cos \theta_s^P, \quad (2.17)$$

où

$$\tau^{-1} = \frac{D_s}{2d_s} \left[\frac{\left(\frac{\partial \theta_s^P}{\partial x} \right)_{-d_s/2} - \left(\frac{\partial \theta_s^P}{\partial x} \right)_{+d_s/2}}{\sin \theta_s^P} \right] \quad (2.18)$$

quantifie comment les paires de Cooper sont détruites par l'effet de proximité: une augmentation de τ^{-1} entraîne une diminution de la fonction d'onde de paires dans le supraconducteur. Le coefficient τ^{-1} est calculé à partir de la solution de l'équation d'Usadel dans le ferromagnétique (2.10) et des conditions limite aux interfaces (2.1). Nous cherchons donc dans un premier temps à résoudre l'Eq.(2.10).

Au voisinage de la température critique la fonction de Green anormale dans le supraconducteur, et donc a fortiori dans le ferromagnétique, est petite devant 1, d'où $\theta_s, \theta_f \ll 1$. L'équation d'Usadel dans le ferromagnétique (2.10) est développée à l'ordre de $(\theta_f)^3$:

$$\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial x^2} - u^2 \left(\theta_f - \frac{(\theta_f)^3}{6} \right) = 0. \quad (2.19)$$

Cette équation est résolue par le biais d'une méthode inspirée de la résolution du problème du pendule non linéaire [58]. Dans la première couche ferromagnétique (située à gauche sur la Fig.2.1), nous obtenons:

$$\begin{aligned} \theta_f &= a \cosh [u(x + d_f + d_s/2)] - \frac{a^3}{16} u(x + d_f + d_s/2) \sinh [u(x + d_f + d_s/2)] \\ &\quad - \frac{a^3}{192} \cosh [3u(x + d_f + d_s/2)], \end{aligned} \quad (2.20)$$

où a est une constante d'intégration. En reportant la solution (2.20), et une forme équivalente de θ_f dans la deuxième couche ferromagnétique, dans les conditions limite aux deux interfaces, nous obtenons la fonction de Green supraconductrice F_s^P sous la forme d'un développement en puissances du paramètre d'ordre Δ :

$$F_s^P = \frac{\Delta^P}{\omega + X_0} - \frac{X_0(\Delta^P)^3}{(\omega + X_0)^4} \frac{\lambda(\gamma_b, d_f)}{M^2(\gamma_b, d_f) \text{sh}(ud_f)} - \frac{1}{2} \frac{(\Delta^P)^3}{(\omega + X_0)^3}. \quad (2.21)$$

Le détail de ce calcul est reporté en Annexe A, ainsi que les définitions des quantités $M(\gamma_b, d_f)$ et $\lambda(\gamma_b, d_f)$. Le paramètre de suppression de paires τ_0^{-1} est donné par $\tau_0^{-1} = \frac{D_s \gamma}{d_s \sqrt{2} \xi_f}$, et de plus nous avons $X_0 = \frac{(1+i) \sinh(ud_f) \tau_0^{-1}}{M(\gamma_b, d_f)}$.

La sommation de l'équation d'autocohérence (2.14) sur les fréquences de Matsubara conduit à l'équation d'état reliant la température aux autres paramètres du modèle à proximité de T_c dans la configuration P:

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{T}{T_{c0}} \right) &= \Psi \left(\frac{1}{2} \right) - \text{Re} \left[\Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{X_0}{2\pi T} \right) \right] - \\ &\quad \text{Re} \left[\frac{X_0}{2\pi T} \frac{\lambda(\gamma_b, d_f)}{6M^2(\gamma_b, d_f) \sinh(ud_f)} \Psi^{(3)} \left(\frac{1}{2} + \frac{X_0}{2\pi T} \right) \right] \left(\frac{\Delta^P}{2\pi T} \right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{4} \text{Re} \left[\Psi^{(2)} \left(\frac{1}{2} + \frac{X_0}{2\pi T} \right) \right] \left(\frac{\Delta^P}{2\pi T} \right)^2, \end{aligned} \quad (2.22)$$

où Ψ désigne la fonction digamma d'Euler [59]. La température critique de la transition S/N du second ordre dans l'alignement parallèle s'obtient en imposant $\Delta^P = 0$ dans l'Eq.(2.22):

$$\ln\left(\frac{T_c^P}{T_{c0}}\right) = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \operatorname{Re}\left[\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{X_0}{2\pi T_c^P}\right)\right] \quad (2.23)$$

L'analyse numérique de cette dernière équation révèle une grande diversité de dépendances $T_c^P(d_f/\xi_f)$. Afin de mettre en exergue l'influence de la transparence d'interface, nous avons reporté sur la Fig.4 (en coordonnées réduites $y = \frac{T_c^P}{T_{c0}}, x = \frac{d_f}{\xi_f\sqrt{2}}$) la température de la transition S/N du second ordre pour différentes valeurs de γ_b et pour $m = [\pi T_{c0}\tau_0]^{-1} = 0.1$ (Fig.2.2), $m = 1$ (Fig.2.3) et $m = 10$ (Fig.2.4).

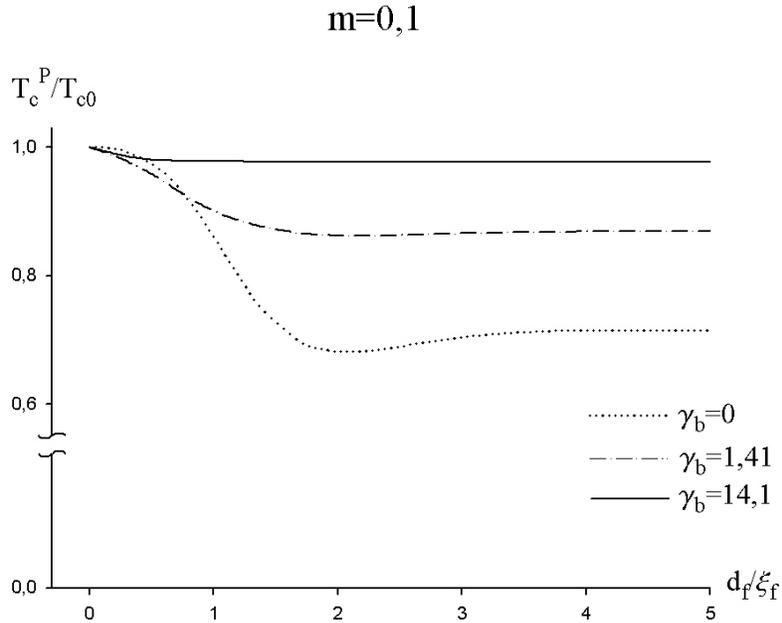


Figure 2.2: Dépendance de T_c^P avec l'épaisseur des couches F pour un paramètre de suppression de paires τ_0^{-1} petit devant T_{c0} , et pour différentes transparences.

Tout d'abord nous remarquons que, contrairement à ce que l'on pourrait intuitivement penser, la température critique augmente avec la transparence d'interface lorsque cette dernière est grande et que l'épaisseur des couches ferromagnétiques est relativement faible. Cet effet est visible sur la Fig.2.2, cependant afin de le mettre plus clairement en évidence nous avons reporté $T_c^P(\gamma_b)$ pour d_f et m fixés sur la Fig.2.5. C'est surprenant dans la mesure où nous nous attendions à ce que des interfaces opaques écrantent plus le champ d'échange ferromagnétique que des interfaces transparentes. Cet effet a déjà été prédit [30], et nous constatons ici que l'usage de conditions limite aux interfaces non linéaires n'apporte pas de changements qualitatifs aux résultats publiés dans ces articles. Il est parfois

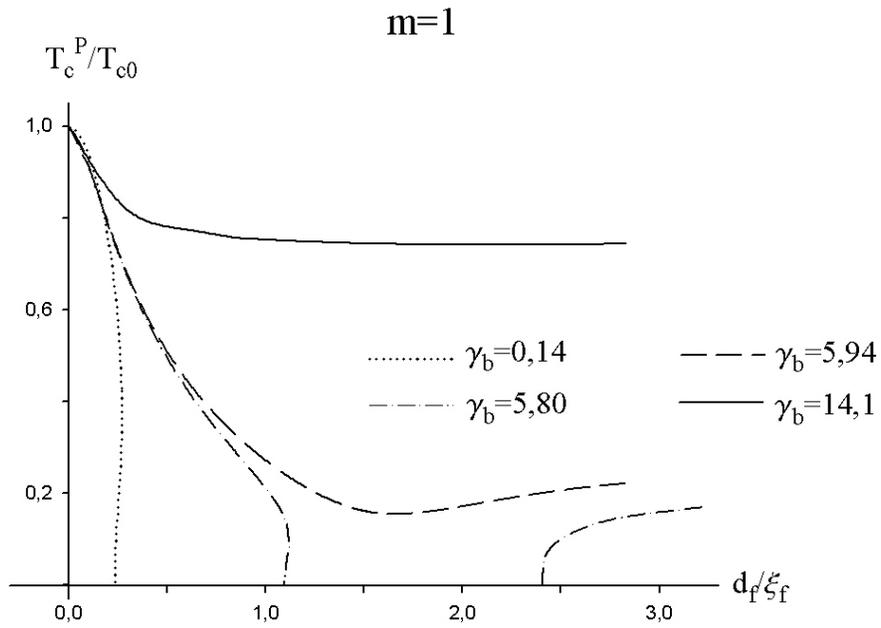


Figure 2.3: Dépendance de T_c^P avec l'épaisseur des couches F pour un paramètre de suppression de paires intermédiaire et pour différentes transparences.

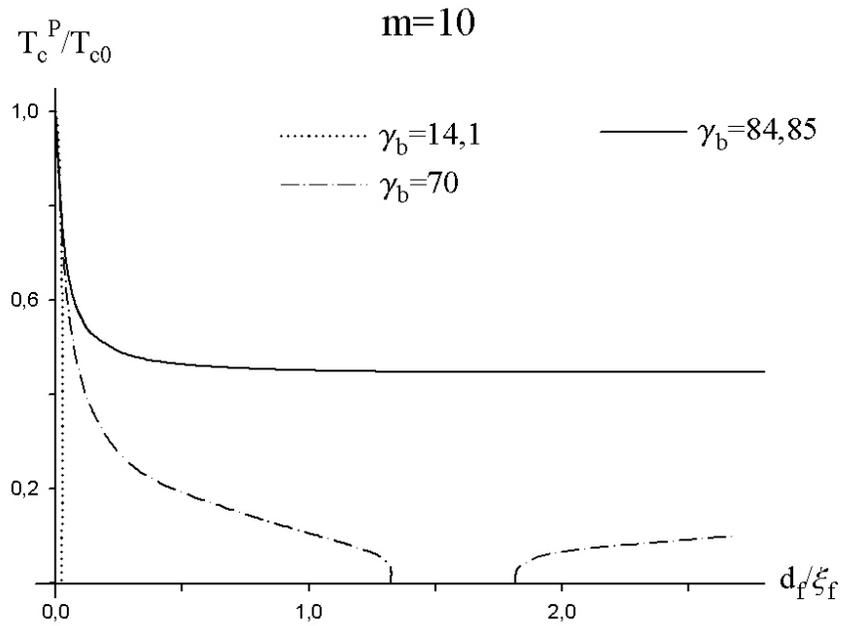


Figure 2.4: Dépendance de T_c^P avec l'épaisseur des couches F pour un paramètre de suppression de paires grand et pour différentes transparences.

attribué à un effet d'interférences constructives entre les fonctions d'onde de paires de Cooper réfléchies aux deux interfaces avec le vide, interférences qui compensent en partie l'effet néfaste du champ d'échange. Lorsque la transparence diminue, ces interférences disparaissent et la température critique diminue donc. Actuellement il n'y a pas de consensus autour de l'interprétation physique de cet effet.

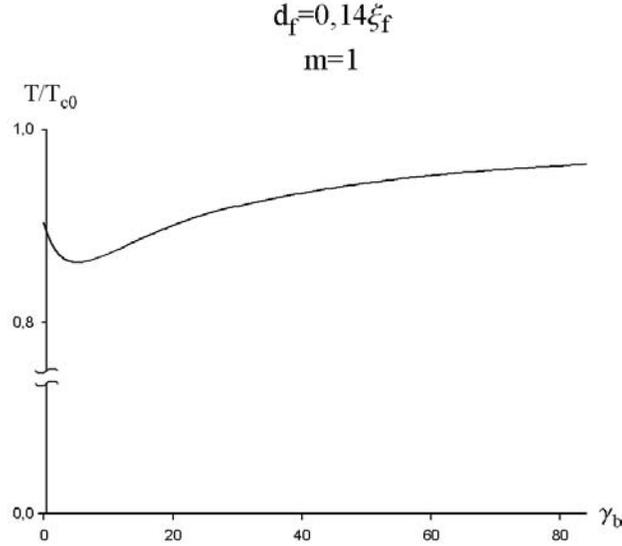


Figure 2.5: Evolution de T_c^P avec la transparence (caractérisée par le paramètre γ_b) et pour une épaisseur de couches F donnée (petite devant ξ_f) et un paramètre τ_0^{-1} intermédiaire (de l'ordre de T_{c0}).

Nous constatons également que lorsque m est suffisamment grand (ce qui correspond en pratique au cas de forts champs d'échange), la température critique est quasiment indépendante de la transparence d'interface, tant que cette dernière n'est pas trop faible. A l'inverse, lorsque m est petit (voir Fig.2.2), la température critique décroît légèrement avec l'épaisseur des couches F , puis devient quasiment indépendante de l'épaisseur d_f et ceci quelle que soit la transparence d'interface [54].

Dans le régime des valeurs intermédiaires de m , la richesse des comportements $T_c^P(\frac{d_f}{\xi_f})$ se manifeste dans une plage réduite de transparence ($1 \leq \gamma_b \leq 6$). Pour $m = 1$, nous remarquons (Fig.2.3) que lorsque les interfaces sont transparentes (γ_b petit), la ligne critique du second ordre ressemble à celle obtenue dans le cas d'un supraconducteur soumis à un champ magnétique. Il est alors prévisible que la transition devienne du premier ordre pour une température suffisamment basse. Lorsque la transparence est plus faible (sur la Fig.2.3 courbe $\gamma_b = 5, 8$), la supraconductivité est tout d'abord supprimée lorsque l'épaisseur des couches F atteint une première valeur critique, puis rétablie lorsque l'on augmente encore d_f . Lorsqu'enfin la transparence d'interface est faible (γ_b grand),

la supraconductivité est maintenue même pour de grandes valeurs de d_f , ce qui n'est pas vraiment surprenant dans la mesure où des interfaces opaques préviennent les échanges électroniques aux interfaces. Il s'en suit alors un découplage des couches S et F.

2.2.2 Moments ferromagnétiques antiparallèles

Considérons maintenant que les champs d'échange dans les deux ferromagnétiques sont antiparallèles. Les grandeurs relatives à cette configuration porteront un exposant "AP". Alors, dans l'Eq.(2.13), les termes proportionnels à β et à α^2 sont du même ordre de grandeur ($\beta \sim \alpha^2 \ll 1$) et nous devons par conséquent considérer l'équation d'Usadel complète:

$$\left(\omega - \frac{D_s \beta}{2 \cos \theta_s^{AP} \xi_s^2} - \frac{D_s \alpha^2 (\sin \theta_s^{AP})^2}{4 (\cos \theta_s^{AP})^3 \xi_s^2} \right) \sin \theta_s^{AP} = \Delta \cos \theta_s^{AP}. \quad (2.24)$$

En utilisant le développement (2.12) de la fonction de Green supraconductrice F_s^{AP} au voisinage de sa valeur moyenne, nous obtenons:

$$\frac{(F_s^{AP})'}{F_s^{AP}} \approx \frac{1}{\xi_s} (\alpha + \beta x / \xi_s - \alpha^2 x / \xi_s). \quad (2.25)$$

Les coefficients α et β sont alors calculés en exprimant la condition (2.25) au niveau des deux interfaces S/F ($x = \pm d_s/2$). En utilisant une démarche similaire à celle utilisée dans le cas où les champs d'échange sont parallèles, nous obtenons une forme simplifiée de l'équation d'Usadel (2.5) dans le supraconducteur:

$$[\omega + \tau_0^{-1} [U(d_f, \gamma_b, \delta) + V(d_f, \gamma_b, \delta) \sin^2 \theta_s^{AP}]] \sin \theta_s^{AP} = \Delta \cos \theta_s^{AP}, \quad (2.26)$$

où U et V sont des fonctions réelles de d_f , γ_b , et $\delta = \frac{d_s \gamma}{\xi_f \sqrt{2}}$ dont les expressions sont reportées en Annexe A. Il découle alors de la sommation de l'équation d'autocohérence (2.14) sur les fréquences de Matsubara l'équation d'état à l'ordre de $(\Delta^{AP})^3$:

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{T}{T_{c0}} \right) &= \Psi \left(\frac{1}{2} \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{\tau_0^{-1} U(d_f, \gamma_b, \delta)}{2\pi T} \right) \\ &\quad - \left[\frac{\tau_0^{-1} V(d_f, \gamma_b, \delta)}{12\pi T} \Psi^{(3)} \left(\frac{1}{2} + \frac{\tau_0^{-1} U(d_f, \gamma_b, \delta)}{2\pi T} \right) \right] \left(\frac{\Delta^{AP}}{2\pi T} \right)^2 \\ &\quad + \left[\frac{1}{4} \Psi^{(2)} \left(\frac{1}{2} + \frac{\tau_0^{-1} U(d_f, \gamma_b, \delta)}{2\pi T} \right) \right] \left(\frac{\Delta^{AP}}{2\pi T} \right)^2. \end{aligned} \quad (2.27)$$

La température critique de la transition S/N du deuxième ordre est donc donnée, dans cette configuration AP, par:

$$\ln \left(\frac{T_c^{AP}}{T_{c0}} \right) = \Psi \left(\frac{1}{2} \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{\tau_0^{-1} U(d_f, \gamma_b, \delta)}{2\pi T_c^{AP}} \right). \quad (2.28)$$

Dans la limite des faibles épaisseurs ($d_f \rightarrow 0$), T_c croît également lorsque la transparence d'interface augmente (voir Fig.2.6). Cet effet semble spécifique aux structures hybrides mettant en jeu des ferromagnétiques. En effet l'étude de l'effet de proximité dans une bicouche S/N dans la limite diffusive pour des transparences relativement importantes [57] ne montre pas un effet similaire: au contraire la température critique diminue avec la transparence. De plus, dans la configuration AP, la température critique diminue monotoniquement lorsque d_f augmente, quelles que soient les valeurs des autres paramètres du modèle.

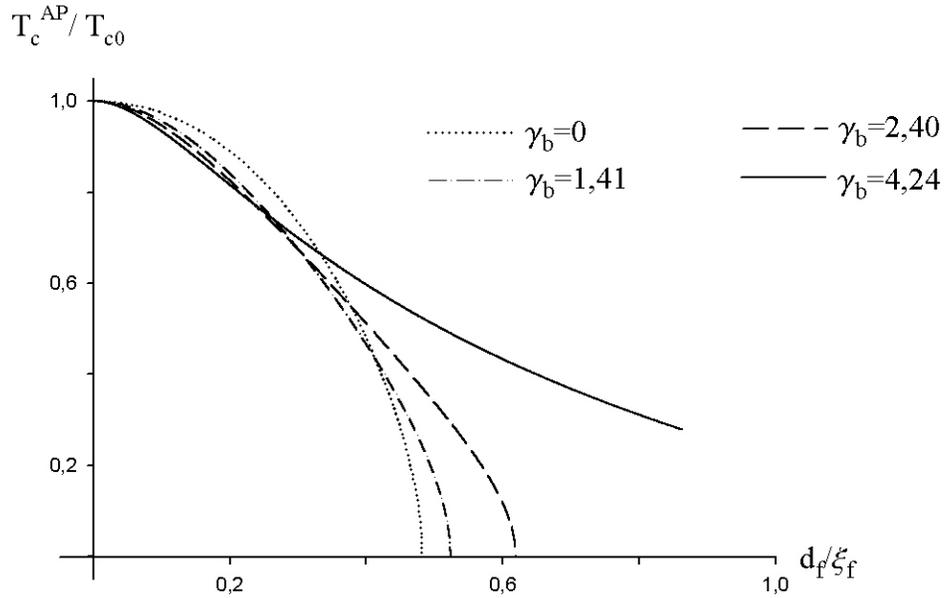


Figure 2.6: Dépendance de T_c^{AP} avec d_f et γ_b . Ici, il nous observons simplement une décroissance monotone de la température critique avec l'épaisseur des couches, quelle que soit la transparence des interfaces.

Finalement nous constatons que lorsque δ est grand, la température critique devient quasiment indépendante de la transparence d'interface. Dans cette limite où la conductivité dans la couche S est beaucoup plus faible que dans les ferromagnétiques, les couches sont partiellement découplées.

2.3 Transitions du premier ordre

Dans la configuration P, nous avons vu dans la Sec.2.2.1 qu'à proximité de la température critique, le paramètre d'ordre supraconducteur et la température sont reliés par la relation:

$$\begin{aligned} & \ln\left(\frac{T}{T_{c0}}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2}\right) + \operatorname{Re}\left[\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{X_0}{2\pi T}\right)\right] + \\ & \operatorname{Re}\left[\frac{X_0}{2\pi T} \frac{\lambda(\gamma_b, d_f)}{6M^2(\gamma_b, d_f) \sinh(ud_f)} \Psi^{(3)}\left(\frac{1}{2} + \frac{X_0}{2\pi T}\right)\right] \left(\frac{\Delta^P}{2\pi T}\right)^2 \\ & - \frac{1}{4} \operatorname{Re}\left[\Psi^{(2)}\left(\frac{1}{2} + \frac{X_0}{2\pi T}\right)\right] \left(\frac{\Delta^P}{2\pi T}\right)^2 = 0. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Le terme proportionnel à $(\Delta^P)^2$ est analogue au terme proportionnel à $|\Psi|^4$ dans la théorie de Ginzburg-Landau (voir Sec.1.3.2). Si le coefficient de $(\Delta^P)^2$ est positif, alors la transition est du deuxième ordre, s'il est négatif elle est du premier ordre.

L'annulation du coefficient du terme proportionnel à Δ^2 dans l'Eq.(2.29) intervient à une température $T_a(d_f/\xi_f)$ qui dépend en particulier de l'épaisseur des couches ferromagnétiques et du champ d'échange. Lorsque cette température égale la température critique, c'est à dire à l'intersection des courbes $T_c^P(d_f/\xi_f)$ et $T_a(d_f/\xi_f)$, la transition devient du premier ordre et la ligne $T_c^P(d_f/\xi_f)$ obtenue dans la Sec.2.2.1 cesse donc d'être la ligne critique. Les traits épais sur la Fig.7 représentent donc des transitions virtuelles qui ne sont pas réalisées.

Sur la Fig.2.7, nous observons tout d'abord que dans le cas où la transparence est proche de 1, la transition est du premier ordre à basse température si m est inférieur à une valeur limite. Cette propriété rappelle le cas du supraconducteur isolé soumis à un champ d'échange Zeeman [60]. Dans ce cas là, la transition S/N devient du premier ordre lorsque le champ d'échange devient de l'ordre de T_{c0} et la température inférieure à $0,56T_{c0}$. De ce point de vue, l'effet de deux champs d'échange parallèles dans les deux couches ferromagnétiques est assez similaire à l'effet d'un champ d'échange moyen agissant sur la couche supraconductrice [54].

Lorsque m ou γ_b augmentent, la température à laquelle la transition devient du premier ordre diminue. Pour des valeurs suffisamment grandes de ces deux paramètres, la transition est même du deuxième ordre à toute température. En effet, pour de grandes valeurs de m le paramètre de suppression de paires τ_0^{-1} est très supérieur au gap supraconducteur, et la structure hybride F/S/F possède donc un comportement très éloigné de celui d'un supraconducteur plongé dans un champ moyen.

Dans la configuration AP, c'est l'équation d'état (2.27) qui permet de déterminer le signe du coefficient proportionnel à $|\Psi|^4$ dans la fonctionnelle d'énergie libre. Il apparaît alors que quelles que soient les valeurs des paramètres du modèle, la transition S/N est toujours du deuxième ordre.

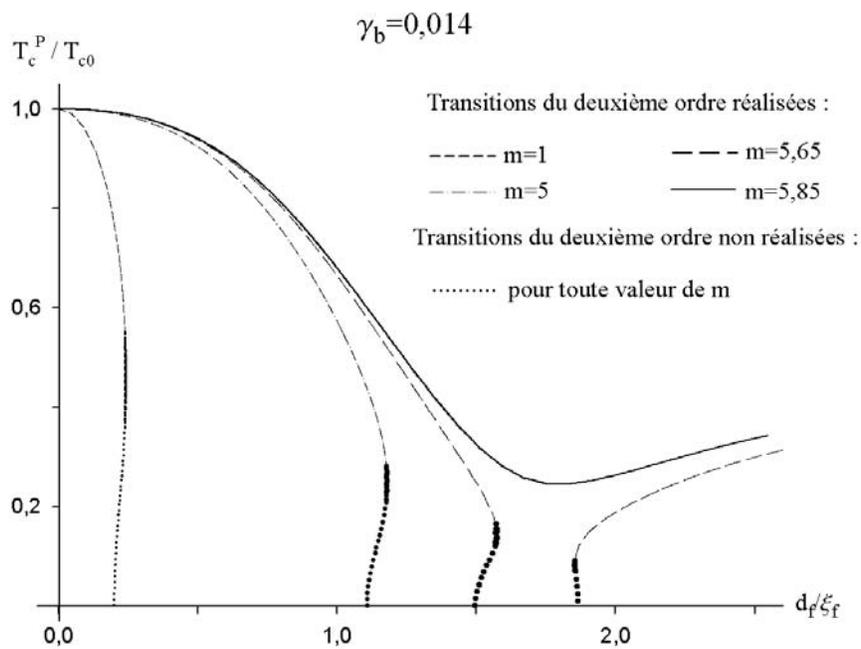


Figure 2.7: *Changement d'ordre de la transition de phase pour $\gamma_b \ll 1$ fixé et différents m . La température à laquelle la transition devient du premier ordre diminue lorsque m augmente. Pour m suffisamment grand la transition est du deuxième ordre à toute température.*

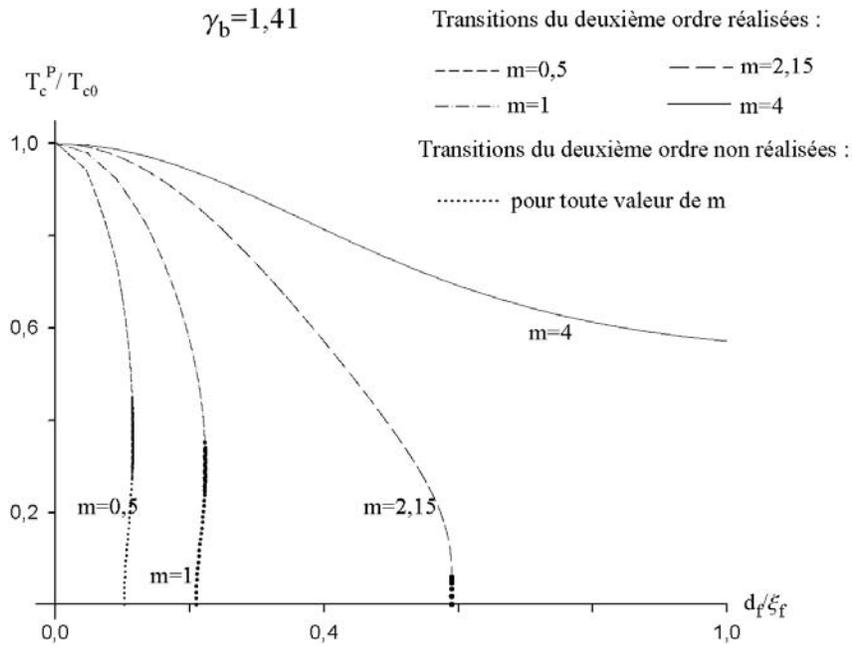


Figure 2.8: *Changement d'ordre de la transition de phase pour γ_b fixé de l'ordre de 1 et différents m . L'effet de décroissance de la température à laquelle la transition devient du premier ordre avec m ne dépend pas qualitativement de la transparence.*

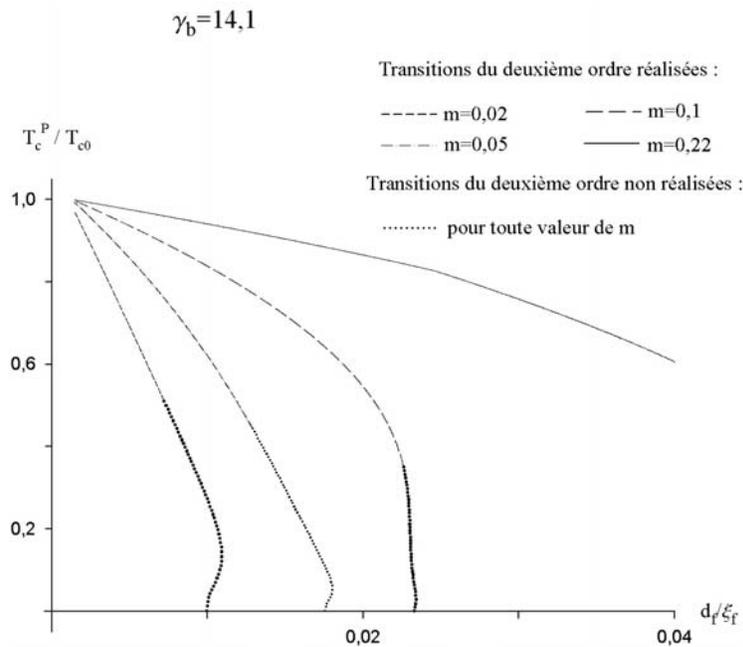


Figure 2.9: *Changement d'ordre de la transition de phase pour $\gamma_b \gg 1$ fixé et différents m . Même en cas de transparence très faible, l'effet souligné sur la Fig.2.7 persiste.*

2.4 Comportement du système à basse température

Dans le cas d'un supraconducteur soumis à un champ externe, la ligne critique du premier ordre se prolonge jusqu'à $T = 0$. Nous nous proposons de vérifier si cette propriété se retrouve de manière analogue dans la structure hybride F/S/F dont les moments ferromagnétiques sont parallèles. Pour ce faire, il est nécessaire de calculer le gap supraconducteur Δ^P à toute température. Malgré les progrès accomplis ces dernières années dans la description théorique des structures hybrides S/F, ce calcul reste impossible à effectuer analytiquement hormis dans le régime des très basses températures. A $T = 0$, les équations d'Usadel (2.10), (2.15) sont inchangées et dans l'équation d'autocohérence la sommation sur les fréquences de Matsubara est remplacée par une intégration [30, 54]:

$$\Delta^P = 2\lambda N(0) \operatorname{Re} \left[\int_0^{\omega_D} \sin(\theta_s^P) d\omega \right] = 2\lambda N(0) \operatorname{Re} \left[\int_{\theta_s^P(\omega_D)}^{\theta_s^P(0)} \sin(\theta_s) \left(-\frac{d\omega}{d\theta_s}\right) d\theta_s \right], \quad (2.30)$$

où $N(0)$ est la densité d'états dans le supraconducteur isolé au niveau de Fermi. A basse température, hormis lorsque le champ d'échange est proche du champ critique, le paramètre d'ordre supraconducteur n'est pas petit et θ_f est solution de l'équation de Sine-Gordon complète (2.10) dont la solution analytique n'est pas connue. Nous nous limitons donc au cas où l'épaisseur des couches F est faible devant la longueur de cohérence magnétique $d_f \ll \xi_f$, de sorte que θ_f ne varie pas trop sur l'épaisseur de la couche. De plus, la transparence sera supposée proche de 1 ($\gamma_b \ll 1$). Le cas général s'obtient numériquement de manière similaire dans le formalisme d'Usadel.

2.4.1 Interfaces S/F parfaitement transparentes: effet de l'épaisseur des couches F

Tout d'abord, nous étudions le cas où les interfaces sont parfaitement transparentes, $\gamma_b = 0$; l'épaisseur des couches F étant petite devant la longueur de cohérence magnétique, θ_f n'est jamais trop éloigné de sa valeur moyenne θ_0 : $\theta_f(x) = \theta_0 + \varepsilon(x)$ où $\varepsilon(x) \ll 1$ en tout point du ferromagnétique. En développant l'équation de sine-Gordon (2.10) au premier ordre en ε nous obtenons:

$$\varepsilon(x) = -\tan \theta_0 + \tan \theta_0 \frac{\cosh[u\sqrt{\cos \theta_0}(x + d_f)]}{\cosh[u\sqrt{\cos \theta_0}d_f]}. \quad (2.31)$$

Aux interfaces, parfaitement transparentes, $\theta_f = \theta_s$ et à l'ordre 3 en d_f/ξ_f l'équation d'Usadel dans le supraconducteur s'écrit alors:

$$(\omega + \tau^{-1}) \sin \theta_s^P = \Delta^P \cos \theta_s^P \quad (2.32)$$

avec

$$\tau^{-1} = \sqrt{2}\tau_0^{-1}i \frac{d_f}{\xi_f} \left(1 - \frac{i}{3} \left(\frac{d_f}{\xi_f} \right)^2 \cos \theta_s^P \right). \quad (2.33)$$

Pour de très faibles épaisseurs de ferromagnétique (on peut alors se limiter au premier ordre en $\frac{d_f}{\xi_f}$), τ^{-1} est imaginaire pur. Dans ce cas, l'équation d'Usadel dans le supraconducteur est identique à celle pour un supraconducteur isolé soumis à un champ magnétique Zeeman effectif $h_{eff} = \tau^{-1}/i = \sqrt{2}\tau_0^{-1}\frac{d_f}{\xi_f}$ [54]. Par analogie, l'équation d'autocohérence admet alors deux branches de solution, $\Delta_1^P(h_{eff})$ et $\Delta_2^P(h_{eff})$ qui se rejoignent lorsque $h_{eff} = \Delta_0$ [54]; on a alors $\Delta_1^P = \Delta_2^P = \Delta_0$. La branche supérieure Δ_1^P correspond à une énergie plus faible que la branche inférieure Δ_2^P . C'est donc elle qui donne la véritable valeur du gap, $\Delta^P = \Delta_0$, qui est indépendant du champ d'échange effectif dans cette limite où les couches F sont très fines devant la longueur de cohérence magnétique ξ_f . Toujours par analogie avec la situation décrite par Abrikosov dans la Réf.[53], le système subit donc une transition du premier ordre dans la phase normale pour $h_{eff} = \Delta_0/\sqrt{2}$. Notons que dans la pratique, la réalisation de cette transition du premier ordre à $h_{eff} = \sqrt{2}\tau_0^{-1}\frac{d_f}{\xi_f} = \Delta_0/\sqrt{2}$ requiert $\tau_0^{-1} \gg \Delta_0$, dans la mesure où nous avons supposé $d_f \ll \xi_f$. Ce régime ne peut être atteint que dans la limite des forts champs d'échange, et dans ce cas la longueur de cohérence ξ_f est très petite: le respect de la condition $\frac{d_f}{\xi_f} \ll 1$ nécessite donc d'avoir des couches F extrêmement fines.

L'expression (2.33) du paramètre de suppression de paires τ^{-1} nous permet d'analyser comment le gap est modifié par l'augmentation de l'épaisseur des couches F, et donc de discuter les situations plus réalistes où τ_0^{-1} est de l'ordre de grandeur de Δ_0 . A l'ordre de $\left(\frac{d_f}{\xi_f}\right)^3$, nous avons

$$\left(-\frac{d\omega}{d\theta_s^P}\right) = \frac{\Delta^P}{\sin\theta_s^P} - \frac{\sqrt{2}}{3}\tau_0^{-1}\left(\frac{d_f}{\xi_f}\right)^3 \sin^2\theta_s^P. \quad (2.34)$$

Dans les systèmes réels, la fréquence de Debye ω_D est très grande devant le gap supraconducteur Δ , et par conséquent $\tan\theta_s^P(\omega_D) \approx \frac{\Delta}{\omega_D}$. Donc θ_s^P est petit et $\theta_s^P(\omega_D) \approx \tan^{-1}\left[\frac{\Delta}{\omega_D}\right] \approx \frac{\Delta}{\omega_D}$.

En l'absence d'effet de proximité, $\tau_0^{-1} = 0$, et $\Delta = \Delta_0$. Nous pouvons donc écrire

$$\Delta_0 = 2\lambda N(0) \operatorname{Re} \left[\int_{\theta_s(\omega_D)}^{\theta_s(0)} \frac{\Delta_0}{\sin\theta_s} d\theta_s \right]. \quad (2.35)$$

La partie divergente de l'intégration (2.30) est régularisée en soustrayant membre à membre les équations (2.30) et (2.35), et nous obtenons l'équation suivante pour le gap supraconducteur:

$$\ln \frac{\Delta^P}{\Delta_0} = \operatorname{Re} \left[\ln \left[\tan\left(\frac{\theta_s^P(0)}{2}\right) \right] \right] - \frac{\sqrt{2}}{6}(\tau_0\Delta^P)^{-1} \left(\frac{d_f}{\xi_f}\right)^3 \operatorname{Re} \left[\theta_s^P(0) - \frac{1}{2} \sin 2\theta_s^P(0) \right], \quad (2.36)$$

où $\theta_s^P(0)$ vérifie: $\tau^{-1} [\theta_s^P(0)] \sin\theta_s^P(0) = \Delta^P \cos\theta_s^P(0)$. En reportant la solution $\theta_s^P(0)$ de cette dernière équation dans l'Eq.(2.36), nous obtenons de manière analogue au cas

du supraconducteur soumis à un champ magnétique Zeeman deux branches de solution $\Delta^P(\frac{d_f}{\xi_f})$ pour le gap supraconducteur. En introduisant les grandeurs sans dimension

$$y = \frac{\Delta}{\Delta_0}, v = \sqrt{2}(\Delta_0\tau_0)^{-1}, \quad (2.37)$$

la branche supérieure du gap, valable pour $y > v\frac{d_f}{\xi_f}$, vérifie:

$$\ln y = -v\frac{\pi}{12y} \left(\frac{d_f}{\xi_f}\right)^3, \quad (2.38)$$

et la branche inférieure, valable pour $y < v\frac{d_f}{\xi_f}$, est donnée par:

$$\ln y = \frac{1}{2} \ln \left[-\sqrt{\left[\frac{d_f}{\xi_f}v\right]^2 - y^2} + \frac{d_f}{\xi_f}v \right] - v\frac{\pi}{24y} \left(\frac{d_f}{\xi_f}\right)^3. \quad (2.39)$$

Par analogie avec le cas du supraconducteur soumis à un champ magnétique, la solution (2.39) correspond à une énergie plus grande que la solution (2.38). Le véritable gap de la structure est donc donné par

$$\ln y = -\sqrt{2}(\Delta_0\tau_0)^{-1} \frac{\pi}{12y} \left(\frac{d_f}{\xi_f}\right)^3 \quad (2.40)$$

Les deux branches de solution $y(d_f/\xi_f) < vd_f/\xi_f$ et $y(d_f/\xi_f) > vd_f/\xi_f$ sont reportées pour différentes valeurs de ν sur la Fig.2.10. Dans la limite des grandes valeurs de ν , le gap décroît de manière monotone avec l'augmentation de l'épaisseur de ferromagnétique.

Nous constatons donc que pour de petites valeurs de $\nu = \sqrt{2}(\Delta_0\tau_0)^{-1}$ (ou en d'autres termes $\tau_0^{-1} \ll T_{c0}$: la condition $\nu \ll 1$ à basse température équivaut à $m \ll 1$, m étant le paramètre introduit dans la Sec.2.2 au voisinage de T_c), l'état supraconducteur est faiblement modifié par la présence des couches ferromagnétiques:

$$\Delta^P \approx \Delta_0 - \frac{D_s\gamma}{d_s\xi_f} \frac{\pi}{12} \left(\frac{d_f}{\xi_f}\right)^3 \approx \Delta_0 - \frac{D_s\gamma d_f^3}{d_s D_f^2} \frac{\pi}{12} h^2 \quad (2.41)$$

Le gap décroît au fur et à mesure que l'épaisseur des couches ferromagnétiques (et/ou le champ d'échange) augmente. Bien que nous n'ayons pas calculé l'énergie correspondant aux deux branches de solution, la similarité entre les courbes présentées sur la Fig.2.10 et celles obtenues dans le cas d'un supraconducteur soumis à un champ magnétique permet de supposer raisonnablement qu'à température nulle la transition S/N est du premier ordre. En première approximation, celle ci se produit lorsque le champ effectif $h_{eff} = \sqrt{2}\tau_0^{-1}\frac{d_f}{\xi_f}$ est proche de $\Delta_0/\sqrt{2}$, soit en d'autres termes $d_f = \frac{\Delta_0}{2\tau_0^{-1}}\xi_f$.

$$\gamma_b=0$$

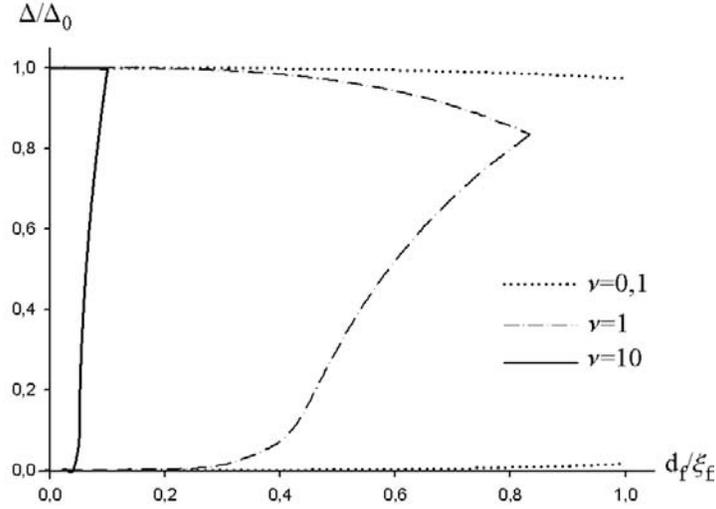


Figure 2.10: Paramètre d'ordre à $T = 0$ et dans la configuration P , en fonction de d_f pour différentes valeurs de ν . Par analogie avec le cas d'un supraconducteur soumis à un champ Zeeman externe, la transition S/N est du premier ordre à $T = 0$. Plus ν augmente, plus elle se produit pour des épaisseurs faibles de ferromagnétique.

2.4.2 Effet d'une baisse de la transparence des interfaces S/F

Dans le cas où la transparence n'est pas strictement égale à 1, γ_b est petit et nous développons les équations du modèle au premier ordre en γ_b , et au troisième ordre en $\frac{d_f}{\xi_f}$. La procédure de calcul est la même que dans la section précédente, cependant, γ_b étant non nul, $\theta_s^P \neq \theta_f$ et il faut utiliser les conditions limite aux interfaces pour calculer τ^{-1} . Il résulte alors de l'intégration de l'équation d'autocohérence (2.30) deux branches de solution pour le gap supraconducteur (voir Fig.2.11), données respectivement, pour $y > \nu \frac{d_f}{\xi_f}$ et $y < \nu \frac{d_f}{\xi_f}$, par

$$\ln y = -v \frac{\pi}{y} \left(\frac{1}{12} \left(\frac{d_f}{\xi_f} \right)^3 + \frac{\gamma_b}{4} \left(\frac{d_f}{\xi_f} \right)^2 \right), \quad (2.42)$$

et

$$\ln y = \frac{1}{2} \ln \left[-\sqrt{\left[\frac{d_f}{\xi_f} v \right]^2 - y^2} + \frac{d_f}{\xi_f} v \right] - v \frac{\pi}{2y} \left(\frac{1}{12} \left(\frac{d_f}{\xi_f} \right)^3 + \frac{\gamma_b}{4} \left(\frac{d_f}{\xi_f} \right)^2 \right). \quad (2.43)$$

A la lecture de ces deux expressions nous constatons premièrement qu'une diminution de la transparence d'interface conduit à une diminution du paramètre d'ordre supraconducteur. Cet effet est de même nature que l'effet de baisse de la température critique avec l'augmentation de γ_b démontré dans la Sec.2.2.1.

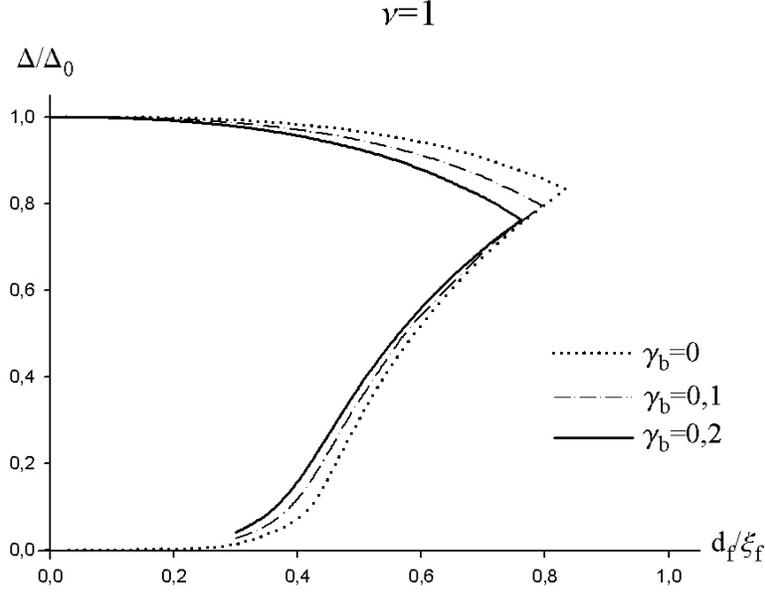


Figure 2.11: Paramètre d'ordre, à $T = 0$ et dans la configuration P , en fonction de d_f pour différentes valeurs de γ_b et $\nu = 1$ fixé. Une diminution de la transparence (augmentation de γ_b) implique une diminution de l'épaisseur critique à laquelle le composé transite dans la phase normale via la transition du premier ordre.

Nous n'avons pas calculé l'énergie correspondant aux deux solutions de l'équation d'autocohérence, cependant il est très vraisemblable que la branche donnant le paramètre d'ordre le plus grand corresponde à l'énergie la plus basse, similairement au cas du supraconducteur dans un champ magnétique. Le véritable gap à température nulle de la structure hybride F/S/F est donc donné par

$$\Delta^P = \Delta_0 - \frac{D_s \gamma \pi}{d_s \xi_f 4} \left[\gamma_b \left(\frac{d_f}{\xi_f} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{d_f}{\xi_f} \right)^3 \right]. \quad (2.44)$$

Sur la Fig.2.11 le gap Δ^P/Δ_0 est représenté en fonction de d_f/ξ_f pour $\nu = 1$ et différentes valeurs de γ_b . Lorsque γ_b augmente, la branche supérieure s'infléchit vers les petits Δ alors que la branche inférieure s'infléchit vers les grands Δ . Il est manifeste que, pour des valeurs suffisamment grandes de γ_b (qui sont cependant hors du domaine de validité du calcul perturbatif effectué ici), le paramètre d'ordre décroît continûment de $\Delta^P = \Delta_0$ à $\Delta^P = 0$ en augmentant d_f . La situation est analogue lorsque c'est le paramètre ν qui devient grand (voir Fig.2.10). Nous en concluons que, de manière analogue à la situation à plus haute température, lorsque les interfaces sont relativement transparentes (γ_b petit) et le paramètre de suppression de paires suffisamment faible (τ_0^{-1} de l'ordre de grandeur de Δ_0 au maximum), la transition est du premier ordre à basse température. Dans tout autre cas, la transition S/N devient vraisemblablement du deuxième ordre [54].

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que lorsque les champs d'échange ferromagnétiques de la structure hybride F/S/F sont parallèles, sous certaines conditions celle-ci s'apparente à un supraconducteur soumis à un champ magnétique. En effet, si la transparence d'interface est assez grande et que le paramètre de suppression de paires τ_0^{-1} est petit devant T_c , la transition entre la phase supraconductrice et la phase métal normal devient du premier ordre pour une épaisseur suffisante de ferromagnétique et/ou un champ d'échange suffisant [54]. Dans le cas d'un supraconducteur soumis à un champ magnétique Zeeman h , c'est lorsque h devient de l'ordre de T_{c0} que la transition devient du premier ordre [60, 53]. A température nulle et dans le cas de fortes transparences d'interface, il existe deux solutions possibles pour le paramètre d'ordre, la plus grande correspondant vraisemblablement à une énergie plus basse. Par analogie avec le cas du supraconducteur soumis à un champ Zeeman, la transition supraconductrice est alors du premier ordre à $T = 0$ pourvu que les interfaces soient suffisamment transparentes: la ligne de transition du premier ordre initiée à relativement haute température se prolonge donc jusqu'à $T = 0$. Lorsque la transparence diminue, le gap devient une fonction monotoniquement décroissante de l'épaisseur des couches ferromagnétiques et passe continûment de $\Delta \approx \Delta_0$ à $\Delta = 0$: la transition est alors du deuxième ordre à $T = 0$. Comme c'est également le cas à plus haute température, il est très probable que la ligne de transition soit du deuxième ordre à toute température, si la transparence est suffisamment faible (en dessous de 80 – 85% en première approximation) et/ou le paramètre de suppression de paires τ_0^{-1} suffisamment grand ($\tau_0^{-1} \gg T_{c0}$).

En revanche, dans la configuration AP, la transition est toujours du deuxième ordre et la température critique supraconductrice décroît monotoniquement lorsque l'épaisseur des couches F augmente.

Dans le même temps, nous avons vérifié que l'utilisation de conditions limite aux interfaces non linéaires ne changeait pas de manière significative les propriétés du sandwich F/S/F, obtenues par Baladié *et al.* [30] à l'aide de conditions linéarisées. Nous avons en particulier vérifié que la température critique augmente avec la transparence d'interface, quelle que soit la configuration des champs d'échange (voir Fig.2.5 dans la configuration P, Fig.2.6 dans la configuration AP). Cet effet est surprenant dans la mesure où nous nous attendions à ce que des interfaces opaques écrantent plus les effets du champ que des interfaces transparentes. Pour qu'il se manifeste, il est nécessaire que les couches F soient minces ($d_f \ll \xi_f$), et que la transparence d'interface soit grande ($\gamma_b \ll 1$).

Chapitre 3

Inversion de l'effet de proximité et ses conséquences

3.1 Modélisation à l'échelle atomique

3.1.1 Systèmes atomiques expérimentaux

Dans le deuxième chapitre, nous avons étudié quelques caractéristiques de l'effet de proximité à l'échelle nanométrique, c'est à dire dans des composés dans lesquels des domaines magnétiques et supraconducteurs alternent avec une périodicité de l'ordre de grandeur de la longueur de cohérence ferromagnétique. Cependant durant les années 80 et 90, de nouveaux composés, au sein desquels les ordres magnétiques et supraconducteurs coexistent à l'échelle de la longueur d'onde de De Broglie, furent synthétisés. L'intérêt principal de ces composés réside dans leur forte température critique, mais sur un plan plus fondamental, dans ces systèmes se pose la question de la coexistence de ces deux ordres antagonistes *à l'échelle atomique*. A titre d'exemple, citons les ruthénocuprates dont la structure est basée sur celle de $\text{RuSr}_2\text{GdCu}_2\text{O}_8$. Dans ce composé, des plans atomiques RuO_2 magnétiquement ordonnés alternent avec des bicouches CuO_2 dans lesquelles réside le condensat supraconducteur [61, 62]. L'ordre magnétique s'établit si la température devient inférieure à la température de Curie de la transition magnétique $T_{Curie} \sim 130 - 140\text{K}$, alors que l'ordre supraconducteur est détruit pour $T > T_c \sim 30 - 50\text{K}$. Dans la phase supraconductrice, les ruthénocuprates sont alors également ordonnés magnétiquement. Durant quelques années, la nature de ce magnétisme est restée mystérieuse: en effet, les mesures d'aimantation indiquaient la présence d'un ordre ferromagnétique dans chacun des plans RuO_2 alors que les données de diffusion de neutrons révélaient elles un ordre antiferromagnétique dans les trois directions de l'espace [63]. Depuis, les mesures de diffusion de neutrons sur $\text{RuSr}_2\text{YCu}_2\text{O}_8$ ont confirmé la présence de l'ordre ferromagnétique au sein même des couches [64]. La présence de supraconductivité *quasi-bidimensionnelle* dans ces

composés fut, elle, confirmée entre autres par les expériences de Nachtrab *et al.* [65] qui révélèrent qu'un cristal isolé de $\text{RuSr}_2\text{GdCu}_2\text{O}_8$ manifestent l'effet Josephson intrinsèque, sur lequel nous reviendrons dans la Sec.3.3. Il est depuis clair que dans de telles structures, la supraconductivité est portée par des plans couplés les uns aux autres par *effet tunnel*.

Les caractéristiques structurales de ces composés, ainsi que leurs propriétés remarquables ont amené les théoriciens à se pencher sur la nature de l'effet de proximité S/F à l'échelle atomique. Cependant, ces matériaux restent encore mal compris, comme en témoigne l'effet de proximité à longue portée, observé dans des multicouches de $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (S) / $\text{La}_x\text{Ca}_{1-x}\text{MnO}_3$ (F) [66, 67]. Ce phénomène échappe pour le moment à la portée des modèles théoriques. La description de l'effet de proximité S/F à l'échelle atomique est par conséquent un enjeu d'avenir pour la physique des hétérostructures supraconductrices.

3.1.2 La supraconductivité dans les systèmes quasi-bidimensionnels

Dans les composés que nous venons de citer, l'anisotropie cristalline est tellement marquée que la longueur de cohérence supraconductrice dépend fortement de la direction cristallographique choisie. En effet, elle peut être jusqu'à dix fois plus grande dans la direction des plans CuO_2 que dans la direction transverse à ces plans. Il s'en suit une grande anisotropie du courant critique. La maille élémentaire du composé comporte deux couches CuO_2 , qui sont d'une part séparées par des atomes de calcium, d'yttrium ..., et d'autre part encadrées par deux blocs contenant des métaux, des terres rares et de l'oxygène. Ces blocs constituent des réservoirs de charges positives, et jouent donc le rôle d'isolants, canalisant le courant suivant la direction des plans CuO_2 . La densité de courant critique est donc beaucoup plus grande suivant la direction de ces plans que suivant la direction normale.

Cette anisotropie facilite néanmoins le travail de modélisation. Le fait que la longueur de cohérence supraconductrice le long de la normale aux plans S soit inférieure à la distance interatomique indique qu'il est peu probable que les paires de Cooper se forment à cheval sur deux couches S, en "empruntant" un électron à chacune des couches. Ceci reste vrai tant que l'échelle d'énergie caractérisant les excitations liées au passage tunnel d'une couche à l'autre, représentée par une constante de couplage t entre les couches dans le hamiltonien de la structure, est très inférieure à l'énergie de Fermi [68]. De ce fait, la supraconductivité peut, sur le plan théorique, être considérée comme bidimensionnelle dans les plans CuO_2 , les échanges d'électrons entre deux couches voisines se faisant par effet tunnel. Ces considérations sont à la base des modèles de structures hybrides S/F à l'échelle atomique que nous étudions dans les deux derniers chapitres.

Du point de vue de la modélisation, la supraconductivité strictement bidimensionnelle ne peut pas en principe être décrite par le formalisme de champ moyen de la théorie BCS. En effet, la transition S/N est dans ce cas infiniment élargie par les fluctuations de phase

[69]. Il est donc nécessaire que le couplage tunnel t entre les couches supraconductrices soit suffisamment important. Lorsque $t \gg T_c \sqrt{T_c/E_F}$, les fluctuations sont limitées à une région du diagramme de phase très restreinte, au voisinage de la ligne critique [70]. Si en revanche $t \ll T_c \sqrt{T_c/E_F}$, le régime de Kosterlitz-Thouless est atteint près de T_c [71] mais l'ordre supraconducteur BCS est restauré en dehors d'un voisinage de la ligne critique défini par la condition

$$(T_c - T)/T_c = (T_c/E_F) \ln(T_c^3/E_F^2 t^2). \quad (3.1)$$

Cette faible divergence logarithmique des fluctuations lorsque $t \rightarrow 0$ indique qu'en pratique un couplage très faible, inférieur à T_c de plusieurs ordres de grandeur, sera suffisant pour que la théorie BCS reste valable.

3.1.3 Travaux pionniers sur l'inversion de l'effet de proximité

Lorsque l'on connecte un supraconducteur et un ferromagnétique, d'une manière générale deux phénomènes distincts viennent perturber l'ordre supraconducteur. D'une part, l'effet paramagnétique détruit les paires de Cooper uniformément dans toute la zone où règne le champ d'échange: c'est un effet propre aux jonctions S/F. D'autre part, à l'interface S/F il y a une diminution locale du paramètre d'ordre supraconducteur consécutive aux réflexions d'Andreev à l'interface. Lorsque les dimensions caractéristiques de la jonction sont de l'ordre de grandeur de ξ_s , ξ_f , l'effet du champ d'échange prédomine et par conséquent le gap supraconducteur est d'autant plus grand que le champ d'échange moyen est petit. Dans le modèle F/S/F, c'est donc dans la configuration AP que le gap supraconducteur est le plus grand, et ceci quelle que soit la température (voir chapitre 2). En revanche, lorsque l'on s'intéresse à l'effet de proximité à l'échelle atomique, les effets liés à la propagation des corrélations supraconductrices dans le(s) ferromagnétique(s) deviennent prépondérants [72, 73]. Dans le but de comprendre les conséquences de la délocalisation des paires de Cooper dans le ferromagnétique sur le paramètre d'ordre supraconducteur, Mélin *et al.* [72, 74, 75] ont proposé différents modèles dans lesquels un matériau supraconducteur est connecté à des électrodes ferromagnétiques microscopiques. En comparant les situations dans lesquelles les électrodes F sont isolantes et métalliques, ces auteurs ont démontré [75] que, dans cette dernière situation uniquement, le gap supraconducteur diminue lorsque deux électrodes F de champs d'échange antiparallèles sont en contact avec un supraconducteur S. Cet effet, qui sera plus tard baptisé *inversion de l'effet de proximité* [76], s'explique simplement dans le cas d'électrodes semi-métalliques, c'est à dire isolantes pour une orientation de spin et métalliques pour l'autre. Dans la configuration AP, les corrélations supraconductrices se délocalisent dans les électrodes F, chaque électron d'une paire de Cooper pouvant trouver une électrode favorable à son orientation de spin [74]. Dans la configuration parallèle, c'est impossible car les deux électrodes F

sont isolantes pour le même électron de la paire. Cette image simple est cohérente avec l'observation d'un effet de proximité standard (gap supraconducteur plus grand dans la configuration antiparallèle) dans le cas où les électrodes sont isolantes.

Dans le contexte des supraconducteurs à haute température critique, il est naturel d'étudier cet effet dans le cadre de modèles dans lesquels le ferromagnétisme n'intervient pas seulement au niveau de "sondes", mais est pleinement intégré à la structure cristallographique du composé. Les premiers travaux entrepris dans ce sens furent l'oeuvre de Buzdin et Daumens [76]. Dans le cadre d'un modèle de vanne de spin F/S/F à l'échelle atomique, ces auteurs vérifièrent que lorsque les couches F sont semi-métalliques ou très faiblement ferromagnétiques, le gap à température nulle est plus grand dans la configuration parallèle, mettant en évidence parallèlement l'existence d'une température de croisement au dessus de laquelle le gap redevient plus grand dans la configuration antiparallèle. Ceci démontre que les effets du champ d'échange restent prépondérants au voisinage de la température critique supraconductrice.

La généralisation de ces résultats au cas de couches F ferromagnétiques métalliques fut entreprise par Feinberg et Mélin [73]. Ces travaux permirent en particulier de mettre en évidence les paramètres importants qui gouvernent l'inversion de l'effet de proximité. Ce sont les rapports t/Δ_0 et h/Δ_0 , où t est la constante de couplage tunnel entre les couches, h le champ d'échange et Δ_0 le gap supraconducteur en l'absence d'effet de proximité ($t = h = 0$). Cependant à cause de problèmes de convergence dans les développements perturbatifs utilisés, aucune évaluation quantitative du gap ne put être obtenue.

Ce troisième chapitre a pour but d'une part de répondre à la question posée par Feinberg et Mélin [73], et d'autre part d'étendre le concept d'inversion de l'effet de proximité au cas où les paramètres d'ordre magnétique et supraconducteur sont portés par la même couche atomique.

3.2 Inversion de l'effet de proximité dans la structure hybride F/S/F

Les modèles de structures hybrides S/F à l'échelle atomique sont en principe nécessaires pour décrire les composés supraconducteurs à haute température critique. Cependant, les connaissances actuelles dans le domaine expérimental et technique permettent de faire croître et d'assembler des films très fins de composition chimique variée. Les processus de déposition sont contrôlés très précisément, au niveau de quelques pourcents d'une monocouche atomique, dans des chambres d'épitaxie à jet moléculaire [77]. Notre étude est en partie motivée par ces progrès techniques et le challenge, à moyen terme, de réaliser des circuits électroniques à l'échelle de l'atome.

Nous commençons par étudier le même système de vanne de spin F/S/F que dans le

deuxième chapitre, mais nous supposons ici que les couches S et F sont des monocouches atomiques. Ce modèle est représenté schématiquement sur la Fig.3.1.

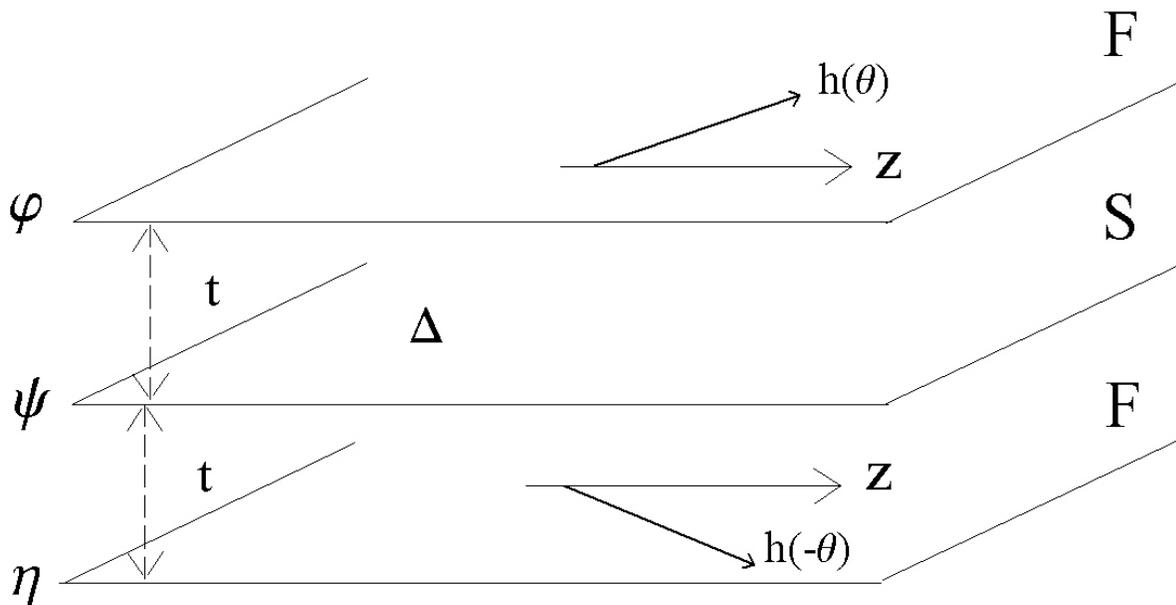


Figure 3.1: *Structure hybride F/S/F à l'échelle atomique. L'axe de quantification z est choisi le long de la bissectrice de l'angle formé par les deux champs d'échange ferromagnétiques.*

3.2.1 Le modèle F/S/F à l'échelle atomique

Cette structure est étudiée dans le formalisme des fonctions de Green dérivé de la théorie BCS standard. Ce formalisme est décrit dans la Sec.1.3.2 de ce rapport de thèse, et dans la Réf. [20]. Les champs d'échange sont considérés comme uniformes et de même intensité dans les deux couches ferromagnétiques. Seules leurs directions différencient les deux couches F. L'axe de quantification est choisi selon la bissectrice de l'angle 2θ formé par les deux champs d'échange (voir Fig.3.1). La partie cinétique du hamiltonien du système est identique dans les trois couches. En d'autres termes la masse effective des électrons est supposée être la même dans les matériaux F et S. Au vu des travaux d'Andreev *et al.* [78] et de ceux plus récents de Buzdin et Daumens [76] le hamiltonien du système se décompose comme

$$H = H_0 + H_{BCS} + H_t^\varphi + H_t^\eta, \quad (3.2)$$

où:

$$H_0 = \sum_p \left[\varphi_\sigma^+(\mathbf{p}) \hat{C}(\theta, \mathbf{p})_{\sigma, \sigma'} \varphi_{\sigma'}(\mathbf{p}) + \eta_\sigma^+(\mathbf{p}) \hat{C}(-\theta, \mathbf{p})_{\sigma, \sigma'} \eta_{\sigma'}(\mathbf{p}) + \xi(\mathbf{p}) \psi_\sigma^+(\mathbf{p}) \psi_\sigma(\mathbf{p}) \right] \quad (3.3)$$

tient compte à la fois de l'énergie cinétique dans les trois couches et du couplage au champ d'échange dans chaque ferromagnétique à travers les matrices $\hat{C}(\pm\theta, \mathbf{p})$ et le spectre $\xi(\mathbf{p})$ indépendant du spin. La forme analytique des matrices

$$\hat{C}(\theta, \mathbf{p}) = \begin{pmatrix} \xi(\mathbf{p}) - h \cos \theta & -h \sin \theta \\ -h \sin \theta & \xi(\mathbf{p}) + h \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

est consécutive au choix de l'axe de quantification. L'opérateur de création (respectivement d'annihilation) d'un électron de spin σ et d'impulsion \mathbf{p} dans la couche supraconductrice ψ est noté $\psi_\sigma^+(\mathbf{p})$ (respectivement $\psi_\sigma(\mathbf{p})$). Les opérateurs création/annihilation sont notés de manière similaire dans les couches ferromagnétiques φ et η . La somme sur les indices de spin répétés σ et σ' est implicite. H_{BCS} est le Hamiltonien décrivant le couplage supraconducteur dans la théorie BCS standard:

$$H_{BCS} = \sum_p [\Delta^* \psi_\downarrow(\mathbf{p}) \psi_\uparrow(-\mathbf{p}) + \Delta \psi_\uparrow^+(\mathbf{p}) \psi_\downarrow^+(-\mathbf{p})], \quad (3.5)$$

et

$$H_t^\varphi = t \sum_p [\varphi_\sigma^+(\mathbf{p}) \psi_\sigma(\mathbf{p}) + \psi_\sigma^+(\mathbf{p}) \varphi_\sigma(\mathbf{p})], \quad (3.6)$$

$$H_t^\eta = t \sum_p [\eta_\sigma^+(\mathbf{p}) \psi_\sigma(\mathbf{p}) + \psi_\sigma^+(\mathbf{p}) \eta_\sigma(\mathbf{p})]. \quad (3.7)$$

représentent l'énergie associée au passage d'un électron d'une couche à l'autre. Notons que, dans ce modèle simple, on ne considère qu'un seul canal électronique dans le couplage des couches entre elles.

Le modèle est résolu exactement en introduisant 8 fonctions de Green [76]:

$$\begin{aligned} G_{\alpha,\beta}^\psi(\mathbf{p}) &= -\langle T(\psi_\alpha(\mathbf{p}), \psi_\beta^+(\mathbf{p})) \rangle & (F^+)_{\alpha,\beta}^\psi(\mathbf{p}) &= +\langle T(\psi_\alpha^+(\mathbf{p}), \psi_\beta^+(-\mathbf{p})) \rangle \\ G_{\alpha,\beta}^\varphi(\mathbf{p}) &= -\langle T(\varphi_\alpha(\mathbf{p}), \varphi_\beta^+(\mathbf{p})) \rangle & G_{\alpha,\beta}^\eta(\mathbf{p}) &= -\langle T(\eta_\alpha(\mathbf{p}), \eta_\beta^+(\mathbf{p})) \rangle \\ E_{\alpha,\beta}^\varphi(\mathbf{p}) &= -\langle T(\varphi_\alpha(\mathbf{p}), \psi_\beta^+(\mathbf{p})) \rangle & (F^+)_{\alpha,\beta}^\varphi(\mathbf{p}) &= +\langle T(\varphi_\alpha^+(\mathbf{p}), \psi_\beta^+(-\mathbf{p})) \rangle \\ E_{\alpha,\beta}^\eta(\mathbf{p}) &= -\langle T(\eta_\alpha(\mathbf{p}), \psi_\beta^+(\mathbf{p})) \rangle & (F^+)_{\alpha,\beta}^\eta(\mathbf{p}) &= +\langle T(\eta_\alpha^+(\mathbf{p}), \psi_\beta^+(-\mathbf{p})) \rangle \end{aligned} \quad (3.8)$$

La possibilité d'un appariement supraconducteur dans l'état triplet [23] est également prise en compte. L'information relative à cet état est contenue dans les termes diagonaux de la fonction de Green anormale $(F^+)^\psi$. En utilisant les relations de base de la mécanique quantique et une transformation de Fourier, nous dégageons un système fermé d'équations mettant en jeu les fonctions de Green définies ci dessus.

Sous forme matricielle ce système s'écrit:

$$\begin{aligned}
(i\omega - \hat{C}(\theta)) E^\varphi - tG^\psi &= 0 \\
(i\omega - \hat{C}(-\theta)) E^\eta - tG^\psi &= 0 \\
G^\eta (i\omega - \hat{C}(-\theta)) - tE^\eta &= \hat{1} \\
G^\varphi (i\omega - \hat{C}(\theta)) - tE^\varphi &= \hat{1} \\
(i\omega - \xi) G^\psi - tE^\varphi - tE^\eta + \Delta \hat{I} (F^+)^\psi &= \hat{1} \\
(i\omega + \hat{C}(\theta)) (F^+)^\varphi + t(F^+)^\psi &= 0 \\
(i\omega + \hat{C}(-\theta)) (F^+)^\eta + t(F^+)^\psi &= 0 \\
(i\omega + \xi) (F^+)^\psi + t(F^+)^\varphi + t(F^+)^\eta - \Delta^* \hat{I} G^\psi &= 0,
\end{aligned} \tag{3.9}$$

où la matrice identité est notée $\hat{1}$, et où \hat{I} est proportionnelle à la seconde matrice de Pauli:

$$\hat{I} = i\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{3.10}$$

Notons que dans le système d'équations (3.9), la dépendance en \mathbf{p} des fonctions de Green, du spectre ξ et des matrices $\hat{C}(\pm\theta)$ est implicite. La résolution exacte du système (3.9) conduit aux expressions suivantes pour les fonctions de Green dans le supraconducteur:

$$(F^+)^\psi = \Delta^* \begin{pmatrix} 0 & \frac{-1}{|\Delta|^2 + (\alpha+\beta)^*(\alpha-\beta)} \\ \frac{1}{|\Delta|^2 + (\alpha+\beta)(\alpha-\beta)^*} & 0 \end{pmatrix}, \tag{3.11a}$$

$$G^\psi = \begin{pmatrix} \frac{(\alpha-\beta)^*}{(\alpha+\beta)^*(\alpha-\beta)^* + |\Delta|^2} & 0 \\ 0 & \frac{(\alpha+\beta)^*}{(\alpha-\beta)^*(\alpha+\beta)^* + |\Delta|^2} \end{pmatrix}, \tag{3.11b}$$

où

$$\begin{aligned}
\alpha &= (i\omega - \xi) \left(1 - \frac{2t^2}{(i\omega - \xi)^2 - h^2} \right) \\
\beta &= \frac{2ht^2 \cos \theta}{(i\omega - \xi)^2 - h^2}.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Les fonctions de Green dans les couches ferromagnétiques sont obtenues de manière similaire à l'aide des mêmes coefficients.

On remarque que les composantes diagonales de $(F^+)^\psi$ sont nulles. En conséquence il n'y a pas d'appariement supraconducteur dans l'état triplet. Cette propriété n'est pas inhérente à la nature quasi-bidimensionnelle de la couche supraconductrice, mais résulte plutôt de propriétés de symétrie. En effet, Fominov *et al.* [79] ont démontré que, dans un système similaire (formé d'une couche S intercalée entre deux ferromagnétiques), mais

d'épaisseur grande devant la distance interatomique, la composante triplet disparaît le long de l'axe de symétrie miroir du système. Dans le système de couches atomiques que nous étudions, le plan S entier joue le rôle d'axe de symétrie miroir et il est donc naturel d'observer l'absence d'appariement triplet.

Par la suite nous déterminons les propriétés supraconductrices du système à l'aide de ces fonctions de Green et de l'équation d'autocoherence (2.14), que nous rappelons ci dessous:

$$\ln \left(\frac{T_c}{T_{c0}} \right) = 2T_c \sum_{\omega \geq 0} \left[\int d\xi \operatorname{Re} \frac{(F^+)_{\downarrow\uparrow}^\psi}{\Delta^*} - \frac{\pi}{\omega} \right], \quad (3.13)$$

T_{c0} étant comme précédemment la température critique en l'absence d'effet de proximité, c'est à dire pour $h = t = 0$.

3.2.2 Résolution exacte; effet de vanne de spin à l'échelle atomique

Dans cette section nous calculons la température critique de la transition du second ordre entre la phase supraconductrice et la phase métal normal. A proximité de cette transition, le paramètre d'ordre supraconducteur est petit et la fonction de Green anormale (3.11a) peut être linéarisée par rapport à Δ . Ses pôles sont alors déterminés exactement, et sous forme factorisée $(F^+)_{\downarrow\uparrow}^\psi$ s'écrit:

$$\frac{(F^+)_{\downarrow\uparrow}^\psi}{\Delta^*} = \sum_{i,j=1..3} \frac{A_i A_j}{(z - z_i)(\bar{z} + z_j)}, \quad (3.14)$$

où la variable complexe z est définie par $z = i\omega - \xi$ ($\bar{z} = -i\omega - \xi$). Les trois pôles z_j sont réels et donnés par:

$$z_j = 2 \left(\frac{h^2 + 2t^2}{3} \right)^{1/2} \cos(\phi/3 + 2j\pi/3), \quad (3.15)$$

où le paramètre ϕ vérifie:

$$\cos \phi = t^2 h \cos \theta \left(\frac{3}{h^2 + 2t^2} \right)^{3/2}. \quad (3.16)$$

L'analyse de l'Eq.(3.15) montre que $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. Les coefficients A_j qui apparaissent lors de cette décomposition s'expriment à l'aide des z_j :

$$A_j = \frac{z_j^2 - h^2}{\prod_{k \neq j}^{k=3} (z_j - z_k)}. \quad (3.17)$$

En utilisant l'expression factorisée (3.14), l'intégration de l'équation d'autocoherence (3.13) par rapport au spectre ξ , et sa sommation sur les fréquences de Matsubara ω

sont effectuées analytiquement. Nous aboutissons finalement à l'équation suivante pour la température critique supraconductrice:

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = \Psi(1/2) - \frac{1}{2} \sum_{j,k=1..3} A_j A_k \left[\Psi\left(1/2 + i\frac{z_j + z_k}{4\pi T_c}\right) + \Psi\left(1/2 - i\frac{z_j + z_k}{4\pi T_c}\right) \right], \quad (3.18)$$

équation qui permet en principe de calculer numériquement T_c pour un champ d'échange h et une constante de couplage t quelconques. Analytiquement, nous nous sommes limités au cas de couches faiblement couplées entre elles, $t \ll h, T_{c0}$. Dans bon nombre de systèmes expérimentaux cette approximation semble raisonnable, bien que souvent la constante de couplage ne soit pas mesurable. Dans ce qui suit la relation (3.18) est simplifiée dans cette limite, dans un premier temps en considérant le cas de forts champs d'échange $h \gg T_{c0}$ et dans un deuxième temps le cas $h \ll T_{c0}$.

i) Dans le cas $t \ll T_{c0} \ll h$, nous obtenons:

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = -4\frac{t^2}{h^2} \left[\gamma + \ln\frac{h}{\pi T_c} + t^2 \frac{7\zeta(3) \cos^2 \theta}{(2\pi T_c)^2} \right], \quad (3.19)$$

où $\gamma \approx 0,577$ est la constante d'Euler. Nous constatons que la température critique dépend de l'orientation relative des champs d'échange dans les couches F: elle est plus grande s'ils sont antiparallèles que s'ils sont parallèles. La différence de température critique entre ces deux configuration se manifeste à l'ordre 4 de t^4 :

$$\delta T = T_c^P - T_c^{AP} = -\frac{7\zeta(3)}{\pi^2} \frac{t^4}{h^2 T_{c0}^2}. \quad (3.20)$$

Nous retrouvons ici l'effet de vanne de spin [80]. Cet effet semble très général et apparaît dans de nombreuses structures hybrides S/F [47]. Il peut se comprendre en considérant que le champ d'échange moyen agissant sur le supraconducteur est nul dans la configuration AP et maximal dans la configuration P. En conséquence, les propriétés supraconductrices et tout particulièrement la température critique sont moins affectées par le champ d'échange dans la configuration AP. Bien que l'effet soit très faible (de l'ordre de $\frac{t^4}{h^2 T_{c0}^2}$) il fut mis en évidence expérimentalement, entre autres par Gu *et al.* [32] dans le composé CuNi(15nm)/Nb(8nm)/CuNi(15nm). Ces auteurs ont observé que la résistance de la structure chute de 25%, pour $T \approx T_c$, lorsque le système est basculé de l'alignement P vers l'alignement AP. Dans la phase normale (*i.e.* pour $T > T_c$), une telle chute est absente. Notons que dans les échantillons utilisés dans la Réf.[32], les couches sont trop épaisses pour que leurs propriétés soient quantitativement en accord avec les résultats que nous obtenons dans ce modèle de couches atomiques.

ii) Dans le cas $t \ll h \ll T_{c0}$, le terme logarithmique disparaît, et la température

critique est donnée par:

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = -\frac{7\zeta(3)t^2}{(2\pi T_c)^2} + \frac{1}{(2\pi T_c)^4} \left[62\zeta(5)t^4 + \frac{31}{4}\zeta(5)t^2h^2 \right] - \frac{127\zeta(7)}{(2\pi T_c)^6} \left[\frac{t^2h^4}{16} + \frac{t^4h^2}{16}(11 + 45\cos 2\theta) \right]. \quad (3.21)$$

L'effet de vanne de spin se manifeste là encore à l'ordre de t^4 :

$$\delta T = \frac{-1397h^2t^4}{512(\pi T_c)^6} \zeta(7). \quad (3.22)$$

Les expressions (3.19) et (3.21) généralisent à une orientation relative quelconque des champs d'échange les résultats obtenus dans les configurations P et AP à cette échelle atomique par Baladié et Buzdin [30] dans le cadre d'un modèle de multicouche S/F, et par Buzdin et Daumens [76] dans le cadre du modèle F/S/F.

3.2.3 Comportement à $T=0$; calcul du paramètre d'ordre

Une conséquence directe de cet effet de vanne de spin est qu'à proximité de la température critique, le paramètre d'ordre supraconducteur est plus grand dans la configuration AP. L'objet de cette section est de vérifier dans quelle mesure ceci reste vrai lorsque l'on diminue la température. Nous calculons donc le paramètre d'ordre à toute température dans les configurations P et AP. Pour ce faire, il est nécessaire de résoudre l'équation d'autocohérence pour un paramètre d'ordre $\Delta(T)$ arbitraire. Afin de simplifier cette analyse nous considérons dès le départ l'hypothèse d'un faible couplage entre les couches: $t \ll \Delta_0$, où Δ_0 est le paramètre d'ordre supraconducteur à $T = 0$ en l'absence d'effet de proximité ($h = t = 0$). Cette condition va de pair avec une condition sur le champ d'échange [80]:

$$\frac{t^2}{\Delta_0} \ll h \ll \frac{\Delta_0^2}{t}. \quad (3.23)$$

Similairement, à température non nulle nos résultats s'appliqueront dans la limite:

$$T \gg t \quad (3.24)$$

Commençons par calculer le paramètre d'ordre $\Delta(T = 0)$: la sommation sur les fréquences de Matsubara est remplacée par une intégration, et l'équation d'autocohérence devient:

$$\Delta^* = |\lambda| N_{2D}(0) \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} \left[(F^+)_{\uparrow\uparrow}^{\psi}(\omega, \xi, \Delta, t, h) \right] d\xi, \quad (3.25)$$

où la fonction de Green anormale est donnée par (3.11a), et où $N_{2D}(0)$ est la densité d'états dans le supraconducteur quasi-bidimensionnel au niveau de Fermi.

Dans un premier temps nous étudions le cas le plus simple où le champ d'échange est nul, $h = 0$. Dans ce cas, naturellement $(F^+)_{\downarrow\uparrow}^\psi$ ne dépend plus de l'orientation relative des champs:

$$\frac{(F^+)_{\downarrow\uparrow}^\psi(\omega, \xi, \Delta, t, h = 0)}{\Delta^*} = \frac{\xi^2 + \omega^2}{(\xi^2 + \omega^2)(\xi^2 + \omega^2 + |\Delta|^2) - 4t^2(\xi^2 - \omega^2) + 4t^4}. \quad (3.26)$$

Pour simplifier le calcul, nous introduisons un nouveau système de coordonnées:

$$\xi = \sqrt{\rho} \cos \varphi \quad \omega = \sqrt{\rho} \sin \varphi, \quad (3.27)$$

que par abus de langage nous nommerons "polaires". En commençant par intégrer l'équation d'autocohérence (3.25) par rapport à la variable radiale ρ , dans la limite $t \ll \Delta_0$ la correction dominante, dûe au couplage seul, du paramètre d'ordre à $T = 0$ s'écrit:

$$\frac{\Delta - \Delta_0}{\Delta_0} \approx \frac{8t^4}{\Delta_0^4} \ln \frac{t}{\Delta_0}, \quad (3.28)$$

Nous verrons dans la prochaine section que lorsque le champ d'échange est non nul, cette intégration n'est pas aussi simple et nécessite l'introduction d'une limite inférieure (*cutoff*) à l'intervalle d'intégration [80]. Le résultat exact obtenu pour $h = 0$ nous permet de donner un ordre de grandeur réaliste de ce cutoff. Il faut pour cela calculer la correction (3.28) d'une autre manière.

Le résultat de l'intégration (3.25) ne doit pas dépendre de l'ordre chronologique dans lequel sont effectuées les intégrations sur ρ et φ . En faisant d'abord l'intégration par rapport à la variable angulaire φ , à l'ordre de t^4 nous obtenons:

$$\ln \frac{\Delta}{\Delta_0} = 2t^4 \int_0^\infty \frac{\rho - |\Delta|^2}{\rho(\rho + |\Delta|^2)^3} d\rho, \quad (3.29)$$

Cette intégrale possède une singularité en $\rho = 0$. Pour régulariser cette intégrale il est nécessaire d'introduire artificiellement un cutoff ε_0 . Le terme dominant de l'Eq.(3.29) est alors

$$\ln \frac{\Delta}{\Delta_0} = \frac{2t^4}{\Delta_0^4} \ln \left[\frac{\varepsilon_0}{\Delta_0^2} \right], \quad (3.30)$$

les autres termes étant au mieux proportionnels à $t^4 \varepsilon_0$ et donc négligeables devant celui ci. Afin de retrouver l'expression exacte (3.28) nous devons avoir:

$$\varepsilon_0 = t^4 / \Delta_0^2. \quad (3.31)$$

En présence de champs d'échange d'orientation relative quelconque dans les couches ferromagnétiques, l'équation d'autocohérence ne peut être intégrée que numériquement,

même à température nulle. Nous nous limitons donc à l'étude des deux orientations particulières P(*i*) et AP(*ii*).

i) Dans la configuration P, la fonction de Green anormale (3.11a) est donnée par:

$$\frac{(F^+)_{\downarrow\uparrow}^{\psi}(\omega, \xi, \Delta^P, t, h)}{(\Delta^P)^*} = \frac{1}{\frac{[(i\omega - \xi)(i\omega - \xi + h) - 2t^2][(-i\omega - \xi)(-i\omega - \xi - h) - 2t^2]}{(i\omega - \xi + h)(-i\omega - \xi - h)} + |\Delta^P|^2}. \quad (3.32)$$

Dans les variables polaires (3.27), l'intégration sur φ donne:

$$\begin{aligned} \ln \frac{\Delta^P}{\Delta_0} &= -\frac{2t^2}{h^2} \int_0^{\rho_1} \frac{\rho}{(\rho + |\Delta^P|^2)^2} d\rho \\ &+ \frac{2t^4}{h^4} \int_0^{\rho_1} \frac{6\rho^2(\rho + h^2) - h^4(\rho - \Delta_0^2)}{(\rho + h^2)(\rho + \Delta_0^2)^3} d\rho \\ &+ 2t^4 \int_{\rho_1}^{\infty} \frac{(\rho - \Delta_0^2)}{(\rho + h^2)(\rho + \Delta_0^2)^3} d\rho, \end{aligned} \quad (3.33)$$

où le paramètre ρ_1 est une fonction de h et t . Dans la limite $t \ll h, \Delta_0$ ce paramètre s'écrit:

$$\rho_1 \approx h^2 \left(1 + \frac{4t^2}{\Delta_0^2 + h^2} \right), \quad (3.34)$$

L'intégration par rapport à ρ est alors réalisée analytiquement et l'on obtient le paramètre d'ordre dans la configuration P en fonction de h, t et Δ_0 à l'ordre de t^4 :

$$\begin{aligned} \ln \frac{\Delta^P}{\Delta_0} &= \frac{2t^2}{h^2} \left[\frac{h^2}{h^2 + |\Delta^P|^2} + \ln \frac{|\Delta^P|^2}{h^2 + |\Delta^P|^2} \right] - \frac{8t^4 h^2}{(h^2 + \Delta_0^2)^3} \\ &- \frac{12t^4}{h^4} \left[\frac{h^2(3h^2 + 2\Delta_0^2)}{2(h^2 + \Delta_0^2)^2} + \ln \frac{\Delta_0^2}{h^2 + \Delta_0^2} \right] \\ &+ \frac{2t^4}{(h^2 + \Delta_0^2)^2} \left[1 + g \left(\frac{\Delta_0^2 - h^2}{\Delta_0^2 + h^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.35)$$

où $g(x) = (\ln(1 - x^2) + x^2)/x^3$. Notons que lorsque le champ d'échange devient faible, c'est à dire pour $h \rightarrow t^2/\Delta_0$, le paramètre ρ_1 est de l'ordre de t^4/Δ_0^4 et les termes provenant de l'intégration sur $[0, \rho_1]$ deviennent négligeables devant ceux issus des intégrations sur $[\rho_1, \infty[$. L'expression (3.33) prend alors la forme:

$$\ln \frac{\Delta^P}{\Delta_0} = 2t^4 \int_0^{\infty} \frac{\rho - \Delta_0^2}{(\rho + h^2)(\rho + \Delta_0^2)^3} d\rho, \quad (3.36)$$

où la correction du gap à l'ordre de t^2 a disparu. Ce résultat est en accord avec celui obtenu en l'absence pure et simple de champ d'échange. D'un autre côté, si h devient très faible, l'intégrale (3.36) diverge à cause du facteur $(\rho + h^2)$ au dénominateur de l'intégrand. Et donc, comme dans le cas $h = 0$, il est nécessaire d'introduire artificiellement un cut-off de manière à régulariser l'intégrale (3.36), est la borne naturellement choisie est ε_0 .

L'Eq.(3.36) mène alors à l'expression (3.28) obtenue dans le paragraphe précédent pour le paramètre d'ordre, ce qui assure la continuité entre le régime $h = 0$ et le régime où h est très faible mais pas strictement nul.

ii) Dans la configuration AP, la fonction de Green anormale devient

$$\frac{(F^+)_{\downarrow\uparrow}^{\psi}(\omega, \xi, \Delta^{AP}, t, h)}{(\Delta^{AP})^*} = \frac{1}{\frac{(\xi^2 + \omega^2)((\xi^2 + \omega^2)^2 - 2(\xi^2 - \omega^2)(h^2 + 2t^2) + (h^2 + 2t^2)^2)}{(\xi^2 + \omega^2)^2 - 2(\xi^2 - \omega^2)h^2 + h^4} + |\Delta^{AP}|^2}. \quad (3.37)$$

L'équation d'autocohérence (3.25) est intégrée en suivant une procédure similaire à celle suivie dans le cas de champs d'échange parallèles. Il résulte de cette procédure l'équation suivante pour le gap Δ^{AP} :

$$\begin{aligned} \ln \frac{\Delta^{AP}}{\Delta_0} &= \frac{2t^2}{h^2} \left[\frac{h^2}{h^2 + |\Delta^{AP}|^2} + \ln \frac{|\Delta^{AP}|^2}{h^2 + |\Delta^{AP}|^2} \right] \\ &- \frac{4t^4}{h^4} \left[\frac{h^2(3h^2 + 2\Delta_0^2)}{2(h^2 + \Delta_0^2)^2} + \ln \frac{\Delta_0^2}{h^2 + \Delta_0^2} \right] \\ &+ \frac{2t^4}{(h^2 + \Delta_0^2)^2} \frac{\Delta_0^2 - h^2}{\Delta_0^2 + h^2} \ln \left[\frac{\Delta_0 \varepsilon_h}{h(h^2 + \Delta_0^2)} \right] \\ &+ \frac{t^4}{(h^2 + \Delta_0^2)^2} \left[3 \frac{\Delta_0^2 - h^2}{\Delta_0^2 + h^2} + g \left(\frac{\Delta_0^2 - h^2}{\Delta_0^2 + h^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.38)$$

où le cutoff

$$\varepsilon_h = \frac{t^4}{(h^2 + \Delta_0^2)} \quad (3.39)$$

a été introduit afin de régulariser la divergence de l'équation d'autocohérence lorsque $\rho \rightarrow h^2$. ε_h généralise au cas d'un champ d'échange quelconque le cutoff ε_0 introduit dans le cas $h = 0$, ce dernier (déterminé par le calcul) justifiant la forme mathématique et l'ordre de grandeur de ε_h .

A l'ordre de t^2 , le gap est le même dans les deux alignements, et est noté Δ . Dans la limite des forts champs d'échange (voir Fig.3.2), nous constatons que Δ tend vers Δ_0 : ceci est dû au fait que la constante de couplage effective (proportionnelle à t^2/h^2) diminue lorsque le champ d'échange augmente. Par conséquent le paramètre d'ordre supraconducteur est moins sensible à la proximité du ferromagnétisme. Cette disparition du couplage effectif lorsque le champ d'échange devient très grand se manifeste également au niveau de la température critique (voir Sec.3.2.2, Eq.(3.19)). L'effet de l'interaction entre les champs d'échange ferromagnétiques dans les deux couches F est apparaît à l'ordre de t^4 , auquel les deux configurations P et AP se distinguent. En utilisant les équations (3.35) et (3.38) nous obtenons:

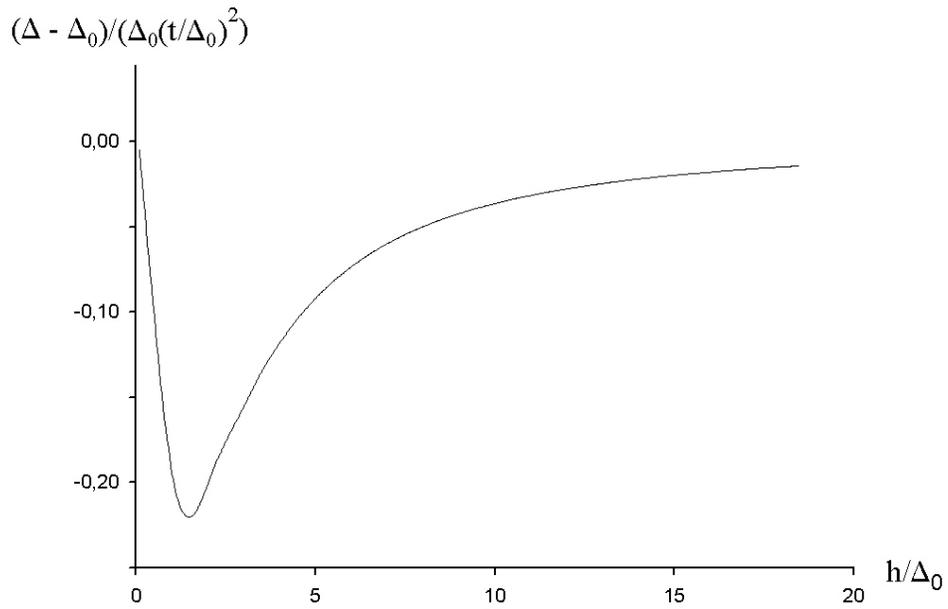


Figure 3.2: Variations du paramètre d'ordre supraconducteur à $T = 0$ avec le champ d'échange à l'ordre de t^2 . A ce niveau de précision dans le développement perturbatif en puissances de t , le gap ne dépend pas de l'orientation relative des champs d'échange ferromagnétiques. La figure ci dessus représente donc également la dépendance $\Delta(h)$ que l'on obtiendrais dans un simple modèle de bicouche S/F atomique.

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta^P - \Delta^{AP}}{\Delta_0} &= -\frac{8t^4}{h^4} \left[\frac{h^2(3h^2 + 2\Delta_0^2)}{2(h^2 + \Delta_0^2)^2} + \ln \frac{\Delta_0^2}{h^2 + \Delta_0^2} \right] \\
&+ \frac{2t^4}{(h^2 + \Delta_0^2)^2} \frac{h^2 - \Delta_0^2}{\Delta_0^2 + h^2} \ln \left[\frac{t^4 \Delta_0}{h(h^2 + \Delta_0^2)^2} \right] \\
&+ \frac{t^4}{(h^2 + \Delta_0^2)^2} \left[3 \frac{h^2 - \Delta_0^2}{\Delta_0^2 + h^2} + g \left(\frac{\Delta_0^2 - h^2}{\Delta_0^2 + h^2} \right) + 2 - \frac{8h^2}{(h^2 + \Delta_0^2)} \right]. \quad (3.40)
\end{aligned}$$

Sur la Fig.3.3, la différence normalisée $(\Delta^P - \Delta^{AP}) / \left[\Delta_0 \left(\frac{t^4}{\Delta_0^4} \right) \right]$ est représentée en fonction du paramètre h/Δ_0 pour différentes valeurs de t . Dans les paragraphes suivants, nous analysons plus précisément de manière analytique le contenu physique de l'équation (3.40) pour 3 échelles caractéristiques du champ d'échange, à savoir les faibles valeurs de h ($t^2/\Delta_0 \ll h \ll \Delta_0$), les valeurs intermédiaires ($h \approx \Delta_0$), et pour finir les forts champs d'échange ($t^2/\Delta_0 \ll \Delta_0 \ll h \ll \Delta_0^2/t$).

i) Dans le premier cas, l'équation (3.40) devient:

$$\frac{\Delta^P - \Delta^{AP}}{\Delta_0} = \frac{16t^4 h^2}{\Delta_0^6} \ln \frac{t}{\Delta_0}. \quad (3.41)$$

En conséquence, il n'existe pas de différence intrinsèque entre la configuration P et la configuration AP à basse température: en l'absence de champ d'échange ($h \rightarrow 0$), la différence $\Delta^P - \Delta^{AP}$ s'annule (voir Fig.3.3).

ii) L'expression (3.40) indique que le signe de cette différence dépend de h . Il existe une valeur de h , proche de Δ_0 , pour laquelle $\Delta^P = \Delta^{AP}$. En effet, le terme dominant dans l'Eq.(3.40), c'est à dire le terme logarithmique, est proportionnel à $t^4 (\Delta_0^2 - h^2) / (h^2 + \Delta_0^2)^3$, et change donc de signe lorsque $h = \Delta_0$. Par conséquent, il en est de même pour la différence $\Delta^P - \Delta^{AP}$ qui change de signe pour $h = h_c$, h_c étant voisin de Δ_0 ; si $h < h_c$, le paramètre d'ordre est plus grand dans la configuration P et si $h > h_c$ dans la configuration AP. Sur la Fig.3.3, nous constatons effectivement ce changement de régime. Notons que le changement de signe de la différence $\Delta^P - \Delta^{AP}$ à température nulle a déjà été souligné par Feinberg et Mélin [73]

iii) Dans le cas de forts champs d'échange, $t^2/\Delta_0 \ll \Delta_0 \ll h$, l'Eq.(3.40) devient:

$$\frac{\Delta^P - \Delta^{AP}}{\Delta_0} \longrightarrow \frac{8t^4}{h^4} \ln \left[\frac{ht}{\Delta_0^2} \right]. \quad (3.42)$$

Dans le terme logarithmique apparaît alors une compétition entre deux paramètres grands, Δ_0/t et h/Δ_0 . Cependant, dans la limite (3.23), $h < \Delta_0^2/t$ et donc la différence (3.42) est négative: à température nulle, le paramètre d'ordre est plus grand dans la configuration AP lorsque le champ d'échange est suffisamment grand ($h > \Delta_0$). Le cas des très forts

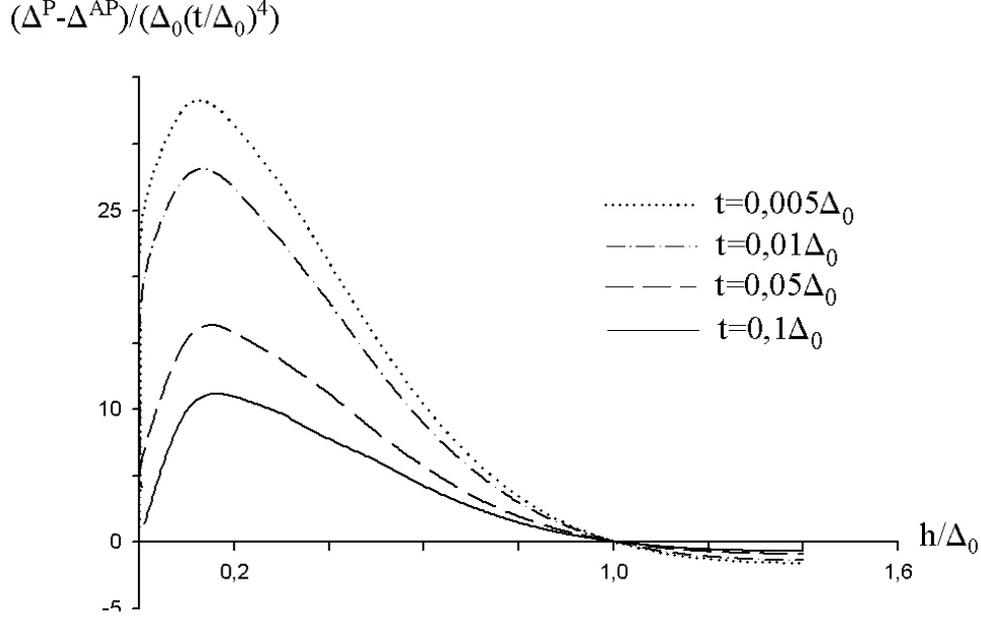


Figure 3.3: *Effet de vanne de spin à température nulle. Nous constatons que pour tout t , l'effet de vanne de spin est inversé si h est inférieur à Δ_0 : le gap est alors plus grand dans la configuration P . En revanche, dans le cas $h > \Delta_0$, la configuration AP correspond au plus grand gap (comme c'est déjà le cas au voisinage de T_c).*

champs $h \gg \Delta_0^2/t$ est hors du domaine de validité du développement perturbatif, et n'a pas été traité dans ce travail.

En guise de bilan, nous retiendrons que lorsque h est inférieur à une certaine limite qui est de l'ordre de Δ_0 , le gap à température nulle est plus grand dans l'alignement P [80]. Or à proximité de T_c , il est plus grand dans l'alignement AP . En conséquence, il doit exister une température T_i vérifiant $\Delta^P(T_i) = \Delta^{AP}(T_i)$ et en dessous de laquelle la configuration P apparaît comme étant plus favorable à la supraconductivité. Cette situation est représentée schématiquement sur la Fig.3.4, et correspond tout au moins qualitativement aux résultats obtenus numériquement dans la Réf. [73]. Cette inversion de l'effet de proximité à une température T_i se retrouve également dans le cas limite où $h \ll T_c$ et dans le cas où les couches F sont semi-métalliques [76]. Si en revanche le champ est supérieur à Δ_0 , nous pouvons avoir a priori aucune ou deux inversions, comme $T_c^{AP} > T_c^P$ et $\Delta^{AP}(T = 0, h > \Delta_0) > \Delta^P(T = 0, h > \Delta_0)$. Dans la section qui suit, nous démontrons qu'il existe en réalité dans ce cas deux inversions.

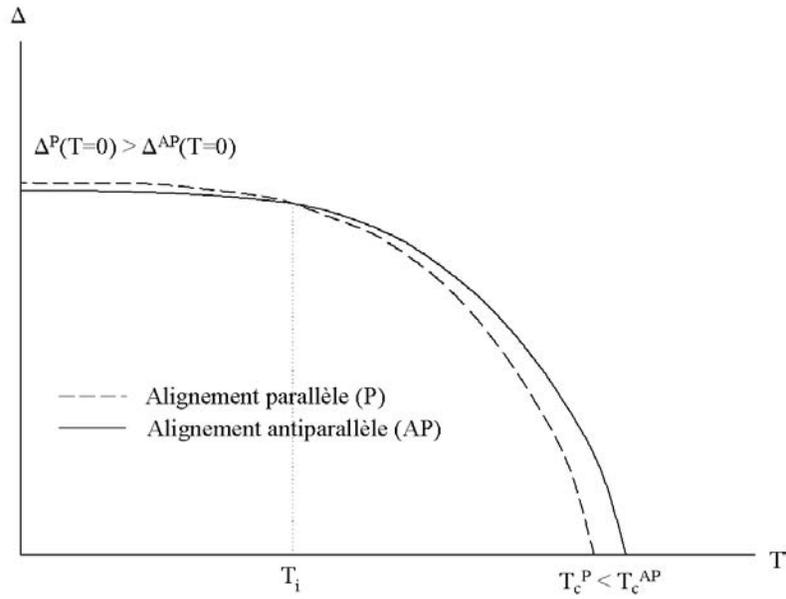


Figure 3.4: Schéma de l'inversion de l'effet de proximité avec la température dans le cas où $h < \Delta_0$. Il n'y a alors qu'un seul croisement entre les courbes $\Delta^P(T)$ et $\Delta^{AP}(T)$ à la température T_i .

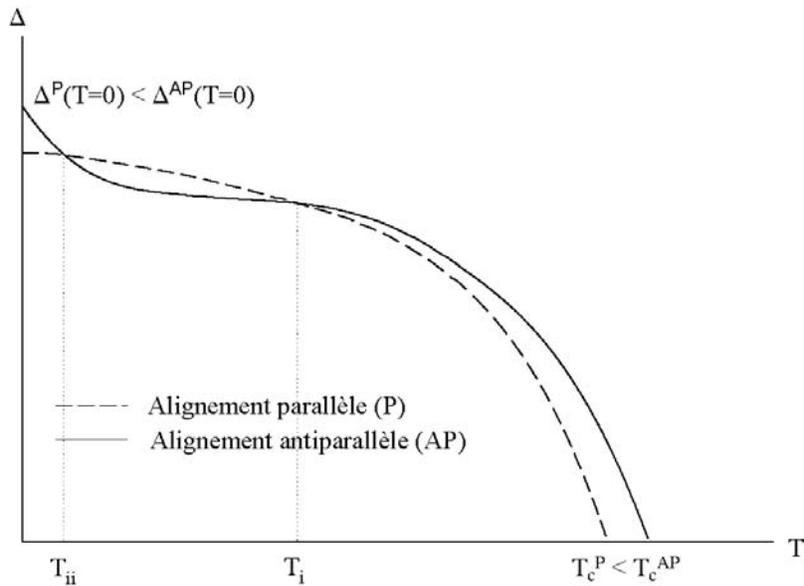


Figure 3.5: Schéma de l'inversion de l'effet de proximité avec la température dans le cas où $h > \Delta_0$. De manière surprenante, il y a alors deux températures de croisement T_i et T_{ii} . Il existe donc pour tout h un domaine de température dans lequel le gap est plus grand dans la configuration P .

3.2.4 Paramètre d'ordre a toute température: inversion de l'effet de proximité

Les analyses menées dans les deux sections précédentes, respectivement au voisinage de T_c et à $T = 0$, indiquent qu'il existe une température à laquelle l'effet de proximité s'inverse. Dans cette section, nous étudions comment évolue la différence entre les paramètres d'ordre supraconducteurs dans les configurations P et AP lorsque la température augmente. Comme précédemment, nous nous limitons au cas où il y a une forte anisotropie dans le matériau, c'est à dire au cas où t est la plus petite échelle d'énergie en présence. Dans ce cas, la différence $\Delta^P - \Delta^{AP}$ apparaît à l'ordre de t^4 à toute température [80].

Le gap supraconducteur est calculé dans les deux configurations P et AP en intégrant l'équation d'autocohérence, qui à température quelconque s'écrit:

$$(\Delta^{P(AP)})^* = |\lambda| N_{2D}(0)T \sum_{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} (F^+)_{\downarrow\uparrow}^{\psi P(AP)}(\omega, \xi, \Delta, t, h) d\xi. \quad (3.43)$$

Dans la limite d'un faible couplage entre les couches, et en se limitant au domaine de température restreint par la condition $T \gg t$ (3.24), la fonction de Green anormale peut être développée en puissances de t . Chaque terme est alors intégré analytiquement sur ξ , et la somme sur les fréquences de Matsubara est effectuée numériquement. Le résultat analytique de l'intégration sur ξ du deuxième membre de l'Eq.(3.43) est très compliqué et nous ne le détaillerons pas ici. Nous obtenons finalement:

$$\frac{(\Delta^P - \Delta^{AP})}{\Delta_0 (t')^4} = \frac{\Phi(x, h')}{\pi x^2 y^4(x) s(x)}, \quad (3.44)$$

où l'on a introduit les grandeurs réduites

$$y = \frac{T}{T_{c0}}, \quad h' = \frac{h}{2\pi T_{c0}}, \quad t' = \frac{t}{2\pi T_{c0}}, \quad x = \frac{\Delta_0(T)}{2\pi T}. \quad (3.45)$$

Les fonctions $y(x)$, $s(x)$, $\Phi(x, h')$ sont définies en Annexe B. Le paramètre h' utilisé dans cette section est lié au paramètre h/Δ_0 défini précédemment par la relation usuelle de la théorie BCS [3] entre la température critique et le gap: $\Delta_0 \approx 1,76T_{c0}$. Nous avons donc:

$$h' \approx 0,28 \frac{h}{\Delta_0}. \quad (3.46)$$

La Fig.3.6 montre que si le champ d'échange est inférieur à Δ_0 (*i.e.* $h' < 0,28$), la différence $\Delta^P - \Delta^{AP}$ est positive à basse température, et devient négative au delà d'une température de croisement T_i ; ceci confirme les prédictions faites d'après les résultats à $T = 0$ et au voisinage de T_c . Dans la limite $h' \ll 1$ nous obtenons $T_i \approx 0,5T_{c0}$ ce qui est quantitativement en bon accord avec la valeur obtenue par Daumens *et al.* ($T_i \approx 0,47T_{c0}$) [76]. En utilisant l'équation (3.44) pour différentes valeurs de h' nous montrons que la température de croisement diminue avec le champ d'échange (voir Fig.3.8). Dans de nombreuses

expériences, les systèmes multicouches fabriqués artificiellement comprennent des matériaux ferromagnétiques forts (Fe, Ni ...), dans lesquels le champ d'échange vaut plusieurs centaines Kelvin, alors que la température critique supraconductrice vaut typiquement quelques Kelvin. Dans ce cas de figure, la température de croisement caractéristique est de l'ordre du Kelvin (par exemple $T_i(h = 600T_{c0}) \approx 0,1T_{c0}$). L'inversion de l'effet de proximité devrait de ce fait être observable sans nécessiter de techniques très pointues de refroidissement. Notons que la mesure du gap supraconducteur s'obtient de manière quasi-directe via la mesure de la densité d'états autour du niveau de Fermi [81]: en effet, cette dernière manifeste des pics étroits à $E = E_F \pm \Delta$.

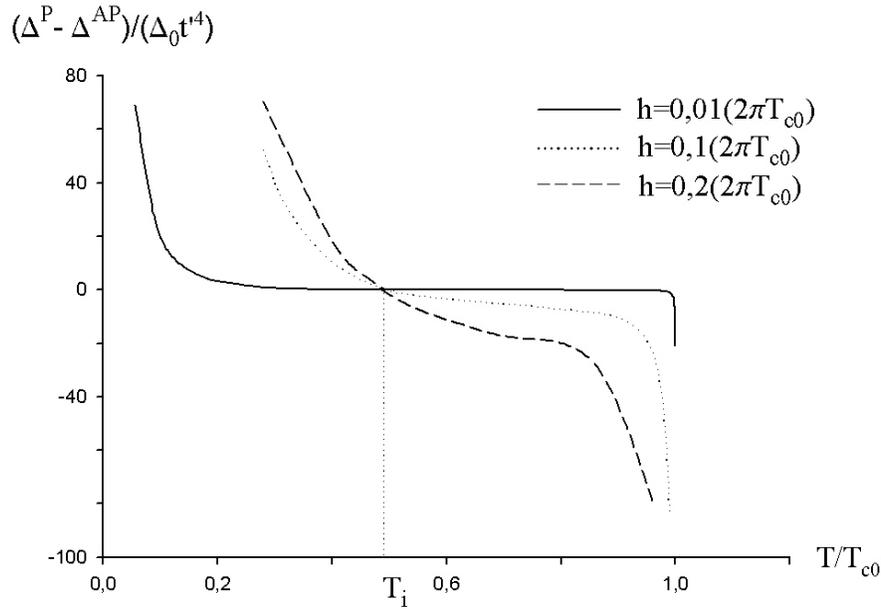


Figure 3.6: *Evaluation numérique des variations de la différence $\Delta^P - \Delta^{AP}$ avec la température T , pour différentes valeurs de h inférieures à Δ_0 . Ce graphe confirme l'effet prédit grâce aux résultats analytiques à $T = 0$ et $T = T_c$, représenté schématiquement sur la Fig.3.4.*

Il est surprenant de constater que, lorsque le champ d'échange dépasse très légèrement sa valeur critique qui est de l'ordre de Δ_0 , $\Delta^P - \Delta^{AP}$ change deux fois de signe lorsque la température décroît de T_c à 0 (voir Fig.3.7). La situation correspondante est représentée schématiquement sur la Fig.3.5: à proximité de la transition vers la phase normale, l'alignement AP correspond à un paramètre d'ordre supraconducteur plus grand. Si la température devient inférieure à la température d'inversion T_i , c'est l'alignement P qui correspond au plus grand gap. Cette situation perdure jusqu'à ce que la température devienne inférieure à une deuxième température de croisement très basse T_{ii} , égale au maximum à $0,014T_{c0}$. En dessous de T_{ii} , la configuration AP redevient favorable. Notons

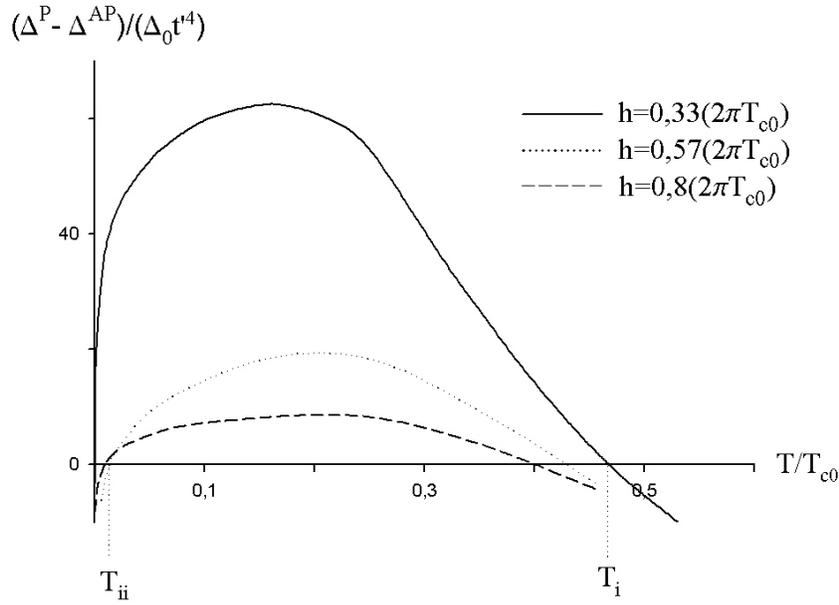


Figure 3.7: $(\Delta^P - \Delta^{AP})(T)$ pour différentes valeurs de h supérieures à Δ_0 . Comme nous l'avons représenté schématiquement sur la Fig.13.2, nous observons bien deux "croisements", le deuxième intervenant à très basse température.

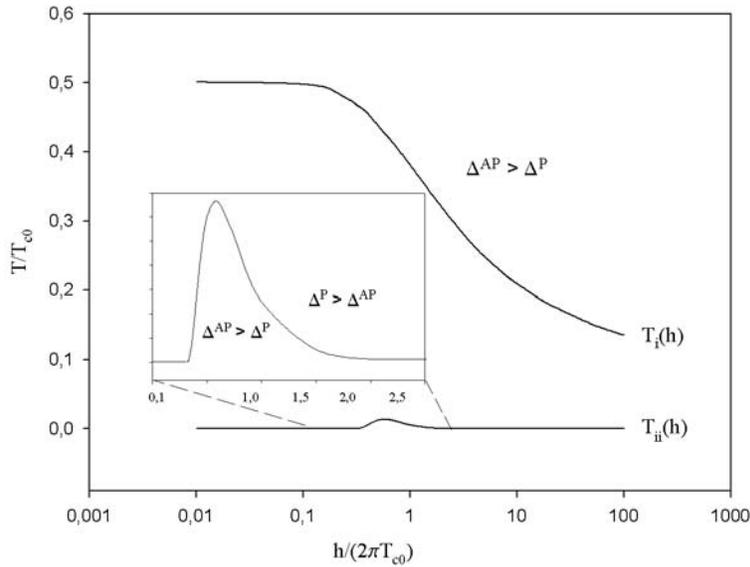


Figure 3.8: Diagramme (T, h) de la structure hybride $F/S/F$ à l'échelle atomique. Dans l'hypothèse réaliste où la configuration qui correspond au plus grand gap possède une énergie plus basse, ce diagramme est le diagramme de phase de la tricouche.

que la température T_{ii} est maximale pour $h' \approx 0,57$ soit $h = 2\Delta_0$.

En conclusion, dans ce modèle de couches atomiques, nous avons démontré qu'il existe une plage de température $[T_{ii}, T_i]$ dans laquelle le paramètre d'ordre supraconducteur est plus grand dans l'alignement P [80], et ceci quelle que soit la valeur du champ d'échange (dans la limite toutefois où ce dernier est négligeable devant l'énergie de Fermi). Cela indique que, dans ce domaine de température, la configuration P est plus stable énergétiquement. Cependant, n'ayant pas comparé les énergies des deux configurations, nous ne pouvons conclure sans ambiguïté sur ce fait. Dans l'Annexe B, cette énergie est calculée dans le cas où les couches F sont semi-métalliques. Il apparaît d'une part que l'inversion de l'effet de proximité persiste dans ce cas, et d'autre part la configuration P est effectivement la plus stable énergétiquement. De plus, dans la Sec.3.3.3 nous démontrons dans le cadre d'un modèle de bicouche SF/SF que l'état supraconducteur qui correspond au plus grand gap est aussi le plus stable. Bien qu'a priori elles n'aient en rien une portée générale, ces deux dernières constatations nous amènent à la conclusion suivante: en refroidissant le système, nous devrions observer une transition de la configuration AP, plus stable au voisinage de la ligne critique, vers la configuration P qui possède un plus grand gap à $T < T_i$. Cependant, nous n'avons aucune information sur la dynamique d'une telle transition, et l'équilibre thermodynamique pourrait être long à s'établir. De plus, notre modèle n'intègre pas l'influence réciproque du paramètre d'ordre supraconducteur sur l'interaction d'échange, qui nécessite une description microscopique plus précise du ferromagnétisme, et en particulier une détermination autocohérente des champs d'échange. Il est donc délicat d'affirmer que la configuration P s'établira vraiment expérimentalement: du point de vue du supraconducteur, elle est plus stable, mais qu'en est-il du point de vue des couches F ? L'énergie dipolaire magnétique dans la configuration parallèle n'est elle pas trop grande pour que cette configuration s'établisse ? Dans l'Annexe B nous donnons un premier élément de réponse à cette question en calculant la contribution de l'effet de proximité au paramagnétisme des électrons dans les couches S et F. Cependant, la contribution du paramagnétisme électronique est en général négligeable devant l'interaction d'échange dans les processus d'établissement de l'ordre magnétique. Nos résultats ne permettent donc pas d'entrevoir quelle configuration est la plus stable du point de vue global de la tricouche. Il convient néanmoins de remarquer que dans de nombreux supraconducteurs ferromagnétiques la magnétisation est organisée en domaines qui alternent avec une périodicité $(\xi_f a^2)^{1/3}$, a étant la distance interatomique [17].

Les variations de T_i et T_{ii} avec h sont représentées sur la Fig.3.8. Dans chaque domaine du plan (T, h) , la configuration qui correspond au paramètre d'ordre le plus grand est indiquée. Dans l'hypothèse raisonnable où d'une part cette configuration est effectivement la plus stable énergétiquement, et où d'autre part on peut négliger l'énergie dipolaire magnétique devant l'énergie de condensation supraconductrice, la Fig.3.8 représente donc

le diagramme de phase de la structure hybride F/S/F d'épaisseur atomique.

Ce modèle est pertinent pour décrire des composés dont la structure cristallographique permet une réelle séparation spatiale des paramètres d'ordre supraconducteur et ferromagnétique. Cependant, dans le cas général cette séparation spatiale est moins évidente. Il nous a paru alors intéressant d'étudier le cas où supraconductivité et ferromagnétisme sont présents simultanément dans les plans atomiques.

3.3 Le courant Josephson dans les bicouches SF/SF

A partir de maintenant nous considérons donc un modèle de bicouche SF/SF. Du fait de la présence de deux plans supraconducteurs, ce modèle manifeste l'effet Josephson intrinsèque. Nous commencerons donc par étudier le courant Josephson dans la structure SF/SF (Sec.3.3), puis nous prédirens également l'inversion de l'effet de proximité à basse température dans cette structure (Sec.3.4).

3.3.1 Le courant Josephson transverse: jonctions 0 et π

En 1962, Brian Josephson démontra qu'il peut circuler un courant non dissipatif dans une jonction entre deux supraconducteurs, même en l'absence de différence de potentiel électrique entre les deux bornes de la jonction. Il suffit pour cela de maintenir une différence de phase supraconductrice entre les deux électrodes. Cet effet, observé pour la première fois par Anderson et Rowell [82] en 1963, ouvre en particulier la voie à des applications nanotechnologiques telles que le bit quantique Josephson [83]. Nous avons vu précédemment que dans la majorité des supraconducteurs à haute température critique, en première approximation la supraconductivité est localisée dans des plans, les électrons transitant entre les différents plans par effet tunnel. Chaque couple de plans forme donc une micro-jonction Josephson, et il est donc naturel de s'intéresser à l'effet Josephson dans ce contexte. Nachtrab *et al.* [65] ont observé récemment cette forme d'effet Josephson (dite *intrinsèque*) dans des monocristaux de $\text{RuSr}_2\text{GdCu}_2\text{O}_8$, confirmant ainsi la nature quasi-bidimensionnelle de la supraconductivité dans ce composé. L'obtention de courants Josephson élevés est une condition requise par le développement d'applications utilisant des supraconducteurs à haute T_c ou des systèmes hybrides S/F artificiels. En effet, la valeur maximale du courant Josephson (le courant critique) donne une estimation du courant maximal que l'on peut faire passer dans de tels composés sans complètement détruire la supraconductivité.

Dans le système élémentaire considéré par Josephson, le courant transverse est donné par

$$j = j_0 \sin \chi, \tag{3.47}$$

où χ est la différence de phase supraconductrice et j_0 le courant critique. Dans des systèmes plus complexes (voir la Réf.[48] pour plus de détails), cette relation courant-phase (3.47) se complique, et d'autres harmoniques apparaissent. Lorsque le système considéré est relativement proche de la jonction élémentaire (par exemple la structure S/F/S dans laquelle le champ d'échange ferromagnétique est faible), l'énergie de la jonction est minimale pour une différence de phase proche de $\chi = 0$, car les harmoniques $\sin 2\chi$, $\sin 3\chi$... ont une amplitude négligeable devant j_0 . On parle alors de "jonction 0". Cependant, il existe des conditions sous lesquelles l'énergie d'une jonction S/F/S est minimale pour $\chi = \pi$. En effet, consécutivement aux oscillations de la fonction d'onde supraconductrice dans la couche intersticielle F, l'état fondamental de la jonction peut correspondre à l'état dans lequel les paramètres d'ordre supraconducteur sont opposés dans les deux couches S. Cette "jonction π ", initialement prédite dans des systèmes balistiques [42], est réalisée également dans les systèmes S/F/S diffusifs [43] ce qui a permis son observation [50, 51, 84]. Dans le contexte des supraconducteurs à haute température critique, il est donc raisonnable d'envisager que l'état fondamental puisse correspondre à une différence de phase π entre deux couches supraconductrices d'épaisseur atomique adjacentes. Ce sera l'objet du quatrième chapitre de ce rapport. L'apparition de cet état π est une conséquence directe de la compétition entre les paramètres d'ordre magnétique et supraconducteur. Dans tout ce qui suit, nous modélisons cette compétition de la manière la plus simple qui soit: nous considérons un modèle constitué d'un empilement de couches SF, c'est à dire dans lesquelles nous supposons la présence à la fois d'un paramètre d'ordre supraconducteur et d'un champ d'échange ferromagnétique. Dans ce modèle, nous retrouvons des effets connus tels que l'effet de vanne de spin, ou moins connus comme l'inversion de l'effet de proximité discutée dans les sections précédentes.

3.3.2 Modélisation d'une bicouche SF/SF à l'échelle atomique

Le modèle que nous cherchons à terme à étudier comprend la superposition de cellules élémentaires SF/SF couplées les unes aux autres par effet tunnel. Un exemple concret d'une telle structure est donné par le composé supraconducteur à haute T_c $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ (BSCCO) soumis à un champ magnétique. En effet, ce composé est constitué de plans supraconducteurs CuO assez fortement couplés, qui forment la cellule élémentaire SF/SF. Ces cellules sont séparées par des couches BiO [85]. En présence d'un champ appliqué, il apparaît une petite composante ferromagnétique dans les plans supraconducteurs. Nous commençons par analyser quantitativement les propriétés de la cellule élémentaire SF/SF. Nous donnons dans une dernière section (Sec.4.2.4) des arguments plus qualitatifs permettant d'étendre certains de nos résultats au système multicouche.

La cellule élémentaire est constituée de deux plans SF, couplés entre eux par la constante tunnel t (voir Fig.3.9).

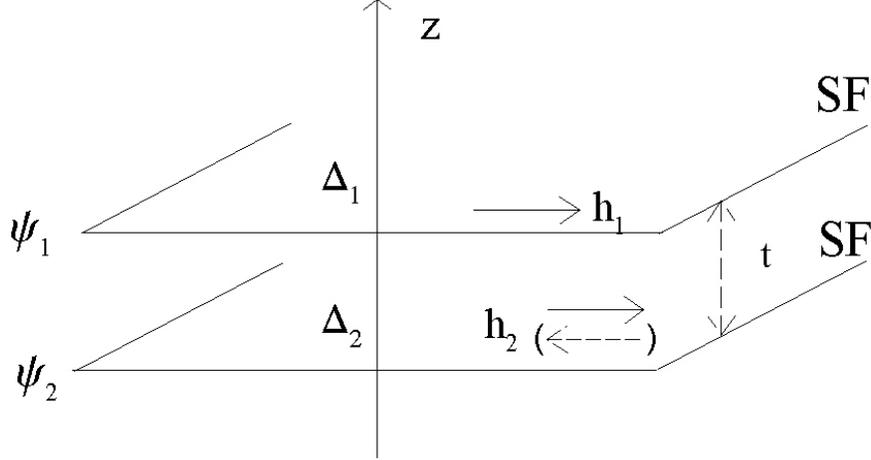


Figure 3.9: *Modèle de bicouche SF/SF. Chaque plan supraconducteur Ψ_j , d'épaisseur atomique, est également soumis à un champ d'échange h_j . La constante t de couplage tunnel entre les couches est a priori arbitraire.*

Dans le cas où un champ d'échange est présent au sein même d'un composé supraconducteur, la supraconductivité peut devenir non uniforme (phases FFLO [7, 8]). Il faut pour celà que la température soit inférieure à $T^* = 0,56T_{c0}$ et que le champ d'échange soit au moins égal à $h^* = 1,07T_{c0}$. L'analyse de ces phases non uniformes est reportée au quatrième chapitre de ce rapport. Nous nous limitons donc dans cette section au cas où la supraconductivité est uniforme: implicitement h sera supposé inférieur à h^* .

Les deux plans supraconducteurs d'une cellule élémentaire SF/SF sont désignés par les indices "1" et "2". Chaque couche j est le siège d'une interaction d'échange ayant pour champ moyen h_j . Le couplage supraconducteur est de type BCS avec le gap Δ_j . De manière analogue au hamiltonien (3.2) de la structure F/S/F, nous construisons le hamiltonien du système comme

$$H = H_0^1 + H_0^2 + H^t + H_{BCS}^1 + H_{BCS}^2 \quad (3.48)$$

où

$$H_0^j = \sum_{\mathbf{p}, \sigma, \sigma'} \psi_{j\sigma}^+(\mathbf{p}) (\xi_{j\sigma\sigma'}) (\mathbf{p}) \psi_{j\sigma'}(\mathbf{p}) \quad (3.49)$$

comprend la partie cinétique et le couplage Zeeman au champ d'échange dans la couche j . Pour simplifier, par la suite nous supposons que les champs d'échange dans les deux couches SF sont parallèles ($h_1 = h_2$) ou antiparallèles ($h_1 = -h_2$). L'axe de quantification est choisi le long de la direction des champs, et non pas dans la direction de la bissectrice de l'angle $(\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2)$, comme dans la Sec.3.2.1. Ce choix implique que la matrice $(\xi_{j\sigma\sigma'})$ est diagonale, ce qui simplifie considérablement la résolution du modèle. L'effet du champ

d'échange se limite donc à la levée de la dégénérescence de spin des états électroniques:

$$\xi_{j\uparrow(\text{resp. } \downarrow)}(\mathbf{p}) = \xi(\mathbf{p}) - h_j \text{ (resp. } \xi(\mathbf{p}) + h_j). \quad (3.50)$$

Le couplage supraconducteur est représenté par le hamiltonien BCS de champ moyen introduit dans la Sec.3.2.1:

$$H_{BCS}^j = \sum_{\mathbf{p}} [\Delta_j^* \psi_{j\downarrow}(\mathbf{p}) \psi_{j\uparrow}(-\mathbf{p}) + \Delta_j \psi_{j\uparrow}^+(\mathbf{p}) \psi_{j\downarrow}^+(-\mathbf{p})], \quad (3.51)$$

et le couplage tunnel au sein de la bicouche par

$$H_t = t \sum_{\mathbf{p}, \sigma} [\psi_{1\sigma}^+(\mathbf{p}) \psi_{2\sigma}(\mathbf{p}) + \psi_{2\sigma}^+(\mathbf{p}) \psi_{1\sigma}(\mathbf{p})]. \quad (3.52)$$

Les paramètres d'ordre dans les deux couches peuvent être soit égaux soit opposés:

$$\Delta_1 = \Delta e^{+i\chi/2}, \quad \Delta_2 = \Delta e^{-i\chi/2}, \quad (3.53)$$

où la différence de phase supraconductrice χ est égale à 0 ou à π .

Le modèle est résolu exactement en utilisant les fonctions de Green microscopiques

$$\begin{aligned} F_{jk}^+(\mathbf{p}) &= \langle T(\psi_{j\uparrow}^+(\mathbf{p}), \psi_{k\downarrow}^+(-\mathbf{p})) \rangle, \\ G_{jk}(\mathbf{p}) &= -\langle T(\psi_{j\uparrow}(\mathbf{p}), \psi_{k\uparrow}(\mathbf{p})) \rangle, \end{aligned} \quad (3.54)$$

où j et k sont les indices des couches considérées.

Dans la représentation de Fourier, nous obtenons les équations de Gor'kov suivantes:

$$\begin{pmatrix} i\omega - \xi_{1\uparrow}(\mathbf{p}) & -t & \Delta_1 & 0 \\ -t & i\omega - \xi_{2\uparrow}(\mathbf{p}) & 0 & \Delta_2 \\ \Delta_1^* & 0 & i\omega + \xi_{1\downarrow}(\mathbf{p}) & t \\ 0 & \Delta_2^* & t & i\omega + \xi_{2\downarrow}(\mathbf{p}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{11}(\mathbf{p}) \\ G_{21}(\mathbf{p}) \\ F_{11}^+(\mathbf{p}) \\ F_{21}^+(\mathbf{p}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.55)$$

La résolution de ce système conduit aux expressions exactes des fonctions de Green.

3.3.3 Courant Josephson dans les bicouches SF/SF

Dans un premier temps nous nous intéressons au courant Josephson transverse à température nulle, qui a déjà fait l'objet de nombreuses études théoriques dans des hétérostructures S/F de géométries diverses (voir [48] et les références citées dans cette revue). Il résulte de ces travaux que dans un système composé de deux couches SF nanométriques couplées via une très fine couche isolante, le courant Josephson augmente avec le champ d'échange [86] dans la limite balistique. Nous nous attendons à ce que cet effet se retrouve dans notre modèle.

Dans le formalisme des fonctions de Green, le courant transverse est calculé à partir des fonctions de Green normales G_{21} et G_{12} [81, 87]:

$$j_{\perp} = i \frac{edN_{2D}(0)}{\hbar} t \iint d\omega d\xi (G_{21} - G_{12}). \quad (3.56)$$

La résolution du système d'équations de Gor'kov (3.55) conduit à:

$$G_{21} = t \frac{(i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega + \xi_{2\downarrow}) - t^2 - \Delta_2 \Delta_1^*}{\left[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega - \xi_{1\uparrow}) \right] \left[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow}) \right] + t^4} + t^2 \frac{2\Delta^2 \cos \chi - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega + \xi_{2\downarrow}) - (i\omega - \xi_{1\uparrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})}{\left[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega - \xi_{1\uparrow}) \right]^t \left[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow}) \right]^2}. \quad (3.57)$$

où $\Delta^2 = |\Delta_1|^2 = |\Delta_2|^2$. La fonction G_{12} s'obtient en permutant les indices 1 et 2 dans l'équation (3.57). Dans la limite d'un faible couplage t entre les couches, nous développons la relation courant-phase (3.56) à l'ordre de t^4 :

$$j_{\perp}(\chi) = \frac{2edN_{2D}(0)}{\hbar} t^2 \Delta^2 \iint d\omega d\xi \left[\frac{1}{\left[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega - \xi_{1\uparrow}) \right] \left[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow}) \right]} + t^2 \frac{\left[(i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega + \xi_{2\downarrow}) + (i\omega - \xi_{1\uparrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow}) - 2\Delta^2 \cos \chi \right]}{\left[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega - \xi_{1\uparrow}) \right]^t \left[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow}) \right]^2} \right] \sin \chi. \quad (3.58)$$

et nous analysons plus précisément le contenu physique de cette relation dans les deux configurations usuelles des champs d'échange.

i) Dans l'alignement parallèle, la relation courant-phase devient:

$$j_{\perp}(\chi) = j_0 \left[\sin \chi - \frac{t^2}{3(\Delta^P)^2} \sin 2\chi \right], \quad (3.59)$$

où $j_0 = \frac{2edN_{2D}(0)}{\hbar} t^2$ et où Δ^P est le véritable gap supraconducteur, solution de l'équation d'autocohérence. Nous détaillerons le calcul de Δ^P dans la section suivante.

Au plus bas ordre en t , la relation courant-phase est purement sinusoïdale. Le courant critique de la jonction ne dépend pas du champ d'échange, similairement à ce qui est reporté dans la Réf.[86]:

$$j_c^P = j_0 \quad (3.60)$$

Une seconde harmonique dans la relation courant-phase, proportionnelle à $\sin 2\chi$, apparaît à l'ordre de t^4 et est également indépendante de h . Cette seconde harmonique est responsable d'une légère augmentation du courant critique, la correction relative $\frac{j_c^P - j_0}{j_0}$ étant de l'ordre de t^4/Δ_0^4 [87]. Nous remarquons en outre que, dans ce cas, le maximum du courant Josephson (3.59) correspond à un état dans lequel la phase supraconductrice diffère de la valeur usuelle $\pi/2$, l'écart à cette valeur étant de l'ordre de t^2/Δ_0^2 .

ii) Dans l'alignement antiparallèle, à l'ordre de t^2 la relation courant-phase s'écrit:

$$j_{\perp}(\chi) = j_0 \left[f_1\left(\frac{h}{\Delta^{AP}}\right) \sin \chi \right], \quad (3.61)$$

où $f_1(x) = \frac{\arcsin x}{x\sqrt{1-x^2}}$ et où Δ^{AP} est le véritable gap de la structure dans la configuration AP. Nous retrouvons bien l'effet d'augmentation du courant transverse avec le champ d'échange, discuté dans les réfs.[86, 88, 89]. Les variations du courant critique

$$j_c^{AP} = j_0 f_1\left(\frac{h}{\Delta^{AP}}\right) \quad (3.62)$$

avec h sont représentées sur la Fig.3.10 ¹.

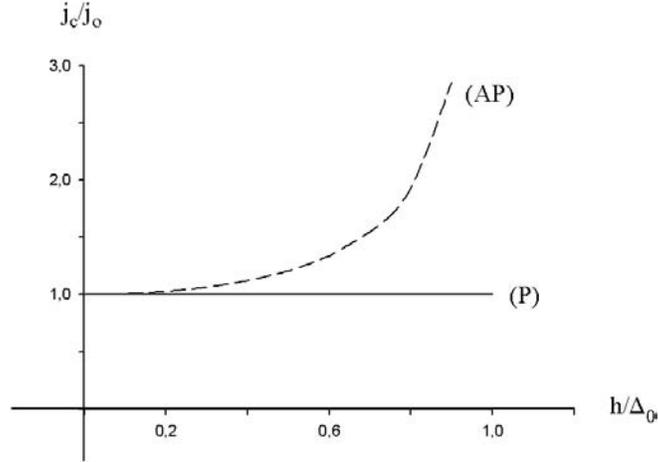


Figure 3.10: Variations du courant critique Josephson à $T = 0$ avec le champ d'échange h , dans les configurations P et AP , et dans l'hypothèse d'un faible couplage $t \ll \Delta_0$. Au plus bas ordre de développement en t , nous observons une augmentation de j_c avec h dans la configuration AP , alors que dans la configuration P le courant critique est indépendant du champ. La divergence apparente dans le cas AP pour $h \rightarrow \Delta_0$ n'est pas physique, et disparaît si les corrections aux ordres supérieurs à t^4 sont prises en compte.

A l'ordre de t^4 , deux corrections à la relation courant-phase doivent être distinguées. Tout d'abord, il apparaît une seconde harmonique $\sin 2\chi$. Similairement au cas parallèle, cette seconde harmonique est responsable d'une correction positive de l'ordre de t^4/Δ_0^4 du courant critique réduit j_c^{AP}/j_0 . La seconde correction apparaît au niveau de la première harmonique elle-même, et conduit à une augmentation plus importante, à savoir de l'ordre de t^2/Δ_0^2 , du courant critique réduit. Contrairement au cas parallèle, la plus importante de ces corrections est en t^2/Δ_0^2 , et étant associée à la première harmonique, elle n'implique pas de correction de la phase qui permet d'atteindre le maximum de courant transverse [87]: le courant critique est atteint pour $\chi = \pi/2$.

¹Cette figure est tracée dans l'hypothèse où $\Delta^P = \Delta^{AP} = \Delta_0$. En pratique, le couplage t étant supposé petit devant T_c , Δ^P et Δ^{AP} sont très proches de Δ_0 , et au plus bas ordre en t dans le courant critique les corrections autocohérentes des gaps Δ^P et Δ^{AP} sont négligeables.

3.4 L'Inversion de l'effet de proximité dans les bi-couches SF/SF

3.4.1 Température critique

La résolution des équations de Gor'kov (3.55) conduit à la forme générale suivante de la fonction de Green anormale dans la couche "1":

$$F_{11}^+ = \frac{\Delta_1^* [\Delta^2 - (i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})] + t^2 \Delta_2^*}{[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega - \xi_{1\uparrow})] [\Delta^2 - (i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})] + t^4 + t^2 [2\Delta^2 \cos \chi - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega + \xi_{2\downarrow}) - (i\omega - \xi_{1\uparrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})]}. \quad (3.63)$$

Au voisinage de la ligne critique de la transition S/N du second ordre, $\Delta \rightarrow 0$ et l'Eq.(3.63) est linéarisée:

$$F_{11}^+ = \frac{-\Delta_1^*(i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow}) + t^2 \Delta_2^*}{[t^2 - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega + \xi_{2\downarrow})] [t^2 - (i\omega - \xi_{1\uparrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})]}. \quad (3.64)$$

F_{11}^+ dépend a priori de l'orientation relative des champs d'échange et de la phase supraconductrice χ . L'objet des paragraphes qui suivent est donc de comparer la température critique de transition entre la phase supraconductrice uniforme et la phase normale, dans les 4 situations possibles:

- alignement parallèle et différence de phase nulle ($(P, 0)$, $h = h_1 = h_2$ et $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2$),
- alignement parallèle et différence de phase π ((P, π) , $h = h_1 = h_2$ et $\Delta = \Delta_1 = -\Delta_2$),
- alignement antiparallèle et différence de phase nulle ($(AP, 0)$, $h = h_1 = -h_2$ et $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2$),
- alignement antiparallèle et différence de phase π ((AP, π) , $h = h_1 = -h_2$ et $\Delta = \Delta_1 = -\Delta_2$).

Dans chacune de ces situations, la température critique $T_c^{P(AP),\chi}$ est obtenue en intégrant l'équation d'autocoherence (3.13) avec la fonction de Green donnée par l'Eq.(3.64). Notons que selon Ginzburg et Landau, la phase qui correspond à la température critique la plus grande est également la plus stable énergétiquement au voisinage de la ligne critique.

i) Alignement parallèle et différence de phase nulle ($P, 0$):

Dans ce cas nous obtenons pour des fréquences de Matsubara positives:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(F_{11}^+)^{P,0}}{\Delta^*} d\xi = \frac{\pi}{\omega - ih}. \quad (3.65)$$

Cette expression est identique à celle obtenue dans le cas d'une couche unique soumise à un champ uniforme: le couplage entre les couches ne modifie pas la température critique dans la phase ($P, 0$).

La sommation sur les fréquences de Matsubara est effectuée analytiquement et la température critique $T_c^{P,0}$ est donnée par:

$$\ln \frac{T_c^{P,0}}{T_{c0}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \operatorname{Re} \Psi\left(\frac{1}{2} + i \frac{h}{2\pi T_c^{P,0}}\right), \quad (3.66)$$

Dans la phase $(P, 0)$, la température critique diminue au fur et à mesure que le champ d'échange augmente, jusqu'à ce que h atteigne le champ limite $h^* = 1,07T_{c0}$. Les phases non uniformes doivent alors être prises en compte. Nous détaillerons les propriétés de la bicouche SF/SF au voisinage de ce point particulier du diagramme de phase, dit point tricritique, dans le quatrième chapitre de ce rapport, Sec.4.1.

ii) Alignement parallèle et différence de phase π (P, π) :

Dans ce cas là, le résultat de l'intégration sur le spectre ξ fait intervenir explicitement la constante de couplage t entre les couches. Pour des fréquences de Matsubara positives, nous avons:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(F_{11}^+)^{P,\pi}}{\Delta^*} d\xi = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\omega - i(h+t)} + \frac{1}{2} \frac{\pi}{\omega - i(h-t)}. \quad (3.67)$$

L'équation donnant la température critique s'écrit alors, pour t arbitraire:

$$\ln \frac{T_c^{P,\pi}}{T_{c0}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \Psi\left(\frac{1}{2} + i \frac{h+t}{2\pi T_c^{P,\pi}}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \Psi\left(\frac{1}{2} + i \frac{h-t}{2\pi T_c^{P,\pi}}\right). \quad (3.68)$$

Nous constatons que la supraconductivité dans l'état π est détruite par une combinaison de deux champs d'échange effectifs $h \pm t$. En effet, dans cet état très particulier où $\chi = \pi$, les paires de Cooper sont majoritairement formées à partir d'électrons venant de deux orbitales différentes de la jonction, que nous appelons *liante* et *antiliante*, par analogie avec le langage de la physique atomique [87, 90]. A basse température, la différence d'énergie entre ces deux orbitales distinctes compense en partie l'effet Zeeman et la supraconductivité peut même être restaurée à fort champ si le couplage entre les couches est suffisamment important. Nous reviendrons sur cet effet plus largement dans le quatrième chapitre de ce rapport, Sec.4.2.

Dans la limite des faibles couplages $t \ll T_c$ qui nous intéresse ici, l'Eq.(3.68) devient:

$$\ln \frac{T_c^{P,\pi}}{T_{c0}} = \ln \frac{T_c^{P,0}}{T_{c0}} - \left(\frac{t}{2\pi T_c}\right)^2 K_3\left(\frac{h}{2\pi T_c^{P,\pi}}\right), \quad (3.69)$$

où la fonction $K_3(x)$ est définie et représentée en Annexe C. Si h est faible, $K_3\left(\frac{h}{2\pi T_c^{P,\pi}}\right) > 0$ et par conséquent l'état supraconducteur dans lequel $\chi = \pi$ (*état π*) est défavorisé au bénéfice de l'état dans lequel $\chi = 0$ (*état 0*). Dans la configuration P, c'est donc l'état 0 qui est réalisé au voisinage de la ligne critique. Le long de la ligne critique, la fonction K_3

s'annule pour $h \approx 1,07T_{c0}$ et $T \approx 0,56T_{c0}$. Ce point du diagramme de phase n'est autre que le point tricritique où les phases modulées FFLO deviennent également plus favorables que la phase uniforme [60]. Au delà, $K_3 < 0$ et la température critique de la jonction est plus élevée dans l'état π que dans l'état 0. En conséquence, nous nous attendons à ce que l'état π vienne perturber le diagramme de phase standard du supraconducteur quasi-bidimensionnel dans un champ magnétique Zeeman au voisinage du point tricritique [87]. Ce sera l'objet de la Sec.4.1 de ce rapport de thèse.

iii) Alignement antiparallèle et différence de phase nulle (AP,0):

Dans la limite $t \ll T_c$ nous obtenons, après sommation sur les fréquences de Matsubara:

$$\ln \frac{T_c^{AP,0}}{T_{c0}} = \ln \frac{T_c^{P,0}}{T_{c0}} + 2\pi T_c^{AP,0} t^2 \sum_{\omega>0} \frac{h^2}{\omega (h^2 + \omega^2)^2}. \quad (3.70)$$

Nous remarquons que dans la configuration AP, le couplage augmente la température critique. Ce résultat est de même nature que l'augmentation de T_c avec la transparence d'interface, qui se produit dans les structures S/F plus épaisses (voir Sec.2.2 et Réfs.[37, 91]). Nous retrouvons également l'effet de vanne de spin: $T_c^{AP} > T_c^P$.

iiii) Alignement antiparallèle et différence de phase π (AP, π):

Dans ce cas, l'intégration de l'équation d'autocohérence sur le spectre mène à la relation:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(F_{11}^+)^{AP,\pi}}{\Delta^*} d\xi = \left[\frac{\pi}{\omega - i\sqrt{h^2 + t^2}} \right]. \quad (3.71)$$

L'Eq.(3.71) est similaire à l'Eq.(3.65) mais implique un champ d'échange effectif $\sqrt{h^2 + t^2}$, qui est plus grand que h , et d'autant plus grand que le couplage entre les couches est fort. De ce fait, dans l'état (AP, π) la température critique est inférieure à celle obtenue dans l'état (AP,0). Nous en déduisons qu'à proximité de la température critique, l'état 0 est plus stable dans la configuration AP. L'objet de la section qui suit est de comprendre dans quelle mesure ceci reste vrai lorsque la température diminue.

3.4.2 Paramètre d'ordre à T=0

Dans une couche SF isolée, il est bien connu qu'à champ faible $h < \Delta_0/\sqrt{2}$, le gap est indépendant du champ d'échange [53]. Ce résultat s'obtient dans notre modèle en prenant la limite $t = 0$.

Si t est non nul mais reste petit, plus précisément si $t^2 \ll \Delta^2 - h^2$, il est justifié d'utiliser un développement perturbatif en puissances de t de la fonction de Green anormale (3.63)

L'équation d'autocohérence (3.25) prend alors la forme suivante:

$$\ln \frac{\Delta}{\Delta_0} = t^2 \iint \frac{d\omega}{2\pi} d\xi \left[\frac{[(i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega + \xi_{2\downarrow}) + (i\omega - \xi_{1\uparrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow}) - 2\Delta^2 \cos \chi]}{[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega - \xi_{1\uparrow})]^2 [\Delta^2 - (i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})]} + \frac{\cos \chi}{[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega - \xi_{1\uparrow})][\Delta^2 - (i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})]} \right]. \quad (3.72)$$

Il convient de remarquer toutefois que si le champ d'échange devient de l'ordre de grandeur de $(\Delta_0^2 - t^2)^{1/2}$, les termes d'ordres supérieurs ou égaux à t^4 deviennent prépondérants au dénominateur de la fonction de Green: le développement perturbatif est alors incorrect.

i) Dans l'alignement P, en effectuant analytiquement l'intégration (3.72) sur ξ et ω nous obtenons finalement:

$$\Delta^{P,\chi} = \Delta_0, \quad (3.73)$$

quelle que soit la différence de phase ($\chi = 0$ ou π) entre les couches. Le gap supraconducteur est donc insensible au champ d'échange dans la limite d'un couplage faible entre les couches à température nulle, du moins à l'ordre de t^2 [87]. L'énergie des deux états 0 et π a été calculée également, et il apparaît que l'état fondamental de la bicouche est l'état 0 dans l'alignement P à très basse température.

ii) Dans la configuration AP, l'Eq.(3.72) est résolue à l'ordre de t^2 et le gap est donné par:

$$\ln \frac{\Delta^{AP,0}}{\Delta_0} = \frac{t^2}{2} \left[-\frac{1}{\Delta_0^2 - h^2} + \frac{\Delta_0^2 - 2h^2}{h\sqrt{\Delta_0^2 - h^2}} \arcsin \frac{h}{\Delta_0} \right] \quad (3.74)$$

si $\chi = 0$, et

$$\Delta^{AP,\pi} = \Delta_0 \quad (3.75)$$

si $\chi = \pi$. La divergence apparente qui survient dans l'Eq.(3.74) lorsque $h \rightarrow \Delta_0$ est factice, et est supprimée par des termes d'ordres supérieurs ou égaux à t^4 qui deviennent prépondérants lorsque h se rapproche de $(\Delta^2 - t^2)^{1/2}$. Dans la limite $h \ll \Delta_0$, l'expression (3.74) devient:

$$\ln \frac{\Delta^{AP,0}}{\Delta_0} = -\frac{4t^2 h^2}{3\Delta_0^6}. \quad (3.76)$$

Par conséquent, dans l'état 0 et la configuration AP, le paramètre d'ordre est diminué par le champ d'échange dans la limite d'un faible couplage entre les couches. Ce résultat est très semblable à celui obtenu dans la Sec.3.2.3 dans le cadre d'un modèle de tricouche F/S/F. Dans l'état π , le gap supraconducteur est identique à celui d'une monocouche, tout au moins à l'ordre de t^2 . En conséquence, à température nulle le gap est plus grand dans l'état π . Il apparaît également que l'énergie du condensat supraconducteur est plus basse dans cet état, qui est donc l'état fondamental de la bicouche à $T = 0$ [87].

Les résultats obtenus dans cette section peuvent être résumés comme suit:

- Si l'alignement parallèle est imposé, l'état 0 est plus stable énergétiquement à basse température et également dans le voisinage de T_c . Il est donc raisonnable de supposer que cette propriété persiste à toute température [87].

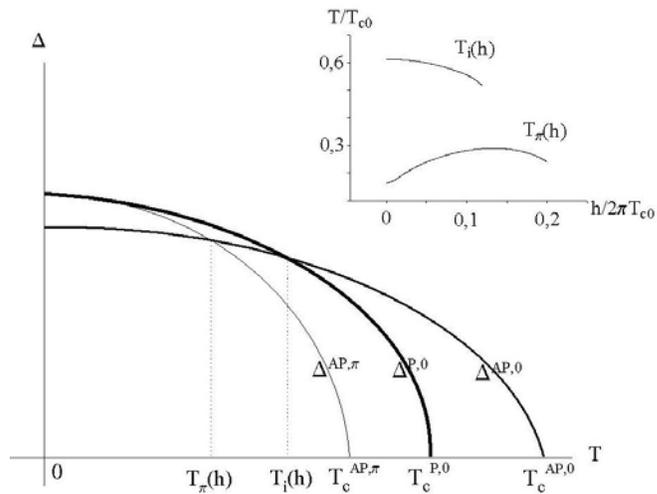


Figure 3.11: Schéma de l'inversion de l'effet de proximité dans la bicouche SF/SF. Dans ce modèle, contrairement au modèle F/S/F, nous n'observons qu'un seul croisement. Ici, dans la configuration AP il se produit également une transition entre l'état 0, dans lequel les paramètres d'ordre supraconducteurs dans les deux plans sont égaux, et l'état π , dans lequel ils sont opposés. Insert : dépendance des températures d'inversion de l'effet de proximité et de transition 0 – π avec le champ d'échange.

- Si c'est l'alignement antiparallèle qui est imposé, le système adoptera préférentiellement l'état π à basse température et l'état 0 à proximité de la transition vers la phase normale. De ce fait, en refroidissant la bicouche depuis T_c jusqu'aux basses températures nous devrions observer une transition de l'état 0 vers l'état π .

- Si finalement l'alignement des champs d'échange est laissé libre, ayant, dans l'état 0, $T_c^{AP} > T_c^P$, et $\Delta^{AP,0} < \Delta^{P,0}$ il doit exister une température T_i à laquelle $\Delta^{AP,0} = \Delta^{P,0}$ (comme représenté schématiquement sur la Fig.3.11). A cette température se produit l'inversion de l'effet de proximité discutée dans la Sec.3.2.4 et dans les Réfs. [76, 80] dans le cadre d'un modèle de tricouche F/S/F.

3.4.3 Inversion de l'effet de proximité

Dans cette section, le gap supraconducteur est calculé numériquement à toute température dans les configurations P et AP, et pour une différence de phase égale à 0 ou à π . La fonction de Green anormale (3.63) est développée à l'ordre de t^2 . La prise en compte du seul premier terme du développement dans l'équation d'autocohérence, donnée par

$$(\Delta^{P(AP),\chi})^* = |\lambda| N_{2D}(0)T \sum_{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} (F^+)^{P(AP),\chi} d\xi \quad (3.77)$$

pour une température arbitraire, permet de calculer le gap en l'absence de couplage entre les couches (cas d'une monocouche soumise à un champ d'échange). Cette grandeur est notée Δ_h . Nous retrouvons le résultat standard discuté dans la Réf. [53]: à toute température, Δ_h est une fonction monotoniquement décroissante du champ d'échange h (voir Fig.3.12).

Les petites corrections à Δ_h , dues au couplage de deux monocouches, sont obtenues après intégration sur ξ et sommation sur ω du second terme du développement, qui est proportionnel à t^2 . Lors de ce calcul, Δ sera donc approximé à Δ_h . En contraste avec Δ_h , la correction à l'ordre t^2 dépend de l'orientation relative des champs d'échange et de la différence de phase supraconductrice entre les deux couches.

Dans la configuration P et si $\chi = 0$, le terme proportionnel à t^2 est nul. De ce fait, à toute température,

$$\Delta^{P,0}(h, T, t) = \Delta_h, \quad (3.78)$$

tout au moins à l'ordre de t^2 . Le même calcul effectué pour $\chi = \pi$ montre que dans cet état le gap est diminué par le couplage. Ceci confirme la prédiction faite en conclusion de la section précédente, à savoir que la bicouche dans la configuration P se trouve bien dans l'état 0 à toute température.

Dans la configuration AP et en l'absence de différence de phase supraconductrice

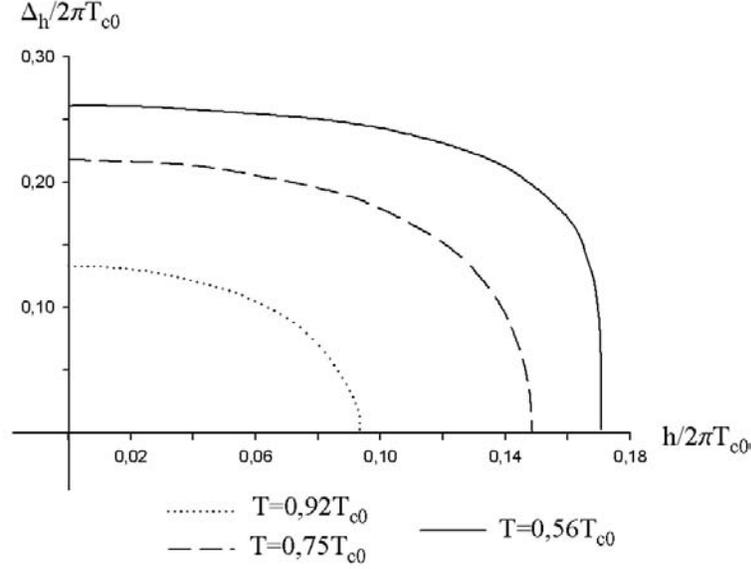


Figure 3.12: Variations du gap avec le champ d'échange ($h < h^*$) à différentes températures $T > T^*$, en l'absence de couplage. Le gap décroît monotoniquement avec h jusqu'à s'annuler, ce qui confirme que la transition est bien du deuxième ordre pour des températures suffisamment élevées.

$\chi = 0$, le gap vérifie:

$$\frac{\Delta^{AP,0} - \Delta^{P,0}}{\Delta^{P,0}} = \frac{1}{S_0} \pi t^2 T \sum_{\omega > 0}^{\omega_D} \text{Re} \left[\frac{i \Delta_h^2 + (\omega + ih)^2 + ih(\omega + ih)}{h\omega [\Delta_h^2 + (\omega + ih)^2]^{3/2}} \right], \quad (3.79)$$

où

$$S_0 = 2\pi T \sum_{\omega > 0}^{\omega_D} \text{Re} \left[\frac{\Delta_h^2}{[\Delta_h^2 + (\omega + ih)^2]^{3/2}} \right]. \quad (3.80)$$

L'analyse du membre de droite de l'équation (3.79) révèle que, à champ faible $h < h^*$, le gap est plus grand dans la configuration AP à proximité de T_c , et dans la configuration P à basse température [87]. La différence (3.79) s'annule pour une température $T = T_i$, où $\Delta^{AP,0} = \Delta^{P,0}$, comme nous l'avons prédit grâce à un raisonnement simple basé sur des arguments à $T = T_c$ et $T = 0$ dans la section précédente. Cette situation est représentée schématiquement sur la Fig.3.11. Les variations de T_i avec le champ d'échange h sont représentées en insert sur la Fig.3.11

Cependant, l'analyse effectuée dans la section précédente indique que dans la configuration AP, c'est l'état π qui est le plus stable à $T = 0$. Il faut donc comparer $\Delta^{P,0}$ à $\Delta^{AP,\pi}$ pour pouvoir conclure sur l'inversion de l'effet de proximité.

En utilisant la forme générale (3.77) de l'équation d'autocohérence nous avons calculé le gap à toute température dans la configuration AP et pour $\chi = \pi$ et nous l'avons

comparé à $\Delta^{P,0}(T)$:

$$\frac{\Delta^{AP,\pi} - \Delta^{P,0}}{\Delta_h} = \frac{1}{S_0} \pi t^2 T \sum_{\omega>0}^{\omega_D} \operatorname{Re} \left[-i \frac{\omega + ih}{h [\Delta_h^2 + (\omega + ih)^2]^{3/2}} \right]. \quad (3.81)$$

L'analyse numérique du second membre de cette équation révèle que pour une température quelconque, $\Delta^{P,0} > \Delta^{AP,\pi}$: le couplage π dans la configuration AP ne perturbe pas qualitativement l'effet d'inversion.

3.4.4 Transition 0- π dans la configuration antiparallèle

Les résultats obtenus dans les Sec.3.4.1 et 3.4.2 indiquent que dans la configuration AP, une transition entre l'état 0, stable à proximité de T_c , et l'état π , stable à $T = 0$, doit se produire à une température intermédiaire. En utilisant les équations (3.79) et (3.81), nous avons calculé la différence entre les paramètres d'ordre dans ces deux états, à l'ordre t^2 :

$$\frac{\Delta^{AP,0} - \Delta^{AP,\pi}}{\Delta_h} = \frac{1}{S_0} \pi t^2 T \sum_{\omega>0}^{\omega_D} \operatorname{Re} \left[i \frac{\Delta_h^2 + 2(\omega + ih)^2}{h\omega [\Delta_h^2 + (\omega + ih)^2]^{3/2}} \right]. \quad (3.82)$$

L'analyse du membre de droite de l'Eq.(3.82) confirme cette prédiction: la différence $\Delta^{AP,0} - \Delta^{AP,\pi}$ change de signe à une température T_π dont les variations avec h sont reportées en insert sur la Fig.3.11. Si la configuration AP est imposée, en refroidissant le système de T_c à $T = 0$, la bicouche, dans l'état 0 à $T \approx T_c$, transite dans l'état π à la température $T_\pi(h)$.

Notons que, comme $T_\pi(h) < T_i(h)$, l'inversion de l'effet de proximité discutée dans le paragraphe précédent se produit dans l'état $\chi = 0$ [87].

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons démontré, dans le cadre de deux modèles microscopiques d'hétérostructures S/F [80, 87], que l'effet de vanne de spin, largement discuté dans la littérature sur la base de modèles semi-classiques à une échelle nanoscopique, se retrouvait également à l'échelle atomique. En effet, le couplage du condensat supraconducteur à deux champs d'échange ferromagnétiques conduit à une température critique de la jonction plus élevée dans la configuration où les champs d'échange sont antiparallèles, que ce soit par effet de proximité (structure F/S/F) ou par "interaction directe" (SF/SF). Cette configuration antiparallèle est donc plus stable énergétiquement à proximité de la ligne critique du second ordre, tout au moins du point de vue de la supraconductivité.

Curieusement, la situation s'inverse à basse température. En effet, tant que le champ d'échange est inférieur à une valeur critique qui est de l'ordre de grandeur de Δ_0 , le

paramètre d'ordre à $T = 0$ est plus grand dans la configuration P, et cette phase est plus stable énergétiquement [80, 87]. Cet effet est probablement lié au fait que, dans la configuration AP, chaque électron d'une paire de Cooper peut trouver une couche ferromagnétique favorable à son orientation de spin, ce qui a pour effet une diminution du paramètre d'ordre supraconducteur [74]. L'élargissement des niveaux d'énergie Zeeman à plus haute température perturbe cet effet quantique, et l'effet du champ d'échange "moyen" (qui est nul dans le cas AP et non nul dans le cas P) devient prépondérant. La configuration AP est alors plus favorable à la supraconductivité. En conséquence, il existe une température de transition T_i entre ces deux régimes de basse et haute température, à laquelle le gap est identique dans les deux configurations. Cette température T_i est une fonction décroissante du champ d'échange h . En utilisant des valeurs réalistes de h et T_{c0} , nous prédisons que cette inversion de l'effet de proximité devrait être observable expérimentalement à des températures de l'ordre du Kelvin, par exemple à l'aide de mesures de densité d'états. Notons que ces conclusions ne sont plus valables si l'énergie de l'interaction dipolaire magnétique entre les champs d'échange macroscopiques est négligeable devant l'énergie de condensation supraconductrice.

Nous nous attendons à ce que ces résultats soient applicables à des composés dans lesquels les ordres supraconducteur et ferromagnétique coexistent à l'échelle atomique. Le modèle F/S/F est pertinent pour décrire les ruthénocuprates issus de $\text{RuSr}_2\text{GdCu}_2\text{O}_8$, qui sont donc de bons candidats à l'observation de l'inversion de l'effet de proximité [61, 62]. Ces composés présentent en général l'alignement AP entre deux plans magnétiques RuO_2 consécutifs. L'alignement P peut en principe être obtenu en appliquant un faible champ magnétique extérieur. Le modèle SF/SF décrit les composés dont la structure est semblable à celle de $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ (BSCCO), auxquels on applique un faible champ magnétique dans la direction cristallographique du plan des couches. Il est probable que l'effet d'inversion de l'effet de proximité s'avère dans les prochaines années être une caractéristique établie des systèmes hybrides S/F de dimensions atomiques.

Enfin, dans le cadre du modèle SF/SF, nous constatons que l'état π (correspondant à deux paramètres d'ordre supraconducteurs opposés dans les deux couches SF) ne peut être réalisé dans cette limite des faibles champs d'échange ($h < h^* \approx 1,07T_{c0}$) dans la configuration P. Néanmoins les résultats obtenus dans la Sec.3.4.1 indiquent que cela est possible dans le régime où le champ d'échange est de l'ordre de la température critique supraconductrice.

Chapitre 4

Phases π induites par effet paramagnétique dans les supraconducteurs quasi-2D

L'objet de ce quatrième chapitre est donc de clarifier les conditions d'apparition de cette *phase supraconductrice* π particulière dans le régime $h \geq 1,07T_{c0}$. Pour de telles valeurs du champ d'échange, il est alors nécessaire de tenir compte du fait que le paramètre d'ordre supraconducteur peut être modulé spatialement dans chacun des plans SF, donnant lieu à la *phase supraconductrice non uniforme FFLO*, qui sera en compétition avec l'état π . Nous commencerons donc le quatrième chapitre par une introduction plus détaillée sur la supraconductivité non uniforme.

4.1 Phase π au voisinage du point tricritique dans la limite Josephson $t \ll T_{c0}$

Dans tout ce qui suit, nous considérerons que la bicouche SF/SF est dans sa configuration parallèle. Les résultats de ce chapitre sont donc en principe applicables à des composés purement supraconducteurs (structurés en couches atomiques, comme BSCCO) auxquels on applique un faible champ magnétique extérieur [87]. Nous parlerons donc *sans distinction* de *champ d'échange* et de *champ magnétique*. En effet, là encore les effets orbitaux seront négligés, ce qui est raisonnable au vu de la structure cristallographique des composés pour lesquels le modèle est pertinent.

4.1.1 Supraconductivité non uniforme (FFLO) dans les systèmes quasi-bidimensionnels

Lorsque un champ d'échange règne dans un supraconducteur, il apparaît une forme non uniforme de supraconductivité [7, 8]. Dans cet état nommé FFLO (pour Fulde-Ferrel-Larkin-Ovchinnikov), le paramètre d'ordre supraconducteur oscille au sein du composé et les paires de Cooper ont une impulsion totale non nulle contrairement aux paires conventionnelles de la théorie BCS. A $T = 0$, le champ critique de la transition entre cette phase supraconductrice non uniforme et la phase métal normal est plus élevé que la limite paramagnétique de Chandrasekhar-Clogston [92, 93] h_p donnée par $h_p = \Delta_0/\sqrt{2} \approx 0,7\Delta_0$. Il dépend de la dimensionnalité du système considéré; pour un supraconducteur tridimensionnel, nous avons $h_{FFLO}^{3D} = 0,755\Delta_0$ [7, 8], pour un composé quasi-bidimensionnel $h_{FFLO}^{2D} = \Delta_0$ [94]. Dans le cas 1D il n'y a pas de limite paramagnétique dans l'état FFLO [95]. Dans le cas des composés quasi-bidimensionnels qui nous intéresse ici, à champ faible $h \ll \Delta_0$ et à température nulle la supraconductivité est uniforme (U) puis devient modulée ($FFLO$) lorsque le champ augmente, avant de disparaître pour $h \geq \Delta_0$. Notons que le champ critique de la transition $U/FFLO$ n'est pas connu à ce jour. Lorsque la température augmente, la plage de champ magnétique dans laquelle la phase FFLO est réalisée au détriment de la phase uniforme se réduit jusqu'à s'annuler à une température $T^* = 0,56T_{c0}$.

La phase FFLO est donc insérée dans un domaine restreint du diagramme de phase, situé entre la phase supraconductrice uniforme et la phase normale pour $T \leq T^*$ (voir Fig.4.1). A $T = T^*$, $h = h^* = 1,07T_{c0}$ on trouve un point tricritique où convergent les lignes de transition U/N (du premier ordre pour $T \leq T^*$ et du deuxième ordre pour $T \geq T^*$) et la ligne de transition FFLO/N (pour $T \leq T^*$). Ce diagramme de phase du supraconducteur quasi-bidimensionnel en coordonnées (T, h) fut obtenu par Bulaevskii en 1973 [94]. Il est similaire à celui du supraconducteur tridimensionnel obtenu quelques années plus tôt par Saint-James *et al.* [60].

L'origine physique de la phase supraconductrice non uniforme présente certaines similarités avec les oscillations de la fonction d'onde supraconductrice dans un ferromagnétique à proximité d'une interface S/F. Afin de comprendre l'origine de cette phase, considérons pour simplifier un supraconducteur 1D plongé à un champ magnétique. A cause de l'effet Zeeman, deux électrons de spins opposés n'ont plus la même impulsion au niveau de Fermi (voir Fig.1.2), la différence étant de l'ordre de $\delta p = h/v_f$. L'impulsion d'une paire de Cooper n'est plus nulle alors, mais égale à δp . Ce décalage au niveau de l'impulsion peut être compensé par une modulation spatiale du paramètre d'ordre de vecteur d'onde $q = -\delta p$. Tout se passe alors comme s'il n'y avait pas de levée de dégénérescence au niveau de Fermi, et donc comme si il n'y avait plus de champ d'échange. Ce raisonnement simple explique l'origine de la phase supraconductrice non uniforme, et dans le même temps

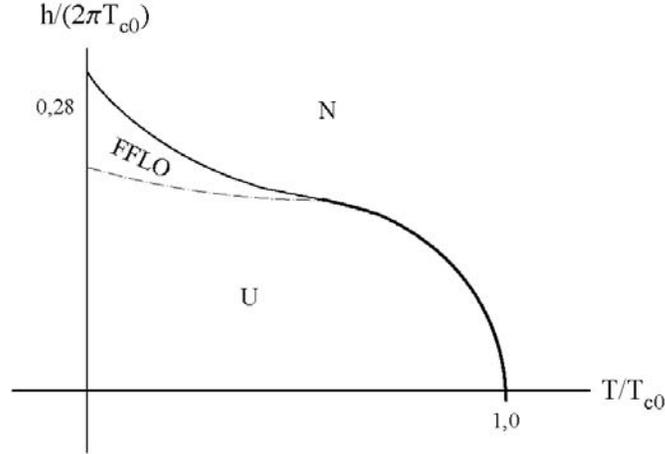


Figure 4.1: *Diagramme de phase d'un supraconducteur quasi-bidimensionnel soumis à un champ magnétique, dans l'hypothèse où seul l'effet paramagnétique est pris en compte.*

l'absence de limite paramagnétique dans le cas 1D [96]. Dans les cas 3D et 2D, comme δp dépend de la direction de la vitesse de Fermi il est impossible de trouver un vecteur d'onde de la modulation FFLO qui compense l'effet Zeeman pour tous les électrons de la surface de Fermi, et la limite paramagnétique est préservée.

Une première approche pour déterminer précisément les caractéristiques de l'état FFLO consiste à utiliser la théorie de Ginzburg-Landau (GL). L'introduction de termes proportionnels à des puissances du gradient du paramètre d'ordre dans la fonctionnelle de GL permet de prendre en compte la nature non uniforme de la supraconductivité. Dans ce formalisme, la structure exacte $\Delta(\mathbf{r})$ de la modulation doit alors minimiser l'énergie libre de GL. Actuellement, aucune étude n'a permis de déterminer quelle structure de modulation conduit à l'énergie la plus basse. Cependant parmi les différentes structures de modulation testées par le passé, il apparaît qu'au voisinage du point tricritique la modulation $\Delta(\mathbf{r}) = \Delta \cos \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$ est la plus favorable énergétiquement, que ce soit dans le cas d'un supraconducteur 3D [7] ou 2D [97]. Elle est en particulier plus favorable que la structure modulée différemment suivant deux directions \mathbf{x} et \mathbf{y} , $\Delta(\mathbf{r}) = \Delta (\cos \mathbf{q} \cdot \mathbf{x} + \cos \mathbf{q} \cdot \mathbf{y})$ [98]. Dans le cas 2D, Mora et Combescot [99] ont montré que la structure de la modulation devient même de plus en plus complexe au fur et à mesure que la température diminue. Au point tricritique, le paramètre d'ordre est modulé sous la forme $\Delta(\mathbf{r}) = \Delta \cos \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$, puis sous la forme d'une superposition de 2 cosinus, puis 3... à plus basse température. En principe à $T = 0$ le gap est alors la superposition d'une infinité d'ondes planes.

D'un point de vue expérimental, les phases FFLO étant très sensibles aux impuretés [100], il a longtemps été impossible d'obtenir une signature convaincante de leur apparition. Ce fût le cas seulement récemment, dans le contexte des supraconducteurs organiques

[6, 101] et des fermions lourds [102].

4.1.2 Adaptation du modèle à la description des phases non uniformes

La description théorique du modèle de bicouche SF/SF doit être modifiée de manière à tenir compte de la nature non uniforme de la supraconductivité dans le régime des champs d'échange intermédiaires $h \geq h^*$. La structure $\Delta(\mathbf{r})$ de la modulation étant inconnue, le hamiltonien exact du modèle doit être écrit sous la forme d'une fonctionnelle, et devient alors inutilisable. Pour simplifier, nous supposons donc dans un premier temps que la modulation est la plus simple possible, à savoir une onde plane, identique dans les deux couches [87]:

$$\Delta_1(\mathbf{r}) = \Delta e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}+ix/2}, \quad \Delta_2(\mathbf{r}) = \Delta e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}-ix/2}, \quad (4.1)$$

où le vecteur d'onde \mathbf{q} de la modulation FFLO et le paramètre d'ordre Δ sont des paramètres variationnels dont les valeurs d'équilibre thermodynamique doivent minimiser l'énergie libre de la structure. Dans le hamiltonien du modèle SF/SF (3.48), seule la partie relative au couplage supraconducteur est modifiée par l'introduction de la modulation, et devient

$$H_{BCS}^j = \Delta_j^*(\mathbf{r}) \sum_{\mathbf{p}} \psi_{j\downarrow}(\mathbf{p})\psi_{j\uparrow}(-\mathbf{p}) + \Delta_j(\mathbf{r}) \sum_{\mathbf{p}} \psi_{j\uparrow}^+(\mathbf{p})\psi_{j\downarrow}^+(-\mathbf{p}). \quad (4.2)$$

Le modèle est alors résolu exactement en utilisant les fonctions de Green

$$\begin{aligned} F_{jk}^+(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= \langle \psi_{j\uparrow}^+(\mathbf{p})\psi_{k\downarrow}^+(\mathbf{p}') \rangle = \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}')F_{jk}^+(\mathbf{p}), \\ G_{jk}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= -\langle \psi_{j\uparrow}(\mathbf{p})\psi_{k\uparrow}^+(\mathbf{p}') \rangle = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}' + \mathbf{q})G_{jk}(\mathbf{p}), \end{aligned} \quad (4.3)$$

"décalées" dans l'espace des impulsions. Il est clair que le modèle devient particulièrement difficile à résoudre dans le cas d'une structure de modulation quelconque, car cela nécessiterait l'introduction de ce type de fonctions de Green pour chaque composante de la décomposition de Fourier de la structure de modulation.

Les équations de Gor'kov portant sur ces nouvelles fonctions de Green s'écrivent:

$$\begin{pmatrix} i\omega - \xi_{1\uparrow}(\mathbf{p} + \mathbf{q}) & -t & \Delta_1 & 0 \\ -t & i\omega - \xi_{2\uparrow}(\mathbf{p} + \mathbf{q}) & 0 & \Delta_2 \\ \Delta_1^* & 0 & i\omega + \xi_{1\downarrow}(\mathbf{p}) & t \\ 0 & \Delta_2^* & t & i\omega + \xi_{2\downarrow}(\mathbf{p}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{11}(\mathbf{p} + \mathbf{q}) \\ G_{21}(\mathbf{p} + \mathbf{q}) \\ F_{11}^+(\mathbf{p}) \\ F_{21}^+(\mathbf{p}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Dans les supraconducteurs quasi-bidimensionnels, la norme du vecteur d'onde de la modulation FFLO est maximale à basse température où elle est de l'ordre de $(\xi_0)^{-1}$, ξ_0 étant la longueur de cohérence supraconductrice typique à température nulle [94, 103]. Celà

signifie qu'en bonne approximation nous pouvons considérer

$$\xi_{j\uparrow}(\mathbf{p} + \mathbf{q}) = \xi(\mathbf{p}) - h_j + \mathbf{v}_F \cdot \mathbf{q}. \quad (4.5)$$

La fonction de Green anormale F_{11}^+ est calculée en résolvant le système (4.4) et il s'avère qu'elle est similaire à celle obtenue dans le cas d'une phase supraconductrice uniforme Eq.(3.63):

$$F_{11}^+ = \frac{\Delta_1^* [\Delta^2 - (i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})] + t^2 \Delta_2^*}{[\Delta^2 - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega - \xi_{1\uparrow})] [\Delta^2 - (i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})] + t^4 + t^2 [2\Delta^2 \cos \chi - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega + \xi_{2\downarrow}) - (i\omega - \xi_{1\uparrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})]}, \quad (4.6)$$

la seule différence résidant dans la dépendance en \mathbf{q} du spectre des excitations:

$$\begin{aligned} \xi_{j\uparrow} &= \xi - h_j - \mathbf{v}_f \cdot \mathbf{q} \\ \xi_{j\downarrow} &= \xi + h_j. \end{aligned} \quad (4.7)$$

En l'absence de couplage ($t = 0$) entre les deux couches, l'équation (4.6) permet de retrouver le diagramme de phase du supraconducteur quasi-bidimensionnel établi par Bulaevskii [94].

Dans cette section 4.1, nous construisons le diagramme de phase de la bicouche SF/SF dans la limite d'un faible couplage $t \ll T_{c0}$, et dans le cas où les champs d'échange sont parallèles. La limite des forts couplages sera traitée dans la Sec.4.2. La détermination du diagramme de phase dans l'alignement antiparallèle des champs permettrait d'avoir une vision encore plus globale du modèle, et pourrait constituer l'un des objectifs, pour l'année à venir, du groupe de recherche dans lequel les travaux ici présentés ont été effectués.

4.1.3 Bicouche SF/SF dans le formalisme de Ginzburg-Landau

A proximité du point tricritique, le formalisme de Ginzburg-Landau (GL) est bien adapté pour décrire les détails du diagramme de phase. L'état FFLO correspondant à un paramètre d'ordre modulé dans l'espace, sa description nécessite d'introduire des termes proportionnels au gradient du paramètre d'ordre dans la fonctionnelle de GL généralisée. Nous verrons dans cette partie que les coefficients associés au terme $|\Psi|^4$ et au premier terme de gradient $|\nabla\Psi|^2$ s'annulent au point tricritique et sont très petits dans son voisinage [87]. En conséquence, il est nécessaire d'introduire des termes d'ordre supérieur tels que $|\nabla^2\Psi|^2$, $|\Psi|^6$ dans la fonctionnelle généralisée. Le travail de construction de la fonctionnelle de GL adaptée aux besoins de la description du voisinage du point tricritique a été effectué au préalable par Buzdin et Kachkachi [97], et nous retrouvons ici dans un premier temps les résultats de ces auteurs. Dans ce qui suit, nous supposons que le vecteur d'onde \mathbf{q} , de module q , de la modulation FFLO pointe dans la direction de l'axe x appartenant au plan des couches. La fonctionnelle généralisée s'écrit alors:

$$\begin{aligned}
F &= \bar{\tau} |\Psi(x)|^2 + \beta |\nabla_x \Psi(x)|^2 - \epsilon |\Psi(x)|^4 + \delta |\nabla_x^2 \Psi(x)|^2 \\
&+ \mu |\Psi(x)|^2 |\nabla_x \Psi(x)|^2 + \eta ((\Psi(x)^+)^2 (\nabla_x \Psi(x))^2 + (\Psi(x))^2 (\nabla_x \Psi(x)^+)^2) \\
&+ b |\Psi(x)|^6.
\end{aligned} \tag{4.8}$$

La technique que nous allons utiliser pour analyser les propriétés de la bicouche SF/SF au voisinage du point tricritique consiste à calculer les coefficients de la fonctionnelle généralisée $(\bar{\tau}, \beta, \dots)$ à partir de notre connaissance microscopique du système. Dans la section précédente, nous avons calculé F_{11}^+ avec comme hypothèse de départ une modulation exponentielle du gap supraconducteur, $\Delta(x) = \Delta \exp iqx$. Il est alors possible (ce travail est effectué en Annexe C, et dans la Réf.[87]) d'exprimer l'équation d'autocohérence sous la forme d'un développement en puissances de q et Δ . Ainsi développée, cette équation est interprétée comme étant la condition de minimisation de l'énergie libre de GL (4.8) par rapport au paramètre variationnel Δ . Dans le cas où la modulation du paramètre d'ordre de GL est exponentielle ($\Psi(x) = \Delta \exp iqx$), cette condition de minimisation s'écrit

$$(\bar{\tau} + \beta q^2 + \delta q^4) + 2(-\epsilon + (\mu - 2\eta) q^2) \Delta^2 + 3b\Delta^4 = 0 \tag{4.9}$$

dans la phase supraconductrice. Dans la phase métal normal la minimisation de l'énergie libre conduit à $\Delta = 0$.

Dans l'état 0, l'identification de l'Eq.(4.9) avec l'équation d'autocohérence (C.12) obtenue en Annexe C conduit aux expressions suivantes pour les coefficients de la fonctionnelle généralisée (4.8):

$$\begin{aligned}
\bar{\tau}^0 &= \ln \frac{T}{T_{c0}} - K_1(\tilde{h}) \\
\beta^0 &= \frac{1}{2} \left(\frac{v_f}{2} \right)^2 K_3(\tilde{h}) \\
\epsilon^0 &= -\frac{1}{4} K_3(\tilde{h}) \\
\delta^0 &= -\frac{3}{8} \left(\frac{v_f}{2} \right)^4 K_5(\tilde{h}) \\
\mu^0 - 2\eta^0 &= -\frac{3}{4} \left(\frac{v_f}{2} \right)^2 K_5(\tilde{h}) \text{ et} \\
b^0 &= -\frac{1}{8} K_5(\tilde{h}),
\end{aligned} \tag{4.10}$$

où le champ réduit \tilde{h} est donné par $\tilde{h} = h/2\pi T$ et où les fonctions K_μ sont définies en Annexe C. Ces coefficients correspondent à ceux publiés dans la Réf.[97] et nous retrouvons les résultats de ces auteurs. Remarquons ici que le paramètre $\bar{\tau}^0$, qui interviendra souvent dans la suite, est une fonction qui croît monotoniquement avec la température le long d'une ligne $h/T = cst$. C'est donc en quelque sorte une température réduite [87].

Les coefficients de la fonctionnelle correspondant à l'état $\chi = \pi$ sont obtenus à partir des coefficients dans l'état 0 dans lesquels la substitution

$$K_\mu(\tilde{h}) \longrightarrow \frac{K_\mu(\tilde{h} + \tilde{t}) + K_\mu(\tilde{h} - \tilde{t})}{2} \quad (4.11)$$

est effectuée (\tilde{t} est le couplage réduit $t/2\pi T$). Ce résultat est démontré en Annexe C. Dans la limite d'un faible couplage entre les couches ($t \ll T_c$) ces coefficients s'écrivent:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}^\pi &= \ln \frac{T}{T_{c0}} - K_1 + \tilde{t}^2 K_3 - \tilde{t}^4 K_5 \\ \beta^\pi &= \frac{1}{2} \left(\frac{v_f}{2} \right)^2 (K_3 - 6\tilde{t}^2 K_5) \\ \epsilon^\pi &= -\frac{1}{4} (K_3 - 6\tilde{t}^2 K_5) \\ \delta^\pi &= -\frac{3}{8} \left(\frac{v_f}{2} \right)^4 K_5 \\ \mu^\pi - 2\eta^\pi &= -\frac{3}{4} \left(\frac{v_f}{2} \right)^2 K_5 \text{ et} \\ b^\pi &= -\frac{1}{8} K_5. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Dans les équations (4.10) et (4.12), la dépendance des fonctions K_μ avec \tilde{h} est implicite. Dans cette section, nous ne considérons que des points du diagramme de phase qui sont extrêmement proches du point tricritique. Ce domaine étroit est défini par la condition $K_3(\tilde{h}) \ll K_5(\tilde{h})$. Plus précisément, le rapport K_3/K_5 sera de l'ordre de $(t/2\pi T^*)^2$ dans l'étude qui va suivre. La fonction K_5 est de l'ordre de l'unité et varie peu le long du domaine du diagramme de phase considéré. Ainsi les coefficients qui lui sont proportionnels seront considérés comme indépendants de T et h .

Ci-dessous nous discutons la stabilité relative des 4 phases supraconductrices qui sont supposées apparaître dans la voisinage du point tricritique, à savoir les phases uniformes (resp. modulées) avec une différence de phase supraconductrice 0 (resp. π) notées U (resp. $FFLO$)–0 (resp. π). Pour ce faire, nous utiliserons le formalisme de Ginzburg-Landau.

Dans l'état $\chi = 0$, la fonctionnelle d'énergie libre sera donnée par

$$\begin{aligned} F &= \bar{\tau}^0 |\Psi(x)|^2 + \beta^0 |\nabla_x \Psi(x)|^2 - \epsilon^0 |\Psi(x)|^4 + \delta^0 |\nabla_x^2 \Psi(x)|^2 \\ &+ \mu^0 |\Psi(x)|^2 |\nabla_x \Psi(x)|^2 + \eta^0 ((\Psi(x)^+)^2 (\nabla_x \Psi(x))^2 + (\Psi(x))^2 (\nabla_x \Psi(x)^+)^2) \\ &+ b^0 |\Psi(x)|^6, \end{aligned} \quad (4.13)$$

et permettra de calculer les énergies libres des phases $U - 0$ et $FFLO - 0$.

Dans l'état $\chi = \pi$, la fonctionnelle d'énergie libre sera donnée par

$$\begin{aligned} F &= \bar{\tau}^\pi |\Psi(x)|^2 + \beta^\pi |\nabla_x \Psi(x)|^2 - \epsilon^\pi |\Psi(x)|^4 + \delta^\pi |\nabla_x^2 \Psi(x)|^2 \\ &+ \mu^\pi |\Psi(x)|^2 |\nabla_x \Psi(x)|^2 + \eta^\pi ((\Psi(x)^+)^2 (\nabla_x \Psi(x))^2 + (\Psi(x))^2 (\nabla_x \Psi(x)^+)^2) \\ &+ b^\pi |\Psi(x)|^6, \end{aligned} \quad (4.14)$$

et permettra de calculer les énergies libres des phases $U - \pi$ et $FFLO - \pi$. Les coefficients dans l'état π s'expriment à l'aide des coefficients dans l'état 0 via les relations (4.12), par la suite les exposants "0" et " π " ne seront plus reportés, et nous n'utiliserons plus que les coefficients calculés pour l'état 0. Dans les equations (4.13) et (4.14), le paramètre d'ordre de GL $\Psi(x)$ est une fonction quelconque de la position, et donc aucune hypothèse n'est faite sur la structure réelle de la modulation FFLO. Bien que le calcul des coefficients ait été mené dans l'hypothèse d'une modulation exponentielle, les fonctionnelles (4.13) et (4.14) ont un caractère tout à fait général.

4.1.4 Phase π au voisinage du point tricritique

Energies libres des quatre phases en présence

Nous commençons ici par étudier la phase uniforme en supposant que la phase supraconductrice est identique dans les deux couches (phase $U - 0$). Les termes de gradient disparaissent alors de l'Eq.(4.13), et l'énergie libre de la phase $U - 0$ devient:

$$F_{U-0}(\tilde{\Delta}, \bar{\tau}) = \bar{\tau} \left| \tilde{\Delta} \right|^2 - \epsilon \left| \tilde{\Delta} \right|^4 + b \left| \tilde{\Delta} \right|^6, \quad (4.15)$$

où $\tilde{\Delta} = \Delta/2\pi T$ est le gap supraconducteur réduit. Nous retrouvons ici l'énergie libre bien connue de la phase supraconductrice uniforme pour une monocouche SF. Lorsque le champ d'échange réduit est inférieur à $\tilde{h}^* = h^*/2\pi T^* \approx 0,28$ (où h^* et T^* sont les valeurs tricritiques du champ et de la température), $\epsilon < 0$ et de ce fait la transition entre la phase supraconductrice et la phase métal normal ($U - 0/N$) est du second ordre. La ligne critique est alors donnée par l'équation $\bar{\tau}(h, T) = 0$. Pour des champs plus élevés et/ou des températures plus basses, $\tilde{h} > \tilde{h}^*$ et nous avons alors $\epsilon > 0$ et $b > 0$: la transition devient alors du premier ordre.

Dans le modèle de bicouche SF/SF, les paramètres d'ordre dans les deux couches peuvent être de signes opposés (état π), la supraconductivité restant uniforme dans chacun des plans. Dans cet état $U - \pi$, l'énergie libre de la bicouche est obtenue à partir de l'Eq.(4.14) dans laquelle les termes de gradient disparaissent [87]. Elle dépend alors de la constante de couplage t via le couplage réduit $\tilde{t} = t/2\pi T$ selon la relation:

$$F_{U-\pi}(\tilde{\Delta}, \bar{\tau}, \tilde{t}) = (\bar{\tau} - 4\epsilon\tilde{t}^2 + 8b\tilde{t}^4) \left| \tilde{\Delta} \right|^2 - (\epsilon - 12b\tilde{t}^2) \left| \tilde{\Delta} \right|^4 + b \left| \tilde{\Delta} \right|^6. \quad (4.16)$$

Dans le régime des champs faibles $\tilde{h} < \tilde{h}^*$, $\epsilon < 0$ et il est alors manifeste que $F_{U-0}(\tilde{\Delta}, \bar{\tau}) < F_{U-\pi}(\tilde{\Delta}, \bar{\tau}, \tilde{t})$: nous retrouvons ainsi les résultats obtenus dans la Sec.3.4.1: la phase uniforme avec $\chi = 0$ est plus stable que celle avec $\chi = \pi$. Lorsque $\tilde{h} > \tilde{h}^*$, $\epsilon > 0$ et donc $-4\epsilon\tilde{t}^2 \left| \tilde{\Delta} \right|^2 < 0$: si \tilde{t} est suffisamment petit, ou de manière équivalente si ϵ/b est suffisamment grand, ce terme l'emporte sur le terme $+8b\tilde{t}^4 \left| \tilde{\Delta} \right|^2$ et cette phase

$U - \pi$ devient plus stable que la phase $U - 0$ et entre donc en compétition avec les phases supraconductrices non uniformes $FFLO - 0$ et $FFLO - \pi$.

Les phases non uniformes peuvent elles aussi être décrites à l'aide des fonctionnelles (4.13) et (4.14). Comme nous l'avons vu précédemment, au voisinage du point tricritique la structure de modulation FFLO qui conduit à l'énergie la plus basse est $\Delta(x) = \Delta \cos qx$ [97].

Supposons dans un premier temps que $\chi = 0$. En reportant la structure du paramètre d'ordre de GL, $\Psi(x) = \Delta \cos qx$, dans l'Eq.(4.13), et en effectuant la moyenne sur toutes les positions x nous obtenons l'énergie libre de la phase $FFLO - 0$:

$$F_{FFLO-0}(\tilde{\Delta}, Q, \bar{\tau}) = \left(\frac{\bar{\tau}}{2} - 2\epsilon Q^2 + 6bQ^4 \right) |\tilde{\Delta}|^2 - \left(\frac{3}{8}\epsilon + \frac{5b}{16}Q^2 \right) |\tilde{\Delta}|^4 + \frac{5}{16}b |\tilde{\Delta}|^6, \quad (4.17)$$

où $Q = \left(\frac{v_f q}{4\sqrt{2}\pi T} \right)$ est le vecteur d'onde réduit de la modulation.

Le même travail réalisé en reportant $\Psi(x) = \Delta \cos qx$ dans l'Eq.(4.14) valable dans l'état π , conduit à l'expression suivante pour l'énergie libre de la phase $FFLO - \pi$:

$$F_{FFLO-\pi}(\tilde{\Delta}, Q, \bar{\tau}, \tilde{t}) = F_{FFLO-0}(\tilde{\Delta}, Q, \bar{\tau}) + (-2\epsilon\tilde{t}^2 + 4b\tilde{t}^4 + 24b\tilde{t}^2Q^2) |\tilde{\Delta}|^2 + \frac{9}{2}b\tilde{t}^2 |\tilde{\Delta}|^4. \quad (4.18)$$

Comme dans le cas des phases uniformes, le couplage est absent de l'énergie libre dans la phase $FFLO - 0$ alors qu'il reste présent dans l'expression de l'énergie de la phase $FFLO - \pi$.

Construction de la ligne critique pour $\tilde{h} > \tilde{h}^*$: compétition entre les phases $FFLO - 0$ et $U - \pi$

Dans le formalisme de Ginzburg-Landau, la phase supraconductrice la plus stable énergétiquement sur la ligne critique (et donc la phase qui participe effectivement à la transition S/N) est naturellement celle qui correspond à la température critique la plus élevée [2]. Pour construire la ligne critique pour $\tilde{h} > \tilde{h}^*$, nous commençons donc par calculer la température critique de chacune des transitions $U - 0/N$, $U - \pi/N$, $FFLO - 0/N$, $FFLO - \pi/N$.

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, la transition $U - 0/N$ est du premier ordre. L'équation de la ligne critique de cette transition est donc obtenue en considérant que, comme pour toute transition du premier ordre, le véritable paramètre d'ordre de la structure (que nous noterons $\tilde{\Delta}_1$ à la transition) minimise l'énergie libre

(4.15) et que les énergies d'équilibre thermodynamique des phases $U - 0$ et N sont égales [87]. Autrement dit, la ligne critique du premier ordre est donnée par la solution du système:

$$\begin{aligned} \left(\partial F_{U-0} / \partial \tilde{\Delta} \right)_{\tilde{\Delta}=\tilde{\Delta}_1} &= 0 \\ F_{U-0}(\tilde{\Delta}_1) &= F_N = 0. \end{aligned} \quad (4.19)$$

En résolvant ces deux équations, nous obtenons dans le plan (T, h) l'équation de la ligne de transition du premier ordre:

$$\bar{\tau}(h, T) = \epsilon^2 / (4b). \quad (4.20)$$

Par la suite nous noterons $\bar{\tau}_1(h, T)$ cette ligne qui nous servira de référence. Le saut de paramètre d'ordre à la transition est lui donné par

$$\left| \tilde{\Delta}_1 \right|^2 = \epsilon / (2b). \quad (4.21)$$

Dans une monocouche SF, il est établi que le scénario de cette transition entre une phase supraconductrice uniforme et le métal normal n'est pas réalisé: à la place, il y a une transition entre le métal normal et une phase supraconductrice non uniforme [94]. Dans le modèle SF/SF, les énergies des phases $U - 0$ et $FFLO - 0$ étant indépendantes du couplage, il est prévisible que la transition $U - 0/N$ du premier ordre ne soit pas non plus réalisée.

Au vu des coefficients de l'énergie libre de GL (4.16) pour la phase $U - \pi$, la transition $U - \pi/N$ est du deuxième ordre tant que $\epsilon < 12b\tilde{t}^2$. Dans la mesure où au voisinage du point tricritique $\epsilon(h, T)$ est une fonction linéairement croissante de $\tilde{h} = h/2\pi T$, cette condition définit un voisinage proche du point tricritique dans lequel la transition $U - \pi/N$ est du deuxième ordre. Nous verrons plus tard que ce voisinage englobe tout le domaine du diagramme de phase où les effets nouveaux que nous démontrons se manifestent, et donc dans toute la suite nous considérerons que la transition $U - \pi/N$ est du deuxième ordre en tout point. La ligne critique correspondant à cette transition est donc donnée par:

$$\bar{\tau} = 4\epsilon\tilde{t}^2 - 8b\tilde{t}^4 \quad (4.22)$$

A t donné, dans le voisinage immédiat du point tricritique, $\epsilon \ll b\tilde{t}^2$ et donc la température critique réduite de la transition $\bar{\tau} = -8b\tilde{t}^4$ est plus faible que celle de la transition $U - 0$ du premier ordre. Lorsque l'on s'éloigne du point tricritique, $\bar{\tau}$ augmente et la transition $U - \pi/N$ devient plus favorable si

$$4\epsilon\tilde{t}^2 - 8b\tilde{t}^4 > \epsilon^2 / (4b), \quad (4.23)$$

soit de manière équivalente si

$$(2 - \sqrt{2}) b\tilde{t}^2 < \epsilon < (2 + \sqrt{2}) b\tilde{t}^2. \quad (4.24)$$

Analysons maintenant les lignes critiques des transitions entre la phase normal et les phases modulées $FFLO - 0$ et $FFLO - \pi$. D'après les connaissances actuelles sur les phases FFLO, il est raisonnable de supposer que ces transitions sont du second ordre.

La ligne critique de la transition $FFLO - 0/N$ est alors donnée par l'annulation du terme proportionnel à $|\tilde{\Delta}|^2$ dans l'énergie libre de GL (4.17), c'est à dire

$$\frac{\bar{\tau}}{2} - 2\epsilon Q^2 + 6bQ^4 = 0. \quad (4.25)$$

Le vecteur d'onde Q^2 à la transition doit minimiser l'énergie libre (4.17) et cette condition conduit à $Q^2 = \epsilon/6b$. La ligne critique est donc donnée par

$$\bar{\tau} = \epsilon^2/(3b), \quad (4.26)$$

et nous constatons que la transition $FFLO - 0/N$ correspond toujours à une température critique plus grande que la transition $U - 0/N$. Cette dernière n'est donc jamais représentée le long de la ligne critique, similairement au cas bien connu du supraconducteur quasi-bidimensionnel soumis à un champ magnétique Zeeman.

De manière similaire nous obtenons l'équation de la ligne critique correspondant à la transition $FFLO - \pi/N$:

$$\left(\frac{\bar{\tau}}{2} - 2\epsilon\tilde{t}^2 + 4b\tilde{t}^4\right) - (2\epsilon - 24b\tilde{t}^2) Q^2 + 6bQ^4 = 0. \quad (4.27)$$

A la transition, le vecteur d'onde de la modulation FFLO qui minimise l'énergie est $Q^2 = \epsilon/6b - 2b\tilde{t}^2$ et la température réduite $\bar{\tau}$ de la transition vérifie donc:

$$\bar{\tau} = 2(2\epsilon\tilde{t}^2 - 4b\tilde{t}^4) + (2\epsilon - 24b\tilde{t}^2)^2 / 12b. \quad (4.28)$$

L'analyse de cette dernière équation montre que la transition $FFLO - \pi/N$ n'est jamais favorable, quelles que soient les valeurs relatives de ϵ et de $b\tilde{t}^2$. Dans le domaine du diagramme de phase défini par $\tilde{h} > \tilde{h}^*$, la ligne critique est donc exclusivement composée de transitions $FFLO - 0/N$ et $U - \pi/N$ du deuxième ordre au sens de Landau.

La transition $U - \pi/N$ est favorisée si la température critique réduite correspondante est plus élevée que pour la transition $FFLO - 0/N$, c'est à dire pour

$$4\epsilon\tilde{t}^2 - 8b\tilde{t}^4 > \epsilon^2/(3b). \quad (4.29)$$

Cette condition équivaut à

$$2(3 - \sqrt{3}) b\tilde{t}^2 < \epsilon < 2(3 + \sqrt{3}) b\tilde{t}^2. \quad (4.30)$$

En résumé, au delà du point tricritique ($\tilde{h} > \tilde{h}^*$), il apparaît que les phases $U - 0$ et $FFLO - \pi$ ne correspondent jamais à la plus haute température critique: ces deux phases sont donc absentes de la ligne critique. De plus, la phase uniforme dans l'état π est insérée dans un domaine du diagramme de phase où, traditionnellement, la phase prédominante est la phase non uniforme $FFLO - 0$. Les valeurs de \tilde{h} entre lesquelles cette phase $U - \pi$ est la plus stable, qui sont données par la condition (4.30), dépendent de la valeur particulière du couplage t . Il est alors commode de définir une nouvelle coordonnée généralisée $\eta = \epsilon/(2bt^2)$ qui quantifie la "distance" au point tricritique le long de la ligne de transition S/N [87]. Pour un champ d'échange suffisamment faible et une température suffisamment forte, $\eta < 0$ et la transition de phase supraconductrice est de type $U - 0/N$. Cette portion de la ligne critique est discutée plus en détails dans la Sec.3.4.1. Au point tricritique, $\eta = 0$, et η augmente lorsque l'on parcourt la ligne critique vers le domaine des forts champs/basses températures. Sur la ligne critique, nous déduisons de la condition (4.30) que la phase $U - \pi$ est établie dans la région du diagramme de phase définie par $(3 - \sqrt{3}) < \eta < (3 + \sqrt{3})$. Sur la Fig.4.2 nous remarquons qu'en suivant la ligne critique depuis (T^*, h^*) , il se produit alors la séquence suivante de phases supraconductrices: phase modulée FFLO avec $\chi = 0$ pour $0 < \eta < (3 - \sqrt{3})$, puis phase uniforme dans les plans avec $\chi = \pi$ pour $(3 - \sqrt{3}) < \eta < (3 + \sqrt{3})$ et finalement retour à une phase FFLO avec $\chi = 0$ pour $\eta > (3 + \sqrt{3})$. Dans tous les cas, le coefficient du terme $\tilde{\Delta}^4$ dans l'énergie libre de GL est positif, et de ce fait la ligne critique entière est du deuxième ordre.

Diagramme de phase "universel" en coordonnées (τ, η)

Dans ce paragraphe nous améliorons notre connaissance du diagramme de phase de la bicouche en calculant les lignes de transition entre les phases supraconductrices. Chaque valeur particulière du couplage conduisant en principe à un diagramme de phase différent [87], nous utilisons de nouvelles grandeurs thermodynamiques réduites

$$\delta = \frac{\tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}_1}, \tau = \frac{\bar{\tau}}{\bar{\tau}_1}, \eta = \frac{|\tilde{\Delta}_1|^2}{\tilde{t}^2}, \quad (4.31)$$

dans le but d'obtenir un diagramme de phase "universel", c'est à dire indépendant du couplage (tout en restant bien sur dans la limite $t \ll T_{c0}$). Cette renormalisation du paramètre d'ordre réduit $\tilde{\Delta}$, de la température réduite $\bar{\tau}$ et du couplage réduit \tilde{t} fait intervenir l'échelle d'énergie $\tilde{\Delta}_1$ et la ligne de référence $\bar{\tau}_1$ obtenues en étudiant la transition $U - 0/N$ du premier ordre. Les énergies libres des phases supraconductrices uniformes (4.15) et (4.16) s'écrivent alors, dans ces nouvelles variables:

$$\frac{F_{U-0}(\delta, \tau)}{F_0} = \tau |\delta|^2 - 2 |\delta|^4 + |\delta|^6, \quad (4.32)$$

et

$$\frac{F_{U-\pi}(\delta, \tau, \eta)}{F_0} = \left[\tau - 8 \left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\eta^2} \right) \right] |\delta|^2 - 2 \left(1 - \frac{6}{\eta} \right) |\delta|^4 + |\delta|^6, \quad (4.33)$$

où $F_0 = \epsilon^3/(8b^2)$. La minimisation de $F_{U-0}(\delta, \tau)$ et $F_{U-\pi}(\delta, \tau, \eta)$ par rapport au nouveau paramètre d'ordre réduit δ permet de calculer ce dernier, et en reportant sa valeur dans les expressions (4.32) et (4.33) nous obtenons les énergies d'équilibre thermodynamique $F_{U-0}(\tau)$ et $F_{U-\pi}(\tau, \eta)$ de chacune des phases supraconductrices uniformes. Ces énergies sont fonction à la fois du champ d'échange, de la température et du couplage t via les grandeurs sans dimension τ et η , et sont reportées en Annexe C.

En utilisant les mêmes grandeurs renormalisées (4.31), les énergies des phases non uniformes deviennent:

$$\begin{aligned} \frac{F_{FFLO-0}(\delta, Q, \tau)}{F_0} &= \left(\frac{\tau}{2} - \frac{8b}{\epsilon} Q^2 - \frac{24b^2}{\epsilon^2} Q^4 \right) |\delta|^2 \\ &\quad - \left(\frac{3}{4} + \frac{5b}{8\epsilon} Q^2 \right) |\delta|^4 + \frac{5}{16} |\delta|^6, \end{aligned} \quad (4.34)$$

pour $\chi = 0$ et

$$\begin{aligned} \frac{F_{FFLO-\pi}(\delta, Q, \tau, \eta)}{F_0} &= \frac{F_{FFLO-0}(\delta, Q, \tau)}{F_0} + \left[-\frac{4}{x} + \frac{4}{\eta^2} + \frac{48b}{\eta\epsilon} Q^2 \right] |\delta|^2 \\ &\quad + \frac{9}{2\eta} |\delta|^4, \end{aligned} \quad (4.35)$$

pour $\chi = \pi$. Nous rappelons que ces énergies sont valables dans le cas où la modulation du paramètre d'ordre de GL est $\Psi(x) = \Delta \cos qx$. Les énergies d'équilibre thermodynamique $F_{FFLO-0}(\tau)$ et $F_{FFLO-\pi}(\tau, \eta)$ des phases modulées, obtenues après minimisation des Eqs.(4.34) et (4.35) par rapport à δ et Q , sont également données en Annexe C.

Considérons maintenant les transitions entre phases supraconductrices, et particulièrement les transitions $FFLO-0/U-\pi$, $FFLO-0/U-0$ et $U-\pi/U-0$. D'une part, nous savons (voir Sec.3.4.1 et [60]) que pour un champ d'échange suffisamment bas, le composé est dans la phase supraconductrice $U-0$ à toute température. D'autre part, nous avons établi dans la section précédente que, le long de la ligne critique, la phase $U-\pi$ est insérée dans la phase usuelle $FFLO-0$ pour $(3 - \sqrt{3}) < \eta < (3 + \sqrt{3})$.

Nous commençons par étudier la transition entre phases uniforme et non uniforme dans l'état 0. Dans ce cas là, les énergies d'équilibre $F_{U-0}(\tau)$ et $F_{FFLO-0}(\tau)$ ne dépendent pas de la coordonnée réduite η . La transition $FFLO-0/U-0$ intervient lorsque $F_{U-0}(\tau) = F_{FFLO-0}(\tau)$. Nous obtenons ainsi la température réduite de la transition $\tau \approx 0,913$. Dans le plan des nouvelles grandeurs (τ, η) , cette ligne de transition est une droite horizontale.

Pour cette valeur de τ , le système subit une transition du premier ordre entre phase uniforme et phase modulée, mais la phase supraconductrice reste égale à 0 de part et d'autre de la transition. Nous avons également réalisé ce calcul en supposant une structure plus complexe de modulation FFLO: $\Psi(x) = \Delta \cos qx + \Delta' \cos 3qx + \dots$; les résultats restent qualitativement inchangés, l'ajout d'harmoniques supplémentaires conduisant simplement à une évaluation plus précise de la température réduite de transition ($\tau \approx 0,859$ pour trois harmoniques) [87].

Les transitions mettant en jeu la phase $U - \pi$ dépendent du couplage réduit η . De ce fait, dans le plan (τ, η) , ces lignes de transition sont des courbes. La ligne $U - 0/U - \pi$ est donnée par la solution $\tau(\eta)$ de l'équation $F_{U-0}(\tau) = F_{U-\pi}(\tau, \eta)$, et il apparaît que quelle que soit la valeur de η , $\tau(\eta) > 0,913$. Par conséquent, cette transition n'est jamais réalisée, parce qu'une transition de la phase uniforme dans l'état 0 vers la phase modulée dans l'état 0 intervient avant, *i.e.* à plus basse température (voir Fig.4.2). Finalement, la ligne de transition $FFLO - 0/U - \pi$ est obtenue de la même manière à partir de la condition $F_{FFLO-0}(\tau) = F_{U-\pi}(\tau, \eta)$. Toutes ces lignes sont reportées sur la Fig.4.2 dans le plan (τ, η) . Les transitions entre phases supraconductrices sont toutes du premier ordre dans la mesure où il y a une discontinuité du paramètre d'ordre de part et d'autre de chacune des transitions.

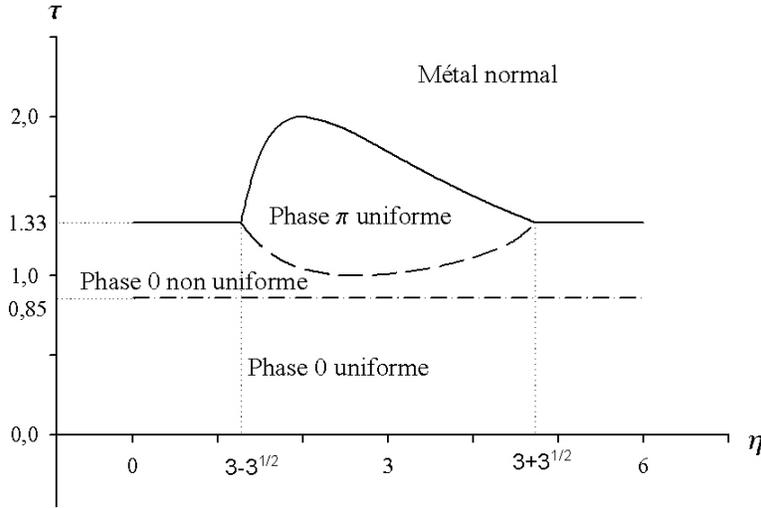


Figure 4.2: Diagramme de phase de la bicouche SF/SF en coordonnées réduites (τ, η) , dans le cas où le couplage est faible $t \ll T_{c0}$. Ce diagramme est indépendant de t . Nous constatons donc que pour t arbitrairement petit, il apparaît une nouvelle phase π entre les phases usuelles FFLO et N. Nous remarquons également l'absence de transition directe entre phases uniformes $U - 0/U - \pi$.

En utilisant le changement de variables thermodynamiques $(T, h, t) \rightarrow (\tau, \eta)$, nous

avons obtenu un diagramme de phase universel (Fig.4.2) de la bicouche SF/SF faiblement couplée. Ce diagramme a une portée assez générale dans la mesure où sa topologie ne dépend pas de la constante de couplage t entre les couches, aussi petite soit-elle. En effet, les différentes températures de transition ne dépendent pas de t comme d'un paramètre décisif, mais seulement du rapport $\frac{K_3(h/2\pi T)}{t^2 K_5(h/2\pi T)}$. Ceci signifie qu'en changeant t , nous obtenons la même structure pour le diagramme de phase mais avec des valeurs caractéristiques différentes pour h/T [87]. Nous constatons que la région où la phase π apparaît est très réduite, et s'élargit si l'on augmente le couplage. Aussi l'observation expérimentale de cette nouvelle phase π prédite sera facilitée par un couplage t suffisamment fort entre les couches ($t \approx 0,1 - 0,2(2\pi T_{c0})$).

Les caractéristiques principales de ce diagramme, à savoir l'apparition d'une phase π insérée dans la phase usuelle FFLO, et l'absence de transition "directe" entre les phases uniformes $U - 0$ et $U - \pi$, sont donc *intrinsèques* à la structure. Sur la Fig.4.3, nous avons tracé ce diagramme dans les coordonnées physiques (T, h) pour $t \approx 0,07(2\pi T_{c0})$.

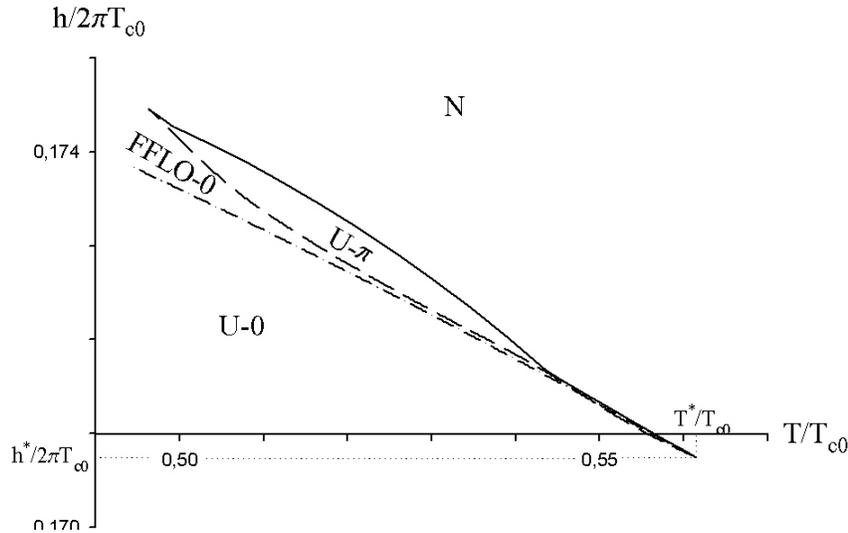


Figure 4.3: *Diagramme de phase de la bicouche en coordonnées physiques (T, h) pour $t = 0,07(2\pi T_{c0})$. Seul le voisinage du point tricritique, dans lequel s'insère la nouvelle phase π , est représenté. Si t diminue, ce diagramme se contracte vers le point tricritique mais reste qualitativement inchangé. A l'inverse, si t augmente, la phase π est poussée vers les basses températures/forts champs.*

Comme nous l'avions annoncé au vu des résultats de l'analyse en coordonnées réduites, la supraconductivité dans l'état π apparaît dans une étroite région du diagramme de phase, serrée entre la phase FFLO et la phase normale. Nous avons tracé ce diagramme pour différentes valeurs de t , et nous avons vérifié que sa structure est toujours celle

représentée sur la Fig.4.3. En diminuant t , la région π rétrécit mais n'est jamais totalement supprimée tant que t est strictement non nul. Stricto sensu ce résultat reste valable tant que t est inférieur à $t_{\max} \approx 0,6 - 0,7T_{c0}$. Il devrait néanmoins s'étendre, tout au moins qualitativement, au cas où les couches sont plus fortement couplées. Dans ce cas, la phase π devrait apparaître dans une région plus large du diagramme de phase, située dans une zone de plus basse température. Cet effet devrait être observable dans les expériences pour des valeurs du champ d'échange de l'ordre du Tesla, et des températures de quelques Kelvin.

L'étude que nous avons menée s'applique en principe à des composés dont la structure cristalline est proche de celle du supraconducteur haute T_c $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ (BSCCO), soumis à un faible champ magnétique externe [87]. En effet, BSCCO est constitué d'une alternance de cellules élémentaires contenant deux couches supraconductrices CuO , séparées par des couches BiO auxquelles les plans CuO sont très faiblement couplés [85]. Il est vraisemblable que le comportement de la structure réelle multicouche sera assez proche du comportement de la bicouche SF/SF.

4.2 Phase π dans la limite des forts couplages. Réhaussement de la limite paramagnétique

4.2.1 Phase π uniforme: compensation de l'effet Zeeman par le couplage

Comme nous l'avons démontré dans la section précédente, si le couplage entre les couches est faible ($t \ll T_c$) et le champ d'échange suffisamment fort $h \gg T_c$, le système est dans la phase normale à toute température. Nous démontrons ici que ce n'est plus le cas lorsque le couplage devient de l'ordre de grandeur de T_c , voire plus grand. En effet, pour $t \gg T_c$, le champ critique à température nulle [87] dépasse de loin la *limite paramagnétique* $h_p = \Delta_0/\sqrt{2}$ de Chandrasekhar-Clogston [92, 93] et même celle obtenue dans la phase FFLO non uniforme, $h_{FFLO}^{2D} = \Delta_0$ [94]. Cet effet est dû à une *compensation entre les levées de dégénérescence provoquées par l'effet Zeeman et par l'appariement BCS dans l'état π* (voir Fig.4.4)) qui permet la *réentrance de la supraconductivité* dans la région des *forts champs magnétiques* $h \approx t$.

En effet, dans l'état 0 et l'alignement parallèle, le niveau fondamental de la bicouche est dégénéré, car les deux couches supraconductrices sont parfaitement indiscernables. L'état π lève cette dégénérescence en introduisant un degré de discernabilité entre les deux couches. Dans le langage de la physique atomique, nous parlerions d'orbitales liante et antiliante. Cette levée de dégénérescence compense en partie celle due à l'effet Zeeman, et le processus d'appariement de Cooper est alors favorisé s'il met en jeu un électron

provenant de l'orbitale liante et un de l'orbitale antiliante (Fig.4.4). Lorsque $h = t$, la compensation est exacte et tout se passe comme s'il n'y avait pas de champ d'échange. Nous nous attendons donc à un rétablissement de la supraconductivité dans le domaine des forts champs d'échange $h \approx t$. Comme moins d'électrons participent au condensat supraconducteur, cette phase π ne devrait apparaître qu'à basse température, l'agitation thermique détruisant ce fragile équilibre [87, 90].

Contrairement au cas d'un couplage t faible où la phase π qui apparaît au voisinage du point tricritique est uniforme, dans le cas présent le paramètre d'ordre caractérisant cet état π peut également être modulé dans le plan des couches. La modulation FFLO provoque alors un nouveau réhaussement de la limite paramagnétique. En outre, ceci indique que les phases π qui apparaissent dans les deux limites $t \ll T_c$ et $t \gg T_c$ n'ont probablement pas la même origine physique. En effet, dans le cas $t \ll T_c$, la phase $U - \pi$ n'apparaît pas au voisinage de $h = t$ mais à proximité du point tricritique $h = 1,07T_{c0}$.

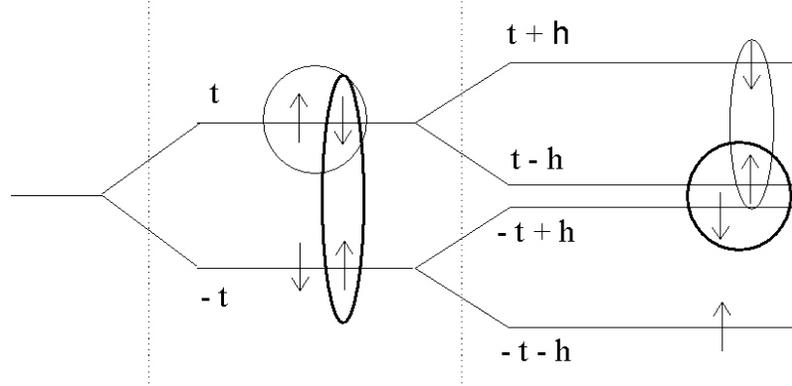


Figure 4.4: *Compensation entre les levers de dégénérescence consécutifs au couplage π et à l'effet Zeeman.*

Dans ce qui suit, nous déterminons le diagramme de phase de la bicouche dans la limite d'un fort couplage. Nous démontrons de deux manières différentes comment, dans ce cas, la supraconductivité est induite par le champ: en calculant le champ critique et le paramètre d'ordre supraconducteur à température nulle. Nous montrons également que la transition entre la phase métal normal et la phase supraconductrice est du premier ordre en l'absence de modulation FFLO, et que la structure du diagramme de phase dans l'état π est réminiscente de la structure usuelle en l'absence de couplage.

4.2.2 Réhaussement de la limite paramagnétique

Champ critique de la transition S/N du second ordre à $T=0$

Dans tout ce qui suit, nous considérons que les champs d'échange dans les deux couches SF sont parallèles, que la différence de phase supraconductrice entre les deux couches est $\chi = \pi$, et que $t \gg T_c, \Delta_0$. Dans cette section 4.2.2, nous nous plaçons à $T = 0$. Nous étudions dans un premier temps les lignes de transition du second ordre entre les phases supraconductrices $U - \pi$ et $FFLO - \pi$ et la phase normale N . Nous verrons plus tard (Sec.4.2.3) que dans le cas où la supraconductivité est uniforme, une transition $U - \pi/N$ du premier ordre est plus favorable énergétiquement.

Dans l'hypothèse d'une transition du second ordre, la fonction de Green anormale (4.6) est linéarisée vis à vis du paramètre d'ordre:

$$\frac{F_{11}^+}{\Delta_1^*} = \frac{-(i\omega + \xi_{\downarrow})(i\omega - \xi_{\uparrow}) - t^2}{[t^2 - (i\omega + \xi_{\downarrow})(i\omega + \xi_{\downarrow})] [t^2 - (i\omega - \xi_{\uparrow})(i\omega - \xi_{\uparrow})]}, \quad (4.36)$$

où $\xi_{j\uparrow} = \xi - h_j + \mathbf{v}_F \cdot \mathbf{q}$ et $\xi_{j\downarrow} = \xi + h_j$. L'intégration de l'équation d'autocohérence (3.25) avec cette forme de F_{11}^+ même à l'équation suivante pour le champ critique:

$$\left| h_c + t + \sqrt{(h_c + t)^2 - X^2} \right| \cdot \left| h_c - t + \sqrt{(h_c - t)^2 - X^2} \right| = \Delta_0^2, \quad (4.37)$$

où $X = |\mathbf{q}| v_F$. Considérons pour commencer que le paramètre d'ordre est uniforme, c'est à dire $X = 0$. L'Eq.(4.37) devient

$$\left| h_c^2 - t^2 \right| = \Delta_0^2/4, \quad (4.38)$$

et nous obtenons alors un champ critique "haut" et un autre "bas" donnés respectivement par

$$h_c = t \pm \Delta_0^2/8t \quad (4.39)$$

dans la limite $t \gg \Delta_0$. Par conséquent, à température nulle et dans le cas d'un couplage fort le scénario de la destruction de la supraconductivité par le champ d'échange est très particulier [90]: à champ faible, la supraconductivité dans l'état 0 est tout d'abord détruite de manière standard à la limite paramagnétique $h_{2D}^{FFLO} = \Delta_0$: le composé transite alors dans la phase normale. Lorsque l'on augmente encore le champ, la supraconductivité réapparaît dans l'état π pour $h = t - \Delta_0^2/8t$, puis finalement disparaît à nouveau lorsque h dépasse le champ critique haut $t + \Delta_0^2/8t$. Cette nouvelle limite paramagnétique peut être ajustée à souhait, bien au delà de la limite paramagnétique usuelle. Pour cela il "suffit" de modifier la constante de couplage t au sein de la bicouche SF/SF. Une analyse plus profonde de l'Eq (4.37) montre que le champ critique haut est augmenté par une modulation dans le plan SF de manière analogue au cas du supraconducteur bidimensionnel [94]. Contrairement au cas où le couplage est faible, il existe donc ici une région

du diagramme de phase dans laquelle la bicouche SF/SF est dans la phase $FFLO - \pi$. Le champ critique haut est maximal pour une modulation $X = |\mathbf{q}|v_F/2 = |h - t|$, et l'Eq.(4.37) devient alors:

$$|h_c - t| \cdot \left| h_c + t + 2\sqrt{h_c t} \right| = \Delta_0^2, \quad (4.40)$$

et permet de déduire les champs critiques haut et bas dans cette phase $FFLO - \pi$. Dans la limite $t \gg \Delta_0$, les expressions de ces champs se réduisent à $h_c = t \pm \Delta_0^2/4t$. Notons également que la période des modulations du paramètre d'ordre $|\mathbf{q}|^{-1} = \xi_0(2t/\Delta_0)$ au niveau de la ligne critique est beaucoup plus grande que dans le cas d'un supraconducteur bidimensionnel, où elle est de l'ordre de la longueur de cohérence balistique $\xi_0 = v_F/\Delta_0$ [94].

Diagramme de phase dans l'état π

En s'appuyant sur les équations (3.77), (4.36) et les points obtenus analytiquement à $T = 0$, nous avons calculé les lignes critiques des transitions $U - \pi/N$ et $FFLO - \pi/N$ du second ordre. Ces lignes, auxquelles nous avons ajouté les lignes usuelles $U - 0/N$ et $FFLO - 0/N$, constituent le diagramme de phase de la bicouche. Ce dernier est reporté sur la Fig.4.5 dans le cas où t est assez grand pour que les régions $\chi = 0$ et $\chi = \pi$ soient bien distinctes.

Lorsque la température augmente, le champ critique haut diminue alors que le champ critique bas augmente. Le long de la ligne critique haute (respectivement basse), la modulation FFLO disparaît à une certaine température T_{haute}^* (respectivement T_{basse}^*). Lorsque la température dépasse ces deux nouvelles températures tricritiques, la phase supraconductrice est uniforme ($U - \pi$) au niveau de la ligne critique. Cette dernière est alors donnée par l'équation:

$$\ln \frac{T_c}{T_{c0}} = \frac{1}{2} \sum_{a=\pm 1} \operatorname{Re} \left[\Psi \left(\frac{1}{2} \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} + i \frac{h + at}{2\pi T_c} \right) \right], \quad (4.41)$$

Finalement, les lignes haute et basse se rejoignent pour $h_c \approx t$ et pour une température de l'ordre de $T_M = \pi e^{-\gamma} T_{c0}^2 / (4t)$. De ce fait, la supraconductivité induite par le champ est confinée dans la région des basses températures $T < T_M$. Notons qu'en pratique, il n'est pas nécessaire que t dépasse T_c de plusieurs ordres de grandeur pour que les régions correspondant à $\chi = 0$ et à $\chi = \pi$ soient bien distinctes. Par exemple, la Fig.4.5 est obtenue pour $t \approx 5, 3T_{c0}$. La structure de cette partie du diagramme de phase, particulièrement la présence de deux points tricritiques auxquels se rejoignent les lignes séparant les phases $U - \pi$, $FFLO - \pi$, et N , rappelle la structure du diagramme de phase usuel. La différence réside dans le fait que ces phases n'apparaissent qu'à fort champ d'échange et à basse température. En conséquence, nous nous attendons à ce que dans le cas où la

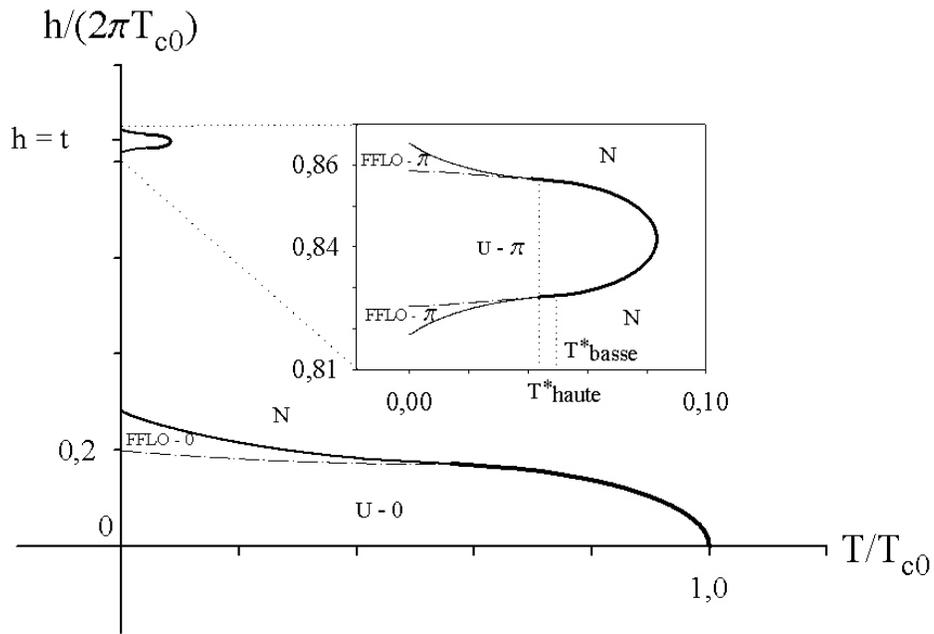


Figure 4.5: Diagramme de phase de la bicouche pour $t = 5,3T_{c0}$. En insert, grossissement de la partie du diagramme correspondant aux phases supraconductrices induites par le champ. Les lignes représentées en traits-pointillés sont les lignes de transition $U - \chi/N$ du premier ordre, qui seront déterminées dans la section suivante. Les véritables lignes de transition $U - \chi/FFLO - \chi$ n'ont pas été calculées.

supraconductivité est uniforme, la transition $U - \pi/N$ soit favorisée énergétiquement par un processus du premier ordre à basse température [87]. Nous étudions cette possibilité dans la prochaine section.

Les résultats discutés ci-dessus requièrent un couplage assez grand, de l'ordre de quelques unités de T_c . Lorsque t devient de l'ordre de Δ_0 , où en d'autres termes $t \approx 1,76T_{c0}$, les phases $U - \pi$ et $FFLO - \pi$ sont contigües avec les phases usuelles $U - 0$ et $FFLO - 0$ (voir Fig.4.6).

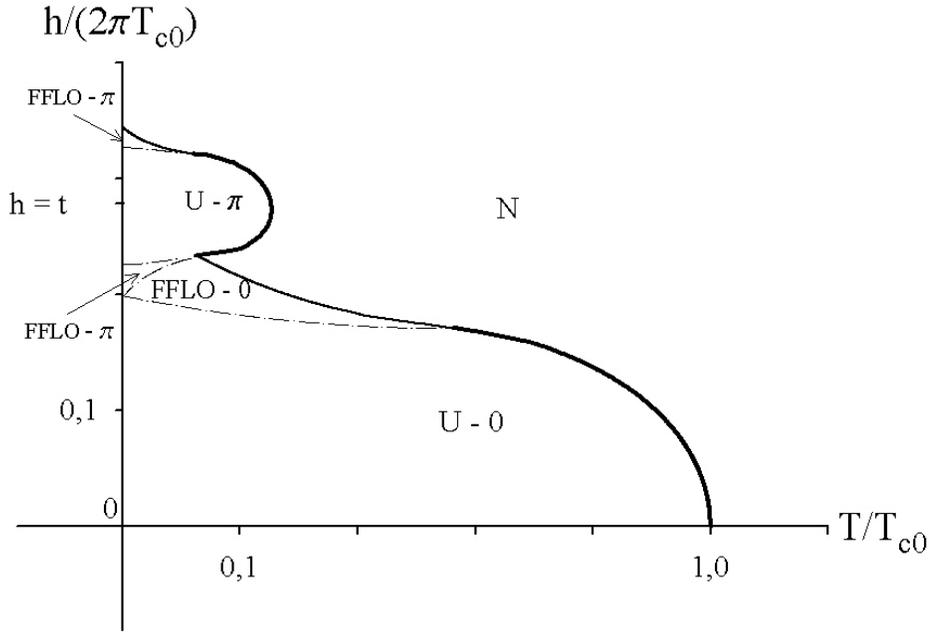


Figure 4.6: Diagramme de phase de la bicouche pour $t = 1,76T_{c0}$. Les lignes ont la même signification que sur la Fig.4.5. Nous constatons que lorsque le couplage diminue, les phases $U - \pi$ et $FFLO - \pi$ sont contigües avec les phases usuelles $U - 0$ et $FFLO - 0$.

Lorsque t est encore plus petit, la phase $FFLO - \pi$ disparaît du diagramme de phase, et la phase $U - \pi$ est alors poussée vers le point tricritique (voir Sec.4.1). D'un point de vue expérimental, pour observer ces phases supraconductrices induites par le champ, il est nécessaire de choisir un composé dans lequel t est suffisamment faible pour que l'échelle de température à laquelle se manifeste l'effet soit accessible, mais suffisamment fort pour que les phases avec $\chi = \pi$ soient bien séparées des phases avec $\chi = 0$. Il est judicieux de choisir t dans l'intervalle $[2 - 3T_{c0}, 7 - 8T_{c0}]$.

Transition du premier ordre dans la phase uniforme à $T = 0$

Dans le cas d'une seule couche SF, nous savons depuis longtemps [53] qu'une transition du premier ordre $U - 0/N$ est plus favorable énergétiquement à basse température. Cette

section est donc dédiée à l'étude de la ligne $U - \pi/N$ du premier ordre. Cette étude a cependant une portée essentiellement académique dans la mesure où cette transition n'est pas réalisée au bénéfice d'une transition $FFLO - \pi/N$. Afin de déterminer cette ligne, dans un premier temps nous calculons le paramètre d'ordre en résolvant l'équation d'autocohérence (3.25) dans la limite où Δ n'est pas petit. Dans un deuxième temps, nous cherchons la relation que doivent satisfaire h , t , et T pour que l'énergie de condensation supraconductrice E_S soit égale à l'énergie E_N de la phase normale prise comme référence [87]. La différence $E_S - E_N$ à température nulle est donnée par [20]:

$$E_S - E_N = N_{2D}(0) \int_0^{\Delta} \delta^2 \frac{\partial}{\partial \delta} \left[\int \int \left(\frac{F^+}{\delta^*}(h, t, \omega, \xi, \delta) \right) \frac{d\omega}{2\pi} d\xi \right] d\delta, \quad (4.42)$$

où δ est une variable d'intégration et $\Delta = \Delta(t, h, T = 0)$ le véritable gap supraconducteur.

Commençons par examiner le cas d'une couche SF seule ($t = 0$). Nous retrouvons dans notre formalisme les résultats publiés dans la Réf.[53]. Plus précisément, nous obtenons dans cette limite deux branches de solution non-triviales de l'équation d'autocohérence, représentées en insert sur la Fig.4.7 (branches (1) et (2)).

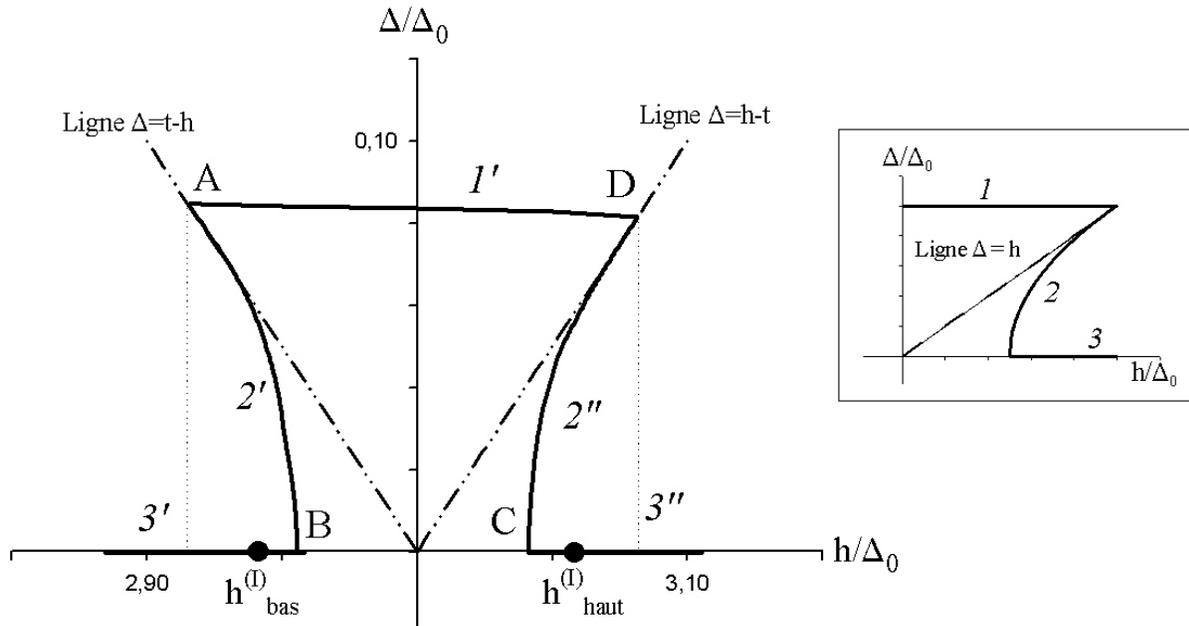


Figure 4.7: *Gap supraconducteur en fonction du champ pour $t = 5, 3T_{c0}$.*

Sur la branche la plus basse, notée (2), le gap supraconducteur est donné par:

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} = \sqrt{2 \frac{h}{\Delta_0} - 1}, \quad (4.43)$$

et correspond à une différence d'énergie $E_S - E_N$ positive. Par conséquent, cette branche n'est pas réalisée, et le véritable gap est donné par la branche la plus haute (1):

$$\Delta = \Delta_0, \quad (4.44)$$

pour laquelle l'énergie de condensation s'écrit:

$$E_S - E_N = -N_{2D}(0) \frac{\pi [\Delta_0^2 - 2h^2]}{2}. \quad (4.45)$$

Nous en déduisons alors que $E_S - E_N < 0$ si et seulement si $h \leq \Delta_0/\sqrt{2}$. En conséquence, le composé SF est dans l'état supraconducteur tant que le champ d'échange est inférieur à $\Delta_0/\sqrt{2}$, cet état supraconducteur étant caractérisé par un paramètre d'ordre $\Delta = \Delta_0$ indépendant du champ. Lorsque le champ atteint cette valeur le composé transite dans la phase métal normal (de paramètre d'ordre nul): la transition est alors du premier ordre et la discontinuité du paramètre d'ordre à la transition est égale à Δ_0 .

Dans le cas $t \neq 0$, nous obtenons similairement, dans l'état π , plusieurs branches de solution. Trois d'entre-elles, notées ($1', 2', 2''$), sont non triviales et correspondent donc à l'état supraconducteur π induit par le champ magnétique. Les deux autres ($3', 3''$) correspondent à $\Delta = 0$ et donc à la phase normale. Les branches ($1', 2', 2''$) sont localisées dans un domaine dans lequel le champ d'échange est proche de la constante de couplage $t \gg \Delta_0$. Traditionnellement, la supraconductivité est détruite lorsque le champ d'échange

est aussi grand. Nous retrouvons donc ici la supraconductivité induite par le champ d'échange, mise en évidence dans la section précédente en calculant le champ critique à $T = 0$.

Pour étudier la possibilité d'une transition du premier ordre, nous calculons l'énergie de condensation supraconductrice $E_S - E_N$ sur chaque branche en utilisant l'Eq.(4.42). De la même manière que pour la branche 2 dans le cas d'une seule couche SF, l'énergie de l'état supraconducteur sur les branches $2'$ et $2''$ est plus élevée que l'énergie de la phase normale. De ce fait, ces branches ne sont jamais réalisées, et la transition entre l'état supraconducteur (de paramètre d'ordre non nul, branche $1'$) et l'état normal ($\Delta = 0$, branches $3'$ et $3''$) est donc nécessairement discontinue (voir Fig.4.7): cette transition est du premier ordre [87].

Plus précisément, si le champ d'échange est inférieur à h_A donné par

$$\left(\frac{h_A - t}{\Delta_0}\right)^4 - 2\left(\frac{t^2 - h_A^2}{\Delta_0^2}\right) + 1 = 0, \quad (4.46)$$

la seule solution de l'équation d'autocohérence est $\Delta = 0$ (voir Fig.4.7, branche $3''$) et le système se trouve alors dans la phase normale. Pour $h_A \leq h \leq h_B = \sqrt{t^2 - \frac{\Delta_0^2}{4}}$, le

système doit choisir entre les branches 1' et 3'', c'est à dire entre l'état supraconducteur et l'état normal. La différence d'énergie entre ces deux états s'écrit:

$$E_S - E_N = -N_{2D}(0) \left[\frac{\pi\Delta^2}{2} - \frac{\pi(h+t)^2}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{h+t} \right)^2} \right] - \frac{\pi(h-t)^2}{2} \right], \quad (4.47)$$

où le véritable gap Δ est donné par la branche 1', d'équation:

$$\left(\frac{\Delta}{\Delta_0} \right)^4 - 2 \left(\frac{h+t}{\Delta_0} \right) \left(\frac{\Delta}{\Delta_0} \right) + 1 = 0 \quad (4.48)$$

L'analyse de l'Eq.(4.47) révèle que la phase normale reste plus stable tant que le champ d'échange est inférieur à un champ critique "bas" $h_{c,bas}^I = \sqrt{t^2 - \frac{\Delta_0^2}{2\sqrt{2}}}$. Si h atteint cette valeur, le système subit une transition du premier ordre vers l'état supraconducteur π et le saut de paramètre d'ordre à la transition est de l'ordre de $\sqrt{2} (t - h_{c,bas}^I)$. Si l'on augmente encore le champ, le gap, donné par l'Eq.(4.48), reste approximativement constant comme l'indique la branche 1' de la Fig.4.7. Lorsque h atteint un second champ critique "haut" $h_{c,haut}^I = \sqrt{t^2 + \frac{\Delta_0^2}{2\sqrt{2}}}$, la différence d'énergie (4.47) s'annule et redevient positive pour $h > h_{c,haut}^I$: le système subit alors une seconde transition du premier ordre vers la phase normale cette fois ci, la discontinuité du paramètre d'ordre à la transition étant alors de l'ordre de $\sqrt{2} (h_{c,haut}^I - t)$.

Pour résumer, nous avons démontré ici, en calculant le paramètre d'ordre supraconducteur, qu'à température nulle le couplage π permet de restaurer la supraconductivité dans la région des forts champs magnétiques

$$\sqrt{t^2 - \frac{\Delta_0^2}{2\sqrt{2}}} \leq h \leq \sqrt{t^2 + \frac{\Delta_0^2}{2\sqrt{2}}}. \quad (4.49)$$

Les deux transitions entre phase supraconductrice et phase normale sont du premier ordre, similairement au cas d'une seule couche supraconductrice soumise à un champ magnétique uniforme [53]. Notons toutefois que dans les expériences, ces transitions ne devraient pas être réalisées au bénéfice de transitions entre phase supraconductrice non uniforme et phase normale, dans la mesure où $h_{c,haut}^{FFLO} = \sqrt{t^2 + \frac{\Delta_0^2}{2}} > h_{c,haut}^I$ et $h_{c,bas}^{FFLO} = \sqrt{t^2 - \frac{\Delta_0^2}{2}} < h_{c,bas}^I$.

4.2.3 Diagramme de phase de la bicouche SF/SF

L'analyse effectuée à température nulle a été utilisée comme point de départ du processus de construction de la ligne critique du premier ordre. En effet, le problème posé par la résolution simultanée de l'équation d'autocohérence et de la condition $E_S - E_N = 0$ est insoluble analytiquement à une température quelconque. La difficulté de la résolution

numérique de ces équations réside dans le fait que les lignes critiques du premier et du second ordre sont très proches. C'est dans ce sens que les résultats obtenus à $T = 0$ furent d'une grande utilité: ils nous ont permis de choisir des valeurs initiales qui permettent de faire converger les procédures numériques de résolution vers la solution du premier ordre. Plus précisément, nous avons déterminé le gap supraconducteur à l'aide de l'Eq.(3.77) comme une fonction de T , h , t . En reportant dans l'Eq.(4.42), nous avons ainsi obtenu, pour un couplage t fixé, les points du plan (T, h) où $E_S = E_N$. Cette procédure conduit à la ligne $U - \pi$ du premier ordre, reportée sur les Figs.4.5, 4.6, en traits-pointillés.

4.2.4 Aspects expérimentaux: multicouche (SF/SF) $_n$

Dans cette dernière partie, nous étendons les résultats principaux obtenus dans le cadre d'un modèle de bicouche au modèle multicouche, plus réaliste (voir Fig.4.8). Ce modèle comprend un empilement de bicouches SF/SF identiques à celle que nous venons d'étudier. Cette dernière constitue donc une cellule élémentaire du système complet [90].

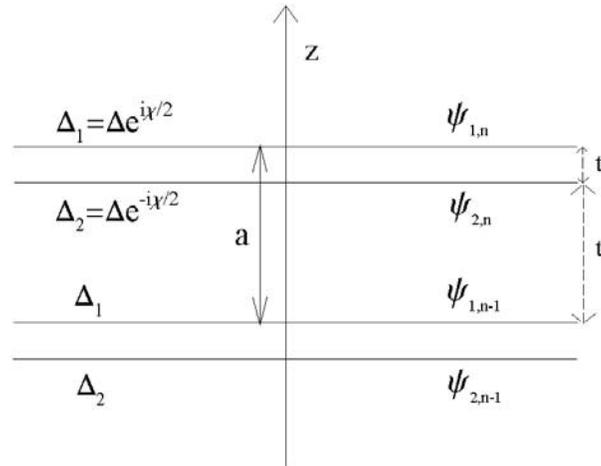


Figure 4.8: *Modèle de multicouche (SF/SF) $_n$. Chaque plan supraconducteur Ψ_{jn} , d'épaisseur atomique, est également soumis à un champ d'échange h_j .*

Nous supposons que les constantes de couplage entre plans appartenant à une même cellule élémentaire (t) et à deux cellules différentes (t') sont toutes deux inférieures à l'énergie de Debye $\hbar\omega_D \ll E_F$, et vérifient $t \gg t'$. Un exemple concret d'un tel système est le composé supraconducteur à haute T_c $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ (BSCCO) soumis à un champ magnétique.

En effet, ce composé est constitué de plans supraconducteurs CuO assez fortement couplés, qui forment la cellule élémentaire SF/SF (voir Fig.4.9). Ces cellules sont séparées par des couches BiO qui assurent un faible couplage t' entre les bicouches [85].

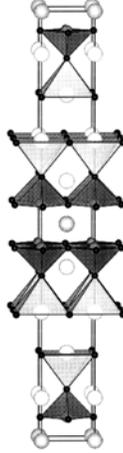


Figure 4.9: *Structure cristallographique de $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ (BSCCO). Les atomes d'oxygène sont représentés par les petits cercles noirs. La supraconductivité est localisée au niveau des plans CuO (bases des pyramides sombres). Les plans BiO (bases des pyramides claires) servent de réservoirs de charges positives; c'est également le cas des atomes donneurs Ca et Sr (représentés respectivement par les gros cercles gris foncé et gris clair non associés aux pyramides).*

La $n^{\text{ième}}$ cellule élémentaire contient deux plans supraconducteurs notés ψ_{1n} et ψ_{2n} . Le hamiltonien du système est alors la somme des hamiltoniens de toutes les bicouches (pour une bicouche, le hamiltonien est donné par l'Eq. (3.48)) et du hamiltonien qui correspond aux excitations liées au passage d'un électron d'une bicouche à une autre:

$$H_V = t' \sum_n \sum_p [\psi_{n,\sigma}^+(\mathbf{p})\psi_{n+1,\sigma}(\mathbf{p}) + \psi_{n+1,\sigma}^+(\mathbf{p})\psi_{n,\sigma}(\mathbf{p})], \quad (4.50)$$

Dans un assemblage formé d'un très grand nombre de couches, la modulation FFLO peut comporter une composante selon la direction normale aux couches. Nous avons vérifié que ce type de modulation n'est jamais favorable, contrairement à une modulation dans le plan ou au couplage π .

Les équations de Gor'kov résultant du hamiltonien complet sont identiques aux équations de Gor'kov (4.4) de la bicouche, dans lesquelles t est remplacé par $|t + t' \exp ap_\perp|$, où a est la périodicité du réseau de bicouches et p_\perp la composante de l'impulsion selon la direction normale aux couches. Le couplage t' introduit donc une *dispersion anisotrope* des niveaux d'énergie des excitations électroniques. La compensation entre le couplage supraconducteur dans l'état π et l'effet Zeeman ne peut donc plus se faire exactement pour tous les électrons de la surface de Fermi [90]. Nous en déduisons que la présence d'un

couplage entre les différentes bicouches SF/SF composant la structure est défavorable à l'établissement de la supraconductivité à fort champ magnétique.

Afin de dériver rigoureusement cette prédiction, nous calculons le champ critique à $T = 0$ de la transition S/N du second ordre. Il est donné par la solution de l'équation d'autocohérence (3.25) dans laquelle la fonction de Green anormale

$$F_{11}^+ = \frac{-\Delta_1^*(i\omega + \xi_{2\downarrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow}) + |\bar{t}|^2 \Delta_2^*}{[|\bar{t}|^2 - (i\omega + \xi_{1\downarrow})(i\omega + \xi_{2\downarrow})][|\bar{t}|^2 - (i\omega - \xi_{1\uparrow})(i\omega - \xi_{2\uparrow})]} \quad (4.51)$$

est linéaire par rapport aux paramètres d'ordre Δ_1 et Δ_2 , et où le couplage effectif \bar{t} comprend à la fois le couplage intra-bicouche t et le couplage entre les bicouches t' :

$$\bar{t} = t + t'e^{iap\perp} \quad (4.52)$$

En intégrant, en présence de modulation FFLO seulement dans le plan des couches, l'équation d'autocohérence sur ξ et ω , nous obtenons l'équation dont le champ critique est solution:

$$\left\langle \ln \frac{2h_c}{\sum_{s=\pm 1} \sqrt{(h_c + X \cos \theta)^2 - (t + st')^2}} \right\rangle_{\theta} = 0, \quad (4.53)$$

où θ est l'angle entre la vitesse de Fermi et le vecteur d'onde de la modulation FFLO. La contribution la plus importante à la moyenne sur θ , représentée par les crochets $\langle \dots \rangle$, vient de la singularité en $\theta = \pi$. Il en résulte des termes correctifs qui viennent s'ajouter aux champs critiques "haut" et "bas" obtenus dans la Sec.4.2.2 (cas $t' = 0$). Ces corrections restent petites devant la valeur des champs critiques si $tt' \ll \Delta_0^2/4$. Dans ce cas, la moyenne angulaire (4.53) est calculée et le champ critique est donné par:

$$|h_c^2 - t^2| = \Delta_0^2/4 + tt' \quad (4.54)$$

Nous constatons donc que, de manière surprenante, le couplage t' augmente le champ critique de la transition $U - \pi/N$ du deuxième ordre, alors qu'il est défavorable à la compensation entre le couplage π et l'effet Zeeman.

Une analyse plus exhaustive du modèle montre cependant que si t' augmente, la température maximale T_M à laquelle la phase $U - \pi$ apparaît diminue fortement. La phase supraconductrice induite par le champ s'étale donc sur une plage légèrement plus large de champ magnétique mais à beaucoup plus basse température. Cette phase a donc tendance à disparaître si t' augmente.

Dans le cas contraire $tt' \geq \Delta_0^2/4$, les orbitales liantes et antiliantes forment des bandes dont la dispersion empêche la compensation exacte entre le couplage "intra-bicouche" dans l'état π et l'effet Zeeman [90].

Nous concluons donc que le couplage entre les bicouches doit être suffisamment petit pour éviter l'élargissement des niveaux électroniques qui participent au couplage π . L'absence de couplage t' conduirait néanmoins en principe à un élargissement infini de la transition de phase supraconductrice du fait des fluctuations bidimensionnelles [69]. Cependant, l'ordre supraconducteur à longue portée n'est détruit par les fluctuations que dans un voisinage très proche de la température critique [71]. Ce voisinage est défini par

$$(T_c - T)/T_c < (T_c/E_F) \ln(T_c^3/E_F^2 t'^2) \quad (4.55)$$

et par conséquent, du fait de la faible divergence logarithmique lorsque $t' \rightarrow 0$, un couplage t' extrêmement faible est suffisant pour restaurer la transition de phase. Nous retiendrons donc que la phase $FFLO-\pi$ est maintenue dans le système réel multicouche si $t' \ll \Delta_0^2/4t$.

Notons également que l'observation de cette phase supraconductrice à fort champ magnétique pourrait permettre d'accéder à une mesure de la constante de couplage t dans les composés à haute température critique.

Jusqu'à maintenant, nous avons négligé les effets orbitaux. En supposant que la longueur de cohérence soit de l'ordre de $\xi = 100 \text{ \AA}$ et que $t/E_F = 10^{-2} - 10^{-3}$, les effets orbitaux deviennent importants lorsque le champ d'échange dépasse $H_{c2}^{orb} = (\phi_0/\xi^2)(E_F/t) = 10 - 100 T$, ϕ_0 étant le quantum de flux magnétique.

Enfin, les impuretés sont responsables d'un élargissement des niveaux d'une énergie de l'ordre de $1/\tau$, τ étant le temps de collision élastique. Par conséquent, le désordre devrait empêcher la formation des phases supraconductrices induites par le champ. Grossièrement, nous pouvons assimiler l'effet des impuretés à l'effet d'une constante t' entre les bicouches, et en déduire que $1/\tau = \Delta_0^2/4t$ définit le degré de désordre au delà duquel la phase $FFLO-\pi$ a peu de chances de survivre. Par conséquent, l'observation expérimentale de cette phase nécessite l'emploi d'échantillons encore plus purs que l'observation de la phase FFLO qui, elle, disparaît pour un degré d'impureté défini par $1/\tau < \Delta_0/2$ [100].

Chapitre 5

Conclusion générale

Dans cette thèse nous nous sommes intéressés à l'effet de proximité supraconducteur-ferromagnétique. Ses caractéristiques particulières se manifestent lorsque les dimensions des échantillons deviennent inférieures aux longueurs de cohérence ferromagnétique et supraconductrice. L'utilisation de composés hybrides S/F structurés en couches très fines permet de limiter les effets orbitaux du champ magnétique créé par les couches F (qui est très défavorable au développement de la supraconductivité), et ainsi d'étudier la coexistence des paramètres d'ordre antagonistes supraconducteur et ferromagnétique dans la limite où seul l'effet paramagnétique agit sur la supraconductivité. Aussi, après avoir introduit dans le premier chapitre le formalisme nécessaire à la description de l'effet de proximité S/F, nous avons considéré dans le deuxième chapitre un modèle dans lequel deux couches ferromagnétiques, épaisses typiquement de quelques dizaines de nanomètres, encadrent une couche supraconductrice d'épaisseur comparable (F/S/F). Nous avons montré que dans la configuration dans laquelle les champs d'échange dans les couches F sont parallèles, le système F/S/F présente de nombreuses similitudes avec un composé supraconducteur soumis à un champ magnétique Zeeman. En effet, lorsque les interfaces S/F sont de bonne qualité, la transition entre la phase supraconductrice et la phase normale (S/N) devient du premier ordre pour une épaisseur suffisante de ferromagnétique et/ou un champ d'échange suffisant. Cette ligne de transition du premier ordre se prolonge jusqu'à température nulle. Cette similitude prend fin lorsque la transparence des interfaces diminue, et la transition S/N est alors du deuxième ordre à toute température. Dans la configuration dans laquelle les champs d'échange sont antiparallèles (AP), la transition S/N est toujours du deuxième ordre. En outre, la température critique supraconductrice est légèrement plus grande que dans la configuration parallèle (P). A proximité de cette température, si l'on applique un faible champ magnétique externe on peut espérer basculer la structure F/S/F d'une configuration à l'autre, et ainsi provoquer une transition de la phase normale dans la phase supraconductrice. Cet effet de vanne de spin pourrait à terme avoir des applications importantes à l'électronique de spin.

Nous avons ensuite étudié comment se comporte l'effet de proximité lorsque les couches S et F deviennent infiniment fines (quasi-bidimensionnelles). La modélisation à cette échelle est justifiée par la structure des oxydes supraconducteurs à haute température critique, ainsi que par les progrès techniques qui permettent maintenant de réaliser et d'assembler des couches épaisses de quelques fractions de nanomètre.

Dans un premier temps, nous nous sommes penchés sur le modèle F/S/F à cette échelle, et nous avons démontré que l'effet de vanne de spin ne souffre pas de la réduction de l'épaisseur des couches. Cependant, contrairement à la situation dans les composés S/F nanométriques, la configuration antiparallèle n'est pas systématiquement plus stable que la configuration parallèle: à basse température cette dernière est plus favorable du point de vue de la supraconductivité. Cet effet nouveau, nommé inversion de l'effet de proximité, est vraisemblablement imputable à une destabilisation de la configuration antiparallèle à basse température. En effet, dans le cas de couches fines, la discrétisation des niveaux quantiques Zeeman dans les couches F amène les paires de Cooper à se séparer, chaque électron pouvant trouver une couche favorable à son orientation de spin. Ces résultats sont en principe applicables aux ruthénocuprates issus de $\text{RuSr}_2\text{GdCu}_2\text{O}_8$; de plus, la transition entre les phases parallèle et antiparallèle intervient à une température raisonnable (de l'ordre du Kelvin). D'un point de vue expérimental, l'observation de l'inversion de l'effet de proximité peut se faire en mesurant la densité d'états au niveau de Fermi; on accède de cette manière à une mesure quasi-directe du gap supraconducteur. De plus, nous pouvons imposer la configuration antiparallèle de la tricouche en déposant celle-ci sur une matrice ferromagnétique (on fige alors l'orientation du champ d'échange dans la couche F directement en contact avec la matrice), puis en appliquant un faible champ externe (pour retourner le champ d'échange dans "l'autre" couche F, celle laissée "à l'air libre"). Une fois cette configuration obtenue et le système refroidi à une température inférieure à la température d'inversion T_i , en retournant le champ externe appliqué (on passe alors dans la configuration parallèle) nous devrions observer une augmentation du gap supraconducteur. Notons que cette transition ne se produira pas si l'énergie de l'interaction dipolaire magnétique, entre les aimantations macroscopiques dans la configuration P, est supérieure à l'énergie de condensation supraconductrice.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes concentrés sur le devenir de l'inversion de l'effet de proximité lorsque, cette fois-ci, les paramètres d'ordre supraconducteur et ferromagnétique sont portés par la même couche atomique. Dans ce but, nous avons étudié un modèle de bicouche SF/SF, pertinent pour décrire les composés dont la structure est semblable à celle de $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ (BSCCO) auxquels on applique un faible champ magnétique. Les résultats obtenus sont similaires: la phase antiparallèle est plus stable à haute température et la phase parallèle à basse température (du point de vue de la supraconductivité toujours).

Enfin, dans le cadre de ce modèle SF/SF, nous avons mis en évidence la richesse du diagramme de phase des hétérostructures supraconducteur/ferromagnétique à l'échelle atomique. En particulier, dans la configuration parallèle, nous avons montré qu'une nouvelle phase π apparaît, à proximité du point tricritique lorsque le couplage entre les couches est faible, et à fort champ magnétique et basse température lorsque le couplage est plus fort. Cette phase π , dans laquelle les paramètres d'ordre supraconducteurs sont opposés dans deux couches atomiques adjacentes, est en compétition avec les phases FFLO dans lesquelles le paramètre d'ordre est modulé spatialement au sein de chaque couche. L'appariement supraconducteur dans l'état π compense en partie l'effet paramagnétique. Ceci conduit à un réhaussement de la limite paramagnétique: la supraconductivité peut se développer à très fort champ magnétique lorsque le couplage est suffisant. Cette réentrée de la supraconductivité à fort champ est différente par essence de celle observée dans le supraconducteur organique $\lambda-(BETS)_2FeCl_4$ [6]. Dans ce composé, la réentrée de la supraconductivité à fort champ est due à une compensation du champ externe par le champ d'échange créé par les moments magnétiques des ions Fe^{3+} (effet Jaccarino-Peter [102]). La généralité et la simplicité du processus de compensation de l'effet paramagnétique par le couplage π laisse penser que ce réhaussement de la limite paramagnétique devrait également se produire dans les supraconducteurs à deux bandes, ou dans les grains supraconducteurs faiblement couplés.

L'obtention de supraconductivité à fort champ magnétique est le résultat principal de cette thèse dans le sens où le champ est, au même titre que le courant et la température, un opposant farouche à l'établissement de la supraconductivité. Il est vraisemblable que cet effet ouvrira la voie à de nombreuses applications technologiques dans le domaine de l'électronique à l'échelle atomique.

Annexe A

Structure F/S/F nanométrique

Résolution des équations d'Usadel dans les couches F et calcul du paramètre de suppression de paires τ^{-1}

La solution exacte de l'équation d'Usadel dans les ferromagnétiques (2.10) est inconnue. Cependant, à proximité de la température critique supraconductrice, l'amplitude de paires F_f est petite et donc $\theta_f \ll 1$. Au premier ordre en θ_f , l'Eq.(2.10) peut être résolue analytiquement. Pour déterminer l'ordre de la transition de phase S/N , il est cependant nécessaire de connaître la solution de l'Eq.(2.10) à l'ordre de θ_f^3 . En s'inspirant de la méthode de résolution du problème du pendule non linéaire, nous cherchons cette solution sous la forme:

$$\theta_f = a \cosh \left[\frac{1+i}{\sqrt{2}\xi_f} (1-\varepsilon)(x+d_f+d_s/2) \right] + b \cosh \left[3 \frac{1+i}{\sqrt{2}\xi_f} (1-\varepsilon)(x+d_f+d_s/2) \right] \quad (\text{A.1})$$

dans la couche F située à gauche sur la Fig.2.1. En exprimant les conditions limite (2.4) à l'interface avec le vide, nous obtenons:

$$\begin{aligned} \theta_f &= a \cosh [u(x+d_f+d_s/2)] - \frac{a^3}{16} u(x+d_f+d_s/2) \sinh [u(x+d_f+d_s/2)] \\ &\quad - \frac{a^3}{192} \cosh [3u(x+d_f+d_s/2)], \end{aligned} \quad (\text{A.2a})$$

où a est une constante d'intégration et $u = \frac{1+i}{\sqrt{2}\xi_f}$. A l'interface F/S de gauche, *i.e.* en $x = -d_s/2$, nous avons alors:

$$\theta'_f = u [a \sinh [ud_f] - a^3 P_1(d_f)], \quad (\text{A.3})$$

avec

$$P_1(d_f) = \frac{1}{16} \left(\sinh [ud_f] + ud_f \cosh [ud_f] + \frac{1}{4} \sinh [3ud_f] \right). \quad (\text{A.4})$$

La condition limite (2.1) à cette interface F/S s'écrit, à l'ordre 3 par rapport aux petites quantités que sont a et l'amplitude de paires dans le supraconducteur F_s^P :

$$\theta'_f \xi_f \gamma_b = F_s^P \left[1 - \frac{a^2}{2} \cosh^2 \left[\frac{1+i}{\sqrt{2}\xi_f} d_f \right] \right] - \left[1 - \frac{(F_s^P)^2}{2} \right] \left[a \cosh \left[\frac{1+i}{\sqrt{2}\xi_f} d_f \right] - a^3 P_2(d_f) \right], \quad (\text{A.5})$$

où

$$P_2(d_f) = \frac{1}{192} \cosh[3ud_f] + \frac{1}{6} \cosh^3(ud_f). \quad (\text{A.6})$$

En introduisant la notation

$$M(d_f, \gamma_b) = \cosh(ud_f) + u\gamma_b \xi_f \sinh(ud_f) \quad (\text{A.7})$$

et en combinant les Eqs.(A.3) et (A.5) nous obtenons:

$$a = \frac{F_s^P}{M} - \frac{a^2 \cosh^2(ud_f)}{2M} + \frac{a \cosh(ud_f) (F_s^P)^2}{2M} + a^3 \frac{P_2(d_f) + u\gamma_b \xi_f P_1(d_f)}{M}. \quad (\text{A.8})$$

Cette équation permet d'exprimer la constante d'intégration a en fonction de F_s^P . En reportant alors dans l'Eq.(A.3), nous obtenons θ_f en fonction de F_s^P puis en utilisant de nouveau la condition limite à l'interface (A.5), il résulte finalement:

$$\frac{D_s}{2d_s} \frac{\left(\frac{\partial \theta_s^P}{\partial x} \right)_{-d_s/2}}{\sin \theta_s^P} = \frac{1}{2} (1+i) \tau_0^{-1} \left[\frac{\sinh(ud_f)}{M(\gamma_b, d_f)} + (F_s^P)^2 \frac{\lambda(\gamma_b, d_f)}{M^3(\gamma_b, d_f)} \right], \quad (\text{A.9})$$

où les quantités τ_0^{-1} et $\lambda(\gamma_b, d_f)$ sont définies par:

$$\tau_0^{-1} = \frac{D_s \gamma}{d_s \sqrt{2}\xi_f}, \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} \lambda(\gamma_b, d_f) = & -\frac{\cosh^2(ud_f) \sinh(ud_f)}{2M(\gamma_b, d_f)} + \frac{M(\gamma_b, d_f) \cosh(ud_f) \sinh(ud_f)}{2} \\ & + \frac{[P_2(d_f) + u\gamma_b \xi_f P_1(d_f)] \sinh(ud_f)}{M(\gamma_b, d_f)} - P_1(d_f). \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

En utilisant la même démarche à la seconde interface, nous obtenons dans la configuration parallèle:

$$\frac{D_s}{2d_s} \frac{\left(\frac{\partial \theta_s^P}{\partial x} \right)_{+d_s/2}}{\sin \theta_s^P} = -\frac{D_s}{2d_s} \frac{\left(\frac{\partial \theta_s^P}{\partial x} \right)_{-d_s/2}}{\sin \theta_s^P}$$

Ceci résulte des propriétés de symétrie des conditions limite aux interfaces (2.1), qui sont impaires sous l'effet du retournement de la normale à la jonction F/S/F. Il est alors possible de calculer le paramètre τ^{-1} de séparation de paires qui apparaît dans l'équation d'Usadel (2.17) pour le supraconducteur:

$$\tau^{-1} = (1+i) \tau_0^{-1} \left[\frac{\sinh(ud_f)}{M(\gamma_b, d_f)} + (F_s^P)^2 \frac{\lambda(\gamma_b, d_f)}{M^3(\gamma_b, d_f)} \right]. \quad (\text{A.12})$$

La connaissance de ce paramètre suffit alors à établir l'équation d'état (2.23) donnée dans le corps du rapport.

Configuration AP: fonctions U et V intervenant dans l'équation d'état

La résolution du modèle F/S/F dans la configuration antiparallèle se fait de manière totalement similaire au cas parallèle. L'équation d'état (2.27) obtenue fait alors intervenir les fonctions $U(d_f, \gamma_b, \delta)$ et $V(d_f, \gamma_b, \delta)$ données par:

$$U(d_f, \gamma_b, \delta) = \operatorname{Re} \left[(1+i) * \frac{\sinh \left[(1+i) \frac{d_f}{\xi_f \sqrt{2}} \right]}{M(d_f, \gamma_b)} \right] + \frac{\delta}{2} \operatorname{Im}^2 \left[(1+i) * \frac{\sinh \left[(1+i) \frac{d_f}{\xi_f \sqrt{2}} \right]}{M(d_f, \gamma_b)} \right] \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} V(d_f, \gamma_b, \delta) = & \operatorname{Re} \left[(1+i) * \frac{\left(\lambda(d_f, \gamma_b) - \frac{M^2(d_f, \gamma_b) \sinh \left[(1+i) \frac{d_f}{\xi_f \sqrt{2}} \right]}{2} \right)}{M^3(d_f, \gamma_b)} \right] \\ & + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[(1+i) * \frac{\sinh \left[(1+i) \frac{d_f}{\xi_f \sqrt{2}} \right]}{M(d_f, \gamma_b)} \right] \\ & + \delta \operatorname{Im} \left[(1+i) * \frac{\sinh \left[(1+i) \frac{d_f}{\xi_f \sqrt{2}} \right]}{M(d_f, \gamma_b)} \right] \\ & * \operatorname{Im} \left[(1+i) * \frac{\left(\lambda(d_f, \gamma_b) - \frac{M^2(d_f, \gamma_b) \sinh \left[(1+i) \frac{d_f}{\xi_f \sqrt{2}} \right]}{2} \right)}{M^3(d_f, \gamma_b)} \right] \\ & + \frac{\delta}{2} \operatorname{Im}^2 \left[(1+i) * \frac{\sinh \left[(1+i) \frac{d_f}{\xi_f \sqrt{2}} \right]}{M(d_f, \gamma_b)} \right], \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

où les fonctions $M(d_f, \gamma_b)$ et $\lambda(d_f, \gamma_b)$ sont définies dans la section précédente de l'Annexe A.

Annexe B

Modèle F/S/F à l'échelle atomique

Gap supraconducteur à toute température et inversion de l'effet de proximité

Dans le corps de ce rapport, nous avons obtenu l'expression (3.44) donnant l'évolution de la différence entre les gaps supraconducteurs dans les configurations P et AP avec la température. Dans cette équation, $y(x)$ représente la relation usuelle qui lie le gap $\Delta_0(T)$ et la température dans la théorie BCS en l'absence d'effet de proximité (voir [53] pour plus de détails):

$$\ln \frac{T}{T_c} = \ln y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{(n + \frac{1}{2})^2 + x^2}} - \frac{1}{(n + \frac{1}{2})} \right], \quad (\text{B.1})$$

où $x = \frac{\Delta_0(T)}{2\pi T}$. La somme $s(x)$ est elle définie par

$$s(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left((n + \frac{1}{2})^2 + x^2 \right)^{3/2}}, \quad (\text{B.2})$$

et la somme de Matsubara sans dimension $\Phi(x, h')$, qui contient l'information relative à l'inversion de l'effet de proximité, est donnée par:

$$\Phi(x, h') = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\delta^{P-AP} \left(\left(n + \frac{1}{2} \right), x, \frac{h'}{y(x)} \right) \right], \quad (\text{B.3})$$

où la fonction $\delta^{P-AP}(\omega, \Delta_0, h)$ provient de l'intégration par rapport au spectre $\xi(\mathbf{p})$ de la différence des termes à l'ordre de t^4 des fonctions de Green anormales dans les configurations P et AP. D'après nos calculs,

$$\begin{aligned}
\delta^{P-AP}(\omega, \Delta_0, h) = & \frac{2\pi h^2}{\omega(h^2 + \omega^2) \left((h^2 + \Delta_0^2)^2 + 4h^2\omega^2 \right)^4} \\
& \left[\begin{aligned} & (-h + \Delta_0) (h + \Delta_0) (h^2 + \Delta_0^2)^5 \\ & -8 (h^2 + \Delta_0^2)^3 (3h^4 - 6h^2\Delta_0^2 + \Delta_0^4) \omega^2 \\ -8 (h^2 + \Delta_0^2) (29h^6 - 13h^4\Delta_0^2 - 111h^2\Delta_0^4 - 9\Delta_0^6) \omega^4 \\ & -128 (8h^6 + 4h^4\Delta_0^2 - 17h^2\Delta_0^4 - 6\Delta_0^6) \omega^6 \\ & -128 (15h^4 + 4h^2\Delta_0^2 - 10\Delta_0^4) \omega^8 - 1024 h^2 \omega^{10} \end{aligned} \right] \\
& + \frac{2\pi h^2}{(\Delta_0^2 + \omega^2)^{\frac{5}{2}} \left((h^2 + \Delta_0^2)^2 + 4h^2\omega^2 \right)^4} \\
& \left[\begin{aligned} & \Delta_0^2 (h^2 + \Delta_0^2)^5 (h^2 + 5\Delta_0^2) \\ -2 (h^2 + \Delta_0^2)^2 (h^8 - 4h^6\Delta_0^2 - 34h^4\Delta_0^4 - 36h^2\Delta_0^6 + 153\Delta_0^8) \omega^2 \\ -4 (6h^{10} - 5h^8\Delta_0^2 - 104h^6\Delta_0^4 - 34h^4\Delta_0^6 + 498h^2\Delta_0^8 + 503\Delta_0^{10}) \omega^4 \\ & -8 (9h^8 - 56h^6\Delta_0^2 - 198h^4\Delta_0^4 + 144h^2\Delta_0^6 + 549\Delta_0^8) \omega^6 \\ & +64 (2h^6 + 35h^4\Delta_0^2 + 36h^2\Delta_0^4 - 62\Delta_0^6) \omega^8 \\ & +128 (7h^4 + 24h^2\Delta_0^2 - 10\Delta_0^4) \omega^{10} + 1024 h^2 \omega^{12} \end{aligned} \right]
\end{aligned}$$

Energie de condensation supraconductrice dans le cas où les couches F sont semi-métalliques

Dans le corps de ce rapport, nous avons supposé qu'une augmentation de gap supraconducteur se traduit par une hausse de gain énergétique lors de la condensation du gaz d'électrons en paires de Cooper. C'est en effet le cas pour un supraconducteur conventionnel isolé (à deux dimensions), où l'énergie de condensation est donnée par:

$$E_S - E_N = \Delta E_0 = -N_{2D}(0) \frac{\Delta_0^2}{2}, \quad (\text{B.4})$$

E_S et E_N représentant l'énergie du composé respectivement dans la phase supraconductrice et dans la phase normale. Il convient de vérifier s'il en va de même en présence d'effet de proximité S/F. Pour simplifier, dans cette section nous considérons le modèle de vanne de spin F/S/F dans le cas où les couches F sont semi-métalliques, c'est à dire isolantes pour une orientation de spin donnée. Dans notre modèle, le caractère semi-métallique d'une couche F isolante pour l'orientation de spin basse (respectivement haute) se traduit au niveau de la matrice \hat{C} par:

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} \xi & 0 \\ 0 & \infty \end{pmatrix} \text{ (respectivement } \begin{pmatrix} \infty & 0 \\ 0 & \xi \end{pmatrix}) \quad (\text{B.5})$$

Une autre manière, parfaitement équivalente, de traiter cette situation dans notre

formalisme, est de choisir une constante de couplage t entre le semi-métal et le supraconducteur nulle pour une orientation de spin donnée.

En utilisant les mêmes techniques de calcul que dans le cas de couches F métalliques, nous avons vérifié que l'effet de vanne de spin se manifeste également ici: $T_c^{AP} > T_c^P$. A proximité de la ligne de transition S/N , c'est donc la phase AP qui est la plus stable énergétiquement.

A température nulle, le gap supraconducteur dans la configuration P est égal à Δ_0 si les couches F sont des semi-métaux: $\Delta_{SM}^P = \Delta_0$. Dans la configuration AP, en revanche, l'effet de proximité diminue le paramètre d'ordre, dans la limite $t \ll \Delta_0$ tout au moins:

$$\ln \frac{\Delta_{SM}^{AP}}{\Delta_0} = -\frac{t^4}{\Delta_0^4} \left(1 + 2 \ln \frac{\Delta_0}{t} \right). \quad (\text{B.6})$$

En conséquence, le caractère semi-métallique des couches F ne nuit pas à l'inversion de l'effet de proximité:

$$\Delta_{SM}^{AP}(T=0) < \Delta_{SM}^P(T=0) \quad (\text{B.7})$$

Dans ce cas cependant, il existe une explication simple de cet effet: dans la configuration P, les deux couches F sont isolantes pour la même orientation de spin. De ce fait, il est impossible de briser une paire de Cooper dans le supraconducteur, car l'un des deux électrons ainsi libéré ne pourra pénétrer aucune des deux couches F. C'est par contre possible dans la configuration AP. Cette image simple devrait, dans une moindre mesure, s'étendre au cas de couches F ferromagnétiques.

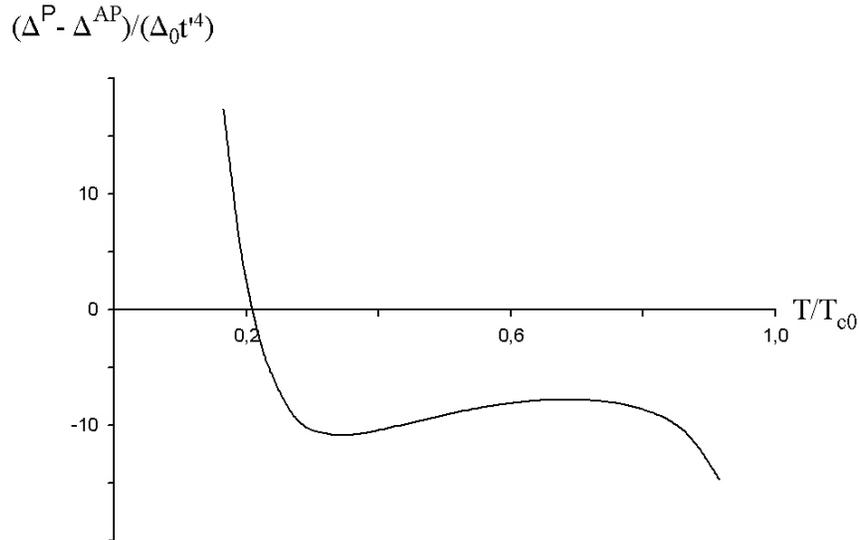


Figure B.1: *Inversion de l'effet de proximité dans le cas où les couches F sont des semi-métaux.*

Dans le cas simple de couches F semi-métalliques, nous avons calculé l'énergie de condensation supraconductrice à température nulle. Dans l'alignement P, elle est identique

à l'énergie de condensation (B.4) en l'absence d'effet de proximité:

$$\Delta E^P = -\frac{N_{2D}(0)}{2}\Delta_0^2. \quad (\text{B.8})$$

Dans l'alignement AP, nous constatons que le gain d'énergie (4.42) consécutif à l'appariement de Cooper est réduit par l'effet de proximité:

$$\Delta E^{AP} = -\frac{N_{2D}(0)}{2}\Delta_0^2 \left(1 - 2\frac{t^2}{\Delta_0^2} - 2\frac{t^4}{\Delta_0^4} + 4\frac{t^4}{\Delta_0^4} \ln \frac{\Delta_0}{t} \right), \quad (\text{B.9})$$

et donc l'alignement P est plus stable énergétiquement. Il est intéressant de noter que la contribution principale à cette augmentation de l'énergie de la configuration antiparallèle est de l'ordre de t^2 , et provient de la très étroite région d'intégration $0 \leq \Delta \leq t$. Il est vraisemblable qu'une hausse similaire de l'énergie de la configuration AP soit présente également dans le cas de couches F ferromagnétiques.

En conclusion, dans le cas de couches F semi-métalliques, le gap est plus grand à basse température dans la configuration P, et dans la configuration AP à proximité de T_c . Nous avons calculé numériquement le gap à toute température dans les deux configurations en utilisant une méthode identique à celle présentée dans le corps du rapport, et la différence $\Delta_{SM}^P - \Delta_{SM}^{AP}$, représentée en fonction de la température sur la Fig.B.1, change de signe lorsque la température varie.

Enfin et surtout, que ce soit à basse température ou au voisinage de T_c , dans le cas de couches F semi-métalliques la configuration dans laquelle le paramètre d'ordre supraconducteur est le plus grand est aussi la plus stable énergétiquement.

Polarisation électronique induite par effet de proximité

Nous calculons ici la polarisation du gaz d'électrons supraconducteurs consécutive à la proximité des champs d'échange, ainsi que la correction apportée par l'effet de proximité au paramagnétisme de Pauli dans les couches F. Nous nous attendons à ce que cela permettent de comprendre le mécanisme physique de l'inversion de l'effet de proximité, discutée dans la Sec.3.2.4.

A température finie, dans le formalisme des fonctions de Green microscopiques, la contribution électronique à l'aimantation macroscopique est donnée par:

$$M^x = N_{2D}(0)\pi T \sum_{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} [G_{\uparrow\uparrow}^x(\omega, \xi, \Delta, t, h) - G_{\downarrow\downarrow}^x(\omega, \xi, \Delta, t, h)] d\xi, \quad (\text{B.10})$$

où x dénote l'indice de la couche (ψ dans le supraconducteur, et φ et η dans les ferromagnétiques). Nous nous limitons ici à la réponse linéaire au champ: nous supposons que h est faible devant la température critique du système. La polarisation est ainsi calculée à l'ordre de ht^2 . Nous ne considérons ici que les configurations P et AP.

Les fonctions de Green, E^φ et G^φ , dans la couche ferromagnétique notée " φ " vérifient les relations suivantes, issues de (3.9):

$$\begin{aligned} G^\varphi \left(i\omega - \hat{C}(\theta) \right) - tE^\varphi &= 1 \\ \left(i\omega - \hat{C}(\theta) \right) E^\varphi - tG^\psi &= 0, \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

où G^ψ est la fonction de Green normale dans le supraconducteur (3.11b). La résolution du système (B.11) donne, à l'ordre de t^2 ($t \ll T_{c0}$):

$$G^\varphi = \left(i\omega - \hat{C}(\theta) \right)^{-1} - t^2 \frac{i\omega + \xi}{\omega^2 + \xi^2 + \Delta^2} \left(\left(i\omega - \hat{C}(\theta) \right)^{-1} \right)^2. \quad (\text{B.12})$$

Le premier terme de l'expression précédente permet de retrouver le paramagnétisme de Pauli du gaz bidimensionnel d'électrons

$$M_{\text{Pauli}}^\varphi = 2N_{2D}(0)h. \quad (\text{B.13})$$

Le deuxième terme décrit la polarisation électronique induite dans la couche ferromagnétique " φ " par l'effet de proximité S/F. A l'ordre de t^2 , cette correction est similaire à la correction qui serait obtenue dans un simple modèle de bicouche S/F, et ne dépend donc pas de l'orientation relative des champs d'échange.

Au voisinage de la température critique, le gap supraconducteur Δ est petit devant T , et la différence (B.10) entre les éléments diagonaux de la matrice G^φ devient, au plus bas ordre non nul en h , t^2 et Δ^2 :

$$\left(G_{\uparrow\uparrow}^\varphi - G_{\downarrow\downarrow}^\varphi \right) (\omega, \xi, \Delta, t, h) = \frac{-2h}{(i\omega - \xi)^2} - \frac{4ht^2}{(i\omega - \xi)^4} + \frac{4ht^2\Delta^2}{(\omega^2 + \xi^2)(i\omega - \xi)^4}. \quad (\text{B.14})$$

L'équation (B.10) est alors intégrée sur ξ puis sommée sur les fréquences de Matsubara analytiquement et la polarisation δM_{EP}^φ induite par l'effet de proximité est proportionnelle à $(\Delta/T)^2$:

$$\delta M_{EP}^\varphi(T \sim T_c) = \frac{M_{\text{Pauli}}^\varphi}{4} \frac{31\zeta(5)}{32} \frac{\Delta^2 t^2}{(\pi T)^4}. \quad (\text{B.15})$$

La correction obtenue δM_{EP}^φ est du même signe que le terme de Pauli M_{Pauli}^φ : l'effet de proximité augmente donc le paramagnétisme électronique dans les couches ferromagnétiques. Notons que, naturellement, le paramagnétisme induit par effet de proximité disparaît lorsque la couche S se trouve dans la phase métal normal ($\Delta = 0$): l'augmentation du paramagnétisme électronique est bien due à l'interaction entre les paramètres d'ordre supraconducteur et magnétique.

Dans la couche supraconductrice, la fonction de Green normale dépend de l'orientation relative des champs d'échange dans les couches F. Dans la configuration AP, nous vérifions que le coefficient β (voir Eq.(3.12)) s'annule: de ce fait, les éléments diagonaux de

la matrice G^ψ sont égaux et il n'y a pas de polarisation du gaz d'électrons. C'est une conséquence de la symétrie du système. Dans la configuration P, ce coefficient β ne s'annule pas. En utilisant la fonction de Green normale (3.11b), à l'ordre de ht^2 nous obtenons:

$$G_{\uparrow\uparrow}^\psi - G_{\downarrow\downarrow}^\psi = 4ht^2 \frac{-(i\omega + \xi)^4 - (i\omega - \xi)^2 \Delta^2}{(\omega^2 + \xi^2)^2 (\omega^2 + \xi^2 + \Delta^2)^2}. \quad (\text{B.16})$$

Au voisinage de T_c , la polarisation (B.10) dans la couche S est alors du même signe que la polarisation induite par effet de proximité dans les ferromagnétiques:

$$\delta M_{EP}^\psi(T \sim T_c) = \frac{3M_{Pau}^\varphi}{2} \frac{31\zeta(5)}{32} \frac{\Delta^2 t^2}{(\pi T)^4} = 6\delta M_{EP}^\varphi(T \sim T_c). \quad (\text{B.17})$$

Ainsi le gaz d'électrons dans le supraconducteur est partiellement polarisé en spin lorsque les champs d'échange sont parallèles dans les couches F, alors que dans la configuration AP la polarisation du gaz électronique est nulle. Ce résultat est cohérent avec l'effet de vanne de spin: à proximité de T_c , le gaz électronique partiellement polarisé donne nécessairement naissance à un moins grand nombre de paires de Cooper, et en conséquence la température critique est plus faible dans la configuration P.

A une température quelconque, le paramètre Δ/T n'est plus petit et l'équation (B.10) doit être intégrée à tout ordre en Δ . Nous obtenons, en utilisant les grandeurs réduites introduites précédemment:

$$\delta M_{EP}^\psi(T) = 4M_{Pau}^\varphi \frac{(t')^2 x^2}{y(x)^2} \Omega(x). \quad (\text{B.18})$$

où la somme de Matsubara sans dimension $\Omega(x)$ est donnée par:

$$\Omega(x) = \sum_{n>0} \frac{(-x^4 + 12(n + \frac{1}{2})^2 x^2 + 12(n + \frac{1}{2})^4)}{((n + \frac{1}{2})^2 + x^2)^{3/2} \left(\frac{16(n + \frac{1}{2})^3 ((n + \frac{1}{2})^2 + x^2)^{3/2}}{+ (2(n + \frac{1}{2})^2 + x^2) (-x^4 + 8(n + \frac{1}{2})^2 x^2 + 8(n + \frac{1}{2})^4)} \right)}. \quad (\text{B.19})$$

Les variations de la polarisation électronique avec la température dans la configuration P sont reportées sur la Fig.B.2. Nous vérifions qu'il n'y a pas de paramagnétisme électronique dans la phase métal normal: $\delta M_{EP}^\psi(T = T_c) = 0$. De plus, $\delta M_{EP}^\psi > 0$: le gaz d'électrons se polarise dans le sens du champ d'échange, à toute température. Cette polarisation induite est d'autant plus forte que la température est basse, ce qui est en contradiction avec l'inversion de l'effet de proximité. Dans la configuration AP, il n'y a pas de polarisation du gaz électronique, quelle que soit la température. L'inversion de l'effet de proximité pour $T < T_i$ ne résulte donc pas d'une polarisation induite plus faible dans l'alignement P que dans l'alignement AP.

Le signe surprenant du paramagnétisme électronique dans le supraconducteur s'explique de la manière suivante: dans la configuration P, en première approximation la tricouche est

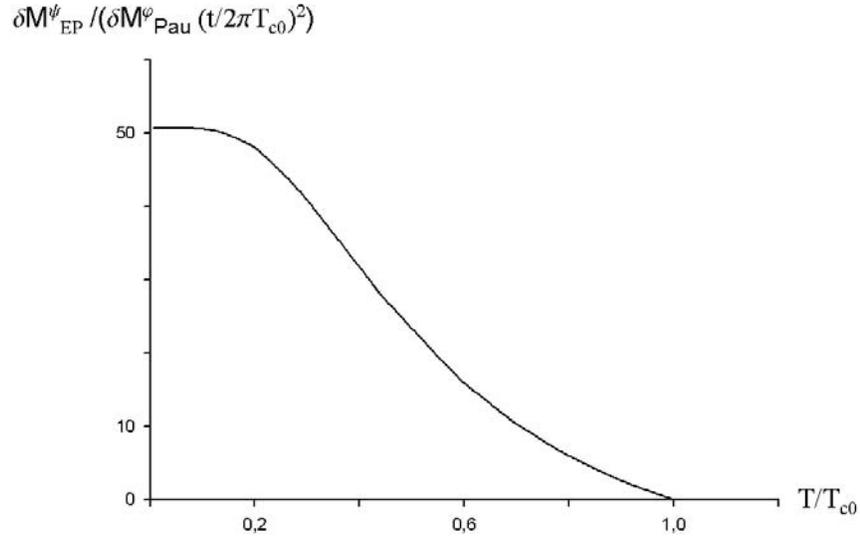


Figure B.2: *Polarisation électronique dans la couche supraconductrice en fonction de la température.*

équivalente à une couche S seule soumise à un champ magnétique Zeeman. Si l'on néglige toute forme de susceptibilité magnétique liée aux atomes, dans une approche classique la polarisation électronique est proportionnelle à la dérivée de l'énergie libre de Gibbs E_{Gibbs} par rapport au champ d'échange [105]. Or à champ faible, une légère augmentation de champ d'échange conduit à une augmentation de température critique du système (voir Eq.(3.21)), et donc à une augmentation de E_{Gibbs} . En conséquence, E_{Gibbs} est une fonction croissante du champ d'échange pour des champs faibles, et la polarisation électronique est donc "positive".

Annexe C

Construction du diagramme de phase d'une bicouche SF/SF dans la configuration parallèle

Definition et propriétés des fonctions $K_\mu(\tilde{h})$

La fonction $K_1(\tilde{h})$ est définie par:

$$K_1(\tilde{h}) = \sum_{n=0}^{\infty} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{n + \frac{1}{2} + i\tilde{h}} - \frac{1}{n + \frac{1}{2}} \right] \quad (\text{C.1})$$

Pour $\mu \geq 2$, $K_\mu(\tilde{h})$ est donnée par:

$$K_\mu(\tilde{h}) = \sum_{n=0}^{\infty} \operatorname{Re} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2} + i\tilde{h}\right)^\mu}. \quad (\text{C.2})$$

Les variations de K_1 , K_3 , K_5 , avec le champ d'échange réduit \tilde{h} sont reportées sur la Fig.C.1. On remarque qu'à proximité du point tricritique, c'est à dire pour $\tilde{h} \approx \tilde{h}^* \approx 0, 3$, $K_1(\tilde{h})$ et $K_5(\tilde{h})$ sont négatives, et de l'ordre de l'unité. $K_3(\tilde{h})$ s'annule exactement pour $\tilde{h} = \tilde{h}^*$ et devient négative dans le domaine $\tilde{h} \geq \tilde{h}^*$ du diagramme de phase étudié dans la Sec.4.1.

Fonctionnelle de Ginzburg-Landau au voisinage du point tricritique

Dans la théorie de GL, l'énergie libre s'exprime comme une série de puissances du paramètre d'ordre $\Psi(x)$, dans la limite où la température est proche de la température critique. Dans ce qui suit, nous dérivons l'énergie libre de GL à partir de notre connaissance microscopique du système. Pour ce faire, nous considérons le cas le plus simple dans lequel

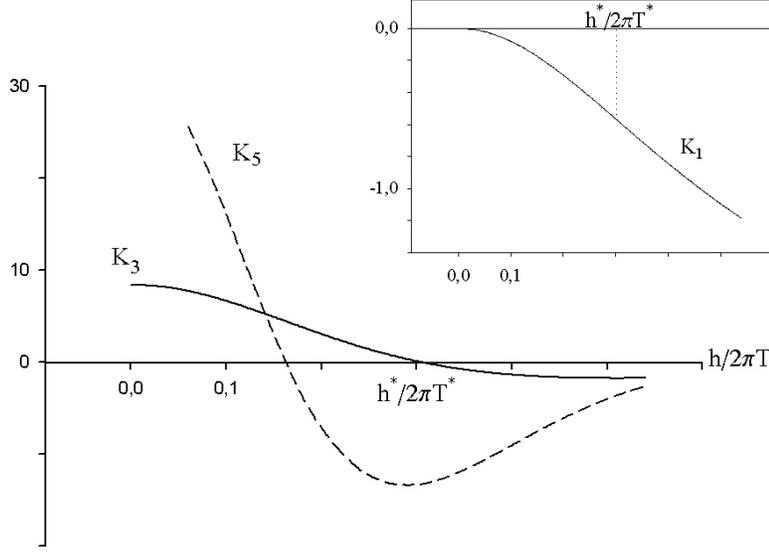


Figure C.1: Graphes des fonctions K_μ .

la modulation FFLO du paramètre d'ordre supraconducteur est exponentielle, à savoir $\Psi(x) = \Delta e^{iqx}$, q étant le vecteur d'onde de cette modulation supposée dans le plan des couches SF. Dans les systèmes réels, cette structure de modulation n'est pas réalisée, au bénéfice de structures plus complexes comme nous l'avons vu dans la Sec.4.1.1. Cependant, la description de cette modulation est beaucoup plus facile à mettre en oeuvre dans le formalisme des fonctions de Green, et dans la Sec.4.1.2 ces dernières sont calculées dans cette hypothèse où la modulation est une simple onde plane. Nous commençons par développer la fonction de Green anormale (4.6) et l'équation d'autocoherence (3.77) en puissances de q et Δ . Cette dernière équation est alors interprétée comme étant la condition de minimisation de l'énergie libre de GL par rapport à Δ , ce qui permet par identification d'obtenir les coefficients de tous les termes de la fonctionnelle de GL généralisée.

Dans le cas $\chi = 0$, le développement de la fonction de Green anormale s'exprime comme:

$$\frac{F_{11}^+}{\Delta^*} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} |\Delta|^{2n-2}}{(\xi - a(t, \mathbf{q}))^n (\xi + a(-t, \mathbf{0}))^n} + (t \leftrightarrow -t), \quad (\text{C.3})$$

où $a(t, q) = i\omega - h + t - \mathbf{v}_F \cdot \mathbf{q}$. Nous supposons d'abord que la supraconductivité est uniforme (phase $U=0$) au sein des couches, c'est à dire $\mathbf{q} = \mathbf{0}$. L'intégration sur le spectre ξ donne alors:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\xi}{2\pi} \frac{F_{11}^+}{\Delta^*} = \text{sgn}(\omega) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{b_n}{2} \frac{|\Delta|^{2n}}{(\omega + ih)^{2n+1}}, \quad (\text{C.4})$$

avec $b_n = \frac{(2n)!}{n!^2 2^{2n}} = \frac{\Gamma(n+1/2)}{\Gamma(1/2)n!}$. Nous remarquons que la constante de couplage t a disparu dans l'Eq.(C.4). L'équation d'autocohérence (3.77) s'écrit alors sous la forme d'un développement en puissances de Δ :

$$\ln \frac{T}{T_{c0}} - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n b_n K_{2n+1}(\tilde{h}) \left| \tilde{\Delta} \right|^{2n} = 0, \quad (\text{C.5})$$

à l'aide des fonctions K_μ définies plus haut. Ici $\tilde{\Delta} = \Delta/2\pi T$. Cette équation est interprétée comme étant la condition de minimisation de l'énergie libre de la phase $U - 0$ vis à vis du paramètre d'ordre

$$\frac{\partial F_{U-0}}{\partial \tilde{\Delta}} = 0 \quad (\text{C.6})$$

Au voisinage du point tricritique, $\tilde{\Delta}$ est petit et il est suffisant de retenir seulement les premiers termes du développement

$$\ln \frac{T}{T_{c0}} - b_0 K_1(\tilde{h}) + b_1 K_3(\tilde{h}) \left| \tilde{\Delta} \right|^2 - b_2 K_5(\tilde{h}) \left| \tilde{\Delta} \right|^4 = 0, \quad (\text{C.7})$$

où $\tilde{h} = h/2\pi T$. Par identification avec l'Eq.(C.6) nous obtenons l'énergie libre de la phase $U - 0$ en fonction du paramètre variationnel $\tilde{\Delta}$ et de la variable thermodynamique \tilde{h} :

$$F_{U-0}(\tilde{\Delta}) = \left[\ln \frac{T}{T_{c0}} - K_1(\tilde{h}) \right] \left| \tilde{\Delta} \right|^2 + \frac{K_3(\tilde{h})}{4} \left| \tilde{\Delta} \right|^4 - \frac{K_5(\tilde{h})}{8} \left| \tilde{\Delta} \right|^6 \quad (\text{C.8})$$

qui correspond à l'Eq.(4.15). Dans l'état 0 habituel, ces coefficients avaient été déterminés au préalable par Buzdin et Kachkachi [97].

Nous avons généralisé l'approche de ces auteurs, en déterminant la fonctionnelle de GL dans l'état supraconducteur π , dans lequel les paramètres d'ordre dans les deux couches SF sont opposés. Dans le cas où la supraconductivité est uniforme au sein de chaque couche (phase $U - \pi$), F_{11}^+ vérifie:

$$\frac{F_{11}^+}{\Delta^*} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} |\Delta|^{2n-2}}{(\xi - a(t, \mathbf{q}))^n (\xi + a(t, \mathbf{0}))^n} + (t \leftrightarrow -t). \quad (\text{C.9})$$

Cette forme de la fonction de Green anormale dans l'état π conduit à une expression de l'équation d'autocohérence qui contient explicitement le couplage t , via la grandeur réduite $\tilde{t} = t/2\pi T$:

$$\ln \frac{T}{T_{c0}} - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n b_n \left[\frac{K_{2n+1}(\tilde{h} + \tilde{t}) + K_{2n+1}(\tilde{h} - \tilde{t})}{2} \right] \left| \tilde{\Delta} \right|^{2n} = 0. \quad (\text{C.10})$$

Nous déduisons de cette dernière équation que les coefficients de l'énergie libre de GL dans la phase $U - \pi$ peuvent être obtenus directement à partir de ceux dans la phase $U - 0$

en remplaçant, dans les expressions des coefficients, $K_{2n+1}(\tilde{h})$ par $\frac{K_{2n+1}(\tilde{h}+\tilde{t})+K_{2n+1}(\tilde{h}-\tilde{t})}{2}$. L'énergie libre de la phase $U - \pi$ s'écrit alors:

$$F_{U-\pi}(\tilde{\Delta}) = \left[\ln \frac{T}{T_{c0}} - \frac{K_1(\tilde{h} + \tilde{t}) + K_1(\tilde{h} - \tilde{t})}{2} \right] |\tilde{\Delta}|^2 + \frac{K_3(\tilde{h} + \tilde{t}) + K_3(\tilde{h} - \tilde{t})}{8} |\tilde{\Delta}|^4 - \frac{K_5(\tilde{h} + \tilde{t}) + K_5(\tilde{h} - \tilde{t})}{16} |\tilde{\Delta}|^6. \quad (\text{C.11})$$

Dans la limite d'un faible couplage entre les couches $\tilde{t} \ll \tilde{h}$ les coefficients se simplifient et l'on obtient l'énergie libre $F_{U-\pi}(\tilde{\Delta})$ donnée dans le corps du rapport (Eq.(4.16)).

Nous avons calculé de manière similaire l'énergie libre de GL dans le cas où le paramètre d'ordre est inhomogène au sein des couches. En utilisant les expressions de F_{11}^+ respectivement dans l'état 0 et dans l'état π ((C.3) et (C.9)), construites dans l'hypothèse d'une modulation exponentielle $\Psi(x) = \Delta e^{iqx}$, nous obtenons le développement de l'équation d'autocohérence comme une série de puissances de Δ et du vecteur d'onde de la modulation \mathbf{q} .

Finalement, dans le cas où $\chi = 0$, après avoir sommé sur toutes les orientations possibles de ce vecteur d'onde vis à vis de la surface de Fermi, nous écrivons l'équation d'autocohérence sous la forme:

$$\ln \frac{T}{T_{c0}} - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^{n+p} c_{n,p} K_{2(n+p)+1}(\tilde{h}) |\tilde{\Delta}|^{2n} \left(\frac{v_F q}{4\pi T} \right)^{2p} = 0 \quad (\text{C.12})$$

où les coefficients $c_{n,p}$ qui émergent de la décomposition sont symétriques vis à vis de l'échange des indices de sommation n et p :

$$c_{n,p} = \frac{\Gamma(n+p+1/2)}{\Gamma(1/2)} \frac{(n+p)!}{(p!)^2 (n!)^2}. \quad (\text{C.13})$$

Les coefficients b_n obtenus en l'absence de modulation FFLO satisfont $b_n = c_{n,0}$.

A l'aide de l'expression (C.12), l'énergie libre de GL est construite en suivant la méthode décrite dans le cas où la supraconductivité est uniforme au sein des plans SF. Nous retrouvons là encore les coefficients obtenus dans la Réf. [97], y compris les coefficients des termes de gradient de la fonctionnelle généralisée.

Afin de calculer la véritable énergie libre de la structure dans la phase $FFLO - 0$, nous avons introduit la véritable structure $\Psi(x) = \Delta \cos qx$ de la modulation dans la fonctionnelle dont les coefficients viennent d'être obtenus. Il en résulte

$$F_{FFLO-0}(\tilde{\Delta}, Q, \tau) = \left(\frac{\bar{\tau}}{2} - 2\epsilon Q^2 + 6bQ^4 \right) |\tilde{\Delta}|^2 - \left(\frac{3}{8}\epsilon + \frac{5}{16}bQ^2 \right) |\tilde{\Delta}|^4 + \frac{5}{16}b |\tilde{\Delta}|^6, \quad (\text{C.14})$$

où $Q = \frac{v_F q}{4\sqrt{2}\pi T}$.

Dans l'état $\chi = \pi$ les coefficients de la fonctionnelle généralisée sont obtenus de manière analogue au cas de la supraconductivité uniforme, c'est à dire en faisant la modification

$$K_{2(n+p)+1}(\tilde{h}) \longrightarrow \frac{K_{2(n+p)+1}(\tilde{h} + \tilde{t}) + K_{2(n+p)+1}(\tilde{h} - \tilde{t})}{2} \quad (\text{C.15})$$

dans les coefficients de la fonctionnelle généralisée de Buzdin et Kachkachi. Finalement l'énergie libre de la phase $FFLO - \pi$ devient

$$\begin{aligned} F_{FFLO-\pi}(\tilde{\Delta}, Q, \tau) &= \left(\frac{\bar{\tau} - 4\epsilon\tilde{t}^2 + 8b\tilde{t}^4}{2} - 2(\epsilon - 12b\tilde{t}^2)Q^2 + 6bQ^4 \right) |\tilde{\Delta}|^2 \\ &\quad - \left(\frac{3}{8}(\epsilon - 12b\tilde{t}^2) + \frac{5}{16}bQ^2 \right) |\tilde{\Delta}|^4 + \frac{5}{16}b|\tilde{\Delta}|^6. \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

Dans le corps de ce rapport, des formes plus pratiques de ces énergies (C.8), (C.11), (C.14), faisant intervenir les grandeurs réduites τ , δ et η définies dans la section 4.1, sont utilisées pour dériver le diagramme de phase universel de la bicouche dans cette limite des faibles couplages. Les formes d'équilibre de ces énergies, obtenues après minimisation par rapport à δ et Q , sont données par:

$$\begin{aligned} F_{U-0}(\tau) &= \frac{2}{9}F_0 \left[\tau - \frac{8}{3} \left(1 - \frac{3\tau}{4} \right) - \frac{8}{3} \left(1 - \frac{3\tau}{4} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \\ F_{U-\pi}(\tau, \eta) &= -\frac{2}{9}F_0 \left(1 - \frac{6}{\eta} \right)^3 \left[\begin{aligned} &\tau \left(1 - \frac{6}{\eta} \right)^2 - \frac{8}{3} \left(1 - \frac{3}{4}\tau \left(1 - \frac{6}{\eta} \right)^2 \right) \\ &-\frac{8}{3} \left(1 - \frac{3}{4}\tau \left(1 - \frac{6}{\eta} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \right] \\ F_{FFLO-0}(\tau) &= -\frac{8}{45}F_0 \left[\frac{1}{2}\tau - \frac{2}{3} - \frac{1}{45}(64 - 45\tau) + \frac{1}{90}(64 - 45\tau)^{\frac{3}{2}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

Liste des publications

- "*First order phase transitions in F/S/F trilayers*", S. Tollis, Phys. Rev. B 69, 104532 (2004).
- "*Inversion of the proximity effect in atomic-scaled F/S/F trilayers*", S. Tollis, M. Daumens et A. Buzdin, Phys. Rev. B 71, 024510 (2005).
- "*Field-induced superconductivity with enhanced and tunable paramagnetic limit*", A. Buzdin, S. Tollis et J. Cayssol, cond-mat/0505726 (2005). Publication dans Phys. Rev. Lett. à venir.
- "*Competition between π - coupling and FFLO modulation in SF/SF atomic thickness bilayers*", S. Tollis, J. Cayssol et A. Buzdin, cond-mat/0509599 (2005). Soumis à Phys. Rev. B.

Bibliographie

- [1] A. A. Abrikosov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **32**, 1442 (1957) [Sov. Phys. JETP **5**, 1174 (1957)].
- [2] V. L. Ginzburg et L. D. Landau, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **20**, 1064 (1950).
- [3] J. Baarden, L. N. Cooper et J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
- [4] B. T. Matthias, H. Suhl et E. Corenzwit, Phys. Rev. Lett. **1**, 92 (1958).
- [5] A. A. Abrikosov et L. P. Gor'kov, Zh. Eksp. Teor. Fis. **39**, 1781 (1960) [Sov. Phys. JETP **12**, 1243 (1961)].
- [6] S. Uji *et al.*, Nature (London) **410**, 908 (2001).
- [7] A. I. Larkin et Y. N. Ovchinnikov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **47**, 1136 (1964) [Sov. Phys. JETP **20**, 762 (1965)].
- [8] P. Fulde et R. A. Ferrell, Phys. Rev. **135**, A550 (1964).
- [9] J. Bednorz et K. Mueller, Zeitschrift für Physik B **64**, 189 (1986).
- [10] L. Gao *et al.*, Physica C **235-240**, 1493 (1994).
- [11] P. H. Smith, S. Shapiro, J. L. Miles, et J. Nicol, Phys. Rev. Lett **6**, 686 (1961).
- [12] K. D. Usadel, Phys. Rev. Lett. **95**, 507 (1970).
- [13] A. Andreev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **46**, 1823 (1960) [Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964)].
- [14] D. Saint-James J. Phys. **25**, 899 (1964).
- [15] T. Mühge, N. N. Garif'yanov, Yu. V. Goryanov, G. G. Khaliullin, L. R. Tagirov, K. Westerholt, I. A. Garifullin et H. Zabel, Phys. Rev. Lett. **77**, 1857 (1996).
- [16] N. W. Ashcroft et D. Mermin, traduit par F. Biet et H. Kachkachi, *Physique des solides* (EDP sciences, 2002).

- [17] L. N Bulaevskii, A. I. Buzdin, M. L. Kubic et S. V. Panjukov, *Advances in Physics* **34**, No 2, 175 (1985).
- [18] M.A. Ruderman et C. Kittel, *Phys. Rev.* **96**, 99 (1954).
- [19] L. D. Landau, E. M. Lifsic et J. B. Sykes, *Statistical physics* (Pergamon Press, London, Paris, 1959).
- [20] A. A. Abrikosov, L. P. Gorkov, et I. E. Dzyaloshinski, *Methods of quantum field theory in statistical physics* (Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1963).
- [21] F. S. Bergeret, A. F. Volkov et K. B. Efetov, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4096 (2001).
- [22] F. S. Bergeret, A. F. Volkov et K. B. Efetov, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 117006 (2003).
- [23] F. S. Bergeret, A. F. Volkov et K. B. Efetov, *Phys. Rev. B* **68**, 064513 (2003).
- [24] G. Eilenberger, *Z-Phys* **214**, 195 (1968).
- [25] I. Baladié, A. Buzdin, N. Ryzhanova et A. Vedyayev, *Phys. Rev. B* **63**, 054518 (2001).
- [26] J. Cayssol et G. Montambaux, *Phys. Rev. B* **71**, 012507 (2005).
- [27] Z. Radovic, N. Lazarides et N. Flytzanis, *Phys. Rev. B* **68**, 014501 (2003).
- [28] Y. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev et A. A. Golubov, *Phys. Rev. B* **66**, 014507 (2002).
- [29] Z. Radovic, M. Ledvij, L. Dobrosavljevic-Grujic, A. I. Buzdin et J. R. Clem, *Phys. Rev. B* **44**, 759 (1991).
- [30] I. Baladié et A. I. Buzdin, *Phys. Rev. B* **67**, 014523 (2003).
- [31] J. S. Jiang, D. Davidovic, D. H. Reich et C. L. Chien, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 314 (1995).
- [32] J. Y. Gu, C. Y. You, J. S. Jiang, J. Pearson, Y; B. Bazaliy et S. D. Bader, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 267001 (2002).
- [33] L. Lazar, K. Westerholt et H. Zabel, *Phys. Rev. B* **61**, 3711 (2000).
- [34] G. Verbanck, C. D. Potter, V. Metlushko, R. Schad, V. V. Moshchalkov et Y. Bruynseraede, *Phys. Rev. B* **57**, 6029 (1998).
- [35] A. S. Sidorenko, V. I. Zdravkov, A. A. Prepelitsa, C. Helbig, Y. Luo, S. Gsell, M. Schreck, S. Klimm, S. Horn, L. R. Tagirov et R. Tidecks, *Ann. Phys.* **12**, 37 (2003).

- [36] A. I. Buzdin, A. V. Vedyayev et N. V. Ryzhanova, *Europhys. Lett.* **48**, 686 (1999).
- [37] A. Bagrets et C. Lacroix, *Phys. Rev. B* **68**, 054532 (2003).
- [38] P. G. De Gennes, *Phys. Lett.* **23**, 10 (1966).
- [39] G. Deutscher et F. Meunier, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 395 (1969).
- [40] L. R. Tagirov, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2058 (1999).
- [41] B. D. Josephson, *Phys. Lett.* **1**, 251 (1962).
- [42] A. I. Buzdin, L. N. Bulaevskii et S. V. Panyukov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **35**, 147 (1982) [*JETP Lett.* **35**, 178 (1982)].
- [43] A. I. Buzdin et M. Y. Kuprianov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fis.* **53**, 308 (1991) [*JETP Lett.* **53**, 321 (1991)].
- [44] Y. Blum, A. Tsukernik, M. Karpovski et A. Palevski, *Phys. Rev. Lett* **89**, 187004 (2002).
- [45] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genêt, B. Stephanidis et R. Boursier *Phys. Rev. Lett.* **89**, 137007 (2002).
- [46] A. Buzdin et I. Baladié, *Phys. Rev. B* **67**, 184519 (2003).
- [47] A. I. Buzdin, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 935 (2005).
- [48] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov et E. Il'ichev, *Rev. Mod. Phys* **78**, 411 (2004).
- [49] Lev B. Ioffe, V. B. Geshkembain, M. V. Feigel'man, A. L. Fauchere et G. Blatter, *Nature* vol. **398** (1999).
- [50] V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov et J. Aarts, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2427 (2001).
- [51] S. M. Frolov, D. J. Van Harlingen, V. A. Oboznov, V. V. Bolginov et V. V. Ryazanov, *Phys. Rev. B* **70**, 144505 (2004).
- [52] A. Buzdin et A. E. Koshelev, *Phys. Rev. B* **67**, 220504 (2003).
- [53] A. A. Abrikosov, *Fundamentals of the theory of metals* (North Holland, Netherlands, 1988).
- [54] S. Tollis, *Phys. Rev. B* **69**, 104532 (2004).

- [55] J. Aarts, J. M. E. Geers, E. Brück, A. A. Golubov et R. Coehoorn, Phys. Rev. B **56**, 2779 (1997).
- [56] M. Y. Kupriyanov et V. F. Lukichev, Zh. Eksp. Teor. Fiz **94**, 139 (1988) [Sov. Phys. JETP **67**, 1163 (1988)].
- [57] Y. V. Fominov et M. V. Feigel'man, Phys.Rev.B **63**, 094518 (2001).
- [58] L. D. Landau et E. M. Lifsic, *Mechanics* (Pergamon Press, Oxford, London, Paris, 1960).
- [59] J. B. Seaborn, *Hypergeometric functions and their applications* (Springer Verlag, New-York, 1991).
- [60] D. Saint-James, G. Sarma et E.J. Thomas, *Type II Superconductivity*, Pergamon, New York (1969).
- [61] A. C. McLaughlin, W. Zhou, J. P. Attfield, A. N. Fitch et J. L. Tallon, Phys. Rev. B **60**, 7512 (1999).
- [62] C. Bernhard, J. L. Tallon, Ch. Niedermayer, Th. Blasius, A. Golnik, E. Brucher, R. K. Kremer, D. R. Noakes, C. E. Stronach et E. J. Ansaldo, Phys. Rev. B **59**, 14099 (1999).
- [63] J. W. Lynn, B. Keimer, C. Ulrich, C. Bernhard et J. L. Tallon, Phys. Rev. B **61**, R14964 (2000).
- [64] Y. Tokunaga *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 5767 (2001).
- [65] T. Nachtrab *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 117001 (2004).
- [66] Z. Sefrioui *et al.*, Phys. Rev. B **67**, 214511 (2003).
- [67] B. S. H. Pang, R. I. Tomov, C. Bell et M. G Blamire, Physica C **415**, 118 (2004).
- [68] L.N. Bulaevski et M.V. Zyskin, Phys. Rev. B **42**, 10230 (1990).
- [69] T.M. Rice, Phys. Rev. **140**, A1889 (1965).
- [70] A.I. Larkin et A.A. Varlamov, p 95 in *The Physics of Superconductors*, Vol.I, edited by K.H. Bennemann and J.B. Ketterson, Springer (2003).
- [71] L.I. Glazman et A.E. Koshelev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **97**, 1371 (1990) [Sov. Phys. JETP **70** (4), 774 (1990)].
- [72] H. Jirari, R. Melin, and N. Stefanakis, Eur. Phys. J. B **31**, 125 (2003).

- [73] R. Melin and D. Feinberg, *Europhys. Lett.* **65**, 96 (2004).
- [74] R. Melin, *J. Phys. Cond. Matt* **13**, 6445 (2001).
- [75] V. Apinyan and R. Melin, *Eur. Phys. J. B* **25**, 373 (2002).
- [76] A. Buzdin et M. Daumens, *Europhys. Lett.* **64**, 510 (2003).
- [77] I. Bozovic, *IEEE. Trans. Appl. Supercond.* **11**, 2886 (2001).
- [78] A. V. Andreev, A. Buzdin et R. M. Osgood,III, *Phys. Rev. B* **43**, 10124 (1991).
- [79] Ya. V. Fominov, A. A. Golubov et M. Yu. Kupriyanov, *JETP Lett.* **77**, 510 (2003).
- [80] S. Tollis, M. Daumens et A. Buzdin, *Phys. Rev. B* **71**, 024510 (2005).
- [81] V. Prokic, A. I. Buzdin et L. Dobrosavljevic-Grujic, *Phys. Rev. B* **59**, 587 (1999).
- [82] P. W. Anderson et J. M. Rowell, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 230 (1963).
- [83] Y. Makhlin, G. Shön et A. Shnirman, *Rev. Mod. Phys* **73**, 357 (2001).
- [84] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur et X. Grison, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 304 (2001).
- [85] C. Duran *et al.*, *Supercond. Sci. Technol.* **5**, 272 (1992).
- [86] N. M. Chtchelkatchev, W. Belzig et C. Bruder, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **75**, 772 (2002) [*JETP Lett.* **75**, 646 (2002)].
- [87] S. Tollis, J. Cayssol et A. Buzdin, *cond-mat/0509599* (2005). Soumis à *Phys. Rev. B*.
- [88] L. Xiaowei *et al.*, *Phys. Rev. B* **65**, 134507 (2002).
- [89] F. S. Bergeret, A. F. Volkov et K. B. Efetov, *Phys. Rev. Lett* **86**, 3140 (2001).
- [90] A. Buzdin, S. Tollis et J. Cayssol, *cond-mat/0505726* (2005). Publication dans *Phys. Rev. Lett.* à venir.
- [91] Yu. A. Izyumov, Yu. N. Proshin et M. G. Khusainov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **71**, 202 (2000) [*JETP Lett.* **71**, 138 (2000)].
- [92] B. S. Chandrasekhar, *Appl. Phys. Lett.* **1**, 7 (1962).
- [93] A.M. Clogston, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 266 (1962).
- [94] L.N. Bulaevskii, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **64**, 2241 (1973) [*Sov. Phys. JETP* **37**, 1133 (1973)].

- [95] A.I. Buzdin et V.V. Tugushev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **85**, 735 (1983)[Sov. Phys. JETP **58**, 428 (1983)].
- [96] A.I. Buzdin et S. V. Polonskii, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **93**, 747 (1987) [Sov. Phys. JETP **66**, 422 (1987)].
- [97] A. I. Buzdin et H. Kachkachi, Phys. Lett. A **225**, 341 (1997).
- [98] H. Burkhardt et D. Rainer, Ann. Phys. **3**, 181 (1994).
- [99] C. Mora et R. Combescot, Europhys. Lett. **66**, 833 (2004).
- [100] L.G. Aslamazov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **55**, 1477 (1968) [Sov. Phys. JETP **28** (4), 773 (1969)].
- [101] A. M. Tanatar, T. Ishiguro, H. Tanaka et H. Kobayashi, Phys. Rev. B **66**, 134503 (2002).
- [102] C. Martin *et al.*, Phys. Rev. B **71**, 020503 (2005).
- [103] M. Houzet et A. Buzdin, Phys. Rev. B **63**, 184521 (2001).
- [104] V. Jaccarino et M. Peter, Phys. Rev. Lett. **9**, 290 (1962).
- [105] C. P. Poole, H. A. Farach et R. J. Creswick, *Superconductivity* (Academic Press Inc., San Diego CA, 1995).

Contributions à la théorie des hétérostructures supraconducteur-ferromagnétique nanométriques

Résumé :

Dans la théorie BCS de la supraconductivité, l'état supraconducteur est caractérisé par l'appariement d'électrons d'impulsions et de spin opposés en paires de Cooper. Ceci explique à la fois que le champ magnétique et l'ordre ferromagnétique s'opposent à la supraconductivité. Cet antagonisme est source d'une physique riche dont nous présentons ici de nouveaux aspects. Nous démontrons dans cette thèse que l'effet de proximité, qui gouverne le comportement des structures hybrides formées d'un assemblage de couches supraconductrices et ferromagnétiques, est fortement modifié lorsque l'épaisseur des couches devient de l'ordre de la distance interatomique. En particulier, nous mettons en évidence théoriquement une phase supraconductrice nouvelle produite grâce à l'application d'un fort champ magnétique, ou la présence d'un fort champ d'échange ferromagnétique à basse température.

Mots-clé : supraconductivité, effet paramagnétique, structures hybrides, effet de proximité S/F, limite paramagnétique, supraconducteurs à haute température critique.

Contributions to the theory of superconductor-ferromagnetic nanostructures

Abstract :

Within the BCS theory of superconductivity, the superconducting ground state results from the pairing of opposed spins and momenta electrons into Cooper pairs. This explains why external magnetic fields and ferromagnetic ordering both affect superconducting properties. The competition between these two antagonistic order parameters gives rise to many interesting physical effects. Here we present several new phenomena related to this competition, and predicted in an exact microscopic formalism. We demonstrate that the superconducting/ferromagnetic (S/F) proximity effect, which is responsible for the peculiar behaviour of nanoscopic S/F multilayered heterostructures, is appreciably modified when the layers thickness reduces to the Fermi wavelength. As the main result, we predict the appearance, at low temperatures, of a new superconducting phase resulting from the compensation between electronic interlayer tunnel coupling and a strong applied magnetic field.

Keywords : superconductivity, paramagnetic effect, hybrid nanostructures, S/F proximity effect, paramagnetic limit, high-T_c superconductors.