# THÈSE

# Présentée à L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

### ÉCOLE DOCTORALE DE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR

par Pierre-Yvan SULIMA

POUR OBTENIR LE GRADE DE

### DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : ELECTRONIQUE

\*\*\*\*\*

### CONTRIBUTION A LA MODELISATION ANALYTIQUE TRIDIMENSIONNELLE DE L'AUTO-ECHAUFFEMENT DANS LES TRANSISTORS BIPOLAIRES A HETEROJONCTION DE TYPE Si/SiGe

\*\*\*\*\*

Soutenue le : 13 décembre 2005

Après avis de :

M. CHANTE Jean Pierre	Professeur à l'INSA (Lyon)	Rapporteur
M. LAGONOTTE Patrick	Professeur, Université de Poitiers	Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

M. BATTAGLIA Jean-Luc	Maître de Conférences, Université de Bordeaux 1	
M. CHANTE Jean Pierre	Professeur à l'INSA (Lyon)	Rapporteur
M. FOUILLAT Pascal	Professeur, Université de Bordeaux 1	Président
M. LAGONOTTE Patrick	Professeur, Université de Poitiers	Rapporteur
M. ZIMMER Thomas	Professeur, Université de Bordeaux 1	

Membre invité

M. TOUBOUL André Professeur, Université de Bordeaux 1

Chemin faisant j'imaginais La vie Qui était, Qui est, Qui sera ... La mienne !

> A ma Famille, à mes Amis A Angélique, Jonathan, Framboise

#### **Remerciements**

En premier lieu, j'adresse un grand merci à monsieur le Professeur André Touboul, Directeur du Laboratoire de Microélectronique IXL de l'Université de Bordeaux I, monsieur le Professeur Jean Rodolphe Puiggali, Directeur du Laboratoire TREFLE de l'Université de Bordeaux I et monsieur Didier Céli, Ingénieur de la société STMicroelectronics (site de Crolles) pour m'avoir offert l'opportunité de travailler sur ce projet dans les meilleures conditions matérielles et humaines.

Je tiens à remercier monsieur le Professeur Jean Pierre Chante et monsieur le Professeur Patrick Lagonotte d'avoir accepté d'être rapporteurs de mon travail. Ma reconnaissance va également à monsieur le Professeur Pascal Fouillat, président de mon jury, pour ses qualités humaines.

Ensuite, je tiens à remercier chaleureusement mes deux directeurs de thèse, Thomas Zimmer, du laboratoire IXL et Jean-Luc Battaglia, du laboratoire TREFLE. J'ai beaucoup apprécié d'effectuer cette thèse au sein de leur équipe respective. Merci à Thomas pour sa rigueur scientifique, son expérience du domaine expérimentale et pour la qualité des échanges que nous avons pu mettre en place. Merci à Jean-Luc. J'ai beaucoup profité de ta rigueur et de ton expérience du domaine de la modélisation. Merci pour ton amitié et ton humanisme, le petit « Padawan » te remercie.

Ma reconnaissance va également à Cyril Hainaut pour ta bonne humeur quotidienne et, évidemment, pour tes compétences techniques. Je remercie chaleureusement Sébastien Frégonèse pour la qualité de son expertise en simulation, mais aussi pour les discussions, les échanges...

J'exprime ma gratitude à tout le personnel du laboratoire IXL et du laboratoire TREFLE, aux corps enseignants, aux ingénieurs systèmes Patrick, Régis et à Jean Emmanuel, mais aussi Maryan. Ma gratitude va vers les équipes administratives Murielle, Sylvianne, Fanny, Mireille, Corinne, Valérie pour leur disponibilité et leur soutien. Merci à Simone et à sa très grande gentillesse.

Merci au club des cinq pour nos discussions et nos séries billards (Alex, Fabien, Mathieu et Brice). J'adresse un grand merci à Hassène, à Bertrand (pour ses encouragements, sa pertinence et sa « relecture » ), Franz, « Modge », Dominique, Sylvie, Franck, Christell, Jean Christophe, Noëlle, Naoufel, Guillaume, Nathalie, Florence, Yann, Hervé, Nathalie, Claire, Jean François, Yannick, Yves, Bruno, Sarah, Greg, Fred, Thierry, Dominique, José, Andjé, Cécile et à tous ceux qui d'une façon indirecte, mais déterminante ont influé à la qualité et à la réussite de ce travail. Mes remerciements et mes encouragements vont vers Hélène, Grégory, Christian, Isabelle, Cédric, Cyril, Laurent, Johnny, Corinne, Vincent, Michaël, Yannick ainsi qu'à la nouvelle génération de doctorants Marie Lise, Adel, Mustapha et les autres…

Merci à Marilyne, Gilbert et Moktad.

Je ne saurais oublier les amis : Olivier, Alex, Irène, Etienne, Nathalie, Martine, Gérard, Cathy, Nicole, Liliane, Mathilde, Nelly, Pierre-Louis, Gilbert, Elisabeth et Cie, et la famille : Angélique, Jonathan, Framboise, Edith, Wladimir, Elisabeth, Jean Mi, Grégoire, Mathieu et leur soutien chaleureux et inconditionnel dans cette aventure.

Je terminerai par une mention spéciale pour la cave à Jean-Luc, sans laquelle je n'aurais pas eu l'opportunité de réaliser cette thèse.

# SOMMAIRE

SOMM	AIRE	9
LISTE	DES PUBLICATIONS	13
Ouvr	ages	
Publi	cations dans des revues avec comité de lecture	
Conf	érences avec actes et comité de lecture (Recherche)	
Rapp	orts de Contrats	
GLOS	SAIRE	17
INTRO	DUCTION GENERALE	21
1 LES	TRANSISTORS BIPOLAIRES A HETEROJONCTIONS	5 SiGe (TBH
SiGe	)	
1.1	Introduction	
1.2	Les TBH SiGe	
1.3	Caractéristiques statiques	
1.4	Caractéristiques dynamiques	
1.5	Applications industrielles	
1.6	Les limitations thermiques	
1.7	Modèles compacts	
1.8	Conclusion	
2 M	ODELISATION DE L'AUTO-ECHAUFFEMENT	67
2.1	Description phénoménologique de l'auto-échauffement	
2.2	Effet Joule	
2.3	Les effets thermoélectriques	71
2.4	Echelle d'observation	73
2.5	Echelle microscopique	74
2.6	Echelle macroscopique	
2.7	Conclusions	
3 M	ODELISATION ANALYTIQUE	
3.1	Introduction	
3.2	Modélisation géométrique	

	3.3	Description mathématique
	3.4	Résolution par transformée intégrales
	3.5	Représentation du transfert thermique sous la forme d'un réseau
	d'impé	edances thermiques
	3.6	Fonction de transfert
	3.7	Transformées inverses
	3.8	Expression de la température moyenne
	3.9	Etude de sensibilité de la température moyenne aux paramètres
	thermo	pphysiques
	3.10	Couplage inter cellules
	3.11	Conclusions
	3.12	Annexes
4	MEGI	
4	MESU	URE EXPERIMENTALE DU PHENOMENE DE L'AUTO-
4	MESU ECHA	URE EXPERIMENTALE DU PHENOMENE DE L'AUTO- AUFFEMENT ET RESULTATS
4	MESU ECHA 4.1	URE EXPERIMENTALE DU PHENOMENE DE L'AUTO- AUFFEMENT ET RESULTATS
4	MESU ECHA 4.1 4.2	URE EXPERIMENTALE DU PHENOMENE DE L'AUTO- AUFFEMENT ET RESULTATS
4	MESU ECHA 4.1 4.2 4.3	URE       EXPERIMENTALE       DU       PHENOMENE       DE       L'AUTO-         AUFFEMENT ET RESULTATS       141         Méthodes de mesures existantes de température dans les transistors       142         Mesures directes       142         Mesures indirectes       143         Méthodes de la
4	MESU ECHA 4.1 4.2 4.3 4.4	URE       EXPERIMENTALE       DU       PHENOMENE       DE       L'AUTO-         AUFFEMENT ET RESULTATS       141         Méthodes de mesures existantes de température dans les transistors       142         Mesures directes       142         Mesures indirectes       143         Méthodologie expérimentale       147
4	MESU ECHA 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	URE       EXPERIMENTALE       DU       PHENOMENE       DE       L'AUTO-         AUFFEMENT ET RESULTATS       141         Méthodes de mesures existantes de température dans les transistors       142         Mesures directes       142         Mesures indirectes       143         Méthodologie expérimentale       147         Conclusion de la partie expérimentale       157
4	MESU ECHA 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6	URE       EXPERIMENTALE       DU       PHENOMENE       DE       L'AUTO-         AUFFEMENT ET RESULTATS       141         Méthodes de mesures existantes de température dans les transistors       142         Mesures directes       142         Mesures indirectes       143         Méthodologie expérimentale       147         Conclusion de la partie expérimentale       157         Résultats et discussions       158
4	MESU ECHA 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7	UREEXPERIMENTALEDUPHENOMENEDEL'AUTO-AUFFEMENT ET RESULTATS141Méthodes de mesures existantes de température dans les transistors142Mesures directes142Mesures indirectes143Méthodologie expérimentale147Conclusion de la partie expérimentale157Résultats et discussions158Conclusions de la partie résultats170
4 C	MESU ECHA 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 CONCL	UREEXPERIMENTALEDUPHENOMENEDEL'AUTO-AUFFEMENT ET RESULTATS141Méthodes de mesures existantes de température dans les transistors142Mesures directes142Mesures indirectes143Méthodologie expérimentale147Conclusion de la partie expérimentale157Résultats et discussions158Conclusions de la partie résultats170USION GENERALE173
4 C A	MESU ECHA 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 CONCLU	URE       EXPERIMENTALE       DU       PHENOMENE       DE       L'AUTO-         AUFFEMENT ET RESULTATS       141         Méthodes de mesures existantes de température dans les transistors       142         Mesures directes       142         Mesures indirectes       143         Méthodologie expérimentale       147         Conclusion de la partie expérimentale       157         Résultats et discussions       158         Conclusions de la partie résultats       170         USION GENERALE       173         E       177

### LISTE DES PUBLICATIONS

#### Ouvrages

Hassène Mnif, Jean Luc Battaglia, **Pierre-Yvan Sulima**, Sébastien Fregonese, Thomas Zimmer, "Fractional Differentiation and its Applications", Edited by Alain Le Mahaute, J. A. Tenreiro Machado, Jean Claude Trigeassou and Jocelyn Sabatier Volume 2 - Econophysics, mechanics, material modelling, thermal systems, electronics, electrical systems, "Network Analysis for SiGe HBT's Thermal Impedance Modelling", Printed in Germany, 2005

#### Publications dans des revues avec comité de lecture

S. Fregonese, D. Celi\*, T. Zimmer, C. Maneux, **P. Y. Sulima** "A Scalable Substrate Network for HBT Compact Modeling", Solid-State Electronics, Vol 49/10, p 1623-1631, 2005

**Pierre-Yvan Sulima**, Jean Luc Battaglia, Thomas Zimmer, J.-C. Batsale "Self heating modeling of Si-Ge heterojunction bipolar transistor", International Communication in Heat and Mass Transfert **, accepté** 

#### Conférences avec actes et comité de lecture (Recherche)

S. Frégonèse, D. Berger, T. Zimmer, C. Maneux, **P. Y. Sulima**, D. Céli, « Scalable bipolar transistor modelling with HICUM L0 » 4th European HICUM Workshop, June 15-16, 2004, Bordeaux, France

S. Fregonese, D. Berger (ST Microelectronics), T. Zimmer, C. Maneux, **P.Y. Sulima** D. Celi (ST Microelectronics) "Scalable Bipolar Transistor Modelling with HICUM", Mixed Design of Integrated Circuits and Systems Szczecin, 24-26 June 2004, p 416-420 S. Fregonese, T. Zimmer, C. Maneux, **P.Y. Sulima** « Barrier effects in SiGe HBT: Modeling of high-injection base current increase », in Proc. BCTM 2004, pp 116-119, Bipolar/BiCMOS circuits and technology meeting, September 13-14, 2004, Montréal, CA

S. Fregonese, D. Celi, T. Zimmer, C. Maneux, **P. Y. Sulima** "Scalable Substrate Modeling based on 3D Physical Simulation Substrat" XIX Conference on Design of Circuits and Integrated Systems - DCIS, Bordeaux, France, November 24-26, 2004

**P.Y. Sulima**, H. Beckrich, J.L. Battaglia, T. Zimmer, "Self-heating investigation of bulk and SOI transistors", MOS-AK Meeting, 8 April 2005, Strasbourg, France

**P.Y.Sulima<sup>1</sup>**, J.L Battaglia<sup>1</sup>, T.Zimmer<sup>1</sup>, S. Fregonese<sup>1</sup>, D. Céli<sup>2</sup> (<sup>1</sup>:University of Bordeaux 1, France, <sup>2</sup>:STMicroelectronics, France), "Study of a 3D thermal characterization of SiGe HBTS", Microtherm 2005, VI Conference Thermal Problems in Electronics, June 19-22, 2005, Lodz, POLAND

**P.Y. Sulima**, T. Zimmer (University of Bordeaux I, France), H. Beckrich (STMicroelectronics, France), J.L. Battaglia, S. Fregonese (University of Bordeaux I, France), D. Celi (STMicroelectronics, France) "A Transient Measurement Setup for Electro-thermal Characterisation for SiGe HBTs", Mixed Design of Integrated Circuits and Systems, Szczecin, Kraków, 22-25 June 2005

H. Beckrich (STMicroelectronics, France and Univ. of Bordeaux I, France), D. Celi,
D. Berger (STMicroelectronics, France), P.Y. Sulima, T. Zimmer (University of Bordeaux I, France) "Bipolar Transistor Temperature Modeling" Mixed Design of Integrated Circuits and Systems, Kraków, 22-25 June 2005, pp

**P.Y. Sulima**, J.L. Battaglia, T. Zimmer, H. Beckrich, D. Céli "3D self Heating modelling for electrothermal characterisation of SiGe HBTs", 5th European HICUM Workshop, June 6-7, 2005, Crolles, France

#### **Rapports de Contrats**

**P. Y. Sulima**, T. Zimmer, « Etude et modélisation I du transfert thermique dans les transistor bipolaire à hétérojonction Si/SiGe, approximation géométrique de type cylindrique», STMicroelectronics-IXL, Nano 2008, année 2004, juin 2004

**P. Y. Sulima**, T. Zimmer, , « Etude et modélisation II du transfert thermique dans les transistor bipolaire à hétérojonction Si/SiGe, géométrie réelle»,:, STMicroelectronics-IXL, Nano 2008, année 2004, décembre 2004

**P. Y. Sulima**, T. Zimmer, « Caractérisation expérimentale de la fonction de transfert thermique du transistor bipolaire à hétérojonction Si/SiGe », STMicroelectronics-IXL, Nano 2008, année 2005, juin 2005

# GLOSSAIRE

## a) Chapitre 1

Nom	Signification
$x_{\scriptscriptstyle B}$	Dimension de la base
$D_{nB}$	Constante de diffusion des électrons dans la base
β	Gain, rapport des courants de collecteur et de base
D <sub>n</sub>	Constantes de diffusion des électrons
D <sub>p</sub>	Constantes de diffusion des trous
W <sub>E</sub>	Epaisseur de l'émetteur
W <sub>B</sub>	Epaisseur de la base
N <sub>E</sub>	Densité des donneurs de l'émetteur
N <sub>B</sub>	Densité des accepteurs de la base
f <sub>T</sub>	Fréquence de transition
$ au_{ m EC}$	Temps de transit global de l'émetteur au collecteur
f <sub>max</sub>	Fréquence maximale d'oscillation
C <sub>bc</sub>	Capacité totale base-collecteur
r <sub>bb</sub> ,	Résistance distribuée de base
$\Delta E_{V}$	Discontinuité de bande de valence
$V_{BE}$	Tension aux bornes de la jonction courte PN
ID	Courant parcourant la jonction
S	Surface de la jonction
Lp	Longueur de diffusion du côté P
L <sub>n</sub>	Longueur de diffusion du côté N
$p_n$	Densité des trous du côté P
n <sub>p</sub>	Densité des électrons du côté P
$n_i$	Densité des porteurs intrinsèques
Т	Température locale du réseau
$k_{\scriptscriptstyle B}$	Constante de Boltzman
q	Charge des porteurs
E <sub>G</sub>	Energie du band gap
Is	Courant de saturation, en tenant compte de l'expression de n <sub>i</sub> ,
A	Constante de Richardson
$\lambda(T)$	Conductivité thermique
$\mu_{\upsilon}(T_0)$	Valeur de la mobilité des électrons
$lpha_{\mu u}$	Paramètre qui dépend du dopage N
$\vec{J}_{C}$	Densité de courant de conduction des électrons
n	Nombre d'électrons libres par unité de volume
Ē	Champ électrique appliqué au semi-conducteur
q	Charge électrostatique de l'électron
m <sub>n</sub>	Masse effective d'électron
m <sub>p</sub>	Masse effective de trou
M <sub>C</sub>	Nombre minima de l'énergie équivalente dans la bande de conduction

Paramètres HICUM		
I <sub>T</sub>	Courant de transfert	
$J_{\mathrm{T}}$	Densité de transfert	
I <sub>Ch</sub>	Courant des effets d'élargissement du collecteur "intrinsèque" (pour les fortes densités	
	de courant)	
Q <sub>P</sub>	Charge pondérée totale	
Q <sub>p0</sub>	Charge totale à polarisation nulle	
Q <sub>jE</sub>	Charges des zones de déplétion base émetteur	
Q <sub>iC</sub>	Charges des zones de déplétion base-collecteur	
Q <sub>BF</sub>	Charges de diffusion en polarisation directe	
Q <sub>BR</sub>	Charges de diffusion en polarisation inverse	
$Q_{mE}$	Charges associées aux trous dans l'émetteur	
Q <sub>mC</sub>	Charges associées aux trous dans le collecteur	
$h_{jEi}, h_{jCi}, h_e \text{ et } h_c$	Coefficients de pondération, paramètres du modèle HICUM	

# b) Chapitre 2

Nom	Signification
р	Variable de Laplace
$Z_{_{TH}}(p)$	Fonction de transfert thermique
$\left\langle T_{_{M}}\left( p ight)  ight angle$	Température moyenne du point de mesure
$\psi_0(p)$	Densité de flux de chaleur
$a_{12}$	Coefficient de Seebeck
$\pi_{12}(T)$	Coefficient de Peltier de la jonction
τ	Cœfficient de Thomson
$\vec{j}_n, \vec{j}_p$	Densité de courant des électrons et trous
G,R	Flux de génération et recombinaison.
3	Constante de permittivité
Ψ	Potentiel électrique
$N_{A}^{-}$ , $N_{D}^{+}$	Concentration des accepteurs et donneurs
$\phi_n$ , $\phi_p$	Fonctions du potentiel électrique $\psi$ et des porteurs n et p
$P_n, P_p$	Puissances thermoélectriques des électrons et des trous
с	Capacité calorifique
R <sub>TH</sub>	Résistance thermique
$C_{ m TH}$	Capacité thermique
γ	Variable de Hankel

# c) Chapitre 3

Nom	Signification
W <sub>C</sub>	Largeur de cellule
$L_{C}$	Longueur de cellule
W <sub>e</sub>	Largeur de l'émetteur
L <sub>e</sub>	Longueur de l'émetteur
$\Omega_{ m i}$	domaine d'étude i

Nom	Signification
ei	Epaisseur du domaine i
φ	flux de chaleur dissipé
Н	Fonction d'Heaviside
A <sub>db</sub>	Amplitude ou le gain de la fonction de transfert
ζ	Phase de la fonction de transfert
$R_{cl}$	Résistance de constriction

## d) Chapitre 4

Nom	Signification
V <sub>BE</sub>	Tension base émetteur
β	Gain en courant
Ti	Température de jonction base - émetteur
I <sub>C</sub>	Courant collecteur
V <sub>CE</sub>	Tension collecteur - émetteur
$I_{\rm B}$	Courant base
t	Temps
$\Delta T_{i}$	Variation de la température de jonction
$C_{TH}$	Capacité thermique
R <sub>TH</sub>	Résistance thermique
$\Phi_0$	Puissance dissipée
$\lambda_i$	Conductivité de la couche i
$W_{C}$	Largeur de cellule
L <sub>C</sub>	Longueur de cellule
W <sub>e</sub>	Largeur de l'émetteur
L <sub>e</sub>	Longueur de l'émetteur
ei	Epaisseur de la couche i
k	Paramètre du réseau récursif
$C_0$	Capacité thermique du réseau récursif
R <sub>0</sub>	Résistance thermique du réseau récursif

### INTRODUCTION GENERALE

Ce travail, co-encadré par Messieurs T. Zimmer (IXL) et J.L. Battaglia (TREFLE), s'inscrit dans le cadre d'une collaboration tripartite entre les équipes de « Caractérisation et Modélisation » du Laboratoire de micro-électronique IXL et « Thermocinétique et Caractérisation » du TREFLE et le centre de R&D de Crolles de la société STMicroelectonics, fabricant mondial indépendant de semi-conducteurs.

Les transistors de type bipolaires connaissent, de nos jours, un intérêt croissant après avoir été délaissés dans les années 70 au profit des transistors à effets de champ MOSFET (Metal Oxyde Semiconductor Field Effect Transistor) plus simples et moins chers à fabriquer que les bipolaires. Cette renaissance, récente, est liée à l'explosion des systèmes de communication sans fil (WAP : Wireless Application Protocol, Home RF, téléphonie mobile) qui exige une sophistication de plus en plus importante des systèmes radio fréquences (RF). Cette sophistication, au point de vue téléphonie, est imposée pour obtenir, notamment, des appareils de plus en plus performants, avec plus d'autonomie de batterie, des fonctionnalités multi-standards, plus légers, plus petits.

Cette nouvelle orientation des technologies a imposé de reconsidérer la présence des technologies bipolaires, et en particulier les technologies BiCMOS.

Composants radio fréquences, micro ondes et à haute intégration, la filière BiCMOS associe les fortes potentialités aux fréquences micro-ondes des transistors bipolaires à hétérojonction en technologie Silicium Germanium (SiGe), avec la technologie CMOS pour la partie traitement du signal. L'emploi du procédé d'hétérojonction Si/SiGe a permis de passer un nouveau cap en termes de performances par rapport au concurrent qu'est l'Arséniure de Gallium (AsGa). Ces technologies Silicium Germanium permettent aujourd'hui l'intégration de systèmes radiofréquences complets sur une seule puce et ceci à faible coût. Les transistors bipolaires de ces filières sont en effet capables d'atteindre des fréquences de transition de quelques centaines de GHz, assurant ainsi la réalisation de fonctions du domaine radiofréquence telles que l'amplification, le mélange, la division de fréquence analogique et numérique, la comparaison phase/fréquence analogique et numérique, etc...

Le travail présenté dans ce manuscrit concerne la caractérisation et la modélisation compacte du comportement thermique du TBH Si/SiGe.

Ce travail regroupé en cinq chapitres se décline de la manière suivante :

Dans le premier chapitre nous présentons les transistors bipolaires à hétérojonction et nous définissons un certain nombre de relations importantes.

Le deuxième chapitre est consacré à définir l'auto-échauffement et les modes de transferts rencontrés dans les composants. Il conduit à positionner notre échelle physique d'étude et notre étude contextuellement.

Le troisième chapitre présente le modèle analytique 3D permettant de prévoir le comportement dynamique de l'élévation de la température du composant. Parallèlement, ce modèle mène à des solutions asymptotiques et, aussi, analytiques.

Le quatrième chapitre présente tout d'abord, une méthode expérimentale qui permet de mesurer l'évolution de la température de jonction base émetteur aux cours temps.

Puis, ce chapitre présente la comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle analytique. Nous y verrons une méthode d'identification des paramètres thermophysiques difficilement accessibles telle que la conductivité thermique équivalente de la couche constituée de différents niveaux métalliques séparés par les couches isolantes réalisées en dioxyde de Silicium (SiO<sub>2</sub>). Pour des raisons de simplification de langage, nous appellerons cette couche : « back-end ».

Ce chapitre propose, également, de comparer le réseau récursif et le réseau « RC » simple.

# 1 LES TRANSISTORS BIPOLAIRES A HETEROJONCTIONS SiGe (TBH SiGe)

# **Objectifs**:

- Présenter les transistors bipolaires à hétérojonction
- Définir les relations importantes utilisées par la suite

### Sommaire

1 LES	TRANSISTORS BIPOLAIRES A HETEROJONCTION	SIGE	(TBH
SIGE)			25
1.1	INTRODUCTION		27
1.2	Les TBH SiGe		27
1.3	Caractéristiques statiques		35
1.4	Caractéristiques dynamiques		43
1.5	Applications industrielles		45
1.6	Les limitations thermiques		49
1.7	Modèles compacts		57
1.8	Conclusion		64

### 1.1 Introduction

En 1948, J. Bardeen, WH. Brattain publièrent dans le journal Physical Review l'article intitulé "The transistor, a semiconductor triode" [Bard48]. Puis, en 1949, William Shockley signa l'article dans le journal Bell System Technical Journal "The theory of p-n junctions in semiconductors and p-n junction transistors" [Shoc49]. Ces deux évènements furent à l'origine de l'aventure du bipolaire dans les technologies de types semi conducteurs. De prestigieuses figures, telles que J.L. Moll, C.T. Kirk, H.K. Gummel, J. Early, H.C. Poon, J.J. Ebers, pour n'en nommer que quelques unes, permirent de développer la compréhension du fonctionnement du transistor, d'établir ses zones d'utilisations et d'applications [Vold05].

Ces travaux ont eu une influence considérable car le transistor bipolaire à homojonction sur substrat de silicium a pris une place importante dans l'électronique, grâce notamment à ses qualités de composant de puissance. Néanmoins, en raison de limitations technologiques limitant sa montée en fréquence, pendant longtemps meilleur que les MOS (Metal Oxyde Semiconductor), le transistor bipolaire à homojonction a été supplanté par un nouveau type de transistor. Celui-ci, utilise une hétérojonction, ou discontinuité de bandes de valence et de conduction, implantée entre, par exemple, les matériaux de l'émetteur et de base. La première réalisation concrète de TBH verra le jour à la fin des années 80 en s'appuyant sur les travaux théoriques de H. Kroemer [Kroe54], puis en 1957 [Kroe57].

Ce chapitre est consacré à décrire le contexte électronique utilisé dans notre étude.

Dans une première partie, nous verrons, rapidement, le transistor bipolaire à homojonction, dans le cadre de jonction NPN, puis à hétérojonction avec le TBH SiGe. Nous mettrons en avant les limitations et les paramètres physiques nécessaires à notre étude. Nous ne rentrerons que dans les détails nécessaires à notre analyse du TBH car il existe d'excellents ouvrages en référence [Boit95], [Sze81], [Math87]. Après une description des différentes applications industrielles du TBH, la dernière partie sera consacrée aux méthodes de description des comportements électriques du TBH.

### 1.2 Les TBH SiGe

### 1.2.1 Structure d'un transistor

Le transistor est constitué d'un semiconducteur monocristallin dans lequel est introduit trois régions distinctes, de façon à former trois électrodes : l'émetteur, la base et le collecteur. La juxtaposition de deux jonctions P-N conduit au transistor à jonction dans lequel interviennent

deux types de porteurs (les électrons (N) et les trous (P)) d'où l'appellation de transistor bipolaire.

Il existe deux sortes de transistors, les transistors NPN et les transistors PNP. Sur la représentation schématique 1 D du composant, comme le montre la Figure I. 1, une flèche marque la jonction base-émetteur. Cette flèche est orientée dans le sens direct de la jonction base-émetteur.



Figure I. 1 : Représentation du transistor bipolaire

D'autres caractéristiques topologiques importantes sont à retenir en plus de ces notions générales :

- La dimension de l'émetteur avec sa largeur et sa longueur joue un rôle significatif ;
- L'épaisseur de la base (proche de 20nm) qui sépare les deux régions émetteur et collecteur, constituées du même type de porteurs ;
- La zone intrinsèque et la zone extrinsèque du transistor qui va distinguer l'ensemble émetteur, base et collecteur de l'environnement externe jusqu'aux limites de la structure, Figure I. 2.



Figure I. 2 : Vue en coupe d'un transistor, partage entre zone intrinsèque et extrinsèque

### 1.2.2 Principe de fonctionnement

Le principe de l'effet transistor consiste à moduler le courant inverse de la jonction basecollecteur polarisée en inverse, par une injection de porteurs minoritaires dans la base à partir de la jonction émetteur-base polarisée dans le sens direct, Figure I. 3.



Figure I. 3 : Principe de fonctionnement d'un transistor bipolaire

L'injection et la commande du courant se font par contrôle de la hauteur de barrière entre l'émetteur et la base. Cette barrière de potentiel à l'équilibre (transistor non polarisé), empêche le passage des électrons de l'émetteur vers le collecteur, comme le montre la *Figure I. 4*(a). Le contrôle du courant se fait en jouant sur les hauteurs de barrière, *Figure I. 4*(b). En

polarisant les jonctions, base-émetteur en direct,  $V_{BE}>0$ , et base-collecteur en inverse,  $V_{BC}<0$ , les électrons passent plus aisément de la base vers le collecteur. Le collecteur étant polarisé en inverse, il permet une collecte des électrons. Le bon fonctionnement du transistor nécessite que les porteurs minoritaires, injectés dans la base depuis l'émetteur, atteignent la jonction base-collecteur. Il est donc impératif que ces porteurs ne se recombinent pas à la traversée de la base, il faut par conséquent que l'épaisseur de la base soit très inférieure à la longueur de diffusion des porteurs minoritaires [Caze04]:

$$\tau_B = \frac{x_B^2}{\nu D_{nB}} \tag{1}$$

 $x_B$  correspond à la dimension de la base,  $D_{nB}$  est la constante de diffusion des électrons dans la base. v est un paramètre, empirique, compris entre 2 et 20 qui tient compte du profil de dopage de la base. Ainsi la relation (1) donne, pour une valeur de  $x_B = 20nm$ , une valeur de  $D_{nB} = 9.5cm^2 / s$  et un cœfficient v = 2, la valeur  $\tau_B = 0.21 ps$ .



Figure I. 4 : Diagramme de bande simplifié du transistor bipolaire monojonction à l'équilibre (a), sous polarisation (b)

### 1.2.3 Le transistor bipolaire à homojonction

Le fonctionnement du transistor bipolaire à homojonction peut être décrit par sa représentation du diagramme de bandes d'énergie présenté par la *Figure I. 5*.



*Figure I. 5 : Diagramme de bande simplifié du transistor bipolaire sous polarisation normale directe* 

B.C. représente la bande de conduction, B.V. la bande de valence.  $I_{nC}$  et  $I_p$  sont les courants, respectivement, d'électrons dans le collecteur et de trous vers l'émetteur.  $I_C$ ,  $I_B$  et  $I_E$  sont les courants, respectivement, du collecteur, de base et d'émetteur.

Le niveau d'injection d'électrons (électrons, représentés par le signe – sur le dessin) de la jonction émetteur-base est contrôlé par la polarisation émetteur-base.

En reprenant la Figure I. 3 et *Figure I. 5*, en utilisant la loi de conservation des courants qui s'applique au composant, nous obtenons l'expression :

$$I_{\rm E} = I_{\rm B} + I_{\rm C} \tag{2}$$

Le courant d'émetteur est aussi la somme des courants d'électrons  $(I_{nE})$  et de trous  $(I_{pE})$  traversant la jonction émetteur-base, Figure I. 3,

$$I_E = I_{nE} + I_{pE} \tag{3}$$

En raison de la barrière de diffusion représentée par la discontinuité de bande de valence on peut négliger le courant de trous  $I_{pE} \cong 0$ . A titre d'exemple, pour des dopages d'émetteur et de base de l'ordre de  $10^{19}$  at/cm<sup>3</sup> et  $10^{16}$  at/cm<sup>3</sup> respectivement, nous obtenons un rapport de :

$$\frac{I_{pE}}{I_{nE}} \approx 0,001 \tag{4}$$

A un courant de base donné, correspond une unique valeur de courant d'émetteur, plus élevée. Celui-ci est collecté dans une zone où règne un champ électrique : la zone du collecteur. Le rapport des courants de collecteur et de base est appelé le gain, noté  $\beta$ . La relation qui relie le courant collecteur et le courant de base est :

$$I_{\rm C} = \beta I_{\rm B} \tag{5}$$

Le gain en courant peut être relié aux paramètres technologiques et physiques. Le rapport est toujours ramené, principalement dans le cas d'une homojonction, au rapport des dopages (densité) de part et d'autre de la jonction :

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{D_n W_E N_E}{D_p W_B N_B} \propto \frac{N_E}{N_B}$$
(6)

Dans cette équation sont :

- D<sub>n</sub> et D<sub>p</sub>, respectivement les constantes de diffusion des électrons et des trous ;
- W<sub>E</sub>, l'épaisseur de l'émetteur (distance du contact d'émetteur à la jonction métallurgique émetteur-base) ;
- W<sub>B</sub>, l'épaisseur de la base (distance entre la jonction métallurgique émetteur-base et la jonction métallurgique collecteur-base) ;
- N<sub>E</sub>, la densité des donneurs de l'émetteur ;
- N<sub>B</sub>, la densité des accepteurs de la base ;

Ainsi, une base faiblement dopée est nécessaire pour obtenir un gain élevé dans un transistor à homojonction. C'est la première limitation intrinsèque, en statique, de ce composant.

En effet, le faible niveau de dopage implique que de fortes épaisseurs de base soient employées pour réduire la résistance de la couche. Ces fortes épaisseurs de base impliquent des temps de transit élevés pour les électrons, équation(1), ce qui exclut tout fonctionnement à très haute fréquence du composant. Il est à noter, que les temps de transit des électrons dans la base d'un transistor à homojonction, sont très élevés car le transport des électrons est diffusif, relation (1).

Pour le comportement dynamique, il existe deux grandeurs dynamiques fondamentales, notamment pour les applications hyperfréquences, qui sont :

 la fréquence de transition f<sub>T</sub>, fréquence à partir de laquelle le module du gain dynamique en courant est inférieur à 1 et est définie par [Schr99-1], [Schr99bis] :

$$f_T = \frac{1}{2\pi\tau_{EC}} \tag{7}$$

 $\tau_{EC}$  est le temps de transit global de l'émetteur au collecteur ;

 la fréquence maximale d'oscillation f<sub>max</sub> qui est définie en première approximation par l'expression simplifiée suivante :

$$f_{max} = \sqrt{\frac{f_T}{8\pi r_{bb'}C_{bc}}}$$
(8)

 $C_{bc}$  représente la capacité totale base-collecteur, et  $r_{bb}$ , est la résistance distribuée de base [Berg04].

Les trois paramètres cités constituent les facteurs de mérite qui permettent de caractériser l'efficacité d'un transistor.

En conclusion de ces trois premiers paragraphes, un transistor bipolaire peut assurer deux fonctions distinctes :

 la commutation, de façon simplifiée, le composant passe d'un état bloqué à un état conducteur (voire saturé) et inversement, • l'amplification, de façon simplifiée, la modulation du courant de base autour d'une valeur conduit à une modulation plus importante du courant collecteur.

Regardons maintenant, le cas d'une structure particulière : les transistors bipolaires à hétérojonction.

### 1.2.4 Spécificité du TBH : l'hétérojonction

L'évolution de la structure du transistor à homojonction vers une structure à hétérojonction permet de lever la limitation liée au dopage de base. Dans une hétérojonction p-n, la discontinuité de bande de valence représente, pour les trous de la région p, une barrière de hauteur  $\Delta E_V$ , Figure *l.* **6**.



Figure I. 6 : Profil de diagramme de bande avec hétérojonction

Dans le cas d'une jonction avec hétérojonction, par exemple la jonction émetteur-base, le courant de trous I<sub>p</sub> injecté de la base vers l'émetteur est fortement diminué. Le gain s'exprime, avec  $\Delta E_V$  qui représente la discontinuité de la bande de valence :

$$\beta = \frac{Ic}{Ib} = \frac{D_n W_E N_E}{D_p W_B N_B} exp\left(\frac{\Delta E_V}{k_B T}\right) \approx \frac{N_E}{N_B} exp\left(\frac{\Delta E_V}{k_B T}\right)$$
(9)

Le gain est considérablement augmenté par la présence de la discontinuité.

Pour illustrer cette réflexion, plaçons nous dans le cadre d'une discontinuité de bande  $\Delta E_V = 150 meV$  et pour une valeur de profondeur de  $x = 0, 2\mu m$ , le cas d'un profil graduel d'un TBH SiGe. Ainsi, à une température de T=300K, la constante de Boltzman

k<sub>B</sub>=1,38.10<sup>-23</sup>JK<sup>-1</sup>, le facteur multiplicateur du gain devient égale à  $exp\left(\frac{\Delta E_V}{k_B T}\right) = 1 \times 10^6$ .

Dans le cas du transistor bipolaire à hétérojonction, cas du TBH SiGe, différents profils d'hétérojonction ont été comparé dans [Mnif04].

D'un point de vue général, en introduisant dans la couche de base une proportion de germanium (Ge), il se forme un alliage  $Si_xGe_{1-x}$ . Cette évolution du matériau de base a plusieurs avantages pour la structure de bandes et les propriétés de transport. Le SiGe possède une énergie de bande interdite plus faible que le silicium, et une discontinuité de bande de valence se forme à l'interface  $Si/Si_xGe_{1-x}$ . Le composant formé est donc un transistor à hétérojonction, ce qui permet de doper fortement la base et d'augmenter ainsi les performances fréquentielles du composant tout en conservant un niveau de gain en courant satisfaisant. Notons que dans ce cas, le gain n'est plus limité par l'injection de la jonction émetteur-base, mais par les recombinaisons des électrons qui transitent dans la base [Kroe82]. Le niveau de dopage élevé dans la base permet de lever le verrou qui interdisait au transistor à homojonction de fonctionner dans le domaine des hautes fréquences. La faible résistivité du matériau fortement dopé, la base, rend possible l'utilisation d'une couche de base très peu épaisse tout en conservant une résistance de couche modérée. On peut, ainsi, simultanément avoir un temps de transit de base et une résistance de base faibles.

#### 1.3 Caractéristiques statiques

La finalité technologique du TBH est son fonctionnement dynamique. Par contre, l'analyse des caractéristiques statiques du composant, le régime de tension et de courants continus, s'avère indispensable pour définir les points de fonctionnements de ce composant. Commençons par expliciter les courants électriques qui traversent le TBH lorsque celui-ci est soumis à une polarisation.

#### 1.3.1 Tracé de Gummel

Le tracé de Gummel (Gummel plot) consiste à mesurer simultanément les courants de base et de collecteur ( $I_B$  et  $I_C$ ) en fonction de la tension émetteur-base ( $V_{BE}$ ). Il est à noter que  $V_{BC}$ =0. La polarisation base-collecteur est généralement maintenue nulle. Le tracé de Gummel est représenté avec une échelle logarithmique en courant, le gain en courant correspond donc à

l'écartement entre les deux courbes. Un tracé de Gummel typique de TBH est représenté en *Figure I.* 7 (a) et le gain correspondant apparaît à la *Figure I.* 7 (b).



Figure I. 7 : Courbe de Gummel (a) et gain associé (b). Surface émetteur de 15,8µm<sup>2</sup>

Nous distinguerons trois zones principales dans la Figure I. 7(b) :

- Pour les faibles valeurs de V<sub>BE</sub> ou de I<sub>C</sub>, la jonction émetteur base injecte peu de courant dans la base. Celui-ci se recombine presque intégralement dans la zone de charge espace de l'hétérojonction. Le courant injecté est presque totalement consommé. Seule une faible partie de ce courant parvient au collecteur. [Kahn04]
- Pour des valeurs de V<sub>BE</sub> plus élevées, les courbes de I<sub>B</sub> et I<sub>C</sub> sont parallèles, indiquant un gain constant. La relation (9) conduit à une proportion d'électrons injectés à travers la base plus grande que la diffusion de trous.
Finalement, à forte densité d'injection de courant, le gain est fortement dégradé. Ceci est dû, notamment, à l'effet Kirk [Kirk62] qui correspond à une modification du champ électrique en entrée du collecteur. La concentration en électrons augmente dans le collecteur, par conséquent, la charge électrique portée par le matériau (à l'origine positive, c'est un matériau dopé n et déserté), devient de plus en plus faible jusqu'à devenir négative. Cette modification de charge dans le collecteur a pour effet de réduire le champ électrique en entrée du collecteur, les électrons étant de moins en moins efficacement happés par le champ, l'épaisseur de base est virtuellement augmentée, c'est l'effet Kirk. Egalement, les discontinuités de bande de conduction liées à l'hétérojonction base collecteur deviennent des barrières à la propagation des électrons, induisant d'importantes recombinaisons et une augmentation du temps de transit de base et du courant de base. Le gain est en conséquence brutalement dégradé.

Nous allons présenter une relation, reliant la température à la tension base-émetteur, qui nous sera utile par la suite.

#### 1.3.2 Relation température tension V<sub>BE</sub>

Gao and al. [Gao91], puis Dawson and al. [Daws92] ont démontré la variation linéaire de la tension base émetteur avec la température. Nous allons rappeler brièvement cette démonstration.

Tout d'abord, dans le cadre d'une jonction PN polarisée en direct, l'expression du courant direct I<sub>D</sub> traversant la jonction base émetteur est la somme du courant de diffusion des trous du côté "N" et du courant de diffusion des électrons du coté "P".

$$I_D = I_S \left[ exp \frac{q V_{BE}}{k_B T} - 1 \right]$$
(10)

 $I_s$  est appelé courant de saturation. Il ne dépend pas de la tension appliquée ni du champ électrique mais varie fortement avec la température.

La relation (10) peut encore s'écrire sous la forme de l'expression :

$$I_D = S \left[ I_{difp} + J_{difn} \right] = Sqn_i^2 \left[ \frac{D_p p_n}{W_p} + \frac{D_n n_p}{W_n} \right] \left[ exp \frac{qV_{BE}}{k_B T} - 1 \right]$$
(11)

 $V_{BE}$ : Tension aux bornes de la jonction courte PN ;

I<sub>D</sub>: Courant parcourant la jonction ;

S: Surface de la jonction ;

W<sub>p</sub>: Longueur de diffusion du côté P ;

 $W_n: \quad \text{Longueur de diffusion du côté N};$ 

 $p_n$ : Densité des trous du côté P ;

 $n_p$ : Densité des électrons du côté P ;

 $n_i$ : Densité des porteurs intrinsèques ;

- D<sub>p</sub>: Coefficient de diffusion des trous ;
- $D_n$ : Coefficient de diffusion des électrons ;
- T: Température locale, du réseau (température de jonction base émetteur) ;

 $k_B$ : Constante de Boltzman;

q: Charge des porteurs ;

 $E_G$ : Energie du band gap ;

Is est le courant de saturation, en tenant compte de l'expression de ni,

$$I_{S} = Sqn_{i}^{2} \left[ \frac{D_{p}}{W_{p}N_{D}} + \frac{D_{n}}{W_{n}N_{A}} \right] \approx CAT^{3} \exp\left(\frac{-E_{G}(T)}{k_{B}T}\right)$$
(12)

La loi d'action de masse nous permet d'écrire :

$$n_i^2 = AT^3 \exp\left(\frac{-E_G}{k_B T}\right)$$
(13)

A est la constante de Richardson, indépendante de la température. C est la fonction constituée des coefficients de diffusions.

En appliquant la transformée logarithmique sur le courant de saturation,

$$log(I_{S}) = log\left(Sqn_{i}^{2}\left[\frac{D_{p}}{W_{p}N_{D}} + \frac{D_{n}}{W_{n}N_{A}}\right]\right) \approx 3logT - \left(\frac{E_{G}}{k_{B}T}\right)$$
(14)

En appliquant l'égalité sur les valeurs dérivées,

$$\frac{dI_s}{I_s} \approx 3\frac{dT}{T} + \left(\frac{E_G}{k_B}\right)\frac{dT}{T^2}$$
(15)

Soit, en extrapolant à des variations finies :

$$\frac{\Delta I_s}{I_s} \approx \frac{\Delta T}{T} \left[ 3 + \left(\frac{E_g}{k_B T}\right) \right]$$
(16)

La variation du courant direct donnée par (10), à tension  $V_{BE}$  constante s'écrit en fonction de(16), soit :

$$dI_D\Big|_{V_{BE}=c^{te}} = \frac{\partial I_D}{\partial I_S} dI_S + \frac{\partial I_D}{\partial T} dT$$
(17)

En négligeant 3 devant  $\left(\frac{E_g}{k_B T}\right)$  dans (16) et 1 dans(10), (17) devient,

$$dI_D\Big|_{V_{BE}=c^{Ie}} = exp\left(\frac{qV_{BE}}{k_BT}\right) dTI_S\left(\frac{E_G - qV_{BE}}{k_BT^2}\right)$$
(18)

Ainsi, (18) devient, en extrapolant aux variations finies :

$$\frac{\Delta I_D}{\Delta T}\Big|_{V_{BE}=c^{te}} = I_D\left(\frac{E_G - qV_{BE}}{k_B T^2}\right)$$
(19)

On observe que le courant de diode augmente quand la température augmente.

\_

Si, maintenant, dans l'expression(10), nous écrivons :

$$V_{BE} = \frac{k_B T}{q} Log \left[ \frac{I_D}{I_S} \right]$$
(20)

Donc, l'expression différentielle de  $V_{BE}(I_S, I_D)$  s'écrit en fonction de(16),

$$dV_{BE} = \frac{\partial V_{BE}}{\partial I_S} dI_S + \frac{\partial V_{BE}}{\partial I_D} dI_D$$
(21)

Soit, avec les mêmes approximations que pour la relation (18) :

$$dV_{BE} = \frac{k_B T}{q} \left[ \frac{\partial I_D}{I_D} - \frac{\partial I_S}{I_S} \right]$$
(22)

Finalement, nous obtenons en utilisant (19) et (16) l'expression  $\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T}\Big|_{I_D = c^{te}}$  en extrapolant directement aux variations finies :

uncerement aux variations nines.

$$\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T}\Big|_{I_D = c^{te}} \cong \frac{1}{T} \left[ V_{BE} - \frac{E_G}{q} \right]$$
(23)

La tension  $V_{BE}$  décroît lorsque la température croit. Par exemple, pour une diode au silicium autour de 300K,  $E_g = 1,12eV$ , q = 1eV,  $V_{BE} \cong 0,7V$ , la tension directe décroît linéairement avec un coefficient de température  $\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T} \approx -1,4mV/K$ .

Cette relation de la diode est largement utilisée pour réaliser des capteurs de température électronique. Nous utiliserons, dans le chapitre 4, le caractère thermosensible de  $V_{BE}$  pour étudier la variation de température de jonction base-émetteur.

#### 1.3.3 Les caractéristiques I<sub>C</sub>, V<sub>CE</sub>

Dans le cas d'un montage à émetteur commun, la tension émetteur-collecteur,  $V_{CE}$ , influe fortement sur les performances du transistor. Les caractéristiques  $I_C(V_{CE})$  du TBH représentées sur la *Figure I. 8*, montrent les variations du courant collecteur,  $I_C$ , en fonction de  $V_{CE}$  pour une valeur de courant de base. La température de substrat prend des valeurs égales à 150°C, 27°C et -50°C.



Figure I. 8 : Caractéristiques de sortie pour différentes valeurs de IB constantes, à -50°C, 27°C et 150°C pour un TBH SiGe de surface d'émetteur 0,65X12,65µm2

Nous observons l'influence notable de la température de substrat qui tend à dégrader la réponse du courant collecteur, à forte température.

Maintenant, nous nous plaçons à une température de substrat constante, 27°C. Les caractéristiques  $I_C(V_{CE})$  et  $V_{BE}(V_{CE})$  du TBH sont représentées sur la Figure I. 9. Les courbes montrent l'influence du courant de base, I<sub>B</sub> sur ces caractéristiques.





Figure I. 9 : Caractéristiques I<sub>C</sub>(V<sub>CE</sub>), (a), V<sub>BE</sub>(V<sub>CE</sub>), (b) à différents I<sub>B</sub> et T<sub>substrat</sub> de 27°C

Plusieurs effets physiques importants se révèlent ici, et génèrent des régimes de fonctionnement correspondant aux régions distinctes sur le graphe.

#### a) Région 2 : Régime normal direct

Ce mode de fonctionnement est de mode fonctionnement normal. Le courant de base  $I_B$  imposé fixe le niveau de polarisation direct de la jonction émetteur-base, qui injecte dans la base un courant  $I_E$ . Le courant injecté est collecté par la jonction base-collecteur, après transit à travers la couche de base.

L'écartement des caractéristiques  $I_C(V_{CE})$  entre les pas  $\Delta I_B$  est proportionnel au gain  $\Delta I_C = \beta \Delta I_B$ . Si on se trouve sur une plage de courant collecteur où le gain ne varie pas, cet écartement est constant.

On remarque, pour les caractéristiques V<sub>BE</sub>(V<sub>CE</sub>), une variation nulle puis négative de la pente

de 
$$\left(\frac{dV_{BE}}{dV_{CE}}\right)_{I_B=cte}$$
. L'explication de ce phénomène est donnée par [Camp96]. La puissance

dissipée au sein de la jonction base-collecteur, lorsque celle-ci est polarisée en inverse, fait augmenter la température. Cette puissance est le produit du courant collecteur par la tension. A fortes polarisations inverses, ce champ électrique peut prendre des valeurs importantes au niveau de la jonction base-collecteur ce qui implique une accélération des porteurs minoritaires. Ces porteurs vont acquérir l'énergie suffisante pour faire augmenter, lors de collisions avec le réseau atomique, la température au niveau de la jonction. Plus I<sub>B</sub> est fort, plus ce phénomène d'auto-échauffement tend à faire augmenter ce courant. Pour compenser cette augmentation et garder un courant de base constant, la tension  $V_{BE}$  aux bornes du transistor doit diminuer. Ces caractéristiques de sorties permettent d'évaluer l'impact de l'auto-échauffement par la puissance dissipée ( $P_{diss}$ ) dans le transistor avec la relation :  $P_{diss} = I_C V_{CE} + I_B V_{BE}$ .

#### b) Région 1 : Régime saturé direct

Sur des faibles tensions  $V_{CE}$  les deux jonctions sont polarisées en direct,  $V_{BE} > V_{CE}$  va entraîner  $V_{BC} > 0$ .

Au point où  $I_C=0$ , la totalité du courant de base imposée passe dans la jonction émetteur-base. Celle-ci est, comme précisé auparavant, polarisée en direct. On observe l'existence d'une tension de décalage pour V<sub>CE</sub> nulle, Figure I. 9 (b).

#### c) Région 3 : Le claquage

Dans le collecteur, les électrons sont balayés par le champ électrique induit par la polarisation inverse de la jonction base-collecteur. Au delà d'une certaine valeur de ce champ, l'accélération de ces électrons est suffisamment forte pour déclencher le phénomène d'ionisation par impact. Les électrons sont alors arrachés aux atomes de manière cumulative conduisant à un courant d'avalanche pouvant être destructeur pour le composant [Gass03].

#### 1.4 Caractéristiques dynamiques

La finalité des TBH est l'utilisation en hyperfréquence. Nous n'étudierons pas tous les paramètres et les facteurs de mérite liés à cette utilisation. Dans ce paragraphe nous voulons rappeler les caractéristiques principales liées à la dynamique. Les fréquences de coupure  $f_T$  et  $f_{max}$ , définies dans le paragraphe 1.2.3., pour le BJT, correspondent aux fréquences auxquelles les gains en courant et en puissance sont égaux à 1. Ces deux fréquences caractérisent bien l'aptitude d'un composant à fonctionner aux hautes fréquences et sont donc, les facteurs de mérite les plus utilisés pour les TBH.

Sur la *Figure I. 10*, nous présentons la variation de la fréquence de transition en fonction du courant de collecteur pour différentes températures et pour une tension  $V_{CE}$  donnée. Nous pouvons remarquer l'augmentation des valeurs de la fréquence de transition quand la température diminue. Au fur et à mesure de la diminution de température, la valeur maximale du gain en courant, *Figure I. 11*, ainsi que celle de la fréquence de transition augmentent. Ainsi une relation existe entre les variations de  $\beta_{max}$  et celle de f<sub>T</sub> issues principalement du

temps de transit dans l'émetteur. Ceci sera analysé dans la suite de ce chapitre où nous étudierons l'origine de la dépendance des caractéristiques en température dans les TBH SiGe dans le but d'une modélisation consistante [Mnif04].



*Figure I. 10 : Variation de la fréquence de transition en fonction du courant de collecteur pour différentes températures. Mesures réalisées sur un transistor de dimension 0,25µmx1,45µm* 



Figure I. 11 : Variation du gain en courant pour différentes températures. Mesures réalisées sur un transistor de dimension 0,25µmx25,45µm

#### 1.5 Applications industrielles

Depuis l'invention du transistor bipolaire, l'industrie des semi-conducteurs n'a jamais cessé de progresser en volume d'activité, en raison de l'augmentation permanente du champ d'application de l'électronique. Parmi les matériaux de base utilisés pour la fabrication des composants, le silicium occupe une position de quasi monopole (98 % du marché en 1995) [Cres98]. Plusieurs facteurs donnent au silicium cette position incontournable :

• Le silicium dispose d'un oxyde naturel (SiO<sub>2</sub>) de très bonne qualité qui peut servir de couche de « back-end », de couche de masquage ou de couche active.

• Le silicium peut supporter des dopages de type p ou n dans une grande gamme de concentrations.

La conductivité thermique du Silicium est plus importante que celle de l'AsGa (Tableau I.
3).

• Le silicium dispose d'excellentes qualités mécaniques, il est très abondant dans la nature et en conséquence, son coût est très faible.

• Les travaux sur le silicium représentent des dizaines d'années d'études. La maturité des connaissances sur le matériau lui permet d'occuper une position dominante.

Le TBH, quant à lui, offre ses meilleures qualités, listées ci-dessous :

- Les performances fréquentielles ( $f_T$  et  $f_{max}$ ) sont élevées.
- La caractéristique exponentielle de la diode émetteur-base, induisant une transconductance élevée est favorable au fonctionnement en commutation. [Baud02]
- Le TBH permet de travailler à des densités de courant et des tensions élevées, grâce aux importantes tensions de claquage BV<sub>CE</sub>.
- La bonne homogénéité et reproductibilité des performances et caractéristiques électriques, qui en raison de la nature verticale du transport électronique dans la structure TBH, sont contrôlées par les paramètres épitaxiaux indépendamment de la lithographie. Les résultats les plus marquants de ces dernières années sont indiqués dans le Tableau I. 1:

Paramètres Compagnie	f <sub>T</sub> [GHz]	f <sub>max</sub> [GHz]	W <sub>E</sub> [μm]	Année	
IBM Microelectronics	350	170	0,12	2002 [Rieh02]	
	270	260			
Infineon	150	180	0,35	2003 [Rieh02]	
STMicroelectronics	166	175	0,13	2003[Laur03]	
Hitachi	201	227	0,15	2003[Hash03]	
IHP	190	243	0,18	2003 [Hein02], [Ruck03-1]	

Tableau I. 1 : Etat de l'art des TBH SiGe

Les propriétés décrites, ci-dessus, permettent des applications exposées dans les paragraphes suivants.

#### 1.5.1 Conversion analogique - numérique rapide

La linéarité et la faible dispersion de la tension base-émetteur alliée à la grande rapidité font du TBH un excellent candidat pour la réalisation des convertisseurs A/N rapides [Desc02], [Geof02].

#### a) Circuits analogiques

C'est l'application principale du TBH qui est un dispositif rapide, à faible bruit en basse fréquence et offre une grande transconductance d'entrée facilitant la réalisation des contres réactions permettant de contrôler le gain et l'adaptation d'impédance. Ces performances conduisent à la réalisation de circuits analogiques large bande et en particuliers à l'amplificateur opérationnel. Ce dernier, donne des montages intégrateurs, dérivateurs, comparateurs, sommateurs, suiveurs, des transformateurs d'impédance, des convertisseurs fréquence/tension et tension/fréquence et des oscillateurs hyperfréquences de bonne pureté spectrale. De plus, les meilleures performances en bruit 1/f rendent naturellement efficace l'utilisation de ces transistors dans la réalisation de fonctions comme l'oscillateur commandé en tension (VCO) où un faible bruit de phase est requis (synthèse de fréquence). Le Tableau I. 2 illustre l'état de l'art de quelques applications RF réalisées avec la technologie BiCMOS SiGe.

Circuit RF	Performance
Diviseur de fréquence	71,8 GHz
Comparateur	16 GHz
16 : 1 MUX	54 GHz
VCO	40 GHz

Tableau I. 2 : Applications utilisant la technologie SiGe [Mnif04].

#### b) Amplification de puissance

Le silicium-germanium, compatible avec une technologie BiCMOS devrait permettre de réaliser des amplificateurs de puissance à faible bruit extrêmement performants. Ceci devrait conduire à de très haut niveau d'intégration de l'émetteur-récepteur. Le principal handicap pour de tels composants est la faible tension d'avalanche qui limite les potentialités pour la réalisation d'amplificateurs de puissance. Cependant, des nouvelles technologies avec une forte tension d'avalanche ont permis la réalisation d'amplificateurs avec des densités de puissance de l'ordre de 1,36 mW/ $\mu$ m<sup>2</sup> et des rendements remarquables de l'ordre de 70% (1,8 GHz, pour une tension d'alimentation de 3 V [Ohue01]).

#### c) Circuits numériques

Le montage de base des circuits numériques rapides en bipolaire est la porte inverseuse ECL. Cette porte permet l'intégration de tous les circuits numériques qui effectuent les différentes opérations logiques. Les circuits bipolaires sont les plus rapides du marché, avec des temps de propagations très faibles, mais au prix d'une consommation importante. A titre d'exemple une porte ECL a été réalisée avec une technologie de TBH SiGe auto alignée à un temps de propagation qui ne dépasse pas 5,3ps [Wada02].

#### d) Fibres optiques

Dans les applications de communication optique et pour les transmissions grands débits, 40 Gb/s voire même 80 Gb/s [Jose95], des composants à faible coût et à grande rapidité sont indispensables. Le SiGe est bien placé pour sa rapidité comme nous avons pu le remarqué dans les paragraphes précédents.

#### e) Applications cryogéniques

L'utilisation de transistor bipolaire à homojonction à basse température est rendue délicate à cause de la diminution du gain et du phénomène de gel des porteurs facilité par le faible dopage de base.

Les performances des TBH SiGe, au contraire du BJT, permettent le fonctionnement en basse température. En effet, la base de ces composants peut être dopée fortement. Elle devient dégénérée et le phénomène de gel de porteurs n'apparaît plus [Cres93-1]. Des études menées aux températures cryogéniques sont effectuées sur les transistors bipolaires d'IBM [Cres93-2], [Bane03], [Paul98]. Sur la technologie TBH SiGe 200GHz d'IBM, les mesures réalisées montrent qu'en passant de 300K à 85K le gain en courant passe de 600 à 3800, la fréquence de transition de 200GHz à 260GHz tout en offrant un facteur de bruit très bas d'environ 0,30dB.

Nous pouvons citer à titre d'exemple d'applications cryogéniques en électronique :

- les systèmes satellites,
- l'instrumentation et les détecteurs électroniques à haute précision,
- les systèmes électroniques de supraconducteur hybrides,
- les récepteurs à très bas bruit pour l'astronomie.

## 1.5.2 Tendances

Depuis quelques années, un effort important est fourni pour regrouper plusieurs technologies en un même procédé. Ces efforts ont abouti aujourd'hui au développement des technologies BiCMOS SiGe qui permettent l'intégration de systèmes radiofréquences (RF), complets (RF + bande de base), sur une seule puce et à moindre coût. Les transistors bipolaires de ces filières sont capables d'atteindre des performances élevées, assurant ainsi, la réalisation de fonctions multiples du domaine RF telles que l'amplification, le mélange, la division de fréquence analogique et numérique, la comparaison phase/fréquence analogique et numérique etc. De plus, la compatibilité de ces technologies avec les technologies CMOS existantes autorise la réalisation simultanée de systèmes de traitement du signal numérique (et/ou analogique) complets dans la bande de base. Cela peut être généralisé pour toute application où nous pouvons ajouter à titre d'exemple les communications optiques pour les transmissions grands débits.

En guise de synthèse, la *Figure I. 12*, montre la tendance pour l'avenir, où sur une même puce de silicium, nous pouvons intégrer une application complète incorporant différentes fonctions.



Figure I. 12 : Puce intégrée en Silicium : CMOS, TBH/bipolaire, composant quantique SiGe, détecteurs optiques SiGe, guide d'ondes optiques SiGe et émetteur de lumière, tous sur la même puce [Higg93]

#### 1.6 Les limitations thermiques

L'instabilité thermique est un phénomène particulier aux transistors bipolaires [Hafi93]. Le fait de travailler à des densités de puissances importantes, a pour conséquence une génération de chaleur, qui limite les performances du transistor [Chen90], [Liou93]. L'effet de l'auto-échauffement aboutit au phénomène d'emballement thermique. En effet, pour un fonctionnement pour des valeurs extrêmes de tensions et de courants, un mécanisme de rétroaction thermoélectrique peut resserrer le courant aux points chauds (« hot spot »), localisés et conduit par la suite à un second claquage (ou emballement thermique). Ce phénomène mène à la destruction du composant. Cet effet est synonyme d'augmentation du gain en courant avec la température pour les TBJ [Liu93]. Au contraire, pour les TBH, ce phénomène produit une diminution du gain en courant, elle devient brutale lorsque l'on atteint la zone dite d'emballement thermique. Bien que ce phénomène soit connu essentiellement pour les TBH sur substrat AsGa [Liu93-bis], [Kaib98], sa prise en compte pour les TBH SiGe est devenue indispensable dû à l'utilisation de ce dernier dans des applications à haute densité de puissance.

## 1.6.1 Conductivité thermique

 $\lambda(T)$  est appelée conductivité thermique et dépend de la température. L'unité associée est le Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>. Dans le cas des solides, les atomes sont liés au domaine cristallin dans un arrangement plus ou moins parfait.

L'effet du transport d'énergie est assuré par des vecteurs élémentaires appelés phonons (quanta de vibration du réseau) et éventuellement par des électrons libres (phénomènes de conduction électrique et thermique).

Les conductivités thermiques des principaux semi-conducteurs utilisés à température ambiante, figurées dans le Tableau I. 3, nous permettent de comprendre l'intérêt des recherches portant sur l'élaboration de transistors de fortes puissances sur substrat GaN, SiC voir Diamant.

Semi-conducteur	Conductivité thermique (Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
Si	148
AsGa	55
InP	68
GaN	130
SiC	De 100 à 350
Carbone (Diamant)	De 600 à 2000

Tableau I. 3 : Conductivité thermique de différents matériaux autour de 300K. [Gass03]

En effet, une conductivité thermique importante favorise l'évacuation de la chaleur. Ainsi, avec en nous basant sur ce raisonnement et pour une même puissance dissipée donnée, un transistor élaboré sur substrat AsGa ou InP.

## 1.6.2 Dépendance de la mobilité des porteurs avec la température

La mobilité caractérise les interactions des porteurs libres avec les atomes fixes du réseau cristallin. Par définition, la mobilité est une grandeur légèrement influencée par plusieurs

mécanismes physiques, tels que : les impuretés ioniques, les défauts des matériaux, la diffusion surfacique, etc. Des modèles ont été établis dans la littérature pour chaque dépendance. Des modèles plus complexes ont été réalisés, également, pour tenir compte de la conjonction de deux ou plusieurs effets réunis [Selb89], [Selb90], [Caug67], [Lomb98], [Pala00].

La mobilité est décrite empiriquement, considérant sa forte sensible à la température, par la loi suivante [Rann81] :

$$\mu_{\upsilon}(T) = \mu_{\upsilon}(T_0) \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\alpha_{\mu\nu}}, \upsilon = n, p$$
(24)

 $T_0$  décrit la température de référence.  $\mu_{\upsilon}(T_0)$  est la valeur de la mobilité à la température de référence.  $\alpha_{\mu\upsilon}$  est un paramètre qui dépend du dopage N d'une région particulière suivant la loi suivante [Ng95]:

$$\alpha_{\mu\nu} = \frac{2.5}{1 + \left(N/10^{17} \,\mathrm{cm}^{-3}\right)^{0.35}} \tag{25}$$

Un exemple de valeurs de ces paramètres pour les électrons et les trous, pour deux types de semi-conducteurs, est donné par le Tableau I. 4 [Anw01], [Sze81].

Paramètres Matériau	υ	μ(300K)[cm <sup>2</sup> /Vs]	$lpha_{\mu u}$
Si	N	1430	-2
	Р	460	-2,18
Ge	N	3800	-1,66
	Р	1800	-2,33

Tableau I. 4 : Valeurs des paramètres pour la modélisation de la mobilité.

La *Figure 1. 13* et la *Figure 1. 14* montrent, respectivement, la distribution de la mobilité d'électrons et de trous pour différentes températures dans un TBH SiGe. Comme prévu, ces figures attestent la forte diminution de la mobilité des trous et des électrons avec la température dans l'émetteur neutre, base neutre, collecteur neutre et dans la région de charge d'espace base-collecteur. En outre, la mobilité dépend du dopage, et elle est également différente pour les porteurs minoritaires et les porteurs majoritaires.



Figure I. 13 : Evolution de la mobilité des électrons dans un TBH SiGe en coupe pour différentes températures



Figure I. 14 : Evolution de la mobilité des trous dans un TBH SiGe en coupe pour différentes températures

Cette mobilité tend à augmenter lorsque la température diminue, sauf à très basses températures où les électrons sont "piégés" par les impuretés [Gass03], [Vars67]. Dans un transistor, le courant de conduction est directement lié à cette mobilité comme le montre l'équation :

$$\vec{J}_{\rm C} = qn\mu \vec{E} \tag{26}$$

Où,

 $\vec{J}_{c}$ : Densité de courant de conduction des électrons (A.m<sup>2</sup>) ;

n : Nombre d'électrons libres par unité de volume (m<sup>-3</sup>) ;

q : Charge électrostatique de l'électron  $(1, 6.10^{-19} \text{ C})$ ;

 $\mu$ : Mobilité des électrons dans le semi-conducteur (m<sup>2</sup>V<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>);

 $\vec{E}$ : Champ électrique dans la couche considérée (Vm<sup>-1</sup>);

L'impact de la variation avec la température a pour effet, par exemple, de diminuer le gain statique en courant.

## 1.6.3 Dépendance de l'énergie de bande interdite avec la température (« Bandgap »)

Les énergies de bande interdite sont des caractéristiques déterminantes du matériau semiconducteur.

Les variations de température modifient l'énergie de la bande interdite. Cette dépendance est décrite par le modèle de Varshni [Rudo03]. Utilisé dans plusieurs simulateurs numériques, ce modèle lie la bande interdite à la température par la loi suivante :

$$E_g(T) = E_g(0K) - \frac{\alpha T^2}{T + \beta}$$
(27)

Les valeurs des paramètres sont données par le Tableau I. 5 [Sze81], [Vars67]:

Paramètres Matériau	Eg (300K) [eV]	α [eV/K]	β [K]
Si	1,1695	4,73 10 <sup>-4</sup>	636
Ge	0,7437	4,774 10-4	235
GaAs	1,519	5,41 10-4	204
GaN	3,47	3,47 10-4	600
InP	1,421	1,421 10-4	327

Tableau I. 5 : Valeurs des paramètres pour la modélisation de la bande interdite.

Le tableau ci-dessus, permet d'observer, avec la valeur du  $\beta$  donnée dans le Tableau I. 5, une excellente stabilité de la part du silicium à la température décrite par la *Figure I. 15*.



Figure I. 15 : Variation de la bande interdite en fonction de la températures

## 1.6.4 Dépendance de la densité intrinsèque avec la température

#### a) Cas des transistors bipolaires homojonctions

La concentration intrinsèque des porteurs est la concentration des porteurs libres présente dans le cristal de silicium, en l'absence de tout matériau dopant. Elle est reliée à la largeur de la bande interdite  $E_g(T)$  par la relation de Boltzmann [ISE98] :

$$n_i^2(T) = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g(T)}{k_B T}\right)$$
(28)

La dépendance majeure de  $n_i$  avec la température vient essentiellement, en plus de la tension thermique ( $U_T=k_BT/q$ ) et de l'énergie de bande interdite  $E_g(T)$ , des densités d'états équivalentes. Ces grandeurs, disponibles dans la bande de conduction et la bande de valence, notées respectivement  $N_c$  et  $N_v$ , sont données par les expressions suivantes [Sze81] :

$$N_c = 2M_C \left(\frac{2\pi m_n k_B T}{h^2}\right)^{3/2}$$
(29)

et

$$N_{\nu} = 2 \left( \frac{2\pi m_{p} k_{B} T}{h^{2}} \right)^{3/2}$$
(30)

avec :

 $m_n$  : masse effective d'électron ;

m<sub>p</sub> : masse effective de trou ;

h : constante de Planck  $(4,14\ 10^{-15}\ \text{ev.s});$ 

 $k_{\rm B}$  : constante de Boltzmann ;

 $M_C$  est le minima de l'énergie équivalente dans la bande de conduction. Il est égal à 6 pour le silicium et 4 pour le germanium.

Les expressions de N<sub>c</sub> et de N<sub>v</sub> peuvent être réécrites :

$$N_c = C_n T^{3/2} \text{ et } N_v = C_p T^{3/2}$$
(31)

C<sub>n</sub> et C<sub>p</sub> sont des constantes données par :

$$C_{n} = 2M_{C} \left(\frac{2m_{n}\pi k_{B}}{h^{2}}\right)^{3/2} \text{ et } C_{p} = 2\left(\frac{2m_{p}\pi k_{B}}{h^{2}}\right)^{3/2}$$
(32)

L'expression du carré de la densité intrinsèque sera donnée par :

$$n_i^2(T) = C_{np}T^3 \exp\left(-\frac{E_g(T)}{k_BT}\right)$$
(33)

La valeur de  $C_{np} = C_n C_p$  est une constante indépendante de la température. L'équation (33) peut être réécrite en fonction de la densité intrinsèque à la température de référence  $T_0 (T_0=0K)$ :

$$n_i^2(T) = n_i^2(T_0) \left(\frac{T}{T_0}\right)^3 exp\left(-\frac{1}{k_B} \left(\frac{E_g(T)}{T} - \frac{E_g(T_0)}{T_0}\right)\right)$$
(34)

Avec :

$$n_{i}^{2}(T_{0}) = C_{np}T_{0}^{3} \exp\left(-\frac{E_{g}(T_{0})}{k_{B}T_{0}}\right)$$
(35)

Finalement, l'expression de la densité intrinsèque dans un transistor bipolaire à homojonction en fonction de la température est donnée par :

$$n_{i(Si)}(T) = n_{i}(T_{0}) \left(\frac{T}{T_{0}}\right)^{3/2} exp\left(-\frac{1}{2k_{B}} \left(\frac{E_{g}(T)}{T} - \frac{E_{g}(T_{0})}{T_{0}}\right)\right)$$
(36)

#### b) Cas d'un TBH

Dans ce cas la densité intrinsèque dans la base SiGe est exprimée en fonction de la concentration intrinsèque dans le Silicium et de la différence de bande interdite :

$$n_{i(SiGe)}(T) = n_{i(Si)}(T) \sqrt{\frac{\left(C_{np}\right)_{(SiGe)}}{\left(C_{np}\right)_{(Si)}}} \exp\left(\frac{\Delta E_g(x) - E_g(T)}{2k_B T}\right)$$
(37)

Pour un TBH ayant un profil de germanium trapézoïdal dans la base, la réduction de la bande interdite est décrite sous la forme [Mnif04]:

$$\Delta E_g(x) = \Delta E_g(0) + \Delta E_g(grade) \frac{x}{W_B}$$
(38)

En introduisant (36) et (37) dans (38), nous obtenons :

$$n_{i(SiGe)}(T) = n_{i(Si)}(T_0) \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \sqrt{\frac{\left(C_{np}\right)_{(SiGe)}}{\left(C_{np}\right)_{(Si)}}} exp\left(\frac{\Delta E_g(0)}{2kT} + \frac{\Delta E_g(grade)x}{2kTW_B} - \frac{1}{2k} \left(\frac{E_g(T)}{T} - \frac{E_g(T_0)}{T_0}\right)\right)$$
(39)

La *Figure I. 16* montre l'évolution du carré de la densité intrinsèque dans un TBH SiGe. Nous remarquons une augmentation de ce paramètre avec la température dans la zone active du transistor.

Ces paramètres physiques influencent fortement les caractéristiques électriques des TBH SiGe. Dès lors, la prise en compte de la dépendance de ces paramètres avec la température est primordiale lors de la modélisation du transistor.



*Figure I. 16 : Evolution du carré de la densité intrinsèque dans un TBH SiGe en coupe pour différentes températures* 

### 1.7 Modèles compacts

Pour pallier à la complexité d'une description, entière, du transistor par des modèles physiques (voir paragraphes antérieurs) et face à la complexité de les intégrer dans un simulateur électrique la notion de modèles simplificateurs a vue le jour.

Ils permettent de prédire au mieux lors de la phase de conception, les performances et les rendements des circuits.

## 1.7.1 Pourquoi la modélisation compacte ?

La finalité de la modélisation compacte est de déterminer le comportement électrique d'un composant élémentaire en résolvant des équations analytiques qui décrivent son comportement électrothermique à l'aide d'un simulateur de type SPICE [Freg05]. La modélisation compacte reste un défi constant face à l'évolution incessante des technologies. Ce défi est de permettre d'intégrer cette évolution des composants dans la conception et la simulation de circuits, tout en maintenant le sens physique du composant.

Les modèles disponibles dans les simulateurs électriques contiennent d'une part des expressions basées sur la physique et d'autre part, un certain degré d'empirisme. Ils sont adaptés aux différents transistors à l'aide de paramètres, ayant pour but de compléter la description des caractéristiques électriques des composants.

Ceci revient à dire qu'un modèle doit évidemment être accompagné de stratégies d'extraction de paramètres.

L'efficacité, la rentabilité économique d'un modèle va dépendre des compromis entre physique et approximation, adaptabilité à l'évolution de la technologie, simplicité et complexité.

Une approche descriptive de la physique des modèles compacts, notamment du modèle HICUM est donnée dans les thèses de D. Berger [Berg04], B. Ardouin [Ardo01], S. Frégonèse [Freg05], l'approche thermique des paramètres est donnée dans la thèse de H. Mnif [Mnif04].

## 1.7.2 Description rapide des principaux modèles

Un modèle électrique basique expliquant l'effet fondamental des transistors bipolaires a été proposé en 1954 par J.J. Ebers et J.L. Moll [Moll54], [Gumm70]. Ce modèle pourrait être considéré comme étant la première génération des modèles compacts des transistors. Il présente une grande simplicité mais, au détriment de la précision des simulations. Par la suite, des modèles plus complexes furent proposés pour essayer de décrire l'évolution technologique des composants bipolaires et l'apparition des transistors bipolaires à hétérojonction.

## a) Modèle Gummel et Poon

Ce modèle du type contrôle de charges a été initialement proposé par Gummel et Poon [McAn95]. Il intègre tous les mécanismes essentiels concernant le transistor bipolaire à homojonction (TBJ). Cependant, l'évolution technologique des composants bipolaires et l'apparition des transistors bipolaires à hétérojonction n'ont pas été suivies par une progression similaire du modèle. En effet, le modèle de Gummel et Poon n'est plus suffisant aujourd'hui pour modéliser correctement les technologies bipolaires récentes. Par exemple, dans le modèle de Gummel et Poon la plupart des paramètres ont une dépendance thermique, mais la température est figée pour tout le circuit et pour toute la durée de la simulation à une seule valeur. Aucune interaction n'est possible entre la puissance dissipée dans le transistor et sa température propre. L'absence de l'auto-échauffement est une carence importante pour décrire les TBH. De ce fait, le modèle Spice Gummel-Poon, tout en étant utilisé par les concepteurs pour sa rapidité notamment, est un modèle de deuxième génération. Les modèles proposés par la suite vont intégrer le phénomène d'auto-échauffement. Lorsque le transistor est alimenté, l'énergie électrique est transformée en chaleur, principalement, par effet Joule. Ce phénomène est décrit par un sous circuit thermique.

Ces modèles sont, pour notre manuscrit, des modèles de troisième génération.

## b) Modèle VBIC

Le modèle Vertical Bipolar Inter-Company (VBIC) a été développé par un groupe d'industries américaines afin de remplacer le modèle standard Spice Gummel-Poon (SGP). Dans le domaine public depuis 1995 [McAn96], [Kloo96-1], VBIC est un modèle très similaire au modèle SGP. Les avantages ou améliorations, décrits ci-dessous, sont apportés par le modèle VBIC à celui de SGP.

- Son apprentissage est facilité pour les concepteurs. Ils peuvent s'appuyer sur leurs connaissances du modèle SGP.
- La modélisation des effets Early est améliorée au travers de la conductance de sortie g<sub>o</sub>.
- La quasi-saturation est prise en compte.
- Le transistor PNP parasite est intégré dans le modèle.
- Les capacités parasites telles que les capacités d'oxyde sont présentes.
- Le courant d'avalanche est modélisé.
- La dépendance en température a été améliorée.
- Les courants base et collecteur sont découplés.
- L'auto-échauffement est inclus.

#### Cependant,

- le modèle ne prévoit pas de variation avec la géométrie ;
- le même modèle du temps de transit de SGP est utilisé pour VBIC. Il n'y a pas de réelles améliorations sur les caractéristiques dynamiques telles que les courbes de f<sub>T</sub>;

- la modulation de la résistance collecteur interne est modélisée, mais sa formulation est empirique, ce qui ne permet pas de déterminer avec précision l'entrée en quasisaturation du transistor ;
- le transistor parasite est modélisé de la même manière que le transistor interne. Cette approche est inutile car elle introduit plus de contraintes CPU (plus de noeuds) et le transistor est rarement utilisé dans les régimes de fonctionnement nécessitant une telle précision (forte saturation). L'extraction des paramètres de ce PNP est une tâche beaucoup trop complexe.

## c) Modèle MEXTRAM

MEXTRAM est l'abréviation pour Most EXquisite TRAnsistor Model [Kloo96-2], [DeGr95], [Paas04-1]. Ce modèle a été développé par J.C. Paaschens, W.J. Kloosterman au sein de l'industrie Philips depuis 1985. Une version publique a été présentée en janvier 1994 (level 503) et la dernière version a été publiée en 2001 (level 504) [Berg04].

MEXTRAM décrit les effets physiques suivants:

- la variation de l'effet Early avec la polarisation ;
- les courants de base non idéaux ;
- les effets de fortes injections ;
- le comportement résistif de la couche d'épitaxie ;
- les effets de saturation sur la résistance d'épitaxie ;
- les effets de fortes et de quasi-saturation (Kirk effect) ;
- le courant d'avalanche ;
- les effets de stockage de charge ;
- le partage des capacités base-collecteur et base-émetteur ;
- le transistor substrat PNP parasite ;
- la modélisation explicite des régions inactives ;

- la défocalisation du courant et la modulation de conductivité dans la résistance de base ;
- les effets distribués à hautes fréquences dans la base intrinsèque (défocalisation à hautes fréquences et l'excès de phase);
- les recombinaisons dans la base (pour les transistors SiGe) ;
- les effets Early dans le cas d'un gradient de germanium dans la base ;
- la dépendance en température ;
- l'auto-échauffement ;
- les bruits thermiques, de grenaille et en 1/f.

Ce modèle peut être utilisé pour des analyses DC, transitoires ou AC pour tout niveau de courant. La version 504 a été développée pour améliorer la description des dérivées du premier ordre et celles des ordres plus élevés.

La description du courant de transfert à l'aide des charges ne facilite pas l'extraction des paramètres statiques et dynamiques qui se trouvent alors corrélés. Cependant ce modèle est beaucoup plus physique que les modèles SGP et VBIC. De nettes améliorations sont ainsi constatées sur les caractéristiques dynamiques et statiques [Berg04].

## d) Modèle HICUM

Le modèle HICUM [Schr99-1] est un modèle compact semi-physique du transistor bipolaire. Le schéma équivalent grand signal de ce modèle est représenté sur la *Figure 1. 17*. L'ensemble des paramètres du modèle peut être calculé à partir des données technologiques, physiques et électriques [Chav04]. La valeur de chaque élément, dans le circuit équivalent, est reliée à une fonction décrivant la dépendance aux différentes données.

La nomination HICUM (« HIgh-CUrrent Model », ou modèle à fort courant) indique que ce modèle a été développé initialement avec des améliorations essentielles pour le fonctionnement à forte injection de courant, un régime de fonctionnement est très important pour certaines applications radiofréquences (transistors de puissance).

Le modèle HICUM est basé sur l'intégrale de contrôle de charge généralisée où les charges sont intégrées sur tout le transistor. Cette formulation qui modélise le courant de collecteur, décrit de manière implicite plusieurs phénomènes très importants ayant lieu dans les différentes régions du transistors, tel que l'effet Early ou l'effet de forte injection. Celle-ci fournit une expression analytique du courant de transfert unique valable en faible comme en forte injection de courant. Elle est formulée par l'équation suivante:

$$I_T = J_T A = \frac{C_1}{Q_p} \left[ \exp\left(\frac{V_{BE}}{U_T}\right) - \exp\left(\frac{V_{BC}}{U_T}\right) \right]$$
(40)

Dans cette équation, A désigne l'aire d'émetteur,  $I_T$  et  $J_T$  sont, respectivement, le courant et la densité de transfert. Pour un fonctionnement en mode quasi-statique, nous pouvons considérer que le courant de collecteur  $I_C$  est quasiment égal au courant de transfert  $I_T$ .  $V_{BE}$  et  $V_{BC}$  sont les tensions imposées entre la base et l'émetteur et la base et le collecteur respectivement du transistor.  $C_1$  est un coefficient définit par :

$$C_{1} = C_{10} \left( 1 + \frac{I_{F}}{I_{Ch}} \right)$$
(41)

 $I_{Ch}$  est le courant à partir duquel les effets d'élargissement du collecteur "intrinsèque" apparaissent (pour les fortes densités de courant).  $I_F$  est le courant de transfert donné par :

$$I_F = \frac{C_{10}}{Q_p} \left[ \exp\left(\frac{V_{BE}}{U_T}\right) \right]$$
(42)

Le paramètre  $C_{10}$  peut être une approximation de  $C_1$  aux faibles densités de courant et peut être donné par :

$$C_{10} = q^2 A^2 D_{nB} n_{iB}^2$$
(43)

Q<sub>P</sub> est la charge pondérée totale dans le transistor et qui peut être exprimée en fonction des charges dans chaque région par :

$$Q_{p} = Q_{p0} + h_{jEi}Q_{jE} + h_{jCi}Q_{jC} + Q_{BF} + Q_{BF} + h_{e}Q_{mE} + h_{c}Q_{mC}$$
(44)

 $Q_{p0}$  est la charge totale à polarisation nulle,  $Q_{jE}$  et  $Q_{jC}$  sont les charges des zones de déplétion base-émetteur et base-collecteur respectivement,  $Q_{BF}$  et  $Q_{BR}$  sont les charges de diffusion en polarisation directe et inverse respectivement et  $Q_{mE}$  et  $Q_{mC}$  sont les charges associées aux trous dans l'émetteur et le collecteur respectivement.  $h_{jEi}$ ,  $h_{jCi}$ ,  $h_e$  et  $h_c$  sont des coefficients de pondération et qui sont des paramètres du modèle. Les valeurs de ces paramètres sont supposées égales à 1 pour les TBJ. Pour un TBH SiGe, ces paramètres dépendent des densités intrinsèques dans les différentes régions, du profil de dopage de germanium dans la base, des densités d'états, de la bande de conduction et de valence, et des coefficients de diffusion.



Figure I. 17 : Schéma équivalent grand signal du modèle Hicum

L'aptitude de ces modèles à modéliser les TBH SiGe a été démontrée [Berg04]. Par ailleurs, une étude comparative de ces différents modèles a été faite dans le cadre de la thèse de B. Ardouin [Ardo01] et a permis de déterminer un net avantage pour le modèle HICUM [Rieh02]. Celui-ci s'est révélé parfaitement apte à modéliser les TBH SiGe. Nous pouvons observer que la dépendance en température est prise en compte par le réseau thermique. De plus, le nœud thermique est accessible par l'utilisateur, il peut y connecter un réseau « RC », pour représenter l'impédance thermique.



Figure I. 18 : Nombre de paramètres et auto-échauffement des modèles compacts

La *Figure I. 18* compare les différents modèles en fonction du nombre de paramètres. On note une augmentation de ce nombre depuis le modèle SGP. Parmi les modèles présentés seul le modèle SPG n'intègre pas l'auto-échauffement.

#### 1.8 Conclusion

Au fil de ce chapitre nous avons défini le contexte électronique de notre étude. Nous avons ainsi, découvert la structure physique du transistor bipolaire à hétérojonction SiGe. L'utilisation dans les transistors bipolaires d'une hétérojonction émetteur-base, constituée d'un matériau à grande largeur de bande interdite pour l'émetteur et d'un matériau à faible largeur de bande interdite pour la base permet, entre autre, d'améliorer l'efficacité d'injection des électrons de l'émetteur vers la base. Egalement, elle permet l'augmentation de la fréquence de transition. Le transistor bipolaire à hétérojonction s'avère être un excellent candidat à une utilisation accrue dans le domaine des radiocommunications, voire hyperfréquence. Nous avons découvert les différentes applications industrielles. Cependant, il reste sensible à la température.

Par la suite, nous avons vu la façon dont ces composants sont décrits à l'aide de modèle compact dans les simulateurs de type SPICE. Dans un même temps, nous avons découvert l'effet de l'auto-échauffement et son sens sur la dépendance en température des différents paramètres physiques ainsi que ceux du modèle électrique. Nous avons pu voir également que tous les modèles électriques ne tenaient pas compte de ce phénomène. Cependant, compte tenu des puissances et des fréquences recherchées pour un composant, l'auto-échauffement doit être intégré impérativement dans les simulateurs.

Dans le deuxième chapitre de cette partie, nous allons nous intéresser plus particulièrement à ce phénomène.

# 2 MODELISATION DE L'AUTO-ECHAUFFEMENT

# **Objectifs**:

- Définir l'auto-échauffement et les modes de transfert thermique dans les composants
- Positionner notre échelle d'étude de ce phénomène
- Définir une partie du contexte existant dans l'approche et la modélisation de l'autoéchauffement

## Sommaire

2	MO	DELISATION DE L'AUTO-ECHAUFFEMENT	67
	2.1	Description phénoménologique de l'auto-échauffement	68
	2.2	Effet Joule	69
	2.3	Les effets thermoélectriques	71
	2.4	Echelle d'observation	73
	2.5	Echelle microscopique	74
	2.6	Echelle macroscopique	79
	2.7	Conclusions	. 101

Description phénoménologique de l'auto-échauffement

Tout composant semi-conducteur est sujet à de l'auto-échauffement lorsqu'il est soumis à des contraintes électriques. Nous avons vu dans le chapitre 1 les influences de la température sur le transistor bipolaire. En effet, l'augmentation de température diminue la mobilité des porteurs et modifie la largeur de bande interdite des semi-conducteurs rendant, ainsi, thermiquement dépendant le courant de sortie du transistor. Par ailleurs, la dépendance en température des tensions de conduction des diodes peut entraîner des phénomènes d'emballement thermique.

A l'origine de la chaleur dans les semi-conducteurs, il existe différents effets. Il y a tout d'abord, l'effet Joule des électrons et des trous. Il y a également, les effets dits thermoélectriques. Ils sont la résultante de deux phénomènes de transport, le transport de chaleur et d'électricité. Le processus de génération recombinaison des paires électrons/trous libère également une quantité de chaleur proportionnelle à l'écart d'énergie entre les niveaux donneurs et accepteurs [Wach90].

La technologie BiCMOS SiGe emploie un procédé de fabrication [Mnif04], comme les autres technologies [BANS], basé sur l'utilisation d'un wafer sur lequel sont implantées différentes couches. La chaleur est générée dans une zone et va diffuser vers le haut et vers le bas, par conduction, dans ces différentes couches, comme illustré Figure II.1.



Figure II. 1 : Source de chaleur et échange

Nous verrons par la suite que la fonction de transfert thermique,  $Z_{TH}(p)$ , tel que  $p = j\omega$ , est définie comme l'élévation de la température moyenne du point de mesure,  $\langle T_M(p) \rangle$ , pour une densité de flux de chaleur  $\psi_0(p)$ . Soit :

$$Z_{TH}(p) = \frac{\langle T_M(p) \rangle}{\psi_0(p)}$$
(45)

La quantité de chaleur est égale à la puissance absorbée dans le composant. Joy et Al. [Joy70], Fox et Al. [Fox91], et Zweidinger et Al. [Zwei93] montrent l'importance du point de référence de la source de chaleur pour déterminer l'impédance thermique.

Selon l'échelle d'observation, on sera amené à résoudre le problème thermoélectrique de façon complètement différente. Afin de bien illustrer cette différence, nous rappelons, dans un premier temps, des modèles à l'échelle microscopique ainsi que les outils de résolutions utilisés.

Dans un deuxième temps, nous présentons différents modèles à l'échelle macroscopique au travers de deux classifications. Par la première classification, les modèles analytiques, nous cherchons à exprimer la variation de la température du transistor à partir du terme source et des propriétés thermophysiques des matériaux. Dans la deuxième classification, nous cherchons à identifier les paramètres d'un modèle de comportement à partir de mesures expérimentales.

#### 2.1 Effet Joule

Considérons un électron d'un matériau semi-conducteur homogène situé dans la bande de conduction (BC), soumis à un champ électrique, *Figure II.* 2. Cet électron est sur une ligne de courant, son sens de déplacement est celui des potentiels croissants car sa charge est négative. Sa variation d'énergie potentielle électrique, en passant d'un point M en un point M' infiniment voisin, est égale à : q[V'(M)-V(M)] = qdV > 0.  $q = -1,610^{-19}$  coulomb est la charge électrique fondamentale de l'électron, V(M) est le potentiel du point M. dl correspond à la distance parcourue par l'électron.

Energie des électrons



Figure II. 2 : Illustration de l'effet Joule

L'électron a perdu de l'énergie électrique, elle n'est pas devenue cinétique puisque le vecteur vitesse moyen est constant. Cette énergie est devenue de l'énergie interne qui se redistribue lors des chocs au réseau.

Soit n, le nombre d'électron traversant un élément de surface dS, perpendiculaire à dl, à vitesse moyenne  $\langle \vec{v} \rangle$  par unité de temps. L'expression du débit d'électrons est égale à  $n \langle \vec{v} \rangle dS$ . <u>A noter</u> : Le modèle cinétique d'un gaz permet, généralement, d'évaluer le module de la vitesse thermique moyenne des électrons libres et de la vitesse thermique moyenne des trous :

$$\frac{1}{2}m_e \left\langle \vec{v}^2 \right\rangle = \frac{3}{2}k_B T \tag{46}$$

Cette expression permet, également, de relier l'agitation thermique à la température. La perte d'énergie électrique est égale à :

$$-n\langle \vec{v}\rangle \vec{E}d\vec{S}d\vec{l} = \vec{j}\vec{E}dV$$

j est la densité de courant électrique. dV est l'élément de volume considéré. Le signe introduit est conventionnel. Il compte positivement la perte d'énergie électrique.

Ce phénomène est connu sous le nom d'effet Joule. L'expression locale de la puissance volumique dissipée par effet joule, p, s'écrit donc  $p = \vec{j}\vec{E}$ . L'expression intégrale pour le semiconducteur conduit à une puissance P dissipée par effet Joule égale à :

$$P = I(V'(M) - V(M)) = \frac{(V'(M) - V(M))^2}{R_{M'M}} = R_{M'M}I^2$$
(47)

*I* est l'intensité de courant,  $R_{M'M}$  est la résistance électrique du semi-conducteur entre les points M' et M.

#### 2.2 Les effets thermoélectriques

Trois effets thermoélectriques ont été établis expérimentalement : l'effet Seebeck (1821), l'effet Peltier (1834) et l'effet Thomson (1847). Nous allons rappeler les définitions, ainsi que les relations établies par Thomson, entre ces différents effets.

Ces différents phénomènes sont présentés distinctement. Néanmoins, ils sont présents simultanément lorsqu'un conducteur (ou semiconducteur) est parcouru par un courant.

#### 2.2.1 Effet Seebeck

Considérons une chaîne de conducteurs M<sub>1</sub>-M<sub>2</sub>-M<sub>1</sub>, constituée de deux matériaux différents. Lorsque les deux jonctions M<sub>1</sub>-M<sub>2</sub> sont à des températures différentes, il a été constaté qu'il existait une différence de potentiel entre les extrémités de la chaîne. Celle-ci ne dépend que de la nature des conducteurs en contact et des températures des deux jonctions.



Figure II. 3 : Exemple de dispositif de mesure de l'effet Seebeck

Cet effet est caractérisé par le coefficient de Seebeck que l'on définit comme le rapport de la tension a l'écart de température lorsque ce dernier est infiniment petit :

$$a_{12} = \left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right)_{\Delta T \to 0} \tag{48}$$

L'unité pratique est le  $\mu$ VK<sup>-1</sup>; par exemple, pour une jonction Cuivre/Constantan  $a_{12}(273 \text{ K}) = 39 \,\mu V \, K^{-1}.$ 

A noter que ce dispositif est appelé communément thermocouple.

#### 2.2.2 Effet Peltier

Si l'on fait passer un courant électrique à travers une jonction formée de deux semiconducteurs différents isothermes, on observe à l'interface une absorption ou un dégagement de chaleur par unité de temps, P<sub>P</sub>, proportionnel à l'intensité traversant la jonction :



Figure II. 4 : Effet Peltier

$$P_P = \pi_{12}(T)I \tag{49}$$

Le coefficient de proportionnalité  $\pi_{12}(T)$  est le coefficient de Peltier de la jonction. Il dépend de la nature des matériaux et de la température de la jonction. L'unité pratique est le mV ; à 273 K, on a par exemple pour une jonction Fe/Cu :  $\pi_{12}$  = 3 mV.

Lorsque l'on inverse le sens du courant, l'effet thermique (absorption ou dégagement de chaleur) est lui-même inversé. L'effet Peltier est un effet réversible au sens thermodynamique du terme. Le signe du coefficient de Peltier  $\pi_{12}$ , entre deux matériaux M1 et M2, est pris positif lorsqu'un courant électrique, circulant dans le sens de M1 vers M2, entraîne une absorption de chaleur à la jonction.

L'effet Peltier est la réciproque de l'effet Seebeck.

#### 2.2.3 Effet Thomson

Un semi-conducteur unique, soumis à un gradient de température et parcouru par un courant électrique, échange de la chaleur (absorption ou dégagement) avec le milieu extérieur.


Figure II. 5 : Effet Thomson

Si  $\Delta T$  est la différence de température entre deux points distants d'une unité de longueur, la puissance échangée P<sub>T</sub> par unité de longueur (entre la ligne pointillée et la ligne pleine au centre du dessin), lorsque le conducteur est parcouru par un courant I, est :

$$P_T = \tau . \Delta T . I \tag{50}$$

 $\tau$  est le cœfficient de Thomson. Il est caractéristique du seul conducteur considéré.

L'effet Thomson est réversible comme l'effet Peltier : une inversion de courant par rapport au sens du gradient de température inverse le sens des effets thermiques.

Le signe du coefficient de Thomson est pris positif si le conducteur absorbe de la chaleur lorsque les gradients de température et de tension sont dans le même sens (le courant circule de l'extrémité chaude vers l'extrémité froide). L'unité pratique est le  $\mu$ VK<sup>-1</sup>.

Par exemple : le cuivre a un coefficient de Thomson égale à :  $\tau = 2,2 \mu V K^{-1}$ , le fer  $\tau = -8,4 \mu V K^{-1}$ .

## 2.3 Echelle d'observation

La modélisation de l'auto-échauffement dans le transistor peut être abordé à différentes échelles. La Figure II.6 illustre les résultats vers lesquels conduisent les échelles d'observation.



Figure II. 6 : Distinction entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique

A l'échelle microscopique, les données d'entrées sont les grandeurs électriques, le champ électrique et la densité de courant, auxquelles correspondent en données de sortie, le flux de chaleur. A l'échelle macroscopique, ce même terme est une donnée d'entrée tandis que la température moyenne du transistor est la donnée de sortie, une grandeur thermique.

# 2.4 Echelle microscopique

Les modèles microscopiques sont établis à l'échelle du composant électronique avec une vocation de donner des informations localisées sur un domaine d'étude spécifique. Considérons le transistor dessiné *Figure II.* 7. Dans l'étude du phénomène d'auto-échauffement à cette échelle, nous devons définir les caractéristiques (dopage, caractéristiques thermophysiques des matériaux,...) et la géométrie des matériaux constituant le composant à analyser. Ensuite, le maillage de la structure va définir les zones d'analyses.



Figure II. 7 : Vue de coupe du HBT SiGe

Un exemple d'outil est le code ISE-TCAD [ISE98]. Cet outil utilise une approche dite « non isothermique », définie par l'ensemble des équations de transport et de l'équation de chaleur [Wach90].

Equations de continuité pour les électrons et les trous :

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} = -\mathbf{d}\mathbf{i}\mathbf{v}\mathbf{j}_{\mathbf{n}} + \mathbf{G} - \mathbf{R}$$
(51)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -div\bar{j}_{p} + G - R$$
(52)

n, p : concentration des porteurs électrons, trous, respectivement ;

 $\vec{j}_n\,,\,\vec{j}_p\,$  : densité de courant des électrons et trous ;

G,R : taux de génération et recombinaison.

Equation de Poisson :

$$\operatorname{div}(\varepsilon \nabla \psi) = q(N_{A}^{-} - N_{D}^{+} + n - p)$$
(53)

- ε : constante de permittivité;
- $\psi$ : potentiel électrique ;

 $N_{\rm A}^{\rm -}$  ,  $N_{\rm D}^{\rm +}$  : concentration des accepteurs et donneurs.

Courant de recombinaison (attention, nous avons écrit le cas de l'effet Seebeck):

$$\vec{j}_{n} = n\mu_{n} \left( \vec{\nabla} \Phi_{n} - P_{n} \vec{\nabla} T \right)$$
(54)

$$\vec{j}_{p} = -p\mu_{p}\left(\vec{\nabla}\Phi_{p} + P_{p}\vec{\nabla}T\right)$$
(55)

 $\mu_n$ ,  $\mu_p$ : des électrons et les trous respectivement;

- $\varphi_n$  ,  $\varphi_p$  : fonctions du potentiel électrique  $\psi$  et des porteurs n et p ;
- $P_n$  ,  $P_p$  : puissances thermoélectriques des électrons et des trous respectivement;
- T : température.

Equation de la chaleur:

$$c\frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + H$$
(56)

H : terme source de chaleur [Amar93]. Il donne à peu prés les même résultats que [ISE98] pour définir ce terme:

$$H = \vec{J}.\vec{E} + (R - G)(\varepsilon_g + 3kT) - \frac{\vec{J}}{q}(\frac{3}{2}\lambda(T)\vec{\nabla}T + \frac{1}{2}\nabla\varepsilon_g)$$
(57)

- $\vec{J}$  : densité de courant total ;
- $\vec{E}$  : champ électrique ;
- $\boldsymbol{\epsilon}_{\rm g}$  : énergie de bande interdite.

#### $\vec{J}.\vec{E}$ : est le terme de Joule.

L'équation de la chaleur décrivant l'auto-échauffement de ISE est donnée par :

$$c\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla .(\lambda \vec{\nabla} T) - \nabla .((P_n T + \Phi_n)\vec{J_n} + (P_p T + \Phi_p)\vec{J_p}) - (E_c + \frac{3}{2}kT)\nabla .\vec{J_n} - (E_v - \frac{3}{2}kT)\nabla .\vec{J_p} + qR(E_c - E_v + 3kT)$$
(58)

 $E_{c}$ ,  $E_{v}$  : niveau des bandes d'énergie de conduction et de valence ;

k : constante de Boltzmann, notée également k<sub>B</sub>.

 $\lambda$  est la conductivité thermique et c est la capacité calorifique.  $\lambda$  est une fonction de la température suivant la loi empirique donnée par [Glass64] :

$$\lambda(T) = \frac{1}{a + bT + cT^2}$$
(59)

Dans le cas du silicium, a = 0,03 cmK/W, b = 1,56x10<sup>-3</sup> cm/W, et c = 1,65x10<sup>-6</sup> cm/WK. La validité de cette loi s'étend entre 200K et 600K. Une représentation graphique de  $\lambda$ (T) pour le silicium est montrée sur la *Figure II. 8*.



Figure II. 8 : Conductivité thermique du Silicium en fonction de la température

Ainsi, une discrétisation spatiale et temporelle peut, alors, être appliqué au système d'équations aux dérivées partielles. La transformation des équations en un système algébrique permet d'appliquer les méthodes numériques de résolution.

La technique de discrétisation consistera à remplacer les dérivées d'une fonction par une forme approchée de la fonction calculée en des points d'un maillage décrivant le domaine d'étude. L'ensemble de ces fonctions représente les inconnues du problème.

Un énorme avantage des méthodes de discrétisation spatiale est de pouvoir résoudre des équations couplées non linéaires comme c'est le cas ici, par exemple dans l'équation(58).

Les trois méthodes numériques utilisées dans les simulateurs sont les volumes finies, les éléments finis et les différences finies.

La méthode des volumes finis décrite dans [Pata80] consiste à discrétiser le domaine d'étude en une multitude de volumes de contrôles, puis à effectuer des bilans sur ces petits volumes. L'avantage des volumes finis est qu'il est conservatif, ce qui rentre d'un côté du volume en ressort. Cette méthode est peu utilisée dans la modélisation des composants semiconducteurs [Jame92]. La méthode des volumes finis est couramment utilisée pour décrire les écoulements de fluides avec les équations de Navier–Stokes ou les transferts thermiques.

En générale, la modélisation thermique des semi-conducteurs s'effectue avec la méthode des différences finies [Webb93], [Wils94], [Higg93], [ISE98] ou avec la méthode des éléments finis [ANSY], [COSMO], [FEMLA].

Les différentes équations sont résolues simultanément, en utilisant la méthode numérique de Newton. Les dissipations thermiques au travers des contacts d'émetteur et de base sont supposées négligeables.

Les résultats obtenus à partir de simulations ISE 2D [ISE98], en régime DC, nous permettent d'avoir un ordre d'idée de la répartition et de l'amplitude du terme source dans le TBH. L'observation de ces résultats, *Figure II.* 9, suggère, ainsi, de localiser la source de chaleur au niveau de la jonction base-collecteur, hypothèse largement utilisé dans la bibliographie [Mnif04], [Liu93]. La simulation présentée a été réalisée pour une tension  $V_{BE}=0,8V$ ,  $V_{CE}=1,5V$ .



Figure II. 9 : Localisation du terme source de chaleur dans le HBT en régime DC

# 2.5 Echelle macroscopique

Les modèles macroscopiques sont établis à l'échelle du composant électronique dans son intégralité, soit, le transistor, le substrat et la couche de « back-end ». A cette échelle, le problème électrique ne se pose plus, on ne s'intéresse qu'à la diffusion de chaleur dans les matériaux.

A cette échelle également, les rapports de forme entre la zone chauffée et la dimension de la zone étudiée sont très grands. Ainsi, les méthodes de discrétisation spatiales ne sont plus pertinentes. On cherchera, alors, à exprimer la température du transistor à partir d'un modèle admettant une solution analytique. Cependant, une telle solution ne peut être obtenue qu'en admettant des hypothèses de linéarité. Cela signifie que les propriétés thermophysiques des matériaux (conductivité et capacité thermique) sont indépendantes de la température. Cette condition s'applique au moins dans le domaine étudié. Dans notre domaine d'étude, nous nous plaçons dans une plage de température permettant d'appliquer cette hypothèse.

# 2.5.1 Modèles analytiques

Le terme modèle analytique va décrire les modèles qui ne nécessitent pas de discrétisation spatiale du domaine simulé (maillage) <u>et</u> qui donnent des solutions finies du problème. L'utilisation des modèles analytiques suppose la définition d'une géométrie simple. Dans la suite de ce paragraphe nous allons présenter une liste de travaux sur des modèles analytiques du transistor bipolaire à hétérojonction. Nous allons découvrir trois parties principales :

- La présentation d'une de nos études réalisées dans le cas d'un modèle simple de dissipation du flux de chaleur dans le transistor,
- La présentation de l'étude des phénomènes physiques liés à des géométries semi infinis, ou la réponse au temps courts d'un système dans les instants après perturbation,
- et la présentation de l'étude des phénomènes physiques liés à des géométries finis, ou encore la réponse d'un système à une perturbation à un instant quelconque.

# a) Modèle simple

Dans le cas du modèle simple, nous allons utiliser une hypothèse retrouvée dans la bibliographie [Stri59], [Beck05]. Le postulat considère que le flux de chaleur dissipé par le transistor, depuis sa source de chaleur localisée sur la jonction base-collecteur, diffuse selon un angle à 45° dans le composant. Elle présente souvent un bon accord avec les mesures des résistances thermiques lorsque l'étude est réalisée sans la couche de « back-end » [Dunn03]. Nous allons appliquer cette hypothèse sur le composant étudié, la *Figure II. 10*, montre une vue schématique d'un TBH selon cette hypothèse.

On considère l'existence de  $\phi_1$  et  $\phi_2$  qui représentent les flux de chaleurs dissipés vers la couche de « back-end » et vers le substrat, respectivement.



Figure II. 10 : Structure du milieu étudié. Vue principale à droite, de dessus, dessous, projection de côté, à gauche

En pratique, la résistance thermique totale de la jonction à l'air ambiant comporte plusieurs composantes, détaillées de la *Figure II.* 11. Le système est constitué :

- du substrat de silicium,

- de la zone active bordée du deep trench,

- de la couche de « back-end », constituée de métal et d'isolants.

La base du substrat est maintenue à température constante sur le fond du substrat T<sub>0</sub>. Un échange par convection naturel existe avec l'air ambiant,  $h_s$  est le coefficient d'échange thermique.

En régime permanent, du point de vue de l'analogie thermoélectrique, cet assemblage, *Figure II.* 10, est assimilable à plusieurs résistances mises en série comme le montre la *Figure II.* 11.



Figure II. 11 : Empilement des résistances thermiques

La jonction est à la température moyenne $\langle T_M \rangle$ , et le substrat comme, l'air ambiant à la température T<sub>0</sub>.

A partir de ce schéma électrique on voit que la résistance totale liant le flux dissipé  $\phi_0$  à la température du transistor  $\langle T_M \rangle$  est telle que :

$$\langle T_M \rangle = \mathbf{R}_{\mathrm{TH}} \phi_0$$
 (60)

est :

$$\frac{1}{R_{TH}} = \frac{1}{R_{TH2} + R_{THS}} + \frac{1}{R_{THP} + \frac{1}{hS}}$$
(61)

Dans cette équation,  $R_{THp}$ ,  $R_{TH2}$  et  $R_{THS}$  désignent respectivement la résistance thermique de la couche de « back-end », du deep trench, et du substrat.

Calculons la résistance thermique du deep trench. Tout d'abord, on suppose que le transfert de chaleur est unidirectionnel, selon z.



Figure II. 12 : Vue en coupe du deep trench

Le bilan thermique est fait sur un élément de volume adapté, dans ce cas celui compris entre les faces z et  $z+e_2$  de surface transversale  $S=x_Iy_I$  fixe.  $x_I$  et  $y_I$  sont les dimensions du deep trench.

$$\phi_2 = \lambda_2 S \frac{\langle T_M \rangle - T_b}{e_2} \tag{62}$$

(62) conduit à l'expression de la résistance thermique du deep trench :

$$R_{TH2} = \frac{e_2}{\lambda_2 S_2} \tag{63}$$

 $e_2$ ,  $S_2$  et  $\lambda_2$  sont respectivement, l'épaisseur, la section et la conductivité de ce domaine. De la même manière, on calcule la résistance thermique du substrat.



Figure II. 13 : Vue de coupe du substrat

Le bilan thermique est fait sur le volume adapté, entre les faces comprises entre z=0 et  $z=e_3$ , la surface transversale est variable de type  $S_3 = (x_1 + z)(y_1 + z)$ .  $x_1$  et  $y_1$  sont, toujours, les dimensions du deep trench.

Avec les notations habituelles, on a, quel que soit z :  $d\phi = -\lambda_3 \frac{dT}{dz} S_3$  soit  $\Delta T = -\frac{\Delta \phi}{\lambda_3} \int_z \left(\frac{dz}{S_3}\right)$ .

En utilisant l'expression de  $S_3$ , ainsi que la décomposition en éléments simples, nous obtenons la résistance thermique :

$$R_{THs} = \frac{1}{\lambda_3 \left(x_1 - y_1\right)} \left[ ln \left(\frac{e_3}{y_1} + 1\right) - ln \left(\frac{e_3}{x_1} + 1\right) \right]$$
(64)

Nous avons  $\lambda_3 = \lambda_2 = \lambda_{Si}$ , où  $\lambda_{Si}$  représente la conductivité thermique du silicium.

Pour déterminer la résistance de la couche de « back-end », le raisonnement précédent est suivi à l'identique et permet de trouver l'expression de la résistance thermique pour cette couche :

$$R_{THp} = \frac{1}{\lambda_1 \left(x_e - y_e\right)} \left[ ln \left(\frac{e_1}{y_e} + 1\right) - ln \left(\frac{e_1}{x_e} + 1\right) \right]$$
(65)

Ici  $x_e$  et  $y_e$  sont les dimensions de l'émetteur. On utilisera, en première approximation, la conductivité thermique équivalente de la couche 1 et sa capacité thermique volumique équivalente comme égales à :

$$\lambda_1 = \frac{e_1}{\frac{e_{SiO_2}}{\lambda_{SiO_2}} + \frac{e_{Al}}{\lambda_{Al}} + \frac{e_W}{\lambda_W}}$$
(66)

$$(\rho c_p)_1 = \sum_{i=0}^{2} (\rho c_p)_i \frac{e_i}{e_1}$$
(67)



Figure II. 14 : Vue en coupe de la couche de « back-end ».

Il est courant de partir du même raisonnement pour calculer la capacité thermique du composant. D'une façon générale, la capacité thermique du composant représente, en première approximation, sa capacité calorifique. L'expression générale de la capacité calorifique ou capacité thermique est la suivante :

$$mc = \rho Vc \tag{68}$$

m est la masse totale du composant, c sa chaleur spécifique. Le produit mc représente la capacité calorifique du composant. Cette capacité est caractérisée par l'augmentation de température  $\langle T_M \rangle - T_0$  du composant quand on lui fournit adiabatiquement une quantité d'énergie Q.

Utilisons l'analogie électrique, posons la loi d'Ohm thermique, et décomposons notre composant sous forme de composants élémentaires.

Pour le deep trench le volume correspondant à la *Figure II.* 12 correspond :  $V=Se_2$ . Le matériau est du silicium. La capacité thermique du deep trench est :

$$C_2 = \rho_2 c_2 S_2 e_2 \tag{69}$$

Pour le substrat le volume est (Figure II. 13) :

$$V = \int_{0}^{e_3} (x_1 + z)(y_1 + z)dz$$
(70)

Ou encore,

$$V_3 = x_1 y_1 e_3 + x_1 y_1 \frac{e_3^2}{2} + \frac{e_3^3}{3}$$
(71)

Le matériau est, également, du silicium. La capacité thermique du substrat s'écrit :

$$C_3 = \rho_3 c_3 V_3 \tag{72}$$

Dans le cas de la couche de « back-end », l'expression du volume correspondante est la même que précédemment seules vont changer l'épaisseur  $e_3$  en  $e_1$  et les dimensions du deep trench deviennent les dimensions de l'émetteur, Figure II. 14. Par contre c et  $\rho$  sont des inconnues de cette couche. Nous utilisons la même relation que celle posée en(67).

$$C_1 = \left(\rho c_p\right)_1 V_1 \tag{73}$$

En régime transitoire, l'assemblage de la *Figure II. 10*, est assimilable à plusieurs capacités mises en parallèle comme le montre la *Figure II. 15*.



Figure II. 15 : Réseau d'impédances correspondant aux temps courts

A partir de ce schéma électrique on voit que la capacité thermique totale liant le flux dissipé  $\phi_0$  à la température du transistor  $\langle T_M \rangle$  est issue du raisonnement :

L'équation de la chaleur dans la branche 1 donne :

$$C_1 \frac{d\langle T_M \rangle}{dt} = \phi_1 \tag{74}$$

L'équation de la chaleur dans la branche 2 donne, avec l'expression (67) :

$$\left(C_2 + C_3\right) \frac{d\left\langle T_M \right\rangle}{dt} = \phi_2 \tag{75}$$

Finalement,

$$C_{TH} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3 + C_2}}$$
(76)

Cependant, cette « capacité thermique » décrirait un phénomène qui ne tiendrait pas compte de la diffusion dans les différents matériaux du composant. Nous ne nous servirons pas de ce calcul par la suite pour déterminer la capacité thermique. Pour cette raison, nous ne montrerons pas le schéma thermique global incluant les résistances et les capacités thermiques.

#### b) Modèle « milieu semi-infini »

Décrire le transfert de chaleur dans un transistor bipolaire à hétérojonction comme un milieu semi-infini, consiste à considérer le terme source, la source de perturbation, comme étant appliqué sur un milieu dont l'épaisseur de ce dernier est suffisamment grande pour que la perturbation ne soit pas perçue par l'autre face. Bien évidemment, ce type d'hypothèse n'est valable qu'aux temps très courts.

Le modèle de Mnif [Mnif04] considère que le flux de chaleur est appliqué sur un disque, *Figure II.* 16. La chaleur diffuse dans un milieu semi infini de silicium, *Figure II.* 17. Cette étude, développée conjointement au laboratoire TREFLE et au laboratoire IXL, décrit la variation de la température dans un composant avec des hypothèses correspondantes aux TBH SiGe avec des tranchées d'isolation. L'équation de la chaleur est résolue par un modèle tridimensionnel axisymétrique, utilisant la transformée de Laplace et la transformée de Hankel pour obtenir une solution analytique.



Figure II. 16 : Structure du TBH illustrant la surface à travers la quelle la chaleur générée est dissipée : représentation en coordonnées cylindriques

La source de chaleur est modélisée, *Figure II.* 16, par un disque de rayon  $r_0$  ayant comme valeur :

$$r_0 = \sqrt{\frac{WL}{\pi}} \tag{77}$$



W et L sont respectivement la largeur et la longueur de la fenêtre de l'émetteur, Figure II.17.

Figure II. 17 : Représentation schématique d'un modèle parallélépipédique pour une structure avec tranchées d'isolation

Le transfert de chaleur est transitoire et tridimensionnel axisymétrique, la température en tout point et à chaque instant est notée :T(r,z,t). Les relations nécessaires pour prédire l'évolution du champ de température en régime instationnaire au sein de la géométrie précédemment décrite sont les équations de la chaleur, la condition initiale et les conditions aux limites.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}$$
(78)

Dans cette équation, *a* remplace le terme  $\lambda/(\rho c)$  et définit la diffusivité thermique exprimée en m<sup>2</sup>/s.

A l'instant t =0, il est supposé que  $T = T_{\infty}$  partout dans la structure ( $T_{\infty}$ : température ambiante).

L'auto-échauffement se manifestera par une élévation de la température de jonction, cette élévation sera notée par  $T_{el} = T - T_{\infty}$ . La relation (78) deviendra,

$$\frac{\partial^2 T_{el}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{el}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{el}}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_{el}}{\partial t}$$
(79)

1. De la symétrie découle directement l'expression de la température dans le plan r- $\theta$  est maximale pour r = 0, par conséquent la dérivée de la température suivant r sera nulle, pour r = 0,

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \tag{80}$$

2. Pour le cas spécial d'une source de chaleur idéale, la condition aux limites de Dirichlet est imposée pour  $z \to \infty$  et  $r \to \infty$  telle que :

$$T = T_{\infty} \tag{81}$$

3. Le flux de chaleur est supposé uniformément appliqué sur la face définie par z = 0 et sur le disque  $0 < r < r_0$ . Cette grandeur est proportionnelle au gradient vertical de température à la surface de la puce et à la conductivité thermique :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = q(r,t), \text{ pour } z = 0 \text{ et } 0 < r < r_0$$
(82)

4. q(r,t) représente la densité de flux de chaleur et est donnée en Wm<sup>-2</sup> (elle exprime la densité de puissance dissipée).

5. Il est supposé qu'il n'y a pas d'échange de flux de chaleur à la surface, en dehors de la région active,

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ pour } z = 0 \text{ et } r > r_0$$
(83)

La réponse transitoire correspondante à l'impédance thermique  $Z_{TH}(t)$  est calculée. La température de jonction en fonction du temps, pour une valeur donnée de la puissance dissipée  $P_{diss}$ , est reliée à la relation suivante :

$$T_{el}(t) = P_{diss} Z_{TH}(t)$$
(84)

La résolution analytique du système d'équations de (79) à (84) avec les transformées intégrales de Laplace et Hankel conduisent à la solution de la variation de la température:

$$\hat{\theta}_{el}(\gamma, z, p) = \frac{\hat{q}(\gamma, p)}{\lambda \delta} \exp(-\delta z)$$
(85)

où  $\gamma$  est la variable de Hankel et p est la variable de Laplace et  $\delta = \left(\frac{p}{a} + \gamma^2\right)^{\frac{1}{2}}$ .

En introduisant la valeur moyenne de l'élévation de la température dans le domaine de Laplace  $\theta_{el}(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \gamma)$  sur toute la surface du disque (dans le plan  $\mathbf{z} = 0$ ) :

$$\overline{\theta}_{el}(z=0,p) = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_{0}^{2\pi r_0} \theta_{el}(r,z=0,p) r dr d\theta$$

$$= \frac{2}{r_0^2} \int_{0}^{r_0} \theta_{el}(r,z=0,p) r dr$$
(86)

En introduisant (85) dans (86), nous obtenons :

$$\overline{\theta}_{el}(z=0,p) = \frac{2}{r_0^2} \int_{0}^{r_0\infty} \int_{0}^{\hat{q}} \frac{\hat{q}(\gamma,p)}{\lambda\delta} J_0(\gamma r) \gamma d\gamma r dr$$

$$= \frac{2}{\lambda r_0^2} \int_{0}^{\infty} \left[ \int_{0}^{r_0} J_0(\gamma r) r dr \right] \hat{q}(\gamma,p) \frac{\gamma}{\delta} d\gamma$$
(87)

L'intégration sur la surface du disque donne :

$$\overline{\Theta}_{el}(z=0,p) = \frac{2}{\lambda r_0^2} \int_0^\infty \hat{q}(\gamma,p) r_0 \frac{J_1(\gamma r_0)}{\delta} d\gamma$$
(88)

 $\hat{q}(\gamma, p)$ , transformé du flux, en supposant que  $\tilde{q}(r, p)$  est uniforme sur tout le disque se transforme en :

$$\hat{q}(\gamma, p) = \tilde{q}_0(p) \int_{r=0}^{r_0} J_0(\gamma r) r dr$$
(89)

Puis, en utilisant la propriété sur les fonctions de Bessel :  $\int_{r=0}^{r_0} J_0(\gamma r) r dr = \frac{J_1(\gamma r_0)}{\gamma}$  [Abra70], avec

 $J_1$  est la fonction de Bessel d'ordre 1, nous obtenons :

$$\hat{q}(\gamma, p) = \tilde{q}_0(p) r_0 \frac{J_1(\gamma r_0)}{\gamma}$$
(90)

Nous substituons alors  $\hat{q}(\gamma, p)$  dans (88) pour obtenir :

$$\overline{\theta}_{el}(p) = \frac{2}{\lambda r_0^2} \int_0^{\infty} \widetilde{q}_0(p) r_0^2 \frac{J_1^2(\gamma r_0)}{\gamma \delta} d\gamma$$
(91)

D'autre part, l'hypothèse d'absence de chaleur en dehors du disque (intégration limitée à  $r_0$ ) conduit à la valeur moyenne de la totalité de la puissance thermique pour z = 0:

$$\overline{\Phi}(z=0,p) = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{r_0} \widetilde{q}(r,z=0,p) r dr d\theta = \pi r_0^2 \widetilde{q}_0(p)$$
(92)

L'impédance thermique, (84), sera donnée en utilisant les équations (91) et (92) :

~ (

$$Z_{TH}(p) = \frac{\overline{\Theta}_{el}(p)}{\overline{\Phi}(p)} = \frac{\frac{2}{\lambda r_0^2} \int_0^{\infty} \widetilde{q}_0(p) r_0^2 \frac{J_1^2(\gamma r_0)}{\gamma \delta} d\gamma}{\pi r_0^2 \widetilde{q}_0(p)}$$

$$= \frac{2}{\lambda \pi r_0^2} \int_0^{\infty} \frac{J_1^2(\gamma r_0)}{\gamma \delta} d\gamma$$
(93)

En introduisant le changement de variable suivant :  $\varepsilon = \gamma r_0$  et en remplaçant  $\delta$  par son expression donnée par son expression, (93) devient :

$$Z_{TH}(p) = \frac{2}{\pi r_0 \lambda} \int_0^\infty \frac{J_1^2(\varepsilon)}{\varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 + \frac{pr_0^2}{a}}} d\varepsilon$$
(94)

L'analyse faite permet de modéliser l'impédance thermique du transistor comme :

$$Z_{TH}(p) \approx \frac{1}{\frac{1}{Z_{trans}} + \frac{1}{R_{TH}}} = \frac{R_{TH}}{\left(1 + \sqrt{R_{TH}C_{TH}}\sqrt{p}\right)}$$
(95)

 $Z_{trans} = \frac{1}{\sqrt{\lambda\rho c} \left(\sqrt{p} \cdot \pi r_0^2\right)}$  représente la solution analytique aux temps courts.  $R_{TH} \left[ K / W \right] = \frac{8}{3\pi^2 \lambda r_0}$  représente la solution analytique aux temps longs.

Un circuit électrique équivalent permet de représenter cette impédance, caractérisée par un comportement en  $\frac{1}{\sqrt{p}}$ , sous la forme de la Figure II. 18:



Figure II. 19 : Circuit électrique équivalent généralisé

Ce modèle est caractérisé par son comportement non entier (ordre 1/2). Ecrit sous Matlab [MATLAB], ce code permet de résoudre rapidement le transfert de chaleur dans le TBH. Notons cependant que le passage de la géométrie rectangulaire de l'émetteur réel à la géométrie cylindrique du modèle induit un facteur de forme qui modifie l'élévation de température de façon importante et rend ce code inutilisable pour les émetteurs longs.

Un second exemple est le modèle développé par Y. Zimmerman [Zimm04], de l'équipe de M. Schroeder [Schr04] de l'Université technologique de Dresde. Mis au point pour le même type d'étude, ce travail utilise les fonctions de Green. Ce travail apporte une étude sur différents types de modèles de sources de chaleur, surfaciques et volumiques donnant une information sur les paramètres résistance thermique et capacité thermique. Egalement, le couplage multi émetteur est abordé avec un réseau de circuits élémentaires RC alimenté par des sources de puissance commandées. De plus, contrairement au modèle précédent, la géométrie est rectangulaire.

Il existe d'autres modèles tridimensionnels de ce type. Même si l'approche diffère parfois, les conditions aux limites de départ sont souvent similaires.

Cependant, il existe un point commun à ces approches, la couche de « back-end » est supposée être homogène. Ceci est bien sûr une hypothèse de travail, par contre elle limite la qualité des résultats.

## c) Modèles « milieu fini »

Le second type de modèle s'emploie à décrire les transferts de chaleur dans des milieux finis. Dans tous les cas les équations de la chaleur sont résolues, comme précédemment, avec des conditions spécifiques qui vont encore une fois limiter le champ de l'étude.

Nous pouvons citer tout d'abord le modèle G. Maranzana et Al. [Mara96], [Mara01]. La méthode employée est une méthode de modélisation de structures multiblocs, multicouches en utilisant la méthode des quadripôles thermiques. Egalement, le couplage des structures multiblocs aux interfaces, notamment les fonctions de température et de flux, est pris en compte avec la notion de « matrice de conversion de spectre ». Ce travail permet de développer la méthode analytique des quadripôles aux structures complexes des composants électroniques. Notons des complications lors de l'utilisation de la matrice de conversion, mais, également, le risque d'augmenter le temps de calcul en intégrant tout le domaine d'étude.

Dans cette catégorie, nous pouvons citer le travail réalisé par H. Beckrich. Le modèle est appliqué pour calculer la résistance thermique d'un transistor bipolaire à hétérojonction avec tranchées d'isolation (deep trench) [Beck05]. Cette méthode utilise une méthode de type discrète, donc, un peu à part d'une méthode analytique pure. Dans cette méthode, il est supposé que la matière constituant une structure peut être représentée par un ensemble de sous structures, ou éléments discrets constitués alors de résistances thermiques et capacités thermiques propres. Cette approche perd un peu de son intérêt lorsque la simulation nécessite un grand nombre de sous structure augmentant considérablement le temps de calcul. Il est également difficile de faire correspondre totalement le modèle à la réalité. Cependant ce type de modélisation, bien que plus complexe qu'une modélisation analytique "pure ", reste relativement rapide grâce à sa simplicité algorithmique.

#### 2.5.2 Modèles compacts

L'analogie thermo électrique permet de simuler les phénomènes thermiques dans les simulateurs.

Les modèles récents (MEXTRAM, HICUM, VBIC) prennent en compte les phénomènes thermiques de l'auto-échauffement (chapitre 1). Le simulateur considère la température de jonction comme un paramètre et à l'inverse des simulateurs physiques, où les solutions des problèmes électriques et thermique se font simultanément, avec par exemple l'algorithme de Newton-Raphson, [Szek97], les problèmes électriques et thermiques sont résolus indépendamment puis sont reliés par une boucle d'itération. On calcule le point de fonctionnement électrique (V<sub>n</sub>,I<sub>n</sub>), pour une simulation dynamique, par exemple à l'instant t<sub>n</sub>, à une température  $\langle T_M \rangle_n$ . Puis on injecte le couple (V<sub>n</sub>,I<sub>n</sub>) dans le circuit décrivant le modèle thermique du composant électrique afin de calculer la température T<sub>n+1</sub> à l'instant suivant. A t<sub>n+1</sub>, la température est utilisée pour déterminer le nouveau point de fonctionnement et l'algorithme est bouclé sur l'intervalle de temps considéré.

On détermine la puissance dissipée telle que :

$$P_{n+1} = V_n I_n (t_{n+1} - t_n)$$
(96)

Dans le cas, d'une étude statique on utilise le pas de simulation. Cette méthode nécessite une synchronisation et un contrôle de convergence afin d'éviter des problèmes numériques lors de la simulation.



Figure II. 20 : Couplage électrothermique

#### a) Modèle « RC » simple

Lorsque le transistor reçoit le signal en continu, la puissance dissipée est directement égale à la puissance fournie en continue.

$$P_{diss} = P_{continue} = I_c V_{ce} + I_b V_{be}$$

$$P_{diss} \approx I_c V_{ce}$$
(97)

Si le transistor passe de manière abrupte d'un point de polarisation, dans lequel on néglige l'auto-échauffement, pour un courant  $I_{B1}$  donné et dans une plage de tension  $V_{CE}$  donnée, à un état de fonctionnement  $I_{B2}$  dans lequel l'auto-échauffement apparaît sous forme de variation progressive de la tension  $V_{BE}$ , sa température augmente progressivement. Cette progression dépend de la constante de temps thermique  $\tau_T$  du composant.

C'est ce qui est posé dans les modèles de type SPICE , HICUM [SchrWeb], MEXTRAM[Kloo96-1] ou VBIC[McAn96], l'élévation de la température de jonction base émetteur (auto-échauffement) est classiquement représentée en utilisant un circuit thermique avec le modèle électrique classique du transistor. Ce circuit, supplémentaire dans les modèles de type compact décrivant les comportements électrique dans les transistors, consiste en une source de courant (puissance) connectée à une résistance thermique, R<sub>TH</sub>, en parallèle avec une capacité thermique, C<sub>TH</sub>, comme cela est montré sur la *Figure II. 21*.



Figure II. 21 : Représentation thermique

Ce modèle thermique, modèle de premier ordre, différent du modèle non entier, conduit, donc, à l'expression de la température de jonction comme :

$$\langle T_M \rangle(t) = R_{TH} \phi_0 - C_{TH} R_{TH} \frac{d \langle T_M \rangle(t)}{dt}$$
(98)

t est le temps et  $\Delta T_j$  la variation de la température de jonction. La détermination de C<sub>TH</sub> nécessite donc une étude en transitoire et la connaissance de la valeur de R<sub>TH</sub>. La solution analytique de ce type d'équation est :

$$\langle T_M \rangle (t) = R_{TH} \phi_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{C_{TH} R_{TH}}} \right)$$
(99)

A noter :

- En régime permanent (t tendant vers l'infini), l'équation précédente nous permet de retrouver le terme de  $R_{TH}$  :  $R_{TH} = \Delta T j / \Delta P_{diss}$
- Au temps courts, t tendant vers 0, nous retrouvons la capacité thermique,  $C_{TH}$ , tel que :

$$\frac{d\langle T_{M}\rangle(t)}{dt}\bigg|_{t\to 0} \to \frac{\phi_{0}}{C_{TH}}$$
(100)

Les grandes limitations de ce modèle ont été montrées dans la littérature, [Zwei96],c'est pourquoi d'autres auteurs ont suggéré des modèles d'ordre plus élevée afin d'apporter une plus grande précision, [Walk99].

#### b) Modèle à plusieurs cellules « RC »

Le modèle présenté dans ce paragraphe est le circuit équivalent généralisé [Stri59], appelé aussi modèle thermique en  $\pi$ , représenté *Figure II.* 22.



Figure II. 22 : Modèle thermique en  $\pi$  généralisé

On retrouve ce type de décomposition dans les méthodes de types Forster, Cauer.

La diffusion de la chaleur dans le milieu est exprimée en superposant un nombre infini de modes. Chaque mode est caractérisé par sa propre fonction et par sa constante du temps  $\tau_i$ . De ce fait, la solution exprimant l'élévation de la température est donnée sous la forme suivante :

$$\langle T_M \rangle (t) = \sum_{i=1}^n \Delta T_i \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right)$$
(101)

où  $\Delta T_i = R_{TH}\phi_0$  et  $\tau_i = C_{THi}R_{THi}$ .

En pratique, le degré de complexité de ce modèle compact et le temps de calcul nécessaire sont directement fonction de la précision cherchée. On note que le nombre de paramètres à déterminer est proportionnel aux nombres de cellules à identifier. Un circuit à n cellules nécessite 2n paramètres. Le nombre de cellules constituant la limite de complexité est aux alentour de 2, 3.

C'est pourquoi le modèle exponentiel d'ordre 1 est toujours le plus utilisé dans les simulateurs de circuit étant donné le fait que seuls deux paramètres doivent être déterminés.



Figure II. 23 : Elévation de la température de jonction : comparaison entre les modèles exponentiels du premier et du second ordre et des mesures sur des TBH SiGe à WxL=0,5x10μm<sup>2</sup>

La *Figure II.* 23 montre une comparaison, faite par D. J. Walkey et al.[Walk99], entre les modèles tronqués à une et deux cellules et des mesures réalisées sur des TBH SiGe avec puits d'isolation issus d'une technologie d'IBM [Hara95]. Nous remarquons une meilleure précision pour le modèle d'ordre 2.

#### c) Réseau récursif

Les travaux de [Mnif04] ont conduit, à partir de la solution analytique présentée au chapitre 2.2.1.2., à la réalisation d'un modèle compact performant ne nécessitant l'identification que de 3 paramètres.

Le réseau récursif parallèle à une représentation physique, Figure II. 24, permettant de mettre en évidence les échanges thermiques internes d'une structure modélisée. La description de ce type de réseau dépend de trois paramètres, dont les valeurs initiales sont calculées en se basant sur la méthode nodale. En effet, chaque élément discrétisé est représenté par un nœud associé à une capacité et une résistance localisés, l'ensemble de ce réseau peut traduire l'impédance thermique globale.

Considérons la structure, représentée sur la Figure II. 24, comme un milieu plan semi infini dans la direction z. Réalisons une discrétisation de ce milieu en considérant un pas d'espace variable tel que :  $\Delta z_1 = e_1$ ,  $\Delta z_2 = k\Delta z_1 = ke_1$ ,  $\Delta z_3 = k\Delta z_2 = k^2 e_1$ , ...,  $\Delta z_i = k\Delta z_{i-1} = k^i e_1$ . Chaque couche du matériau de conductivité  $\lambda$  et de capacité thermique  $\rho C_p$  peut être modélisée à partir de la cellule RC élémentaire, représentée sur la Figure II. 24. Le potentiel du nœud entre deux couches représente la variation de la température en ce point. Etant donné que l'épaisseur de deux couches adjacentes est corrélée par un facteur multiplicatif k, ce même facteur lie deux valeurs de résistances ou de capacités adjacentes ( $R_{i+1} = kR_i$ ,  $C_{i+1} = kC_i$ ).

Les valeurs des paramètres du circuit sont calculées à partir de leurs expressions physiques. Pour un flux de chaleur dans la direction z, la résistance thermique pour une couche d'épaisseur  $\Delta z_i$  est donnée par :

$$R_i = \frac{\Delta z_i}{A\lambda} = \frac{k^{i-1}e_1}{A\lambda}$$
(102)

A est la surface de la source de chaleur (égale à la surface de la fenêtre d'émetteur). La capacité thermique de cette couche est donnée par :

$$C_i = A\Delta z_i \rho c = Ak^{i-1} e_1 \rho c \tag{103}$$

Chaque couche est modélisée à partir d'une cellule élémentaire R<sub>i</sub>C<sub>i</sub>.

Le comportement thermique de la structure peut être modélisé à partir du réseau analogique représenté sur la Figure II. 24. La fonction de transfert du réseau est :

$$Z(p) = R + \frac{1}{Cp + \frac{1}{kR + \frac{1}{kCP + \frac{1}{k^2R + \frac{1}{k^2Cp + \cdots}}}}}$$
(104)

L'écriture de l'égalité (104), peut encore s'écrire :

$$Z(p) = R + \frac{1}{Cp + \frac{1}{kZ(k^2 p)}}$$
(105)

Soit :

$$Z(p) = R + \frac{kZ(k^2 p)}{kCpZ(k^2 p) + 1}$$
(106)



Figure II. 24 : Réseau récursif parallèle

Sur les figures Figure II. 25 et Figure II. 26, Mnif [Mnif02] a comparé pour le même nombre de nœuds (n=5), la réponse fréquentielle (modules et phases respectivement) entre le réseau récursif parallèle et le réseau récursif série. Le modèle de référence est celui donné par la solution analytique. Pour le réseau récursif parallèle, le pas de discrétisation  $e_1$  est 1nm, et le coefficient de récursivité k=3. Une très bonne précision pour les basses et hautes fréquences a été observée pour les deux réseaux. Les performances en moyennes fréquences sont nettement meilleures pour le réseau récursif parallèle.



Figure II. 25 : Comparaison entre les modules du modèle analytique, des impédances caractéristiques du réseau récursif série et du réseau récursif parallèle au nombre de cellules équivalent [Mnif04]



Figure II. 26 : Comparaison entre les phases du modèle analytique, des impédances caractéristiques du réseau récursif série et du réseau récursif parallèle au nombre de cellules équivalent [Mnif04]

#### 2.6 Conclusions

Ce chapitre nous a permis de localiser, avec une étude microscopique, le terme source de chaleur au niveau de la jonction base-collecteur.

L'étude macroscopique conduit à simplifier ce terme, en considérant que la source de chaleur est exclusivement liée à l'effet Joule.

D'autre part, l'observation des travaux réalisés sur la description analytique du transfert de chaleur montre l'absence d'étude sur la dissipation thermique vers la couche de « back-end », souvent considérée homogène.

Finalement, les modèles compacts utilisés pour simuler les phénomènes thermiques dans les simulateurs électriques montrent l'importance de bien prendre en compte, dans un modèle, des différents matériaux intervenant dans la diffusion de la chaleur. Le modèle récursif, discrétisant le milieu en couches de matériau donne de meilleurs résultats que le modèle « RC » simple.

Fort de ces observations, la prochaine étape de ce travail va consister à présenter un outil analytique décrivant les phénomènes thermiques dans un transistor bipolaire à hétérojonction de type SiGe. Une attention particulière sera portée pour amener le problème d'une structure complexe multicouche et hétérogène à une résolution complète du composant homogénéisé.

# 3 MODELISATION ANALYTIQUE

# **Objectifs**:

- Décrire des phénomènes de diffusion de la chaleur en régime instationnaire dans un milieu hétérogène : le transistor bipolaire à hétérojonction
- Définir les paramètres essentiels conditionnant. Expliciter la fonction de transfert thermique, l'impédance thermique, de ces composants avec la résistance thermique et la capacité thermique
- Utiliser les outils mathématiques de transformées de Laplace, Fourier et la méthode des quadripôles

# Sommaire

3 MODELISATION ANALYTIQUE10	)3
3.1 Introduction	)4
3.2 Modélisation géométrique10	)4
3.3 Description mathématique10	)7
3.4 Résolution par transformée intégrales10	)9
3.5 Représentation du transfert thermique sous la forme d'un résea	au
d'impédances thermiques11	13
3.6 Fonction de transfert	16
3.7 Transformées inverses	19
3.8 Expression de la température moyenne	20
3.9 Etude de sensibilité de la température moyenne aux paramètr	es
thermophysiques	29
3.10 Couplage inter cellules	33
3.11 Conclusions	35
3.12 Annexes	36

# 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons vu un certain nombre de modèles utilisés pour décrire les phénomènes thermiques dans les transistors, à l'échelle macroscopique.

Dans ce chapitre, nous allons présenter un modèle analytique du comportement thermique transitoire d'un TBH SiGe à l'échelle macroscopique. Ce modèle se veut plus proche de la réalité.

Pour l'élaboration de notre modèle analytique, nous utilisons la méthode des quadripôles thermiques. Cette méthode a été choisie pour sa simplicité d'utilisation et son adaptation à décrire les transferts thermiques dans les systèmes multicouches. Elle repose sur l'utilisation de transformées intégrales du temps et de l'espace.

Nous obtiendrons l'expression de l'impédance thermique qui relie la température moyenne à la jonction base-collecteur au flux de chaleur dissipé.

Nous analyserons dans un deuxième temps la sensibilité de la température moyenne à certains paramètres thermophysiques mal connus telle que la conductivité thermique de la couche composite de « back-end ».

# 3.2 Modélisation géométrique

# 3.2.1 Arrangement périodique

Dans notre configuration d'étude, les transistors bipolaires à hétérojonctions SiGe sont implantés, en grand nombre, sur des substrats de silicium comme le montre la *Figure III.* 1.



Figure III. 1: Un wafer de silicium

Cette observation conduit à définir l'hypothèse d'un arrangement périodique, décrit par la *Figure III.* 2. Chaque rectangle va correspondre à une cellule transistor vue de dessus.



Figure III. 2: Schéma de l'arrangement périodique des transistors

Chaque transistor correspond à son ensemble émetteur  $(W \times L)$ , base collecteur délimité par son deep-trench.

Dans notre configuration expérimentale, un seul transistor sera sollicité. En d'autres termes,  $W_C$  et  $L_C$  doivent être choisis très grand devant l'épaisseur du wafer.

### 3.2.2 Cellule de référence

L'arrangement périodique nous conduit à définir la cellule de référence représentée sur la *Figure III.* 3.



Figure III. 3: Description d'un quart cellule élémentaire Nomenclature épaisseur des couches

Le système est constitué de trois domaines principaux décrits Figure III. 3.

Le flux de chaleur dissipé est donné par l'expression  $P_{diss} = I_C V_{CE} + I_B V_{BE}$ , dissipé au niveau de la jonction base-émetteur, zone active du transistor bipolaire. On observe que le terme  $I_C V_{CE}$  est beaucoup plus grand devant le terme  $I_B V_{BE}$ , chapitre 1. La raison invoquée est directement liée à l'effet transistor, qui amplifie le courant collecteur par rapport au courant de base. On pourra donc négliger le flux dissipé au niveau de la jonction base émetteur devant celui

dissipé au niveau de la jonction collecteur base (*Figure III.* 3). Nous définissons l'origine des z au niveau de la surface d'application du flux. Comme nous l'avons remarqué au chapitre 1, la jonction émetteur base a une aire comparable à celle de la jonction base collecteur. Nous noterons  $L_e$  et  $W_e$  ces dimensions. Le flux de chaleur diffuse, d'une part, vers la couche supérieure, couche de « back-end »  $\Omega_1$ , puis vers le milieu ambiant et d'autre part, vers le substrat de silicium  $\Omega_3$ .

La température est mesurée à l'endroit de la jonction base émetteur comme cela sera indiqué au chapitre suivant.

Le domaine  $\Omega_2$  et  $\Omega_3$  sont homogènes, ils sont constitués de silicium. Le domaine  $\Omega_1$  est une couche composite constituée des vias, de métaux, de SiO<sub>2</sub> et de plots.

Chaque domaine  $\Omega_i$  possède une conductivité thermique  $\lambda_i$ , équivalente pour le domaine  $\Omega_1$ , exprimée en Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>, une chaleur spécifique  $(\rho c_p)_i$ , exprimée en Jm<sup>-3</sup>K<sup>-1</sup>, même remarque que pour la conductivité thermique du domaine  $\Omega_1$ , une épaisseur e<sub>i</sub>.  $\varphi_1$  correspond au flux de chaleur dissipé vers la couche de « back-end »  $\Omega_1$ ,  $\varphi_2$  correspond au flux de chaleur dissipé vers le substrat  $\Omega_3$ .

#### 3.3 Description mathématique

Le transfert de chaleur est transitoire et tridimensionnel, la température en tout point et à chaque instant est notée : T(x, y, z, t). Les relations nécessaires pour prédire l'évolution du champ de température en régime instationnaire au sein de la géométrie précédemment décrite sont les équations de la chaleur, la condition initiale et les conditions aux limites.

$$\frac{1}{a_i}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad \text{dans } \Omega_i \ (i = 1, 2, 3), \text{ pour } t > 0$$
(107)

La température à la base du Wafer est imposée par un échangeur dont la température est égale à la température ambiante que l'on prendra nulle pour simplifier (simple changement de variables):

$$T(x, y, z, t) = 0, \ a \ z = e_3 + e_{mc}, \ \text{pour } t > 0$$
 (108)

La température initiale en tout point est donc égale à la température ambiante :

$$T(x, y, z, t = 0) = 0$$
(109)

Les conditions de périodicité dans les directions x et y se traduisent par des conditions d'adiabaticité :

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} = 0, \text{ pour } x = W_c \text{ et } y = L_c, \text{ pour } t > 0$$
(110)

L'échange de chaleur avec le milieu ambiant à la surface du wafer se fait par convection naturelle. La condition limite s'écrit classiquement :

$$-\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} = hT, \ \dot{a} \ z = -e_1 - e_m, \ \text{pour} \ t > 0 \tag{111}$$

La densité de flux de chaleur dissipée au niveau de la jonction collecteur - base est supposée parfaitement constante au cours du temps. La densité de flux de chaleur s'écrit :

$$\varphi_{diss} = \varphi_0 H(t) \Big[ H(x) - H(x - X_e) \Big] \Big[ H(y) - H(y - Y_e) \Big], \text{ à } z = 0, \text{ pour } t > 0$$
(112)

*H* est la fonction d'Heaviside. Elle représente la fonction mathématique décrivant l'échelon de la densité de flux de chaleur dissipée.

A l'interface, entre chaque domaine  $\Omega_i$ , nous rajoutons les conditions de continuité du flux de chaleur et de la température. Le contact est parfait entre chaque couche.

$$T_{1}(x, y, z, t) = T_{2}(x, y, z, t) \lambda_{1} \vec{\nabla} T_{1}(x, y, z, t) = \lambda_{2} \vec{\nabla} T_{2}(x, y, z, t)$$
  $z = -e_{m}, t > 0$  (113)

Ainsi que,
$$T_{2}(x, y, z, t) = T_{3}(x, y, z, t) \lambda_{2}\vec{\nabla}T_{2}(x, y, z, t) = \lambda_{3}\vec{\nabla}T_{3}(x, y, z, t)$$
$$z = e_{mc}, t > 0$$
(114)

#### 3.4 Résolution par transformée intégrales

Le principe de la résolution par transformée intégrale permet de ramener la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles à la résolution d'une équation différentielle. Le formalisme qui constitue cette démarche permet la résolution rapide et efficace de problèmes dont la configuration géométrique présente des symétries.



Figure III. 4 : transfert 3D dans une couche d'épaisseur e

Dans cette représentation, nous pouvons exprimer le flux et la température d'entrés en fonction des mêmes grandeurs sur la face opposée, à la sortie comme :

$$\begin{pmatrix} \varphi_e \\ T_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_S \\ T_S \end{pmatrix}$$

Afin de simplifier l'exposé de la méthode de résolution, nous n'allons considérer qu'un seul milieu d'épaisseur *e*, de conductivité  $\lambda$  et de diffusivité *a*. Ce milieu est représenté sur la *Figure III.* 4. Les équations du transfert de chaleur sont :

$$\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \operatorname{dans} \Omega, \text{ pour } t > 0$$
(115)

La température initiale en tout point est :

$$T(x, y, z, t = 0) = 0 \tag{116}$$

Les conditions d'adiabaticité aux frontières dans les directions x et y :

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} = 0, \text{ pour } x = W_c \text{ et } y = L_c$$
(117)

Enfin, nous désignons par  $\varphi_e$  et  $\varphi_s$  les densité de flux en x=0 et x=e respectivement.

$$\varphi(x=0,t) = \varphi_0 \tag{118}$$

$$\varphi(x=e,t) = \varphi_e \tag{119}$$

#### 3.4.1 Transformée de Laplace

Le choix de la transformée intégrale pour le temps est la transformée de Laplace :

$$\theta(M,p) = \int_{0}^{\infty} T(M,t) \exp(-pt) dt$$
(120)

*p* désigne la variable de Laplace.

Le système d'équations (115) à (119) devient alors :

$$\frac{p\theta}{a} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \operatorname{dans} \Omega, \text{ pour } t > 0$$
(121)

$$\frac{\partial \theta(M,t)}{\partial x} = \frac{\partial \theta(M,t)}{\partial y} = 0, \text{ pour } x = W_c \text{ et } y = L_c$$
(122)

$$\psi(x, y, z = 0, t) = \psi_0(x, y, p)$$
 (123)

$$\psi(x, y, z = e, t) = \psi_e(x, y, p)$$
(124)

Les termes  $\psi_0(x, y, p)$  et  $\psi_e(x, y, p)$  sont les transformés de Laplace des flux  $\varphi_0(x, y, z, t)$  et  $\varphi_e(x, y, z, t)$  respectivement.

#### 3.4.2 Transformée de Fourier

Les conditions de périodicité dans les directions x et y, relation (122), nous conduisent à appliquer les transformées de Fourier cosinus (TFC) relativement à ces deux variables :

$$\overline{\theta}(\alpha_n,\beta_m,z,p) = \int_0^{W_c} \int_0^{L_c} \theta(x,y,z,p) \cos(\beta_m y) \cos(\alpha_n x) \,\mathrm{d}x \,\mathrm{d}y$$
(125)

 $\overline{\theta}$  est la température transformée. Les conditions d'adiabaticité conduisent aux valeurs propres qui sont solutions de l'équation (122) du problème :

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L_c} \tag{126}$$

$$\beta_m = \frac{m\pi}{W_c} \tag{127}$$

En appliquant la transformée (125) sur les relations (121) à (124), nous obtenons :

$$\frac{\mathrm{d}^{2}}{\mathrm{d}z^{2}}\overline{\theta}(\alpha_{n},\beta_{m},z,p) - \left(\alpha_{n}^{2} + \beta_{m}^{2} + \frac{p}{a}\right)\overline{\theta}(\alpha_{n},\beta_{m},z,p) = 0$$
(128)

$$\overline{\psi}(\alpha_n,\beta_m,z=0,t) = \overline{\psi}_0(\alpha_n,\beta_m,p)$$
(129)

$$\overline{\psi}(\alpha_n,\beta_m,z=e,t) = \overline{\psi}_e(\alpha_n,\beta_m,p)$$
(130)

 $\overline{\psi}$  est le flux de chaleur transformé.

Comme on le voit, l'application des deux types de transformées intégrales a permis de ramener l'équation aux dérivées partielles (115) à celle de l'équation différentielle (128) dont la solution est :

$$\overline{\theta}(\alpha_n, \beta_m, z, p) = K_1 \cosh\left(\delta_{n,m} z\right) + K_2 \sinh\left(\delta_{n,m} z\right)$$
(131)

Avec :

$$\delta_{n,m}^{2} = \alpha_{n}^{2} + \beta_{m}^{2} + \frac{p}{a}$$
(132)

Les fonctions cosh et sinh sont les fonctions cosinus et sinus hyperboliques respectivement.

#### 3.4.3 Quadripôle thermique

A partir de la solution analytique (131) et en tenant compte des conditions aux limites (129) et (130), nous pouvons exprimer le flux et la température transformés en z=0 en fonction des mêmes grandeurs sur la face opposée (z=e) comme :

$$\begin{pmatrix} \overline{\theta}(\alpha_n, \beta_m, 0, p) \\ \overline{\psi}(\alpha_n, \beta_m, 0, p) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{n,m} & B_{n,m} \\ C_{n,m} & D_{n,m} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \overline{\theta}(\alpha_n, \beta_m, e, p) \\ \overline{\psi}(\alpha_n, \beta_m, 0, p) \end{pmatrix}$$
(133)

Les composantes de la matrice étant :

$$\begin{bmatrix} A_{n,m} & B_{n,m} \\ C_{n,m} & D_{n,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\delta_{n,m}e) & \frac{\sinh(\delta_{n,m}e)}{\lambda \delta_{n,m}} \\ \lambda \delta_{n,m} \sinh(\delta_{n,m}e) & \cosh(\delta_{n,m}e) \end{bmatrix}$$
(134)

Cette matrice est nommée quadripôle. On peut représenter le transfert de chaleur dans la couche d'épaisseur e sous la forme du réseau d'impédances représenté sur la *Figure III.* 5.



Figure III. 5: Représentation d'un quadripôle thermique

Grâce aux relations (133) et (134), il existe une solution en  $\pi$ , on trouve l'expression de chaque impédance :

$$Z_{1} = \frac{A_{n,m} - 1}{C_{n,m}} = \frac{\cosh\left(\delta_{n,m} e\right) - 1}{\lambda \,\delta_{n,m} \sinh\left(\delta_{n,m} e\right)}$$
(135)

$$Z_2 = \frac{D_{n,m} - 1}{C_{n,m}} = Z_1 \tag{136}$$

$$Z_3 = \frac{1}{C_{n,m}} = \frac{1}{\lambda \,\delta_{n,m} \sinh\left(\delta_{n,m} \,e\right)} \tag{137}$$

# 3.5 Représentation du transfert thermique sous la forme d'un réseau d'impédances thermiques

En utilisant le formalisme précédent, nous pouvons représenter le transfert de chaleur dans notre système sous la forme du réseau d'impédances représenté sur la *Figure III.* 6. L'utilisation de la méthode des quadripôles, dans chaque domaine  $\Omega_i$ , conduit à représenter chaque couche par sa représentation matricielle (133) et son réseau d'impédance, *Figure III.* 5. Les relations de continuité du flux et de la température (113) et (114) permettent de relier directement chaque réseau. Signalons qu'il est toujours possible de prendre en compte une résistance thermique de contact  $R_c$  à l'interface de deux couches, le quadripôle associé

s'écrirait :  $M_{R_c} = \begin{pmatrix} 1 & R_c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Le transfert du flux de chaleur,  $\overline{\psi}$ , dans le composant va se répartir en deux flux principaux  $\overline{\psi_1}$  et  $\overline{\psi_2}$ . Le premier flux de chaleur diffuse dans une partie du deep trench, représentée par le quadripôle  $Z_m$ , puis dans la couche de « back-end » homogénéisée, représentée par le quadripôle  $Z_1$ . L'échange avec l'air ambiant est caractérisé par la résistance thermique  $\frac{1}{h_s}$ . Le second flux diffuse dans l'autre partie du deep trench, caractérisée par le quadripôle  $Z_{mc}$ , puis le substrat  $Z_3$ . On retrouve la condition à la limite de température imposée sur le wafer. On retrouve, également le point de mesure (température  $\overline{\theta}_M$ ) localisé au niveau de la jonction base émetteur.



Figure III. 6: Réseau d'impédances représentant le HBT SiGe



Figure III. 7: Vue en coupe selon le plan (x,z) du domaine  $\Omega_2$ 

D'un point de vue phénoménologique, le flux de chaleur est confiné dans  $\Omega_2$  entre les tranchées isolantes (*Figure III.* 7). Compte tenu des dimensions entre les deep-trenchs,  $L_D$  et la longueur  $L_C$  de la cellule ( $L_D < L_C$ ), le flux peut être considéré comme unidimensionnel selon z. Le réseau d'impédance décrivant le deep trench peut alors simplement être remplacé par deux résistances thermiques de constrictions.

En première approximation, les résistances de constrictions sont égales à :

$$Rc_1 = \frac{e_m}{\lambda_2} \tag{138}$$

$$Rc_2 = \frac{e_{mc}}{\lambda_2} \tag{139}$$

Le réseau d'impédances thermiques représentant le transistor bipolaire SiGe devient celui de la *Figure III. 8*.



Figure III. 8: Réseau d'impédances simplifié du HBT SiGe

Nous avons considéré que le flux de chaleur était localisé au niveau de la jonction base collecteur. Comme nous le verrons par la suite, il sera possible de négliger la résistance de constriction  $Rc_1$  devant  $Z_1$  étant donné que  $e_m \ll e_1$ . En d'autres termes, cela revient à considérer que la zone de mesure et la zone de production de chaleur sont confondues, *Figure III.* 9. Néanmoins, pour la suite de notre exposé, nous conserverons  $Rc_1$  dans les équations.



Figure III. 9 : Nouveau réseau d'impédances représentant le HBT SiGe

#### 3.6 Fonction de transfert

Présentons le problème d'une façon générale. On pose:

$$\overline{\theta}(\alpha_n,\beta_m,0,p) = \overline{\theta_0} \tag{140}$$

On a:

$$\overline{\psi_0} = \overline{\psi_1} + \overline{\psi_2} \tag{141}$$

D'aprés le réseau d'impédances de la *Figure III.* 8, le transfert de chaleur pour z < 0 s'écrit:

$$\begin{pmatrix} \overline{\theta_0} \\ \overline{\psi_1} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & Rc_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Résistance de constriction Couche de passivation}} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \overline{\theta}(\alpha_n, \beta_m, e_1 + e_m, p) \\ h \overline{\theta}(\alpha_n, \beta_m, e_1 + e_m, p) \end{pmatrix}$$
(142)

Ou encore,

$$\frac{\overline{\theta_0}}{\overline{\psi_1}} = \frac{A_1 + Rc_1 C_1 + h(B_1 + Rc_1 D_1)}{C_1 + h D_1} = Z_d(\alpha_n, \beta_m, p)$$
(143)

Dans cette relation les valeurs de  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  et  $D_1$  sont données par la relation (134) en remplaçant les valeurs des paramètres thermiques par ceux de la couche 1 et également par

$$\delta_{n,m}^{2} = \alpha_{n}^{2} + \beta_{m}^{2} + \frac{p}{a_{1}}$$
(144)

Le transfert de chaleur pour z > 0 donne :

$$\begin{pmatrix} \overline{\theta_0} \\ \overline{\psi_2} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & Rc_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Résistance de constriction Couche de substrat}} \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \overline{\psi}(\alpha_n, \beta_m, e_3 + e_{mc}, p) \end{pmatrix}$$
(145)

$$\frac{\theta_0}{\psi_2} = \frac{B_3 + Rc_2 D_3}{D_3} = Z_s(\alpha_n, \beta_m, p)$$
(146)

Les valeurs de  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  et  $D_2$  sont données par la relation (134) en remplaçant, maintenant, les valeurs des paramètres thermiques par ceux de la couche 3 et avec :

$$\delta_{n,m}^{2} = \alpha_{n}^{2} + \beta_{m}^{2} + \frac{p}{a_{3}}$$
(147)

En utilisant les relations (143) et (146), dans la relation (141) nous obtenons :

$$\overline{\theta_0} = Z_0(\alpha_n, \beta_m, p)\overline{\psi_0}$$
(148)

Avec :

$$\frac{1}{Z_0(\alpha_n,\beta_m,p)} = \frac{1}{Z_d(\alpha_n,\beta_m,p)} + \frac{1}{Z_s(\alpha_n,\beta_m,p)}$$
(149)

Recherchons, maintenant, l'expression de la température au point de mesure, on a:

$$\overline{\theta_0} - \overline{\theta_M} = Rc_1 \overline{\psi_1} \tag{150}$$

Avec (36), on obtient :

$$Z_0 \overline{\psi_0} - \overline{\theta_M} = Rc_1 \frac{Z_0 \psi_0}{Z_d}$$
(151)

Finalement, l'expression de la température transformée au point de mesure en fonction du flux dissipé s'écrit :

$$\overline{\theta_M} = Z_M \overline{\psi}_0 \tag{152}$$

Avec :

$$Z_M = Z_0 \left( 1 - \frac{R_{C1}}{Z_d} \right) \tag{153}$$

#### 3.6.1 Expression du flux transformé

La densité de flux est reliée à la relation (112). Nous appliquons les deux transformées intégrales sur cette expression. La transformée de Laplace sur la variable *t* conduit à,

$$\psi_0(x, y, p) = \begin{cases} 0 \text{ si } x > x_e, y > y_e \\ \frac{\varphi_0}{p}, \text{ sinon} \end{cases}$$
(154)

Transformées de Fourier cosinus selon x et y,

$$\overline{\psi_0} = \int_0^{X_e} \int_0^{Y_e} \frac{\varphi_0}{s} \cos(\alpha_n x) \cos(\beta_m y) dx dy$$
(155)

soit :

$$\overline{\psi_{0}} = \begin{cases} \frac{\varphi_{0}}{s} \frac{\sin\left(\alpha_{n} L_{e}\right)}{\alpha_{n}} \frac{\sin\left(\beta_{m} W_{e}\right)}{\beta_{m}}, n \neq 0 \text{ and } m \neq 0 \\ \frac{\varphi_{0}}{s} \frac{\sin\left(\alpha_{n} L_{e}\right)}{\alpha_{n}} W_{e}, n \neq 0 \text{ and } m = 0 \\ \frac{\varphi_{0}}{s} L_{e} \frac{\sin\left(\beta_{m} W_{e}\right)}{\beta_{m}}, n = 0 \text{ and } m \neq 0 \\ \frac{\varphi_{0}}{s} L_{e} W_{e}, n = 0 \text{ and } m = 0 \end{cases}$$

$$(156)$$

Remarque :

Cette approche par transformées intégrales trouve son application, également, dans les transistors HBT multi digités tels que celui présenté *Figure III.* 10. Nous montrerons, en

perspective, un exemple d'application directe de notre modèle analytique de l'évolution de la température moyenne dans un transistor bipolaire à hétérojonction SiGe multidigités.



Figure III. 10 : Schématisation d'une structure à doigts d'émetteurs multi digitée dans le HBT SiGe

#### 3.7 Transformées inverses

#### 3.7.1 Transformée de Fourier inverse

On effectue, ensuite, la transformée inverse de Fourier de  $\overline{\theta}_M(\alpha_n, \beta_m, p)$ .

$$\theta_{M}(x, y, p) = \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=0}^{M} \frac{\cos(\alpha_{n}x)\cos(\beta_{m}y)}{N(\alpha_{n})N(\beta_{m})} \overline{\theta}_{M}(\alpha_{n}, \beta_{m}, p)$$
(157)

Avec :

$$\begin{cases} N(\alpha_n) = \int_0^{L_C} \cos^2(\alpha_n x) \, dx = \begin{cases} L_C \\ \frac{L_C}{2} \end{cases} \\ N(\beta_m) = \int_0^{W_C} \cos^2(\beta_m x) \, dx = \begin{cases} W_C \\ \frac{W_C}{2} \end{cases} \end{cases}$$
(158)

#### 3.7.2 Transformée de Laplace inverse

La transformée inverse de Laplace est obtenue, numériquement, en utilisant l'algorithme d'inversion de Gaver-Stehfest [Abat05], [Mail00]. L'algorithme de Gaver-Stehfest se distingue par le fait qu'il n'utilise pas de nombres complexes (à contrario de la formule d'inversion Mellin-Fourier) et qu'il soit très simple d'utilisation.

La température est inversée en utilisant l'expression [Mail00] :

$$T_M(x, y, t) \cong \frac{\ln 2}{t} \sum_{j=1}^N V_j \,\theta_M(x, y, \frac{j \ln 2}{t})$$
(159)

En pratique N est égale à 10. L'expression précédente contient, les valeurs des constantes  $V_j$  sont :

$$V_{j} = (-1)^{j+N/2} \sum_{k=Int(j+1)/2}^{Min(N/2,j)} \frac{k^{N/2} (2k)!}{(N/2-k)!k!(k-1)!(j-k)!(2k-j)!}$$
(160)

Les valeurs de V<sub>j</sub> sont [Degi94] :

$$V_1=1/12$$
;  $V_2=-385/12$ ;  $V_3=1279$ ;  $V_4=-46871/3$ ;  $V_5=505465/6$ ;  $V_6=-473915/2$ ;  $V_7=1127735/3$ ;  $V_8=-1020215/3$ ;  $V_9=328125/2$ ;  $V_{10}=-65625/2$ .

#### 3.8 Expression de la température moyenne

A ce stade, on introduit la valeur moyenne de l'élévation de la température au point de mesure afin de la comparer à la valeur expérimentale. L'élévation de température moyenne s'écrit :

$$\left\langle T_{M}\left(x,y,t\right)\right\rangle = \frac{1}{L_{e}W_{e}}\int_{0}^{L_{e}W_{e}} \int_{0}^{W_{e}} T_{M}\left(x,y,t\right) \mathrm{d}x \,\mathrm{d}y \tag{161}$$

Soit :

$$\left\langle T_{M}\left(x,y,t\right)\right\rangle = \frac{1}{L_{e}W_{e}} \int_{0}^{L_{e}} \int_{0}^{W_{e}} \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=0}^{M} \frac{\cos(\alpha_{n}x)\cos(\beta_{m}y)}{N(\alpha_{n})N(\beta_{m})} \overline{\overline{\theta}_{M}}\left(\alpha_{n},\beta_{m},t\right) \mathrm{d}x \,\mathrm{d}y \tag{162}$$

Nous notons  $\overline{\overline{\theta_M}}(\alpha_n, \beta_m, t)$  la transformée inverse de Laplace de  $\overline{\theta_M}(\alpha_n, \beta_m, p)$ Avec la relation (162), on trouve :

$$\left\langle T_{M} \right\rangle = \begin{cases} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} 4 \frac{\sin\left(\alpha_{n} L_{e}\right) \sin\left(\beta_{m} W_{e}\right)}{L_{e} W_{e} L_{c} W_{c} \alpha_{n} \beta_{m}} \overline{\overline{\theta}_{M}} \left(\alpha_{n}, \beta_{m}, t\right) \\ + \sum_{n=1}^{N} 2 \frac{\sin\left(\alpha_{n} L_{e}\right)}{L_{e} L_{c} W_{c} \alpha_{n}} \overline{\overline{\theta}_{M}} \left(\alpha_{n}, 0, t\right) \\ + \sum_{m=1}^{M} 2 \frac{\sin\left(\beta_{m} W_{e}\right)}{W_{e} L_{c} W_{c} \beta_{m}} \overline{\overline{\theta}_{M}} \left(0, \beta_{m}, t\right) \\ + \frac{1}{L_{c} W_{c}} \overline{\overline{\theta}_{M}} \left(0, 0, t\right) \end{cases}$$
(163)

La relation (163) signifie qu'en pratique, nous effectuons d'abord la transformée de Laplace inverse puis nous calculons  $\langle T_M \rangle$  à partir de cette relation.

Les valeurs de N et de M, correspondant aux nombres de termes dans les séries pour le calcul de la transformée de Fourier inverse (relation(163)) dépendent des dimensions  $L_c$  et  $W_c$  de la cellule et  $L_e$  et  $W_e$  de l'émetteur.

En particulier, il sera nécessaire que le minimum soit tel que  $min N = \frac{L_C}{L_e}$  et  $min M = \frac{W_C}{W_e}$ . Afin de calculer la valeur exacte, nous avons tracé sur la *Figure III.* 11, la quantité  $\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N} \left( \left\langle T_M^{N_{ref}} \right\rangle(i) - \left\langle T_M^{N} \right\rangle(i) \right)^2$  en fonction de *N*, en prenant  $N_{ref} = 1500$ . La *Figure III.* 11 montre que le temps de calcul augmente exponentiellement avec la valeur de *N*. La position des courbes et les résultats de faible écart type, dispersion des valeurs autour de la valeur de référence correspondant à N=1500, nous amène à choisir N=500.



Figure III. 11: Comportement au nombre de termes de Fourier

#### 3.8.1 Comportements asymptotiques

#### a) Régime permanent

C'est la solution correspondant aux temps longs, quand  $t \rightarrow \infty$  c'est à dire pour  $p \rightarrow 0$ . Dés lors le réseau d'impédances représenté sur la figure devient un réseau résistif comme cela est représenté sur la *Figure III.* 12.



Figure III. 12: Réseau d'impédances correspondant au régime permanent

Rappelons que :

$$\begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\left(\delta_{n,m}e_i\right) & \frac{\sinh\left(\delta_{n,m}e_i\right)}{\lambda_i \,\delta_{n,m}} \\ \lambda_i \,\delta_{n,m} \sinh\left(\delta_{n,m}e_i\right) & \cosh\left(\delta_{n,m}e_i\right) \end{bmatrix}$$
(164)

On remplace les fonctions hyperboliques par leurs expressions en exponentielle :

$$\cosh\left(\delta_{n,m} \, e_{i}\right) = \frac{e^{\delta_{n,m} \, e_{i}}}{2} \left(1 + e^{-2\delta_{n,m} \, e_{i}}\right) \tag{165}$$

et :

$$\sinh(\delta_{in,m} e_i) = \frac{e^{\delta_{in,m} e_i}}{2} \left(1 - e^{-2\delta_{in,m} e_i}\right)$$
(166)

avec :

$$\delta_{n,m}^{2} = \alpha_{n}^{2} + \beta_{m}^{2}$$
(167)

L'impédance  $Z_d(\alpha_n, \beta_n, 0, p \to 0) = Z_{d0}$  a pour valeur :

$$\frac{Z_{d0}(\alpha_{n},\beta_{m}) = \frac{\left(1 + e^{-2\delta_{n,m}e_{1}}\right) + R_{c1}\left(1 - e^{-2\delta_{n,m}e_{1}}\right)\lambda_{1}\delta_{n,m} + h\left(\frac{\left(1 - e^{-2\delta_{n,m}e_{1}}\right)}{\lambda_{1}\delta_{n,m}} + R_{c1}\left(1 + e^{-2\delta_{n,m}e_{1}}\right)\right)}{\left(1 - e^{-2\delta_{n,m}e_{1}}\right)\lambda_{1}\delta_{n,m}} + h\left(1 + e^{-2\delta_{n,m}e_{1}}\right)$$
(168)

La solution pour l'impédance  $Z_s(\alpha_n, \beta_n, 0, p \to 0) = Z_{s0}$  est :

$$Z_{s0}(\alpha_n, \beta_m) = \frac{\frac{\left(1 - e^{-2\delta_{n,m}e_3}\right)}{\lambda_3 \,\delta_{n,m}} + R_{C2}\left(1 + e^{-2\delta_{n,m}e_3}\right)}{\left(1 - e^{-2\delta_{n,m}e_3}\right)}$$
(169)

On obtient, finalement, l'impédance totale aux temps longs :

$$\frac{1}{Z_M(\alpha_n,\beta_m)} = \frac{1}{Z_{d0}(\alpha_n,\beta_m)} + \frac{1}{Z_{s0}(\alpha_n,\beta_m)}$$
(170)

Avec les relations (156) et (170) nous écrivons :

$$R_{TH} = \begin{cases} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} 4 \frac{\sin^{2}(\alpha_{n} L_{e}) \sin^{2}(\beta_{m} W_{e})}{L_{e} W_{e} L_{c} W_{c} \alpha_{n}^{2} \beta_{m}^{2}} Z_{M_{0}}(\alpha_{n}, \beta_{m}) \\ + \sum_{n=1}^{N} 2 \frac{\sin^{2}(\alpha_{n} L_{e})}{L_{e} L_{c} W_{c} \alpha_{n}^{2}} W_{e} Z_{M_{0}}(\alpha_{n}, 0) \\ + \sum_{m=1}^{M} 2 \frac{\sin^{2}(\beta_{m} W_{e})}{W_{e} L_{c} W_{c} \beta_{m}} L_{e} Z_{M_{0}}(0, \beta_{m}) \\ + \frac{L_{e} W}{L_{c} W_{c}} Z_{M_{0}}(0, 0) \end{cases}$$
(171)

R<sub>TH</sub> s'exprime ici en [Km<sup>2</sup>/W].

#### b) Régime transitoire

Aux temps très courts, le réseau d'impédances est assimilable au réseau représenté sur la *Figure III.* 13. Les impédances traduisent le comportement assimilable à deux milieux semi infinis du substrat et de la couche supérieure.



Figure III. 13 : Réseau d'impédances correspondant au temps court

En reprenant le même raisonnement que précédemment, en régime permanent, en utilisant les relations (143) et (146) nous trouvons :

$$Z_{d\infty}(\alpha_n, \beta_m, p \to \infty) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1(\rho c)_1 p}} + R_{c1}$$
(172)

et :

$$Z_{s\infty}(\alpha_n, \beta_m) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_3(\rho c)_3 p}} + R_{C2}$$
(173)

Donc l'impédance totale aux temps courts est :

$$\frac{1}{Z_{trans}(p)} = \frac{1}{Z_{d\infty}(p)} + \frac{1}{Z_{s\infty}(p)}$$
(174)

En utilisant l'analyse réalisée par Mnif [Mnif04], le circuit électrique équivalent, représentant les deux régimes aux temps courts et aux temps longs mis en parallèles est schématisé *Figure III.* 14. L'impédance thermique du transistor généralisée est modélisée dans le domaine fréquentiel par :

$$Z_{TH}(p) \approx \frac{1}{\frac{1}{Z_{trans}} + \frac{1}{R_{TH}}} = \frac{R_{TH}}{\left(1 + \sqrt{R_{TH}C_{TH}}\sqrt{p}\right)}$$
(175)

Avec la valeur de p qui s'écrit  $p = j\omega$ 





Ce raisonnement conduit à :

$$Z_{trans} = \sqrt{\frac{R_{TH}}{C_{TH}p}} S_E = \frac{1}{\frac{1}{Z_{d\infty}(p)} + \frac{1}{Z_{s\infty}(p)}}$$
(176)

$$Z_{trans} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\lambda_3(\rho c)_3 p}} + R_{C2}}} + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\lambda_1(\rho c)_1 p}} + R_{C1}}}$$
(177)

Posons,  $\sqrt{\lambda_3(\rho c)_3} = A \operatorname{et} \sqrt{\lambda_1(\rho c)_1} = B$ 

En utilisant les propriétés du développement limité autour de 0, en posant que les termes

$$\frac{1}{R_{C1}A\sqrt{p}}\bigg|_{p\to\infty} \to 0 \text{ et } \frac{1}{R_{C2}B\sqrt{p}}\bigg|_{p\to\infty} \to 0 \text{ nous obtenons les expressions suivantes :}$$
$$\frac{1}{Z_{1\infty}} = \frac{1}{R_{C1}} \left(1 - \frac{1}{R_{C1}A\sqrt{p}}\right) \tag{178}$$

$$\frac{1}{Z_{3\infty}} = \frac{1}{R_{C2}} \left( 1 - \frac{1}{R_{C2} B \sqrt{p}} \right)$$
(179)

Posons : 
$$C = \frac{1}{R_{C2}} + \frac{1}{R_{C1}} = \frac{R_{C1} + R_{C2}}{R_{C1}R_{C2}}$$
 et  $D = \frac{BR_{C2}^2 + AR_{C1}^2}{BAR_{C2}^2R_{C1}^2}$ ,  $Z_{trans}$  devient :  
 $Z_{trans} = \frac{1}{C} + \frac{D}{C^2\sqrt{p}}$ 
(180)

Soit :

$$\frac{R_{C1}R_{C2}}{R_{C1}+R_{C2}} + \frac{BR_{C2}^2 + AR_{C1}^2}{AB\sqrt{p}\left(R_{C1}+R_{C1}\right)^2} = \sqrt{\frac{R_{TH}}{C_{TH}p}}S_E$$
(181)

Nous trouvons, après avoir posé  $p = \omega e^{j\frac{\pi}{2}}$ ,

$$\frac{R_{C1}R_{C2}}{R_{C1}+R_{C2}} + \frac{BR_{C2}^2 + AR_{C1}^2}{AB\sqrt{\omega}\left(R_{C1}+R_{C2}\right)^2} e^{-j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{\frac{R_{TH}}{C_{TH}\omega}} S_E e^{-j\frac{\pi}{4}}$$
(182)

Soit la partie réelle :

$$\frac{R_{C1}R_{C2}}{R_{C1} + R_{C2}} + \frac{BR_{C2}^2 + AR_{C1}^2}{AB\sqrt{\omega}\left(R_{C1} + R_{C2}\right)^2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{R_{TH}}{C_{TH}\omega}} S_E \frac{\sqrt{2}}{2}$$
(183)

Et la partie imaginaire :

$$\frac{BR_{C2}^{2} + AR_{C1}^{2}}{AB\sqrt{\omega} \left(R_{C1} + R_{C2}\right)^{2}} = \sqrt{\frac{R_{TH}}{C_{TH}\omega}} S_{E}$$
(184)

La partie réelle conduit à la fréquence de coupure, dans le cas où  $R_{C1}$  et  $R_{C2}$  sont différents de 0 :

$$\omega_{0} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{\frac{R_{TH}}{C_{TH}}} S_{E} - \frac{BR_{C2}^{2} + AR_{C1}^{2}}{AB(R_{C1} + R_{C2})^{2}}}{\frac{R_{C1}R_{C2}}{R_{C1} + R_{C2}}} \right)^{2}$$
(185)

La partie imaginaire conduit à l'expression de la capacité thermique équivalente :

$$C_{TH} = R_{TH} S_E^2 \left( \frac{\sqrt{\lambda_3 \lambda_1 (\rho c)_3 (\rho c)_1} (R_{C1} + R_{C2})^2}{\sqrt{\lambda_1 (\rho c)_1} R_{C1}^2 + \sqrt{\lambda_3 (\rho c)_3} R_{C2}^2} \right)^2$$
(186)

Si  $R_{C2}$  et  $R_{C1}$  sont nuls, nous retrouvons un résultat classique directement à partir de la relation (177):

$$C_{TH} = R_{TH} S_E^2 \left( \sqrt{\lambda_2 \left(\rho c\right)_2} + \sqrt{\lambda_1 \left(\rho c\right)_1} \right)^2$$
(187)

Le milieu se comporte comme un milieu semi infini. Nous avons le cas d'un transistor sans tranchée d'isolation.

#### 3.8.2 Gain et phase de la fonction de transfert

Les fonctions de transfert en régime harmonique,  $Z_M(p)$ ,  $Z_1(p)$ ,  $Z_2(p)$  sont des fonctions à valeur complexe de p=j $\omega$ . On définit deux grandeurs réelles pour chacune des fonctions citées :

L'amplitude ou le gain A<sub>db</sub> définit par :

$$A_{db} = 20 \log \left\| Z_M(j\omega) \right\| \tag{188}$$

Il s'exprime en déciBel (dB)

La phase  $\zeta$ , s'exprime en radians (rd), telle que :



 $\zeta = \operatorname{Arg}(Z_{M}(j\omega)) \tag{189}$ 

Figure III. 15 : Diagramme de Bode de la fonction de transfert thermique totale et des impédances inférieure et supérieure

Au regard de la *Figure III.* 15, avec la résistance de constriction  $R_{c1}$ , nous observons que la fonction de transfert  $Z_{TH}$  (*Z* sur la figure), se comporte comme un filtre passe bas. Si  $\omega = w < w_0$ , la fréquence de coupure décrite dans le paragraphe b), le gain est constant. La pente du filtre est de -10dB/décade.

Pour  $\omega = w > w_0$ , pour des fréquences très élevées, au temps très court, la phase de l'impédance thermique générale a un comportement en -45°, comportement non entier du champ de température. Ce comportement correspond a un milieu semi-infi. Lorsque  $\omega = w << w_0$ , la phase tend vers 0 le milieu devient fini.



Figure III. 16 : Diagramme de Bode de la fonction de transfert thermique totale et des impédances inférieure et supérieure sans Rc1

La *Figure III.* 16, sans  $R_{c1}$ , montre également que la fonction de transfert  $Z_{TH}$  (Z sur la *Figure III.* 16), se comporte comme un filtre passe bas.

Si  $\omega = w < w_0$ , le gain est constant, la pente du filtre est de -10dB/décade.

Pour  $\omega = w > w_0$ , au temps très court, la fréquence de l'impédance thermique générale suit le comportement non entier de  $Z_1$ .

La bande passante du modèle est définie le domaine de fréquences situé entre 1Hz et 10MHz. La fréquence de coupure est de l'ordre de 10 MHz.

# 3.9 Etude de sensibilité de la température moyenne aux paramètres thermophysiques

Dans notre approche de l'auto-échauffement dans les TBH SiGe avec puits d'isolation, nous avons fait l'hypothèse d'une superposition de couches et notamment d'une couche équivalente caractérisant le milieu décrivant la couche de « back-end ». Le modèle analytique issu de cette approche contient deux types d'incertitudes, l'une liée aux hypothèses de modélisation, à l'incertitude sur les valeurs des phénomènes thermophysiques. Selon ce point de vue, il est impératif de connaître la réaction de notre modèle à des variations des paramètres d'entrée importants que sont les deux résistances  $R_{CI}$ ,  $R_{C2}$  et la conductivité

équivalente  $\lambda_I$  de la couche composite de « back-end ». Le but de ce paragraphe est donc de réaliser une étude de sensibilité pour connaître les domaines dans lesquels une variation de ces paramètres génère une évolution sensible et mesurable de la réponse du système. Ce domaine défini, nous pourrons alors identifier parmi les trois paramètres cités ceux qui sont les paramètres sensibles du modèle et de l'expérience.

La méthode d'étude de sensibilité peut être décrite ainsi :

Si y représente la grandeur mesurée, fonction des variables de temps t, d'espace x et de N paramètres  $b_i$  déduits de l'étape précédente telle que :

$$y=f(t, x, b_1, b_2, ..., b_N)$$

Les coefficients de sensibilité de la fonction aux paramètres b<sub>i</sub> sont :

$$X_i = \left(\frac{\partial y}{\partial b_i}\right)_{b_{j,j=i}}$$

Ils traduisent l'influence de la variation de  $b_i$  sur l'évolution de y. Il est possible d'utiliser les coefficients de sensibilité réduits pour comparer l'influence entre plusieurs paramètres, dont les valeurs intrinsèques ne sont pas du même ordre de grandeur, sur la sensibilité de y :

$$X^*_{i} = b_i \left(\frac{\partial y}{\partial b_i}\right)_{b_{j,j\neq i}}$$

Notons que les paramètres sont identifiables si les coefficients de sensibilité sont linéairement indépendants et si leurs amplitudes sont significatives.

En première approximation, la conductivité thermique équivalente de la couche 1 et sa capacité thermique volumique équivalente sont telles que :

$$\lambda_1 = \frac{e_1}{\frac{e_{SiO_2}}{\lambda_{SiO_2}} + \frac{e_{Al}}{\lambda_{Al}} + \frac{e_W}{\lambda_W}}$$
(190)

et

$$(\rho c_p)_1 = \sum_{i=0}^{2} (\rho c_p)_i \frac{e_i}{e_1}$$
(191)

Les valeurs de chaque épaisseur et des paramètres thermophysiques de chaque couche constitutive de la couche de « back-end » sont données en annexe (tableau *I*).

Néanmoins, les valeurs peuvent être relativement éloignées, surtout pour la conductivité  $\lambda_I$ , de la valeur réelle, du fait de la présence des vias d'aluminium permettant l'alimentation électrique du transistor.

D'autre part, les valeurs de  $R_{C1}$  et de  $R_{C2}$ , aux travers des relations (138) et (139) sont elles aussi des approximations.



Figure III. 17 : Evolution de la sensibilité des différentes grandeurs. Sur la Figure III. 17, les coefficients de sensibilité réduits,

$$X_i^* = b_i \frac{d\langle T_M \rangle}{db_i} \tag{192}$$

sont tracés par rapport au temps.  $b_i$  prend à tour de rôle la valeur de  $\lambda_1$ ,  $Rc_1$ ,  $Rc_2$ . D'un point de vue pratique, nous calculons ces sensibilités par différences finies :

$$X_{i}^{*} = b_{i} \frac{\left\langle T_{M} \left( b_{i} + T_{M} \left( b_{i} + \Delta b_{i} \right) \right) - T_{M} \left( b_{i} \right) \right\rangle}{T_{M} \left( b_{i} + \Delta b_{i} \right)}$$
(193)

Nous constatons que, comme cela était prévisible, c'est bien la conductivité équivalente de la couche de « back-end » qui a le plus d'influence (par rapport à  $Rc_1$  et  $Rc_2$ ) sur  $\langle T_M \rangle$ . D'autre part, les trois paramètres ne sont identifiables que si leurs fonctions de sensibilité sont

linéairement indépendantes. Pour le vérifier, nous traçons, sur les *Figure III.* 18 et *Figure III.* 19 les rapports :

$$I_{S1_{\lambda}} = \frac{X_{R_{C1}}^{*}}{X_{\lambda_{1}}^{*}}$$
(194)

$$I_{S2_{\lambda}} = \frac{X_{R_{C2}}^{*}}{X_{\lambda_{1}}^{*}}$$
(195)

$$I_{S1_R} = \frac{X_{R_{C1}}^*}{X_{R_{C1}}^*}$$
(196)



Figure III. 18 : Comparaison des sensibilités des résistances avec celle de la conductivité équivalente



Figure III. 19 : Comparaison de la sensibilité de la résistance R<sub>c1</sub> avec celle de la résistance R<sub>c2</sub>

Il apparaît que les trois fonctions sont linéairement dépendantes aux temps longs. Ceci est logique compte tenu de l'étude aux temps longs que nous avons réalisé précédemment. On voit, également, qu'aux temps courts, la variation des rapports risque de n'être pas assez grande pour permettre l'estimation des trois paramètres.

La principale source de sensibilité reste  $\lambda_1$ . Ce paramètre sera donc, identifié. Nous pouvons, d'autre part, justifier l'hypothèse présentée au paragraphe 3.5, concernant la simplification du réseau en enlevant  $Rc_1$  et en fixant  $R_{c2}$  à  $Rc_2 = \frac{e_{mc}}{\lambda_2}$ ,  $e_{mc}$  correspondant à l'épaisseur du deep trench.

3.10 Couplage inter cellules

Un autre intérêt du modèle est la possibilité de faire varier les dimensions de la cellule de référence  $(L_C \text{et} W_C)$  pour prendre en compte l'influence des transistors voisins dans une configuration réelle où chaque transistor est sollicité.



Figure III. 20 : Représentation des distances de couplage en rouge  $L_C$  et  $W_C$  varient du même coefficient multiplicateur. La cellule de référence à pour caractéristiques,  $L_C = 27.8 \mu m$  et  $W_C = 4 \mu m$ . La cellule de référence recevra un facteur multiplicateur variant de 1 jusqu'à 5.



Figure III. 21 : Evolution de la température en fonction du temps et de la surface de la cellule

A titre d'exemple, nous représentons sur la *Figure III.* 21 l'évolution de  $\langle T_M \rangle(t)$  pour un échelons de flux en considérant différentes dimensions de la cellule de référence.



Figure III. 22 : Evolution de la résistance thermique et de la capacité thermique en fonction de la taille de cellule de référence

Les *Figure III.* 21 et *Figure III.* 22 indiquent le comportement thermique d'une cellule mono digitée, avec un seul doigt d'émetteur, défini en *Figure III.* 20. Cette cellule croît en taille, avec le même coefficient, selon  $L_C$  et  $W_C$ .

Les valeurs des résistances thermiques et des capacités thermiques peuvent être rapidement calculées à partir des relations (171) et (186). On observe bien l'évolution de ces deux grandeurs en fonction de la taille de cellule ( $L_C$  et  $W_C$ ). On constate d'autre part, que ces deux grandeurs tendent vers une valeur asymptotique.

#### 3.11 Conclusions

Ce chapitre clé, nous a permis de proposer un modèle analytique de l'évolution de la température moyenne dans un transistor bipolaire à hétérojonction SiGe. La périodicité permet l'application de transformées intégrales. L'application de la méthode des quadripôles nous permet d'obtenir une expression analytique de la température moyenne à la jonction base-émetteur. L'analyse de sensibilité montre que la température moyenne est particulièrement sensible à la conductivité thermique équivalente de la couche de «back-end»,

qui est un paramètre mal connus. Ce paramètre sera identifié à partir des mesures expérimentales.

## 3.12 Annexes

Les valeurs présentées dans le Tableau A. 1, correspondent aux valeurs approximées dans la bibliographie, principalement pour ce qui est de la conductivité thermique et de la chaleur volumique.

La surface de cellule de test est choisie telle que :  $2L_C=2W_C=100\mu m$ . La cellule est alors considérée comme une cellule infini. En effet un transistor est sollicité sur un wafer de plusieurs cm<sup>2</sup>. Le cœfficient d'échange thermique est égale à  $h_S=2$  W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>, l'air est considéré au repos sur la couche de « back-end ». La surface source de chaleur, par laquelle passe le flux  $\Phi_0 = 7,37mW$ , est égale à S=  $(25,45x0,25)\mu m^2$ .

		Epaisseur (µm)	Conductivité thermique $\lambda$ (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	Chaleur spécifique $\rho C_p \text{ (J m}^{-3} \text{ K}^{-1}\text{)}$	
Substrat (silicium)		e <sub>3</sub> =300	148	2330x700	
Deep-trench (silicium)		e <sub>2</sub> =5	148	2330x700	
"Back- end "	Si0 <sub>2</sub>	e <sub>Si02</sub> =1,05	6,5	2800x900	
	Aluminium(Al)	e <sub>Al</sub> =4,9	300	2650x253,1	
	Tungstène (W)	e <sub>W</sub> =3,6	196	19300x133,9	

Tableau A. 1 : Caractéristiques thermophysiques du composants autour de 300K.

Le caractère "%" indique un commentaire, le terme « e-10 », par exemple, correspond à une valeur de  $10^{-10}$ .

## Programme Matlab [MATLAB]

#### %exemple de fichier temps

t=t=[1e-10 5e-10 1e-9 5e-9 1e-8 5e-8 1e-9 5e-9 1e-8 5e-8 1e-7 5e-7 1e-6 5e-6 1e-5 5e-5 1e-4 5e-4];

#### %Données géométriques du milieu

em=2e-6; % distance entre source de chaleur et point de mesure

emc=5e-6-em;	% distance restante dans deep trench			
es=300e-6;	% épaisseur substrat Si%			
L=300e-6;	%1/2 longeur cellule			
W=50e-6;	%1/2 largeur cellule			
x=25.45e-6/2;	% 1/2 longueur emetteur 25.6			
y=0.25e-6/2;	% 1/2 largeur émetteur			
~				

S1=4\*L\*W; % surface d'échange S2=4\*x\*y; % surface active émetteur

#### % Capacité thermique

#### %Pour la couche de « back-end »

rocd=(4.9\*2800\*900+1.05\*253.1\*2650+3.6\*19300\*133.9)/9.55;

#### %Pour la couche de substrat

rocs=2330\*700;

#### % Pour le deep trench

rocm=2330\*700;

#### % Conductivité thermique

#### %Valeur optimisée couche de « back-end » pour les émetteurs < 0.8µm

lbdd=97.74;

%Couche de substrat

lbds=148;

#### %Couche deep trench

lbdm=148;

#### % Diffusivité thermique

#### %Couche de « back-end »

ald=lbdd/rocd;

#### %Couche de substrat

als=lbds/rocs;

#### %Couche deep trench

alm=lbdm/rocm;

#### % Coefficient d'échange

hd=2;

#### % Résistance de constriction du deep\_trench

Rcs=(emc+em)/lbds; Rcs1=0; Rcs2=Rcs; %Flux phi=0.0073744;%25.6

#### %densité de flux

phi0=phi/S2;

#### % 10 premiers termes de la série pour la transformée de Laplace inverse

```
v=[1/12 -385/12 1279 -46871/3 505465/6 -473915/2 1127735/3 -1020215/3 328125/2 -65625/2];
```

#### % Simulation

```
for i=1:length(t),
  C=0;
  for kx=0:kmax,
    an=kx*pi/L;
    D=0;
    for ky=0:kmax,
      bn=ky*pi/W;
      A=0;
      for j=1:10,
         s=j*log(2)/t(i);
         kd=sqrt(an^2+bn^2+s/ald);
         ks=sqrt(an^2+bn^2+s/als);
         Ad=1+exp(-2*kd*ed);
         Bd=(1-exp(-2*kd*ed))/lbdd/kd;
         Cd=(1-exp(-2*kd*ed))*lbdd*kd;
         Dd=Ad;
         % impédance de la couche de « back-end »
```

```
Z1=(Ad+hd*Bd)/(Cd+hd*Dd);
```

%

```
As=1+exp(-2*ks*es);
```

Bs=(1-exp(-2\*ks\*es))/lbds/ks;

Cs=(1-exp(-2\*ks\*es))\*lbds\*ks;

Ds=1+exp(-2\*ks\*es);

% impédance de la couche inf. (substrat)

Z2=(Bs+Rcs2\*Ds)/Ds;

%

#### %impédance totale

```
Z=1/(1/Z1+1/Z2);
```

## %conditions aux limites de flux

```
if (kx==0)&(ky==0),
```

```
A=A+v(j)*Z*x*y/s;
```

elseif (kx==0)&(ky~=0),

```
A=A+v(j)*Z*x*sin(bn*y)/bn/s;
```

```
elseif (kx~=0)&(ky==0),
```

```
A=A+v(j)*Z*y*sin(an*x)/an/s;
```

else,

```
A=A+v(j)*Z*sin(an*x)*sin(bn*y)/an/bn/s;
```

end;

end;

```
B=A*(log(2)/t(i)); Laplace inverse
```

if ky==0,

```
D=D+B*y/W;
```

else,

```
D=D+B*2*sin(bn*y)/W/bn;
```

end; % Fourier y inverse

end;

if kx==0,

```
C=C+D*x/L;
```

else,

C=C+D\*2\*sin(an\*x)/L/an;

```
end; % Fourier x inverse
```

end;

H3DsR1(i)= C\*phi0/x/y;

end;

# 4 MESURE EXPERIMENTALE DU PHENOMENE DE L'AUTO-ECHAUFFEMENT ET RESULTATS

# **Objectifs :**

- Elaborer une méthode expérimentale qui permet de retrouver les tendances dynamiques de la température de jonction base émetteur, de l'auto-échauffement
- Utiliser la tension base émetteur V<sub>BE</sub> comme thermomètre
- Mesurer la variation dynamique de la température pour le transistor bipolaire à hétérojonction SiGe pour différents émetteurs
- Comparer les résultats expérimentaux et ceux issus du modèle analytique 3D
- Identifier les paramètres thermophysiques du modèle analytique 3D
- Extraire les paramètres R<sub>TH</sub> et C<sub>TH</sub> du réseau thermique simple RC
- Extraire les paramètres C, k, R<sub>0</sub> et C<sub>0</sub> du réseau récursif

# Sommaire

4	Μ	ESURE	EXPERIMENTALE	DU DU	PHENOMENE	DE	L'AUTO-
E	CHA	UFFEME	ENT ET RESULTATS	•••••	••••••		
	4.1	Méthoo	des de mesures existant	es de ter	npérature dans les t	ransist	ors 142
	4.2	Mesure	es directes				
	4.3	Mesure	es indirectes				
	4.4	Méthoo	dologie expérimentale				
	4.5	Conclu	sion de la partie expéri	mentale			
	4.6	Résulta	ats et discussions				
	4.7	Conclu	sions de la partie résult	ats			

#### 4.1 Méthodes de mesures existantes de température dans les transistors

Les méthodes de caractérisations expérimentales du comportement thermique des TBH accompagnent, jusqu'à présent, le développement technologique de ce composant [Gao89], [Hout04].

Nous avons vu que les transistors bipolaires étaient sensibles à la température [Hann96], [Xu03], [Vanh04], [Mn02], [Paas04-2]. Le HBT peut en plus avoir tendance à devenir instable dans les zones les plus chaudes. Ce phénomène est accentué lorsque la conductivité thermique du substrat est faible, elle permet moins à la chaleur de diffuser vers le fond de ce dernier, comme par exemple pour le GaAs.

Quant à l'effet électrique significatif de l'auto échauffement sur le HBT SiGe il est caractérisé par la chute du  $V_{BE}$  et du  $I_C$  en fonction de  $V_{CE}$  à  $I_B$  constant.

Le but de ce chapitre est de présenter une méthode expérimentale de mesure nous permettant d'obtenir la température de jonction base émetteur du transistor ainsi que son comportement dynamique.

L'intérêt de cette méthode est d'extraire la température de jonction base émetteur et de retrouver la valeur de l'impédance thermique du composant. La caractérisation thermique du TBH conduit à mieux connaître ces valeurs. Ceci permet d'améliorer la technologie et d'optimiser les « layout ». Elle nous permettra, par la suite, d'élaborer un code de calcul pouvant prédire les réponses pour diverses structures.

Dans les deux paragraphes suivants, nous présenterons différentes méthodes de caractérisation thermique utilisées pour les composants électroniques. Nous classerons ces méthodes en deux groupes : les méthodes de types directes et les méthodes de types indirectes.

#### 4.2 Mesures directes

On appelle mesures directes de la température de jonction, les mesures qui permettent d'obtenir cette variable d'état du composant. Or, mesurer directement ce domaine de quelques centaines de micromètres cubes présente des difficultés de faisabilité liées évidemment aux contraintes matérielles du système à étudier.

En utilisant un thermocouple le problème consisterait à introduire des conducteurs composés de métaux de caractéristiques thermoélectriques très différentes reliés entre eux par une extrémité. On pourrait alors obtenir des valeurs amplifiées de force électromotrices mesurables par l'application d'un gradient de température à partir du point de jonction de

mesure. Cependant, il faudrait d'une part adapter technologiquement un composant, d'autre part étudier l'effet d'une telle structure sur le HBT.

Pour mesurer les variations de température, on peut mettre à profit le fait que celles-ci affectent des grandeurs physiques comme l'émission infrarouge ou l'indice de réfraction. En plus, dans notre cas, l'échantillon est lui-même source de chaleur, il n'est plus nécessaire de recourir à une excitation photo thermique (laser). Cependant, la source de chaleur est "protégée" sous différentes couches (back-end) d'une part, d'autre part, le temps caractéristique de transfert de chaleur est inférieur à la microseconde [Di98]. Travailler avec un détecteur de type HgCdZnTe (2-12  $\mu$ m), par exemple, ne nous permettrait pas de mesurer directement la température de jonction ou sa variation. Egalement, utiliser le principe de la thermographie à infrarouge pour cartographier notre composant ne nous permettrait d'obtenir qu'une information trop « générale » [Forg04], compte tenu de notre surface d'étude.

Contraint technologiquement, nous optons pour des mesures de types indirectes.

#### 4.3 Mesures indirectes

On appelle mesures indirectes de la température de jonction, les méthodes d'estimation de la variation de cette température basées sur la calibration d'un paramètre physique, thermosensible, qui vont permettre, par la suite, d'obtenir cette variable.

#### 4.3.1 Méthodes optiques

La caractérisation optique du comportement des composants électroniques se fonde principalement sur l'utilisation de sondes laser à haute résolution.

Différentes méthodes ont été développées, nous ferons ici que de très succinctes présentations de certaines de ces techniques [Le96].

Le principe général est fondé sur l'information transportée par une onde laser, *Figure IV. 1*. L'excitation électrique d'un composant devient une source de perturbation de l'onde incidente. L'analyse de la modification des paramètres de l'onde réfléchie par le composant devient le vecteur d'information permettant de remonter aux mécanismes physiques mis en jeu dans la perturbation.



Figure IV. 1 : Onde laser réfléchie modifiée lors de son passage sur un composant en fonctionnement

#### a) Diffusion

Lorsqu'un faisceau laser focalisé est émis sur un composant, il se crée un décalage entre l'onde incidente et l'onde réfléchie. Cette différence résulte de la collision du faisceau initial, émis et stimulant, avec les porteurs du réseau cristallin. Le nombre de photons diffusés est proportionnel à la température, la variation de la fréquence du faisceau laser devient une mesure de la température de la surface balayée.

Cette méthode est basée sur la physique de la diffusion des photons de lumière [Oste92].

## b) Réflectométrie

De la même manière, la phase et l'amplitude du faisceau laser réfléchi changent avec la température de la surface balayée. Lorsque le composant passe d'un état non alimenté à un état alimenté, le flux lumineux passe d'un état E du faisceau incident et RE du faisceau réfléchi à un état E du faisceau incident à un état  $(R+\Delta R)E$ . R est le cœfficient de réflexion en intensité du matériau. La température évolue d'un état T à  $T+\Delta T$  [Clae94] et [Dilh98]. Ces variations sont mesurées par la variation du courant de la photodiode placée sur le faisceau réfléchi.

#### c) Interférométrie

Directement issue de l'interféromètre de Michelson [Lewi96], cette méthode permet de mesurer en continu les microdéformations, ou microdéplacements de la surface du composant, à l'aide des franges, ou succession de zones lumineuses et sombres, caractérisant le phénomène d'interférences lumineuses [Dilh94]. Les micros modifications de surface du
composant entraînent une variation du chemin optique, et donc une modification de la figure d'interférence. Un capteur optique placé sur un écran mesure l'intensité lumineuse et permet de compter le nombre de franges d'interférences qui ont défilées. Cette méthode est principalement utilisée pour l'étude des microdéformations [Dilh99].

### 4.3.2 Méthodes électriques

Parmi les méthodes indirectes pour la caractérisation expérimentale du comportement thermique des TBH on retrouve principalement des techniques de mesures déterminant la résistance thermique [Hann96] et [Pfos03].

En utilisant les caractéristiques DC courant/tension, mesurées à différentes températures, ces différentes techniques permettent d'extraire rapidement  $R_{TH}$ .

On trouve deux grandes catégories qui sont basées sur l'utilisation de la tension base émetteur,  $V_{BE}$  ou du gain en courant,  $\beta$  [Wald92], comme paramètres thermosensibles [Gao91] et [Daws92].

La première catégorie, mesurant  $V_{BE}(T)$ , utilise la relation ;

$$\frac{\Delta V_{junction}}{\Delta T} = \frac{\frac{nE_{gap}}{q} - V_{junction}}{T}$$
(197)

 $E_{gap} = 1,42eV$ , n est le facteur d'idéalité proche de 1,  $V_{junction}$  est la tension de jonction, soit  $V_{BE}$ , et T est la température.

A partir des caractéristiques DC des courants et des tensions,  $V_{CE}(T)$ ,  $I_C(T)$ ,  $V_{BE}(T)$ ,  $I_B(T)$ ainsi que de la puissance dissipée  $P_{diss}(T)$ , une relation de dépendance linéaire entre la tension base émetteur et la température de jonction est posée telle que :

$$V_{BE}\left(T_{j}\right) = V_{BE1} - \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T}\left(T_{j} - T_{1}\right)$$
(198)

 $T_1$  est la température autour de laquelle est étudiée la résistance thermique.

De plus, la relation (199) relie l'élévation de la température de jonction, à une température de wafer donnée, à la puissance dissipée telle que :

$$\left(T_{j}-T\right) = R_{TH}P_{diss} \tag{199}$$

Finalement, en utilisant les relations (198) et (199), nous obtenons :

$$V_{BE}\left(T, P_{diss}\right) = V_{BE1} + \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T}\left(T - T_1\right) - \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T}R_{TH}P_{diss}$$
(200)

De cette manière, obtenir la température de jonction n'est pas nécessaire pour évaluer la résistance thermique. Seules vont compter la connaissance des caractéristiques courant tension, de la puissance dissipée, de la température imposée au composant et la température autour de laquelle est faite l'observation.

De la même manière, la seconde catégorie, utilisant le  $\beta$ , est basée sur la relation :

$$I_{C}\left(T_{j}\right) = \left(\beta_{1} + \frac{\Delta\beta}{\Delta T}\left(T_{j} - T_{1}\right)\right)I_{B}$$
(201)

 $\beta_1$  est le gain en courant relié à la température  $T_I$ , la température d'observation.  $I_B$  et  $I_C$  sont les valeurs de courants de base et d'émetteur obtenues par les caractéristiques DC. Les relations (1) et (199) conduisent à :

$$I_{C}(T, P_{diss}) = \left(\beta_{1} + \frac{\Delta\beta}{\Delta T}(T - T_{1}) + \frac{\Delta\beta}{\Delta T}R_{TH}P_{diss}\right)I_{B}$$
(202)

A partir de ces bases de mesure, différentes variantes de cette technique de mesures existent. Certaines ne vont pas utiliser de liens de dépendance entre  $R_{TH}$  et la puissance dissipée  $P_D$ , d'autres proposent d'autres liens de dépendance entre ces valeurs [Liu95].

Finalement, il existe des méthodes pulsées. Elles sont réalisées à température constante de composant, avec des pulses courts [Sado03]. Ces mesures relient les mesures DC aux mêmes caractéristiques, en mesures pulsées, et permettent de déduire la capacité thermique  $C_{TH}$ .

#### 4.3.3 Conclusions

Il existe un certain nombre de méthodes de mesures indirectes donnant les caractéristiques thermiques  $R_{TH}$  (résistance thermique),  $C_{TH}$  (capacité thermique). Ces procédés utilisent principalement  $V_{BE}$  ou  $\beta$  comme paramètres thermosensibles. Ces méthodes donnent des résultats très performants et utiles et éprouvés. Le principe est souvent d'utiliser les caractéristiques de sortie I-V (courant-tension), mesurées à différentes températures de substrat et d'en extraire les valeurs de  $R_{TH}$  à l'aide de la relation reliant la puissance dissipée  $P_{diss}$  à l'élévation de température. Par contre, la valeur de T<sub>j</sub> (la température de jonction) n'est pas directement abordée ou, elle est considérée comme identique à la température de substrat [Mnif04].

Dans ce chapitre, nous proposons une nouvelle approche, en méthode dynamique nous permettant de caractériser l'impédance thermique et la variation dynamique de la température de jonction du transistor bipolaire à hétérojonction SiGe. C'est une méthode révisée de [Mnif04].

## 4.4 Méthodologie expérimentale

## 4.4.1 Principe générale

Contrairement à la plupart des méthodes indirectes citées ci-dessus, nous avons choisi d'utiliser une méthode pulsée, dite transitoire, qui présente l'avantage immédiat de nous permettre d'obtenir la variation dynamique de la température de jonction et des paramètres thermiques du composant.

Le principe de la mesure est basé sur l'utilisation du paramètre électrique thermosensible  $V_{BE}$  comme indicateur de la température de jonction.

Dans un montage émetteur commun, en fonctionnement continu, ce paramètre est relié, pour la calibration, à la température de jonction base-émetteur  $(T_j)$ , pour un courant de base donné.

Par la suite, au même courant de base, la variation du paramètre électrique thermosensible  $v_{be}(t)$  entre deux points de tension collecteur-émetteur ( $v_{ce1}$  et  $v_{ce2}$ ), pour un courant de base donné et une température ambiante fixée nous permet de tracer la dynamique de  $v_{be}(t)$  en fonction du temps. Le transistor passe d'un état 1, de caractéristiques  $v_{be1}(t)$ ,  $v_{ce1}(t)$ ,  $i_{c1}(t)$ ,  $T_{j1}$ , à un état 2, de caractéristiques  $v_{be2}(t)$ ,  $v_{ce2}(t)$ ,  $i_{c2}(t)$ ,  $T_{j2}$ .

En reliant les résultats DC et transitoire de  $V_{BE}(t)$  à l'expression de la température de jonction base émetteur (T<sub>j</sub>), nous pouvons tracer le thermogramme (variation dynamique de la température T<sub>j</sub>).

Les transistors bipolaires à hétérojonctions SiGe de ST Microelectronics ont été utilisés pour notre étude. Dans le paragraphe suivant, nous allons présenter le montage expérimental.

### 4.4.2 Dispositif expérimental

#### a) Banc de mesure



Figure IV. 2 : Banc de mesures sous pointes

Nous avons une vue d'ensemble (Figure IV. 2), du montage expérimental comprenant :

 Un testeur sous pointe Karl Suss PA 200, équipement acquis par l'équipe modélisation et caractérisation, en 1999, ce banc d'essais permet d'acquérir des données pertinentes des dispositifs microélectroniques directement sur substrat semi-conducteur.

Le testeur sous pointes permet de mesurer des plaquettes de 8 pouces. On utilise des micropointes, des sondes DC pour les mesures statiques, des sondes AC de type Masse Signal Masse (« Ground Signal Ground ») pour les mesures hyperfréquences ou mesures dynamiques, disposées de façon symétrique permettant d'assurer la liaison entre les appareils de mesures et notre composant. Les sondes sont déplacées sur la plaquette avec, notamment, des micromanipulateurs selon un repère d'axe cartésien. Le testeur est installé dans une cage de Faraday permettant une grande immunité au bruit électrique et à la lumière. Compte tenu de la qualité de mesure, nous pouvons mesurer des grandeurs courant proche du femto ampère.

Nous représentons ci-dessous, la façon dont les pointes du testeur sont posées sur le wafer de mesure.



Figure IV. 3 : Mesures sous pointes d'une plaquette test

Dans cette configuration de mesures et afin d'éviter les oscillations, voire la destruction du transistor, l'émetteur et le substrat sont connectés directement au circuit. Tandis que l'émetteur est obligatoirement relié à la masse [Ardo01].

- Une source modulaire de tension et de courant HP 4155 qui peut être configurée en générateur de tension ou de courant. Dans les essais en continu nous l'utiliserons alternativement en générateur de courant ou de tension. Dans les essais en transitoire, l'ensemble sera configuré en générateur de courant.
- Un générateur d'impulsion, de type Agilent 33220A. C'est un générateur synthétisé 20 MHz permettant de délivrer un signal arbitraire et des impulsions. Nous utiliserons l'appareil en générateur d'impulsions pour appliquer la tension V<sub>CE</sub> variant d'une valeur minimale 1volt à une valeur maximale 4 V. L'impédance de sortie est choisie haute
- Un oscilloscope Lecroy Wave pro 960 permettant la visualisation des tensions basecollecteur et base-émetteur synchronisées.

- Une station de travail configurée sous ICCAP. La station de travail pilote par bus GPIB les appareils de mesures en statique, facilite la synchronisation des mesures et du stockage des informations.
- Un régulateur de température. La régulation en température du support de plaquettes de semi-conducteurs (thermo-chuck) est assurée de -65°C à +200°C. Il existe, pour les mesures au dessous de 0°C, un dispositif asséchant l'air, évitant la formation de glace sur les plaquettes.

Le montage décrit ci-dessus répond à quatre fonctions principales :

- Mesurer et appliquer des tensions et des courants directement sur le transistor ;
- Générer des courants ou des tensions variables ;
- Analyser les signaux en tensions et courants ;
- Maintenir le dispositif à température régulée.

# b) Etude en régime continu

Nous voulons tracer la variation  $V_{\mbox{\tiny BE}}$  comme une fonction de la température  $T_j$  de jonction base-émetteur.

Les mesures sont réalisées en régime statique avec des tensions continues ou/et des courants continus appliqués sur notre plaquette test.

Dans un premier temps, avec un montage en émetteur commun, *Figure IV. 4*, nous traçons les courbes de Gummel et les caractéristiques  $V_{BE}(T, V_{CE}, I_B = cte)$  et  $I_C(T, V_{CE}, I_B = cte)$ . Une attention particulière sera portée sur :

- le choix du  $I_B$ ,
- I<sub>B</sub> sera maintenu par la suite pour toutes nos valeurs en température. On relèvera les valeurs de V<sub>BE</sub>, V<sub>CE</sub>., I<sub>C</sub>.





DUT (Device under test) est l'abréviation de dispositif de test, notre « device » est le transistor bipolaire à hétérojonction SiGe, (HBT SiGe).

Ce tracé de courbe est appelé courbe de Gummel (Gummel plot, voir 1.2.4.2).

Nous choisissons, de nous positionner dans la zone où le gain est quasi constant, la plage de fonctionnement est quasi idéal pour le transistor.

# La Méthode à 5 étapes

**Etape 1 :** Nous reprenons l'installation précédente, SMU1 devient un générateur de courant qui envoie le courant de base choisi précédemment et SMU2 est un générateur de tension qui fournit une tension de collecteur de 0 à 3 V.

Nous traçons en régime de polarisation émetteur commun, les caractéristiques  $I_C(V_{CE})$ , courbes d'Early, du TBH pour la valeur de courant de base choisi.



Figure IV. 5 : Caractéristique de réseau de sortie  $T_i$ =27°C. Surface émetteur 15,8µm².  $I_B$ =51,2µA

Ces caractéristiques sont mesurées à différentes températures de support de wafer imposées  $T_i$ . Le domaine de variation choisi est de  $T_i=[27^{\circ}C (300K);55^{\circ}C (323K)]$ .

Ces courbes nous permettent de tracer  $V_{BE} {=} f(T_i)$  :



Figure IV. 6 :  $V_{BE}=f(T_i)$ ,  $V_{CE}$  constants. Surface émetteur 15,8 $\mu$ m<sup>2</sup>.  $I_B$ = 51,2 $\mu$ A

La *Figure IV.* 6 représente une courbe de calibration. Elle permet de retrouver la relation linéaire qui existe entre  $V_{BE}$  et  $T_i$ . Pour  $I_B$  constante, la tension base émetteur décroît lorsque la tension collecteur-émetteur augmente. Nous retrouvons la relation [Sze81], [Boit95], s'exprimant en fonction de la température imposée :

$$\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T}\Big|_{I_D = c^{te}} \cong \frac{1}{T} \left[ V_{BE} - \frac{E_G}{q} \right]$$
(203)

Dans le cas d'une diode au silicium,  $V_{BE} \cong 0,7V$  la pente est de -1,4mV/K. Dans notre cas, la pente est aux alentours, en fonction du type de transistor, de  $\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T} \approx -1,1 \, mV/K$ .

**Etape 2 :** À partir de là, notre but est de retrouver l'évolution de la température de jonction base-émetteur. Celle-ci est exprimée à travers la relation issue de la diffusion de la chaleur. En effet, dans le cas d'un échange fait par conduction, en régime permanent, l'équation de la chaleur nous donne(199).

• la résistance thermique du milieu s'écrit directement :

$$R_{TH} = \frac{T_j - T_i}{P_{diss}}$$
(204)

• la température de jonction :  $T_j = R_{TH}P_{diss} + T_i$ (205)

A partir de l'ensemble des courbes précédentes, nous allons extraire au même  $V_{BE}$ , même  $I_B$ , les termes  $V_{CE}$ ,  $T_i$ ,  $I_C$ . Nous pouvons tracer, ainsi,  $T_i=f(P_{diss})$ , Figure IV. 7.



Figure IV. 7 :  $T_i = f(Pdiss)$ ,  $V_{BE}$  constants. Surface émetteur 15,8 $\mu$ m<sup>2</sup>.  $I_B = 51,2\mu$ A

Les deux relations (204) et (205), nous permettent d'obtenir la résistance thermique du composant en DC et la température de jonction base émetteur lorsque l'on fait tendre la puissance dissipée vers 0.

**Etape 3 :** Un aspect important de la méthode est d'évaluer la température de jonction baseémetteur, pour un point de polarisation donné.

L'étape suivante consiste à tracer la courbe de calibration entre  $V_{BE}$  et la température interne de jonction base émetteur.



Figure IV. 8 :  $V_{BE}$ =f(Tj). Surface émetteur 15,8 $\mu$ m<sup>2</sup>.  $I_{B}$ = 51,2 $\mu$ A

Nous retrouvons une relation linéaire entre  $V_{BE}$  et la température de jonction base émetteur, la pente est de l'ordre de -1,1mV/K.

# c) Etude en régime transitoire

Pour mesurer la température de jonction  $T_j(t)$ , la méthode proposée par [Mnif04] est appliquée. Dans un montage émetteur commun, un pulse de tension collecteur-émetteur  $v_{ce}(t)$ est imposé. Ce dernier permet de passer d'un état de puissance bas vers un état haut, le courant de base est maintenu constant. Les mesures sont réalisées à température  $T_i$  fixée. L'acquisition des données de tensions base-émetteur est réalisée avec un oscilloscope digital. La *Figure IV.* 9 illustre les caractéristiques de mesures.



Figure IV. 9 : Schéma de l'installation en régime transitoire

Le résultat des mesures est indiqué ci-dessous, *Figure IV.* 10. Les résultats montrent la décroissance de  $v_{be}$  lorsque  $v_{ce}$  augmente.



Figure IV. 10 :  $v_{be}=f(tj)$ , traits légers,  $v_{ce}=f(tj)$ , traits épais(vce=[1;2]volts) Surface émetteur 15,8 $\mu$ m<sup>2</sup>.  $i_b=51,2\mu$ A

#### d) Corrélation avec la température

La dernière étape consiste à tracer le thermogramme de la température de jonction  $T_j(t)$ , comportement dynamique de cette température, en utilisant les différentes courbes de

calibration,  $V_{BE}=f(Tj)$ ,  $v_{be}=f(t)$ , à  $T_i=300K$  (27°C). En effet, à la même tension base-émetteur nous relions les paramètres de température et de temps.

Ce comportement est tracé ci-dessous, *Figure IV. 11*. On mesure la variation de la température de jonction base émetteur en fonction du temps :



Figure IV. 11: Thermogramme .Surface émetteur 15,8µm<sup>2</sup>. ib= 51,2µA

#### e) Domaine de fiabilité des mesures

Signalons tout d'abord plusieurs difficultés essentielles :

- <sup>2</sup> La première est de ne pas opérer avec des  $\Delta T$  trop forts ou trop faibles. L'ordre de grandeur est aux alentours de 5K. Cette condition est bornée par le choix de I<sub>B</sub>. Cependant, pour les petits émetteurs, ceux-ci chauffant moins, cette condition est atteinte pour des variations plus importantes de  $v_{ce}$ .
- <sup>2</sup> La manipulation des pointes pour passer du mode opératoire DC au mode opératoire transitoire engendre des perturbations qui peuvent entraîner la détérioration du composant. Une attention particulière de maniement est à observer. Il serait intéressant d'automatiser entièrement cette méthode, surtout si une utilisation intensive est souhaitée pour caractériser rapidement le comportement thermique de nouveaux dispositifs.
- Nous avons pu observer que, dans l'étape 5 de la méthode, si le générateur de courant 4155 servait de source de courant continu, pour I<sub>B</sub>, il pouvait

être source d'erreurs, notamment pour les petites tailles de transistors. En transitoire, son impédance électrique interne dynamique varie et modifie les résultats dynamiques.

Il convient, bien sûr, de garder un esprit critique sur les résultats, ce qui revient à vérifier la physique à travers les valeurs obtenues.

Nous avons fait l'hypothèse que la diminution du courant  $I_C$  était principalement due à l'auto-échauffement, or, dans cette zone de fonctionnement, deux autres phénomènes peuvent intervenir ce sont l'effet Early [Earl52] et le courant d'avalanche [Caze04]. Nous avons choisis, avec soin, les points de fonctionnement afin de minimiser ces effets.

## 4.5 Conclusion de la partie expérimentale

Nous avons présenté une méthode révisée de [Mnif04]. Les modifications apportées sont :

- la détermination de la température de jonction intrinsèque base-émetteur à un I<sub>B</sub> donné, à une température de substrat de 27°C, en fonction de V<sub>BE</sub>;
- la détermination d'un courant de base I<sub>B</sub>, qui permet de fixer le point de fonctionnement du transistor étudié, proche de la zone d'utilisation industrielle du composant. Ce choix permet, également, d'assurer un auto-échauffement significatif et suffisant pour mesurer la variation de la température;
- la structuration d'une méthode de mesure DC, à température de substrat variant d'un domaine de 27°C à 55°C, qui permet de tracer, en premier lieu, la courbe de variation de l'élévation de la température. Cette méthode nous permet d'extraire R<sub>TH</sub> et T<sub>j</sub> par rapport à la puissance dissipée ;
- en se basant sur le point précédant, nous pouvons appliquer un échelon de tension collecteur-émetteur, qui nous conduit à extraire C<sub>TH</sub> et la variation dynamique de la température de jonction T<sub>j</sub>.

Cette méthode a pu être comparée et validée avec des simulations de type SPICE utilisant le modèle HICUM, [Suli05].

Cette étude expérimentale de caractérisation thermique des composants TBH Si/SiGe, tant en régime permanent que transitoire, pose les résultats nous permettant d'identifier les paramètres du modèle analytique développé et de le valider.

## 4.6 Résultats et discussions

### 4.6.1 Introduction

Dans cette partie, notre but est double.

Il est de montrer les résultas expérimentaux, avec la méthode exposée dans la première partie de ce chapitre, soit la variation dynamique de la température de jonction base - émetteur, de différents transistors bipolaires à hétérojonction SiGe. Ces résultats nous permettent d'extraire pour différents types (dimensions d'émetteur, mono ou multi digités), la résistance thermique et la capacité thermique, sachant la difficulté à identifier ce dernier paramètre, du réseau RC simple présenté au chapitre 2.

Nous profiterons de ces résultats pour extraire les paramètres du modèle compact sous la forme du réseau récursif présenté au chapitre 2.

Finalement, nous évaluerons la conductivité thermique équivalente de la couche de « backend » intervenant dans le modèle analytique 3D développé au chapitre 3.

Signalons que toutes ces étapes d'identification, que ce soit pour les modèles compacts ou analytique, reposent sur la minimisation de l'écart entre la réponse expérimentale (température moyenne de jonction) avec celle simulée à partir du modèle. Cette démarche est aussi appelée méthode inverse.

## 4.6.2 Présentation des résultats expérimentaux

Nous avons représenté sur la *Figure IV. 11* l'évolution de la température moyenne de jonction de transistors monodigités, un émetteur par transistor dont on rappelle la géométrie Figure IV. 13, fonctionnant dans un wafer de 20 cm de diamètre.

La différence entre chaque transistor étudié repose sur la valeur de la longueur d'émetteur  $L_e$ , la largeur W<sub>e</sub>=0,25µm restant inchangée.

La valeur du flux pour chaque configuration est reportée dans le Tableau IV. 1. Les valeurs des flux sont telles que l'on reste en permanence dans le domaine de fonctionnement linéaire des transistors.

La température imposée à la base du wafer est égale à la température ambiante (27°C lors de nos expériences).

N°	L[µm] émetteur	W[µm] émetteur	S[µm²]	P <sub>diss</sub> [mW]	Densité de flux[GW/m²]
1	0,65	0,25	0,1625	0,255	1,570
2	1,45	0,25	0,3625	0,54	1,49
3	3,05	0,25	0,7625	0,954	1,251
4	6,25	0,25	1,5625	2,37	1,517
5	12,7	0,25	3,1625	5,77	1,825
6	25,5	0,25	6,3625	7,37	1,159
7	29,9	0,25	7,4625	8,66	1,160

Tableau IV. 1 : Valeurs du flux.



Figure IV. 12: Résultats expérimentaux, thermogrammes pour différentes dimensions de longueurs d'émetteurs. Largeurs We=0,25µm

DT (K), ou  $\Delta T$  (K), correspond à l'élévation de la température de jonction base-émetteur.



Figure IV. 13 : Vue de coupe du HBT SiGe

# 4.6.3 Méthode d'identification des paramètres

Que ce soit pour les modèles compacts ou analytique, nous utilisons une méthode d'identification (ou extraction quand on parle des modèles compacts) de certains paramètres du modèle. La méthode d'identification repose sur la minimisation de l'écart entre la température mesurée et celle calculée à partir du modèle. Les résultats de l'identification reposent entièrement sur la qualité des résultats expérimentaux. Figure IV. 14 présente cette démarche de façon schématique.



Figure IV. 14 : Résolution par méthode inverse

La démarche générale qui motive la résolution d'un problème inverse s'effectue avec trois étapes principales [Batt95] :

- Par le choix du modèle adapté à l'expérience. Les modèles compacts (réseau RC ou récursif) ainsi que le modèle analytique 3D défini dans le chapitre 3, sont des modèles permettant de simuler l'évolution de la température moyenne de jonction conformément à la configuration expérimentale.
- Par une étude de sensibilité du modèle aux paramètres. Par exemple, l'étude de sensibilité réalisée dans le chapitre 3, nous a permis de montrer que la température moyenne de jonction calculée à partir du modèle analytique 3D est particulièrement sensible à la conductivité équivalente de la couche de « back-end ».
- Par un choix de l'algorithme de minimisation des paramètres. Ce choix dépend de la linéarité, ou non linéarité, du modèle vis-à-vis des paramètres. Dans le cas le plus courant, la méthode des moindres carrés, élaborée par Gauss et Legendre, permet de comparer des données expérimentales à un modèle mathématique. La méthode, largement décrite dans la littérature, consiste à comparer les valeurs expérimentales

y(t) à une fonction mathématique  $f(\theta_i, t)$ , les  $\theta_i$  étant les paramètres physiques de la fonction ou modèle, en minimisant la quantité :

$$\varepsilon = \int_{0}^{t_{f}} \left( y(t) - f(\theta_{i}, t) \right)^{2} dt$$
(206)

 $\varepsilon$  est la norme 2 de la différence entre les deux fonctions. Une telle formulation, compte tenu de la forte non linéarité d' $\varepsilon$ , a évidemment l'inconvénient majeur de conduire à des problèmes d'optimisation présentant de nombreux minima locaux. Nous allons utiliser l'algorithme de minimisation non linéaire de Levenberg-Marquardt qui présente l'intérêt d'être plus stable et de converger rapidement.

On notera  $\hat{\theta}_i$  les paramètres identifiés tels que :

$$\min(\varepsilon) \to \widehat{\theta_i} \tag{207}$$

L'avantage de cette méthode est de fournir un outil de détermination de l'incertitude sur les paramètres estimés. En effet, l'algorithme utilise le vecteur des sensibilités :

$$J = \left\lfloor \frac{\partial f(\theta_i, t)}{\partial \theta_i} \right\rfloor$$
(208)

On définit la matrice de covariance sur les paramètres par :

$$\operatorname{cov}(\hat{\theta}) = (J^T J)^{-1}$$
(209)

Les termes sur la diagonale sont les variances de chaque paramètre  $\hat{\theta}_i$  identifié. On obtient alors l'incertitude sur le paramètre identifié par :

$$\sigma(\hat{\theta}_{i}) = \sqrt{\operatorname{cov}(\hat{\theta})_{i,i}} \sigma^{2}(y)$$
(210)

 $\sigma^2(y)$  définit la variance sur la mesure que l'on peut approximer, en faisant l'hypothèse que l'erreur de mesure est additive et à moyenne nulle, par :

$$\sigma^2(y) = \frac{\varepsilon}{N} \tag{211}$$

N est le nombre de valeurs expérimentales obtenues au cours du temps.

On remarque ici que nous avons présentée la méthode lorsque la surdétermination résulte, non pas du nombre de points de mesures, mais de la nature transitoire de la mesure. C'est en effet la configuration qui est rencontrée dans notre étude.

#### a) Extraction des paramètres R<sub>TH</sub> et C<sub>TH</sub>

Dans les modèles de type HICUM, nous avons vu dans le chapitre 1 que l'élévation de la température de jonction base émetteur (auto-échauffement) est classiquement représentée en utilisant un circuit thermique avec le modèle électrique classique du transistor. Ce circuit, supplémentaire dans les modèles de type compact décrivant les comportements électriques dans les transistors, consiste en une source de courant (puissance) connectée à une résistance thermique, R<sub>TH</sub>, en parallèle avec une capacité thermique, C<sub>TH</sub>, comme cela est montré sur la *Figure II. 21* 

Ce modèle thermique est modélisé par l'expression suivante, reliant les précédents paramètres :

$$\left\langle T_{M}\left(t\right)\right\rangle = R_{TH}\phi_{0} - C_{TH}R_{TH}\frac{\mathrm{d}\left\langle T_{M}\left(t\right)\right\rangle}{\mathrm{d}t}$$
(212)

*t* est le temps,  $\langle T_M(t) \rangle$  la variation de la température de jonction et  $\phi_0$  le flux de chaleur.

La détermination de  $C_{TH}$  nécessite donc une étude en transitoire et la connaissance de la valeur de  $R_{TH}$ .

La solution analytique du modèle thermique de premier ordre est :

$$\left\langle T_{M}\left(t\right)\right\rangle = R_{TH}\phi_{0}\left(1 - e^{-\frac{t}{C_{TH}R_{TH}}}\right)$$
(213)

A noter :

• En régime permanent (*t* tendant vers l'infini), l'équation précédente nous permet de retrouver le terme de R<sub>TH</sub> :

$$R_{TH} = \frac{\left\langle T_M(\infty) \right\rangle}{\phi_0} \tag{214}$$

• Au temps courts, t tendant vers 0, nous retrouvons  $C_{TH}$ :

$$\frac{\mathrm{d}\langle T_{M}\left(t\right)\rangle}{\mathrm{d}t}\bigg|_{t\to0}\to\frac{\phi_{0}}{C_{TH}}$$
(215)

En utilisant les courbes de résultats issus de la mesure avec les relations (214) à (215), nous identifions les valeurs correspondantes, en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt [MATLAB]. Les résultats sont donnés dans le Tableau IV. 2.

N°	L[µm] émetteur	W[μm] émetteur	R <sub>TH</sub> [kK/W]	C <sub>TH</sub> [nJ/K]	R <sub>тн</sub> C <sub>тн</sub> [µs]
1	0,65	0,25	6,172	0,286	1,766
2	1,45	0,25	5,784	0,255	1,475
3	3,05	0,25	4,846	0,218	1,056
4	6,25	0,25	2,042	0,308	0,628
5	12,7	0,25	1,351	0,325	0,439
6	25,5	0,25	0,725	0,592	0,429
7	29,9	0,25	0,617	0,646	0,370

En utilisant la mesure d'incertitude présentée précédemment nous obtenons pour chaque configuration :  $\sigma(R_{TH}) = 3\%$  et  $\sigma(C_{TH}) = 10\%$ .

Tableau IV. 2 : Valeurs identifiées de R<sub>TH</sub> et C<sub>TH</sub>.

Les résultats présentés ci-dessus suggèrent que :

- la résistance thermique décroît lorsque la taille de l'émetteur croît.
- à l'inverse la capacité thermique croît avec la taille d'émetteur. Cependant, expérimentalement, la capacité pour les faibles émetteurs (à partir d'une surface de 1,45x0,25µm<sup>2</sup>), tend à remonter.
- La constante de temps thermique, correspondant au produit de la capacité thermique par la résistance thermique, décroît avec la taille de l'émetteur. Le temps de réponse thermique est plus rapide pour un grand émetteur que pour un petit émetteur.

Sur la Figure IV. 17 nous avons comparés le modèle « RC » et l'expérience. Nous constatons une très bonne adéquation aux temps courts. Par contre, avec le réseau « RC » simple, le régime établi est atteint à partir d'une microseconde ( $\mu$ s), à contrario de la mesure qui voit son régime permanent à partir de 1ms.

Pour pallier à cet écart, nous allons nous appuyer sur le réseau récursif présenté au chapitre 2.

# b) Extraction des paramètres du réseau récursif

Ce modèle, présenté au chapitre 2, est construit de telle sorte que pour un nombre de cellule RC suffisant, de l'ordre de cinq, l'impédance équivalente du réseau est très proche de l'expression analytique de cette impédance [Mnif04].

La Figure IV. 15 représente le réseau récursif avec 5 cellules RC.



Figure IV. 15 : Réseau récursif

Avec les paramètres du réseau récursif tels que :

$$R_{TH rec} = R_0 = R_{TH} \tag{216}$$

$$C_0 = C_{TH} \tag{217}$$

Puis :

$$R_{i} = k^{i-1}R_{0}$$

$$C_{i} = k^{i-1}C_{0}$$
(218)

Avec k = 3.

Nous avons vu dans le chapitre 2 que le modèle récursif représente le modèle thermique non entier :

$$Z_{TH}(p) \approx \frac{R_{TH}}{\left(1 + \sqrt{R_{TH}C_{TH}}\sqrt{p}\right)}$$
(219)

La solution analytique dans le domaine temporel de l'augmentation de température, en réponse à un échelon de puissance appliqué à l'impédance thermique(219) est donnée par :

$$T_{el} = \Delta T \left( 1 - exp\left(\frac{t}{\tau}\right) e rfc\left(\sqrt{\frac{t}{\tau}}\right) \right)$$
(220)

La fonction d'erreur complémentaire est notée : erfc(u) [Abra70]. De plus, nous avons

$$\Delta T = \phi_0 R_{TH} \tag{221}$$

et

$$\tau = R_{TH} C_{TH} \tag{222}$$

Nous allons utiliser l'expression analytique, en optimisant les paramètres  $\Delta T$  et  $\tau$  en vue d'une bonne adéquation avec la relation(220), voir Figure IV. 16. En utilisant les expressions

propres (221) et (222), nous obtenons  $R_{TH}$  et  $C_{TH}$  du réseau récursif. La simulation de ce réseau donne la courbe représentée sur la Figure IV. 17.

On constate comme, cela était prévisible que le modèle donne une très bonne précision au temps très longs, par contre aux temps courts, il ne correspond plus à la réponse.

Précédemment, nous avons vu que le réseau « RC » simple, réseau du premier ordre, modélise bien ce domaine. Nous rajoutons, donc, une capacité, notée  $C_t$ , à notre réseau récursif. L'identification de cette valeur a été décrite auparavant.

Le réseau de la Figure IV. 15 est alors modifié comme cela est représenté sur la Figure IV. 16.



Figure IV. 16 : Nouveau réseau récursif, réseau « récursif<sub>c</sub> »

Les résultats comparatifs entre l'expérience, le modèle d'ordre 1 et les modèles récursifs sont également montrés Figure IV. 17.



Figure IV. 17 : Résultats comparatifs, expérience (trait plein), modèle récursif et modèle récursif<sub>C</sub>, pour le transistor de Le=12,8 μm, largeur We=0,25μm

Nous constatons que le réseau récursif corrigé, récursif<sub>C</sub>, est en très bonne adéquation avec l'expérience sur l'ensemble de l'intervalle temporelle.

Son utilisation permet d'extraire correctement les paramètres thermiques.

## c) Identification des paramètres du modèle analytique 3D

Comme nous l'avons présenté au chapitre 3, la température moyenne est particulièrement sensible à la conductivité thermique équivalente de la couche de «back-end». De par la nature hétérogène de cette couche ainsi que de la présence des vias et des plots de positionnement des pointes pour le fonctionnement électrique du transistor, cette conductivité est d'un accès très difficile. Nous pouvons par contre l'identifier à partir des mesures de température moyenne de jonction.

Néanmoins, comme nous avons pu le voir lors de l'identification des paramètres du réseau récursif, il apparaît un temps de retard sur les courbes de température mesurées que le modèle analytique ne pourra pas prédire. Ce temps de retard a certainement pour origine le temps d'établissement du flux au niveau de la zone correspondant au deep trench. En d'autres termes que le délais correspond au temps de diffusion de la chaleur jusqu'à la tranchée d'isolation. Pour cette raison, nous allons faire évoluer notre modèle macroscopique, *Figure III.* 9, en rajoutant une capacité thermique supplémentaire, Figure IV. 18. A priori cette capacité doit être du même ordre de grandeur que celle que nous avons introduit dans le réseau récursif et nous la notons de même  $C_t$ . Nous identifions donc la conductivité thermique équivalente  $\lambda_1$  de la couche de « back-end », entre $[2.10^{-5} 2.10^{-4}]$  secondes, ainsi que la capacité thermique  $C_t$ , entre $[10^{-8} 10^{-5}]$  secondes.



# Figure IV. 18 : Nouveau réseau d'impédances représentant le HBT SiGe dans le contexte expérimental

Le Tableau IV. 3 présente les résultats de l'identification pour les transistors 5 à 7. Ces valeurs sont issues du calcul analytique asymptotique. Nous avons utilisé une taille de cellule élémentaire de 600µm selon L et 100µm selon W.

Type de transistor	L <sub>e</sub> [µm] émetteur	W <sub>e</sub> [μm] émetteur	$\lambda_1 [\mathbf{W}\mathbf{m}^{-1}\mathbf{K}^{-1}]$	$C_t$ [ <b>pJK</b> <sup>-1</sup> ]
5	12,7	0,25	63,3	156,9
6	25,5	0,25	62,8	334
7	29,9	0,25	65,9	396,5

Tableau IV. 3 : Tableau récapitulatif de la conductivité équivalente  $\lambda_1$  et la capacité

 $C_t$  identifiés.

Pour ces tailles d'émetteur, on trouve donc des valeurs très proches des deux paramètres.

A titre d'illustration, nous représentons sur la Figure IV. 19 la réponse expérimentale et celle calculée à partir du modèle analytique 3D pour les valeurs des paramètres identifiés. On note une excellente adéquation du modèle.



# *Figure IV. 19 : Comparaison expérience et modèle analytique, thermogramme pour Le=30* μ*m, largeurs We=0,25μm*

Notons que pour ces simulations nous avons utilisé des valeurs de cellule de  $L_c = 600 \,\mu\text{m}$  et  $W_c = 100 \,\mu\text{m}$ .

Nous constatons un écart entre la valeur de  $C_t$  identifiée pour le réseau récursif et celle identifiée précédemment. Cet écart est dû au fait que nous avons utilisé la valeur de  $C_{TH}$ identifiée pour la cellule RC seule dans le réseau récursif. Or comme nous l'avons vu, cette valeur intègre déjà le comportement aux temps courts et donc la valeur identifiée pour le réseau récursif sont certainement moins représentatives du phénomène à l'origine du retard. Finalement, en utilisant les valeurs identifiées dans les expressions des comportements asymptotiques du modèle analytique (développées au chapitre 3, relations (171) et(186)), nous

obtenons les valeurs de  $R_{TH}$  et  $C_{TH}$  du Tableau IV. 4.

N°	L[µm] émetteur	W[µm] émetteur	R <sub>TH</sub> [kK/W]	С <sub>тн</sub> intrinsèque [pJ/K]	C <sub>TH</sub> intrinsèque+Ct [pJ/K]
5	12,7	0,25	1,393	2,07	159
6	25,5	0,25	0,767	4,57	338,6
7	29,9	0,25	0,649	5,59	402

Tableau IV. 4 : Valeurs extraites par le modèle analytique de R<sub>TH</sub> et C<sub>TH</sub>.

Le Tableau IV. 5 rappelle les résultats obtenus dans les paragraphes précédents. Pour information, nous avons calculé la valeur de  $R_{TH}$  à partir du modèle simple développé au chapitre 2, au paragraphe 2.6.1.

Type de transistor	RTH [kK/W] expérience	RTH [kK/W] Modèle	R <sub>TH</sub> [kK/W] modèle simple	CTH [pJ/K] expérience	C <sub>TH</sub> intrinsèque+Ct [pJ/K]
5	1,351	1,393	2,697	325	159
6	0,725	0,767	1,674	592	338,6
7	0,617	0,649	1,491	646	402

Tableau IV. 5 : Bilan générale des résistances et capacités thermiques

On constate que :

- Les résistances thermiques mesurées et calculées par le modèle asymptotique analytique 3D sont très proches.
- Les valeurs asymptotiques du modèle analytique 3D offre de meilleurs résultats, plus proches de l'expérience, que le modèle simple.
- La capacité thermique C<sub>TH</sub> calculée intègre non seulement la capacité issue du comportement asymptotique aux temps courts et celle relative au retard. Il semblerait que ce calcul soit bien plus proche de la réalité que la valeur de capacité identifiée par la cellule RC simple. En effet, cette identification tente d'ajuster « au mieux » le comportement aux temps courts et intermédiaires.

## 4.7 Conclusions de la partie résultats

Dans cette dernière partie, nous avons tout d'abord identifié les paramètres  $R_{TH}$  et  $C_{TH}$  de la cellule simple, à partir des relevés expérimentaux. Ces courbes expérimentales montrent un comportement aux temps très courts, qui est assimilable à un retard. Nous attribuons l'origine physique de ce retard à l'impédance de sortie du générateur de courant alimentant la base du transistor. En particulier, il semble que la capacité de sortie de ce générateur ne soit pas du tout négligeable devant la capacité du transistor lui-même. Ce résultat a d'ailleurs été confirmé par le remplacement du premier générateur (Agilent 4155) par un générateur de tension branché sur une résistance.

Nous comparons ensuite ces mêmes mesures expérimentales avec la température moyenne calculée à partir d'un réseau récursif avec 5 cellules. Afin de prendre en compte le retard observé expérimentalement, nous introduisons une capacité thermique dans ce réseau. Les résultats obtenus sont très bons d'un point de vue qualitatif comme quantitatif. Cette étape souligne bien l'intérêt du réseau récursif en tant que modèle compact. En effet, seulement 3 paramètres doivent être estimés, à savoir  $R_{TH}$ ,  $C_{TH}$  et  $C_t$ .

Enfin, nous comparons les mesures expérimentales avec la température moyenne calculée à partir du modèle analytique 3D que nous avons développé au chapitre 3. La conductivité thermique équivalente de la couche de « back-end » ainsi que la capacité thermique  $C_t$  sont identifiées. Nous constatons une très bonne adéquation des simulations obtenues à partir de ce modèle avec les mesures. Ce modèle analytique, utilisant donc les propriétés thermophysiques des matériaux mis en œuvre dans ce transistor, est donc un outil fiable de simulation. Il nous

permettra, en particulier, de simuler la réponse dans une configuration plus réaliste où la taille de cellule est plus petite que celle utilisée dans le cadre de cette validation (voir paragraphe 3.10).

Pour terminer, il semble que la meilleur estimation de la capacité thermique du transistor  $C_{TH}$  soit celle obtenue à partir du modèle analytique 3D, notamment au travers du comportement asymptotique aux temps courts. En effet, ce modèle permet de bien discerner la capacité thermique intrinsèque  $C_{TH}$  du transistor de la capacité thermique  $C_t$  relative au phénomène de retard.

Il est à noter que l'on peut aussi accéder à ces deux capacités à partir de leur identification dans le réseau récursif.

Insistons sur le fait que ces deux modèles (modèle compact type « réseau récursif » et modèle analytique 3D) ont des objectifs distincts. En effet, le modèle analytique permet de tester la sensibilité de la température moyenne de jonction à une variation d'un paramètre thermophysique. Le réseau récursif est un outil simple, rapide et performant pour établir un modèle de comportement thermique fiable du transistor.

## Conclusion générale

Le travail présenté dans ce document représente un travail de contribution à la modélisation analytique tridimensionnelle de l'auto-échauffement dans les transistors bipolaires à hétérojonction de type Si/SiGe.

A travers une étude de caractérisation thermique, expérimentale, en régime transitoire, des transistors bipolaires à hétérojonction Si/SiGe issus de la filière BiCMOS 7 RF de STMicroelectronics et d'autre part, par la modélisation analytique 3D de ces effets, ce travail est dédié à l'étude macroscopique de l'auto-échauffement dans ces composants.

Après avoir rappelé le principe de fonctionnement des transistors et donné les principales caractéristiques des TBH SiGe, nous avons présenté dans le premier chapitre les effets de température sur le composant et la façon dont l'auto-échauffement était pris en compte dans les modèles compacts électriques.

Dans le second chapitre, nous nous sommes intéressés à définir l'auto-échauffement, la notion de terme source et son rôle. A travers l'analogie électrique nous avons pu constater que l'auto-échauffement pouvait se traduire par un sous circuit simple ou plus complexe, modèle récursif, constitué par une impédance thermique, décrivant le domaine étudié, alimentée par une source de puissance. Nous avons étudié des modèles, différents, de type numérique ou analytique, qui traduisent, de façon découplés, les transferts thermiques et électriques.

Dans le troisième chapitre nous avons présenté en détail notre modèle analytique 3D de l'évolution de la température moyenne dans un transistor bipolaire à hétérojonction SiGe. Basé sur l'application de transformées intégrales, permise par la périodicité du système étudié, la méthode des quadripôles conduit à une expression analytique de la température moyenne. Après une analyse de sensibilité des paramètres thermiques difficilement accessibles, nous avons montré que la température moyenne est particulièrement sensible à la conductivité thermique équivalente de la couche de « back-end ».

Dans le quatrième chapitre, basé sur les travaux de [Mnif04], nous nous sommes intéressés à la méthode expérimentale de mesure de la température de jonction base - émetteur

à courant de base constant, en utilisant l'aspect thermosensible de la tension base - émetteur. Nous avons présenté en détail notre méthode de mesure et validé cette dernière en comparant les mesures avec des simulations de type SPICE, utilisant le modèle HICUM. Cette méthode nous permet d'extraire les paramètres thermiques des TBH SiGe.

Ce dernier chapitre est également dédié à la comparaison entre les modèles compacts, notre modèle analytique 3D et les résultats expérimentaux. A travers cette comparaison, nous avons tout d'abord identifié les paramètres  $R_{TH}$  et  $C_{TH}$  de la cellule simple. L'observation de ces relevés expérimentaux a montrée un comportement, aux temps très courts, assimilable à un retard.

Par la suite, en intégrant une capacité thermique dans le réseau récursif à cinq cellules, pour prendre en compte le retard observé expérimentalement, nous obtenons des résultats comparatifs très bons d'un point de vue qualitatif comme quantitatif entre l'expérience et le réseau récursif.

Cette étape souligne bien l'intérêt du réseau récursif en tant que modèle compact. En effet, seulement 3 paramètres doivent être estimés, à savoir  $R_{TH}$ ,  $C_{TH}$  et  $C_t$  (en supposant que le paramètre k du réseau est supérieur à 1).

Finalement, la comparaison entre les mesures expérimentales avec la température moyenne calculée à partir du modèle analytique 3D, nous permet d'identifier la conductivité thermique équivalente de la couche de « back-end » ainsi que la capacité thermique C<sub>t</sub>.

Nous constatons une très bonne adéquation des simulations obtenues à partir de ce modèle avec les mesures. Ce modèle analytique, utilisant les propriétés thermophysiques des matériaux mis en œuvre dans ce transistor, est donc un outil fiable de simulation.

Il nous permettra, en particulier, de simuler la réponse dans une configuration plus réaliste où la taille de cellule est plus petite que celle utilisée dans le cadre de cette validation (voir paragraphe 3.10). Egalement, le modèle analytique 3D permet de bien discerner la capacité thermique intrinsèque  $C_{TH}$  du transistor de la capacité thermique  $C_t$  relative au phénomène de retard.

L'intérêt du modèle analytique 3D est, notamment, de tester la sensibilité de la température moyenne de jonction à une variation d'un paramètre thermophysique.

Le réseau récursif, quant à lui, est un outil simple, rapide et performant pour établir un modèle de comportement thermique fiable du transistor.

Ce travail débouche sur la création d'un outil de simulation de l'auto-échauffement dans les transistors bipolaires à hétérojonctions SiGe avec le modèle analytique 3D.

Egalement, ce travail apporte une méthode expérimentale de mesure permettant d'obtenir la variation dynamique de la température de jonction base-émetteur.

Ce travail souligne, également, l'intérêt du modèle compact récursif.

Egalement, il faudra développer l'application du modèle analytique 3D aux transistors interdigités. Nous donnons en annexe le développement à suivre dans le cas d'une configuration à deux doigts d'émetteurs.

Egalement, nous avons pu observer, expérimentalement, un comportement singulier pour les transistors ayant des émetteurs plus petits. Développer une autre étude expérimentale, à l'aide d'un analyseur de réseau par exemple, donnerait des informations complémentaires permettant de mieux cerner les phénomènes thermiques pour ces transistors. Egalement, il serait très intéressant de développer le côté simulation 3D avec des outils comme ISE et FEMLAB afin d'apporter des informations complémentaires et pertinentes, à l'échelle microscopique, sur la diffusion thermique dans le composant.

Il faudra également intégrer des modèles de transistors différents, de type SOI par exemple, dans le modèles analytique 3D.

Finalement, le modèle récursif devra être implémenté dans les modèles compacts électrothermiques pour rendre compte, avec une meilleure précision que le modèle RC, de l'auto-échauffement dans les composants.

# Annexe

# Application du modèle analytique 3D aux transistors interdigités :

 Développement à suivre dans le cas d'une configuration à deux doigts d'émetteurs :

Les termes de flux sont situés de part et d'autre de l'axe y en [x1, x2], Figure 1. Les conditions aux limites du flux deviennent :

$$\overline{\psi_{0}} = \begin{cases} \frac{\varphi_{0}}{p} \frac{\left[\sin(\alpha_{n} x_{2}) - \sin(\alpha_{n} x_{1})\right]}{\alpha_{n}} \frac{\sin(\beta_{m} W_{e})}{\beta_{m}}, n \neq 0 \text{ and } m \neq 0 \\ \frac{\varphi_{0}}{p} \frac{\left[\sin(\alpha_{n} x_{2}) - \sin(\alpha_{n} x_{1})\right]}{\alpha_{n}} W_{e}, n \neq 0 \text{ and } m = 0 \\ \frac{\varphi_{0}}{p} \left[(x_{2} - x_{1})\right] \frac{\sin(\beta_{m} W_{e})}{\beta_{m}}, n = 0 \text{ and } m \neq 0 \\ \frac{\varphi_{0}}{p} \left[(x_{2} - x_{1})\right] W_{e}, n = 0 \text{ and } m = 0 \end{cases}$$

$$V$$

$$W_{C}$$

$$y_{1}$$

$$x_{1}$$

$$x_{2}$$

$$U_{C}$$

$$X$$

$$(223)$$

Figure 1 : Cellule élémentaire à deux doigts d'émetteurs

Dans notre cas, nous avons posés :

 $x_1 = 0.5\mu m \text{ et } x_2 = x_2 + x_e, x_e = x_2 - x_1 = 12,65\mu m, y_1 = 0.25\mu m$ 

Nous avons déjà réalisé quelques mesures dans cette configuration et la comparaison du modèle analytique et de l'expérience est représentée Figure 2.



Figure 2 : Comparaison entre l'expérience et le modèle analytique, cas d'un TBH SiGe interdigité :  $y_e=0,25\mu m, x_e=2x12,65\mu m$ 

# Bibliographie

[Abat05] J.Abate, W. Whitt, "A Unified Framework for Numerically Inverting Laplace Transforms", Informs Journal on computing, Volume 17, No. 4, (Fall 2005)

[Abra70] M. Abramowitz and I. Stegun, "Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables", Dover publications, INC., New York, 1970

[Absi04] J. Absi., D. S. Smith, B. Naït-Ali, S. Grandjean, J. Berjonnaux, "Thermal response of two-layer systems Numerical simulation and experimental validation", Journal of the European Ceramic Society xxx (2004) xxx–xxx

[Amar93] A. Amerasekera, Mi-Chang Chang,J.A. Seitchik, A.Chatterjee, K. Mayaram and Jue-Hsien Chern "Self heating in basic semiconductor structures", IEEE Trans. on Electron Devices, Vol. 40,N°10, p. 1836:1844, October 1993

[ANSY] ANSYS, Swanson Analysis System, Inc..., P.0. Box 65, Johnson Road, Houston, PA 15342 0065, ANSYS Users Manual

[Anw01] A.F.M. Anwar, Wu Shangli, R.T. Webster, "Temperature Dependent Transport Properties in GaN, AlxGa&-xN, and InxGa&-xN Semiconductors" Electron Devices, IEEE Trans. Electron Dev., Volume: 48 Issue: 3, p. 567-572, March 2001

[Ardo01] B. Ardouin, "Contribution à la modélisation et à la conception en hautes fréquences des transistors bipolaires à hétérojonction Si/SiGe ", Thèse à l'Université Bordeaux I, 2001

[Bane03] B. Banerjee, S. Venkataraman, Y. Lu, S. Nuttink, D. Heo, Y. J. E. Chen, J. D. Cressler, J. Laskar, G. Freeman, D. Ahlgren, "Cryogenic performance of a 200 GHz SiGe HBT technology", The IEEE Proceedings of the International Conference on Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting, p. 171-173, Toulouse, France, 2003

[BANS] F. Banse, P. Chevalier, F. Dessenne, J-L Thobel, O. Schuler, site internet: http://www.polytech-lille.fr/polytech/Transistor à effet de champ à hétérojonctions sur matériaux III/V

[Bard48] J. Bardeen, W.H. Brattain, "The transistor, a semiconductor triode". Physical Review, Vol. 75, N°8, p. 1208-1226, April 15, 1949

[Batt04] J.-L. Battaglia, L. Puigsegur, A. Kusiak, "Représentation non entière du transfert de chaleur par diffusion. Utilité pour la caractérisation et le contrôle non destructif thermique", International Journal of Thermal Sciences 43, 69-85, 2004

[Batt95] J.-L. Battaglia, "Recherche de modèles simplifiés pour le comportement thermique et hygrothermique d'un bâtiment viticole", Thèse Université de Bordeaux I, 1995

[Batt95] J.-L. Battaglia, "Recherche de modèles simplifiés pour le comportement thermique et hygrothermique d'un bâtiment viticole", Thèse à l'Université de Bordeaux I, 1995

[Baud01] H. Baudry, B. Martinet, C. Fellous, O. Kermarrec, Y. Campidelli, M. Laurens, M. Marty, J. Mourier, G. Troillard, A. Monroy, D. Dutartre, D. Bensahel, G. Vincent, A. Chantre, "High performance 0.25μm SiGe and SiGe: C HBT's using non selective epitaxy", The IEEE Proceedings of the International Conference on BIPOLAR/BiCMOS Circuits and Technology Meeting, p. 52-55, MN, USA, 2001

[Baud02] A. Baudry, D. Deschans, J.-B. Begueret, Y. Deval, P. Fouillat, G. Montignac,
O. Gentaz, M. Torres, "Designing and Prototyping of 2-4 GHz Bandpass SiGe Digitizers and
Associated Test Equipment for the ALMA Project. Paper I", ALMA MEMO, N° 410, Février
2002

[Berg04] D. Berger, "Etude et validation d'un modèle de transistor bipolaire dédié aux applications hautes fréquences", Thèse à l'Université Bordeaux I, 2004

[Beck05] H. Beckrich, T. Schwartzmann, D. Céli, T. Zimmer, "A Spice model for predicting static thermal coupling between bipolar transistors",2005

[Boit95] B. Boittiaux, "Les composants semiconducteurs", Lavoisier, Tec & Doc, ISBN2-7430-0068-4 (seconde édition), 295, 1995

[Born01] M. Bornert, T. Bretheau, P. Gilormini, "Homogénéisation en mécanique des matériaux", Volume 1, Hermes Sciences Europe Ltd., Paris, 2004

[Camp96] S.A. Campbell, "The science and engineering of microelectronic fabrication", Oxford University Press, Oxford 1996

[Carl59] H. Carslaw, J. Jaeger, "Conduction of heat in solids", Oxford Press, 1959
[Caug67] S D. Caughey and R. Thomas, "Carrier mobilities in Silicon empirically related to doping and field", Proc. IEEE, Vol. 52, p. 2192-2193, 1967

[Caze04] *Sous la direction* de P.Cazenave, "Modélisation du transistor bipolaire integer 1, dispositifs au silicium", Lavoisier, EGEM, ISBN 2-7462-0987-X, 2004

[Chav04] A. Chakravorty, R. Garg, C.K. Maiti, "Comparison of state-of-the-art bipolar compact models for SiGe-HBTs", Applied Surface Science 224, p.354 - 360, 2004

[Chen90] J. Chen, G. B. Gao, H. Morkoc, "Thermal dependance of HBT frequency performance", Electronics Letters, Vol. 26, N° 21, p. 1770-1772, 1990

[Clae94] W. Claeys, S. Dilhaire, V. Quintard, "Laser probing of thermal behaviour of electronic components and its application in quality and reliability testing", Microelectronic engineering (Elsevier Sci.), Vol. 24, p. 411-420, 1994

[COSMO] COSMOS/FFE THERMAL, Structural Research & Analysis Corp., Santa Monica, CA 90404

[Cres93-1] J. D. Cressler, J. H. Comfort, E. F Crabbé, G. L. Patton, J. M. C. Stork, J. Y. C. Sun, B. S. Meyerson, "On the profile design and optimization of epitaxial Si and SiGe-base bipolar technology for 77K. Applications-Part I : Transistor DC design considerations", IEEE Trans. on Electron Devices, Vol. 40, N° 3, p. 525-541, 1993

[Cres93-2] J. D. Cressler, E. F Crabbé, J. H. Comfort, J. M. C. Stork, J. Y. C. Sun, B. S. Meyerson, "On the profile design and optimization of epitaxial Si and SiGe-base bipolar technology for 77K. Applications-Part II : Circuit performance issues", IEEE Trans. on Electron Devices, Vol. 40, N° 3, 1993

[Cres98] J. D. Cressler, "SiGe HBT technology : a new contender for Si-based RF and microwave circuit applications", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 46, N° 5, p. 572-589, 1998

[Daws92] D. E. Dawson, A.K. Gupta, M.L. Salib "CW Measurement of HBT Thermal Resistance", IEEE Trans. Elec. Device, Vol.39, N°10, p.2235 - 2239, October 1992

[Daws94] D. E. Dawson, "Thermal modelling, measurement and design considerations of GaAs microwave devices", Proceeding of the IEEE GaAs IC Symposium, p. 285-290, 1994

[Degi94] A. Degiovanni et J.C. Batsale, "Technical Notes", Int. J. heat Mass Transfer, Vol. 37, N°5, p.877-881, 1994

[Degio] A. Degiovanni, "Conductivité et diffusivité thermique des solides", Techniques de l'ingénieur, traité Mesures et contrôles, R 2 850, p.1-16

[DeGr95] H. C. de Graaf and W. J. Kloosterman, "Modelling of the Collector Epilayer of a Bipolar Transistor in the MEXTRAM Model", IEEE Trans. on Electron Devices, ED-42, N° 2, p 274-282, 1995

[Desc02] D. Deschamps, J.-B. Begueret, Y. Deval, P. Fouillat, A. Baudry, G. Montignac,
"4-Gsample/s, 2-bit SiGe Digitizers for the ALMA Project. Paper II", ALMA MEMO, N°
426, May 2002

[Dilh94] S. Dilhaire, "Développement d'un interféromètre laser haute résolution pour la caractérisation de composants microélectronique", Thèse à l'Université de Bordeaux I, 1994

[Dilh98] S. Dilhaire, T. Phan, E. Schaub, W. Claeys, "Sondes laser et méthodologie pour l'analyse thermique à l'échelle micrométrique. Application à la microélectronique", Revue générale Thermique, 37, p.49-59, 1998

[Dilh99] S. Dilhaire, E. Schaub ,W. Claeys, J. Altet, A. Rubio, "Localisation of heat sources in electronic circuits by microthermal laser probing", Int. J. Therm. Sci (2000), p. 544-549,1999

[Dunn03] J.S.Dunn et Al., IBM J. Res. & Dev., Vol.47, N°2/3, March/May, p. 128-129, 2003

[Earl52] J.M. Early "Effects of Space-Charge Layer Widening in Junction Transistors", Proceedings IRE, vol. 40, p. 1401-1406, 1952

[Eber54] J. J. Ebers and J. L. Moll, "Large signal behaviour of junction transistors", Proceedings of the Institute of Radio Engineers, Vol. 42, p. 1761, 1954

[FEMLA] FEMLAB, http://www.comsol.fr

[Forg04] S. Forget, S. Chénais, F. Druon, F. Balembois et P. Georges, "Mesure directe de la distribution de température dans un cristal laser par thermographie infrarouge", J. Phys. IV France 119, p. 183–184, 2004

[Fox91] R. M. Fox and S. Lee, "Scalable Small-Signal Model for BJT Self-Heating", IEEE Electron Device Letters, vol. 12, p. 649-651, December 1991

[Freg05] S. Frégonèse, "Contribution sous l'aspect de dimensionnement des transistors bipolaires à hétérojonction Si/SiGe", Thèse à l'Université Bordeaux I, 2005

[Gao89] G.B. Gao, M.Z.Wang, X. Gui, H. Morkoç, "Thermal design studies of highpower heterojunction bipolar transistors", IEEE Trans. Elec. Device, Vol.36, p. 854-863, 1989

[Gao91] G.B. Gao, M.S. Unlu, H. Morkoç and D.L. Blackburn, "Emitter ballasting resistor design for, and current handling capability of AlGaAs/GaAs power heterojonction bipolar transistors ", IEEE Trans. Elec. Device, Vol.38, N°2, p.185 -195, Feb. 1991

[Gass03] T. Gasseling, "Caractérisation non linéaire avancée de transistors de puissance pour la validation de leur modèle CAO", Thèse à l'Université de Limoges, 2003

[Geof02] V. Geffroy, "Conception de circuits intégrés radiofréquences sur technologie CMOS pour des applications sans fil grand public : application aux mélangeurs", Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, 2002

[Glass64] C. J. Glassbrener and G. A. Slack, "Thermal conductivity of silicon and germanium from 3K to the melting point", Physical Review, vol. 134, p. A1058-A1069, May 1964

[Golu89] G. H. Golub and C. F. Van Loan, "Matrix Computations", The Johns Hopkins University Press, Ch. 10, p. 505-538, 1989

[Gomi94] G. Gomini, S. del Giudic, and C. Nonino, "Finite element analysis in heat transfer – Basic formulation and linear problem", Taylor and Francis, 1994

[Goyh04] J. M. Goyheneche, G. Vignoles, O. Coindreau, "Modélisation thermique des composites thermostructuraux", Congrés Français de Thermique, SFT 2004, Presqu'île de Giens, 25-28 mai 2004

[Gris05] M.GRISARD, "Extraction des paramètres thermiques caractérisant l'autochauffement des transistors bipolaires à hétérojonctions", Rapport de Master Professionnel Microélectronique, 2005 [Gumm70] H. K. Gummel and H. C. Poon, "An integral charge control model of bipolar transistors", Bell System Technical Journal, Vol. 49, p. 827-852, 1970

[Hafi93] M. Hafizi, W. E. Standhina, R. A. Metzger, P. A. Macdonald, F. Williams, "Temperature dependance of DC and RF charactersistics of AlinAs/GalnAs HBT's", IEEE Trans. on Electron Devices, Vol 40, N° 9, p.1583-1588, 1993

[Hann96] G. Hannington, C.E. Chang, P.J. Zampardi, P.M. Asbeck, "Thermal effects in HBT emitter resistance extraction", Electronic Letters, vol 32, p. 1515-1516, august 1996

[Hara95] L. Harame et al., "SiGe HBT technology: device and application issues", Tech. Dig. IEEE International Electron Devices Meeting, p. 731, 1995

[Hash03] T. Hashimoto, Y. Nonaka, T. Tominari, H. Fujiwara, K. Tokunaga, M. Arai, S. Wada, T. Udo, M. Seto, M. Miura, H. Shimamoto, K. Washio et H. Tomioka, "Direction to improveSiGe BiCMOS technology featuring 200-GHz SiGe HBT and 80-nm gate CMOS", Proc. IEEE Electron Devices Meeting, 2003

[Hein02] B. Heinemann, H. Rucker, R. Barth, J. Bauer, D. Bolze, E. Bugiel, J. Drews,
K.-E. Ehwald, T. Grabolla, U. Haak, W. Hoppner, D. Knoll, D. Kruger, B. Kuck, R. Kurps,
M.Marschmeyer, H. H. Richter, P. Schley, D. Schmidt, R. Scholz et X. Tillack, "Novel collectordesign for high-speed SiGe:C HBTs", Proc. IEEE Electron Devices Meeting, p. 775-778, 2002

[Higg93] J. A. Higgins, "Thermal properties of power HBT's", IEEE Trans. on Electron Devices, Vol. 40, p. 2171-2177, 1993

[Hout04] V.E. Houtsma, J. Chen, T. Hu, R.F. Kopf, R.R. Reyes, A. Tate, Y.Yang, N.G.
Weimann, Y.K. Chen, "Self heating of submicrometer InP-InGaAs DHBTs", IEEE Electron
Device Lett., Vol.25, p. 357-359, 2004

[ISE98] Integrated Systems Engineering AG, Zurich, Switzerland, ISE TCAD RELEASE 7.0, 1998

[Jame92] A. M. James, M. P. Lord, Macmillan's Chemical and Physical Data, Macmillan, London, 1992 [Jose95] A. J. Joseph, J. D. Cressler, D. M. Richey, "Operation of SiGe Heterojunction bipolar transistors in the Liquid-Helium temperature regime", IEEE Electron Devices Letters Vol. 16, N° 6, p. 268-270, 1995

[Joy70] R. C. Joy and E. S. Schlig, "Thermal Properties of Very Fast Transistors", IEEE Trans. on Electron. Devices, vol. ED-17, p. 586-594, August 1970

[Kahn04] M. Kahn, "Transistor Bipolaire à Hététrojonction GaInAs/InP pour circuits ultra-rapides : structure, fabrication et caractérisation", Thèse à l'Université Paris XI, juin 2004

[Kaib98] G. Kaiblinger-Grujin, H. Kosina, S. Selberherr, "Influence of the doping element on the electron mobility in n-Silicon", J. Appl., Phys., Vol. 83, N° 6, p. 3096-3101, 1998

[Kirk62] C.T. Kirk, "A theory of transistor cutoff frequency (Ft) falloff at high current densities ", Institute of Radio Engineers Trans. Elec. Device, ED 9 (March), p.164 -174, 1962

[Kitt90] C. Kittel, "Introduction à la physique de l'état solide", 1999, Paris : Dunod

[Kloo96-1] W. J. Kloosterman, "Comparison of MEXTRAM the VBIC95 Bipolar Transistor Model", Unclassified Report 034/96, Philips Electronics, 1996

[Kloo96-2] W. J. Kloosterman, "Parameter Extraction Methodology for the MEXTRAM Bipolar Transistor Model", Unclassified Report 003/96, Philips Electronics, 1996

[Kroe54] H. Kroemer, "Zur Theorie des Diffusions und des Drift transistors. Part III ", Arch Elecktr Ubertrag, p.499-504, 8 November, 1954

[Kroe57] H. Kroemer, "Quasi-electric and quasi-magnetic fields in a non uniform semiconductor", Physical Review, R.C.A Rev.28, 332, 1957

[Kroe82] H. Kroemer, "Heterostructure bipolar transistors and integrated circuits", Proceedings of the IEEE, Vol. 70, N°1, p. 13, 1982

[Kuro66] K. Kurosawa, "Monte Carlo calculation of hot electron problems", Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 21, p. 424-426, 1966

[Laur03] M. Laurens, B. Martinet, O. Kermarrec, Y. Campidelli, F. Deleglise, D. Dutartre, G.Troillard, D. Gloria, J. Bonnouvrier, R. Beerkens, V. Rousset, F. Leverd, A.

Chantre et A.Monroy, "A 150GHz fr/fmax 0.13µm SiGe:C BiCMOS technology", Proc. Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting, p. 199-202, 2003

[Lewi96] D. Lewis, "Réalisation d'un banc optique d'imagerie thermique et thermo élastique pour composants électroniques en fonctionnement. Application à l'étude Peltier généré aux contacts ohmiques de circuits intégrés et à la caractérisation du comportement thermique de diodes laser", Thèse à l'Université de Bordeaux I, 1996

[Liou93] L. L. Liou and B. Bayraktaroglu, "Thermal instability analysis of multiple emitter AlGaAs /GaAs HBT's", MTTS-Symp. Dig., p. 281, 1993

[Liu93] W. Liu et al., "Theoretical calculation of temperature and current profiles in multi-finger heterojunction bipolar transistors", Solid-State Electronics, Vol. 36, No. 2 p. 125-132, 1993

[Liu93-bis] W. Liu, S. Nelson, D. G. Hill, A. Khatibzadeh, "Current gain collapse in microwave multifinger heterojunction bipolar transistors operated at very high power densities", IEEE Trans. on Electron Devices, Vol. 40, N° 11, p.1917-1927, 1993

[Liu95] W. Liu, and A. Yuksel, "Measurement of junction temperature of an AlGaAs/GaAs heterojunction bipolar transistor operating at large power densities ", IEEE trans. Electron Devices, Vol. 42, p. 358-360, 1995

[Lomb98] C. Lombardi, S. Manzini, A. Saporito, M. Vanzi, "A physically ased mobility model for numerical simulation of nonplanar devices", IEEE Trans. Computer-Aided Design, Vol. 7, N° 11, p. 1164-1171, 1988

[Mail00] D.Maillet, S.Andre, J.C.Batsale ,A.Degiovanni ,C.Moyne , "THERMAL QUADRUPOLES : solving the heat equation through integral transforms", Ed.Wiley

[Mara01] G. Maranzana, I. Perry, D. Maillet, "Modélisation des structures multiblocs multicouches par la méthode des quadripôles thermiques", Congrés français de thermique, SFT 2001, Nantes, pp 647-652, 29-31 mai 2001

[Mara96] G. Maranzana, "Modélisation thermique des composants électroniques de puissance par la méthode des quadripôles", Thèse de l'Université de Nancy, 1996

[Marz00] M. Marz and P. Nance, "Thermal modeling of power-electronic systems", Infineon technologies AG application note, April 2000

[Math87] H. Mathieu, "Physique des semi-conducteurs et des composants électroniques", Masson, ISBN 2-225-81013-3, 1987

[MATLAB] MATLAB - http://www.mathworks.com

[McAl04] R. S.P. Mc Allister, W.R. Mc Kinnon, S.J. Kovacic, H. Lafontaine, "Self heating in multi-emitter SiGe HBTs", Solid-State Electronics 48, 2001 :2006, 2004

[McAn95] C. McAndrew, J. Seitchik, D. Bowers, M. Dunn, M. Foisy, I. Getreu, M. McSwain, S. Moinian, J. Parker, P. Wijnen, L. Wagner, "VBIC95 : An improved Vertical IC Bipolar Transistor Model", The IEEE Proceedings of the Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting, p. 170-177, USA, 1995

[McAn96] C. Mc Andrew, J. Seitchik, D. Bowers, M. Dunn, M. Foisy, I. Getreu, M. McSwain, S. Moinian, J. Parker, D. Roulston, M. Schröter, P. Wijnen, L. Wagner, "VBIC95, the vertical bipolar Inter-company model", IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 31, N° 10, p. 1476-1483, 1996

[Mnif02-1] H. Mnif, T. Zimmer, J.L. Battaglia, B. Ardouin, D. Berger, D. Celi, "A new approach for modelling the thermal behaviour of bipolar transistors", 4th IEEE International Caracas Conference on devices, circuits and systems, p.1-4, April 2002

[Mnif02] H. Mnif, T. Zimmer, J. L. Battaglia, B. Ardouin. "Modeling the self-heating effect in SiGe HBTs", In Proceedings of the IEEE BCTM, pages 96-99, Minneapolis, USA, September 2002

[Mnif04] H. Mnif, "Contribution à la modélisation des transistors bipolaires à hétérojonction Si/SiGe en température", Thèse à l'Université de Bordeaux I, 2004

[Moll54] J.L. Moll, "Large-signal transient response of junction transistors", Proc. IRE, vol.42, p.1773-1784, 1954

[Moré78] J. J. Moré, "The Levenberg-marquardt algorithm: implementation and theory", In Proceeding of the Biennial Conference on numerical analysis, p. 105-116, 1978

[Ng95]Ng, K. Kwok, "Complete guide to semiconductor devices", McGraw-Hill, 1995

[Ohue01] E. Ohue, R. Hayami, K. Oda, H. Shimamoto, K. Washio, "5.3ps ECL and 71GHz static frequency divider in self-aligned SEG SiGe HBT", The IEEE Proceedings of the International Conference on BIPOLAR/BiCMOS Circuits and Technology Meeting, p. 26-29, MN, USA, 2001

[Oste92] R. Ostermeir, K. Brunner, G. Abstreiter, W. Weber, "Temperature distribution in Si-MOSFET's studied by micro Raman spectroscopy", IEEE Transaction on Electron Devices, Vol. 39(4), p. 858-863, 1992

[Paas04-1] J.C.J. Paasschens, W.J. Kloosterman, and R. v.d. Toorn , "Model derivation of Mextram 504 The physics behind the model Nat.Lab", Unclassified Report NL-UR 2002/806 Date of issue: October 2004

[Paas04-2] J.C.J. Paasschens,S. Harmsma,and R.van der Torn, "Dependance of Thermal resistance on Ambient and Actual Temperature", p. 96-99, Bipolar/BiCMOS Proceedings of the 2004 Meeting, 13-14 Sept. 2004

[Pala00] V. Palankovski, "Simulation of heterojunction bipolar transistors", Thèse de Doctorat: Institute for Microelectronics, TU Wien, Austria, 2000

[Pata80] S.V. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow. Series in computational methods in mechanic and thermal sciences", Mc Grawhill, 1980

[Paul98] D. J. Paul, "Silicon Germanium Heterostructures in Electronics: the present and the future", Thin Solid Films, 321, p. 172-180, 1998

[Pfos03] M. Pfost, V. Kubrak, P. Brenner, "A Practical Method to Extract the Thermal Resistance for Heterojunction Bipolar Transistors", European Solid State Device Research, p. 335-338, ESSDEMC'03,33<sup>rd</sup> Conference on 16-18 September 2003, 2003

[Prég03] F. Prégaldiny, "Etude et modélisation du comportement électrique des transistors MOS fortement submicronique", Thèse à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg I, 12/12/2003

[Press88] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky W. T. Vetterling, "Numerical Recipes", New York, London: Cambridge Univ. Press, Ch. 12; 2.10; 10.6, 1988

[Rann81] R. Ranfft, "Untersuchung und Optimierung bipolarer Subnanosekunden Schaltungen für Hochintegrierte Digitalbausteine", PH. D. Dissertation, Ruhr University Bochum, Germany, 1981

[Rieh02] J. S. Rieh, B. Jagannathan, H. Chen, K. T. Schonenberg, D. Angell, A. Chinthakindi, J.Florkey, F. Golan, D. Greenberg, S. J. Jeng, M. Khater, F. Pagette, C. Schnabel, P. Smith, A.Stricker, K. Vaed, R. Volant, D. Ahlgren et G. Freeman, "SiGe HBTs with cut-off frequency of 350 GHz", Proc. IEEE Electron Devices Meeting, p. 771-774, 2002

[Ruck03-1] H. Rucker, B. Heinemann, R. Barth, D. Bolze, J. Drews, U. Haak, W. Hoppner,
D. Knoll,K. Kopke, S. Marschmeyer, H.H. Richter, P. Schley, D. Schmidt, R. Scholz, B.
Tillack, W.Winkler, H.-E. Wulf et Y. Yamamoto, "SiGe:C BiCMOS technology with 3.6 ps
gate delay", Proc. IEEE Electron Devices Meeting, 2003

[Rudo03-2] Rudolph, M.; Schnieder, F.; Heinrich, W., " Modeling Emitter BreakDown in GaAs-Based HBTs", Microwave Symposium Digest, 2003 IEEE MTT-S International , Volume: 2, p. 651 -654 vol.2, 8-13 June 2003

[Sabe92] R. Sabeti, E.M. Charlson, E.J. Charlson, "Steady state temperature profile for a thin-film resistor under bias", Journal Appl. Phys., Vol. 72, N°9, p.3862 :3866, 1992

[Sado03] A. Sadovnikov, T.Krakowski, W. Greig, M. Xu European Solid State Device Research, p. 339-342, ESSDEMC'03,33<sup>rd</sup> Conference on 16-18 sept 2003, 2003

[Schr04] M. Schröter "HICUM A scalable physics-based compact bipolar transistor model", Manual HICUM/L2 version 2.2, 10/04, Available: http://www.iee.et.tu-dresden.de/iee/eb/comp\_mod.html

[Schr99-1] M. Schröter and T. Y. Lee, "Physics-Based Minority Charge and Transit Time Modeling for Bipolar Transistor", IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. 46, N° 2, p. 288-300, 1999

[Schr99-2] M. Schröter et al., "Physics- and process- based bipolar transistor modeling for integrated circuit design", IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 34, p. 1136-1149, 1999

[Schr99-3] M. Schröter and T. Y. Lee, "Physics-Based Minority Charge and Transit Time Modeling for Bipolar Transistor", IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. 46, N° 2, p. 288-300, 1999 [SchrWeb] M. Schröter, "HICUM bipolar transistor model", disponible sur le web: http://www.iee.et.tu-dresden.de/iee/eb/comp\_mod.html

[Schw03] M. Schwerd, M. Seck, T. Huttner, T. Bottner, S. Drexl, B. Hasler, A. Mitchell,
H. Helneder, H. Komer, V. Kubrak, M. Schrenk et R. Lachner, "A manufacturable 0.35 /spl
mu/m 150 GHz f/sub T/ SiGe:C bipolar RF technology", Proc. Silicon Monolithic Integrated
Circuits in RF Systems Meeting, p. 10-13, 2003

[Selb89] S. Selberherr, "MOS device modelling at 77K", IEEE Trans. Electron Devices,Vol. 36, N° 8, p. 1464-1474, 1989

[Selb90] S. Selberherr, W. Hänsch, M. Seavey, J. Slotboom, "The evolution of the MINIMOS mobility model", Solid-State Electron, Vol. 33, N° 11, p. 1425-1436, 1990

[Shoc49] Shockley W., "The theory of p–n junctions in semiconductor and p–n junction transistors", Bell Syst Tech J, 28: 435, 1949

[Somm96] R. Sommet, "Intégration d'un modèle physique de transistor bipolaire à hétérojonction dans l'environnement de la C.A.O. non linéaire des circuits monolithiques micro-ondes", Thèse à l'Université de Limoges, 1996

[Stri59] P.R. Strickland, "The Thermal Equivalent Circuit of a Transistor", IBM Journal, 1959

[Suli05] P.Y. Sulima, T. Zimmer, H. Beckrich, J.L. Battaglia, S. Fregonese, D. Celi, "A transient measurement setup for electro-thermal characterization of SiGe HBTs", MIXDES 2005 conference, Kraków, 2005

[Sze81] S.M. Szé, "Physics of semiconductor devices", John Whiley & sons, ISBN 0-471-809837-X, 1981

[Szek97] V. Szekely, A. Poppe, M. Rencz, A. Csendes, A. Pahi, "Electro-thermal simulation: a realization by simultaneous iteration", Microelectronics Journal, 28, p. 247-262, 1997

[Tain03] J. Taine, J.P. Petit, "Transferts thermiques introduction aux sciences des transferts", Dunod, Paris, 2003

[Tran97] H. Tran, "Investigation of SiGe Heterojunction Bipolar Transistors with Respect to Compact Modelling for Integrated Circuit Design", Thesis of Ottawa-Carleton Institute of Electrical Engineering, Canada, September 1997

[Trig02] J. F. Trigeol, F. Soulier, P; Lagonotte, "Reduction of analytical thermal models and their development in the form of networks", Eur. Phys. J. AP 20, 105-119, 2002

[Vanh04] T. Vanhoucke, H.M.J. Boots, W.D. von Noort, "Revised Method for Extraction of the Thermal Resistance Applied to Bulk and SOI SiGe HBTs", IEEE Electron Device Letters, Vol. 25, No 3, p. 150-152, March 2004

[Vars67] Y. Varshini, "Temperature dependence of the energy gap in semiconductors", Physica, Vol. 34, p. 149-154, 1967

[Vold00] S. Voldman, P. Juliano, N. Schmidt, A. Botula, R. Johnson, L. Lanzerotti, N.
Feilchenfeld, A. Joseph, J. Malinowski, E. Eld, V. Gross, C. Brennan, J. Dunn, D. Harame, D.
Herman, B. Meyerson, "ESD robustness of a BiCMOS SiGe technology", The IEEE
Proceedings of the International Conference on BIPOLAR/BiCMOS Circuits and Technology
Meeting, p. 214, MN, USA, 2000

[Vold05] S.H. Voldman, "A review of lachup and electrostratic discharge (ESD) in BiCMOS RF silicom germanium technologies : Part I – ESD", Microelectronics Reliability 45, p.323 - 340, 2005

[Wach90] G.K. Wachutka, "Rigorous thermodynamic treatment of heat generation and conduction in semiconductor device", IEEE Trans. On computer-aided design, Vol.9, N°11, November 1990

[Wada02] S. Wada et al., "A manufacturable 0.18µm SiGe BiCMOS technology for 40 Gb/s optical communication LSIs", The IEEE Proceedings of the International Conference on BIPOLAR/BiCMOS Circuits and Technology Meeting, p. 84 - 87, MN, USA, 2002

[Wald92] J.R. Waldrop, K.C. Wang, P.M. Asbeck, "Determination of junction temperature in AlGaAs/GaAs heterojunction bipolar transistors by electrical measurement", IEEE trans. Electron Devices, Vol. 39, p. 1248-1250, 1992

[Walk99] D. J. Walkey, T. J. Smy, D. Marchesan, H. Tran, C. Reimer, T. C. Kleckner,M. K. Jackson, M. Schröter, J. R. Long, "Extraction and modeling of thermal behavior in

trench isolated bipolar structures", The IEEE Proceedings of the International Conference on BIPOLAR/BiCMOS Circuits and Technology Meeting, pp 97-100, MN, USA, 1999

[Webb93] P. W. Webb, "Thermal modelling of power gallium arsenide microwave integrated circuits", IEEE Trans. on Electron Devices, Vol. 40 (5), p. 867-877, May 1993

[Wils94] J. Wilson and K. Decker, "GaAs MMIC thermal modelling for channel temperatures in accelerated life test fixures and microwave modules", Proc. Tenth IEEE SEMI-THERM Symp., p. 121-128, Feb. 1994

[Xu03]M.W. Xu, A. Sibaja-Hernandez, A. Sadovnikov, S. Decoutere, "Self-heating induced soft degradation of the Early voltage in SiGe:C HBTs", IEEE Electron Device Letters, Vol. 24, No 10, p. 646-648, October 2003

[Zimm04] Y. Zimmerman, Master Thesis, Dresden University of technology, June 2004.

[Zwei93] D. T. Zweidinger, S. Lee, and R. M. Fox, "Compact Modelling of BJT Self-Heating in SPICE", IEEE Transactions on Computer-Aided Design, vol. CAD-12, p. 1368-1375, September 1993

[Zwei96] D. Zweidinger, R.M. Fox, J.S. Brodsky, T. Jung, S.G. Lee, "Thermal impedance extraction for bipolar transistors", IEEE trans. El. Dev., Vol. 43, N°2, p.342 :346, 1996

## Résumé

Le travail présenté dans ce document propose une contribution à la modélisation analytique

tridimensionnelle de l'auto-échauffement dans les transistors bipolaires à hétérojonction de type

Si/SiGe.

Après avoir présenté le contexte bibliographique, nous avons mis au point un modèle analytique du comportement thermique transitoire d'un TBH SiGe à l'échelle macroscopique. Ce modèle utilise la méthode des quadripôles thermiques et repose sur les transformées intégrales du temps et de l'espace.

Un autre intérêt de ce modèle est l'identification du paramètre mal connu que représente la conductivité thermique de la couche composite de passivation.

Nous avons, également, optimisé une méthode expérimentale transitoire permettant de mesurer des paramètres de résistance thermiques et de capacité thermique.

Cette étape permet de valider le modèle macroscopique et fournit ainsi un outil de caractérisation thermique des TBH SiGe.

## Abstract

The work presented in this document proposes a contribution to the three-dimensional analytical modelling of the self -heating in the bipolar transistors with heterojunction of the Si/SiGe type. In a first time the bibliographical context is presented. Then, an analytical model of the transitory thermal behaviour of a TBH SiGe on a macroscopic scale is developed. This model uses the method of the thermal quadruples and rests on the integral transforms of time and space. Another interest of this model is the identification of the badly known parameter which the thermal conductivity of the composite layer of back-end represents.

We, also, optimized a transitory experimental method allowing measuring thermal heat capacity and strength parameters.

This step makes it possible to validate the macroscopic model and thus provides a thermal tool for characterization of the TBH SiGe.

## Mots clés

Transistor bipolaire à hétérojonction SiGe Auto-échauffement Méthode expérimentale Modèle analytique Modèle compact

## Key words

SiGe heterojunction bipolar transistor Self-heating Experimental method Analytical modelling Compact modelling