

Numero d'ordre : 2647

# THESE

PRESENTEE A

## L'UNIVERSITE BORDEAUX I

ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

Par Franck LE POULIQUEN

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPECIALITE : AUTOMATIQUE, PRODUCTIQUE, SIGNAL ET IMAGE

---

OPERATEURS DISCRETS POUR L'ESTIMATION  
ADAPTATIVE ET OPTIMALE DE L'ORIENTATION  
APPLICATION A L'IMAGERIE SISMIQUE

---

Soutenue le 6 janvier 2003

Après avis de :

M.	Philippe Bolon,	Professeur à l'université de Savoie	Rapporteurs
Mme.	Sylvie Philipp-Foliguet,	Professeur à l'ENSEA, Cergy-Pontoise	

Devant la commission d'examen formée de :

MM.	Pierre Baylou,	Professeur à l'ENSEIRB, Bordeaux	
	Philippe Bolon,	Professeur à l'université de Savoie	
	Christian Germain,	Maître de Conférences, ENITA de Bordeaux	
	Naamen Keskes,	Ingénieur de Recherche à Total-Fina-Elf	
	Mohamed Najim,	Professeur à l'ENSEIRB, Bordeaux	Président
Mme.	Sylvie Philipp-Foliguet,	Professeur à l'ENSEA, Cergy-Pontoise	



*Ce mémoire est l'aboutissement d'un travail effectué durant ces quatre dernières années au sein de l'Equipe Signal et Image du LAP.*

*Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma gratitude au Professeur Mohamed Najim pour m'avoir accueilli dans son équipe et de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Je remercie le Professeur Pierre Baylou pour avoir accepté de diriger ma thèse et pour nos conversations fructueuses qui ont amené ce travail de thèse et ainsi que mon goût pour la recherche.*

*Je remercie vivement Monsieur Christian Germain, Maître de conférences à l'ENITA de Bordeaux, pour avoir participé à l'encadrement de mon travail et pour son aide dans la phase de rédaction.*

*J'adresse également mes sincères remerciements à Madame Sylvie Philipp-Foliguet, Professeur à l'ENSEA et à Monsieur Philippe Bolon, Professeur à l'Université de Savoie, qui ont accepté d'être les rapporteurs de mon mémoire.*

*J'exprime mes plus vifs remerciements à Monsieur Naamen Keskes, ingénieur de recherche de Total-Fina-Elf avec lequel l'Equipe Signal et Image entretient une collaboration suivie depuis de nombreuses années. Je lui suis reconnaissant de m'avoir permis d'étudier des signaux réels d'imagerie sismique.*

*Je tiens tout particulièrement à remercier les membres de l'Equipe Signal et Image pour toutes les conversations et les moments de vie commune que nous avons eu depuis ces cinq dernières années: Aude, Clarisse, Christelle, Safa, Thècle, Ahmed, David, Eric, Franck (les deux), Jean-Pierre, Limby, Marc, Marcel, Olivier, Régis, Romi, Tibi, Youssef.*

*Enfin, je remercie mes proches, famille et amis qui m'ont beaucoup encouragé et à qui je dédie ce mémoire.*



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Orientation et méthodes d'estimation de l'orientation</b>	<b>3</b>
1.1 Introduction . . . . .	4
1.2 Notion d'orientation . . . . .	4
1.2.1 Approche perceptuelle . . . . .	4
1.2.2 Définition mathématique . . . . .	7
1.2.3 Représentation de l'orientation . . . . .	9
1.3 Estimation de l'orientation . . . . .	10
1.3.1 Approche ligne de niveau . . . . .	11
1.3.2 Approche gradient . . . . .	11
1.3.2.1 Principe . . . . .	11
1.3.2.2 Implantation d'un estimateur du gradient . . . . .	13
1.3.2.3 Adaptation des opérateurs gradients à l'estimation de l'orientation . . . . .	13
1.3.2.4 Détection optimale des contours par un gradient . . . . .	14
1.3.3 Approches dérivées secondes . . . . .	16
1.3.3.1 Principe . . . . .	16
1.3.3.2 Différents estimateurs des dérivées secondes . . . . .	18
1.3.3.2.a Opérateur de Deriche . . . . .	18
1.3.3.2.b Opérateur de Haralick . . . . .	18
1.3.3.2.c Convolution Normalisée . . . . .	18
1.3.3.2.d Opérateur de Davies . . . . .	19
1.3.4 Bilan de ces différentes approches . . . . .	20
1.3.5 Filtres orientés . . . . .	20
1.3.5.1 Estimation de l'énergie . . . . .	20

1.3.5.2	Estimation de l'orientation à partir de l'énergie . . . . .	21
1.3.5.3	Filtres en quadrature . . . . .	21
1.3.5.3.a	Principe . . . . .	21
1.3.5.3.b	Principes de construction . . . . .	21
1.3.5.3.c	Exemple d'implantation de filtres en quadrature . . . . .	22
1.3.5.4	"Steerable Filters" . . . . .	23
1.3.5.5	Approximation des "Steerable Filters" . . . . .	25
1.3.5.6	"Wedge Steerable Filters" . . . . .	25
1.3.5.7	"Wedge Gaussian Steerable Filters" . . . . .	28
1.3.5.8	Bilan de ces différentes approches . . . . .	28
1.3.6	Filtrage des orientations . . . . .	29
1.4	Conclusion . . . . .	31
<b>2</b>	<b>Nouvelles méthodes d'estimation de l'orientation</b>	<b>33</b>
2.1	Principe . . . . .	34
2.2	Convolution d'un masque sur une surface orientée . . . . .	34
2.3	Opérateur Gradient . . . . .	35
2.3.1	Estimation de l'orientation . . . . .	37
2.3.2	Conditions pour l'estimation exacte de l'orientation . . . . .	37
2.3.3	Estimation exacte de l'orientation de textures orientées de fonction gé- nératrice polynomiale . . . . .	39
2.3.3.1	Principe . . . . .	39
2.3.3.2	Réduction de la sensibilité au bruit . . . . .	39
2.3.3.3	Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 3 . . . . .	41
2.3.3.4	Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 5 . . . . .	41
2.3.3.5	Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 7 . . . . .	42
2.3.4	Estimation de l'orientation de textures orientées sinusoïdales . . . . .	44
2.3.4.1	Formulation générale . . . . .	44
2.3.4.2	Biais maximal . . . . .	44
2.3.4.3	Comparaison des opérateurs <i>GOP3</i> et <i>GOP4</i> avec les opérateurs classiques . . . . .	46
2.3.4.4	Comparaison de différents <i>GOP</i> . . . . .	47
2.3.4.5	Périodes critiques . . . . .	47
2.3.4.6	Minimisation de l'écart d'estimation . . . . .	49
2.3.5	Indice de confiance . . . . .	49

2.3.6	Conclusion . . . . .	49
2.4	Opérateur Vallonnement . . . . .	49
2.4.1	Principe . . . . .	50
2.4.2	Estimation de l'orientation . . . . .	53
2.4.3	Conditions pour l'estimation exacte de l'orientation . . . . .	53
2.4.4	Résolution de l'indétermination . . . . .	54
2.4.5	Estimation exacte de l'orientation de surface orientée polynomiale . . . . .	55
2.4.5.1	Principe . . . . .	55
2.4.5.2	Réduction de la sensibilité au bruit . . . . .	56
2.4.5.3	Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 2 . . . . .	56
2.4.5.4	Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 4 . . . . .	57
2.4.5.5	Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 6 . . . . .	57
2.4.5.6	Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 8 . . . . .	57
2.4.6	Estimation de l'orientation de textures orientées sinusoïdales . . . . .	60
2.4.6.1	Formulation générale . . . . .	60
2.4.6.2	Biais maximal . . . . .	60
2.4.6.3	Comparaison de l'opérateur $VOP7$ avec l'estimateur de Deriche des dérivées secondes . . . . .	61
2.4.6.4	Comparaison de différents $VOP$ . . . . .	61
2.4.6.5	Périodes critiques . . . . .	62
2.4.7	Indice de confiance . . . . .	63
2.4.8	Autres utilisations du vallonnement . . . . .	63
2.4.9	Conclusion . . . . .	64
2.5	Conclusion . . . . .	65
<b>3</b>	<b>Estimateurs adaptés en échelle</b>	<b>67</b>
3.1	Introduction . . . . .	69
3.2	Principe de construction d'un estimateur performant en tout point . . . . .	69
3.2.1	Complémentarité des opérateurs . . . . .	69
3.2.2	Adaptation de l'échelle de l'opérateur . . . . .	70
3.2.3	Schémas des constructions . . . . .	70
3.3	Mélange par la confiance . . . . .	70
3.3.1	Principe . . . . .	70
3.3.2	Estimateur $Max - GVOP$ . . . . .	71
3.3.3	Estimateur $Mean - GVOP$ . . . . .	76

---

3.3.4	Difficultés inhérentes aux mélanges par la confiance . . . . .	77
3.3.5	Utilisation d'une confiance commune . . . . .	78
3.3.5.1	Modèle du réseau orienté de lignes parallèles . . . . .	79
3.3.5.2	Confiance des réseaux symétriques orthogonaux . . . . .	80
3.3.5.3	Fonction d'interpolation . . . . .	81
3.3.5.4	Résultats . . . . .	82
3.4	Mélange par l'utilisation de la topologie . . . . .	84
3.4.1	Principe . . . . .	85
3.4.2	Classification . . . . .	86
3.4.3	Echelle de l'estimateur . . . . .	86
3.4.4	Résultats d'estimation de l'orientation pour les classes extremum et inflexion	86
3.4.5	Remplissage . . . . .	88
3.4.6	Résultats d'estimation de l'orientation par les opérateurs <i>OPCR</i> et <i>OPCRT</i>	
	90	
3.5	Evaluation des performances . . . . .	92
3.5.1	Evaluation sur des textures de synthèse . . . . .	93
3.5.1.1	Critère dévaluation . . . . .	93
3.5.1.2	Textures d'évaluation . . . . .	93
3.5.1.3	Texture mono-fréquentielle ayant une seule orientation . . . . .	94
3.5.1.4	Texture modulée en orientation autour d'une orientation principale	97
3.5.1.5	Image orientée et modulée en orientation sans tendance direc- tionnelle . . . . .	99
3.5.1.6	Image orientée et modulée en orientation et en fréquence sans tendance directionnelle . . . . .	100
3.5.2	Evaluation sur une texture réelle . . . . .	102
3.5.3	Conclusion sur les évaluations . . . . .	105
3.6	Conclusion . . . . .	107
<b>4</b>	<b>Applications à l'imagerie sismique</b>	<b>109</b>
4.1	Introduction . . . . .	110
4.2	L'imagerie sismique . . . . .	110
4.2.1	Collecte des données . . . . .	110
4.2.2	Exploitation des données . . . . .	111
4.2.3	Le signal sismique . . . . .	111
4.3	Estimation du pendage . . . . .	111

4.3.1	Principe . . . . .	111
4.3.2	Estimation du pendage 2D . . . . .	112
4.3.3	Régularisation de l'estimation du pendage 2D . . . . .	114
4.3.4	Estimation du pendage 3D . . . . .	114
4.4	Synthèse d'horizon sismique . . . . .	118
4.4.1	Principe . . . . .	119
4.4.2	Résultats et discussion . . . . .	120
4.5	Détection de contours virtuels: les failles . . . . .	121
4.5.1	Définition . . . . .	121
4.5.2	Failles par utilisation de la confiance . . . . .	122
4.5.3	Conclusion . . . . .	125
4.6	Conclusion . . . . .	127
<b>Conclusion</b>		<b>129</b>
<b>Annexes</b>		<b>131</b>
<b>A Différents filtres orientés</b>		<b>131</b>
A.1	Base de filtres séparables $X - Y$ pour des "Steerable Filters" . . . . .	131
A.2	Fonction angulaire optimale pour les "Wedge Steerable Filters" . . . . .	132
A.3	Fonction radiale pour les "Wedge Steerable Filters" . . . . .	132
<b>B Estimation exacte de l'orientation pour des surfaces orientées de fonction génératrice sinusoïdale</b>		<b>135</b>
<b>C Propriétés des différents estimateurs</b>		<b>137</b>
C.1	Invariance du biais d'un gradient appliqué sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale . . . . .	137
C.2	Invariance du biais du gradient de Deriche appliqué sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale . . . . .	138
C.3	Equivalence des biais d'orientation des gradients de Roberts et de Sobel appliqués sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale . . . . .	138
C.4	Invariance du biais d'un opérateur $VOP$ appliqué sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale . . . . .	139
<b>D Estimateurs <math>Max - ROS</math> et <math>Max - ROA</math></b>		<b>141</b>
D.1	Principe . . . . .	141

D.2	Résultats sur des textures réelles . . . . .	142
<b>E</b>	<b>Opérateur <i>OPC</i>: détermination de caractéristiques</b>	<b>145</b>
E.1	Estimation des caractéristiques topologiques . . . . .	145
E.1.1	Extraction des extremums . . . . .	145
E.1.2	Extraction des pixels appartenant aux zones d'inflexion . . . . .	145
E.1.3	Extraction des pixels appartenant aux zones d'extremums . . . . .	146
E.2	Détermination de l'échelle de l'estimateur . . . . .	148
	<b>Bibliographie</b>	<b>150</b>

# Introduction

L'aptitude humaine à analyser les images est d'une remarquable complexité. Les chercheurs s'en inspirent pour la reproduire sous la forme d'outils informatiques. Cependant les nombreuses difficultés liées à la perception des images, comme la présence du bruit, ont amené les chercheurs à proposer des modèles mathématiques qui permettent de prendre en compte ces difficultés. La modélisation des images est alors scindée en différents champs de recherche adaptés aux différents types d'images qui vont de l'analyse de textures aux séquences d'images vidéo en passant par les images représentant des objets. Les différences de modélisation tiennent à la prise en compte d'informations a priori sur l'origine ou l'acquisition du signal présent dans l'image.

Ce mémoire est centré sur l'étude de textures directionnelles. Ces textures présentent un agencement spatial particulier. C'est cette information que nous cherchons à exploiter au moyen d'algorithmes en analysant le champ d'orientation correspondant.

L'information d'orientation est une notion indissociable de l'échelle à laquelle l'analyse est effectuée. De nombreux travaux de recherche ont proposé des modélisations permettant l'estimation de l'orientation pour des grandes échelles. Ces travaux utilisent notamment la transformée de Fourier du signal [Gra78] qui permet par l'étude des fréquences d'estimer l'orientation de la texture dans la fenêtre étudiée. Une autre catégorie de méthodes utilise des projections spatiales des intensités des pixels comme la transformée de Hough [Jai89]. D'autres travaux ont été développés pour réaliser une estimation locale de l'orientation. La plupart d'entre elles utilisent les variations du signal qui sont perçues à travers les estimations des dérivées. Une variante à l'analyse consiste à étudier la réponse des convolutions de filtres orientés [Fre92]. L'intérêt majeur de ces outils, qui permettent une estimation locale de l'orientation, est de proposer des solutions, optimisées vis-à-vis de l'immunité au bruit et du biais de l'estimateur, afin d'assurer la meilleure précision de l'orientation estimée.

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire sont placés dans le cadre de l'estimation de l'orientation locale pour un signal en deux dimensions. Pour cela nous avons proposé, à par-

tir d'une définition générale de l'orientation, de traiter les problèmes du biais d'estimation, de l'immunité au bruit et de l'échelle d'analyse. Nos méthodes ont été utilisées sur des images qui présentent des textures directionnelles provenant de l'imagerie sismique. Une partie des travaux que nous présentons s'inscrivent ainsi dans le cadre d'une collaboration industrielle avec la société TotalFinaElf.

Ce mémoire est organisé de la façon suivante:

Le premier chapitre permet de poser le problème en terme de définition de l'orientation et des notions qui gravitent autour. A partir de ces définitions nous décrivons les différentes méthodes présentes dans la littérature qui permettent d'estimer l'orientation.

Le deuxième chapitre est consacré dans un premier temps à la présentation d'une méthode pour construire des estimateurs non biaisés de l'orientation. Ensuite nous donnons des exemples d'estimateurs que nous comparons vis-à-vis du biais aux autres méthodes présentées au premier chapitre.

Dans le troisième chapitre nous proposons un estimateur *OPCRT* qui s'adapte à l'échelle locale de la texture. Ensuite nous effectuons une comparaison en terme de biais et d'immunité au bruit des estimateurs les plus performants.

Enfin dans un dernier chapitre, nous présentons des applications de nos travaux à l'imagerie sismique. Nous y présentons des méthodes 3D d'estimation de l'orientation 2D et 3D. Plus spécifiquement nous montrons les applications de nos opérateurs à la synthèse d'horizons sismiques et à la détection de failles géologiques.

# Chapitre 1

## Orientation et méthodes d'estimation de l'orientation

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>1.2</b>	<b>Notion d'orientation</b>	<b>4</b>
1.2.1	Approche perceptuelle	4
1.2.2	Définition mathématique	7
1.2.3	Représentation de l'orientation	9
<b>1.3</b>	<b>Estimation de l'orientation</b>	<b>10</b>
1.3.1	Approche ligne de niveau	11
1.3.2	Approche gradient	11
1.3.3	Approches dérivées secondes	16
1.3.4	Bilan de ces différentes approches	20
1.3.5	Filtres orientés	20
1.3.6	Filtrage des orientations	29
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>31</b>

---

## 1.1 Introduction

L'orientation dans les images est un paramètre auquel l'oeil est particulièrement sensible. Elle englobe l'agencement spatial du signal et l'aspect directionnel qu'il peut prendre. L'agencement spatial est une notion clef en analyse d'images, notamment pour l'étude des textures. En effet, l'extraction des contours, la détection des points caractéristiques aussi appelés minutiae ou l'estimation du mouvement sont liées à l'étude des textures directionnelles et donc de l'orientation.

Nous proposons dans ce chapitre de définir la notion d'orientation, puis nous présentons un panorama de méthodes qui en permettent l'estimation.

## 1.2 Notion d'orientation

Elle est définie pour des signaux dits multidimensionnels, c'est-à-dire ayant une dimension supérieure à un. Dans un premier temps nous approchons la notion d'orientation de façon intuitive, puis d'une manière plus formelle pour des données en deux et trois dimensions.

### 1.2.1 Approche perceptuelle

L'orientation relève avant tout de la perception visuelle. Elle correspond à l'orientation des lignes perceptuelles, principalement les lignes de même intensité, encore appelées lignes iso-niveaux. Ainsi l'orientation paraît facilement compréhensible pour les pixels situés sur ces lignes perceptuelles et nettement moins si les pixels sont distants de lignes perceptuelles (zones uniformes).

La distance du point courant aux lignes perceptuelles les plus proches permet de juger de la pertinence des orientations associées.

Sur la figure (1.1) nous avons représenté une texture dont l'orientation ne prête pas à confusion. En chaque point passe une ligne perceptuelle parallèle à toutes les autres lignes perceptuelles et de direction unique. Dans la pratique la problématique n'est pas aussi simple. Nous illustrerons les difficultés qui peuvent subvenir par quatre exemples.

#### **Exemple 1: texture modulée en orientation**

Dans le cas de la figure (1.2), bien qu'en chaque point passe une ligne perceptuelle parallèle à toutes les autres, celle-ci ne représente pas une direction unique. L'orientation perçue dans le support correspondant au petit cadre blanc est environ de  $70^\circ$  tandis que celle perçue dans le

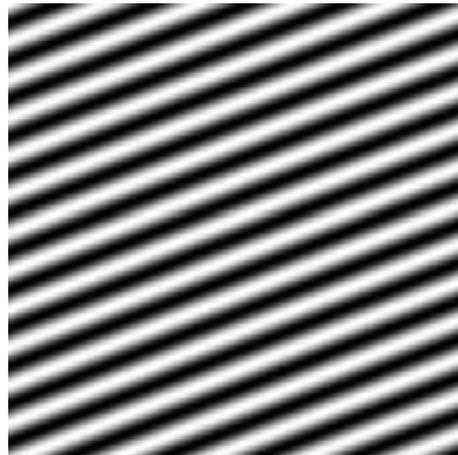


FIG. 1.1 – *Texture présentant une orientation unique à  $22^\circ$ .*

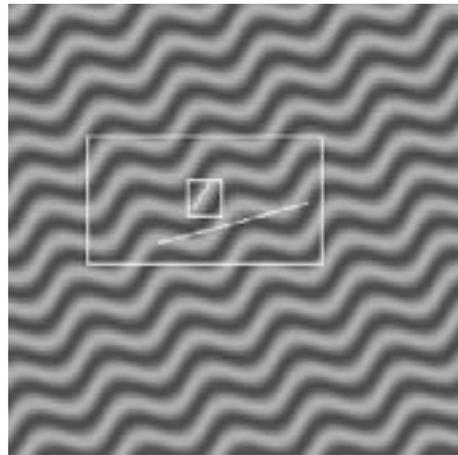


FIG. 1.2 – *Texture modulée en orientation.*

grand cadre est de  $20^\circ$ . En un même point, suivant la taille de la zone observée, nous pouvons percevoir plusieurs orientations distinctes. L'estimation de l'orientation est donc particulièrement sensible à la taille du support sélectionné et qui correspond à l'échelle d'observation.

**Exemple 2: construction géométrique**

L'image (1.3) représente une ligne droite sur un fond uniforme avec trois zones délimitées par des rectangles blancs. L'orientation pour les pixels situés dans le premier rectangle, en ne prenant en compte que les informations situées dans ce cadre, correspond à celle de la droite. Dans le deuxième rectangle en suivant le même principe, l'orientation est indéterminée. Enfin pour les pixels du troisième rectangle, l'orientation est définie avec moins de pertinence pour les pixels les plus éloignés de la droite. Cet exemple montre l'importance de définir une zone d'influence des lignes perceptuelles qui correspond grossièrement à l'ensemble des pixels utilisés pour déterminer

l'orientation (support de calcul).

**Exemple 3: objet diffus**

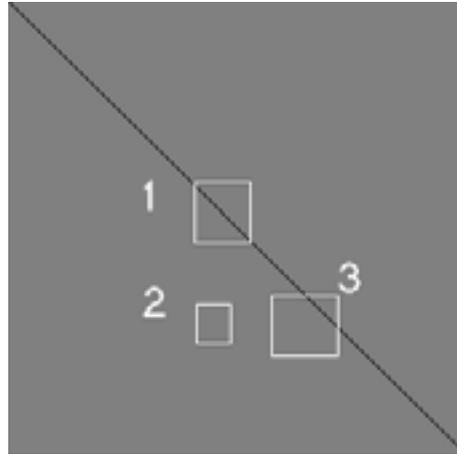


FIG. 1.3 – Image d'une droite avec trois zones d'analyse (cadres blancs).

Dans ce cas (1.4) il existe une ligne isoniveau en tout point de l'objet. Ces lignes isoniveaux étant fermées, elles contiennent toutes les orientations. Pourtant le sens commun indique que

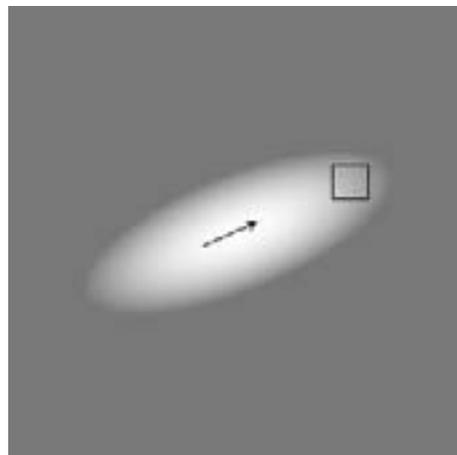


FIG. 1.4 – *Objet diffus.*

l'objet représenté dans l'image est orienté sans ambiguïté dans le sens de la flèche. Si l'objet est observé dans le cadre de la fenêtre, il sera plus difficile de déduire l'orientation souhaitée. Nous verrons que ceci est pourtant réalisable par la suite.

**Exemple 4: orientations multiples**

Il s'agit par exemple de la superposition de plusieurs textures d'orientations différentes (figure

1.5). Une approche de l'analyse de cette texture consiste à établir un champ d'orientation multivalué: en chaque point de l'image il existe plusieurs orientations. Nous pouvons envisager la séparation des deux champs afin de procéder à des traitements distincts (filtrage orienté par exemple), puis de reconstruire de l'image finale à partir des résultats partiels.

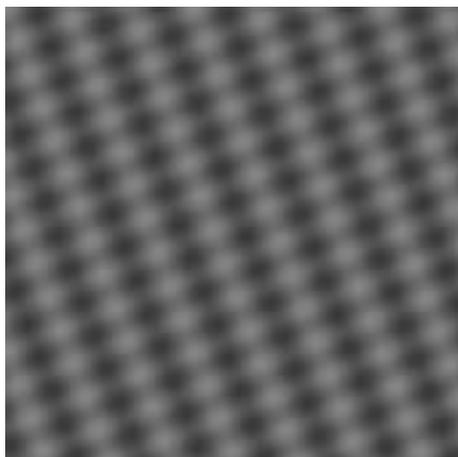


FIG. 1.5 – *Texture présentant des orientations multiples.*

La direction est une variable circulaire modulo  $2\pi$ . Comme l'orientation se déduit facilement de la direction puisque deux directions opposées ont la même orientation, alors l'orientation est une variable circulaire modulo  $\pi$ . Finalement l'orientation représente une réduction de l'information de direction pour laquelle le sens est indifférent.

En récapitulant les différentes notions que nous venons de présenter, l'estimation de l'orientation apparaît comme un problème mal posé au regard des applications envisagées. En effet la notion perceptuelle reste vague, l'orientation n'est pas toujours définie et pas toujours unique. C'est pourquoi nous nous restreignons à un cadre formel pour lequel nous proposons par la suite une définition mathématique de l'orientation.

### 1.2.2 Définition mathématique

Le cadre formel dans lequel nous nous plaçons est celui constitué d'images idéales pour lesquelles l'orientation est unique et non ambiguë. Ces images sont construites sur la base d'une fonction génératrice  $h$  (avec  $h'$  presque partout non nulle) qui précise les variations d'amplitude dans une direction ( $X_1$ ) orthogonale à l'orientation  $\theta$  et d'une reproduction par translation dans la direction  $\theta$  de cette fonction (figure 1.6). Nous formons ainsi une surface réglée 3D où  $f(x,y)$  représente l'intensité du pixel de coordonnées  $(x,y)$ . Dans ce cas idéal, l'orientation est égale à

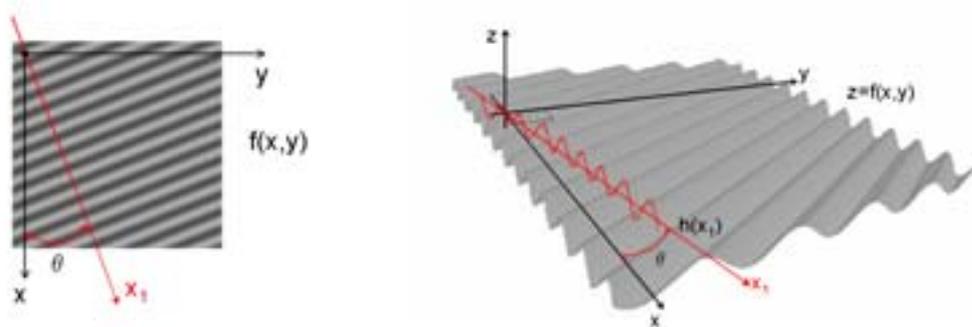


FIG. 1.6 – Fonction génératrice  $h$  de la surface  $f$  orientée  $\theta$  sur un voisinage adapté.

$\theta$  en tout point de l'image.

Soit  $\vec{n}$ , le vecteur normal à la représentation surfacique de  $f(x,y)$  au point  $\vec{X} = (x,y)$ , sa projection dans le plan de l'image  $(X,Y)$  est colinéaire au vecteur de direction  $(X_1)$  et dans le plan  $(X_1,Z)$ ,  $\vec{n}$  est orthogonal au vecteur tangent de la courbe  $h(u)$  au point  $u = -x \sin(\theta) + y \cos(\theta)$ :

$$f(\vec{X}) = h(\vec{X}^t \vec{n}) \quad (1.1)$$

L'orientation  $\theta$  est définie à partir de  $\vec{n}$ .

**Définition :**

L'orientation  $\theta$  de l'image  $f$  au pixel de coordonnées  $\vec{X} = (x,y)$  est définie par l'argument du vecteur  $\vec{n}$ .

$$\theta = \text{Arg}(\vec{n}) + \pi/2 \quad \text{modulo } \pi \quad (1.2)$$

Pour une image orientée  $\theta$ , cette définition se traduit par la modélisation suivante:

$$f(x,y) = h(-x \sin(\theta) + y \cos(\theta)) \quad (1.3)$$

L'objectif de ce travail consiste à traiter le problème inverse en développant des opérateurs discrets aptes à évaluer  $\theta$  à partir de  $f(x,y)$ . Dans le cas des images réelles, nous considérons qu'il existe localement une image idéale telle que décrite précédemment qui approxime correctement la région observée. Par la suite, nous appelons voisinage adapté le plus grand domaine centré sur le pixel considéré et qui satisfait cette contrainte.

Nous attribuerons une mesure de confiance qui traduit la pertinence du support, à l'estimation en considérant l'écart entre l'image réelle et l'image idéale.

Dans le contexte d'un bloc d'images constitué par exemple par la juxtaposition de coupes sismiques ou biomédicales, la définition de l'orientation (1.2) peut être étendue à un signal en trois dimensions; cet aspect est traité au chapitre 4 paragraphe (4.3.4).

### 1.2.3 Représentation de l'orientation

L'information d'orientation peut être visualisée de plusieurs façons. La plus simple consiste à superposer des vecteurs sur l'image. Cette représentation peut combiner l'information d'orientation (perçue à travers la direction des vecteurs) et la confiance attribuée à cette estimation (représentée par le module des vecteurs).

Par la suite nous utilisons une représentation colorimétrique de l'orientation et une représentation en niveau de gris de la confiance. La figure (1.7) présente la palette de couleur où chaque orientation, comprise entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$ , est associée à une couleur tout en assurant la continuité colorimétrique pour les angles  $-\pi/2$  et  $\pi/2$ . La figure (1.8) montre des exemples de représentation

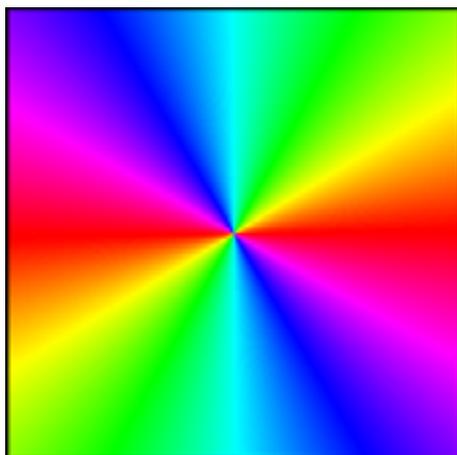


FIG. 1.7 – *Palette d'orientation.*

de l'orientation utilisant la palette précédente. Sur cette représentation, il est plus facile de percevoir la continuité spatiale de la modulation de l'orientation. De plus elle permet, en choisissant un nombre suffisant de couleurs, de déceler des écarts angulaires de l'ordre du degré. L'orientation et la confiance peuvent être simultanément représentées en construisant par exemple une image HSL où la teinte H traduit l'orientation et la luminance L exprime la confiance.<sup>1</sup>

1. Il est important d'écrêter la luminance à 0.5 pour continuer à percevoir les couleurs indiquant une orientation quand la confiance dans l'estimation devient maximale. En effet si nous laissons la luminance atteindre la valeur maximale de 1.0 alors la couleur retournée sera blanche quelle que soit l'orientation.

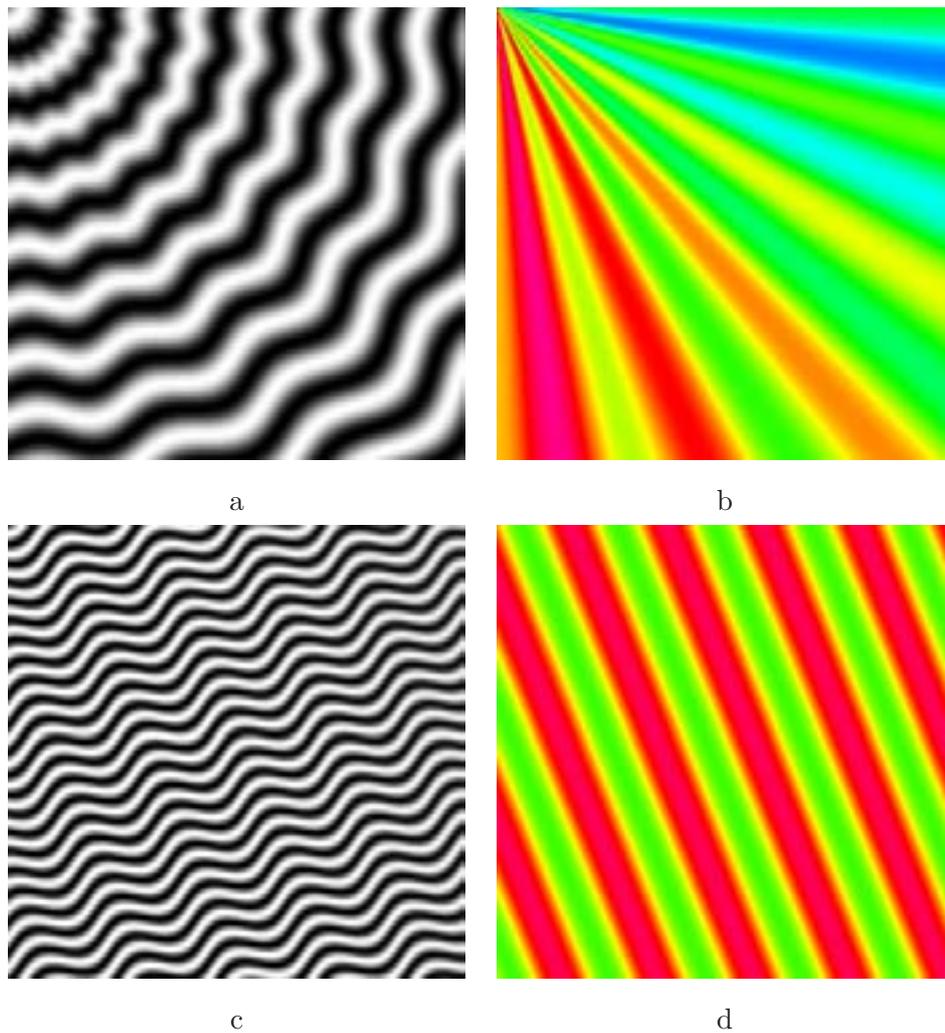


FIG. 1.8 – Images de synthèse (a) et (c) composées de lignes modulées en direction et leurs cartes d'orientation théorique (b) et (d).

### 1.3 Estimation de l'orientation

L'estimation de l'orientation peut s'effectuer à travers l'étude des variations du signal. Elle peut être effectuée en utilisant les dérivées premières et/ou secondes du signal. Nous présentons des méthodes d'estimation de l'orientation fondées sur ces techniques.

D'autres approches fondées sur la recherche des filtres les mieux adaptés aux variations observées délivrent une information d'orientation et de confiance.

Enfin nous présentons une technique de “moyennage” des orientations afin d'attribuer une orientation à une région de l'image de taille variable. Ceci permet par exemple d'effectuer une analyse multi-échelle de l'orientation.

Le réseau des courbes isoniveaux est orthogonal au réseau des lignes de plus grande pente. Il est donc équivalent de rechercher une ligne isoniveau ou de rechercher une ligne de plus grande pente (gradient).

Toutefois les algorithmes proposés par les chercheurs sont le plus souvent fondés sur l'approche gradient et beaucoup plus rarement sur l'approche ligne de niveau.

### 1.3.1 Approche ligne de niveau

Nous pouvons chercher à développer une ligne de niveau [DC00]. Ce faisant, nous nous heurtons à de nombreuses difficultés liées à la discrétisation du support qui conduisent par exemple à des franchissements erratiques de lignes de crête. Pour éviter ces difficultés, nous pouvons rechercher les orientations pour lesquelles la surface est autosimilaire. Pour cela nous recherchons sur un réseau de lignes parallèles quelle est l'orientation  $\theta$  qui minimise les cumuls des fluctuations du signal observées le long de ces lignes.

### 1.3.2 Approche gradient

#### 1.3.2.1 Principe

L'estimation des dérivées premières est un des traitements de bas niveaux les plus utilisés en imagerie. En effet les dérivées premières permettent d'estimer la présence et l'orientation des contours. Les dérivées partielles suivant les axes constituent les composantes du gradient.

Les gradients mesurent la vitesse de variation du signal. L'argument du gradient porte l'information de l'orientation de l'axe correspondant à la plus grande pente. Appliquée sur une image  $f$  cette variation linéaire correspond à la pente du plan qui s'ajuste au mieux à la surface construite à partir de  $f$  en assimilant son intensité à une altitude. Le module du gradient représente la pente de ce plan.

A partir du gradient, l'estimation  $\hat{\theta}$  de l'orientation s'obtient par une rotation de  $\frac{\pi}{2}$  de l'argument du vecteur gradient.

$$\begin{aligned}\hat{\theta} &= \arctan\left(\frac{g_y}{g_x}\right) + \frac{\pi}{2} \text{ modulo } \pi \\ &= -\arctan\left(\frac{g_x}{g_y}\right) \text{ modulo } \pi\end{aligned}\tag{1.4}$$

avec

$$\begin{aligned}g_x &= \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ g_y &= \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\end{aligned}$$

Le module du gradient constitue une mesure de confiance dans l'estimation de l'orientation, car il traduit l'intensité du contraste local.

Cette méthode est particulièrement adaptée aux signaux multidimensionnels ( $\geq 2D$ ) et sa mise en œuvre est simple. Son coût calculatoire est faible, notamment grâce à sa décomposition en une succession de traitements monodimensionnels.

Appliqué sur l'exemple 3, l'opérateur gradient procure le résultat de la figure (1.9). Par pairage

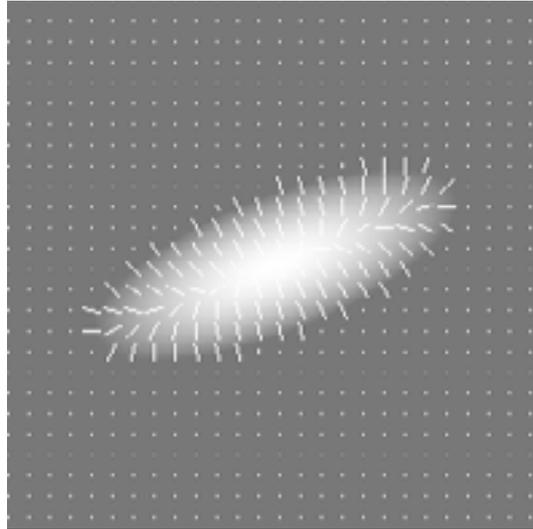


FIG. 1.9 – Gradients sur l'image précédente d'un objet diffus.

de gradients correspondants de part et d'autre de la ligne de crête, il est possible de compenser la dispersion observée. Ceci est illustré par la combinaison des orientations des points  $M$  et  $N$  sur la figure (1.10) qui procure l'orientation moyenne en  $P$ . Une telle démarche est délicate à

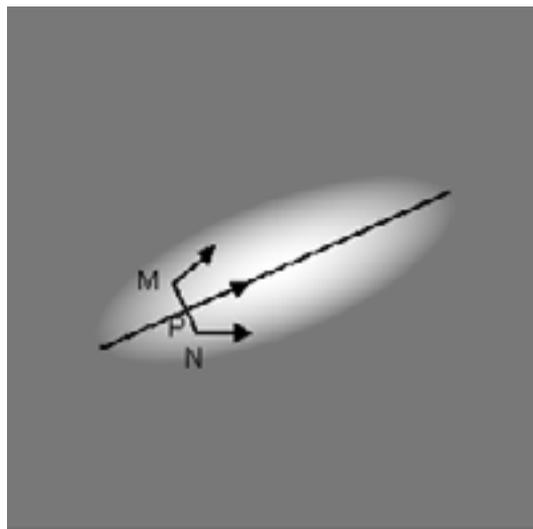


FIG. 1.10 – Orientation par les gradients sur l'image précédente d'un objet diffus.

mettre en œuvre en pratique.

Un autre défaut de l'opérateur gradient est l'existence de points singuliers. Ils résultent de l'annulation du module du vecteur gradient sur les lignes de crêtes (où pourtant l'orientation est non ambiguë) de sorte qu'il est impossible d'en extraire une information d'orientation pertinente. D'autres opérateurs sont donc indispensables pour pallier cet inconvénient.

### 1.3.2.2 Implantation d'un estimateur du gradient

Les premiers gradients développés correspondent à des opérateurs de convolution à réponse impulsionnelle finie. Ils correspondent à la discrétisation directe de l'opération de différentiation sur un petit voisinage autour du pixel central. Le gradient  $\vec{G} = (g_x, g_y)$  est déterminé en chaque pixel  $(i, j)$  par la convolution des masques  $M_x$  et  $M_y$  sur l'image discrète  $f$ :

$$\begin{cases} g_x(i, j) = M_x * f(i, j) = \sum_k \sum_l m_x(k, l) \cdot f(i - k, j - l) \\ g_y(i, j) = M_y * f(i, j) = \sum_k \sum_l m_y(k, l) \cdot f(i - k, j - l) \end{cases} \quad (1.5)$$

Les coefficients  $m_x$  (respectivement  $m_y$ ) sont les coefficients du masque  $M_x$  (respectivement  $M_y$ ). Ces gradients s'obtiennent par le calcul des différences finies entre les pixels situés de part et d'autre du pixel central suivant l'axe orthogonal à l'axe de dérivation choisi. Le masque  $M_y$  s'obtient par une rotation de  $\pi/2$  du masque  $M_x$ .

Les implantations d'estimateurs du gradient les plus simples sont celles du gradient en croix et de Roberts. Le gradient en croix détermine les différences sur un voisinage monodimensionnel de trois pixels suivant les axes horizontaux et verticaux. Le gradient de Roberts détermine les différences sur un voisinage d'une largeur de deux pixels ( $2 \times 2$ ) suivant les deux bissectrices du repère  $(O, X, Y)$ . Comme les masques de ces deux gradients sont très petits, ces deux opérateurs présentent de mauvaises performances en présence de bruit.

Pour réduire la sensibilité au bruit certains opérateurs intègrent une fonction de lissage dans le sens orthogonal à celui de la dérivation. C'est le cas des opérateurs de Prewitt<sup>2</sup> et de Sobel.

Des méthodes surfaciques qui déterminent les paramètres pour ajuster au mieux une surface polynomiale sur le voisinage local ont été proposées par Haralick [Har83]. Les gradients sont ensuite estimés à partir des paramètres du modèle de surface.

### 1.3.2.3 Adaptation des opérateurs gradients à l'estimation de l'orientation

Une estimation de l'orientation sans biais exige la satisfaction d'un critère d'invariance (ou isotropie). Danielsson a exprimé une condition suffisante d'isotropie de l'opérateur gradient

---

2. Le gradient de Prewitt correspond à la solution qui ajuste au mieux un plan sur le voisinage ( $3 \times 3$ ) [Bro78]

[Dan90].

Une première solution à la construction d'un gradient invariant en rotation est le respect d'une condition suffisante: si les deux composantes d'un filtre dans une représentation polaire sont le produit d'une fonction radiale  $h(r)$  et de fonctions angulaires respectivement  $\cos(\phi)$  et  $\sin(\phi)$  alors le filtre est invariant en rotation:

$$\begin{cases} g_x(r,\phi) &= h(r) \cdot \cos(\phi) \\ g_y(r,\phi) &= h(r) \cdot \sin(\phi) \end{cases} \quad (1.6)$$

La construction d'un filtre gradient invariant en rotation impose que la fonction  $h$  soit la fonction de Bessel du second ordre. En effet, pour retrouver le gradient à partir de données échantillonnées il faut utiliser une fonction fenêtre isotrope dans le domaine de Fourier. Cette fonction transposée dans le domaine spatial se traduit par une fonction de Bessel. L'implantation discrète sous la forme de masques de convolution nécessite une troncature des coefficients des fonctions de Bessel qui empêche la stricte invariance en rotation.

Une deuxième construction d'un gradient optimal vis-à-vis de l'invariance en rotation est possible en optimisant un critère qui traduit cette propriété. Ce critère est appelé total harmonic distortion (THD) [Dan90]. Il évalue dans le domaine de Fourier la distorsion commise par rapport au modèle d'une ligne orientée  $\theta + \pi/2$  dans le domaine fréquentiel. Ce critère permet de modifier les coefficients des masques de convolution de l'estimateur. Danielsson propose un exemple d'optimisation vis-à-vis de l'invariance en rotation pour une implantation sur un support de taille  $(3 \times 3)$  (figure 1.11). Le rapport ainsi déterminé entre  $m_x(1,0)$  et  $m_x(1,1)$  est de 2.75. Il compare

-1	0	1
-2.75	0	2.75
-1	0	1

FIG. 1.11 – *Masque  $M_x$  du gradient de Danielsson.*

la différence de qualité d'estimation de l'orientation avec des estimateurs équivalents en terme de support comme les gradients de Prewitt ou Sobel. Cette approche permet d'améliorer la qualité des estimateurs d'orientation mais elle garde les défauts liés à l'estimation du gradient.

#### 1.3.2.4 Détection optimale des contours par un gradient

Le problème de la détection optimale des contours par un opérateur gradient a été abordé par Canny [Can83][Coc95]. Il s'est placé dans le contexte d'un contour de type échelon perturbé

par un bruit blanc gaussien. Il a défini les critères suivants pour réaliser une détection optimale des contours: une bonne localisation du contour, l'unicité de la réponse au contour et l'immunité maximale aux bruits. Cependant aucune implantation optimale sous la forme de filtre à réponse impulsionnelle finie n'a pu être déterminée [Can86] et Canny a proposé une solution sous optimale qui réalise une troncature des filtres de convolution.

Deriche a proposé [Der87] une solution optimale qui respecte les trois critères précédemment énoncés. Il a déterminé un filtre de réponse impulsionnelle infinie permettant une implantation récursive. Ces filtres récursifs sont du premier ou du deuxième ordre et séparables en  $x - y$ .

La détermination du gradient suivant une direction se fait par la convolution de deux filtres monodimensionnels récursifs: d'une part un filtre de lissage  $f_0$  dans la direction perpendiculaire à celle de dérivation et d'autre part un filtre de dérivation  $f_1$ . Le filtre de lissage  $f_0$  est une intégrale du filtre de dérivation  $f_1$  qui est optimal suivant les critères énoncés précédemment.

$$\begin{aligned}
 f_0(x) &= c_0(1 + \alpha|x|) \exp(-\alpha|x|) \\
 f_1(x) &= c_1x \exp(-\alpha|x|)
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{cases}
 c_0 &= \frac{(1-\exp(-\alpha))^2}{1+2\alpha \exp(-\alpha)-\exp(-2\alpha)} \\
 c_1 &= -\frac{(1-\exp(-\alpha))^2}{\exp(-\alpha)}
 \end{cases}
 \tag{1.7}$$

Le paramètre  $\alpha$  gère l'échelle d'analyse ou le support de calcul. Une grande valeur pour  $\alpha$  réduit l'influence du support d'analyse à un voisinage local, tandis qu'une faible valeur conduit à la prise en compte de pixels éloignés du point où le gradient est calculé. Les composantes du gradient  $\vec{G}$  sont finalement:

$$\begin{cases}
 g_x(x,y) &= (f_0(y).f_1(x)) * f(x,y) \\
 g_y(x,y) &= (f_0(x).f_1(y)) * f(x,y)
 \end{cases}
 \tag{1.8}$$

La séparabilité et surtout l'implantation récursive permettent de limiter le nombre d'opérations indépendamment de l'échelle appliquée. Cela permet d'envisager des études multi-échelles peu coûteuses en temps de calcul par rapport une utilisation de masques de convolution de tailles variées.

Les critères proposés par Canny permettent de déterminer un détecteur de contours performant. Cependant ils ne prennent pas directement en compte un critère de qualité pour estimer au mieux l'orientation.

### 1.3.3 Approches dérivées secondes

#### 1.3.3.1 Principe

Les dérivées secondes portent l'information sur les variations quadratiques du signal et permettent d'estimer l'orientation. L'estimation de l'orientation par les dérivées secondes se fait alors par l'estimation des orientations associées aux courbures principales.

La géométrie différentielle définit localement deux courbures principales qui correspondent aux valeurs maximale et minimale des courbures des courbes obtenues par l'intersection de la surface avec des plans orthogonaux passant par la normale  $\vec{n}$  au point courant.

La figure (1.12) montre une représentation de la courbure surfacique. L'orientation est déterminée par le plan correspondant à la courbure surfacique minimale. La seconde forme fondamentale

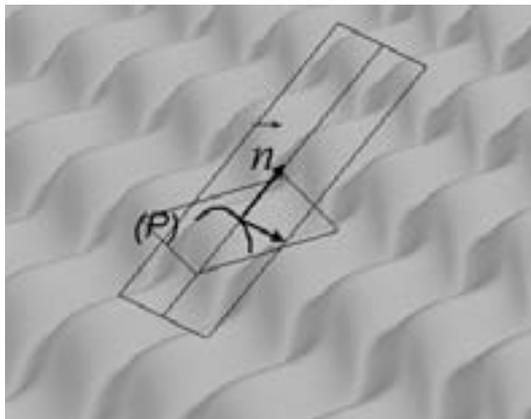


FIG. 1.12 – Représentation de la courbure surfacique pour image visualisée comme une surface.

[DC76] utilise la matrice hessienne  $H$  de l'image composée des dérivées secondes de  $f$ .

$$H = - \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Les valeurs propres de cette matrice correspondent aux deux courbures principales. Les vecteurs propres  $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$  associés représentent les orientations des courbures principales. La direction de l'axe associé à la plus petite valeur propre  $\lambda_2$  est alors une estimation de l'orientation. La figure (1.13) représente l'image  $f$  par une surface  $S$  autour du point courant  $p$ . Deux plans passant par la normale  $\vec{n}$  de la surface  $S$  et par les vecteurs propres principaux  $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$  sont représentés. Les intersections de ces plans avec la surface  $S$  forment deux courbes  $(\mathcal{C}_1)$  et  $(\mathcal{C}_2)$ . Les courbures principales de la surface  $S$  sont les courbures de  $(\mathcal{C}_1)$  et  $(\mathcal{C}_2)$  calculées au point courant  $p$ .

A partir de la matrice hessienne nous obtenons une estimation des vecteurs propres qui corres-

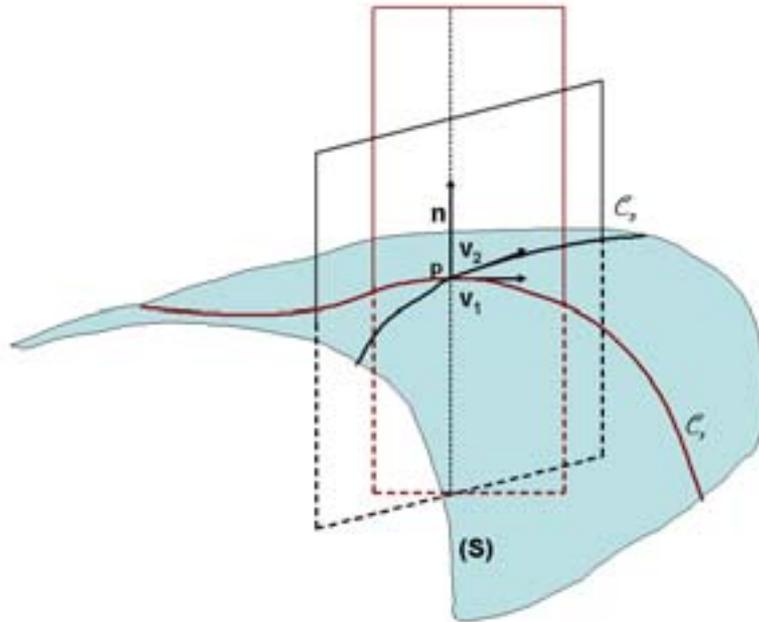


FIG. 1.13 – Représentation locale d'une image par une surface et ses plans de courbures principales associés.

pondent aux axes de courbures principales et donc de l'orientation.

Appliqué à l'exemple 3, nous constatons qu'un opérateur fondé sur ce principe procure l'orientation souhaitée de l'objet diffus comme illustré sur la figure (1.14).

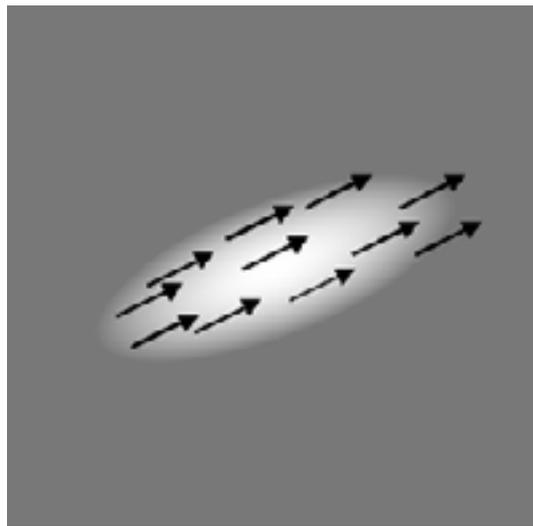


FIG. 1.14 – Orientation de la courbure principale minimale sur l'image précédente d'un objet diffus.

### 1.3.3.2 Différents estimateurs des dérivées secondes

#### 1.3.3.2.a Opérateur de Deriche

A l'instar des filtres qui estiment les dérivées premières, Deriche [Der90] a proposé des filtres à réponse impulsionnelle infinie pour estimer les dérivées secondes. Il s'agit de filtres optimisés pour l'estimation d'un contour échelon dans un environnement perturbé par un bruit blanc gaussien. Ils sont implantés sous la forme de filtres récurrents d'ordre un ou deux.

Il utilise la dérivée seconde  $f_2(x)$  préalablement lissée dans la direction  $(o,y)$ .

$$f_2(x) = (1 - c_2\alpha|x|) \exp(-\alpha|x|) \quad (1.10)$$

avec  $c_2 = \frac{1-\exp(-2\alpha)}{2\alpha \exp(-\alpha)}$

La dérivée croisée est obtenue par les convolutions en cascade des gradients de Deriche suivant X et Y ou inversement. La différence entre les deux dérivées croisées est considérée comme négligeable.

#### 1.3.3.2.b Opérateur de Haralick

Haralick a proposé [Har80] une modélisation de la surface locale par des polynômes à partir de laquelle il est possible d'extraire la matrice hessienne.

La modélisation polynomiale est faite par la convolution d'une base de polynômes à deux variables  $(x,y)$ . Cette base est constituée par les produits de polynômes de Tchebycheff à une variable. Haralick utilise un modèle  $m(x,y)$  de la surface d'ordre 3<sup>3</sup>:

$$m(x,y) = k_1 + k_2x + k_3y + k_4x^2 + k_5xy + k_6y^2 + k_7x^3 + k_8x^2y + k_9xy^2 + k_{10}y^3 \quad (1.11)$$

Les polynômes de la base sont alors d'ordre inférieur ou égal à 3. Les coefficients  $k_i$  sont obtenus par la convolution de masques représentant l'implantation discrète des polynômes de la base sur le voisinage local considéré. Haralick propose une implantation en masques de taille  $(3 \times 3)$  ou  $(5 \times 5)$  [Har83] comme présenté sur la figure (1.15). Il est alors possible d'extraire l'orientation par la matrice hessienne des dérivées secondes en utilisant les coefficients  $(k_4, k_5, k_6)$  qui estiment les dérivées  $\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,y), \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x,y), \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x,y) \right\}$ .

#### 1.3.3.2.c Convolution Normalisée

Une autre modélisation de la surface locale a été proposée par Farneback [Far99]. Elle rejoint l'idée d'un modèle de surface proposé par Haralick. Cette surface est modélisée par un

---

3. Haralick a montré que l'ordre 3 est suffisant pour l'estimation du gradient local et de son orientation associée.

$\frac{1}{70}$	<table border="1" style="display: inline-table; text-align: center;"><tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-2</td><td>-2</td><td>-2</td><td>-2</td><td>-2</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr></table>	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2																						
-1	-1	-1	-1	-1																						
-2	-2	-2	-2	-2																						
-1	-1	-1	-1	-1																						
2	2	2	2	2																						

$\frac{1}{100}$	<table border="1" style="display: inline-table; text-align: center;"><tr><td>4</td><td>2</td><td>0</td><td>-2</td><td>-4</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>-1</td><td>-2</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td></tr></table>	4	2	0	-2	-4	2	1	0	-1	-2	0	0	0	0	0	-2	-1	0	1	2	-4	-2	0	2	4
4	2	0	-2	-4																						
2	1	0	-1	-2																						
0	0	0	0	0																						
-2	-1	0	1	2																						
-4	-2	0	2	4																						

$\frac{1}{70}$	<table border="1" style="display: inline-table; text-align: center;"><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-2</td><td>-1</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-2</td><td>-1</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-2</td><td>-1</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-2</td><td>-1</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-2</td><td>-1</td><td>2</td></tr></table>	2	-1	-2	-1	2	2	-1	-2	-1	2	2	-1	-2	-1	2	2	-1	-2	-1	2	2	-1	-2	-1	2
2	-1	-2	-1	2																						
2	-1	-2	-1	2																						
2	-1	-2	-1	2																						
2	-1	-2	-1	2																						
2	-1	-2	-1	2																						

 FIG. 1.15 – Masques de convolution pour déterminer les coefficients  $k_4$ ,  $k_5$  et  $k_6$ .

polynôme d'ordre 2:

$$m(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^t \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}^t \mathbf{x} + c \quad (1.12)$$

et  $\mathbf{x}$  est le vecteur de coordonnées  $(x, y)$ . Les coefficients de la matrice symétrique  $\mathbf{A}$ , du vecteur  $\mathbf{b}$  et le scalaire  $c$  sont obtenus par la convolution normalisée avec la base de fonctions  $\{1, x, y, x^2, y^2, xy\}$ . Le vecteur  $\mathbf{b}$  représente la partie linéaire de la surface locale. Il est estimé par l'opérateur gradient. La matrice symétrique  $\mathbf{A}$  correspond à la partie quadratique de la surface sur le voisinage considéré. Elle exprime les dérivées secondes du signal. Enfin le scalaire  $c$  traduit l'altitude moyenne de la surface locale. Farneback propose d'estimer l'orientation locale en déterminant le tenseur résultant des voisinages linéaire et quadratique.

### 1.3.3.2.d Opérateur de Davies

Davies et al [Dav98] proposent un opérateur pour détecter des lignes fines ainsi que leur orientation. Pour cela ils utilisent un modèle de ligne de profil sinusoïdal, passant par le centre du masque et ayant une certaine largeur. Les deux masques de convolution qui estiment des dérivées secondes ont des propriétés de symétrie et d'antisymétrie comme présenté sur la figure (1.16). Les signes + et - indiquent le signe des coefficients des masques.

Initialement de taille  $(3 \times 3)$ , une implantation sur de plus grands supports a été proposée

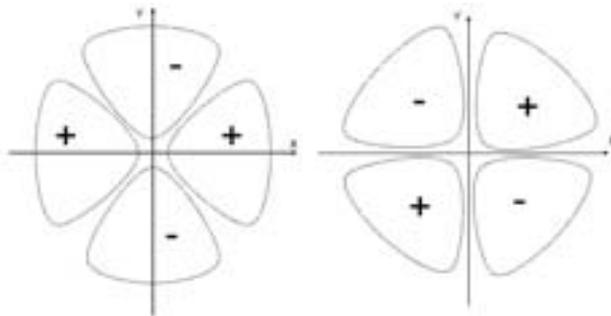


FIG. 1.16 – Formes des masques de convolution de l'opérateur de Davies.

avec les coefficients répartis sur une couronne. Le choix des coefficients des masques s'effectue en fonction de l'information recherchée. Davies et al optimisent les coefficients afin de maximiser la qualité de la détection recherchée. Ils détectent ainsi pour des masques de taille  $(3 \times 3)$  des lignes d'une largeur de 1.4 pixels avec une précision angulaire de  $0.4^\circ$ .

Toutefois, aucune méthode d'optimisation pour déterminer les coefficients des masques de convolution n'est associée à ces travaux.

### 1.3.4 Bilan de ces différentes approches

L'estimation de l'orientation par l'utilisation des dérivées premières ou secondes permet d'introduire une optimisation vis-à-vis de l'estimation de l'orientation qui permet une plus grande précision angulaire de l'estimation. De plus de tels estimateurs permettent de garder le caractère local de l'estimation. Enfin le coût calculatoire de ces méthodes n'est pas excessif.

### 1.3.5 Filtres orientés

L'utilisation d'un banc de filtres orientés permet de déterminer la réponse angulaire. Notamment cette méthode permet d'extraire plusieurs orientations si elles coexistent.

#### 1.3.5.1 Estimation de l'énergie

L'estimation de l'orientation se fait par la recherche du filtre orienté qui, convolué au signal, donne la meilleure réponse en jouant sur ses paramètres fondamentaux, notamment l'orientation et l'échelle.

Les filtres utilisés sont étudiés pour réagir spécifiquement avec différentes structures présentes dans les images comme les contours ou les lignes.

A partir de la réponse de chaque filtre  $h_{i,\theta}$  orienté  $\theta$ , l'énergie  $E(\theta)$  est déterminée par la somme de leurs réponses au carré:

$$E(\theta) = \sum_i (f * h_{i,\theta})^2 \quad (1.13)$$

Le choix du type et le nombre de filtres utilisés est fonction de l'application envisagée.

Les premières utilisations de bancs de filtres orientés concernaient les dérivées directionnelles, comme le gradient directionnel de Kirsh [Coc95]. Il paraît judicieux de lier par l'énergie les réponses d'estimateurs de l'orientation adaptés à la fois aux lignes et aux contours. C'est le cas des filtres en quadrature [Gra95].

### 1.3.5.2 Estimation de l'orientation à partir de l'énergie

L'analyse de la réponse en fonction de l'angle  $\theta$  permet de détecter la présence de plusieurs orientations sur le voisinage étudié. Chaque orientation estimée est associée à un mode de cette réponse. Le mode principal correspond à l'orientation dominante.

### 1.3.5.3 Filtres en quadrature

#### 1.3.5.3.a Principe

Pour extraire l'énergie indépendamment de la nature des structures présentes (contours ou lignes) il faut lier les réponses des masques adaptés aux différentes formes recherchées et ce pour chaque orientation.

Perona [Per90a] propose ainsi de détecter d'une part les contours avec des filtres orientés bidimensionnels dont la fonction génératrice est une fonction impaire et d'autre part les lignes avec des filtres dont la fonction génératrice est paire (nous appelons par la suite ces filtres impairs et pairs). Il a paru judicieux de lier ces filtres pair et impair afin qu'ils réagissent à des objets de même échelle et surtout que leurs réponses soient du même ordre de grandeur<sup>4</sup>. L'utilisation de filtres en quadrature [Gra95][Mor87] est une solution qui répond à cet objectif.

Les filtres en quadrature sont déphasés de  $\pi/2$  et l'énergie obtenue par la somme quadratique des réponses des deux filtres est invariante en rotation.

Aach et al [Aac95] font le lien entre les filtres en quadrature et les approches corrélatives. Ils rappellent notamment que les filtres en quadrature permettent d'extraire l'enveloppe du signal comme une déconvolution d'amplitude (AM), ce qui revient à extraire l'énergie du signal.

#### 1.3.5.3.b Principes de construction

Les filtres en quadrature sont orientés autour d'une orientation  $\theta$ . Une fonction gaussienne permet de limiter les composantes énergétiques à la fois dans le domaine spatial et dans le domaine fréquentiel. Une autre propriété des filtres en quadrature est que leur transformée de Fourier  $H_{i,\theta}(u,v)$  soit nulle sur la moitié de l'espace de Fourier:

$$H_{i,\theta}(u,v) = \begin{cases} R(|\vec{w}|)(\vec{w} \cdot \vec{n}_\theta)^2 & \text{si } \vec{w} \cdot \vec{n}_\theta > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.14)$$

où  $\vec{w} = (u,v)$  est un vecteur dont les composantes sont les coordonnées dans l'espace des fréquences et son module est  $|\vec{w}| = (u^2 + v^2)^{1/2}$ .  $\vec{n}_\theta$  est le vecteur unitaire dans la direction  $\theta$ .

---

<sup>4</sup> Néanmoins Perona propose de dissocier ces deux échelles dans le futur.

Les filtres en quadrature sont généralement séparables en coordonnées polaires pour faciliter d'une part la détermination du filtre en quadrature par rapport au filtre initial et d'autre part la construction des masques pour des orientations quelconques. Cependant il est possible de déterminer des filtres en quadrature non séparables [Gra95].

A partir d'un filtre  $h_{0,\theta}(x,y)$  orienté  $\theta$  et séparable en coordonnées polaires  $(r,\theta)$   $h_{0,\theta}(x,y) = g(r)h_0(\theta)$ , il est possible de construire son filtre en quadrature  $h_{1,\theta}(x,y)$  en déterminant la transformée de Hilbert  $h_1(\theta) = \mathcal{H}(h_0(\theta))$  ou son approximation:

$$h_{1,\theta}(x,y) = g(r)h_1(\theta) \quad (1.15)$$

La convolution de filtres en quadrature pour toutes les orientations engendre un coût en temps de calcul très élevé et une redondance des résultats. Une solution pour diminuer ce temps de calcul est d'utiliser des filtres en quadrature décomposables dans une base de filtres. La réponse d'un filtre orienté dans une direction quelconque, s'obtient alors par interpolation de la réponse des filtres de base. Les filtres de base ont des orientations uniformément réparties sur  $[0^\circ,180^\circ]$  s'ils sont symétriques et sur  $[0^\circ,360^\circ]$  s'ils sont asymétriques.

Différents types de filtres en quadrature  $(h_e, h_o)$ <sup>5</sup> ont été proposés. Ces filtres sont déterminés dans le domaine fréquentiel où leurs décompositions en coordonnées polaires sont explicites. Ensuite en utilisant la transformée de Fourier inverse nous obtenons les coefficients des filtres de convolution dans le domaine spatial.

### 1.3.5.3.c Exemple d'implantation de filtres en quadrature

Afin de simplifier calculatoirement l'estimation de l'énergie de la réponse d'un banc de filtres orientés, Andersson et Knutsson [Knu94][And91] ont proposé des filtres en quadrature obtenus par une décomposition. La base considérée est composée de filtres dits harmoniques qui s'écrivent dans le domaine de Fourier:

$$\begin{cases} F_{e,i}(\rho,\phi) = G(\rho) \cos(i\phi) & i = [0,1\dots n] \\ F_{o,i}(\rho,\phi) = G(\rho) \sin(i\phi) & i = [0,1\dots n] \end{cases} \quad (1.16)$$

où  $G(\rho)$  est la fonction radiale de la transformée de Fourier des filtres en quadrature.

Une paire de filtres en quadrature orientés  $\phi_k$  s'exprime dans le domaine de Fourier par:

$$\begin{cases} H_{e,\phi_k}(\rho,\phi) = \sum_{i=0,2,4,\dots}^n w(i)[F_{e,i}(\rho,\phi) \cos(i\phi_k) + F_{o,i}(\rho,\phi) \sin(i\phi_k)] \\ H_{o,\phi_k}(\rho,\phi) = \sum_{i=1,3,5,\dots}^n w(i)[F_{e,i}(\rho,\phi) \cos(i\phi_k) - F_{o,i}(\rho,\phi) \sin(i\phi_k)] \end{cases} \quad (1.17)$$

---

5. Les indices o et e correspondent à la parité paire (e) ou impair (o).

Les coefficients  $w(i)$  correspondent à la discrétisation de la fonction angulaire des filtres en quadrature dans l'espace de Fourier. Afin d'avoir une sensibilité angulaire importante pour chaque paire de filtres, il faut prendre des coefficients  $w(i)$  qui sont proches de 1 autour de l'orientation du filtre  $\phi_k$  et qui tendent rapidement vers 0 lorsque nous nous en écartons. La fonction suivante réalise cet objectif de sélectivité:

$$w(i) = \cos^2(i/(2n + 2)). \quad (1.18)$$

La composante radiale  $G(\rho)$  est une fonction passe-bande obtenue par une fonction lognormale de fréquence centrale  $\pi/2$  dont la bande passante est de 2 octaves. L'interpolation réalisée à partir des convolutions des masques des filtres de la base est exacte. Elle est obtenue par le produit des réponses avec des fonctions sinus et cosinus de l'angle du masque orienté dont nous cherchons la réponse (1.17). Le nombre de filtres de base est  $2n + 2$ .

#### 1.3.5.4 “Steerable Filters”

Pour déterminer des filtres en quadrature plus sensibles aux différentes structures orientées que sont les lignes ou les contours, une nouvelle famille de filtres utilisant des dérivées directionnelles a été développée.

Perona et Malik [Per90a] ont étudié quel est l'ordre de la dérivée le plus performant. Ils aboutissent au choix de l'ordre 2 contrairement au choix précédent fait par Canny [Can86] (dérivées premières). Freeman et al. [Fre91] utilisent aussi les dérivées d'ordre pair (2 ou 4) d'une gaussienne  $g(x,y) = \exp(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2})$  comme filtre pair. Le filtre en quadrature associé qui est donc impair s'obtient par une approximation polynomiale de la transformée de Hilbert de la partie angulaire du filtre pair obtenue par sa décomposition en coordonnées polaires. Le filtre pair orienté à  $0^\circ$  est la dérivée seconde de  $g(x,y)$  par rapport à  $x$ . Cependant, pour avoir une sélectivité angulaire plus importante, il est possible d'utiliser la dérivée quatrième de  $g(x,y)$  par rapport à  $x$ .

$$\begin{aligned} g_{2,0^\circ}(x,y) &= (2x^2 - 1) \exp(-r^2) \\ g_{4,0^\circ}(x,y) &= (x^3 - 2.254x) \exp(-r^2) \end{aligned} \quad (1.19)$$

La notion “steerable” induit la possibilité d'interpoler de manière exacte la réponse de filtres orientés suivant une orientation quelconque à partir des réponses des filtres de la base. En modélisant les filtres en quadrature orientés  $0^\circ$  par  $h_{0^\circ}(x,y) = w(r^2)p(x,y)$  avec  $p(x,y)$  un polynôme d'ordre  $N$  et  $w(r^2)$  une fonction fenêtre isotrope, le nombre minimal de filtres de base permettant l'interpolation exacte est  $2N + 1$ . Cependant, si le polynôme  $p(x,y)$  est impair ou

pair<sup>6</sup> alors le nombre de filtres de base devient  $N + 1$ . C'est le cas des filtres utilisés qui sont les dérivées d'une gaussienne.

Les filtres en quadrature  $(g_{2,\theta}, h_{2,\theta})$  pour une orientation quelconque  $\theta$  sont obtenus par la dérivée seconde de la gaussienne isotrope et sont construits à partir de 7 filtres de base. En effet le polynôme associé à  $g_{2,\theta}$  est pair d'ordre 2 et celui associé à  $h_{2,\theta}$  est impair d'ordre 3.

$$\begin{cases} g_{2,\theta}(x,y) &= \sum_{i=1}^3 k_i(\theta) g_{2,\theta_i}(x,y) \\ h_{2,\theta}(x,y) &= \sum_{i=1}^4 k_i(\theta) h_{2,\theta_i}(x,y) \end{cases} \quad (1.20)$$

avec  $k_i(\theta) = \frac{1}{3}[1 + 2 \cos(2(\theta - \theta_i))]$

Les angles des filtres de base de  $g_{2,\theta}$  sont  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 60^\circ$  et  $\theta_3 = 120^\circ$ . Les masques des filtres de base sont obtenus par rotation de  $\theta_i$  des masques orientés à  $0^\circ$ .

Il est préférable de travailler avec des filtres séparables en  $X - Y$  afin que l'implantation des convolutions de masques bidimensionnels soit plus rapide en temps de calcul. Comme la décomposition en filtres de base séparables en  $X - Y$  n'est qu'un changement de base, le nombre de filtres de base reste inchangé. L'expression et une représentation de ces filtres de base ainsi que les fonctions d'interpolation sont données en annexe (A.1).

La figure (1.17) montre une paire de filtres en quadrature orienté à  $30^\circ$  correspondant à la dérivée seconde de la gaussienne.

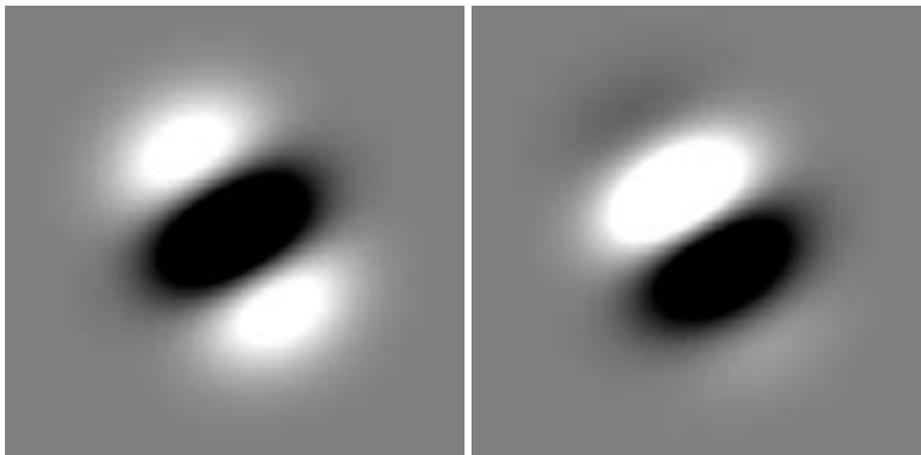


FIG. 1.17 – Masques de convolution d'une paire de "Steerable Filters"  $(g_{2,30^\circ}, h_{2,30^\circ})$  orientés à  $30^\circ$ .

Une amélioration des filtres construits à partir les dérivées d'une fonction gaussienne isotrope

---

6. Un polynôme est dit pair (respectivement impair) si les puissances des monômes qui le composent sont toutes paires (respectivement impaires).

est proposée par Perona [Per92]. Il suggère l'utilisation de filtres qui lissent davantage dans la direction perpendiculaire à leur orientation. Il utilise les dérivées secondes de la fonction  $\exp(-(x^2/\sigma_x^2 + y^2/\sigma_y^2))$  avec un rapport  $\frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 3$  pour les masques orientés à  $0^\circ$ . Cela permet d'augmenter la sélectivité angulaire des filtres. Cependant le recouvrement d'une partie de la réponse angulaire par ses modes principaux limite encore la sélectivité angulaire.

### 1.3.5.5 Approximation des “Steerable Filters”

Les “Steerable Filters” réalisent une interpolation exacte à partir des réponses d'une base de masques pour une échelle donnée. Comme leur implantation est souvent trop coûteuse en temps de calcul, des solutions sous optimales vis-à-vis de l'interpolation ou de la construction des masques des éléments de la base ont été développées.

Perona [Per95] propose une nouvelle décomposition dans une base à la fois multi-échelle et multi-orientation. Comme le coût calculatoire de cette double décomposition est prohibitif, les masques de convolution orientés pour une échelle sont approximés par une décomposition en valeur singulière (SVD) dans une base de fonctions. Ces fonctions sont choisies séparables en  $x - y$ .

L'approximation des masques entraîne que l'interpolation exacte (qui est la particularité des “Steerable Filters”) n'a plus d'importance puisque les masques sont approximés à partir des fonctions de la base. Il est intéressant de noter que les masques des fonctions de cette base pour une échelle sont proches dans leurs formes de ceux développés par Hueckel [Hue73].

Manduchi et Perona proposent [Man97] une autre décomposition qui ne privilégie pas l'orientation devant l'échelle. Ils déterminent une base réellement multi-échelle et multi-orientation. La base est optimisée à la fois pour l'échelle et l'orientation, contrairement à l'approche initiale [Per95] qui procédait par des optimisations successives.

### 1.3.5.6 “Wedge Steerable Filters”

Les précédents filtres orientés ont un défaut commun: l'impossibilité d'estimer de façon pertinente plusieurs orientations coexistantes en un même point. En effet le mode principal de l'énergie a tendance à masquer les autres modes. Deux raisons expliquent ce phénomène:

- la faible sélectivité des filtres orientés génère des recouvrements sur la carte d'énergie.
- la symétrie des filtres orientés autour du point central des masques de convolution accentue le phénomène de recouvrement (par réduction de moitié de la plage angulaire). Ces recouvrements empêchent alors une étude pertinente des autres modes principaux.

Les “Wedge Steerable Filters” apportent une amélioration sensible au problème de recouvrement [Sim96]. Même si cette méthode sort du contexte d'estimation d'une orientation principale, elle améliore la sélectivité des filtres orientés, ce qui justifie sa présence dans ce panorama de méthodes d'estimation des orientations.

Les “Wedge Steerable Filters” utilisent des masques asymétriques.

Ils n'utilisent plus l'interpolation exacte des “Steerable Filters” mais une interpolation à partir des réponses des filtres choisis. Il n'y a plus de base spécifique mais une base d'éléments identiques en dehors de leurs orientations respectives.

Gardant le principe d'une construction en quadrature, les “Wedge Steerable Filters” sont décomposables en une partie angulaire  $h_{e/o}(\phi)$  et une partie radiale  $g(r)$  commune aux deux masques.

La fonction angulaire  $h_{e/o}(\phi)$  est déterminée afin de maximiser la sélectivité angulaire sur la plage angulaire relative à chaque masque. Elles s'obtiennent pour la paire de filtres en quadrature dans le domaine spatial par des sommes de fonctions harmoniques:

$$\begin{aligned} h_e(\phi) &= \sum_{i=1}^n w(i) \cos(i\phi) \\ h_o(\phi) &= \sum_{i=1}^n w(i) \sin(i\phi) \end{aligned} \quad (1.21)$$

Cette construction assure l'orthogonalité des filtres. Les coefficients  $w(i)$  sont déterminés par minimisation du critère (1.22).

$$\int \lambda^2(\phi)(h_e^2(\phi) + h_o^2(\phi))d\phi \quad (1.22)$$

Cette minimisation aboutit à la recherche du vecteur propre  $W = (w(1), w(2), \dots, w(n))$  associé à la plus petite valeur propre de la matrice (1.23).

$$C^t \Lambda^t \Lambda C + S^t \Lambda^t \Lambda S \quad (1.23)$$

Les matrices  $C$  et  $S$  sont composées de cosinus et de sinus échantillonnés en  $m$  points:

$$\begin{aligned} C &= \{c_{ij} = \cos(2\pi ij/m)\} \\ S &= \{s_{ij} = \sin(2\pi ij/m)\} \end{aligned} \quad (1.24)$$

La fonction  $\lambda(\phi)$  est une fonction poids strictement croissante. Le choix de  $\lambda(\phi) = \phi$  permet de simplifier la détermination des vecteurs propres de (1.23). La matrice  $\Lambda$  est alors diagonale et ses éléments diagonaux sont  $\Lambda = \{\lambda_{ii} = 2\pi ii/m\}$ . L'utilisation d'une fonction poids permet en outre de garder la simplicité calculatoire d'une matrice diagonale et rend les filtres plus sélectifs

en orientation. Les fonctions  $\lambda_k(\phi) = \phi^{2k}$  respectent ces deux principes.

Le vecteur propre  $W$  optimal détermine, en fonction de  $n$ , la résolution de l'interpolateur, c'est-à-dire le nombre de filtres choisis pour réaliser l'interpolation de la réponse d'une paire de filtre pour une orientation quelconque. La détermination de ce vecteur  $W$  optimal s'obtient avec un nombre  $m$  assez important ( $m = 5000$ ) pour un faible nombre  $n$  de paires de filtres. Lorsque  $n$  croît,  $m$  décroît. Les propriétés de symétrie de la matrice (1.23) simplifient le vecteur  $W$  optimal puisque ses composantes sont symétriques par rapport à la composante centrale  $w((n-1)/2)$  du vecteur  $W$  quand elle existe. Nous présentons en annexe (A.2) les  $W$  optimaux en fonction de  $n$ .

La fonction radiale  $g(r)$  est choisie pour être unitaire sur une couronne autour du centre du masque et nulle à l'extérieur de la couronne. La transition entre ces deux zones est assurée par des sinusoides comme présenté en annexe (A.3). La fonction radiale permet de contrôler l'échelle d'analyse des filtres.

Les fonctions d'interpolation réalisent l'interpolation comme une combinaison linéaire des réponses des filtres de base. La figure (1.18) présente une paire de "Wedge Steerable Filters" orientée à  $0^\circ$ . Ces filtres utilisent des masques de convolution de grande taille. Les masques de la figure

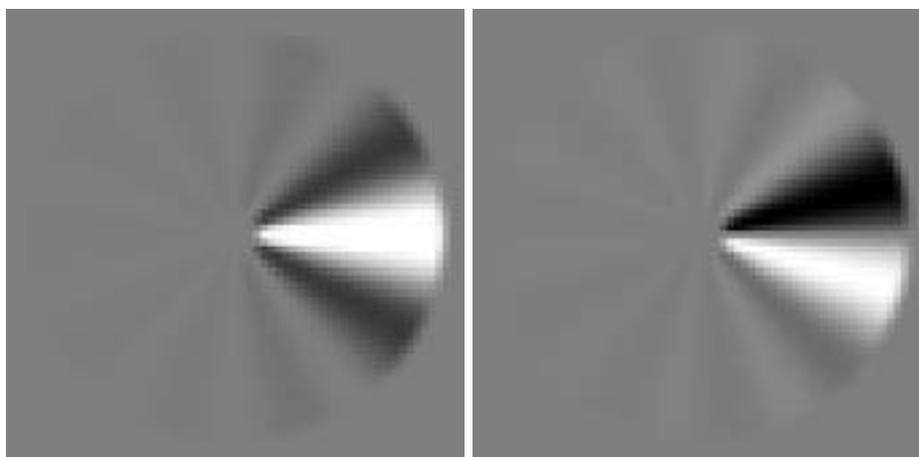


FIG. 1.18 – Masques de convolution d'une paire de "Wedge Steerable Filters" ( $g_{0^\circ}, h_{0^\circ}$ ) orienté à  $0^\circ$ .

(1.18) ont des supports de convolution de taille 63 par 63 pixels. Cette grande taille est un défaut inhérent à la méthode qui empêche une estimation très locale. Simoncelli et al. ont cependant développé des filtres sur des supports plus petits en sous échantillonnant une famille de paires de filtres de grande taille.

Des travaux récents sur les “Wedge Steerable Filters” ont permis d’augmenter la sélectivité angulaire [Pri99] sans augmenter le coût calculatoire. Pour cela les filtres sont appliqués en cascade. Cette mise en cascade permet en plus d’utiliser des masques de plus petite taille et réduit donc le temps de calcul.

#### 1.3.5.7 “Wedge Gaussian Steerable Filters”

Yu et al [Yu01] ont proposé d’améliorer la sensibilité angulaire des méthodes précédentes en modifiant notamment l’interpolation réalisée. Ils proposent des filtres asymétriques comme le sont les “Wedge Steerable Filters”. La nouvelle interpolation est faite par des fonctions gaussiennes à petit support et non plus par des fonctions harmoniques complexes.

De plus ils proposent de dériver l’énergie  $E(\theta)$  afin de distinguer les différents évènements comme les lignes ou les contours. Pour cela ils construisent une signature en tout point à partir de  $E(\theta)$  et ses dérivées. En effet leurs masques de convolution représentent des filtres suffisamment sélectifs pour pouvoir dériver l’énergie  $E(\theta)$  et l’exploiter.

Cependant cette méthode ne construit plus de filtres en quadrature. Elle est en effet limitée à l’estimation d’orientations multiples pour des points caractéristiques sur une zone de type contour. C’est un défaut par rapport à notre contexte d’estimation où nous cherchons un estimateur valable en tout point.

#### 1.3.5.8 Bilan de ces différentes approches

Les méthodes qui utilisent la réponse d’un banc de filtres orientés, fournissent une estimation en s’appuyant sur une définition plus large de l’orientation que les méthodes fondées sur les dérivées. En effet, elles permettent d’estimer plusieurs orientations quand elles coexistent en un même point. Cependant la qualité de l’estimation de l’orientation principale par ces méthodes n’est pas supérieure à celle des méthodes fondées sur les dérivées et aucun schéma d’optimisation vis-à-vis de l’orientation n’y est intégré au contraire des méthodes utilisant les dérivées.

L’utilisation d’une solution très sélective et robuste au bruit impose l’utilisation de masques de grande taille, ce qui s’oppose au caractère local de l’estimation ainsi produite et c’est le principal défaut de ces méthodes. Enfin la recherche de l’orientation associée au filtre le mieux corrélé au signal, donne une solution différente de notre définition de l’orientation (1.2).

Le coût en temps de calcul de ces différentes méthodes étant élevé, il est indispensable d’utiliser des versions rapides à base de décomposition en valeurs singulières des masques.

### 1.3.6 Filtrage des orientations

L'estimation de l'orientation par les dérivées premières ou secondes n'est pas suffisante pour garantir un résultat performant en tout pixel. De plus elle est perturbée dans les zones dites de non fonctionnement où le rapport signal sur bruit devient faible. Il paraît alors indispensable d'améliorer la qualité des estimations de l'orientation en utilisant des estimateurs plus robustes ou bien en utilisant un moyenneur du champ d'orientation obtenu par les estimateurs précédents. Nous présentons différentes solutions.

Les notions de moyenne et de variance, classiques dans le cas d'une variable scalaire, ne s'appliquent pas directement à l'orientation. En effet les statistiques des données circulaires obéissent à des règles spécifiques, étudiées notamment par Mardia [Mar72]. La moyenne ou l'espérance mathématique d'un ensemble de variables circulaires  $\{\theta_0, \dots, \theta_n\}$  modulo  $2\pi$  est l'argument du vecteur moyen construit à partir d'un ensemble de vecteurs unitaires  $\vec{V}$  ayant comme phase l'une des données circulaires  $\theta_i$ <sup>7</sup>.

$$\hat{\theta} = \arg\left(\sum_{i=0}^n \overrightarrow{V(\theta_i)}\right) \quad (1.25)$$

Pour une variable circulaire modulo  $(2\pi/k)$ , l'espérance mathématique est obtenue par:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{k} \arg\left(\sum_{i=0}^n \overrightarrow{V(k\theta_i)}\right) \quad (1.26)$$

Pour estimer l'orientation qui est une variable modulo  $\pi$ , il faut donc doubler les angles  $\theta_i$ , puis faire une moyenne vectorielle de ces phaseurs. L'orientation moyenne sera la moitié de l'argument du vecteur résultant.

Granlund [Gra78] a proposé une série de transformations jouant sur les angles estimés localement afin de distinguer des changements d'orientation. Il réalise notamment une moyenne du champ d'orientation en doublant l'angle. Cependant Granlund utilise une information supplémentaire en utilisant le module donc une confiance dans l'estimation pour effectuer la moyenne.

Kass et Witkin [Kas87] réalisent la somme vectorielle d'un champ de vecteurs préalablement élevés au carré. Pour cela ils déterminent une variance angulaire  $V(\theta)$  à partir du filtre gradient.

$$V(\theta) = W.(\cos(\theta)g_x + \sin(\theta)g_y) \quad (1.27)$$

Mardia présente une autre formulation de la variance angulaire<sup>8</sup>.

L'orientation principale s'extrait à partir du mode principal de cette distribution.  $W$  est une

7. Ce vecteur est un appelé phaseur, sa représentation complexe est  $\exp(j\theta_i)$ .

8. Il n'y a pas de formulation unique de la variance angulaire, c'est un concept qui traduit la dispersion angulaire et donc l'anisotropie du champ d'orientation

fonction de poids qui détermine le support de calcul des vecteurs et  $(g_x, g_y)$  est un vecteur qui estime le gradient local. L'orientation principale  $\theta$  s'obtient alors par l'argument du pic principal dans la distribution  $V_2(\theta) = V(\theta/2)$ . Elle est déterminée par l'argument du vecteur moyen de la distribution angulaire  $V_2$  calculée sur  $[0, 2\pi]$ :

$$\begin{aligned}\hat{\theta} &= \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{\int_0^{2\pi} V_2(\theta) \sin(\theta) d\theta}{\int_0^{2\pi} V_2(\theta) \cos(\theta) d\theta} \right) \\ \hat{\theta} &= \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{W \cdot 2g_x g_y}{W \cdot (g_x^2 - g_y^2)} \right)\end{aligned}\tag{1.28}$$

La transformation par l'angle double apparaît dans l'élévation au carré des vecteurs gradients  $(g_x, g_y)$  de (1.28). Un filtre de lissage  $h(x, y)$  est convolué au préalable sur les données avant de déterminer les gradients par différences finies. Ce filtre  $h$  est la fonction isotrope DOG (Difference Of Gaussian):

$$h(x, y) = \left( \frac{1}{\sigma_1^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma_1^2}\right) - \frac{1}{\sigma_2^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma_2^2}\right) \right)\tag{1.29}$$

La transformée de Fourier du filtre  $h$  est une couronne qui élimine les hautes et basses fréquences.

D'autres auteurs ont proposé des solutions similaires pour la construction d'un estimateur robuste de l'orientation. Ces solutions se distinguent par le choix du module et par la méthode d'estimation du champ vectoriel à moyenner. Germain [Ger97] détermine la somme vectorielle en utilisant les angles doubles sans mettre les modules au carré. Rao et al [Rao90][Rao91] estiment l'angle moyen d'un champ d'orientation par la méthode des moments. Leur solution est similaire à celle de Kass et Witkin avec comme différence l'utilisation d'une fonction gaussienne comme filtre de lissage afin de conserver les informations basse fréquence. Ils utilisent le formalisme des tenseurs et la méthode des moments pour estimer le tenseur moyen associé à un champ de vecteurs  $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ . L'orientation moyenne de ce champ vectoriel est obtenue par l'axe principal du tenseur moyen  $M$ :

$$M = \sum_{i=1}^k v_i v_i^T\tag{1.30}$$

Knutsson et al [Knu94] ont également proposé d'utiliser le concept de tenseur plutôt que celui de vecteur.

Donias a montré [Don99] les liens entre ces différentes solutions. Il montre l'équivalence de la solution du tenseur moyen des moments avec celle obtenue à partir de l'analyse statistique d'un champ de vecteur en utilisant l'analyse en composantes principales (ACP). Le champ de vecteurs est analysé par la matrice de covariance  $C_d$  des composantes du gradient. Cette matrice est approximée par les produits des composantes des gradients:

$$C_d = 1/k \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^k g_{i,x}^2 & \sum_{i=1}^k g_{i,x} g_{i,y} \\ \sum_{i=1}^k g_{i,x} g_{i,y} & \sum_{i=1}^k g_{i,y}^2 \end{pmatrix}\tag{1.31}$$

En sortant les sommes de la matrice  $C_d$  de (1.31) l'expression (1.30) du tenseur apparaît avec comme vecteurs les gradients du support de calcul. Ce support peut être isotrope afin que l'estimateur soit invariant en rotation. Pour cela il est possible d'utiliser un masque gaussien isotrope  $\exp(-(x^2 + y^2)/\sigma)$  dont les coefficients atténuent progressivement l'importance des vecteurs pris en compte en fonction de leurs distances au centre du masque. Il est intéressant de noter qu'il propose d'utiliser un voisinage rectangulaire non isotrope dont l'implantation récursive est associée à un coût calculatoire faible. Il présente aussi un support rectangulaire adaptatif non centré sur le pixel en cours dont le choix est fait afin de maximiser la confiance estimée.

A partir de ces opérateurs, une nouvelle confiance dans l'estimation du vecteur moyen est obtenue par la première valeur propre de la matrice résultante. De plus la dispersion du champ de vecteurs est aussi évaluée par la deuxième valeur propre. Il est possible de normaliser ces indicateurs pour les rendre indépendants de l'énergie locale. Bigün [Big91] et Donias [Don99] proposent une série d'indicateurs adaptés aux données en deux et trois dimensions.

**Bilan:**

Le filtrage des orientations est un outil qui permet de caractériser un ensemble d'orientation. Vis-à-vis de notre problème d'estimation d'une orientation locale et précise, nous utilisons ce filtrage comme une solution performante pour lisser l'orientation sur un voisinage local (de taille  $3 \times 3$  ou  $5 \times 5$ ). Pour de plus grandes tailles de support de filtrage, la perte du caractère local de l'estimation devient un défaut par rapport à notre objectif.

## 1.4 Conclusion

Après avoir défini l'orientation, nous avons présenté un large panel de méthodes qui en permettent l'estimation. Chaque méthode a été confrontée à notre définition de l'orientation et nous avons évalué ses capacités à estimer une orientation locale.

Certaines méthodes utilisant les dérivées premières ou secondes sont plus abouties dans le cadre de l'estimation de l'orientation, puisqu'elles intègrent des critères d'optimisation en terme d'immunité au bruit, de biais ou d'invariance en rotation.

Les méthodes utilisant un banc de filtre, intègrent la possibilité d'estimer en plus de l'orientation principale, plusieurs orientations qui coexistent sur un même voisinage. Cependant leur résolution angulaire apparaît limitée sauf à utiliser de grande taille de masques qui nous fait perdre

le caractère local de l'estimation. Au contraire, les méthodes fondées sur les dérivées sont plus précises et intègrent parfois des procédures d'optimisation vis-à-vis de l'orientation.

Nous allons par la suite proposer des méthodes d'estimation de l'orientation qui intègrent des critères d'optimisation. Nous avons choisi d'utiliser des méthodes fondées sur les dérivées qui ne sont pas limitées en résolution tout en respectant l'objectif initial: estimer une orientation pertinente en tout point.

## Chapitre 2

# Nouvelles méthodes d'estimation de l'orientation

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Principe</b> . . . . .	<b>34</b>
<b>2.2</b>	<b>Convolution d'un masque sur une surface orientée</b> . . . . .	<b>34</b>
<b>2.3</b>	<b>Opérateur Gradient</b> . . . . .	<b>35</b>
2.3.1	Estimation de l'orientation . . . . .	37
2.3.2	Conditions pour l'estimation exacte de l'orientation . . . . .	37
2.3.3	Estimation exacte de l'orientation de textures orientées de fonction génératrice polynomiale . . . . .	39
2.3.4	Estimation de l'orientation de textures orientées sinusoidales . . . . .	44
2.3.5	Indice de confiance . . . . .	49
2.3.6	Conclusion . . . . .	49
<b>2.4</b>	<b>Opérateur Vallonnement</b> . . . . .	<b>49</b>
2.4.1	Principe . . . . .	50
2.4.2	Estimation de l'orientation . . . . .	53
2.4.3	Conditions pour l'estimation exacte de l'orientation . . . . .	53
2.4.4	Résolution de l'indétermination . . . . .	54
2.4.5	Estimation exacte de l'orientation de surface orientée polynomiale . . . . .	55
2.4.6	Estimation de l'orientation de textures orientées sinusoidales . . . . .	60
2.4.7	Indice de confiance . . . . .	63
2.4.8	Autres utilisations du vallonnement . . . . .	63
2.4.9	Conclusion . . . . .	64
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>65</b>

---

## 2.1 Principe

Nous avons présenté au premier chapitre les comportements des estimateurs de l'orientation vis-à-vis de notre définition de l'orientation (1.2). Les méthodes fondées sur les dérivées sont particulièrement efficaces pour réaliser une estimation précise et peu coûteuse en temps de calcul. Nous retenons leurs principes pour construire des estimateurs performants de l'orientation.

Dans ce chapitre nous proposons des opérateurs qui estiment les dérivées premières et secondes du signal et qui sont optimisés pour estimer l'orientation suivant des critères que nous allons définir.

Le premier critère d'optimisation est le biais d'estimation de l'orientation et le deuxième critère est l'immunité au bruit blanc. Cette hiérarchisation des critères vient de la grande difficulté d'abaisser le biais tandis que l'immunité au bruit peut être compensée par une moyenne des estimations sur le voisinage du point de calcul. Nous utilisons le modèle idéal de surface orientée (1.1) pour établir les conditions engendrées par le respect des critères précédents. Nous avons choisi une implantation des opérateurs sous la forme de filtre à réponse impulsionnelle finie.

## 2.2 Convolution d'un masque sur une surface orientée

Nous utilisons le modèle idéal de surface orientée (1.2) dans la direction  $\theta$ :

$$f(x,y) = h(-x \sin(\theta) + y \cos(\theta)) \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2. \quad (2.1)$$

où  $h(u)$  est la génératrice de la surface.

Nous associons à  $f(x,y)$  l'image discrète  $f(i,j)$  avec  $(i,j) \in \mathbb{N}^2$ . Soit  $\mathcal{D}$  le domaine de définition des coefficients du masque de convolution  $M$ . La convolution d'un masque  $M = (m(k,l))_{(k,l) \in \mathcal{D}}$  sur l'image discrète  $f(i,j)$  s'exprime:

$$(f * M)(i,j) = \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}} m(k,l) f(i-k, j-l) \quad (2.2)$$

Nous supposons  $f(x,y)$  infiniment dérivable  $\mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R})$ . La génératrice  $h(u)$  est alors infiniment dérivable et  $h^{(n)}(u)$  est sa dérivée à l'ordre  $n$  par rapport à  $u$ . Au voisinage du pixel  $(i,j)$ , l'image  $f(x,y)$  peut s'exprimer sous la forme d'un développement en série de Taylor à deux variables  $(k,l)$ :

$$f(i-k, j-l) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} [(-k \frac{\partial}{\partial x} - l \frac{\partial}{\partial y})^n f(x,y)]_{(x,y)=(i,j)} \quad (2.3)$$

En utilisant le développement du binôme de Newton et l'équation (2.1) du modèle idéal de surface,  $(-k\frac{\partial}{\partial x} - l\frac{\partial}{\partial y})^n f(x,y)$  s'exprime:

$$(-k\frac{\partial}{\partial x} - l\frac{\partial}{\partial y})^n f(x,y) = \sum_{t=0}^n C_n^t k^t l^{n-t} (\sin(\theta))^t (-\cos(\theta))^{n-t} h^{(n)}(-x \sin(\theta) + y \cos(\theta)) \quad (2.4)$$

L'expression de la surface locale autour du point  $(i,j)$  devient alors:

$$f(i-k, j-l) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{t=0}^n \frac{1}{t!(n-t)!} k^t l^{n-t} s^t (-c)^{n-t} h^{(n)}(-is + jc) \quad (2.5)$$

avec  $c = \cos(\theta)$  et  $s = \sin(\theta)$ .

Nous remplaçons finalement (2.5) dans (2.2):

$$(f * M)(i,j) = \sum_{n=0}^{+\infty} h^{(n)}(-is + jc) \sum_{t=0}^n \frac{s^t c^{n-t}}{t!(n-t)!} \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}} k^t (-l)^{n-t} m(k,l) \quad (2.6)$$

## 2.3 Opérateur Gradient

Nous déterminons des estimateurs de l'orientation à partir d'estimateurs des dérivées premières. Nous utilisons le modèle idéal de surface orientée pour déterminer des contraintes engendrées par le respect des critères d'optimisation sur les coefficients des masques de convolution utilisés pour estimer les dérivées premières du signal. La dérivée horizontale estimée par le masque  $M_x = (m_x^0(k,l))_{(k,l) \in \mathcal{D}}$  d'un opérateur gradient, possède d'une part un axe de symétrie dans la direction de la dérivation correspondant à l'axe  $(O,k)$  et d'autre part un axe d'antisymétrie orthogonal au premier correspondant à l'axe  $(O,l)$ . Nous avons donc les propriétés suivantes sur les coefficients  $m_x^0(k,l)$ :

$$\begin{cases} m_x^0(k,l) = -m_x^0(-k,l) \\ m_x^0(k,l) = m_x^0(k, -l). \end{cases} \quad (2.7)$$

En utilisant ces propriétés du masque, l'expression de la convolution devient<sup>1</sup>:

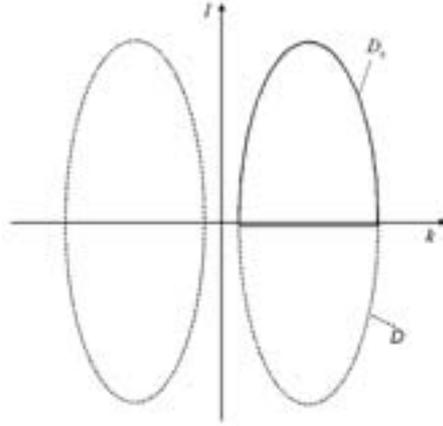
$$(f * M_x)(i,j) = \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x^0(k,l) [f(i+k, j+l) - f(i-k, j+l) + f(i+k, j-l) - f(i-k, j-l)] \quad (2.8)$$

où  $\mathcal{D}_x$  est le support du masque réduit au quart de plan tel que  $(k \geq 0)$  et  $(l \geq 0)$ . Il est délimité sur la figure (2.1) par la courbe en trait continu.

Pour simplifier l'expression (2.8), nous utilisons les coefficients  $m_x$  déterminés à partir des

---

1. En fait le masque que nous utilisons est le masque de convolution après sa transformation par une symétrie centrale  $S()$  et par abus de langage nous utilisons la notation  $f * M_x$  au lieu de  $f * S(M_x)$


 FIG. 2.1 – Domaine de définition  $\mathcal{D}_x$  des coefficients du masque  $M_x$ .

coefficients  $m_x^0$ :

$$\begin{cases} m_x(k,l) = m_x^0(k,l) & \text{avec } (k > 0) \text{ et } (l > 0) \\ m_x(k,0) = \frac{1}{2}m_x^0(k,0) & (k > 0) \end{cases} \quad (2.9)$$

Nous obtenons la convolution du masque  $M_x$  sur l'image  $f$ :

$$(f * M_x)(i,j) = \sum_{n=0}^{+\infty} h^{(n)}(-is+jc) \sum_{t=1}^n \frac{s^t c^{n-t}}{t!(n-t)!} \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} k^t l^{n-t} m_x(k,l) [-1 + (-1)^t + (-1)^n - (-1)^{n+t}] \quad (2.10)$$

qui se simplifie en fonction de la parité des indices  $n$  et  $t$ :

$$(f * M_x)(i,j) = -4 \sum_{\substack{n=1 \\ \text{impair}}}^{+\infty} h^{(n)}(-is+jc) \sum_{\substack{t=1 \\ \text{impair}}}^n \frac{s^t c^{n-t}}{t!(n-t)!} \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} k^t l^{n-t} m_x(k,l) \quad (2.11)$$

La convolution du masque  $M_y$ , associé à la dérivation suivant l'axe vertical, avec  $f$  se détermine comme (2.10):

$$(f * M_y)(i,j) = \sum_{n=1}^{+\infty} h^{(n)}(-is+jc) \sum_{t=1}^n \frac{s^t c^{n-t}}{t!(n-t)!} \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} k^t l^{n-t} m_y(k,l) [1 + (-1)^t - (-1)^n - (-1)^{n+t}] \quad (2.12)$$

Comme le masque  $M_y$  est obtenu par rotation de  $90^\circ$  du masque  $M_x$ , alors nous avons  $m_y(k,l) = m_x(l,k)$  pour  $(k,l) \in \mathcal{D}_x$ . Finalement la réponse de la convolution de  $M_y$  sur  $f$  en fonction des coefficients  $m_x$  s'obtient d'une part en simplifiant (2.12) et d'autre part en permuttant  $k$  et  $l$ :

$$(f * M_y)(i,j) = 4 \sum_{\substack{n=1 \\ \text{impair}}}^{+\infty} h^{(n)}(-is+jc) \sum_{\substack{t=0 \\ \text{pair}}}^n \frac{s^t c^{n-t}}{t!(n-t)!} \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} l^t k^{n-t} m_x(k,l) \quad (2.13)$$

Les estimateurs des dérivées premières utilisent uniquement les dérivées d'ordre impair de la fonction génératrice.

Les expressions (2.12) et (2.13) sont des séries qui pourront être simplifiées en des sommes finies si les dérivées de la génératrice  $h$  sont nulles à partir d'un ordre fini.

### 2.3.1 Estimation de l'orientation

A partir des expressions (2.11), (2.13) et (1.4) nous obtenons:

$$\tan(\hat{\theta}) = K_0(h, \theta, M_x) \cdot \tan(\theta) \quad (2.14)$$

avec

$$K_0(h, \theta, M_x) = \frac{\sum_{n=0}^{+\infty} h^{(2n+1)}(-is + jc) \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x(k,l) A_{0,n}(k,l)}{\sum_{n=0}^{+\infty} h^{(2n+1)}(-is + jc) \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x(k,l) A_{1,n}(k,l)} \quad (2.15)$$

où

$$A_{0,n}(k,l) = \sum_{\substack{t=1 \\ \text{impair}}}^{2n+1} \frac{s^{t-1} c^{2n+1-t}}{t!(2n+1-t)!} k^t l^{2n+1-t} \quad (2.16)$$

$$A_{1,n}(k,l) = \sum_{\substack{t=1 \\ \text{impair}}}^{2n+1} \frac{s^{2n+1-t} c^{t-1}}{t!(2n+1-t)!} k^t l^{2n+1-t} \quad (2.17)$$

L'étude de  $K_0(h, \theta, M_x)$  permet de déterminer des conditions de non biais pour un type de fonction génératrice  $h(u)$  et pour un estimateur de l'orientation à réponse impulsionnelle finie de masque  $M_x$ .

### 2.3.2 Conditions pour l'estimation exacte de l'orientation

L'estimation exacte de l'orientation conduit à l'identité:

$$\hat{\theta} = \theta \quad \text{modulo } \pi \quad (2.18)$$

Soit encore

$$\tan(\hat{\theta}) = \tan(\theta) \quad (2.19)$$

Nous avons vu que l'application d'un opérateur de type gradient à réponse impulsionnelle finie de masque  $M_x$  sur une surface idéale orientée définie par la fonction génératrice  $h$  s'exprime par le produit:

$$\tan(\hat{\theta}) = K_0(h, \theta, M_x) \cdot \tan(\theta)$$

**conséquence 1:**

L'estimation est toujours exacte pour  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi/2$  (sauf si  $K_0 = 0$  ou  $K_0 = \infty$ ).

**conséquence 2:**

L'estimation est toujours exacte pour  $\theta = \pi/4$ :

en effet  $s = c = \sqrt{2}/2$

$$\text{d'où } A_{0,n}(k,l) = (\sqrt{2}/2)^{2n} \sum_{\substack{t=1 \\ \text{impair}}}^{2n+1} \frac{k^t l^{2n+1-t}}{t!(2n+1-t)!} = A_{1,n}(k,l)$$

et donc

$$K_0(h, \pi/4, M_x) = 1$$

La condition générale d'estimation exacte s'exprime donc par:

$$K_0(h, \theta, M_x) = 1 \quad \forall h \quad \forall \theta \quad (2.20)$$

Dans le cas où  $h$  est infiniment dérivable, cette condition se décline pour tout  $\theta$  sous la forme:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} h^{(2n+1)}(-is + jc) \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x(k,l) A_{0,n}(k,l) = \sum_{n=0}^{+\infty} h^{(2n+1)}(-is + jc) \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x(k,l) A_{1,n}(k,l) \quad (2.21)$$

Pour que cette relation soit vérifiée quelle que soit la fonction génératrice  $h$ , il faut que chacun des termes affectant les dérivées successives soient identiques:

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x(k,l) A_{0,n}(k,l) = \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x(k,l) A_{1,n}(k,l) \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \forall \theta \quad (2.22)$$

Nous en déduisons qu'une fonction génératrice dont les dérivées ne s'annulent pas quel que soit l'ordre de dérivation, notée  $h \in \mathcal{D}^\infty$ , engendre une infinité de contraintes. Nous en déduisons la conjecture:

Il n'existe pas d'opérateur gradient à réponse impulsionnelle finie qui estime exactement l'orientation d'une image orientée idéale dont les dérivées successives de la fonction génératrice ne s'annulent pas à partir d'un certain ordre.

**Exemples de fonctions génératrices singulières:**

- Textures sinusoïdales ( $h \in \mathcal{D}^\infty$ ) d'équation:

$$h(u) = \sin(w_0 u) \quad (2.23)$$

Cette classe d'images orientées s'avère importante dans la pratique. Nous examinons ce cas en détail dans le paragraphe (2.3.4).

- Images binaires: la fonction génératrice  $h$  présente des discontinuités et n'est donc pas dérivable. La théorie développée par la suite ne s'applique pas à ce type d'images.

### 2.3.3 Estimation exacte de l'orientation de textures orientées de fonction génératrice polynomiale

#### 2.3.3.1 Principe

Nous considérons des fonctions génératrices  $h$  polynomiales d'autant plus aptes à approximer localement des images réelles que l'ordre  $N$  du polynôme est élevé.

Soit  $\mathcal{D}^N$ , l'ensemble des fonctions dérivables jusqu'à l'ordre  $N$  et pour lesquelles les dérivées d'ordre supérieur à  $N$  sont nulles. La condition (2.22) se traduit pour une telle fonction génératrice par:

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x(k,l) A_{0,n}(k,l) = \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x(k,l) A_{1,n}(k,l) \quad \forall n = 0, 1, \dots, N \quad \forall \theta \quad (2.24)$$

Pour que l'équation (2.24) soit satisfaite quel que soit  $\theta$ , il faut vérifier un système de  $N_{eq}$  équations indépendantes. Dans le tableau (2.1) nous donnons pour  $N$  allant de 1 à 8 le nombre d'équations indépendantes  $N_{eq}$ .

Dans la suite nous désignons par *GOP* un estimateur (de type gradient) optimal à  $n = N_{eq} + 1$

TAB. 2.1 – Nombre d'équations indépendantes  $N_{eq}$  en fonction de l'ordre de la fonction génératrice polynomiale  $N$

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8
$N_{eq}$	0	0	1	1	2	2	4	4

coefficients non nuls sur le domaine  $\mathcal{D}_x$ . Si la taille du support carré  $\mathcal{D}$  du masque  $M_x$  est  $(2r + 1) \times (2r + 1)$ , le nombre de coefficients libres est alors  $r(r + 1)$ .

- si  $n = r(r + 1)$  alors les coefficients du masque sont déterminés de façon unique.
- si  $n < r(r + 1)$  alors il existe des degrés de liberté utilisables pour réduire la sensibilité au bruit.

#### 2.3.3.2 Réduction de la sensibilité au bruit

Nous utilisons ici les degrés de liberté qui peuvent subsister dans le positionnement des coefficients dans le masque pour réduire la sensibilité au bruit de l'estimateur *GOP*. Nous allons étudier l'influence de la position des coefficients sur le rapport signal à bruit (SNR) de la sortie

d'un opérateur élémentaire de type gradient dont le masque  $M_x$  est:

$$M_x = [-b - a \quad 0 \quad a \quad b]$$

Ce masque est appliqué sur un signal unidimensionnel  $f(x) = \alpha x$ . La sortie du filtre  $S$  est:

$$\begin{aligned} S &= a(f(i+1) - f(i-1)) + b(f(i+2) - f(i-2)) \\ &= 2\alpha(a+2b) \end{aligned} \tag{2.25}$$

d'où la puissance correspondante du signal est :

$$S^2 = 4\alpha^2(a+2b)^2 \tag{2.26}$$

Nous supposons que les perturbations sont constituées par un bruit blanc additif d'écart-type  $\sigma$ . La puissance du bruit de sortie  $B^2$  est mesurée par la variance:

$$\begin{aligned} B^2 &= a^2\sigma^2 + a^2\sigma^2 + b^2\sigma^2 + b^2\sigma^2 \\ &= 2\sigma^2(a^2 + b^2) \end{aligned} \tag{2.27}$$

et le rapport signal à bruit de sortie est:

$$SNR(sortie) = \frac{2\alpha^2(a+2b)^2}{\sigma^2(a^2 + b^2)} \tag{2.28}$$

Le rapport signal à bruit à l'entrée est:

$$SNR(entree) = \frac{\alpha^2}{\sigma^2} \tag{2.29}$$

d'où

$$SNR(sortie) = \frac{2(a+2b)^2}{a^2 + b^2} \cdot SNR(entree) \tag{2.30}$$

Maximiser le  $SNR(sortie)$  revient à maximiser l'expression  $X = \frac{(a+2b)^2}{a^2+b^2}$  en fonction de  $a$  et  $b$ , ce qui est obtenu pour  $b = 2a$ . Nous comparons le cas optimal ( $b = 2a$ ) aux cas où nous ne considérons qu'un seul coefficient non nul:

- $b = 0, a \neq 0, \quad X = 1$
- $b = 2a, \quad X = 5 \quad \text{optimal}$
- $b \neq 0, a = 0, \quad X = 4$

Nous constatons que le troisième cas est proche de la solution optimale. De plus cette structure se prête bien à la notion d'échelle. En utilisant des masques creux où tous les coefficients non nuls sont concentrés sur l'extérieur du support du masque, nous obtenons une famille de masques multi-échelle sans recouvrement des coefficients. Ceci permet de justifier la disposition des coefficients non nuls que nous avons retenue dans les exemples qui vont suivre.

Pour un nombre  $n$  donné de coefficients non nuls, les solutions proposées seront donc optimales en terme de biais et quasi-optimale en terme de sensibilité au bruit.

### 2.3.3.3 Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 3

Nous cherchons à partir de l'équation (2.24) pour  $n = 0$  les conditions de biais nul indépendantes de  $\theta$ . Comme  $A_{0,0}(k,l) = k$  et  $A_{1,0}(k,l) = k$ , nous obtenons la condition suivante:

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} km_x(k,l) = \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} km_x(k,l) \quad (2.31)$$

Comme cette condition est toujours vraie, il n'en résulte pas de contraintes sur les coefficients  $m_x$ .

A partir des expressions de  $A_{0,1}$  et de  $A_{1,1}$ :

$$A_{0,1}(k,l) = \frac{c^2kl^2}{2!} + \frac{s^2k^3}{3!} \quad (2.32)$$

$$A_{1,1}(k,l) = \frac{c^2k^3}{6} + \frac{s^2kl^2}{2} \quad (2.33)$$

nous cherchons pour  $n = 1$  les conditions de biais nul indépendantes de  $\theta$ . Nous avons alors la contrainte:

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} k^3m_x(k,l) = 3 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} kl^2m_x(k,l) \quad (2.34)$$

Nous proposons un opérateur qui respecte cette contrainte.

L'opérateur *GOP3* est sans biais d'estimation d'orientation pour des surfaces orientées idéales

-1	0	1
-4	0	4
-1	0	1

FIG. 2.2 – Masque  $M_x$  du gradient *GOP3*.

de fonction génératrice polynomiale d'ordre inférieur ou égal à 3.

Cet opérateur se distingue des opérateurs classiques de Prewitt ou Sobel par un poids plus élevé du coefficient axial. Une comparaison de l'efficacité de ces opérateurs est proposée ultérieurement dans le cadre d'images de textures sinusoïdales.

### 2.3.3.4 Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 5

A partir des expressions de  $A_{0,2}$  et de  $A_{1,2}$ :

$$A_{0,2}(k,l) = \frac{c^4kl^4}{4!} + \frac{s^2c^2k^3l^2}{2!3!} + \frac{s^4k^5}{5!} \quad (2.35)$$

$$A_{1,2}(k,l) = \frac{c^4k^5}{5!} + \frac{s^2c^2k^3l^2}{2!3!} + \frac{s^4kl^4}{4!} \quad (2.36)$$

nous cherchons pour  $n = 2$  les conditions de biais nul indépendantes de  $\theta$ . Nous avons alors une deuxième contrainte qui s'ajoute à la précédente (2.34):

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} k^5 m_x(k,l) = 5 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} kl^4 m_x(k,l) \quad (2.37)$$

A partir de ces deux contraintes, nous avons un système à deux équations qui a une solution avec deux variables indépendantes. Nous proposons deux opérateurs *GOP4* et *GOP5* qui respectent ces deux contraintes.

0	0	0	0	0
0	-6	0	6	0
-1	-16	0	16	1
0	-6	0	6	0
0	0	0	0	0

FIG. 2.3 – Masque  $M_x$  de convolution du gradient *GOP4*.

-7	0	0	0	7
-32	0	0	0	32
-12	0	0	0	12
-32	0	0	0	32
-7	0	0	0	7

FIG. 2.4 – Masque  $M_x$  de convolution du gradient *GOP5*.

Ils sont sans biais d'estimation de l'orientation pour des surfaces orientées idéales de fonction génératrice polynomiale d'ordre inférieur ou égal à 5.

### 2.3.3.5 Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 7

A partir des expressions de  $A_{0,2}$  et de  $A_{1,2}$ :

$$A_{0,3}(k,l) = \frac{c^6 k l^6}{6!} + \frac{s^2 c^4 k^3 l^4}{3!4!} + \frac{s^4 c^2 k^5 l^2}{2!5!} + \frac{s^6 k^7}{7!} \quad (2.38)$$

$$A_{1,3}(k,l) = \frac{c^6 k^7}{7!} + \frac{s^2 c^4 k^5 l^2}{2!5!} + \frac{s^4 c^2 k^3 l^4}{3!4!} + \frac{s^6 k^6 l}{6!} \quad (2.39)$$

nous cherchons pour  $n = 3$  les conditions de biais nul indépendantes de  $\theta$ . Nous avons alors deux nouvelles contraintes à ajouter au système constitué par les deux contraintes précédentes

(2.34)(2.37):

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} k^7 m_x(k,l) = 6 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} kl^6 m_x(k,l) \quad (2.40)$$

$$5 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} k^3 l^4 m_x(k,l) = 3 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} k^5 l^2 m_x(k,l) \quad (2.41)$$

Nous proposons deux opérateurs  $GOP7$  et  $GOP9$  qui respectent le système précédent composé de quatre contraintes.

-41	0	0	0	0	0	41
-216	0	0	0	0	0	216
-27	0	0	0	0	0	27
-272	0	0	0	0	0	272
-27	0	0	0	0	0	27
-216	0	0	0	0	0	216
-41	0	0	0	0	0	41

FIG. 2.5 – Masque  $M_x$  de convolution du gradient  $GOP7$ .

-7377	0	0	0	0	0	0	0	7377
-37584	0	0	0	0	0	0	0	37584
-6216	0	0	0	0	0	0	0	6216
-48048	0	0	0	0	0	0	0	48048
0	0	0	0	0	0	0	0	0
-48048	0	0	0	0	0	0	0	48048
-6216	0	0	0	0	0	0	0	6216
-37584	0	0	0	0	0	0	0	37584
-7377	0	0	0	0	0	0	0	7377

FIG. 2.6 – Masque  $M_x$  de convolution du gradient  $GOP9$ .

Ils sont sans biais d'estimation de l'orientation pour des surfaces orientées idéales de fonction génératrice polynomiale d'ordre inférieur ou égal à 7.

La disposition des coefficients non nuls sur une même colonne permet de ramener le système à 3 équations.

## 2.3.4 Estimation de l'orientation de textures orientées sinusoïdales

### 2.3.4.1 Formulation générale

Les surfaces idéales orientées de fonction génératrice sinusoïdale permettent d'approximer correctement un grand nombre de textures orientées.

Dans ce cas  $h(u)$  s'écrit:

$$h(u) = \sin(2\pi u/T_0) \quad (2.42)$$

où  $T_0$  est la période en pixels. Une image sinusoïdale orientée dans la direction  $\theta$  s'écrit alors:

$$f(i,j) = A_0 + A_1 \sin(2\pi/T_0(-i \cos(\theta) + j \sin(\theta))) \quad (2.43)$$

Malheureusement  $h \in \mathcal{D}^\infty$  et donc il n'existe pas de masque de taille finie apte à estimer

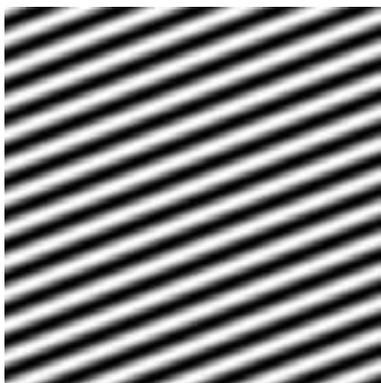


FIG. 2.7 – Texture orientée  $\theta$  de fonction génératrice sinusoïdale.

exactement l'orientation.

Nous avons montré en annexe (C.1)(C.2) que l'erreur d'estimation est uniforme (indépendante du pixel considéré). L'expression de  $\hat{\theta}$  est (en utilisant  $w = 2\pi/T_0$ ):

$$\tan(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x(k,l) \sin(wk \sin(\theta)) \cos(wl \cos(\theta))}{\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} m_x(k,l) \sin(wk \cos(\theta)) \cos(wl \sin(\theta))} \quad (2.44)$$

Nous avons montré en annexe (B) que nous retrouvons, à partir de cette équation, les contraintes précédentes obtenues pour l'estimation exacte de l'orientation pour des surfaces orientées de fonction génératrice polynomiale.

### 2.3.4.2 Biais maximal

Pour une période  $T_0 = 4$  et un opérateur de Prewitt, le graphe de l'écart angulaire  $(\hat{\theta} - \theta)$  en fonction de  $\theta$  revêt l'aspect présenté sur la figure (2.8)

Nous constatons que l'écart angulaire d'estimation (ou biais) peut atteindre une dizaine de

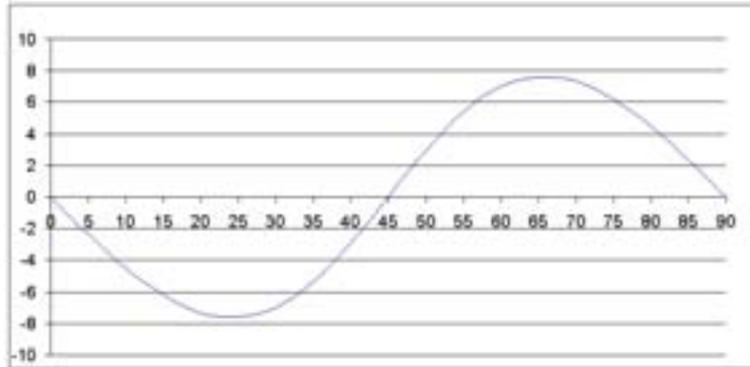


FIG. 2.8 – *Ecart angulaire en degré pour le gradient de Prewitt appliqué pour une surface orientée de fonction génératrice sinusoidale de période  $T_0 = 4$  pixels en fonction de l'orientation de cette surface.*

degrés pour  $\theta = \pi/8$ . En général, l'écart d'estimation décroît régulièrement lorsque la période  $T_0$  augmente. Sur le graphe (2.9) nous représentons cet écart pour  $\theta = \pi/8$  et pour l'opérateur *GOP3*.

Par la suite nous établissons un majorant du biais (biais maximal) en prenant sa valeur pour

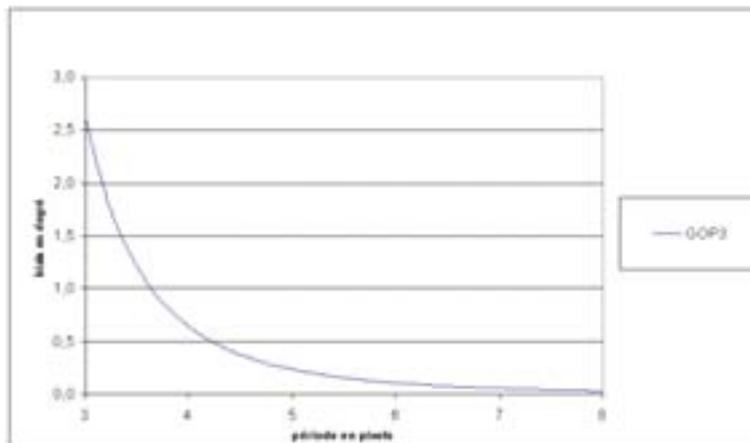


FIG. 2.9 – *Biais maximal en degré pour l'opérateur *GOP3* appliqué pour une surface de fonction génératrice sinusoidale en fonction de la période en pixels.*

l'orientation la plus défavorable ( $\theta = \pi/8$ ).

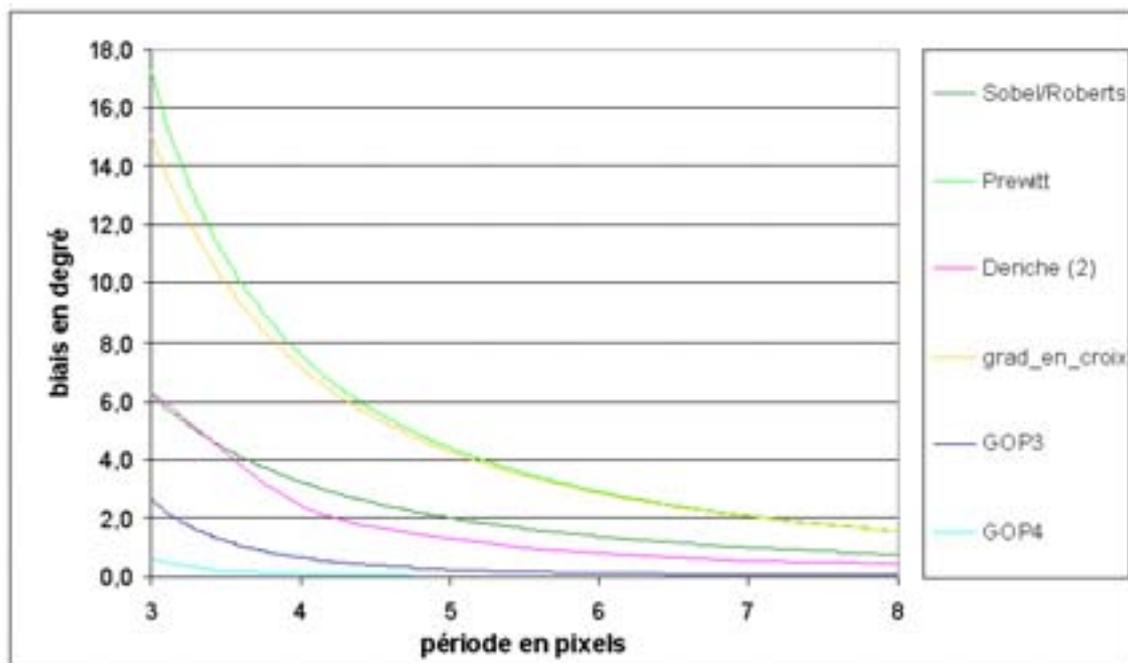


FIG. 2.10 – *Biais maximal d'estimation de l'orientation pour différents gradients appliqués sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale.*

### 2.3.4.3 Comparaison des opérateurs $GOP3$ et $GOP4$ avec les opérateurs classiques

Nous effectuons une comparaison du biais des opérateurs  $GOP3$  et  $GOP4$  avec des gradients de taille de support équivalent:

- Deriche (le coefficient de dérivation et de lissage est  $\alpha = 2$ )
- Prewitt
- Sobel
- Roberts
- Gradient en croix.

La figure (2.10) présente une évaluation du biais maximal pour ces différents gradients en fonction de la période de la sinusoïde en pixels. Le gradient de Robert's donne le même biais que celui de Sobel, comme démontré en annexe (C.3).

Cette figure montre que, pour une période qui tend vers 3 pixels, le biais engendré par les gradients en croix et de Prewitt dépasse  $15^\circ$ . Les gradients de Deriche et Sobel ont des biais plus faibles de l'ordre de  $6^\circ$ . Le gradient de Danielsson (chapitre 1.3.2.3) a un biais un peu plus faible que celui de Sobel. Les opérateurs  $GOP$  sont les plus performants avec un biais de  $3^\circ$  pour  $GOP3$  et de  $0.5^\circ$  pour  $GOP4$ .

Le rapport optimal entre  $m_x(1,0)$  et  $m_x(1,1)$  est 4. Prewitt propose un rapport de 1, Sobel un

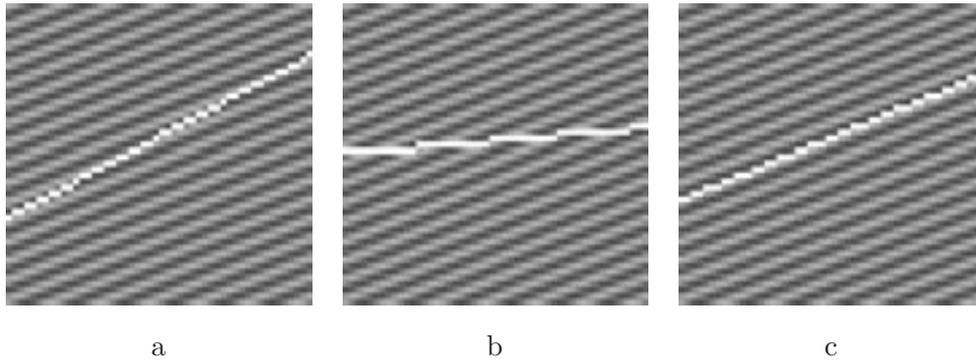


FIG. 2.11 – Estimation d'orientation matérialisée par le segment blanc par le gradient de Deriche (a), de Prewitt (b) et GOP4 (c) appliqués sur une texture de fonction génératrice sinusoïdale ( $T = 3$  pixels et  $\theta = \pi/8$ ).

rapport de 2 et Danielsson donne une valeur de 2.75. Ces trois opérateurs sont donc davantage biaisés vis-à-vis de l'estimation de l'orientation, mais ils présentent une meilleure répartition des valeurs des coefficients, ce qui leur permet d'être moins sensibles au bruit blanc.

L'importance de ces biais est montré sur la figure (2.11) où nous montrons une droite orientée suivant l'estimation d'un des gradients précédents et superposée à la texture orientée à  $22^\circ$  de fonction génératrice sinusoïdale. Seul le gradient *GOP4* indique une orientation très proche de la valeur souhaitée.

#### 2.3.4.4 Comparaison de différents *GOP*

La figure (2.12) présente une évaluation du biais maximal pour les cinq opérateurs *GOP*. Cette figure montre que le biais de chaque opérateur passe au moins par un extrême de  $90^\circ$  pour une période critique dont nous analysons les causes dans le paragraphe suivant.

#### 2.3.4.5 Périodes critiques

Lorsque la taille du masque est supérieure à la période  $T_0$  de la texture sinusoïdale, des interférences peuvent subvenir. A ces périodes critiques apparaît une erreur d'estimation très importante qui peut s'approcher de  $\pi/2$  comme indiqué sur la figure (2.12).

En effet si la taille du masque est supérieure à  $T_0$ , il existe une orientation  $\theta_c$  telle que le résultat de la convolution par le masque soit nul (ce résultat est alors indépendant de la position du masque dans l'image). La figure (2.13) illustre ce phénomène dans le cas où les coefficients non nuls sont disposés sur une même colonne dans  $\mathcal{D}_x$ .

Dans ce cas la relation liant la taille  $d$  du masque à la période critique  $T_c$  et à l'orientation  $\theta$

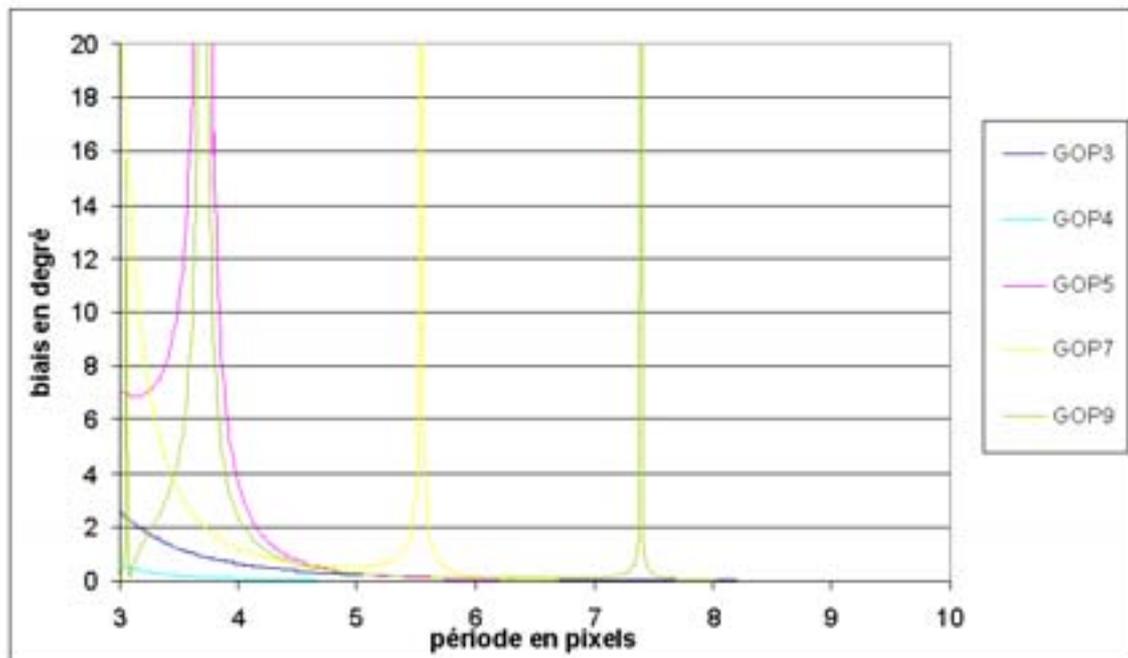


FIG. 2.12 – *Biais maximal d'orientation pour les opérateurs GOP appliqués sur une texture de type surface orientée de profil sinusoïdal.*

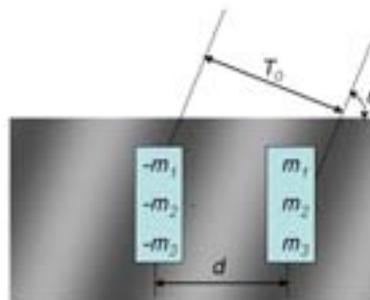


FIG. 2.13 – *Schéma explicatif des périodes critiques ( $d = T_0 \cos(\theta)$ ).*

est:

$$d = kT_c \cos(\theta) \quad \text{où } k = 1, 2, \dots \quad (2.45)$$

Pour éviter tout risque d'interférence, il suffit d'utiliser un masque de taille inférieure à la plus petite période présente dans la texture:

$$d < T_{min}$$

#### 2.3.4.6 Minimisation de l'écart d'estimation

Dans le cas où la période  $T_0$  est connue a priori, nous pouvons améliorer la précision de l'estimation de l'orientation:

- en utilisant la courbe de biais pour corriger le résultat.
- en optimisant les coefficients du masque.

Nous avons présenté la deuxième approche dans Da Costa [DC01b] [DC01a].

#### 2.3.5 Indice de confiance

Le module du gradient nous indique la présence de variations d'intensité dans l'image qui traduit la netteté des contours. Des modules de gradient faibles indiquent au contraire une région où les contours sont peu marqués et donc peu fiables.

Dans notre cas les composantes du gradient estimé sont les sorties des opérateurs de convolution  $M_x$  et  $M_y$ . Nous utilisons donc le module du gradient pour exprimer la confiance attribuée à la mesure.

La figure (2.14) montre la réponse de l'indicateur de confiance de l'opérateur  $GOP9$  appliqué sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale et de période 20 pixels perturbée par un bruit blanc gaussien ( $SNR = 10dB$ ) d'équation (2.43). Nous constatons que la confiance tend vers zéro sur les crêtes et les vallées de la texture, ce qui traduit bien l'incapacité du gradient à estimer une orientation dans ces régions critiques.

#### 2.3.6 Conclusion

En présence de textures directionnelles de période faible, les nouveaux estimateurs de l'orientation s'avèrent sensiblement plus performants que les opérateurs classiques.

Ces opérateurs sont optimaux pour des textures orientées que nous pouvons approximer localement à l'aide de fonctions génératrices polynomiales. Leur sensibilité au bruit blanc est aussi proche de l'optimalité.

Enfin nous proposons une famille d'opérateurs sans recouvrement qui facilitera la recherche de la taille du masque la plus adaptée à la texture locale.

## 2.4 Opérateur Vallonnement

Les opérateurs  $GOP$  que nous venons d'étudier ne sont pas adaptés à l'estimation de l'orientation des pixels situés sur les pics, les crêtes ou les vallées. En effet le module du gradient est très faible (voire nul) et l'orientation correspondante indéterminée. Pourtant le sens commun

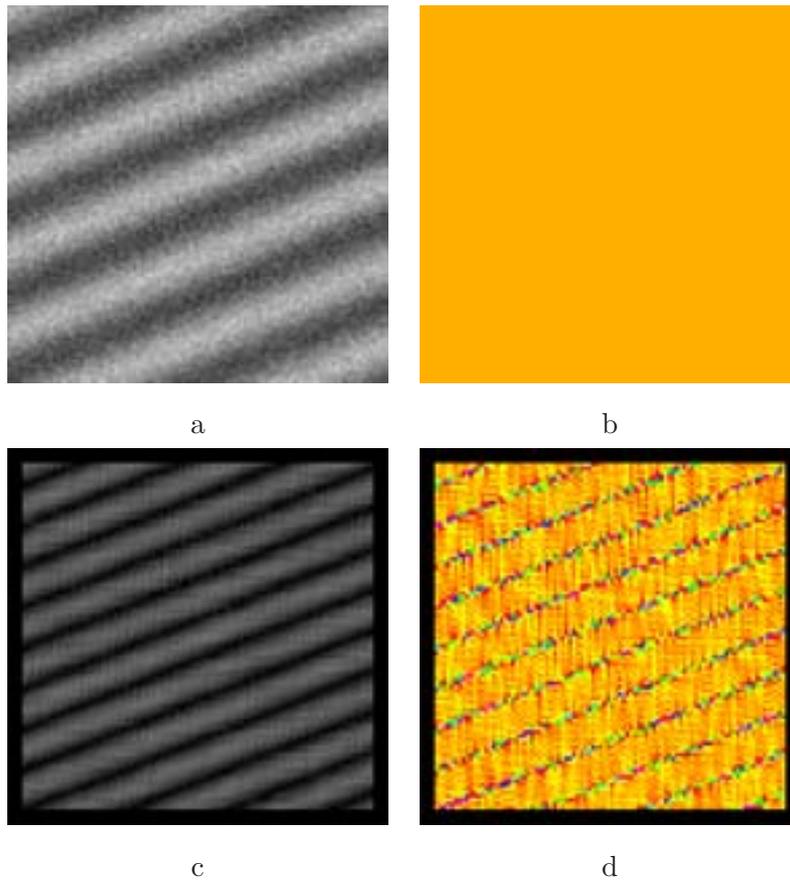


FIG. 2.14 – *Texture orientée sinusoïdale (a) de période 20 pixels bruitée par un bruit blanc gaussien ( $SNR = 10dB$ ), sa carte d'orientation théorique (b) et la carte de confiance (c) dans l'estimation de l'orientation (d) par le gradient  $GOP9$ .*

indique que l'orientation d'une ligne de crête se perçoit sans ambiguïté. C'est pour résoudre ce problème que nous proposons un estimateur d'orientation sensible à l'orientation de la ligne de crête. Nous l'appelons vallonement par la suite.

Nous constatons que l'opérateur de vallonement est parfaitement complémentaire de l'opérateur  $GOP$  dans la mesure où la réponse de l'un est forte et précise dans les régions où la réponse de l'autre ne l'est pas.

La démarche suivie pour développer des masques de l'opérateur vallonement est tout à fait similaire à celle utilisée pour établir les masques  $GOP$ .

### 2.4.1 Principe

L'opérateur vallonement se fonde sur les variations quadratiques ou dérivées secondes du signal pour estimer l'orientation. La forme de masque retenue est celle qui favorise au mieux

l'estimation d'une variation quadratique suivant un axe et une variation quadratique de signe opposé suivant l'axe orthogonal. Un tel masque possède alors deux axes d'anti-symétrie correspondant aux bissectrices du repère formé par les deux axes de variations quadratiques, ainsi que deux axes de symétrie par rapport à ce repère. Pour obtenir une estimation de l'orientation, il faut avoir la réponse de la convolution d'un deuxième masque qui va estimer les variations quadratiques suivant deux directions distinctes de celles déjà utilisées. Comme le premier masque estime les variations suivant les axes  $(o,x)$  et  $(o,y)$ , le deuxième masque estime les variations quadratiques suivant les bissectrices du repère  $(o,x,y)$ . L'argument du vallonement permet alors d'estimer l'orientation associée au maximum du vallonement et donc à  $\pi/2$  près.

Les opérateurs vallonements sont implantés à l'aide de masques de convolution. La figure (2.15) présente les domaines de définition  $\mathcal{D}_{V1}$  et  $\mathcal{D}_{V2}$  des coefficients des masques  $M_{V1}$  et  $M_{V2}$  ainsi que leurs symétries et anti-symétries. Si dans le domaine continu  $(\mathbb{R}^2)$  le masque  $M_{V2}$  se déduit

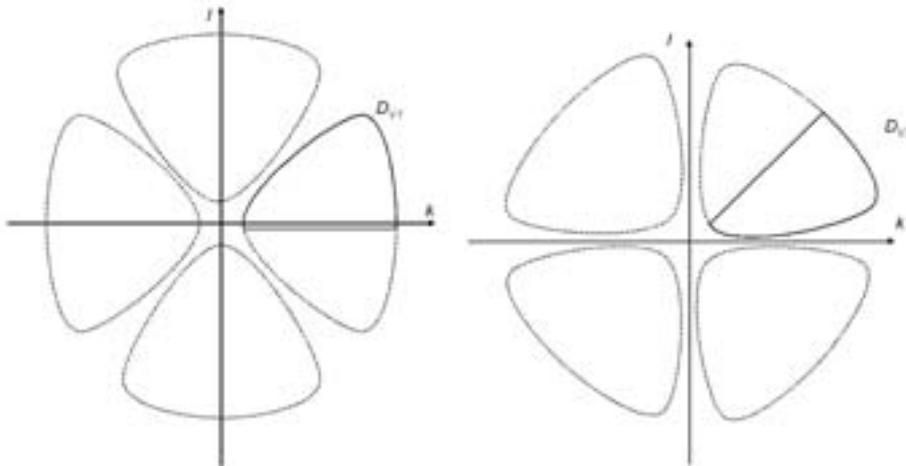


FIG. 2.15 – Domaines de définition  $\mathcal{D}_{V1}$  et  $\mathcal{D}_{V2}$  des coefficients des masques  $M_{V1}$  et  $M_{V2}$ .

de  $M_{V1}$  par une rotation de  $\pi/4$ , il n'en est pas de même dans le cas discret où il sera nécessaire d'établir les coefficients optimaux pour  $M_{V1}$  et pour  $M_{V2}$ .

**Remarque:**

L'estimation de l'orientation par la recherche des axes de plus fort vallonement est à rapprocher des méthodes fondées sur l'estimation des dérivées secondes et qui ont été présentées au chapitre précédent. Les masques de l'opérateur vallonement sont à rapprocher en terme de propriétés de symétrie aux masques  $h_4$  et  $h_5$  proposés par Hueckel [Hue73].

Nous appliquons ces masques au modèle de surface orientée d'équation (2.1) déjà utilisé pour l'opérateur gradient. La convolution du masque  $M_{V1} = (m_{V1}^0(i,j))_{(i,j) \in \mathcal{D}}$  sur l'image  $f$  s'exprime

en utilisant les propriétés de symétrie et d'antisymétrie du masque  $M_{V_1}$ :

$$(f * M_{V_1})(i, j) = \sum_{(k, l) \in \mathcal{D}} m_{V_1}^0(k, l) [f(i + k, j + l) + f(i - k, j + l) + f(i + k, j - l) + f(i - k, j - l) - f(i + l, j + k) - f(i - l, j + k) - f(i + l, j - k) - f(i - l, j - k)] \quad (2.46)$$

Soit  $\mathcal{D}_{V_1}$  le domaine réduit au huitième de plan tel que  $(k \geq 0)$  et  $(0 \leq l \leq k)$ . Il est délimité sur la figure (2.15) par la courbe en trait continu. Pour simplifier l'expression (2.46) les coefficients  $m_{V_1}$  ont été introduits, ils sont déterminés à partir des coefficients  $m_{V_1}^0$ :

$$\begin{cases} m_{V_1}(k, l) = m_{V_1}^0(k, l) & \text{avec } (k > 0) \text{ et } (k > l) \\ m_{V_1}(k, 0) = \frac{1}{2}m_{V_1}^0(k, 0) \end{cases} \quad (2.47)$$

Les coefficients  $m_{V_1}$  ont les propriétés de symétrie et d'antisymétrie suivantes:

$$\begin{cases} m_{V_1}(k, l) = m_{V_1}(k, -l) \\ m_{V_1}(k, l) = m_{V_1}(-k, l) \\ m_{V_1}(k, l) = -m_{V_1}(l, k) \\ m_{V_1}(k, l) = -m_{V_1}(-l, k) \end{cases} \quad (2.48)$$

A partir du développement en série de l'équation (2.6) et des propriétés des coefficients  $m_{V_1}$ , nous obtenons la convolution du masque  $M_{V_1}$  sur l'image  $f$ :

$$(f * M_{V_1})(i, j) = \sum_{n=0}^{+\infty} h^{(n)}(-is + jc) \sum_{t=1}^n \frac{s^t c^{n-t}}{t!(n-t)!} \sum_{(k, l) \in \mathcal{D}_{V_1}} (k^t l^{n-t} - k^{n-t} l^t) m_{V_1}(k, l) \alpha(t, n) \quad (2.49)$$

avec  $\alpha(t, n) = (1 + (-1)^t)(1 + (-1)^n)$ .

La fonction  $\alpha(t, n)$  se simplifie selon la parité des indices  $n$  et  $t$ :

$$(f * M_{V_1})(i, j) = 4 \sum_{\substack{n=0 \\ \text{npair}}}^{+\infty} h^{(n)}(-is + jc) \sum_{\substack{t=0 \\ \text{tpair}}}^n \frac{s^t c^{n-t}}{t!(n-t)!} \sum_{(k, l) \in \mathcal{D}_{V_1}} (k^t l^{n-t} - k^{n-t} l^t) m_{V_1}(k, l) \quad (2.50)$$

Le résultat de la convolution de  $M_{V_2}$  sur  $f$  s'obtient comme pour la convolution de  $M_{V_1}$ :

$$(f * M_{V_2})(i, j) = -4 \sum_{\substack{n=0 \\ \text{pair}}}^{+\infty} h^{(n)}(-is + jc) \sum_{\substack{t=1 \\ \text{impair}}}^n \frac{s^t c^{n-t}}{t!(n-t)!} \sum_{(k, l) \in \mathcal{D}_{V_2}} (k^t l^{n-t} + k^{n-t} l^t) m_{V_2}(k, l) \quad (2.51)$$

### Remarque:

Les estimateurs d'orientation fondés sur les variations quadratiques utilisent uniquement les dérivées d'ordre pair de la fonction génératrice. L'opérateur est donc insensible à la pente locale du signal.

### 2.4.2 Estimation de l'orientation

Nous estimons l'orientation  $\hat{\theta}$  au point de coordonnées  $(i,j)$  par l'expression:

$$\tan(2\hat{\theta}) = \frac{(f * M_{V_2})(i,j)}{(f * M_{V_1})(i,j)} \quad (2.52)$$

En utilisant les expressions (2.50) et (2.51) l'estimation de l'orientation devient:

$$\tan(2\hat{\theta}) = K_1(h,\theta,M_{V_1},M_{V_2}) \tan(2\theta) \quad (2.53)$$

avec

$$K_1(h,\theta,M_{V_1},M_{V_2}) = -1/2 \frac{\sum_{n=1}^{+\infty} h^{(2n)}(-is + jc) \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_2}} m_{V_2}(k,l) A_{2,n}(k,l)}{\sum_{n=1}^{+\infty} h^{(2n)}(-is + jc) \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_1}} m_{V_1}(k,l) A_{3,n}(k,l)} \quad (2.54)$$

et

$$\begin{aligned} A_{2,n}(k,l) &= \sum_{\substack{t=1 \\ \text{impair}}}^{2n-1} \frac{s^{t-1} c^{2n-1-t}}{t!(2n-t)!} (k^t l^{2n-t} + k^{2n-t} l^t) \\ A_{3,n}(k,l) &= \sum_{\substack{t=0 \\ \text{pair}}}^{n-1} \frac{k^t l^{2n-t} - k^{2n-t} l^t}{t!(2n-t)!} (cs)^t \sum_{u=0}^{n-1-t} s^{2(n-1-t-u)} c^{2u} \end{aligned} \quad (2.55)$$

avec

$$n \neq 0$$

L'étude de  $K_1(h,\theta,M_{V_1},M_{V_2})$  permet de déterminer des conditions de non biais pour un type de fonction génératrice  $h(u)$  et pour un estimateur de l'orientation de type vallonnement à réponse impulsionnelle finie de masques  $M_{V_1}$  et  $M_{V_2}$ .

### 2.4.3 Conditions pour l'estimation exacte de l'orientation

L'estimation exacte de l'orientation  $\hat{\theta} = \theta$  implique  $\tan(2\hat{\theta}) = \tan(2\theta)$  et donc  $K_1(h,\theta,M_x) = 1$  dans l'équation (2.53). Réciproquement si  $\tan(2\hat{\theta}) = \tan(2\theta)$  alors  $\hat{\theta} = \theta$  modulo  $\pi/2$ . Il existe donc une indétermination à lever pour obtenir l'information d'orientation non ambiguë (définie modulo  $\pi$ ). Le procédé retenu pour lever l'indétermination est décrit au paragraphe suivant. Nous précisons une conséquence de l'estimation exacte de l'orientation résultant de l'équation (2.53).

#### conséquence:

L'estimation est toujours exacte pour  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi/4$  (sauf si  $K_1 = 0$  ou  $K_1 = \infty$ ).

La condition générale d'estimation exacte s'exprime donc par:

$$K_1(h, \theta, M_x) = 1 \quad \forall h \quad \forall \theta \quad (2.56)$$

Dans le cas où  $h$  est infiniment dérivable, cette condition se décline pour tout  $\theta$  sous la forme:

$$\boxed{-2 \sum_{n=0}^{+\infty} h^{(2n)}(-is+jc) \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_1}} m_{V_1}(k,l) A_{3,n}(k,l) = \sum_{n=0}^{+\infty} h^{(2n)}(-is+jc) \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_2}} m_{V_2}(k,l) A_{2,n}(k,l)} \quad (2.57)$$

Pour que cette relation soit vérifiée quelle que soit la fonction génératrice  $h$ , il faut que chacun des termes affectant les dérivées successives soient identiques:

$$-2 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_1}} m_{V_1}(k,l) A_{3,n}(k,l) = \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_2}} m_{V_2}(k,l) A_{2,n}(k,l) \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \forall \theta \quad (2.58)$$

Nous en déduisons qu'une fonction génératrice dont les dérivées ne s'annulent pas quel que soit l'ordre de dérivation, notée  $h \in \mathcal{D}^\infty$ , engendre une infinité de contraintes. Nous en déduisons la conjecture:

il n'existe pas d'opérateur vallonement à réponse impulsionnelle finie qui estime exactement l'orientation d'une image orientée idéale dont les dérivées successives de la fonction génératrice ne s'annulent pas à partir d'un certain ordre.

#### 2.4.4 Résolution de l'indétermination

Sur la figure (2.16), nous présentons deux surfaces dont les orientations diffèrent de  $\pi/2$  et dont la configuration sur la ligne d'analyse est identique. La ligne d'analyse correspond dans chaque cas à la courbe tracée sur la surface. Les masques  $M_{V_1}$  et  $M_{V_2}$  proposés ont pour objectif

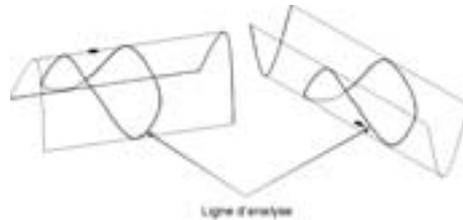


FIG. 2.16 – Deux configurations orthogonale produisant le même résultat.

d'analyser l'ondulation de cette ligne et ne seront donc pas aptes à lever l'ambiguïté de  $\pi/2$ . L'analyse de la surface au centre des masques est un moyen généralement efficace de distinguer les deux configurations.

La configuration “haute” représentée à gauche de la figure (2.16) se traduit par un niveau central plus élevé que le niveau moyen observé sur la ligne d'analyse tandis que la configuration “basse” représentée à droite se traduit par un niveau plus faible.

Cependant la configuration en “selle de cheval” représentée sur la figure (2.17) demeure problématique. L'orientation souhaitée au niveau du col ne peut être déterminée avec certitude: elle dépend d'un voisinage plus étendu entourant la région du col. Nous pouvons rencontrer des cas où cette extension se révèle encore insuffisante. C'est le cas où l'image est la combinaison de deux textures orthogonales.

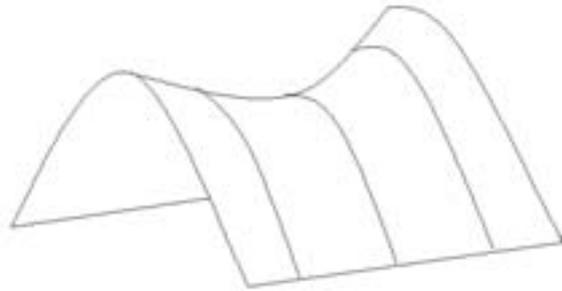


FIG. 2.17 – Cas de figure de la selle de cheval où l'indétermination à  $\pi/2$  est difficile à lever.

## 2.4.5 Estimation exacte de l'orientation de surface orientée polynomiale

### 2.4.5.1 Principe

Nous considérons des fonctions génératrices  $h \in \mathcal{D}^N$  polynomiales. La condition (2.58) se traduit pour de telles fonctions génératrices par:

$$-2 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_1}} m_{V_1}(k,l) A_{3,n}(k,l) = \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_2}} m_{V_2}(k,l) A_{2,n}(k,l) \quad \forall n = 0,1,\dots,N \quad \forall \theta \quad (2.59)$$

Pour que l'équation (2.59) soit satisfaite quel que soit  $\theta$ , il faut vérifier un système de  $N_{eq}$  équations indépendantes.

Dans le tableau (2.1), nous donnons pour  $N$  allant de 1 à 8, le nombre d'équations indépendantes  $N_{eq}$ .

TAB. 2.2 – Nombre d'équations indépendantes  $N_{eq}$  en fonction de l'ordre de la fonction génératrice polynomiale  $N$

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8
$N_{eq}$	0	1	1	2	2	4	4	6

### 2.4.5.2 Réduction de la sensibilité au bruit

La détermination des masques optimaux se fait en recherchant la solution exacte du système constitué par les contraintes comme pour l'opérateur  $GOP$ . Le principe de sélection des meilleurs masques est le même que pour l'opérateur  $GOP$ . Nous pouvons montrer (comme pour  $GOP$ ) que la sensibilité au bruit est la plus faible lorsque les coefficients sont disposés sur la périphérie.

### 2.4.5.3 Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 2

Dans ce cas  $A_{2,0}(k,l) = 0$  et  $A_{3,0}(k,l) = 0$ , il n'y a donc pas de contraintes sur les coefficients des masques de vallonnement pour des textures de fonction génératrice polynomiale d'ordre inférieur ou égal à 1.

A partir des expressions de  $A_{2,1}(k,l)$  et  $A_{3,1}(k,l)$ :

$$A_{2,1}(k,l) = 2kl$$

$$A_{3,1}(k,l) = \frac{l^2 - k^2}{2!}$$

nous cherchons pour  $n = 1$  les conditions de biais nul indépendantes de  $\theta$ . Nous avons alors la contrainte sur les coefficients  $m_{V1}$  et  $m_{V2}$ :

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V1}} (k^2 - l^2)m_{V1}(k,l) = 2 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V2}} klm_{V2}(k,l) \quad (2.60)$$

Nous proposons l'opérateur  $VOP3$  qui respecte cette contrainte.

Il est sans biais d'estimation de l'orientation pour des surfaces orientées idéales de fonction

0	-2	0	-1	0	1
2	0	2	0	0	0
0	-2	0	1	0	-1

FIG. 2.18 – Masques de convolution  $M_{V1}$  et  $M_{V2}$  du vallonnement  $VOP3$ .

génératrice polynomiale d'ordre inférieur ou égal à 2.

#### 2.4.5.4 Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 4

A partir des expressions de  $A_{2,2}$  et de  $A_{3,2}$ :

$$A_{2,2}(k,l) = \frac{k^3l - kl^3}{3!}$$

$$A_{3,2}(k,l) = \frac{l^4 - k^4}{4!}$$

nous cherchons pour  $n = 2$  les conditions de biais nul indépendantes de  $\theta$ . Nous avons alors une deuxième contrainte qui s'ajoute à la précédente (2.60):

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_1}} (k^4 - l^4)m_{V_1}(k,l) = 2 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_2}} kl(k^2 + l^2)m_{V_2}(k,l) \quad (2.61)$$

#### 2.4.5.5 Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 6

A partir des expressions de  $A_{2,3}$  et de  $A_{3,3}$ :

$$A_{2,3}(k,l) = \frac{1 - 2c^2s^2}{5!}(k^5l - kl^5) + \frac{c^2s^2}{3!3!}2k^3l^3$$

$$A_{3,3}(k,l) = \frac{1 - c^2s^2}{6!}(l^6 - k^6) + \frac{c^2s^2}{2!4!}k^2l^2(l^2 - k^2)$$

nous cherchons pour  $n = 3$  les conditions de biais nul indépendantes de  $\theta$ . Nous avons alors deux nouvelles contraintes qui s'ajoutent aux deux équations précédentes (2.60)(2.61):

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_1}} (k^6 - l^6)m_{V_1}(k,l) = 3 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_2}} kl(k^4 + l^4)m_{V_2}(k,l)$$

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_1}} ((k^6 - l^6) - 15k^2l^2(l^2 - k^2)) m_{V_1}(k,l) = \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_2}} (20k^3l^3 - 6kl(k^4 + l^4)) m_{V_2}(k,l) \quad (2.62)$$

Nous proposons deux opérateurs  $VOP7$  et  $VOP9$  sans biais jusqu'à l'ordre 6.

#### 2.4.5.6 Surfaces orientées polynomiales d'ordre inférieur ou égal à 8

A partir des expressions de  $A_{2,4}$  et de  $A_{3,4}$ :

$$A_{2,4}(k,l) = \frac{1 - 3c^2s^2}{7!}(k^7l - kl^7) + \frac{2c^2s^2}{3!5!}(k^3l^5 + k^5l^3) \quad (2.63)$$

$$A_{3,4}(k,l) = \frac{1 - 2c^2s^2}{8!}(l^8 - k^8) + \frac{c^2s^2}{2!6!}k^2l^2(l^4 - k^4) \quad (2.64)$$

nous cherchons pour  $n = 4$  les conditions de biais nul indépendantes de  $\theta$ . Nous avons alors deux nouvelles contraintes qui s'ajoutent au système précédent de quatre équations (2.60)(2.61)(2.62):

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_1}} (k^8 - l^8)m_{V_1}(k,l) = 4 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_2}} kl(k^6 + l^6)m_{V_2}(k,l)$$

0	0	0	-116	0	0	0
0	0	-426	-1890	-426	0	0
0	426	0	0	0	426	0
116	1890	0	0	0	1890	116
0	426	0	0	0	426	0
0	0	-426	-1890	-426	0	0
0	0	0	-116	0	0	0

0	-1254	0	1254	0
-1254	-564	0	564	1254
0	0	0	0	0
1254	564	0	-564	-1254
0	1254	0	-1254	0

FIG. 2.19 – Masques de convolution  $M_{V1}$  et  $M_{V2}$  du vallonnement VOP7.

0	0	0	0	-12	0	0	0	0
0	0	0	-33	0	-33	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	33	0	0	0	0	0	33	0
12	0	0	0	0	0	0	0	12
0	33	0	0	0	0	0	33	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-33	0	-33	0	0	0
0	0	0	0	-12	0	0	0	0

0	-16	-28	0	28	16	0
-16	0	0	0	0	0	16
-28	0	0	0	0	0	28
0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	-28
16	0	0	0	0	0	-16
0	16	28	0	-28	-16	0

FIG. 2.20 – Masques de convolution  $M_{V1}$  et  $M_{V2}$  du vallonnement VOP9.

$$\sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_1}} ((k^8 - l^8) - 28k^2l^2(l^4 - k^4)) m_{V_1}(k,l) = 28 \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_{V_2}} (k^5l^3 + k^3l^5) m_{V_2}(k,l) \quad (2.65)$$

Nous proposons un opérateur  $VOP11$  sans biais jusqu'à l'ordre 8.

**Remarque:**

0	0	0	0	0	-1.863	0	0	0	0	0
0	0	-1	-0.563	-9.931	0	-9.931	-0.563	-1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0.563	0	0	0	0	0	0	0	0.563	0
0	9.931	0	0	0	0	0	0	0	9.931	0
1.863	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.863
0	9.931	0	0	0	0	0	0	0	9.931	0
0	0.563	0	0	0	0	0	0	0	0.563	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	-1	-0.563	-9.931	0	-9.931	-0.563	-1	0	0
0	0	0	0	0	-1.863	0	0	0	0	0

0	0	-7.036	0	0	0	7.036	0	0
0	-4.877	-2.468	0	0	0	2.468	4.877	0
-7.036	-2.468	0	0	0	0	0	2.468	7.036
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.036	2.468	0	0	0	0	0	-2.468	-7.036
0	4.877	2.468	0	0	0	-2.468	-4.877	0
0	0	7.036	0	0	0	-7.036	0	0

FIG. 2.21 – Masques de convolution  $M_{V_1}$  et  $M_{V_2}$  du vallonnement  $VOP11$ .

Le système constitué des contraintes précédentes conduit à un conditionnement matriciel qui se dégrade plus rapidement que celui de l'opérateur  $GOP$  et peut conduire à des coefficients ayant une grande dynamique (voire une inversion de signe).

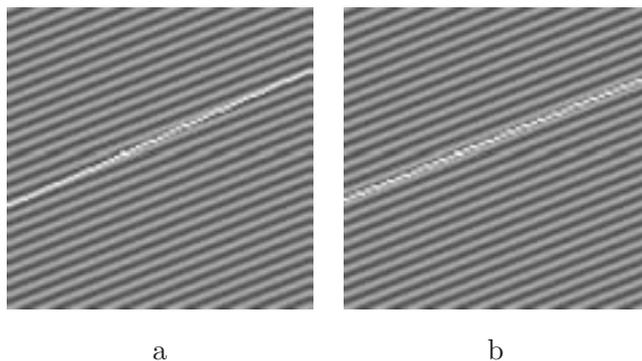


FIG. 2.22 – Estimation d'orientation matérialisée par le segment blanc par les dérivées secondes de Deriche ( $\alpha = 2$ ) (a) et VOP5 (b) appliqués sur une texture de fonction génératrice sinusoïdale ( $T = 4$  pixels et  $\theta = \pi/8$ ).

## 2.4.6 Estimation de l'orientation de textures orientées sinusoïdales

### 2.4.6.1 Formulation générale

Nous étudions l'estimation de l'orientation pour une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale d'équation (2.43). Nous avons montré en annexe (C.1) que pour tout opérateur VOP, une telle texture présente un biais uniforme et indépendant de la position  $(i, j)$  du pixel sur l'image. L'estimation de l'orientation est obtenue à partir de l'expression:

$$\tan(2\hat{\theta}) = \frac{\sum_{\substack{(k,l) \in \mathbb{N}^2 \\ k \geq l}} m_{V_2}(k,l)(\sin(wkc) \sin(wls) + \sin(wks) \sin(wlc))}{\sum_{\substack{(k,l) \in \mathbb{N}^2 \\ k > l}} m_{V_1}(k,l)(\cos(wks) \cos(wlc) - \cos(wkc) \cos(wls))} \quad (2.66)$$

### 2.4.6.2 Biais maximal

Comme le biais ne dépend que des coefficients  $(m_{V_1}, m_{V_2})$ , de l'orientation  $\theta$  et de la période  $T$  de la génératrice, nous présentons une évaluation du biais maximal en fonction de  $T$  (de 3 à 9 pixels). Contrairement à GOP l'orientation qui procure le biais maximal n'est pas la même pour tous les VOP. La figure (2.22) présente la différence de biais entre une orientation estimée par les dérivées secondes de Deriche ( $\alpha = 2$ ) et celle obtenue par l'opérateur VOP5. Ces différences sont matérialisées par deux segments blancs superposés à la texture.

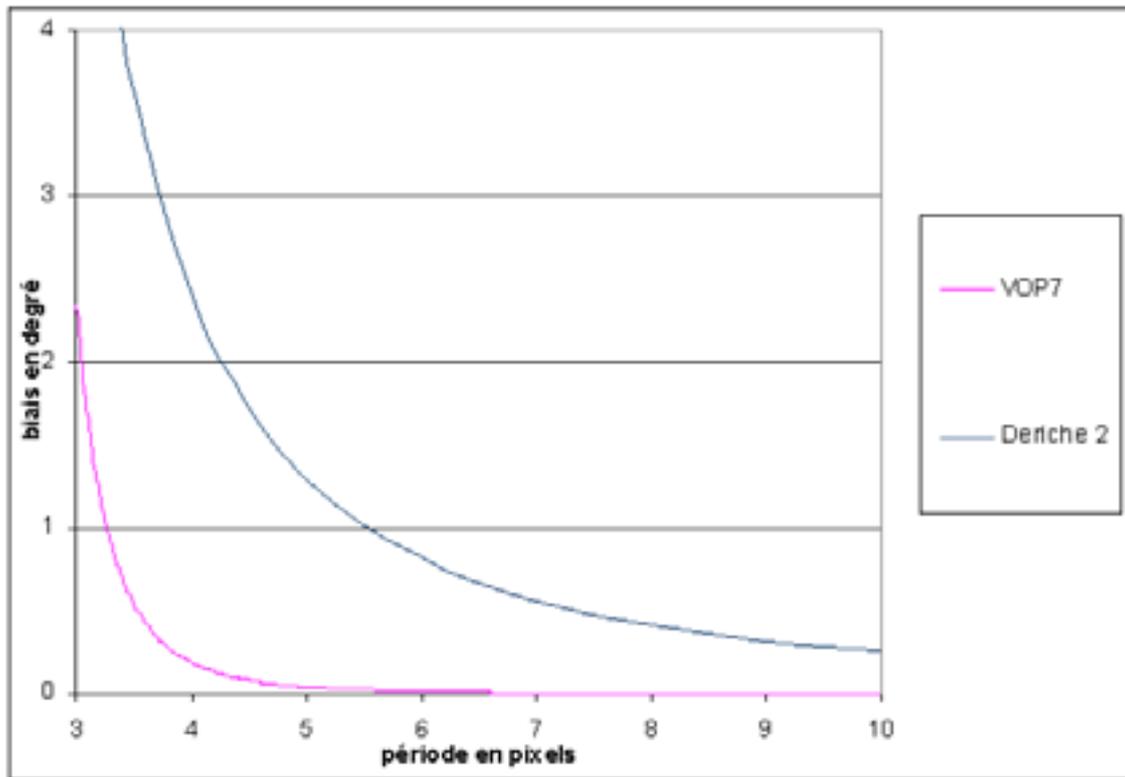


FIG. 2.23 – Comparaison du biais maximal d'orientation pour l'estimateur des dérivées secondes de Deriche ( $\alpha = 2$ ) et  $VOP7$  appliqués sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale en fonction de la période en pixels.

#### 2.4.6.3 Comparaison de l'opérateur $VOP7$ avec l'estimateur de Deriche des dérivées secondes

Nous effectuons une comparaison du biais maximal de l'opérateur  $VOP7$  avec l'estimateur des dérivées secondes de Deriche<sup>2</sup>.

La figure (2.23) présente une comparaison du biais maximal pour l'estimateur des dérivées secondes de Deriche ( $\alpha = 2$ ) et  $VOP7$  appliqués sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale en fonction de la période en pixel. La figure (2.23) montre que l'opérateur  $VOP7$  engendre un biais sensiblement plus faible que celui de l'estimateur de Deriche.

#### 2.4.6.4 Comparaison de différents $VOP$

La figure (2.24) présente le biais maximal pour les 4 opérateurs  $VOP$ . Le biais maximal de chaque opérateur  $VOP$  passe par une valeur extrême de  $45^\circ$  pour une période critique. Pour

<sup>2</sup> Il faut noter que le biais du gradient de Deriche est le même que celui obtenu à partir des dérivées secondes construites par mise en cascade des gradients de Deriche.

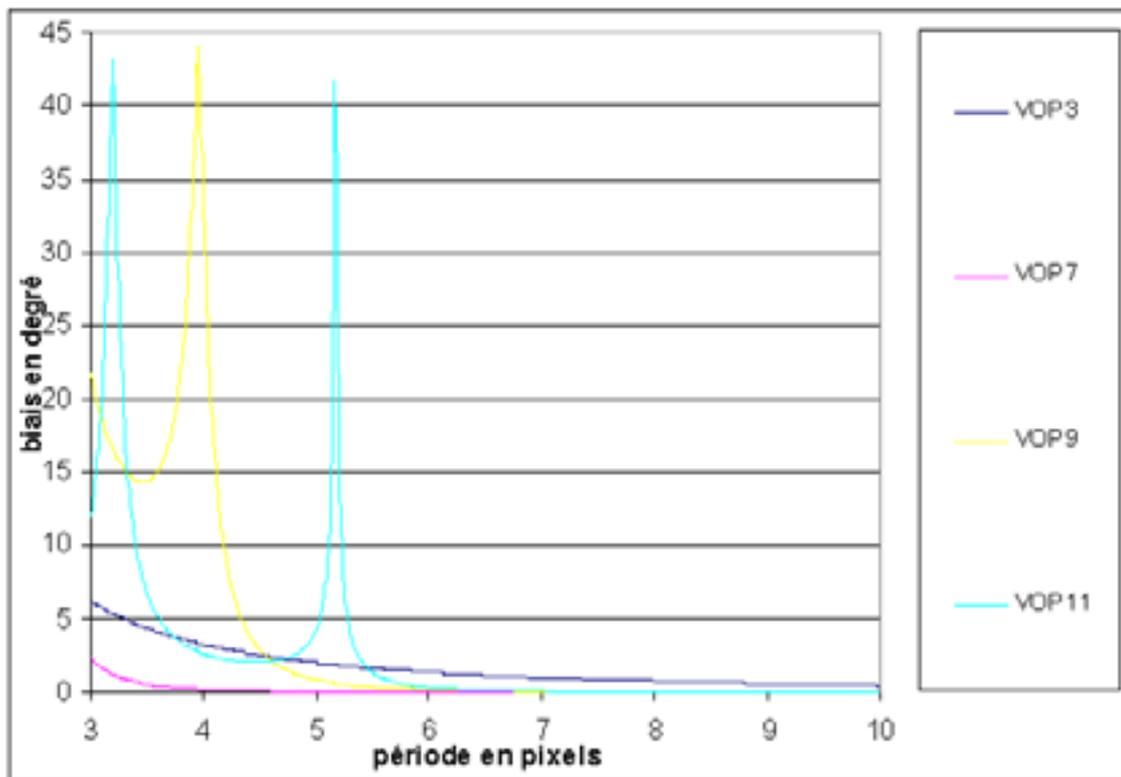


FIG. 2.24 – Biais maximal d'estimation de l'orientation pour les opérateurs vallonnements appliqués sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale.

éviter ces défauts, les estimateurs *VOP* doivent être utilisés sur des textures ayant des périodes en pixels supérieures à la moitié de la taille du plus grand masque utilisé.

#### 2.4.6.5 Périodes critiques

La figure (2.24) montre, à l'instar des opérateurs *GOP*, l'existence de périodes critiques. Elles correspondent au passage par zéro du dénominateur ou du numérateur de l'équation (2.66) et sont telles que :

$$\begin{cases} \sin(wkc) \sin(wls) + \sin(wks) \sin(wlc) = 0 & \forall (k,l) \in \mathbb{N}^2 \\ \text{ou} \quad \cos(wks) \cos(wlc) - \cos(wkc) \cos(wls) = 0 & k \geq l \end{cases} \quad (2.67)$$

Quel que soit l'opérateur *VOP*, il existe au moins une période critique qui est fonction de l'orientation  $\theta$  de la texture orientée et qui est inférieure à 2 pixels :

$$T_c = 2 \cos(\theta) \quad \text{ou} \quad T_c = 2 \sin(\theta) \quad (2.68)$$

### 2.4.7 Indice de confiance

Nous pouvons évaluer la qualité de l'estimation de l'orientation, à partir de l'énergie de la réponse des opérateurs. Pour l'opérateur  $VOP$ , cette énergie est la somme des carrés des réponses des deux masques.

La figure (2.25) présente les résultats de la convolution de l'opérateur  $VOP11$  appliqué sur la texture orientée présentée au chapitre (2.3.4) et perturbée par un bruit blanc gaussien additif ( $SNR = 10dB$ ). Les maxima de la carte de confiance sont bien situés près des crêtes et des

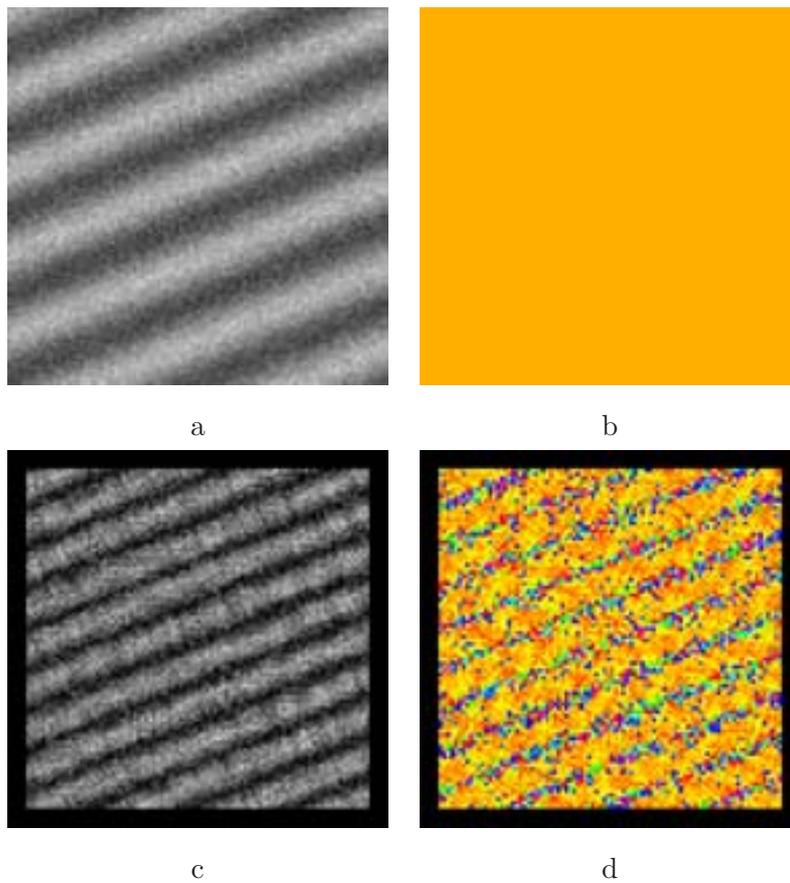


FIG. 2.25 – (a): Texture orientée de fonction génératrice sinusoidale bruitée par un bruit blanc gaussien additif ( $SNR = 10dB$ ), (b) orientation théorique, (c) carte de confiance et (d) estimation de l'orientation par l'opérateur  $VOP11$ .

vallées où les dérivées secondes sont les plus fortes.

### 2.4.8 Autres utilisations du vallonnement

La fonction principale de l'opérateur vallonnement est d'estimer la courbure principale de la surface locale. Cette information peut être utile pour réaliser le débruitage notamment en

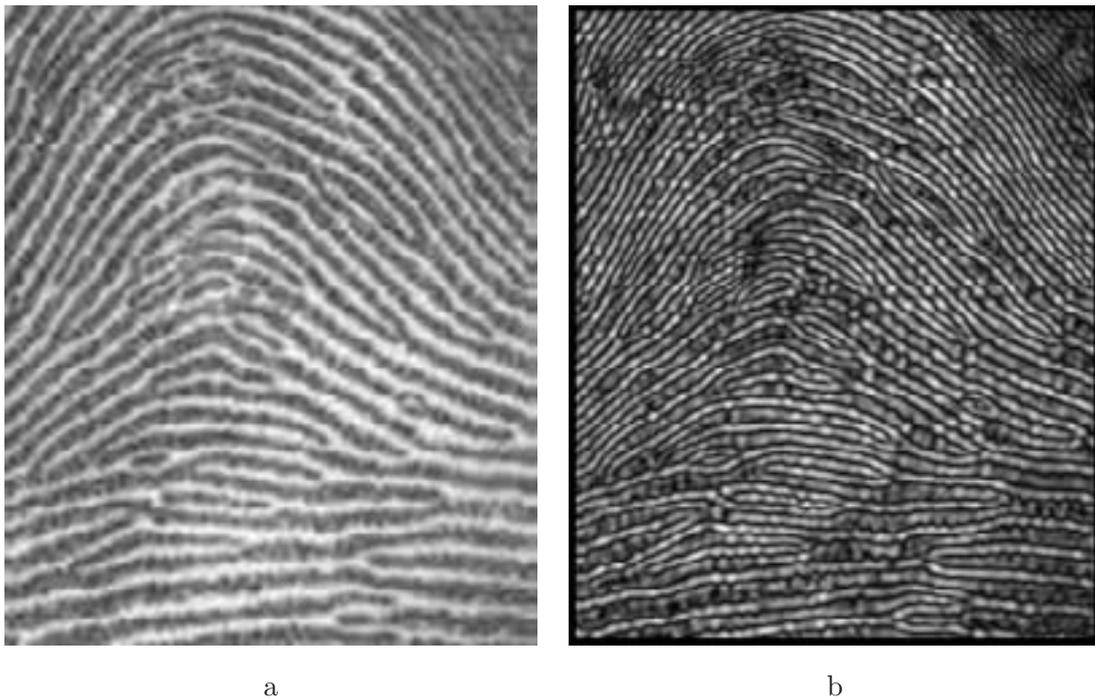


FIG. 2.26 – *Confiance de l'opérateur VOP9 (b) appliqué sur une image d'empreinte digitale (a)*

utilisant des processus de diffusion comme celui proposé par Perona et Malik [Per90b].

Le vallonement permet alors de détecter les changements de courbure de la surface locale. Ces changements se produisent notamment au voisinage de zone à forts gradients correspondant à des contours. A partir de la détection des minima de la carte du module du vallonement il est alors possible de construire un détecteur de contour.

Le vallonement réagit aux crêtes et aux vallées. Son module permet de construire une image où les fréquences spatiales sont doublées comme le montre la figure (2.26) sur une image d'empreinte digitale.

### 2.4.9 Conclusion

Le vallonement est un nouvel opérateur qui permet d'estimer l'orientation dans des régions de crête et de vallée où l'estimation de l'orientation par l'opérateur gradient est délicate voire impossible.

Les estimateurs *VOP* sont optimisés pour des textures orientées et de fonction génératrice polynomiale. Nous avons étudié le biais qu'ils engendrent sur une texture monofréquentielle orientée de fonction génératrice sinusoïdale. Les résultats montrent la supériorité en terme de biais des opérateurs *VOP* par rapport aux estimateurs fondés sur les dérivées secondes.

## 2.5 Conclusion

Nous avons défini les estimateurs de l'orientation  $GOP$  et  $VOP$  adaptés aux variations linéaires et quadratiques du signal et optimisés pour minimiser le biais. Cependant l'utilisation d'un seul opérateur  $GOP$  ou  $VOP$  ne permet pas d'avoir en tout point une estimation pertinente. Il semble alors judicieux d'associer ces estimateurs afin d'obtenir un opérateur qui combine leurs qualités. Nous présentons de tels opérateurs au chapitre suivant ainsi que l'étude de leur immunité aux bruits.



# Chapitre 3

## Estimateurs adaptés en échelle

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>69</b>
<b>3.2</b>	<b>Principe de construction d'un estimateur performant en tout point</b>	<b>69</b>
3.2.1	Complémentarité des opérateurs	69
3.2.2	Adaptation de l'échelle de l'opérateur	70
3.2.3	Schémas des constructions	70
<b>3.3</b>	<b>Mélange par la confiance</b>	<b>70</b>
3.3.1	Principe	70
3.3.2	Estimateur <i>Max - GVOP</i>	71
3.3.3	Estimateur <i>Mean - GVOP</i>	76
3.3.4	Difficultés inhérentes aux mélanges par la confiance	77
3.3.5	Utilisation d'une confiance commune	78
<b>3.4</b>	<b>Mélange par l'utilisation de la topologie</b>	<b>84</b>
3.4.1	Principe	85
3.4.2	Classification	86
3.4.3	Echelle de l'estimateur	86
3.4.4	Résultats d'estimation de l'orientation pour les classes extremum et inflexion	86
3.4.5	Remplissage	88
3.4.6	Résultats d'estimation de l'orientation par les opérateurs <i>OPCR</i> et <i>OPCRT</i>	90
<b>3.5</b>	<b>Evaluation des performances</b>	<b>92</b>
3.5.1	Evaluation sur des textures de synthèse	93
3.5.2	Evaluation sur une texture réelle	102
3.5.3	Conclusion sur les évaluations	105

**3.6 Conclusion . . . . . 107**

---

## 3.1 Introduction

Au chapitre précédent, nous avons élaboré deux types d'estimateurs *GOP* et *VOP* qui fonctionnent chacun sur des zones complémentaires de l'image. Nous proposons de construire un estimateur de l'orientation qui intègre au mieux leurs qualités respectives. Nous réalisons alors la fusion de ces différentes estimations.

Nous présentons dans un premier temps un estimateur composite adapté à l'échelle des structures présentes dans l'image. En effet, il sélectionne la meilleure estimation parmi plusieurs réalisées à différentes échelles. La sélection est opérée à partir de la confiance attribuée à chaque estimateur *GOP* et *VOP*.

Dans un deuxième temps, nous proposons un autre estimateur composite qui utilise des informations liées à la topologie de la surface pour choisir l'estimateur *GOP* ou *VOP* le mieux adapté au signal.

Enfin, nous évaluons les performances de ces nouveaux opérateurs par rapport à différents modèles d'images orientées et nous les comparons avec ceux présentés dans le premier chapitre.

## 3.2 Principe de construction d'un estimateur performant en tout point

### 3.2.1 Complémentarité des opérateurs

Les estimateurs *GOP* et *VOP* ne fournissent pas de réponse pertinente pour tout pixel, ils sont cependant complémentaires comme nous l'avons montré au chapitre précédent. Ainsi, pour un opérateur vallonnement, l'absence de variations quadratiques empêche une estimation correcte de l'orientation. Pour le gradient, c'est l'absence de variations linéaires qui neutralise son fonctionnement. En utilisant la complémentarité des estimations réalisées, il est a priori possible de construire un estimateur qui fonctionne correctement sur des structures faisant apparaître indifféremment des variations linéaires ou quadratiques. C'est typiquement le cas des textures orientées de fonction génératrice sinusoïdale.

Il paraît alors judicieux de construire un estimateur qui combine les estimations des deux types d'opérateurs en fonction de la conformation locale et de la qualité des estimations obtenues. C'est l'objectif des différentes combinaisons d'estimateurs que nous allons décrire.

### 3.2.2 Adaptation de l'échelle de l'opérateur

Nous recherchons une estimation qui soit la mieux adaptée à la structure locale. Nous avons proposé au chapitre précédent quatre tailles d'implantation pour chaque opérateur *GOP* et *VOP* et correspondant chacune à une échelle spécifique. Il reste donc à déterminer la taille la mieux adaptée à la conformation locale.

### 3.2.3 Schémas des constructions

Nous proposons deux schémas de construction d'un estimateur de l'orientation valable en tout point et adapté en échelle.

- Le premier sélectionne la meilleure estimation en s'appuyant sur les confiances associées à chaque estimateur. Cela correspond à déterminer en tout point l'estimateur le mieux adapté au signal.
- Le deuxième schéma utilise des informations complémentaires issues de la topologie locale afin d'estimer l'échelle d'analyse optimale et le type d'opérateur le plus approprié à la conformation du voisinage du site concerné.

## 3.3 Mélange par la confiance

### 3.3.1 Principe

Afin d'estimer une orientation pertinente en tout point nous utilisons les 4 opérateurs *GOP* (2.3.3) et les 4 opérateurs *VOP* (2.4.5). Nous calculons également la confiance associée à chacune de ces 8 estimations.

A partir de ces confiances, nous proposons deux stratégies pour déterminer l'estimation la plus adaptée. La première sélectionne l'estimateur d'orientation associé au maximum de confiance. Le deuxième estime l'orientation moyenne évaluée à partir des 8 estimations pondérées par leur confiance respective.

Afin de comparer des confiances associées aux 8 opérateurs, il est nécessaire de les normaliser. Comme les coefficients des masques sont positifs sur le support réduit  $\mathcal{D}_x$ , nous avons choisi de normaliser chaque coefficient par la somme des coefficients déterminée sur ce support. Pour l'opérateur *VOP*, il y a deux coefficients de normalisation, un par masque, tandis que les masques de l'opérateur *GOP* étant symétriques, un seul coefficient de normalisation suffit.

### 3.3.2 Estimateur *Max – GVOP*

L'estimateur *Max – GVOP* retient l'orientation délivrée par l'opérateur *GOP* ou *VOP* qui présente la plus grande confiance. C'est donc la confiance qui détermine quel est le type d'opérateur (*GOP* ou *VOP*) le plus adapté ainsi que sa taille choisie parmi quatre possibles. La confiance associée à l'estimation de *Max – GVOP* est celle délivrée par l'opérateur *GOP* ou *VOP* retenu.

Afin d'évaluer les performances du *Max – GVOP*, vis-à-vis du mélange entre les estimateurs *GOP* et *VOP* et vis-à-vis de l'adaptation à l'échelle, nous utilisons deux images de synthèse.

#### 1 - Texture 1

La première image est composée d'une texture de fonction génératrice sinusoïdale d'orientation générale  $\theta$  ayant subi une modulation d'orientation. Le modèle mathématique de cette texture est:

$$f(x,y) = A_0 + A_1 \sin(2\pi/T_1(x \sin(\theta) - y \cos(\theta) + A_2 \sin(2\pi/T_2(x \cos(\theta) + y \sin(\theta)))))) \quad (3.1)$$

Les paramètres de la texture sont:

- $A_0$  est l'intensité moyenne de la texture.
- $A_1$  est l'amplitude de la variation d'intensité.
- $\theta$  l'orientation générale de la texture.
- $T_1$  la période de la sinusoïde.
- $A_2$  l'amplitude de la modulation.
- $T_2$  la période de la modulation.

Comme précédemment, l'orientation théorique  $\theta_{th}$  de la texture s'obtient par le rapport des dérivées de  $f(x,y)$ :

$$\begin{aligned} \tan(\theta_{th}) &= \frac{\sin(\theta)/T_1 + t(x,y) \cos(\theta)}{-\cos(\theta)/T_1 + t(x,y) \sin(\theta)} \\ \text{avec } t(x,y) &= A_2/T_2 \cos(2\pi/T_2(x \cos(\theta) + y \sin(\theta))) \end{aligned} \quad (3.2)$$

La figure (3.1) présente cette texture pour un angle moyen  $\theta = 22^\circ$  ( $T_1 = 20$ ,  $T_2 = 50$ ,  $A_2 = 3$ ) et son orientation théorique.

L'orientation et la confiance obtenues par l'opérateur *Max – GVOP* appliqué sur cette texture sont présentées sur la figure (3.2). La carte de confiance montre une perte de confiance dans les zones de transition entre les points d'inflexion et les crêtes ou vallées adjacentes qui ne se traduit cependant pas par des valeurs erronées flagrantes sur la carte d'orientation. Nous précisons sur

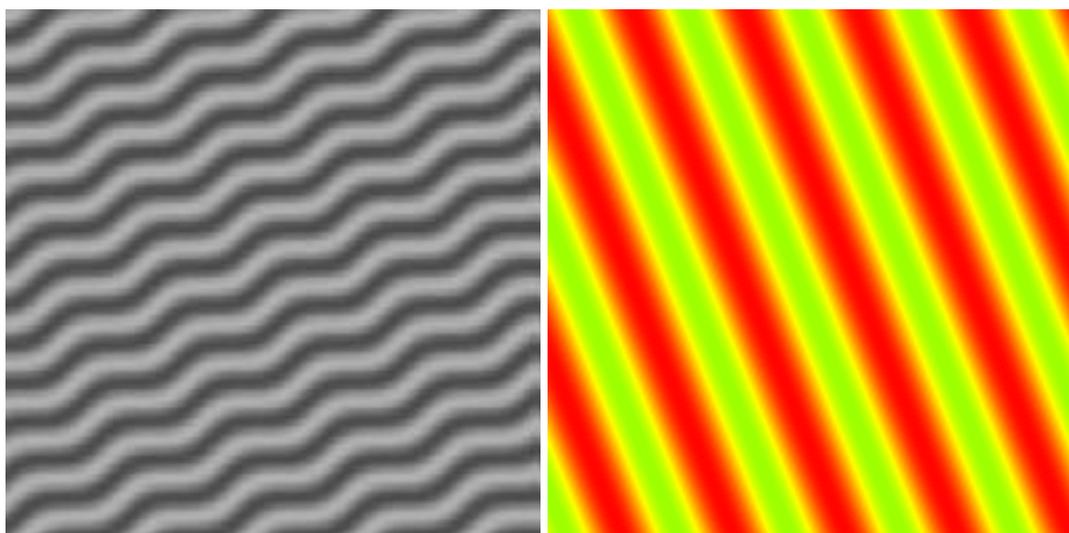


FIG. 3.1 – *Texture 1: image de lignes parallèles orientées à  $22^\circ$  modulées en orientation et son orientation théorique.*

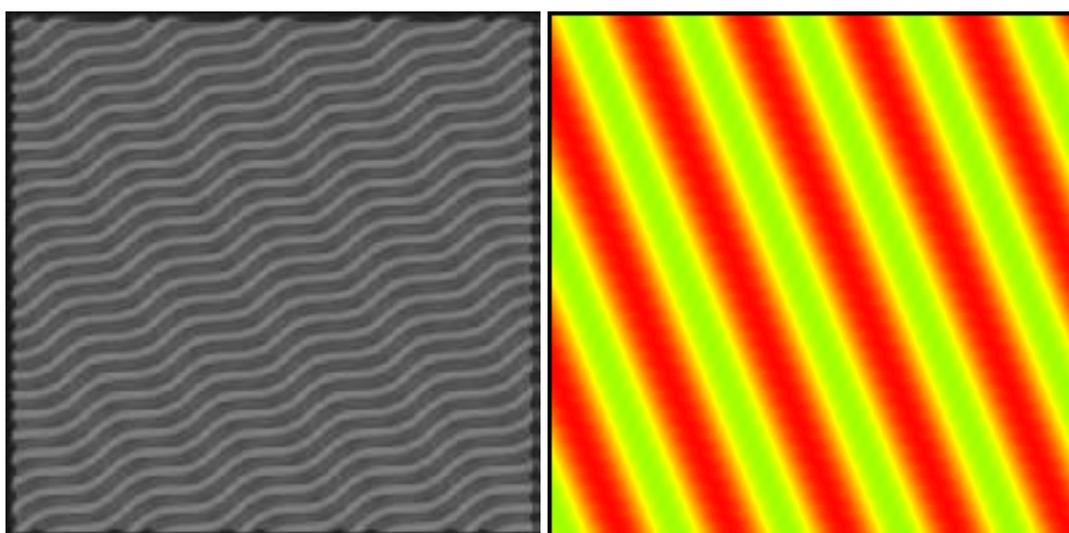


FIG. 3.2 – *Texture 1: confiance et orientation par l'opérateur Max – GVOP.*

la figure (3.3) le biais angulaire engendré par l'estimateur que nous amplifions par 16 pour le rendre perceptible avec la palette d'orientation. Les valeurs extrêmes de ce biais sont de  $1.5^\circ$  que nous percevons sur la carte d'orientation de la figure (3.2).

## 2 - Texture 2

Cette image est plus complexe puisqu'elle présente une texture similaire à la précédente avec en plus une variation de la fréquence de la fonction génératrice. Le modèle mathématique corres-

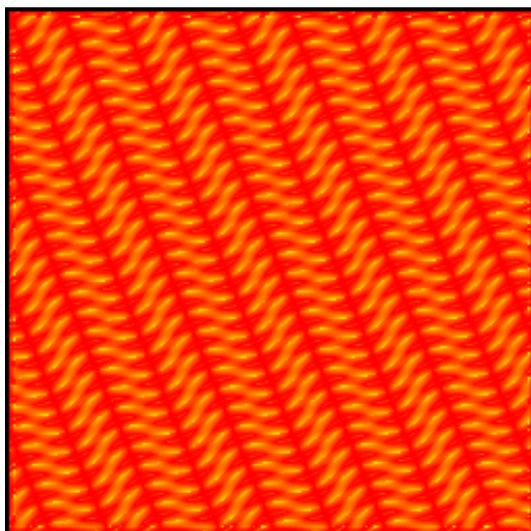


FIG. 3.3 – *Texture 1: biais d'orientation (multiplié par 16) par le Max – GVOP.*

pondant est:

$$f(x,y) = A_0 + A_1 \sin \left( \frac{2\pi/T_1(xs - yc + A_2 \sin(2\pi/T_2(xc - ys)))}{1 + A_3(xs - yc)} \right) \quad (3.3)$$

avec  $c = \cos(\theta)$  et  $s = \sin(\theta)$ . Les paramètres de la texture sont:

- $A_0$  est l'intensité moyenne.
- $A_1$  est l'amplitude de la variation d'intensité.
- $\theta$  est l'orientation générale de la texture.
- $A_2$  est l'amplitude de la modulation de l'orientation.
- $A_3$  est l'amplitude de la modulation de fréquence.

L'orientation théorique  $\theta_{th}$  de la texture est:

$$\begin{aligned} \tan(\theta_{th}) &= \frac{(s+2\pi/T_2 A_2 c \cos(t_1(x,y)))t_2(x,y) - A_3 s(xs - yc + A_2 \sin(t_1(x,y)))}{(-c - 2\pi/T_2 A_2 s \cos(t_1(x,y)))t_2(x,y) + A_3 c(xs - yc + A_2 \sin(t_1(x,y)))} \\ \text{avec } t_1(x,y) &= 2\pi/T_2(xc + ys) \\ \text{et } t_2(x,y) &= 1 + A_3(xs - yc) \end{aligned} \quad (3.4)$$

La figure (3.4) présente cette texture ( $\theta = 22^\circ$ ,  $T_1 = 20$ ,  $T_2 = 50$ ,  $A_1 = 0.0015$ ,  $A_2 = 6$ ) et son orientation théorique.

L'orientation et la confiance obtenue par l'opérateur *Max – GVOP* appliqué sur la texture 2 est présentée sur la figure (3.5). Là encore, la carte de confiance fait apparaître des discontinuités pour les transitions entre une zone d'inflexion et la crête ou la vallée adjacente qui se traduit faiblement sur la carte d'orientation. Cependant la carte du biais (figure 3.6) montre que, dans le bas de l'image où les fréquences sont élevées, tous les pixels sont bien estimés par un opérateur

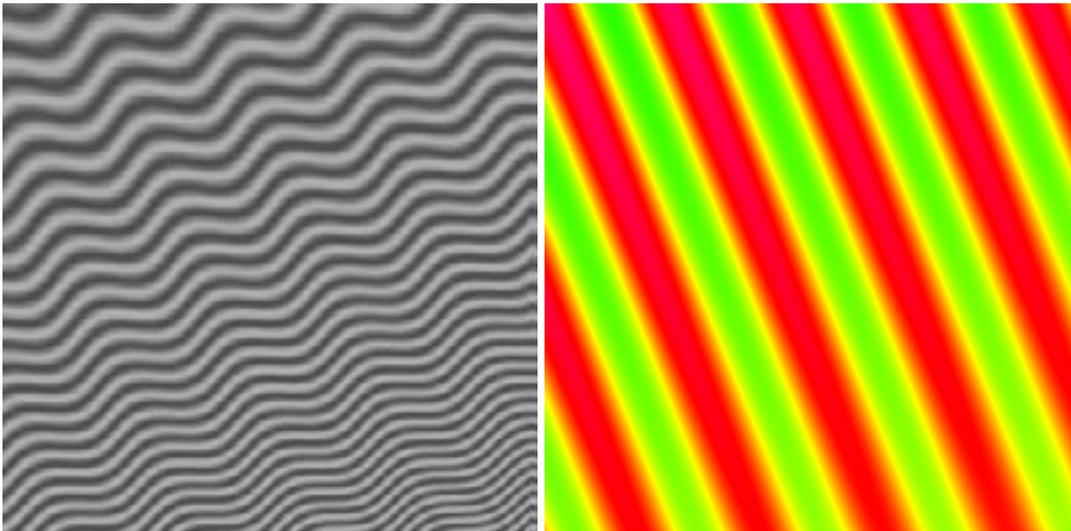


FIG. 3.4 – *Texture 2: image de lignes parallèles orientées à  $22^\circ$  modulées en orientation et en fréquence et son orientation théorique.*

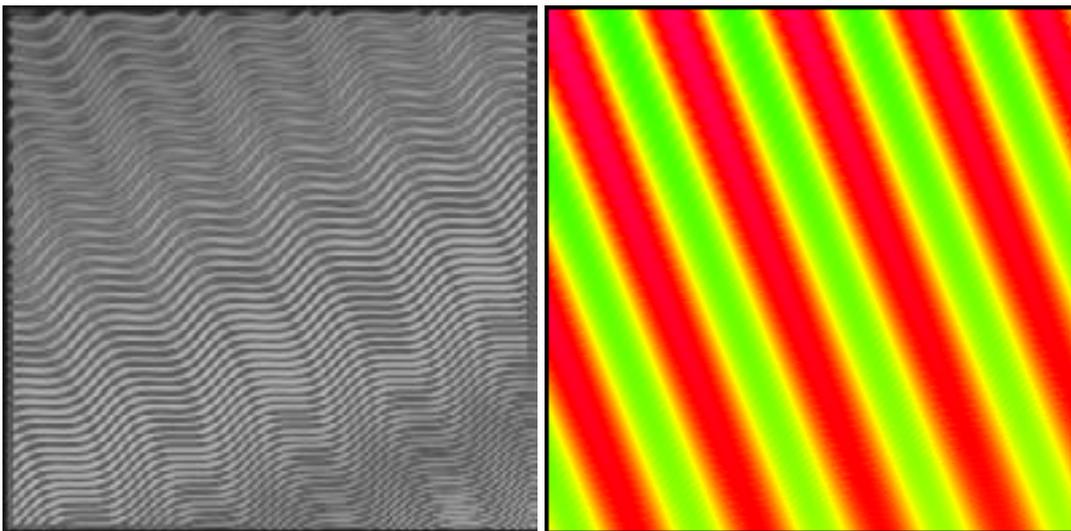


FIG. 3.5 – *Texture 2: confiance et orientation par l'opérateur  $Max - GVOP$ .*

$GOP$  ou  $VOP$  avec un biais maximum de  $2.5^\circ$ .

Sur la figure (3.7) nous présentons une carte d'identification de l'estimateur utilisé en chaque pixel par application de l'opérateur  $Max - GVOP$  ainsi que la couleur associée à chaque estimateur. L'adaptation en échelle des estimateurs  $GOP$  et  $VOP$  est bien réalisée puisqu'elle suit la variation de l'échelle du signal.

A travers ces résultats, nous avons montré la capacité du  $Max - GVOP$  à s'adapter à l'échelle des structures présentes sur l'image. Par contre, l'estimation de l'orientation, pour les zones

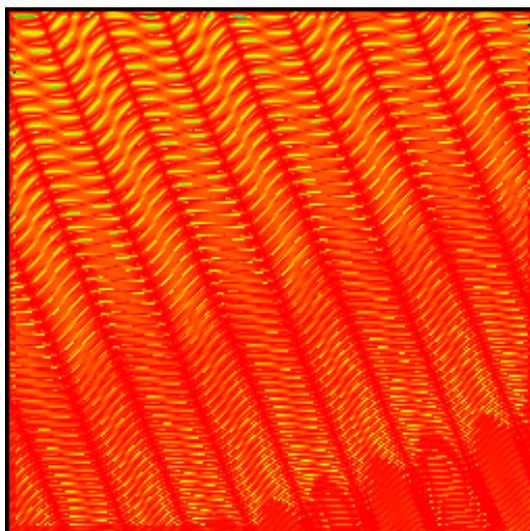


FIG. 3.6 – *Texture 2: biais d'orientation (multiplié par 16) par le Max – GVOP.*

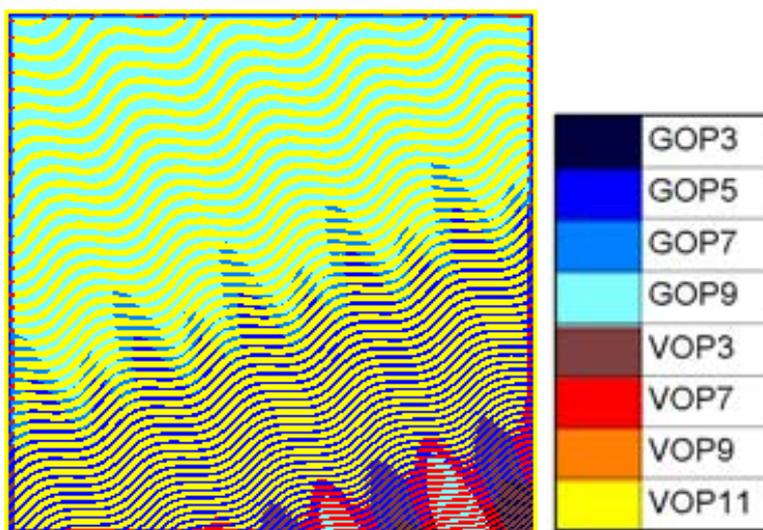


FIG. 3.7 – *Texture 2: carte d'identification des différents estimateurs GOP et VOP utilisés par l'opérateur Max – GVOP.*

de transition entre les zones de variations linéaires et celles des variations quadratiques, reste modérément biaisée. De plus la carte de confiance n'est pas assez homogène et elle ne traduit pas suffisamment la présence de zones biaisées. C'est pourquoi nous proposons un autre schéma qui lissera davantage l'orientation pour ces zones délicates.

### 3.3.3 Estimateur *Mean – GVOP*

A partir des 8 estimations délivrées par les opérateurs *GOP* et *VOP*, l'estimateur *Mean – GVOP* détermine en tout point l'orientation moyenne, obtenue par une Analyse en Composantes Principales (ACP) des vecteurs correspondants aux différentes estimations réalisées. Nous avons choisi comme confiance la différence normalisée des valeurs propres issues de l'ACP:  $\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$

Nous présentons les résultats de l'application de l'opérateur *Mean – GVOP* sur les deux textures de synthèse précédentes. La figure (3.8) présente l'orientation et la confiance pour la texture 1 (figure 3.1). Pour visualiser le biais engendré, nous présentons le biais amplifié par 16 (figure

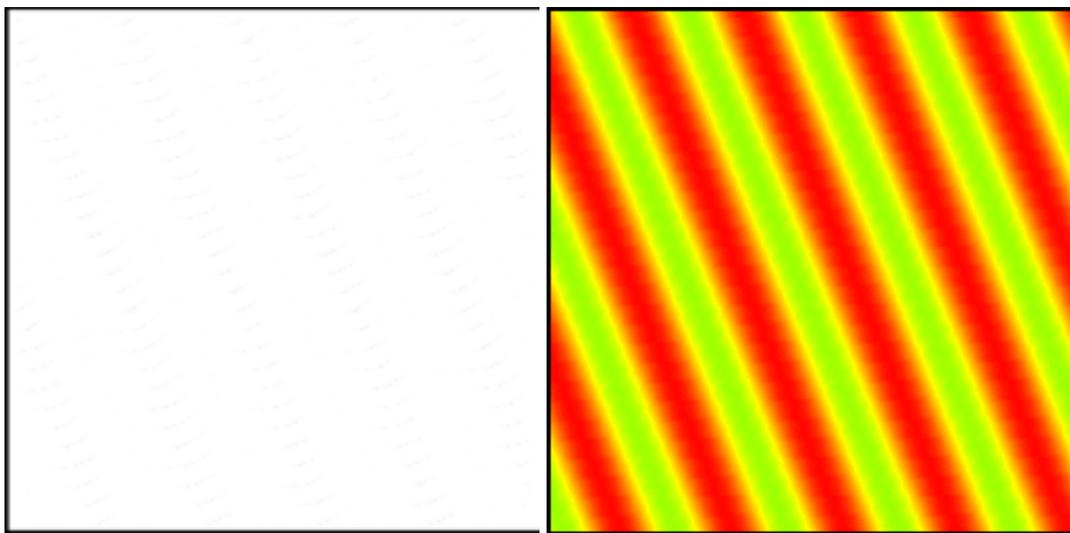


FIG. 3.8 – *Texture 1: confiance et orientation obtenues par l'estimateur Mean – GVOP.*

3.9).

Les valeurs de biais (maximum  $1^\circ$ ) sont plus faibles sur cette texture avec l'estimateur *Mean – GVOP* qu'avec l'estimateur *Max – GVOP*. Cependant la carte de confiance traduit peu ces défauts.

La figure (3.10) présente pour l'orientation et la confiance pour la texture 2 (figure 3.4). A l'instar de l'opérateur *Max – GVOP*, des défauts persistent dans les zones intermédiaires aux zones de bon fonctionnement des opérateurs *GOP* et *VOP*, mais ils sont moins marqués. L'utilisation de la moyenne permet de réduire le biais comme le montre la carte de biais (3.11) dont les valeurs extrêmes sont de l'ordre de  $2^\circ$ . Cependant la prédominance d'une confiance engendre une première valeur propre de l'ACP nettement prépondérante ( $\lambda_1 \gg \lambda_2$ ). Ainsi la confiance de l'opérateur *Mean – GVOP* est proche de 1 et ne permet pas de distinguer les zones où le biais est le plus important.

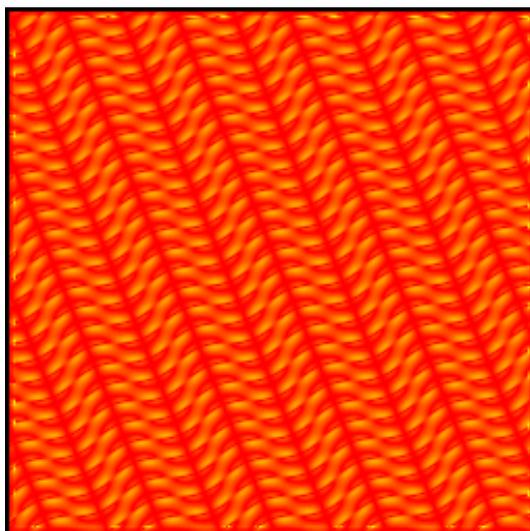


FIG. 3.9 – *Texture 1: biais d'orientation (multiplié par 16) engendré par le Mean – GVOP.*

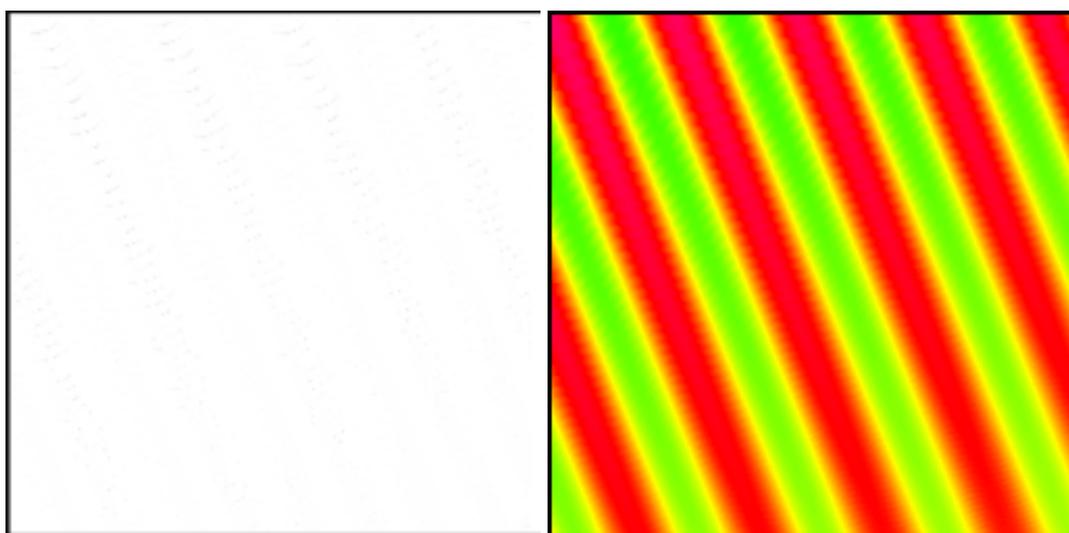


FIG. 3.10 – *Texture 2: confiance et orientation obtenues par l'estimateur Mean – GVOP.*

### 3.3.4 Difficultés inhérentes aux mélanges par la confiance

Ces difficultés ont plusieurs origines:

1 - L'échelle des structures locales engendre une différence de comportement entre les deux estimateurs *Max-GVOP* et *Mean-GVOP*. Les opérateurs qui estiment les variations linéaires et quadratiques du signal ont des sensibilités qui sont différentes en fonction de l'échelle des structures. Farnebäck [Far99] montre que les confiances des tenseurs linéaire et quadratique sont proportionnelles à l'échelle de la structure mais ne présentent pas la même proportionnalité. Afin de résoudre ce défaut, il utilise un coefficient de réglage entre les deux tenseurs. Il a montré

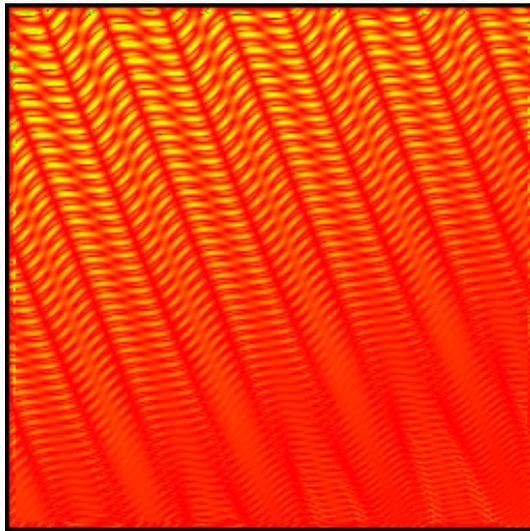


FIG. 3.11 – *Texture 2: biais d'orientation (multiplié par 16) engendré par le Mean – GVOP.*

que ce coefficient doit être choisi avec précaution et si possible en utilisant des informations a priori sur l'échelle locale (ce coefficient est proportionnel au rapport des échelles). Cependant il ne donne pas de solution satisfaisante pour déterminer ce coefficient dans le cas général.

**2 -** Les cartes de confiance montrent la plus forte décroissance du tenseur quadratique estimé par l'opérateur *VOP* par rapport à la confiance du tenseur linéaire estimé par l'opérateur *GOP* lorsque nous nous éloignons de la zone de bon fonctionnement.

Il est néanmoins possible de construire un estimateur qui cumule les qualités des estimateurs *GOP* et *VOP*.

- Une première solution consiste à déterminer un opérateur à échelle fixe. Le mélange est fait en prenant uniquement deux opérateurs *GOP* et *VOP* à des échelles équivalentes. Cette solution est intéressante lorsque l'image étudiée ne contient qu'une seule fréquence spatiale [DC01a].
- Une autre solution pour s'affranchir de ces défauts consiste à utiliser une confiance commune à toutes les estimations.

C'est cette deuxième approche que nous développons dans le paragraphe suivant.

### 3.3.5 Utilisation d'une confiance commune

Nous proposons d'utiliser un indicateur de confiance commun à tous les estimateurs utilisés afin d'éviter les défauts décrits précédemment. Dans ce cas l'estimation résultante ne sera plus sensible aux différences de comportement des mesures de confiance. Cette nouvelle confiance ne

doit pas nécessiter d'informations a priori sur la fonction génératrice de la surface orientée.

### 3.3.5.1 Modèle du réseau orienté de lignes parallèles

Notre objectif est d'obtenir une confiance indépendante de la topologie de la structure dont nous cherchons à estimer l'orientation. Pour cela nous utilisons la réponse d'un réseau de lignes parallèles orientées selon l'orientation estimée. La qualité de l'adéquation de l'orientation  $\theta$  avec les données s'obtient par une mesure de dispersion des intensités des points rencontrés le long de chaque ligne.

Chaque réseau est composé d'un nombre  $l$  de lignes parallèles orientées  $\theta$  sur lesquelles nous calculons la dispersion des intensités. Chaque ligne ( $l_i$ ) possède un centre  $s_i$  et une longueur sur laquelle la dispersion est évaluée. Le pixel pour lequel nous évaluons la réponse du réseau est le centre  $s_0$  de la ligne ( $l_0$ ). L'écart entre deux points de calcul est constant pour chaque réseau de lignes orienté  $\theta$ .

Le réseau, centré en  $s_0$ , est superposé à la grille discrète des pixels de l'image. Les lignes du réseau ne coïncident généralement pas exactement avec la grille discrète, une interpolation s'avère donc nécessaire. Son principe est le suivant (figure 3.12):

Pour les angles  $\theta \leq \pi/4$  les interpolations sont calculées à chaque intersection d'une ligne verticale de la grille discrète et des lignes du réseau. Pour les angles  $\theta \geq \pi/4$  nous calculons l'interpolation à l'intersection des lignes horizontales de la grille et des lignes du réseau. Notons qu'une légère

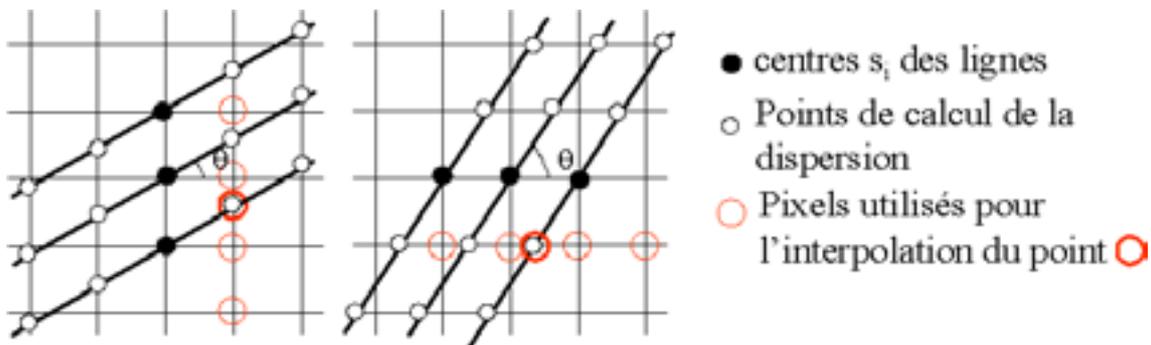


FIG. 3.12 – Schémas de construction des réseaux orientés de lignes pour  $\theta \leq \pi/4$  et  $\theta \geq \pi/4$ .

différence entre les supports de calcul de l'interpolation apparaît pour des angles proches de  $\pi/4$  modulo  $\pi/2$ .

La taille du réseau développé est liée à deux paramètres, le nombre de lignes et le nombre de points par lignes. En modifiant ces paramètres nous déterminons une confiance plus ou moins locale et nous contrôlons ainsi l'échelle d'analyse.

Les réseaux présentés sont développés de manière symétrique par rapport à l'axe des points de départ comme présentés sur la figure (3.12). Il est aussi possible de développer des réseaux de façon asymétrique. Cela permet d'analyser plus finement les variations d'orientation sur le voisinage local. Cependant pour un nombre équivalent de points dans le support de calcul, la confiance obtenue par un réseau symétrique donne une information mieux localisée puisque le pixel est au centre du masque.

Nous évaluons la dispersion des intensités le long de la ligne pour un ensemble de points  $p$  de la ligne, soit  $\mathcal{D}$  cet ensemble de points.

### Evaluation de la dispersion des intensités sur chaque ligne du réseau:

- Somme des écarts quadratiques entre la valeur du pixel de départ  $s_i$  et des points de la ligne:

$$e(s_i, \theta) = \sum_{p \in \mathcal{D}} (f(s_i) - f(p))^2. \quad (3.5)$$

- Somme des écarts quadratiques d'intensité successifs:

$$e_r(s_i, \theta) = \sum_{\substack{(p_k, p_l) \in \mathcal{D}^2 \\ d(p_k, p_l) < 1,5}} (f(p_k) - f(p_l))^2. \quad (3.6)$$

$d(p_k, p_l)$  est la distance euclidienne entre les deux points  $p_k$  et  $p_l$ . Les points sont voisins lorsque la distance qui les sépare est inférieure à  $\sqrt{2}$ .

Par la suite nous utilisons cette dernière formulation de la dispersion.

La continuité des réponses en fonction de l'orientation du réseau est assurée pour les angles de  $\pi/4$  modulo  $\pi/2$ . En effet quand l'orientation du réseau tend vers  $\pi/4$  modulo  $\pi/2$  les deux schémas de construction précédents tendent vers la même configuration et les points utilisés coïncident alors avec les pixels.

Cependant la confiance n'est plus invariante en rotation. Pour y remédier nous proposons par la suite une construction d'une confiance invariante en rotation.

#### 3.3.5.2 Confiance des réseaux symétriques orthogonaux

Dans le cadre de notre modèle de texture orientée défini au chapitre (1.2), la réponse du réseau en fonction de l'angle  $\theta$  est remarquable pour deux angles particuliers:

- lorsque l'orientation du réseau tend vers la direction de la texture, la réponse tend vers 0.

- lorsque l’orientation du réseau tend vers la direction orthogonale à la texture, la réponse est maximale.

Fort de ces deux constatations, il est possible de construire une nouvelle mesure de la confiance fondée sur le rapport de réseaux orthogonaux. En utilisant un tel rapport, nous nous affranchissons de la distance variable entre les points de calcul de la dispersion en fonction de son orientation qui crée cette invariance.

Nous proposons un indicateur de confiance normalisé que nous appelons  $C(\theta)$ :

$$C(\theta) = \frac{\left| \sum_{i=1}^n e(s_i, \theta + \pi/2) - \sum_{i=1}^n e(s_i, \theta) \right|}{\max \left( \sum_{i=1}^n e(s_i, \theta), \sum_{i=1}^n e(s_i, \theta + \pi/2) \right)} \quad (3.7)$$

Ainsi lorsqu’une dispersion est prédominante, alors le rapport  $C$  tend vers 1. En l’absence d’une dispersion prédominante,  $C$  tend vers 0 (cas d’une zone de bruit blanc).

A partir de cette confiance  $C$ , nous pouvons déterminer un estimateur utilisant les résultats fournis par les estimateurs  $GOP$  et  $VOP$  comme nous l’avons fait pour l’opérateur  $Max - GVOP$ . L’estimateur ainsi obtenu indique l’orientation associée au maximum de la nouvelle confiance et nous l’appelons  $Max - ROS - GVOP$ .

**Remarque :**

Si nous acceptons une complexité calculatoire élevée, il est également possible d’exploiter des réseaux de lignes comme de véritables estimateurs d’orientation. Comme ce travail sort du cadre de cette étude, il est présenté à l’annexe (D.1).

### 3.3.5.3 Fonction d’interpolation

Nous avons choisi d’interpoler des points situés à l’intersection de la grille discrète et des lignes du réseau en utilisant une interpolation monodimensionnelle. Il existe de nombreuses techniques d’interpolation [Leh99]. Nous avons retenu l’interpolation polynomiale d’ordre 3 [Pre92] qui utilise deux points de part et d’autre du point à interpoler et permet de reconstruire correctement une sinusoïde.

Soit  $f_i$  la fonction polynomiale d’interpolation:

$$f_i(x) = a_0 + a_1.x + a_2.x^2 + a_3.x^3 \quad (3.8)$$

$x$  est la distance entre le point interpolé et le pixel le plus éloigné parmi ceux servant à l’interpolation. La distance  $x$  est fonction de l’angle du réseau  $\theta$  et vaut:

$$x = 1 + (\tan(\theta) - [\tan(\theta)]).$$

avec  $[x]$  la partie entière de  $x$ .

Cette interpolation utilise un support de quatre pixels  $(p_0, p_1, p_2, p_3)$ , c'est-à-dire deux pixels de part et d'autre du point courant. La figure (3.13) présente le principe de l'interpolation polynomiale d'ordre 3. Nous avons les relations suivantes entre les paramètres de la fonction

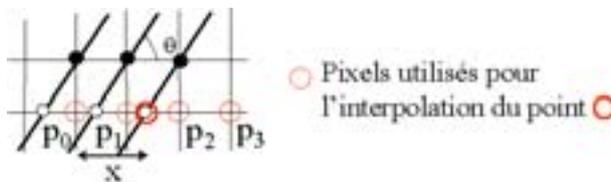


FIG. 3.13 – Principe de l'interpolation monodimensionnelle.

d'interpolation  $f_i$  et les pixels  $p_i$ :

$$\begin{cases} f(p_0) = f_i(0) \\ f(p_1) = f_i(1) \\ f(p_2) = f_i(2) \\ f(p_3) = f_i(3) \end{cases} \quad (3.9)$$

L'inversion de ce système linéaire donne les valeurs des coefficients d'interpolation  $a_i$  en fonction de l'intensité des pixels  $p_i$ :

$$\begin{cases} a_0 = f(p_0) \\ a_1 = \frac{1}{6}(-11 \cdot f(p_0) + 18 \cdot f(p_1) - 9 \cdot f(p_2) + 2 \cdot f(p_3)) \\ a_2 = \frac{1}{2}(2 \cdot f(p_0) - 5 \cdot f(p_1) + 4 \cdot f(p_2) - f(p_3)) \\ a_3 = \frac{1}{6}(-f(p_0) + 3 \cdot f(p_1) - 3 \cdot f(p_2) + f(p_3)) \end{cases} \quad (3.10)$$

### 3.3.5.4 Résultats

Nous présentons des résultats d'estimation de l'orientation avec l'opérateur *Max-ROS-GVOP* appliqué sur les deux images de synthèse précédentes (texture 1 et texture 2). Le réseau utilisé pour évaluer la confiance  $C$  est composé de 9 lignes de 11 points.

Les figures (3.14) (3.15) présentent l'orientation et la confiance de l'opérateur *Max-ROS-GVOP* pour les images texture 1 et texture 2. L'estimation de l'orientation réalisée et la confiance associée sont nettement plus homogènes qu'avec les estimateurs *Max-GVOP* et *Mean-GVOP*. Cependant quelques défauts persistent notamment lorsqu'aucun des estimateurs *GOP* ou *VOP* ne fournit une estimation pertinente.

Nous montrons sur la figure (3.16) les biais amplifiés par 16 de l'opérateur *Max-ROS-*

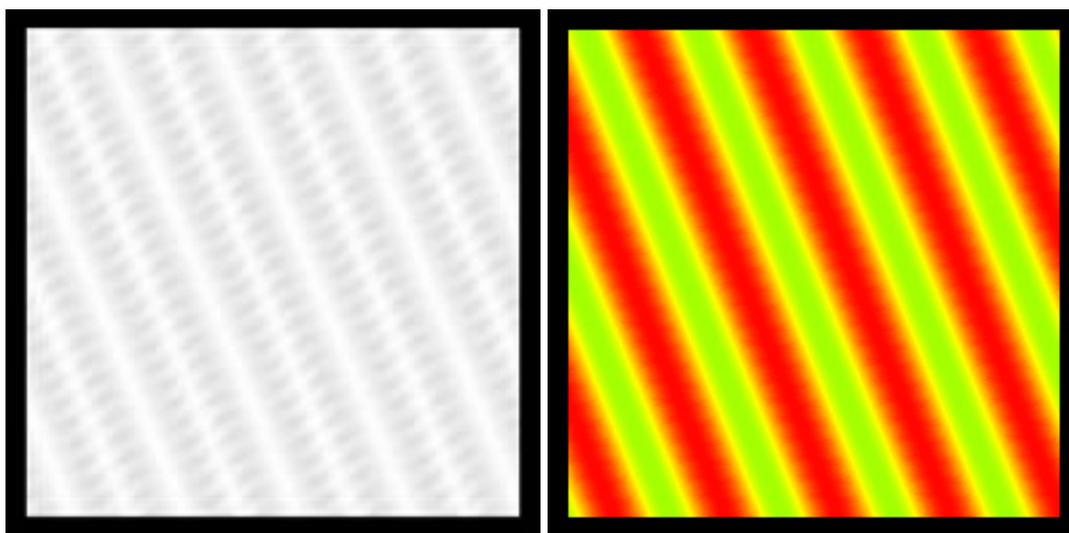


FIG. 3.14 – *Texture 1: confiance et orientation obtenues par l'estimateur  $Max - ROS - GVOP$ .*

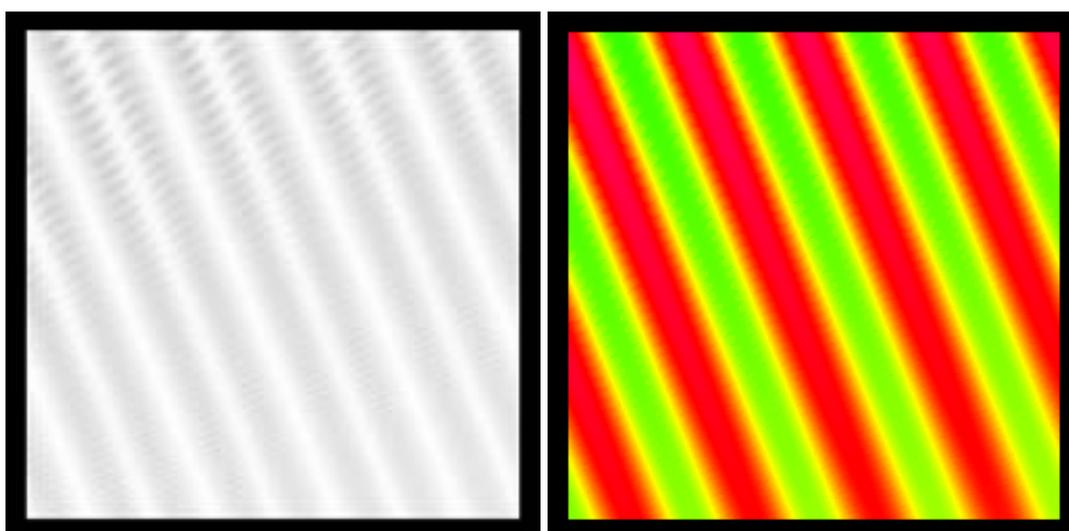


FIG. 3.15 – *Texture 2: confiance et orientation obtenues par l'estimateur  $Max - ROS - GVOP$ .*

$GVOP$  pour les deux textures précédentes que nous comparons avec les biais de l'opérateur  $Mean - GVOP$  qui sont plus faibles que ceux de l'opérateur  $Max - GVOP$ . L'estimateur  $Max - ROS - GVOP$  améliore les biais de l'estimateur  $Mean - GVOP$ . Il y a moins de pixels ayant un biais supérieur à  $2^\circ$ . Cependant nous remarquons que les pixels biaisés sont plus fréquents pour des fréquences faibles, ce qui confirme que l'estimateur  $Max - ROS - GVOP$  a des difficultés à être indépendant de la fréquence de la texture.

Afin de tenter de corriger ces dernières difficultés, nous proposons par la suite une nouvelle construction qui prend davantage en compte la topologie locale de l'image.

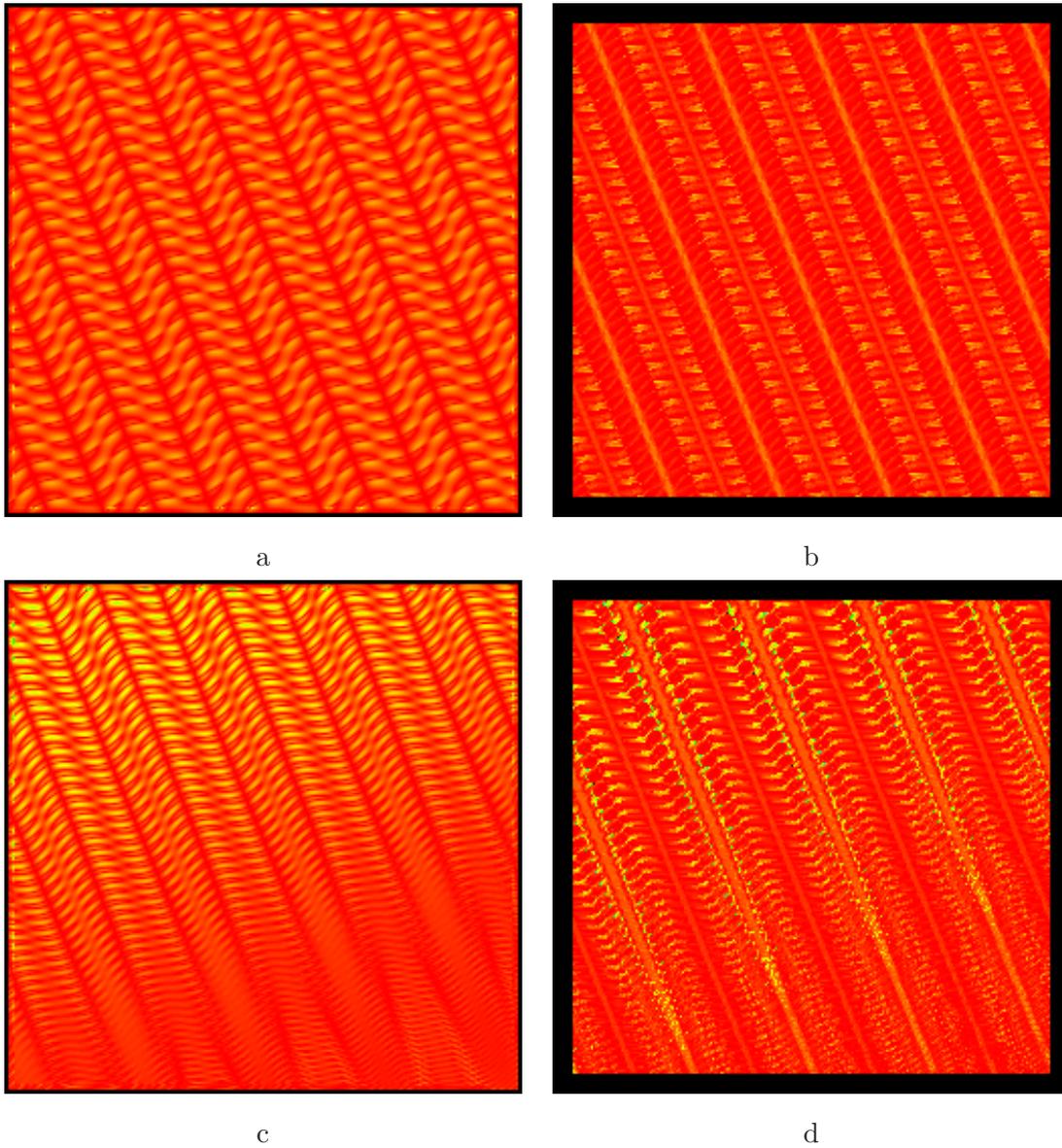


FIG. 3.16 – *Texture 1: biais d’orientation (multiplié par 16) engendré par les opérateurs Mean – GVOP (a) et Max – ROS – GVOP (b), texture 2: biais d’orientation (multiplié par 16) engendré par les opérateurs Mean – GVOP (c) et Max – ROS – GVOP (d).*

### 3.4 Mélange par l’utilisation de la topologie

La seule utilisation des confiances pour combiner les estimateurs *GOP* et *VOP* ne permet pas de construire un estimateur multi-échelle performant en tout pixel. Les procédés présentés supposent qu’il existe une orientation correcte parmi les 8 proposées. Comme ce n’est pas toujours le cas, nous proposons un nouvel estimateur qui utilise des informations sur la topologie de la surface locale afin de n’utiliser que les estimations valides. Nous appelons cet estimateur de

l'orientation *OPC* (orientation des points caractéristiques).

### 3.4.1 Principe

Nous avons déjà établi que les opérateurs *GOP* s'avèrent particulièrement fiables sur les points d'inflexion et que les estimateurs *VOP* sont les plus efficaces dans les zones d'extremums. Plutôt que de combiner en tout point les réponses obtenues par les deux opérateurs, nous proposons de retenir les estimateurs *GOP* et *VOP* seulement là où ils sont les plus efficaces. Ensuite, pour les points ayant été rejetés lors de cette première étape, nous procédons à une propagation des orientations obtenues comme indiqué sur la figure (3.17).

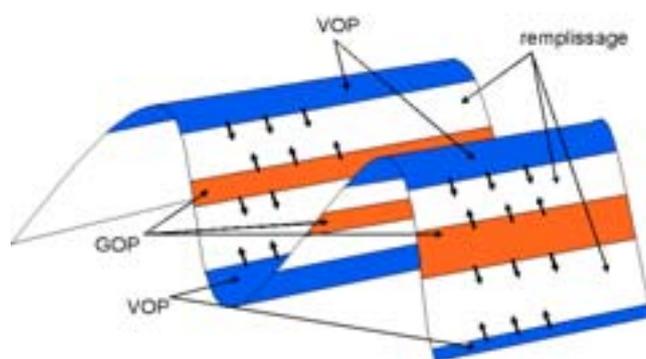


FIG. 3.17 – Propagation de l'orientation pour les pixels qui ne sont pas estimés par les opérateurs *GOP* ou *VOP*.

L'algorithme retenu procède de la façon suivante:

- Estimation des caractéristiques topologiques de la surface associée à l'image: localisation des extremums.
- Classification des pixels en 3 classes:
  - extremum
  - inflexion
  - rejet
- Pour les pixels des deux premières classes, évaluation de l'échelle de l'opérateur puis estimation de l'orientation (avec *GOP* pour la classe inflexion et *VOP* pour la classe extremum).
- Pour les pixels de la classe de rejet, un algorithme de remplissage, partant des points déjà estimés (classes extremum et inflexion), permet de propager l'orientation.

### 3.4.2 Classification

Afin de réaliser la classification, nous recherchons la localisation des zones d'extremums et des zones d'inflexion de l'image. Nous présentons en annexe (E.1) la méthode proposée pour déterminer ces caractéristiques.

### 3.4.3 Echelle de l'estimateur

Une fois la classification effectuée, nous déterminons l'échelle la mieux appropriée de l'estimateur retenu. Nous présentons en annexe (E.2) la méthode proposée.

### 3.4.4 Résultats d'estimation de l'orientation pour les classes extremum et inflexion

Nous présentons des résultats de classification sur les images de synthèse précédentes. Les figures (3.18) (3.19) montrent l'estimation de l'orientation et de l'échelle pour les deux classes extremum et inflexion. La palette des échelles en pixel est donnée sur la figure (3.18).

La confiance  $C$  est calculée pour un réseau de 9 lignes de 7 points. La figure (3.18) montre des résultats de la classification effectuée sur un extrait de l'image composée de lignes parallèles modulées en orientation (a) pour laquelle l'orientation théorique est donnée par (b). Les images (c, d, e, f) présentent l'orientation et l'échelle des pixels classés comme extremums avec deux seuils de sensibilité distincts  $\alpha_e = 0\%$  et  $\alpha_e = 5\%$ . Les images (g, h, i, j) donnent l'orientation et l'échelle des pixels classés comme inflexion pour  $\alpha_i = 10\%$  et  $\alpha_i = 20\%$ . Enfin les images (k,l) correspondent à l'orientation et à l'échelle des pixels des deux classes extremum et inflexion ( $\alpha_e = 5\%$ ,  $\alpha_i = 10\%$ ).

Ces résultats montrent que la nouvelle carte incomplète d'estimation de l'orientation est très homogène. Les différents estimateurs *GOP* et *VOP* utilisés s'adaptent à l'échelle estimée. L'estimation d'un majorant de l'échelle donne des valeurs différentes en fonction de l'orientation des lignes perceptuelles de la texture: en effet ce majorant est déterminé par une recherche verticale et horizontale ce qui explique que les plus grands masques *VOP* sont utilisés dans les zones orientées à  $45^\circ$ .

La figure (3.19) montre des résultats de la classification effectuée sur la texture 2. Les images présentent l'orientation et l'échelle des pixels classés comme extremums avec  $\alpha_e = 5\%$  (a)(b) et classés comme inflexion  $\alpha_i = 10\%$  (c)(d). Ces résultats montrent que l'échelle estimée suit bien l'échelle réelle de la texture.

Le choix des largeurs des zones d'inflexion et des zones d'extremum est un compromis: elles

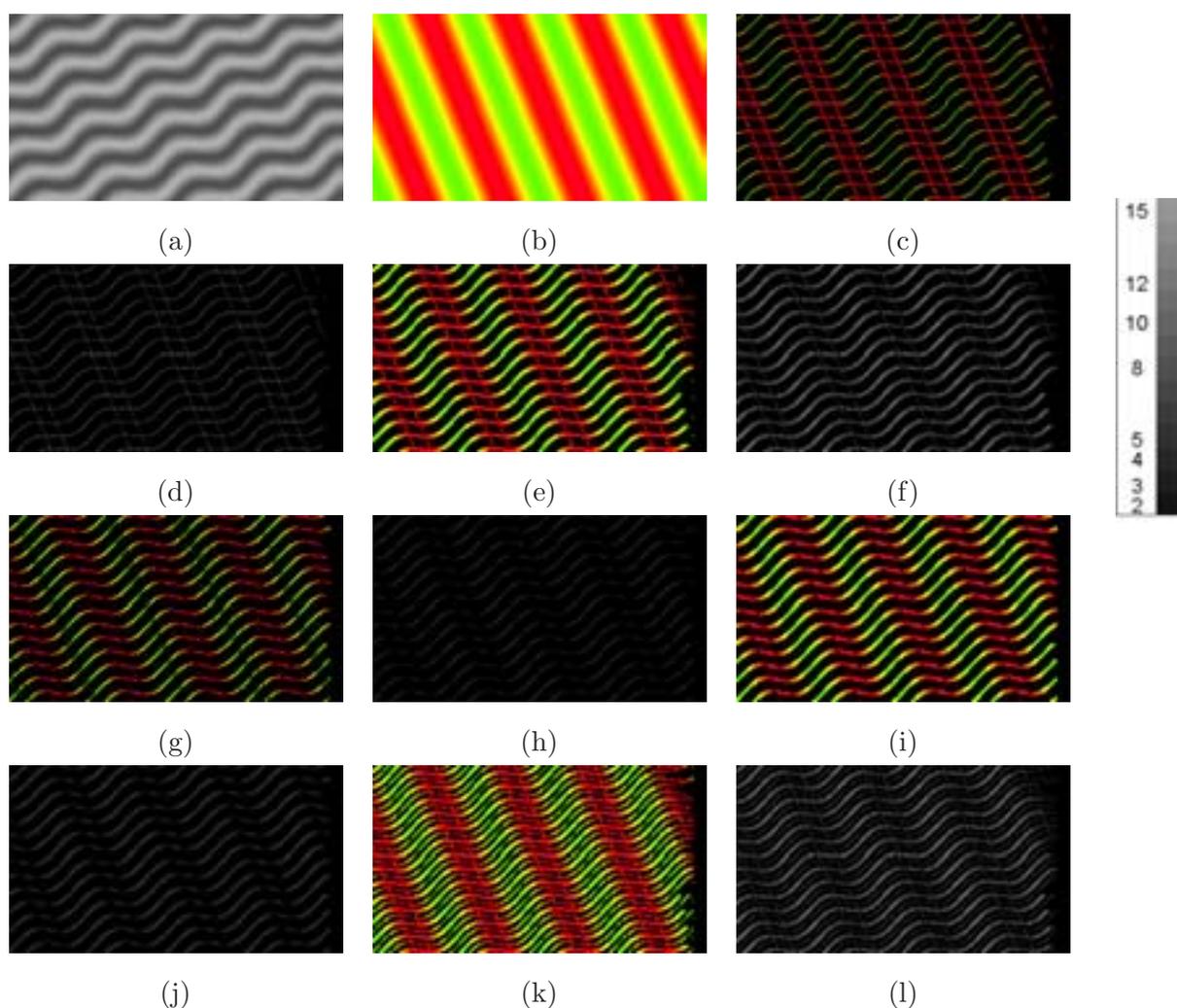


FIG. 3.18 – (a) Texture de synthèse composée de lignes parallèles modulées en orientation, (b) orientation théorique, (c)(e) orientation et (d)(f) échelle pour les pixels de la classe extremum ( $\alpha_e = 0\%$  et  $\alpha_e = 5\%$ ), (g)(i) orientation et (h)(j) échelle pour les pixels de la classe inflexion ( $\alpha_i = 10\%$  et  $\alpha_i = 20\%$ ) et (k) orientation et (l) échelle pour les pixels pour ces deux classes ( $\alpha_e = 5\%$  et  $\alpha_i = 10\%$ ) et la palette des échelles.

doivent d'une part être choisies aussi larges que possible afin de réduire le nombre de pixels rejetés. D'autre part elles doivent, autant que possible, préserver l'efficacité des opérateurs *GOP* et *VOP*.

Sur les images de synthèse aussi bien que sur les images réelles étudiées, les valeurs  $\alpha_e = 5\%$  et  $\alpha_i = 10\%$  se sont avérées appropriées.

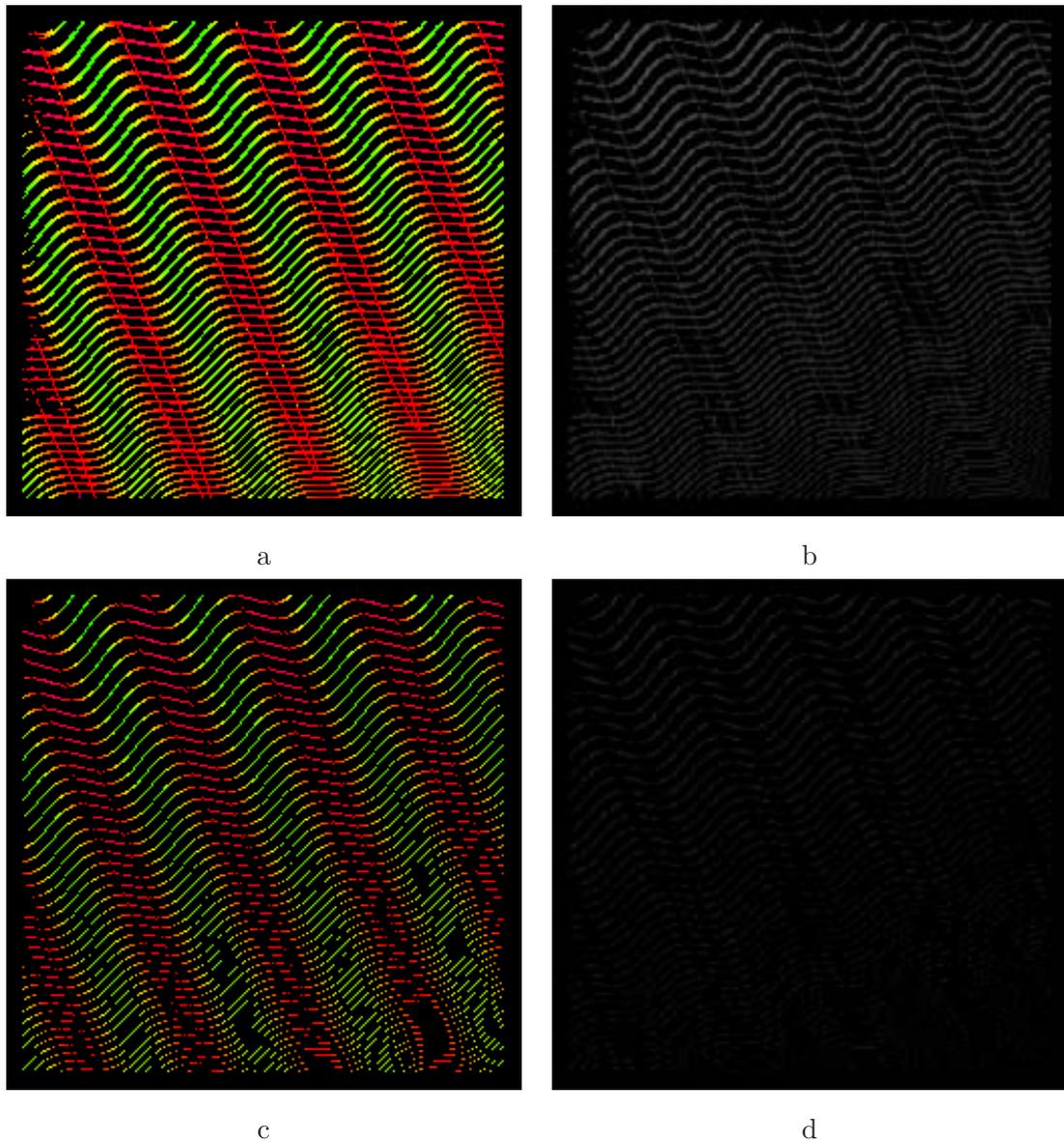


FIG. 3.19 – *Texture 2: orientation (a) et échelle (b) pour les pixels de la classe extremum  $\alpha_e = 5\%$  et orientation (c) et échelle (d) pour les pixels de la classe inflexion  $\alpha_i = 10\%$ .*

### 3.4.5 Remplissage

Nous appelons l'estimateur de l'orientation avec remplissage *OPCR* (Orientation des Points Caractéristiques avec Remplissage).

A partir des caractéristiques liées à la topologie locale nous avons estimé l'orientation de manière performante pour la plupart des points de l'image. Pour les pixels restant (classe rejet), il reste à estimer les orientations en s'appuyant sur les estimations déjà effectuées (classes extremum et inflexion). Les valeurs déjà estimées vont être propagées récursivement dans les zones de rejet.

Pour déterminer l'ordre de traitement des pixels dont nous cherchons à estimer l'orientation, nous utilisons la technique de croissance de région qui associe de nouveaux pixels à une région en utilisant un critère d'appartenance [Dud73]. En pratique, à partir d'une région connexe déjà estimée, nous cherchons itérativement l'orientation des pixels connexes à cette zone. La propagation de l'information va ainsi des zones les plus fiables (au sens de l'estimation de l'orientation) aux zones les plus incertaines.

Le critère d'appartenance est la distance la plus petite à la région déjà estimée. Différentes méthodes permettent la construction de la carte de distance. Nous avons choisi la technique du Fast Marching proposée par Sethian [Set96]. Cette méthode apporte une solution précise à la construction d'une carte de distance  $d(i,j)$  par intégration d'un potentiel  $p(i,j)$  connaissant un pixel de départ  $(i_0, j_0)$  de potentiel nul. Le Fast Marching utilise une propagation efficace de l'information sur la grille discrète par un voisinage  $4V$ . Les distances sont évaluées suivant un front d'onde en partant du pixel d'origine  $(i_0, j_0)$ . Nous avons introduit une variante à l'algorithme en prenant plusieurs pixels comme points de départ sans altérer la stabilité de la solution. La figure (3.20) présente la propagation de l'orientation des zones déjà estimées.

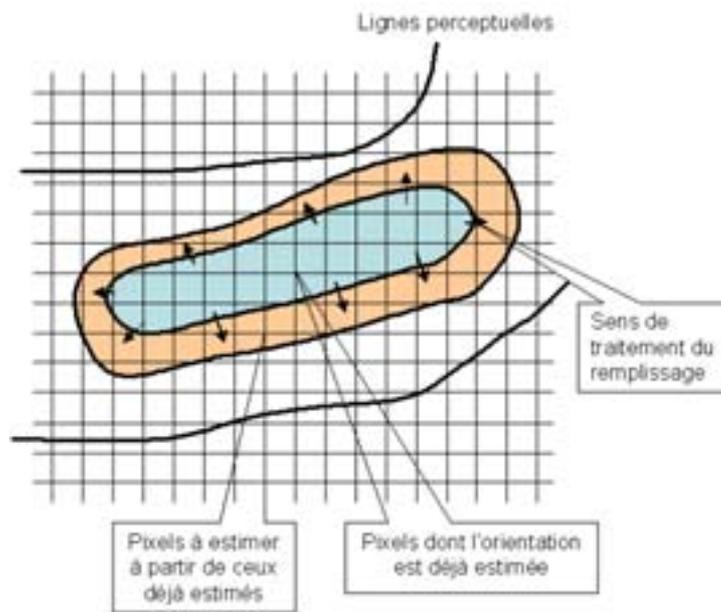


FIG. 3.20 – Propagation de l'information des zones déjà estimées.

L'information propagée vers les pixels de la classe de rejet est fondée sur une moyenne du champ local d'orientation. Cette moyenne est obtenue à partir des estimations des pixels connexes sur un voisinage  $4V$  ou  $8V$  ou de taille plus importante. L'obtention de cette moyenne est toujours

possible puisque, par construction, il existe toujours un pixel connexe dont l'orientation a déjà été estimée. La moyenne est faite par une Analyse en Composantes Principales du groupe de vecteurs dont l'argument porte l'information d'orientation et dont le module traduit la confiance dans l'estimation de l'orientation. La propagation de l'information de confiance nécessitant qu'elle soit de même nature pour tout pixel, nous utilisons la confiance  $C$  obtenue par deux réseaux symétriques orthogonaux, présentée au paragraphe (3.3.5).

Il est possible de ne pas propager la confiance en prenant la moyenne du groupe de phaseurs, cependant ce remplissage crée davantage d'artefacts sur la carte d'orientation. En effet la moyenne locale d'orientation peut devenir instable lorsque le nombre de phaseurs utilisés pour son calcul est trop faible.

Nous présentons également une variante *OPCRT* de la méthode *OPCR* qui permet de supprimer certains défauts liés à l'instabilité de la moyenne locale. Elle consiste à faire un lissage préalable de l'orientation des pixels des classes extremum et inflexion. Ce lissage permet de propager une orientation plus cohérente vis-à-vis du voisinage du pixel et elle renforce la stabilité des futures moyennes locales à calculer. La technique consiste simplement à modifier l'ordre de traitement de la propagation pour commencer par les pixels déjà estimés, donc de distance nulle.

### 3.4.6 Résultats d'estimation de l'orientation par les opérateurs *OPCR* et *OPCRT*

Nous présentons l'estimation de l'orientation et de sa confiance obtenues par les estimateurs *OPCR* et *OPCRT*. L'extraction des extremums de l'image a été faite sans lissage préalable. La confiance  $C$  est calculée pour des réseaux de 9 lignes composées de 7 points. La carte de distance a été établie en propageant de façon privilégiée dans la direction de la texture.

La figure (3.21) présente l'orientation et la confiance par l'opérateur *OPCR* appliqué sur les images de synthèse précédentes.

Les estimations réalisées sont comparables à celles obtenues par l'estimateur *Max - ROS - GVOP*. Certains pixels présentent un niveau de confiance de faible valeur (en noir). Ils correspondent aux pixels qui ont été mal interprétés au niveau de la classification ou au niveau de l'échelle de l'estimateur utilisé. Leurs orientations qui ne sont pas recalculées, apparaissent alors sensiblement différentes de celles des pixels voisins.

L'estimation de l'orientation et la confiance par l'opérateur *OPCRT* sont présentés sur la figure (3.22). La plupart des défauts présents sur la figure (3.21) ont disparu, puisque les estimations

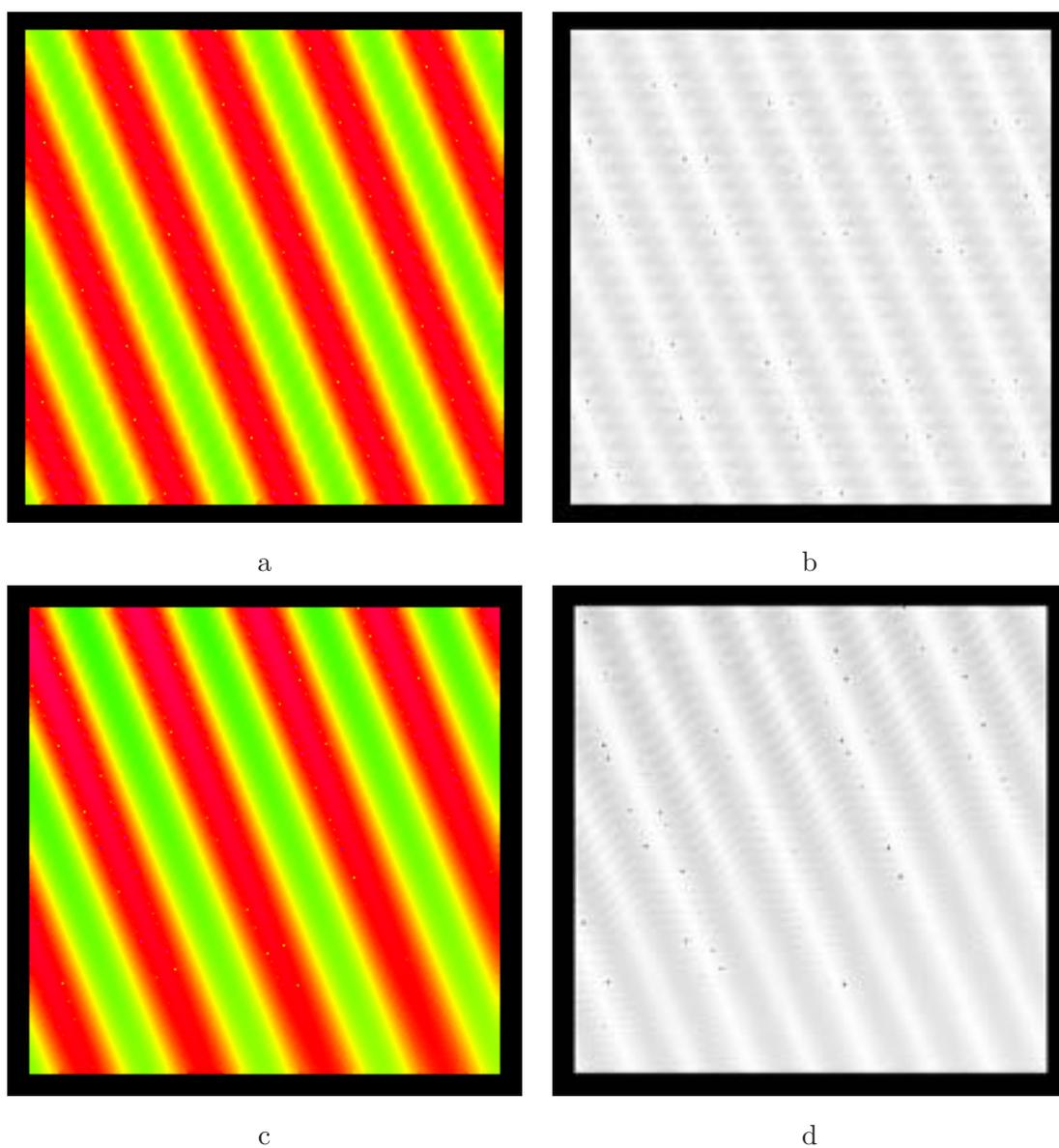


FIG. 3.21 – *Texture 1: orientation (a) et carte de confiance (b) obtenues par l'OPCR, texture 2: orientation (c) et carte de confiance (d) obtenues par l'OPCR.*

diffusées par le remplissage sont renforcées par le lissage effectué dans les zones inflexion ou extremum. Nous ne propageons plus les orientations non cohérentes avec celles des pixels voisins. La perte du caractère local de l'estimation est mineure étant donné la très faible taille du support de lissage.

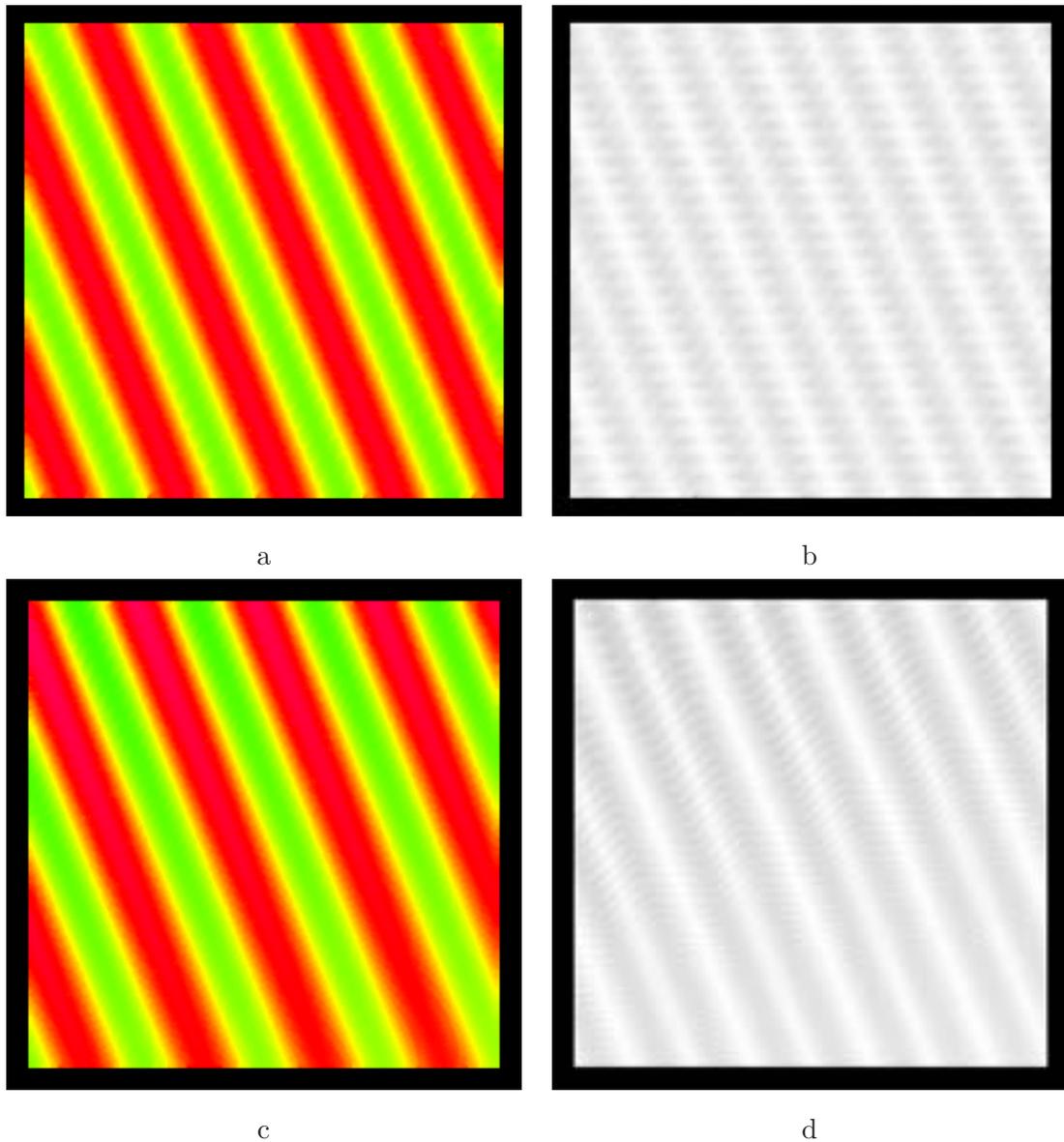


FIG. 3.22 – *Texture 1: orientation (a) et carte de confiance (b) obtenues par l'estimateur OPCRT, texture 2: orientation (c) et carte de confiance (d) obtenues par l'estimateur OPCRT.*

### 3.5 Évaluation des performances

Nous comparons les performances des différents estimateurs de l'orientation présentés au premier chapitre avec celles de l'estimateur *OPCRT*. Notre évaluation est faite suivant un critère approprié: l'écart angulaire moyen de l'estimation de l'orientation. Nous réalisons ces évaluations sur des textures de synthèse représentatives des différents types d'images et des répercussions qu'elles peuvent engendrer pour les estimateurs de l'orientation.

Nous présentons ensuite des résultats d'estimation de l'orientation sur une texture d'empreinte

digitale par différents estimateurs.

### 3.5.1 Evaluation sur des textures de synthèse

Nous proposons une évaluation de différents estimateurs présentés sur plusieurs textures de synthèse. Pour l'opérateur *OPCRT* nous avons choisi de fixer les paramètres pour le calcul de la confiance  $C$  (11 lignes de 9 points de calcul). Les autres opérateurs testés sont les gradients de Prewitt, de Sobel et de Deriche pour une version locale ( $\alpha = 3,5$ ) et plus lissée ( $\alpha = 1$ ). Nous utilisons aussi une ACP sur un gradient de Deriche ( $\alpha = 1$ ) de taille  $(3 \times 3)$  et  $(7 \times 7)$ . Enfin nous utilisons les "Steerable filters" de taille  $(13 \times 13)$  et ( $\sigma = 1,5$ ).

Nous proposons un critère d'évaluation adapté à l'estimation de l'orientation.

#### 3.5.1.1 Critère d'évaluation

Afin de caractériser à la fois le biais et la sensibilité au bruit de chaque estimation, nous proposons de mesurer, en tout point et pour différentes réalisations de bruit, l'écart entre les estimations et la valeur théorique de l'orientation. Pour éviter tout risque de compensation des erreurs résultant de leur non stationnarité, l'indicateur doit prendre en compte les écart absolus. Nous utilisons l'indicateur d'écart angulaire moyen (*EAM*):

$$EAM = \frac{1}{taille} \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^{taille} \Delta(\theta(l,k), \theta_{th}) \quad (3.11)$$

avec  $n$  le nombre de réalisations, *taille* la taille de l'image,  $\theta_{th}$  l'orientation théorique et  $\theta(l,k)$  l'orientation estimée pour la réalisation  $l$  à la position  $k$  sur l'image. La fonction  $\Delta$  détermine l'écart minimal entre les deux orientations  $\theta(l,k)$  et  $\theta_{th}$ . Pour des orientations  $\theta \in [0, \pi]$ , l'écart angulaire  $|\theta_1 - \theta_2|$  est alors compris entre 0 et  $\pi$ . Cependant comme l'orientation est évaluée modulo  $\pi$ , nous définissons l'écart minimal d'orientation entre ces deux angles par la fonction  $\Delta$ :

$$\Delta(\theta_1, \theta_2) = \min(|\theta_1 - \theta_2|, \pi - |\theta_1 - \theta_2|) \quad (3.12)$$

Cet écart est non signé et majoré par  $\pi/2$ .

#### 3.5.1.2 Textures d'évaluation

L'objectif de l'évaluation est de quantifier l'influence de chaque paramètre du modèle mathématique de la texture essentiellement période et orientation sur l'estimation réalisée. Nous évaluons les estimateurs sur des textures qui ont les propriétés suivantes:

- une seule orientation et une seule fréquence.

- une seule fréquence et plusieurs orientations avec ou non une direction privilégiée.
- plusieurs orientations et fréquences.

Les textures de synthèse utilisées sont perturbées par un bruit blanc additif d'écart-type  $\sigma$ . Nous reproduisons cette opération un très grand nombre de fois afin d'avoir un nombre suffisant de réalisations du bruit et cela pour chaque orientation étudiée.

Les textures de fréquence élevée ont tendance à faire apparaître des configurations privilégiées qui créent des artefacts et perturbent les résultats. Afin de compenser ce phénomène d'interférence entre le signal et le réseau d'échantillonnage, nous modifions l'origine de la fonction génératrice à chaque réalisation.

### 3.5.1.3 Texture mono-fréquentielle ayant une seule orientation

Nous utilisons une texture orientée  $\theta$  de fonction génératrice sinusoidale (période  $T$ ) présentée au chapitre (2.3.4). Nous rappelons l'équation de la texture:

$$f_1(x,y) = A_0 + A_1 \sin(2\pi/T(-x \sin(\theta) + y \cos(\theta))). \quad (3.13)$$

La figure (3.23) présente la texture.

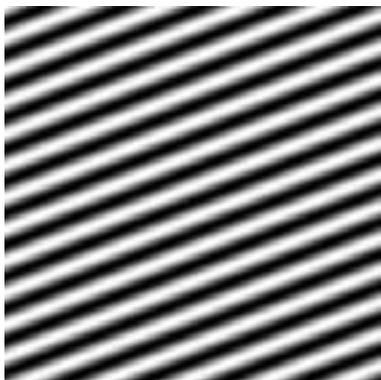
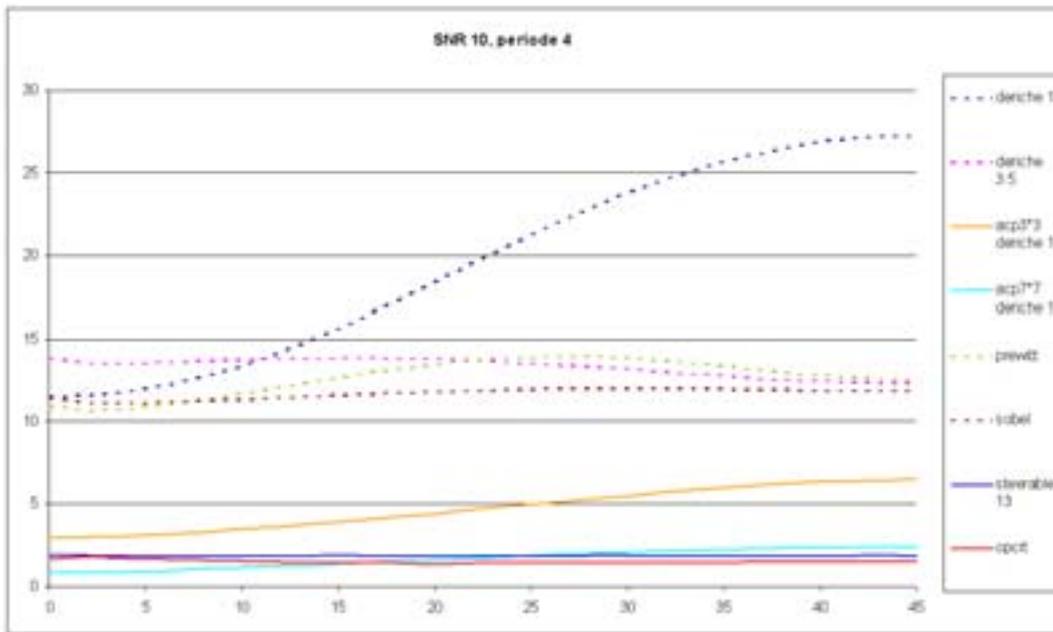


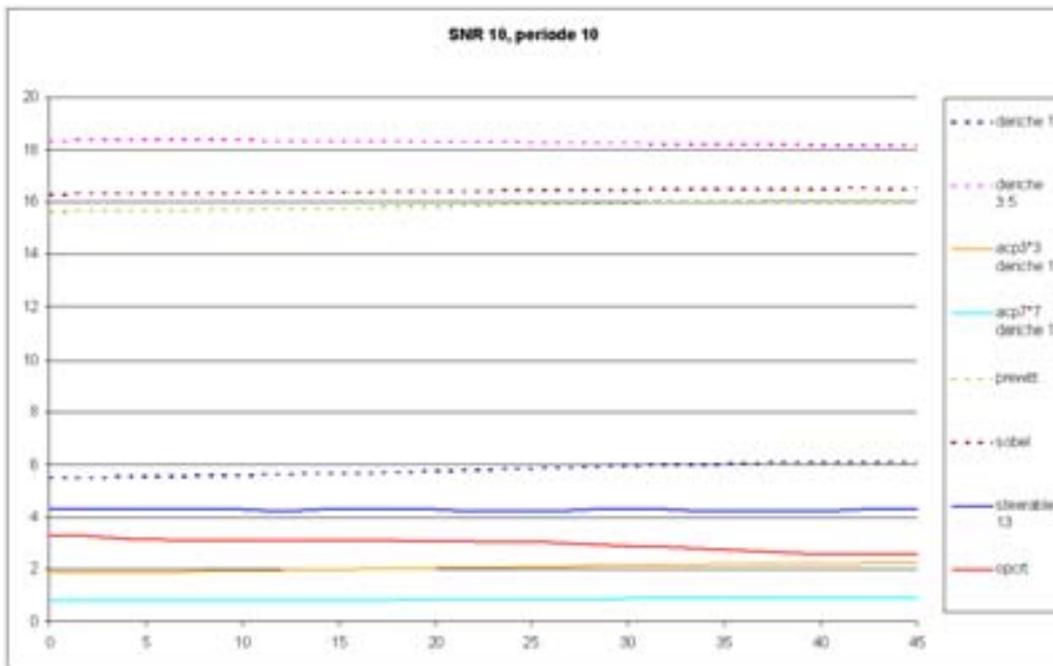
FIG. 3.23 - Texture de synthèse sinusoidale  $\theta = \pi/8$ ,  $T = 12$ .

Nous présentons des résultats de l'EAM pour chaque estimateur en fonction des différents paramètres: l'orientation  $\theta$ , la période  $T$  et la variance  $\sigma$  du bruit. L'étude a été faite sur  $6 \cdot 10^7$  réalisations indépendantes du bruit pour chaque orientation  $\theta$  de la texture.

La figure (3.24) présente les résultats obtenus pour  $T = 4$  et  $T = 10$  avec un rapport signal sur bruit (SNR) de  $10dB$ . Pour  $T = 4$ , les résultats montrent que les différents estimateurs de type gradient sont très perturbés puisqu'ils présentent un biais moyen de plus de  $5^\circ$ . A mesure que la fréquence augmente, la proportion de pixels correspondant à des cas critiques pour l'évaluation



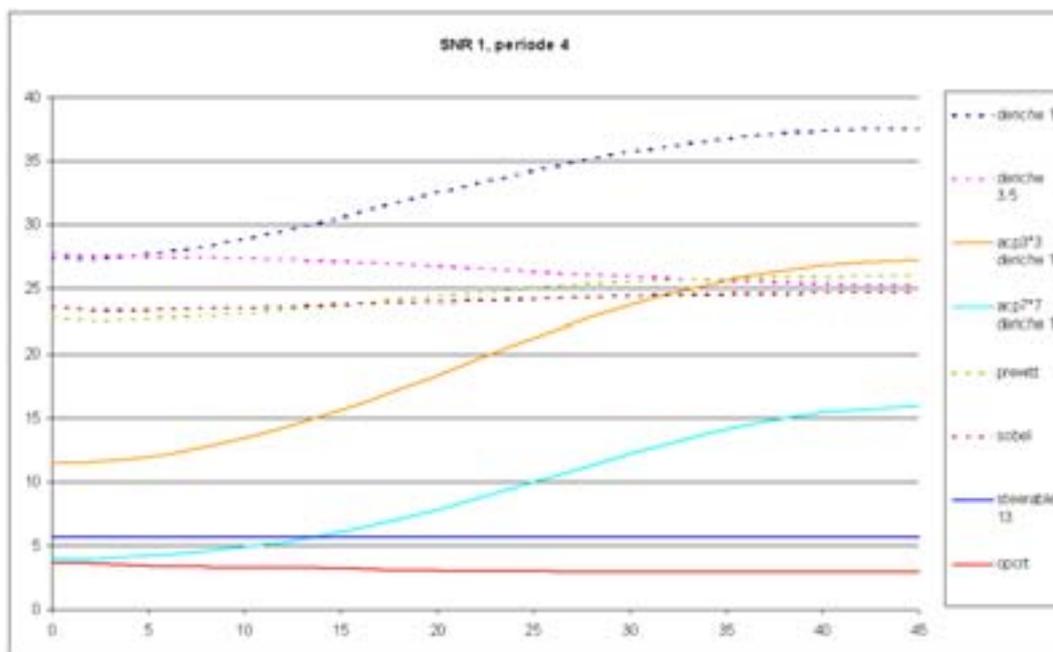
a



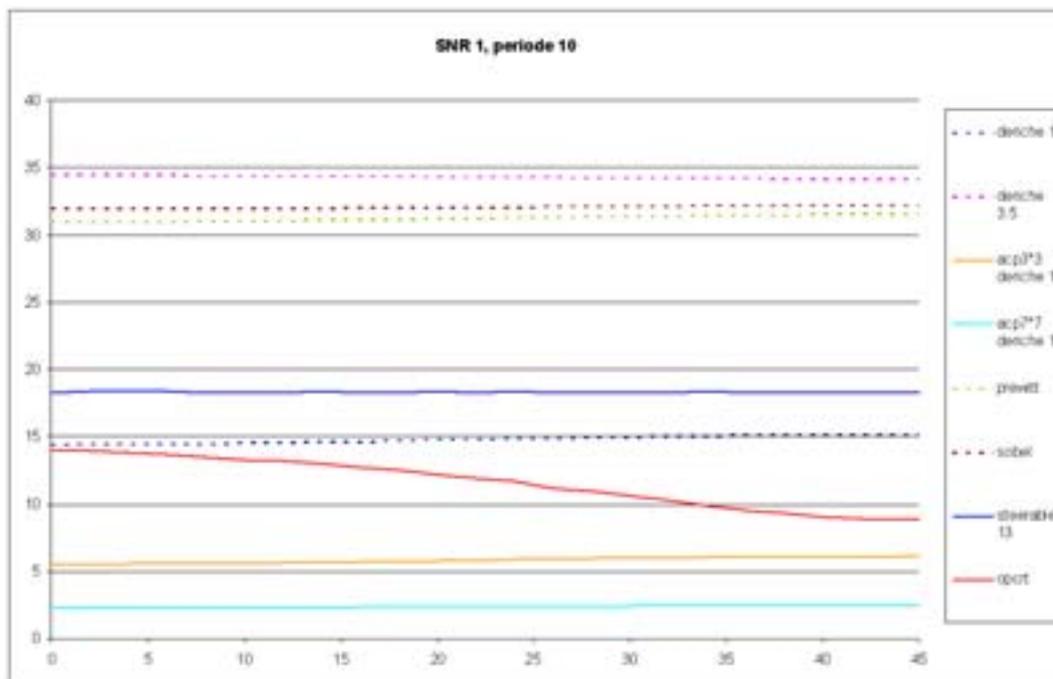
b

FIG. 3.24 – EAM pour différents estimateurs appliqués sur la texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale et bruitée ( $SNR=10dB$ ) pour une période  $T = 4$  pixels (a) et  $T = 10$  pixels (b) en fonction de l'orientation de la texture.

du gradient (extremums) peut augmenter jusqu'à atteindre 50% des pixels pour une période de 4 pixels (avec une phase qui n'est pas particulière). Ceci explique la dégradation de performance



a



b

FIG. 3.25 – EAM pour différents estimateurs appliqués sur la texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale et bruitée (SNR=1dB) pour une période  $T = 4$  pixels (a) et  $T = 10$  pixels (b) en fonction de l'orientation de la texture.

constatée pour les opérateurs gradients par rapport à *OPCRT* et les “Steerable Filters” qui ne souffrent pas de la même insuffisance. Nous constatons également que les opérateurs *OPCRT* et les “Steerable Filters” offrent une plus forte insensibilité du biais vis-à-vis de l’orientation générale de la texture.

La figure (3.25) présente les résultats d’*EAM* pour les deux textures précédentes perturbées par un bruit plus important de  $SNR = 1dB$ . L’augmentation du niveau de bruit détériore l’ensemble des estimations. Cependant les estimations des opérateurs *OPCRT* et des “Steerable Filters” restent assez performantes pour une période de 4 pixels mais se dégradent très vite pour une période plus grande du fait de la difficulté d’extraction des paramètres topologiques. Les méthodes les moins locales comme l’ACP sont les mieux adaptées et présentent un meilleur *EAM*.

#### 3.5.1.4 Texture modulée en orientation autour d’une orientation principale

Nous utilisons une texture orientée de fonction génératrice sinusoidale. Cette texture est composée de lignes parallèles orientées  $\theta$  qui ont subi une modulation de l’orientation. Le paramètre  $A_2$  permet de contrôler l’importance de la modulation d’orientation comme le montre l’équation de la texture:

$$f(x,y) = A_0 + A_1 \sin(2\pi/T_1(x \sin(\theta) - y \cos(\theta) + A_2 \sin(2\pi/T_2(x \cos(\theta) + y \sin(\theta)))))) \quad (3.14)$$

Nous étudions trois configurations:

- $\theta = 22^\circ$ ,  $T_1 = 4$ ,  $T_2 = 20$  et  $A_2 = 1$
- $\theta = 22^\circ$ ,  $T_1 = 6$ ,  $T_2 = 20$  et  $A_2 = 1$
- $\theta = 22^\circ$ ,  $T_1 = 6$ ,  $T_2 = 20$  et  $A_2 = 3$

Les images des textures correspondantes sont présentées sur la figure (3.26) (a, b, c) ainsi que leurs cartes d’orientation théorique respectives (c, d, e).

Nous montrons des résultats d’*EAM* des différents estimateurs appliqués sur les trois textures pour différents rapports signal sur bruit SNR (SNR=0dB à SNR=30dB).

La figure (3.27) présente l’influence du niveau de bruit sur l’écart angulaire moyen pour le premier jeu de paramètres. Seules les estimations par les “Steerable Filters” et l’opérateur *OPCRT* donnent des valeurs d’*EAM* assez faibles. Les différents gradients présentent un *EAM* important qui augmente en fonction du niveau de bruit. Enfin, seul l’opérateur *OPCRT* est le moins sensible à l’augmentation du niveau de bruit.

La figure (3.28) présente des résultats similaires pour le deuxième jeu de paramètres. Les esti-

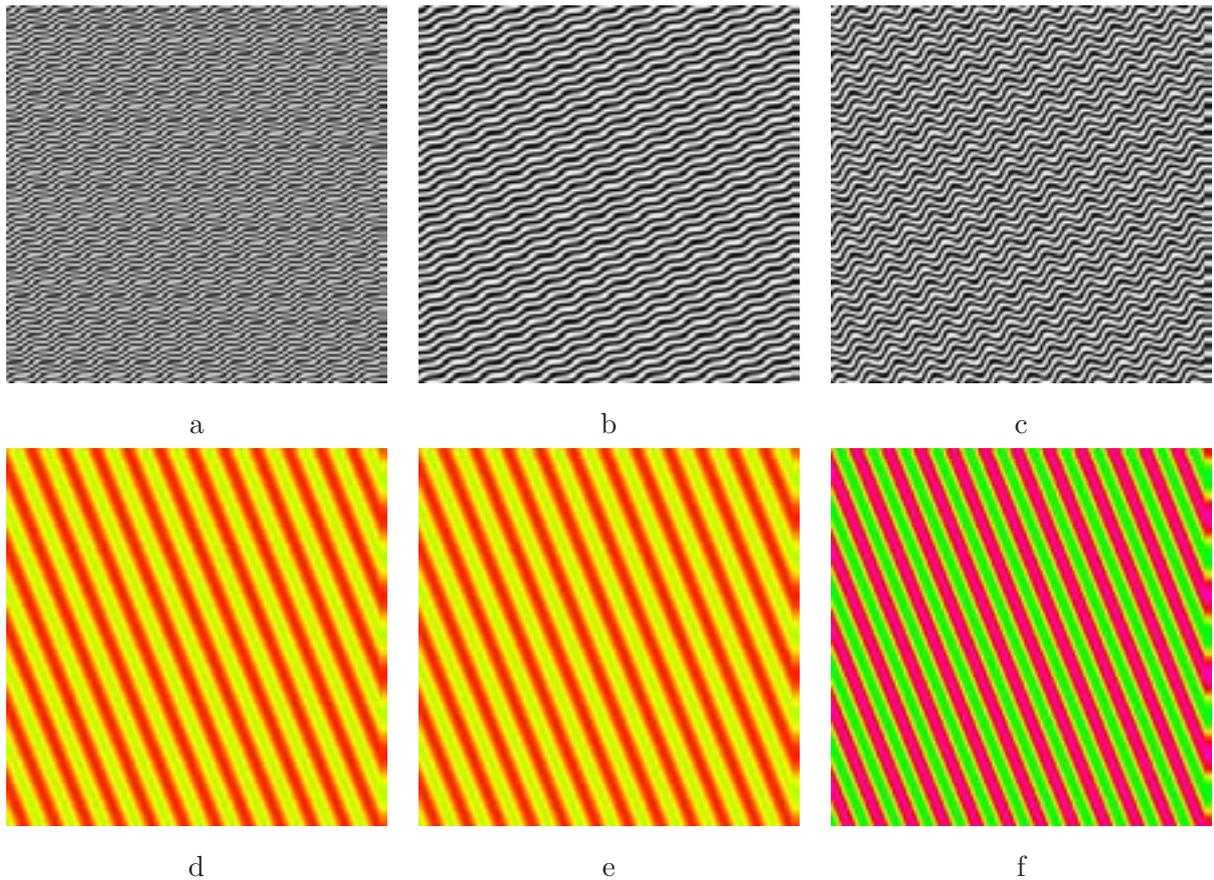


FIG. 3.26 – Différentes textures orientées composées de lignes parallèles modulées en orientation (a, b, c) et leurs cartes d’orientation théorique (d, e, f).

mations par les “Steerable Filters”, par l’opérateur *OPCRT* et par l’ACP donnent des valeurs d’*EAM* assez faibles. Les autres estimateurs se dégradent avec le niveau de bruit. L’ACP est comparable avec *OPCRT* lorsque l’amplitude de la modulation n’est pas très importante et donc que la moyenne reste performante même pour un support  $(7 \times 7)$ .

La figure (3.29) présente des résultats identiques pour le troisième jeu de paramètres. Avec une augmentation de l’amplitude de la modulation, l’estimation devient plus difficile pour l’ensemble des estimateurs. Les “Steerable Filters” et *OPCRT* sont les plus performants. L’ACP de taille  $(7 \times 7)$  donne de mauvais résultats qui s’expliquent par la taille du support de calcul de la moyenne qui est trop grande. Les meilleurs résultats de l’ACP de taille plus petite  $(3 \times 3)$  en sont la confirmation.

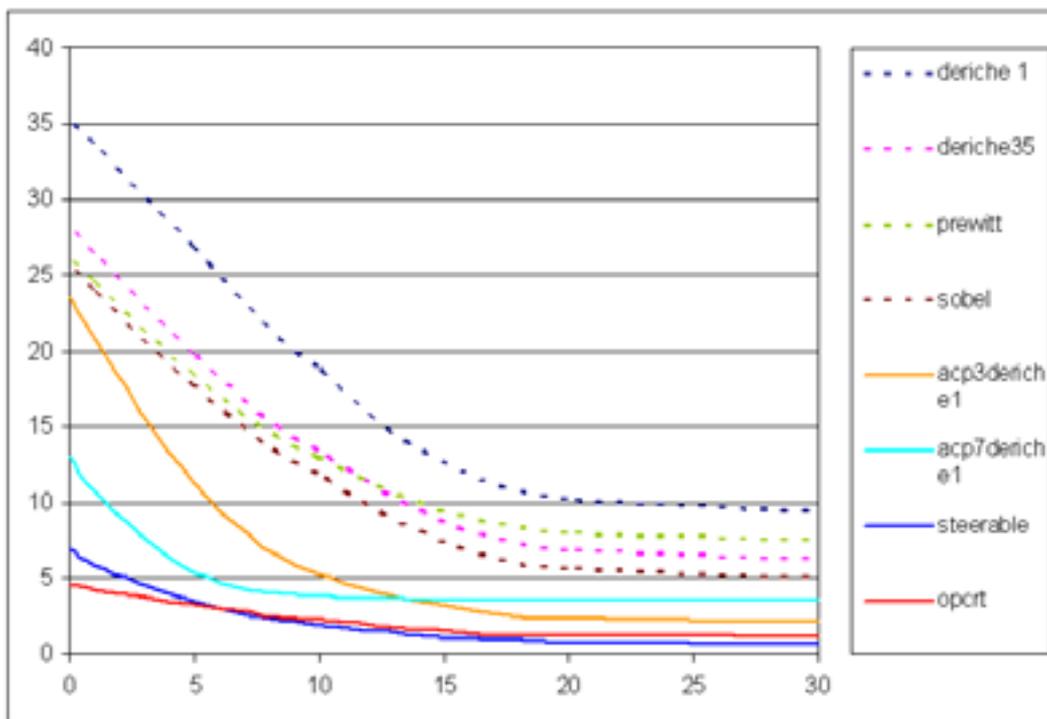


FIG. 3.27 – EAM des différents estimateurs appliqués sur la texture orientée composée de lignes parallèles (période de 4 pixels) modulées en orientation ( $A_1 = 1$ ) en fonction du SNR en dB.

### 3.5.1.5 Image orientée et modulée en orientation sans tendance directionnelle

Cette image de synthèse est composée de lignes concentriques modulées en orientation et en fréquence. La fonction génératrice est une sinusoïde. Le modèle mathématique correspondant est:

$$f(x,y) = A_0 + A_1 \sin \left( w_1 \sqrt{x_n^2 + y_n^2} (1 + A_2 \sin(w_2 \arctan((y+1)/(x+1)))) \right) \quad (3.15)$$

avec  $x_n$  et  $y_n$  les coordonnées normalisées respectivement par la largeur  $l$  et la hauteur  $h$  de l'image. Les paramètres de l'image sont:

- $A_0$  est l'intensité moyenne.
- $A_1$  est l'amplitude de la variation d'intensité.
- $A_2$  l'amplitude de la modulation.
- $w_2$  la fréquence de la modulation.

L'orientation théorique  $\theta_{th}$  de l'image s'obtient par le rapport des dérivées  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$ :

$$\begin{aligned} \tan(\theta_{th}) &= \frac{x/l^2(1+A_2 \sin(t_1(x,y)) - A_2 w_2 \cos(t_1(x,y))(y+1)t_2(x,y)}{y/h^2(1+A_2 \sin(t_1(x,y)) + A_2 w_2 \cos(t_1(x,y))(x+1)t_2(x,y)} \\ \text{avec } t_1(x,y) &= w_2 \arctan\left(\frac{y+1}{x+1}\right) \\ \text{et } t_2(x,y) &= \frac{x_n^2 + y_n^2}{(x+1)^2 + (y+1)^2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

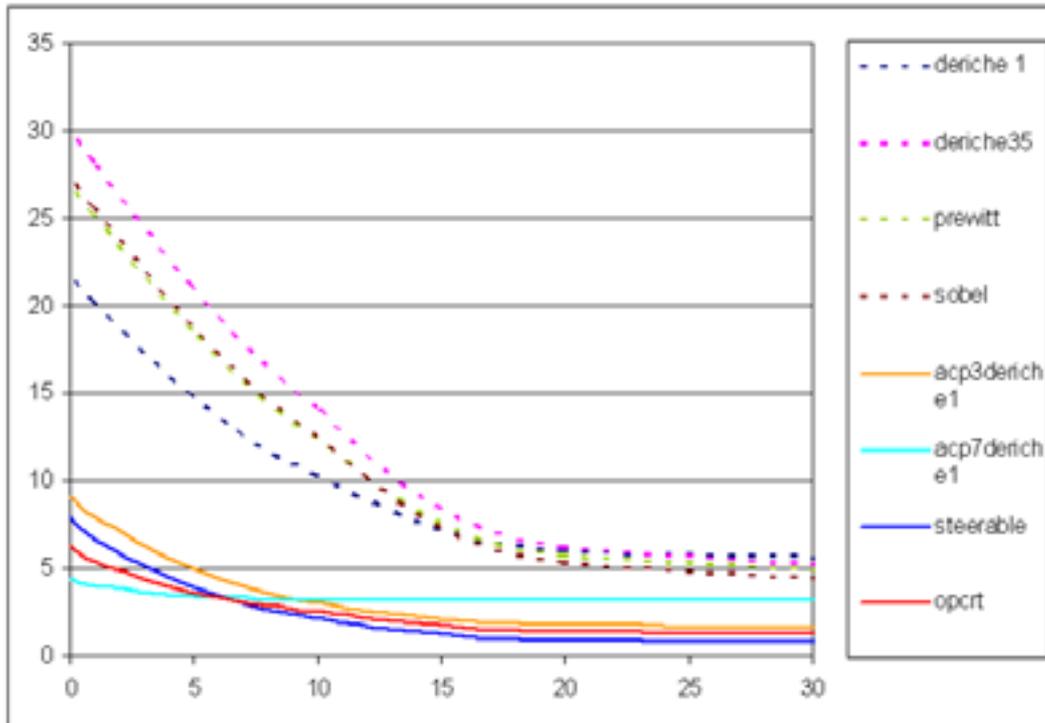


FIG. 3.28 – *EAM* des différents estimateurs appliqués sur la texture orientée composée de lignes parallèles (période de 6 pixels) modulées en orientation ( $A_1 = 1$ ) en fonction du SNR en dB.

Nous utilisons les paramètres suivants:  $w_1 = 0.03$ ,  $A_2 = 0.02$  et  $w_2 = 0.1$ . L'image correspondante est présentée sur la figure (3.30) ainsi que sa carte d'orientation théorique. Nous montrons sur la figure (3.31) des résultats d'*EAM* de différents estimateurs appliqués sur cette image en fonction du rapport signal sur bruit. Les estimations par les "Steerable Filters" et par l'*OPCRT* sont les plus performantes et surpassent les résultats engendrés par l'ACP. Les résultats des estimateurs de type gradient se dégradent très fortement avec le niveau de bruit. La forme concentrique des lignes de la texture ne perturbe que faiblement les estimations des meilleurs opérateurs. Le prochain test est effectué en surajoutant une modulation de fréquence à fonction génératrice afin de vérifier l'adaptation à l'échelle d'*OPCRT*.

### 3.5.1.6 Image orientée et modulée en orientation et en fréquence sans tendance directionnelle

Nous utilisons une image orientée de fonction génératrice sinusoïdale. Cette image est composée de lignes concentriques modulées en orientation et en fréquence. Son équation est:

$$f(x,y) = A_0 + A_1 \sin(w_1(x_n^2 + y_n^2)(1 + w_2 \sin(w_3 \arctan((y + 1)/(x + 1)))))) \quad (3.17)$$

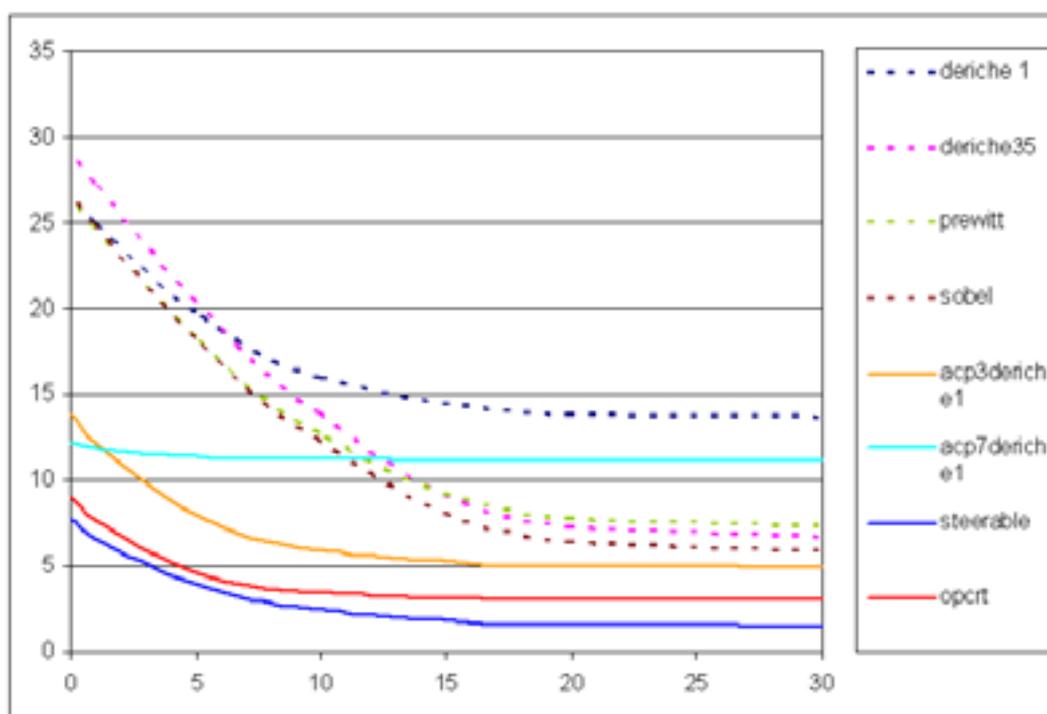


FIG. 3.29 – EAM des différents estimateurs appliqués sur la texture orientée composée de lignes parallèles (période de 6 pixels) modulées en orientation ( $A_1 = 3$ ) en fonction du SNR en dB.

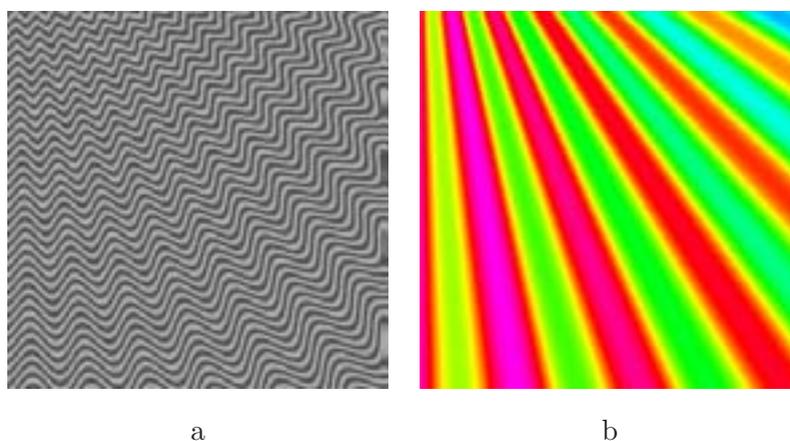


FIG. 3.30 – Image (a) composée de lignes concentriques modulées en orientation et sa carte d'orientation théorique (b).

L'orientation théorique est:

$$\begin{aligned} \tan(\theta_{th}) &= \frac{2x/l^2(1+A_2 \sin(t_1(x,y)) - A_2 w_2 \cos(t_1(x,y))(y+1)t_2(x,y)}{2y/h^2(1+w_2 \sin(t_1(x,y)) + A_2 w_2 \cos(t_1(x,y))(x+1)t_2(x,y)} \\ \text{avec } t_1(x,y) &= w_2 \arctan\left(\frac{y+1}{x+1}\right) \\ \text{et } t_2(x,y) &= \frac{x^2+y^2}{(x+1)^2+(y+1)^2} \end{aligned} \quad (3.18)$$

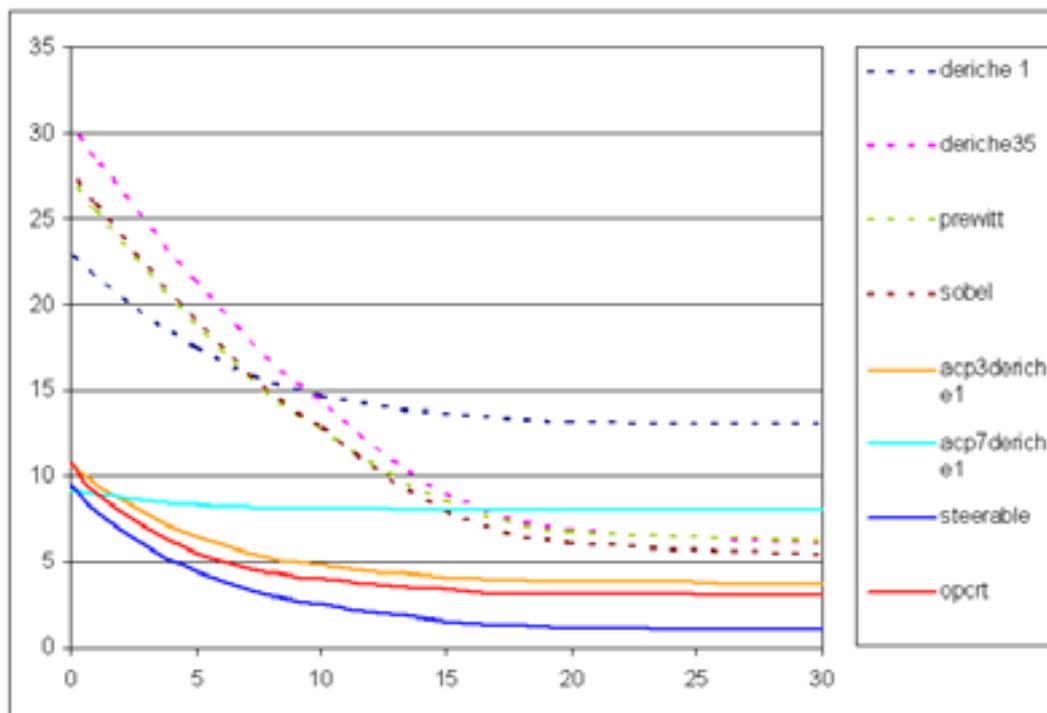


FIG. 3.31 – *EAM* des différents estimateurs appliqués sur l'image composée de lignes concentriques modulées en orientation en fonction du SNR.

Nous étudions la configuration suivante:

- $w_1 = 0.05$
- $w_2 = 0.2$
- $w_3 = 0.05$ .

L'image correspondante est présentée sur la figure (3.32) ainsi que sa carte d'orientation théorique. Nous montrons sur la figure (3.33) les résultats d'*EAM* des différents estimateurs appliqués sur cette image de synthèse en fonction du rapport signal sur bruit. L'estimation par l'opérateur *OPCRT* présente les meilleurs résultats. L'utilisation de l'ACP permet des estimations performantes mais qui se dégradent plus rapidement que les estimations de l'opérateur *OPCRT* avec le niveau du bruit. L'adaptation de l'*OPCRT* à l'échelle des structures de l'image est confirmée par les meilleurs résultats pour cette image comprenant une modulation supplémentaire de la fréquence de la fonction génératrice par rapport à l'image de test précédente.

### 3.5.2 Evaluation sur une texture réelle

Nous avons choisi de présenter des exemples d'estimation de l'orientation et de la confiance associée sur une image d'empreinte digitale présentée sur la figure (3.34). La figure (3.35) montre

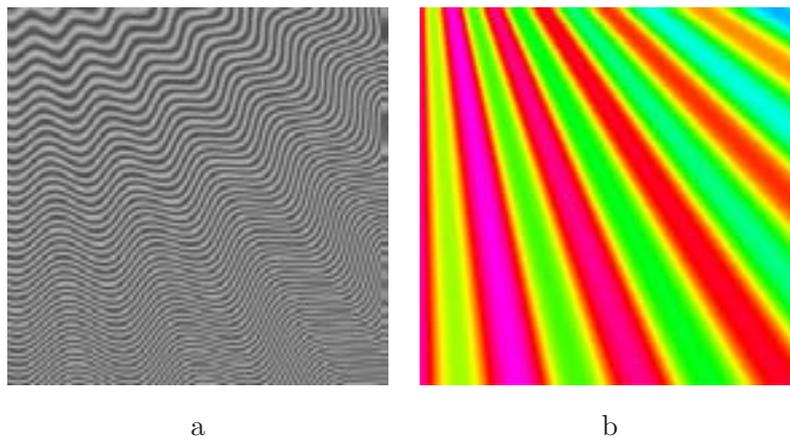


FIG. 3.32 – Image composée de lignes concentriques modulées en orientation et fréquence (a) et sa carte d'orientation théorique (b).

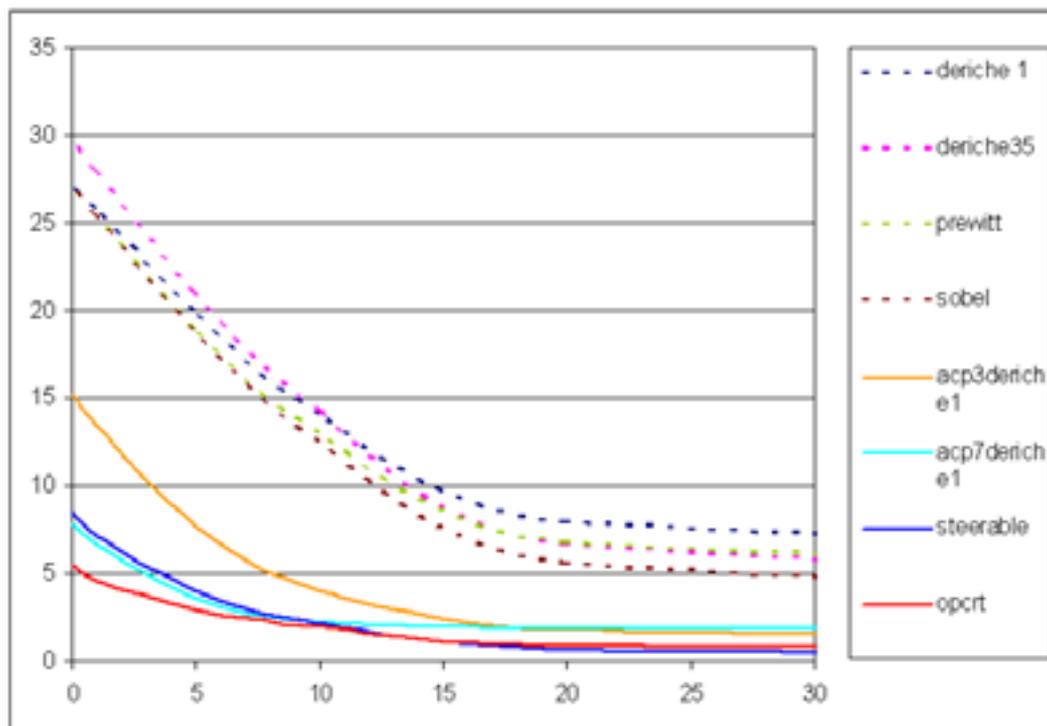


FIG. 3.33 – EAM pour différents estimateurs appliqués sur une image composée de lignes concentriques modulées en orientation et fréquence ( $w_1 = 0.05$ ,  $w_2 = 0.2$  et  $w_3 = 0.05$ ) en fonction du SNR.

l'estimation de l'orientation et la confiance obtenues par les "Steerable Filters" de taille  $(13 \times 13)$ . La figure (3.36) présente l'estimation de l'orientation et la confiance par une ACP de taille  $(7 \times 7)$  sur un gradient de Deriche ( $\alpha = 1.0$ ).

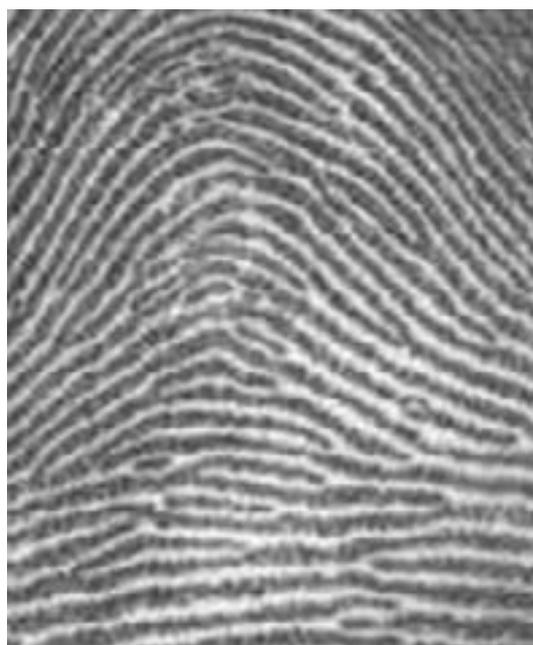


FIG. 3.34 – *Image d’empreinte digitale*

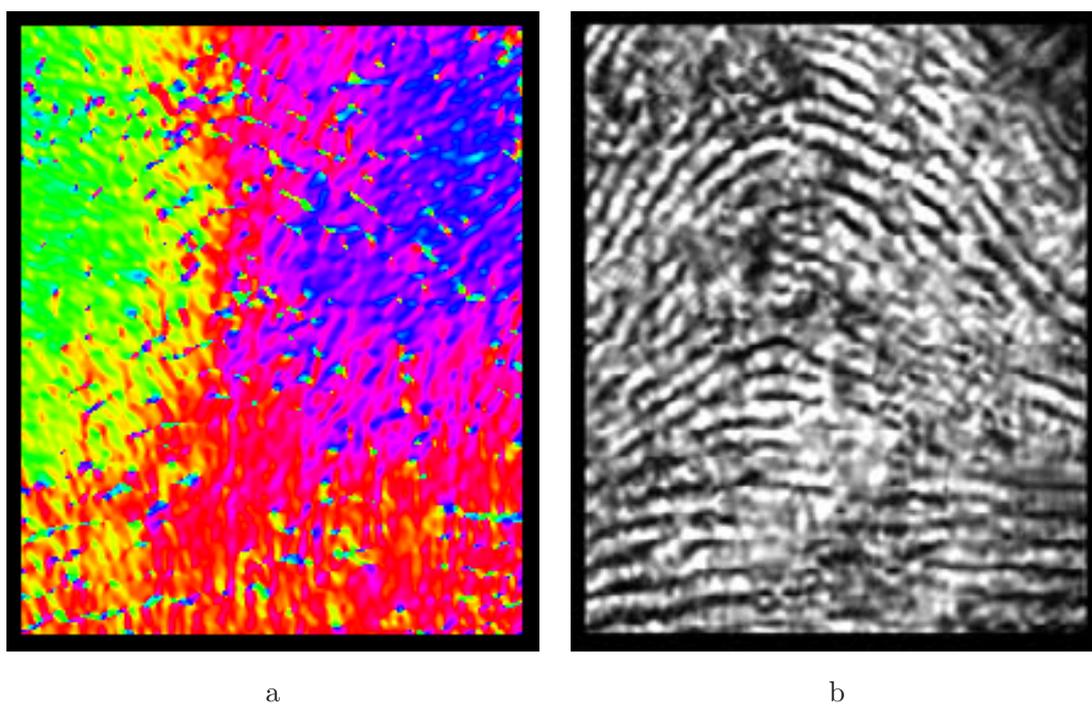


FIG. 3.35 – *Orientation (a) et confiance (b) par les “Steerable Filters” appliqués sur l’image d’empreinte digitale.*

La figure (3.37) montre l’estimation de l’orientation et la confiance par l’opérateur *Mean – GVOP*.

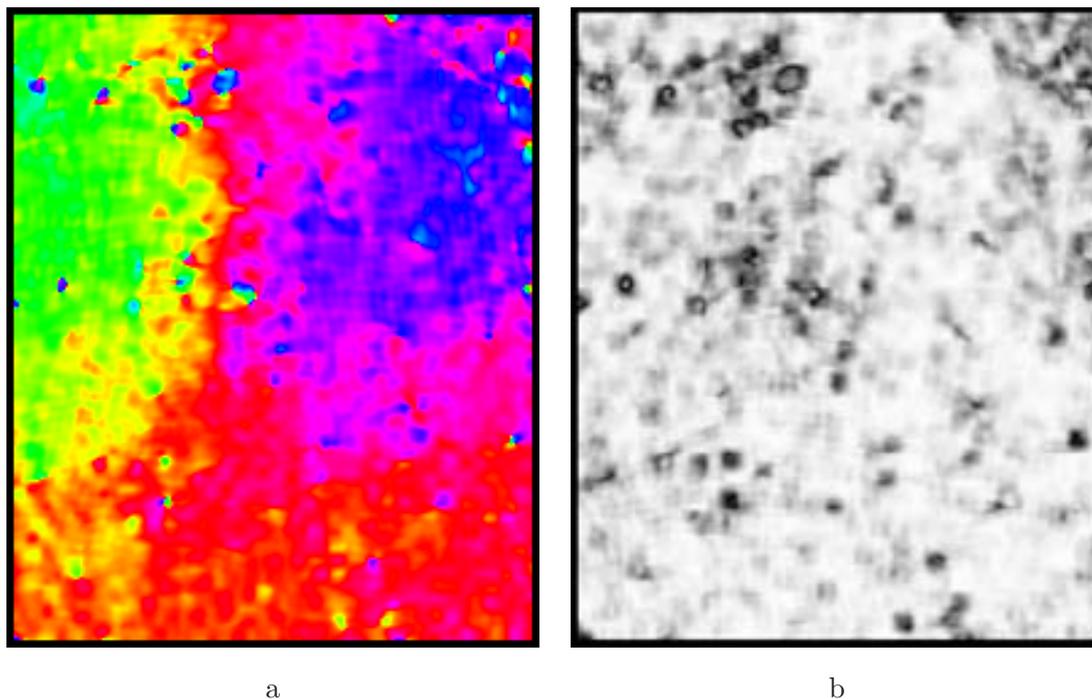


FIG. 3.36 – Orientation (a) et confiance (b) par une ACP de taille  $(7 * 7)$  sur un gradient de Deriche ( $\alpha = 1.0$ ) appliquée sur l'image d'empreinte digitale.

La figure (3.38) présente l'estimation de l'orientation et la confiance par l'opérateur *Max – ROS – GVOP* pour un réseau calculé sur 7 lignes de 9 points.

La figure de l'orientation et la confiance par l'opérateur *OPCRT* pour un réseau calculé sur 7 lignes de 9 points. Ces résultats montrent que l'estimation fournie par l'opérateur *OPCRT* ainsi que celle obtenue par une ACP sur un gradient de Deriche nous paraissent les plus performantes. La subjectivité est plus importante ici puisque nous ne disposons pas de l'orientation théorique. Cependant les résultats de l'*OPCRT* nous paraissent plus nets et moins sensibles aux artefacts présents sur l'empreinte et qui perturbent l'estimation de l'orientation principale.

### 3.5.3 Conclusion sur les évaluations

Les différentes évaluations d'*EAM* sur les images de synthèse ont montré que les estimateurs étaient sensibles à différents phénomènes comme le bruit, la variation de l'échelle, la modulation forte de l'orientation. Pour les différentes images de test utilisées le meilleur estimateur est l'*OPCRT*. En effet c'est l'estimateur le plus performant pour les images n'ayant qu'une seule orientation et il reste efficace dans les autres cas. Enfin l'adaptation de l'*OPCRT* à l'échelle des structures est bien réalisée puisqu'il est le plus performant en présence de bruit pour l'image composée de lignes concentriques modulées en orientation et en fréquence.

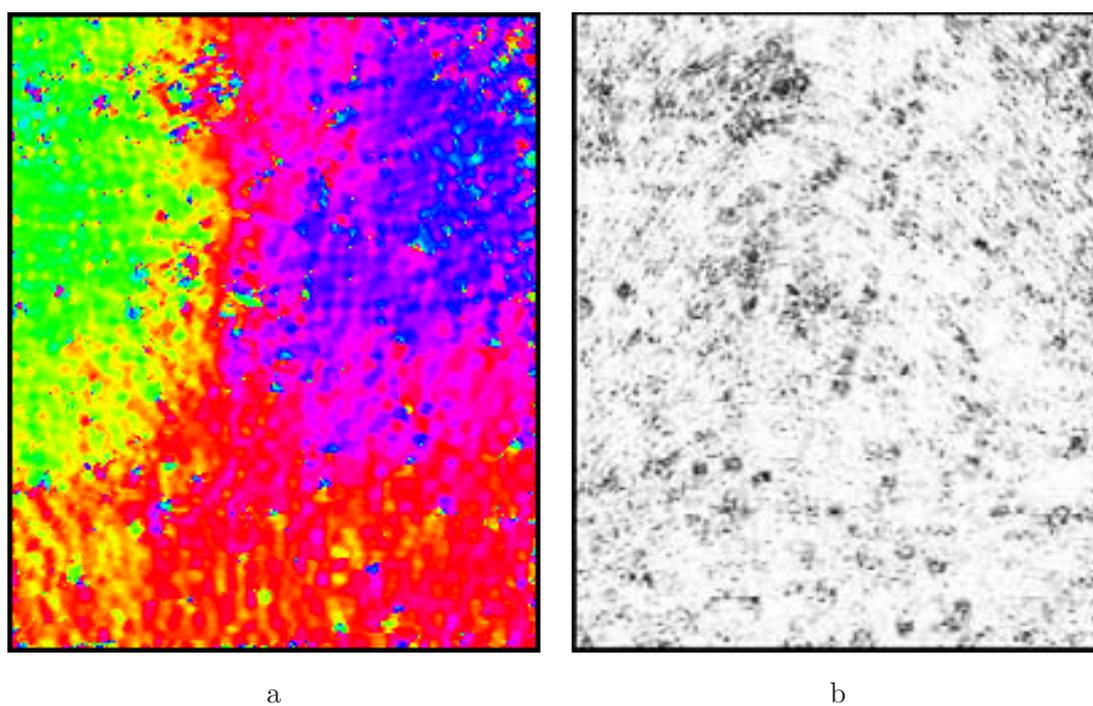


FIG. 3.37 – Orientation (a) et confiance (b) par l'opérateur Mean – GVOP appliqué sur l'image d'empreinte digitale.

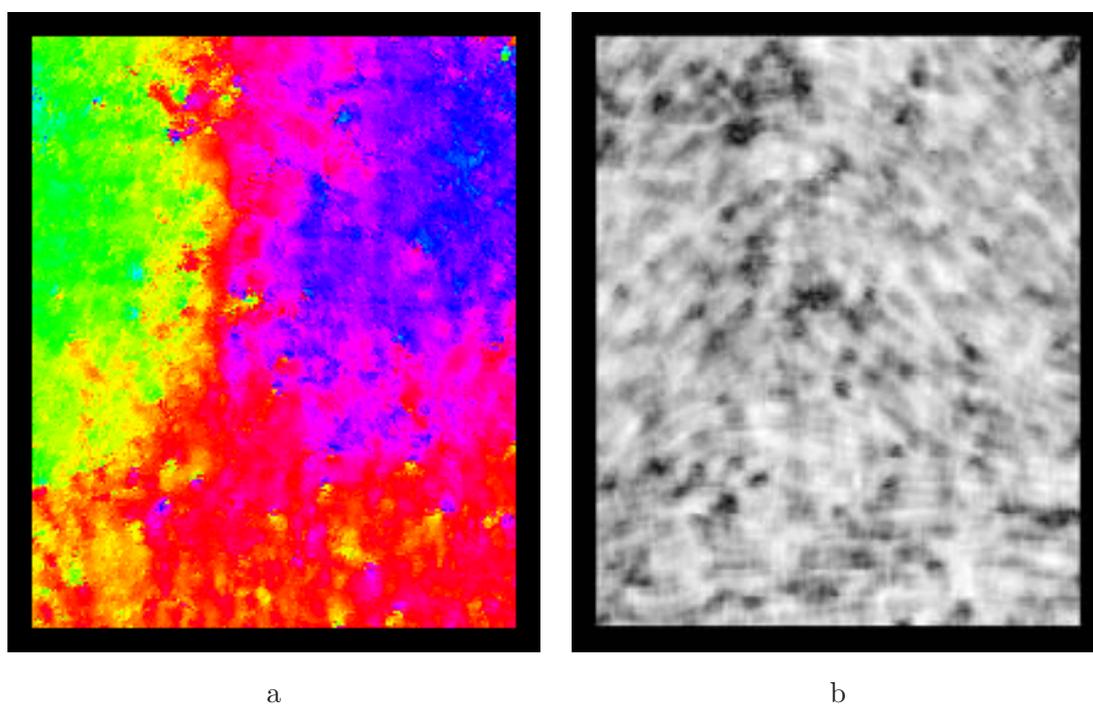


FIG. 3.38 – Orientation (a) et confiance (b) par l'opérateur Max – ROS – GVOP appliqué sur l'image d'empreinte digitale.

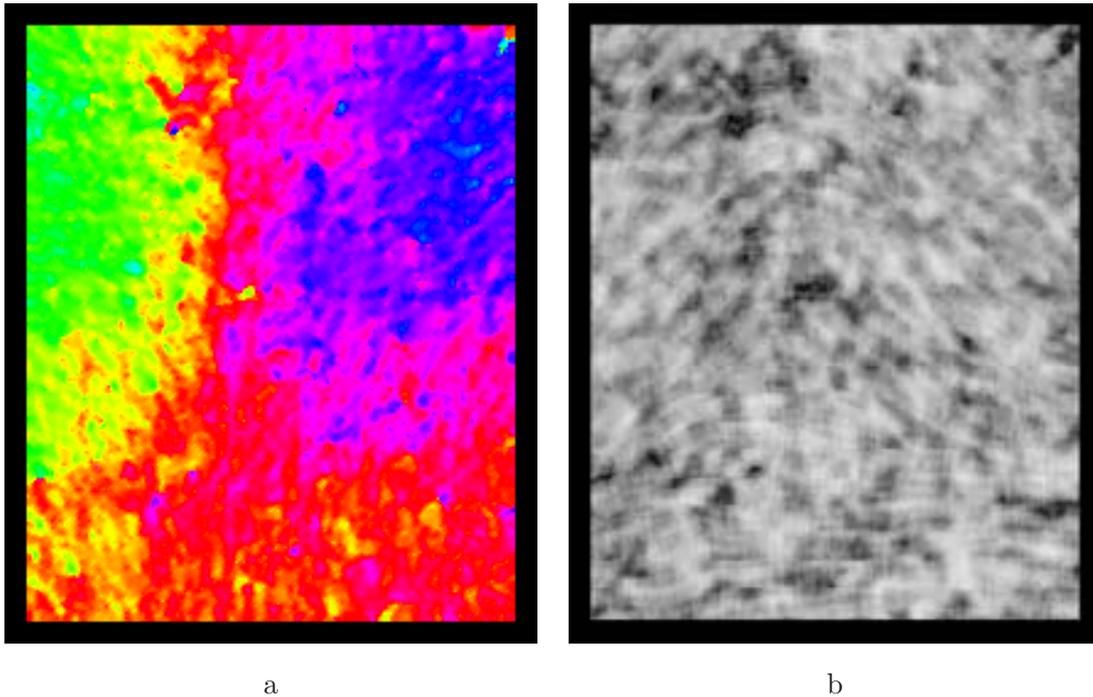


FIG. 3.39 – Orientation (a) et confiance (b) par l’opérateur *OPCRT* appliqué sur l’image d’empreinte digitale.

Pour la texture réelle étudiée c’est l’opérateur *OPCRT* et l’ACP d’un gradient de Deriche qui sont les plus performants. En effet les “Steerable Filters” sont très sensibles à la présence simultanée de plusieurs orientations en un même point, c’est pourquoi leurs estimations de la tendance principale en chaque point sont plus dégradées.

### 3.6 Conclusion

Nous avons proposé différents schémas de construction d’un estimateur qui s’adapte à l’échelle de la texture. Nous avons testé leurs performances sur des textures de synthèse. Ces tests ont montré que l’opérateur *OPCRT* se révélait le plus précis.

Nous avons ensuite effectué une étude entre cet estimateur et ceux considérés jusqu’ici comme les plus performants et que nous avons présentés au premier chapitre. Pour cette étude nous avons proposé de nombreuses textures de synthèses afin de mettre en évidence les performances de chaque opérateur, vis-à-vis du bruit de la variation de l’échelle ou de variation de l’orientation. Nous avons montré que contrairement aux autres, l’*OPCRT* donne de bons résultats dans tous les cas étudiés et se montre souvent le plus performant vis-à-vis des différents types de perturbations. Nous proposons dans un quatrième chapitre des applications à l’imagerie sismique

des estimateurs que nous avons développés.

# Chapitre 4

## Applications à l'imagerie sismique

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>110</b>
<b>4.2</b>	<b>L'imagerie sismique</b>	<b>110</b>
4.2.1	Collecte des données	110
4.2.2	Exploitation des données	111
4.2.3	Le signal sismique	111
<b>4.3</b>	<b>Estimation du pendage</b>	<b>111</b>
4.3.1	Principe	111
4.3.2	Estimation du pendage 2D	112
4.3.3	Régularisation de l'estimation du pendage 2D	114
4.3.4	Estimation du pendage 3D	114
<b>4.4</b>	<b>Synthèse d'horizon sismique</b>	<b>118</b>
4.4.1	Principe	119
4.4.2	Résultats et discussion	120
<b>4.5</b>	<b>Détection de contours virtuels: les failles</b>	<b>121</b>
4.5.1	Définition	121
4.5.2	Failles par utilisation de la confiance	122
4.5.3	Conclusion	125
<b>4.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>127</b>

---

## 4.1 Introduction

Après une brève introduction sur l'imagerie sismique, nous montrons les résultats de l'application de l'estimation de l'orientation en 2D étendue aux données sismiques en 3D. Nous présentons ensuite une méthode de synthèse d'horizons sismiques 3D fondée sur l'estimation de l'orientation. Enfin, nous exposons des techniques permettant d'extraire les ruptures dans la texture (failles), en utilisant les outils que nous avons développés au cours des chapitres précédents.

## 4.2 L'imagerie sismique

L'imagerie sismique correspond à la visualisation sous forme d'images d'une représentation du sous-sol<sup>1</sup> à un instant donné. Cette représentation prend la forme d'une donnée en 3 dimensions, que nous qualifions de bloc sismique<sup>2</sup>.

L'objectif de l'imagerie sismique est de détecter un ensemble d'informations qui permettent une cartographie des différents éléments constituant le sous-sol. Plusieurs difficultés s'opposent à cet objectif.

### 4.2.1 Collecte des données

La première difficulté est liée aux différentes méthodes d'obtention des informations du sous-sol. Deux méthodes permettent d'obtenir ces données.

La première donne une information très fiable que nous qualifions de "vérité terrain". Il s'agit de mesurer des informations au cours de la phase de forage d'un puit. Cependant comme le forage est une opération très coûteuse, elle ne peut donc pas être généralisée à l'étude globale du sous sol. Elle est toutefois utilisée pour valider des informations recueillies par la deuxième méthode.

La deuxième méthode est connue sous le nom de "sismique par réflexion". Cette technique consiste à émettre un signal acoustique dans le sous-sol puis à analyser ce signal après réflexion sur les strates rencontrées. Des capteurs nommés géophones, repartis en surface, permettent de récupérer les signaux de réflexion appelés ondes (de profondeur ou de surface) qui résultent de la réaction aux différentes transitions d'impédance du sous-sol. La phase d'analyse de ces ondes et la construction d'une carte 3D du sous-sol est appelée "migration". Elle consiste à déterminer

---

1. Dans le cas des océans ou des mers, le sous-sol correspond à la zone située en dessous de l'eau.

2. Les travaux actuels en sismique parle de données en 4D où la quatrième dimension est le temps. En effet il devient très intéressant et possible de voir comment réagit une zone d'exploitation au cours de l'extraction d'éléments géologiques (forage).

la profondeur à partir d'un temps d'arrivée de l'onde en utilisant des informations de vitesse de propagation dans les différents constituants du sous-sol. Cette opération est très délicate et nécessite des connaissances particulières sur la géophysique. Lors de la reconstruction des images, de nombreux artefacts (réflexions multiples) peuvent subvenir et il est difficile de les distinguer de l'information pertinente.

### 4.2.2 Exploitation des données

L'exploitation des informations contenues dans les blocs de données sismiques est elle aussi très délicate. L'exploitation visuelle par le géologue de données sismiques couvrant de larges surfaces est une opération longue et fastidieuse. Aussi le travail des experts géologues est facilité par l'utilisation d'outils informatiques qui doivent permettre d'attirer l'attention de l'expert sur les structures géologiques pertinentes, de localiser puis de quantifier les événements sismiques d'intérêt.

### 4.2.3 Le signal sismique

Un bloc sismique représente un ensemble de couches géologiques superposées (souvent désignées par le terme horizon sismique), qui ont subi de nombreuses déformations provenant de contraintes variées. Les horizons présentent des épaisseurs et des contrastes variables. Ils sont fréquemment interrompus par des ruptures (failles).

Nous présentons sur la figure (4.1) un exemple de bloc sismique visualisé sous la forme de deux coupes verticales orthogonales.

## 4.3 Estimation du pendage

### 4.3.1 Principe

Le pendage est défini par deux paramètres: l'amplitude (plus grande pente) et l'azimut (direction où se rencontre cette plus grande pente). Lorsque nous observons une image sismique, nous ne disposons que d'une information partielle qui ne permet pas de retrouver ces deux paramètres. Par contre l'observation de deux images orthogonales est suffisant pour retrouver les deux paramètres du pendage. Par abus de langage nous appellerons pendage 2D l'inclinaison des horizons perceptible dans l'image en cours d'étude.

L'estimation du pendage est perturbé par le bruit et les nombreuses structures ayant des orientations différentes. Les nouveaux estimateurs ont pour objectif de résoudre en partie ces difficultés.

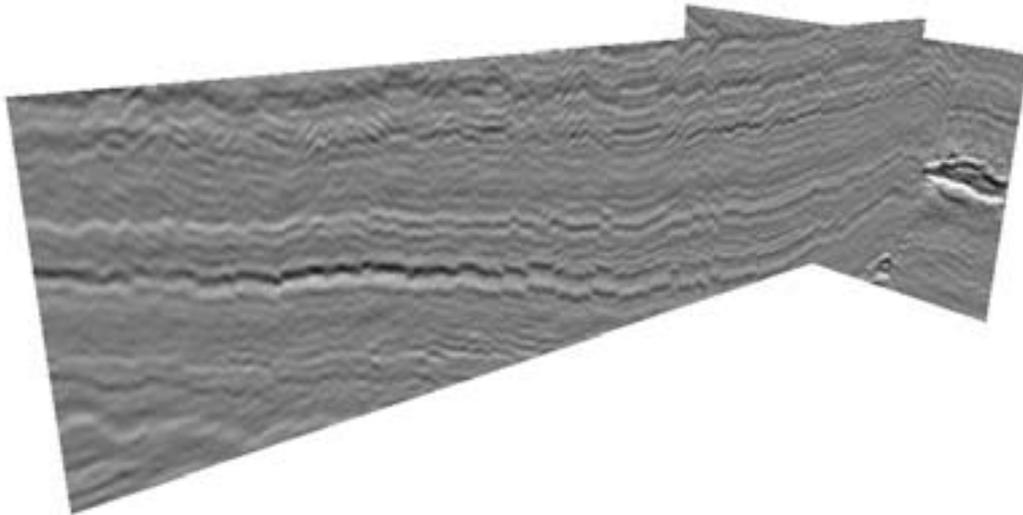


FIG. 4.1 – Visualisation de 2 coupes orthogonales d'un bloc sismique.

### 4.3.2 Estimation du pendage 2D

Nous montrons des résultats d'estimation de l'orientation calculés sur une coupe sismique (figure 4.2a). Nous présentons sur cette figure les résultats d'estimation de pendage 2D en utilisant les “Steerable Filters” de taille  $(13 \times 13)$  (figure 4.2b) et les gradients de Deriche ( $\alpha = 3,5$ ) filtrés par une ACP de taille  $(7 \times 7)$  (figure 4.2c). L'application d'une ACP provoque un lissage excessif qui engendre une délocalisation de l'information, notamment pour les zones de fréquences élevées. Les estimations des “Steerables Filters” sont perturbées par la forte réactivité de la méthode aux structures parasites.

Sur la figure (4.3) nous présentons des résultats d'estimation du pendage 2D effectué avec les algorithmes que nous avons proposés: *Mean - GVOP* (image 4.3a), *Max - ROS - GVOP* (image 4.3b) et *OPCRT* (image 4.3c). Les confiances correspondantes (calculées sur un réseau de dispersion de 7 lignes et 9 points) sont représentées en (4.3d), (4.3e) et (4.3f). La qualité des cartes d'orientation et de confiance de l'opérateur *OPCRT* par rapport aux autres estimateurs apparaît nettement. En effet, l'estimation par le *MEAN - GVOP* est moins bonne entre les zones d'inflexion et d'extremums. L'estimation par le *Max - ROS - GVOP* est moins stable que celle obtenue par l'opérateur *OPCRT* sur les petites structures orientées homogènes. Cette instabilité est illustrée par l'effet pointilliste présent sur l'image d'orientation.

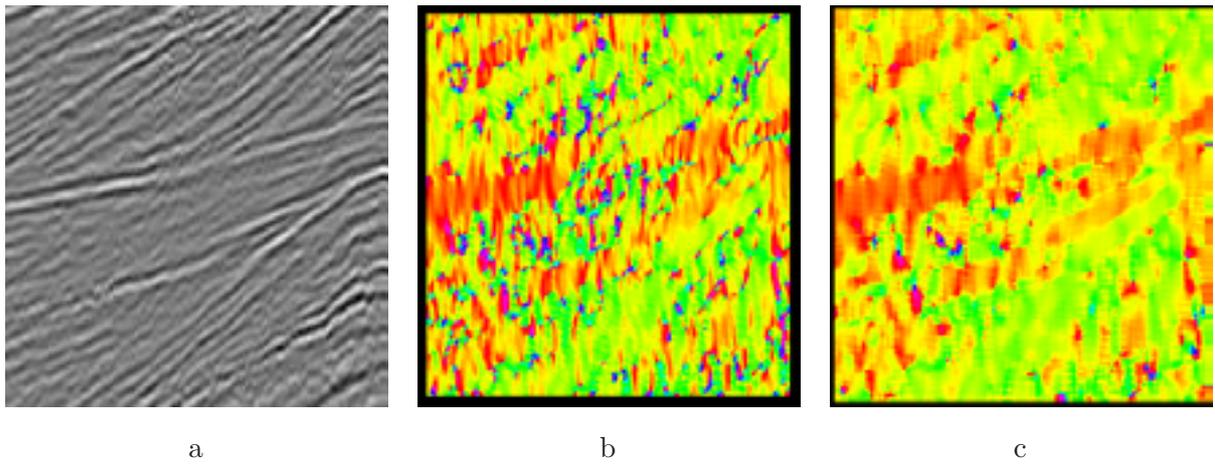


FIG. 4.2 – (a): coupe sismique, (b): orientation par les “Steerable Filters” de taille  $(13 * 13)$  et (c): orientation par une ACP de taille  $(7 * 7)$  sur un gradient de Deriche ( $\alpha = 3,5$ ).

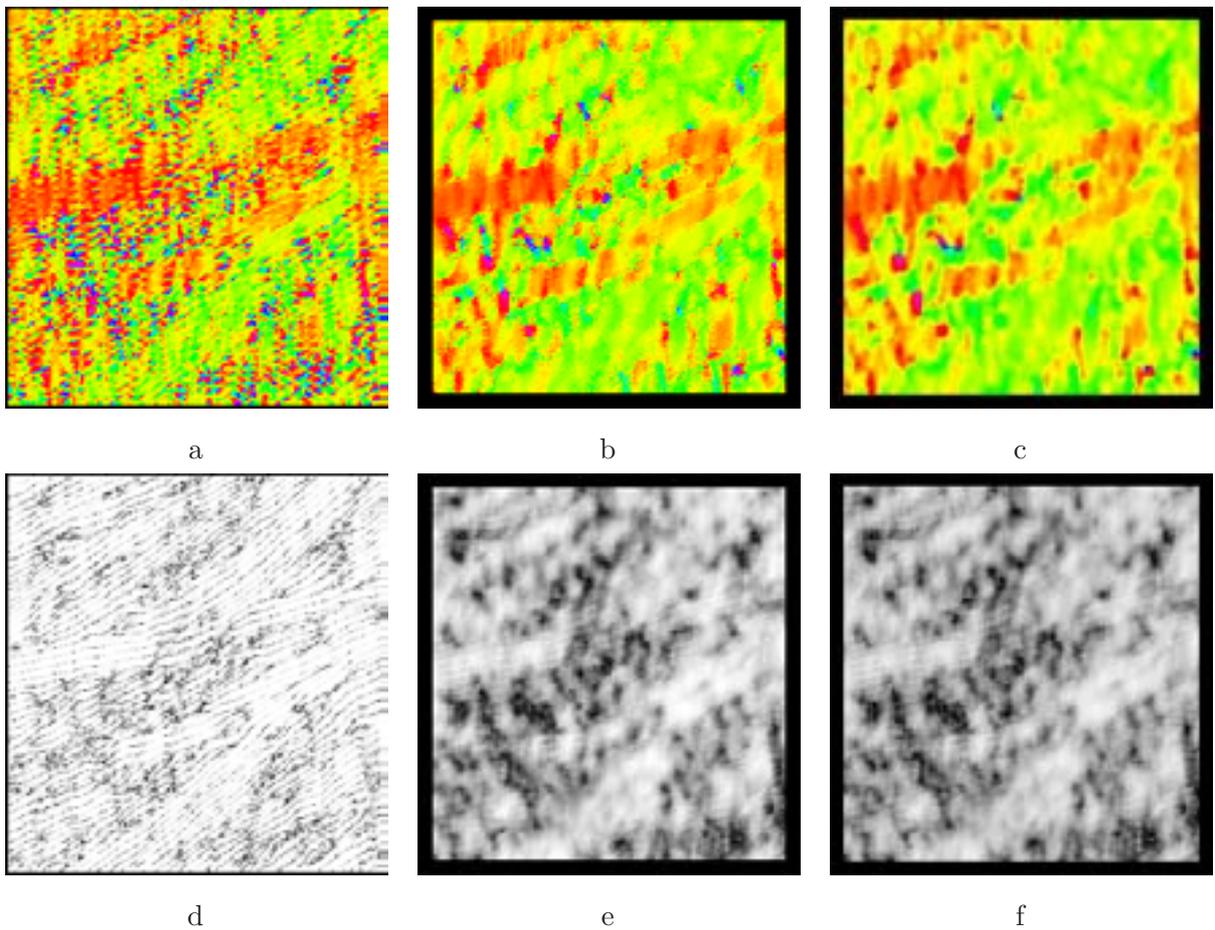


FIG. 4.3 – Orientation et confiance par les opérateurs Mean-GVOP (a,d), Max-ROS-GVOP (b,e) et OPCRT (c,f) appliqués sur la coupe sismique de la figure (4.2a).

### 4.3.3 Régularisation de l'estimation du pendage 2D

L'estimation du pendage 2D peut encore être améliorée si nous utilisons les informations présentes dans les plans images voisins. Pour cela nous proposons une extension de l'opérateur *OPCRT*. La procédure de remplissage de l'opérateur *OPCRT* que nous avons proposée pour une image, peut être utilisée sur tout le bloc: à partir des estimations de l'orientation réalisées en 2D suivant l'une des images, nous effectuons un remplissage en 3D des zones non estimées. Pour ce remplissage, nous utilisons un voisinage 3D (connexité 26V). Nous appelons cet opérateur *OPCRT3D*.

L'ordre de parcours des données en 3D est déterminé par une extension 3D de l'algorithme Fast Marching proposée par Sethian [Set99]. La propagation de l'information du front d'onde s'effectue sur un voisinage volumique 6V.

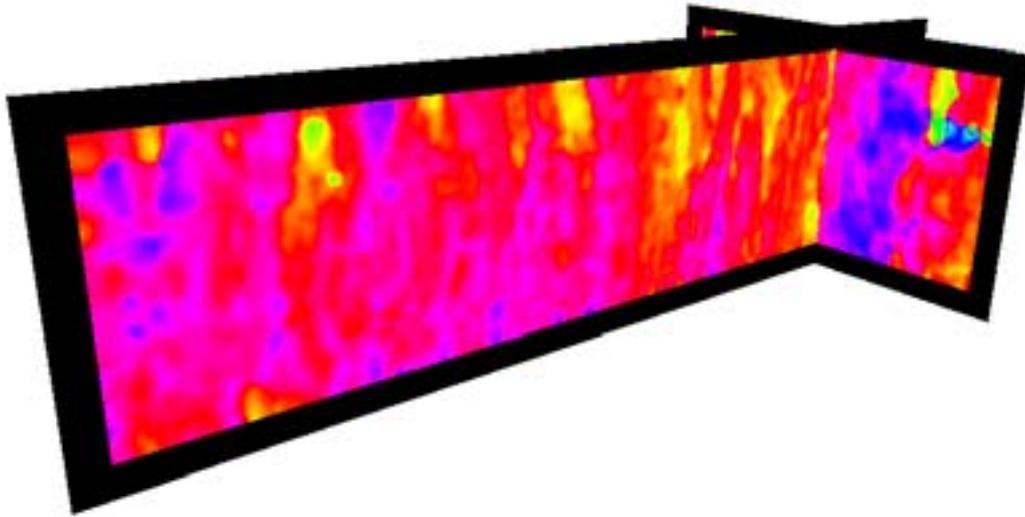
Le remplissage 3D renforce la qualité de l'estimation effectuée puisque, tout en conservant l'échelle locale, le calcul s'appuie sur trois fois plus de données. Ainsi les informations présentes dans les coupes adjacentes à celle étudiée permettent la plupart du temps de réduire les erreurs résiduelles d'estimation de l'orientation.

Nous présentons sur la figure (4.4) des résultats des estimateurs *OPCRT* et *OPCRT3D* sur les coupes verticales du bloc sismique (figure 4.1). Ces images montrent que l'orientation estimée par l'opérateur *OPCRT3D* est plus régulière. En effet, certaines structures verticales sont préservées et l'animation du bloc sismique d'orientation montre une meilleure cohérence entre les estimations des différentes coupes.

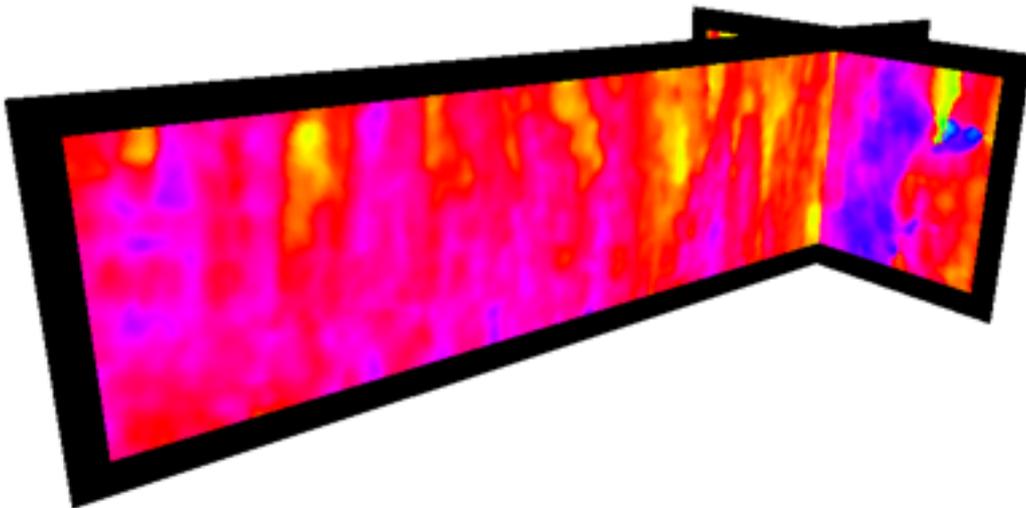
Cette méthode est utilisable sur une donnée sismique de très grande taille sans nécessiter une grande quantité de mémoire. Pour cela il suffit de découper la donnée en sous blocs sur lesquels nous faisons une estimation par l'opérateur *OPCRT3D* avec un recouvrement à 50% en 3D qui ne garde que l'orientation associée au maximum de la confiance. Il est toutefois nécessaire d'utiliser des blocs suffisamment grands, par exemple  $128 * 128 * 128$  pixels pour éviter l'apparition d'effets bloc dus à l'étape de remplissage 3D.

### 4.3.4 Estimation du pendage 3D

Le vecteur normal  $\vec{n}$  à la surface est présenté dans un repère  $(o,x,y,z)$  où les coupes en vue de face sont représentées dans un repère  $(o,x,y)$ . A partir des estimations de l'orientation (pendage 2D)  $\theta_x$  et  $\theta_z$  dans des coupes  $(o,x,y)$  et  $(o,z,y)$ , nous déterminons les coordonnées du vecteur  $\vec{n}$  (normal au plan tangent (P)) comme présenté sur la figure (4.5). L'équation du plan



a



b

FIG. 4.4 – Estimation de l'orientation par l'opérateur *OPCRT* (a) et par l'opérateur *OPCRT3D* (b) sur le bloc sismique précédent.

(*P*) passant par les points ( $O, P_x, P_z$ ) est:

$$y = x.\tan(\theta_x) + z.\tan(\theta_z) \quad (4.1)$$

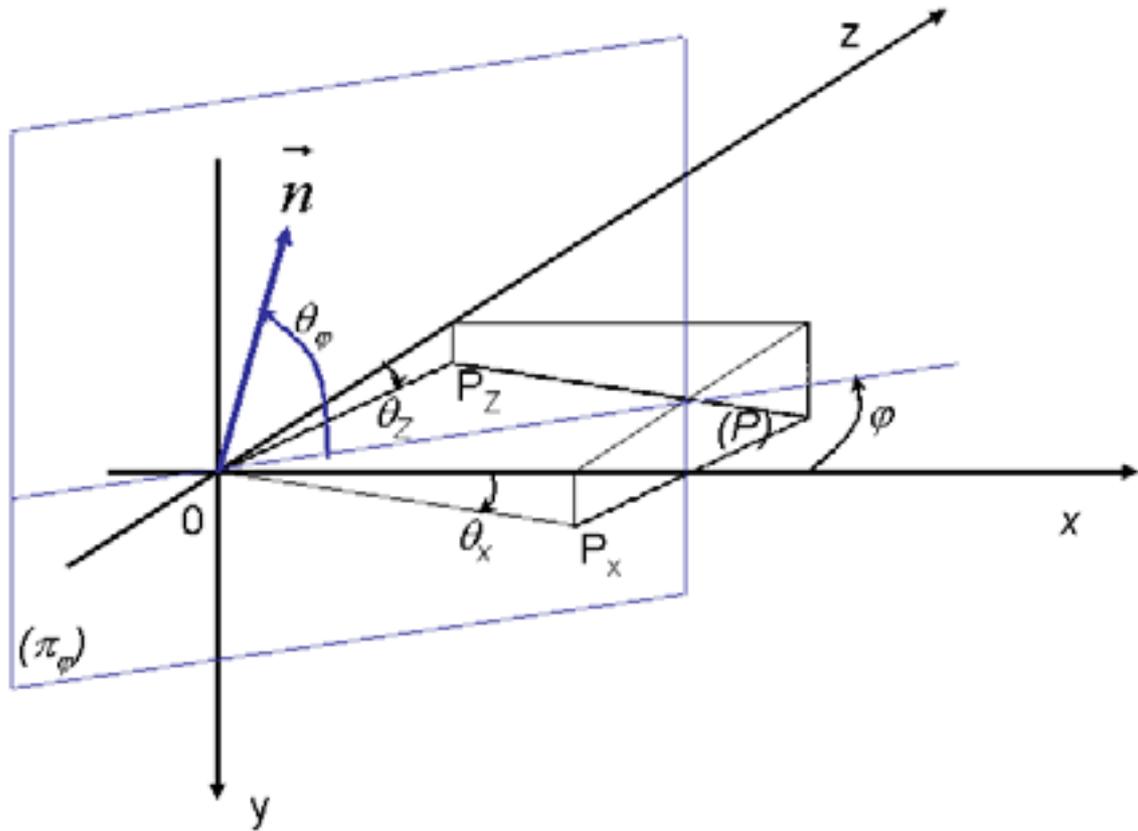


FIG. 4.5 – Construction du vecteur normal 3D à partir des orientations et des confiances estimées dans deux coupes orthogonales.

Un vecteur  $\vec{n}$  orthogonal au plan  $(P)$  a les coordonnées suivantes dans la base  $(O, X, Y, Z)$ :

$$\begin{pmatrix} \tan(\theta_x) \\ -1 \\ \tan(\theta_z) \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Dans un azimut  $\varphi$ , nous observons une élévation  $\theta_\varphi$ . La relation entre les différents angles  $\theta_\varphi$ ,  $\varphi$ ,  $\theta_x$  et  $\theta_z$  est la suivante:

$$\tan(\pi/2 - \theta_\varphi) = \cos(\varphi) \cdot \tan(\theta_x) + \sin(\varphi) \cdot \tan(\theta_z). \quad (4.3)$$

L'azimut  $\varphi_m$  de la pente maximale (pendage 3D) est obtenue en cherchant le maximum  $\theta_{\varphi_m}$  des élévations observées  $\theta_\varphi$ . Pour cela nous dérivons l'équation (4.3) par rapport à  $\varphi$  et nous obtenons l'expression de l'azimut  $\varphi_m$ :

$$\tan(\varphi_m) = \frac{\tan(\theta_z)}{\tan(\theta_x)}. \quad (4.4)$$

L'expression des coordonnées de  $\vec{n}$  dans le repère  $(o,x,y,z)$  en fonction des angles  $(\theta_{\varphi_m}, \varphi_m)$  devient:

$$\begin{pmatrix} \cos(\varphi_m) \cos(\theta_{\varphi_m}) \\ -\sin(\theta_{\varphi_m}) \\ \sin(\varphi_m) \cos(\theta_{\varphi_m}). \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

En mettant  $\sin(\theta_{\varphi_m})$  en facteur de (4.5) et en égalant cette expression avec (4.2) nous obtenons les relations suivantes:

$$\begin{aligned} \tan(\theta_{\varphi_m}) &= \frac{\cos(\varphi_m)}{\tan(\theta_x)} \\ &= \frac{\sin(\varphi_m)}{\tan(\theta_z)} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Domaines de définition des angles:

- $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$
- $\theta_\varphi \in [0, \pi/2]$

Nous présentons sur la figure (4.6) des résultats de l'estimation du pendage 3D à partir des pendages 2D calculés par l'opérateur *OPCRT3D* dans les vues de face et de droite du bloc sismique (figure 4.1). La palette de couleur d'orientation est celle du chapitre (1.2).

Nous cherchons à associer une confiance  $C$  au vecteur normal  $\vec{n}$ . Pour cela nous utilisons les

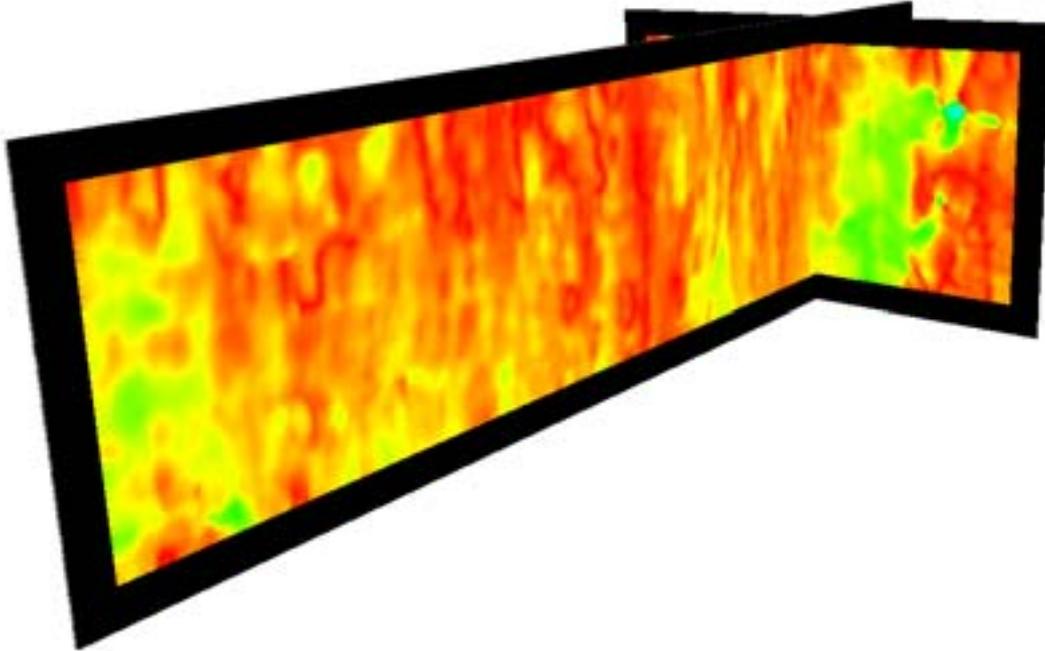


FIG. 4.6 – *OPCRT3D*: estimation du pendage maximal 3D à partir des estimations des pendages 2D des vues de face et de droite du bloc sismique (figure 4.1).

confiances  $C_x$  et  $C_z$  obtenues lors des estimations des angles  $\theta_x$  et  $\theta_z$ . La première approche

consiste à calculer la confiance  $C_1$  à partir d'une combinaison quadratique des confiances  $C_x$  et  $C_z$  selon la formule:

$$C_1^2 = C_x^2 + C_z^2 \quad (4.7)$$

La deuxième approche prend en compte l'azimut  $\varphi_m$  du pendage 3D.

$$C_2 = C_x \cdot \cos(\varphi_m) + C_z \cdot \sin(\varphi_m) \quad (4.8)$$

La confiance retenue peut être utilisée en l'affectant à la norme du vecteur  $\vec{n}$ .

La figure (4.7) schématise les deux constructions précédentes des confiances  $C_1$  et  $C_2$  dans le plan  $(O, X, Z)$ .

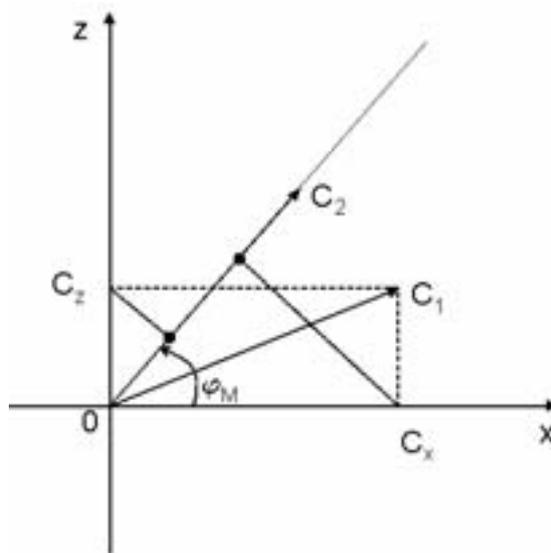


FIG. 4.7 – Principes de construction des confiances  $C_1$  et  $C_2$ .

#### 4.4 Synthèse d'horizon sismique

Un horizon sismique est une strate géologique perceptible sur l'image. Nous pouvons associer un temps géologique identique aux éléments de cette strate.

La synthèse d'un horizon est la construction géométrique d'une ligne sur l'image 2D dont tous les pixels sont supposés appartenir au même temps géologique.

Chaque pixel de l'image appartient donc à un horizon même si visuellement, la strate géologique à laquelle il appartient est peu (ou pas) perceptible.

L'analyse de l'ensemble des horizons synthétisés permet d'extraire des informations géologiques pertinentes. C'est à partir de ces constructions qu'il est par exemple possible de réaliser une chronostratigraphie automatique. C'est ainsi que Sébastien Guillon a développé un algorithme appelé

*GEOTIME* capable de segmenter l'image en régions chronologiquement cohérentes [ISI00].

La synthèse d'horizons sur un bloc 3D est mal résolue. l'approche multi 2D actuellement utilisée montre l'instabilité des synthèses d'un plan au suivant et la surface 3D reconstruite est notablement bruitée. L'objectif de ce travail consiste à élaborer de façon plus précise les horizons 2D afin que leur extension 3D soit plus stable.

#### 4.4.1 Principe

Un algorithme de développement d'horizon consiste à partir d'un germe et à rechercher itérativement les voisins dont la trace associée est la plus corrélée avec celle du germe. Cet algorithme est surtout efficace pour les forts marqueurs. Il est fortement perturbé par les convergences et par les régions où les strates sont peu contrastées. Cet algorithme est donc inefficace pour construire l'ensemble des horizons.

Une autre construction d'un horizon peut être obtenue en utilisant l'information de pendage puisqu'elle indique dans quelle direction chercher les pixels voisins de même temps géologique. Donias a présenté une version 2D de la synthèse d'horizons ([Don99]) par intégration du pendage. Cette méthode recherche pour chaque pixel  $(x_i, y_i)$  son voisin  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  de droite ou de gauche tel que:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + 1 & y_{i+1} = y_i + \tan(\theta_{x_i}) & \text{pour le voisin de droite} \\ x_{i+1} = x_i - 1 & y_{i+1} = y_i - \tan(\theta_{x_i}) & \text{pour le voisin de gauche} \end{cases} \quad (4.9)$$

Comme la valeur des  $y_i$  est non entière, les points calculés ne coïncident pas nécessairement avec un pixel. La visualisation des résultats consistera à affecter à  $y_i$  la valeur entière la plus proche. La généralisation de ce principe en 3D est beaucoup plus délicate. En effet, l'objectif est de construire une surface en intégrant l'orientation le long d'un parcours. Comme il y a une infinité de parcours sur une surface, il est nécessaire d'en choisir un. Nous avons retenu les principes suivants de synthèse d'un horizon 3D à partir du germe:

- construction d'une courbe génératrice suivant l'axe (Z) par intégration du pendage dans la coupe (O,Z,Y).
- dans chaque coupe (O,X,Y) nous construisons un horizon 2D obtenu par intégration du pendage déterminé dans cette coupe.

La figure (4.8) présente ce principe de construction.

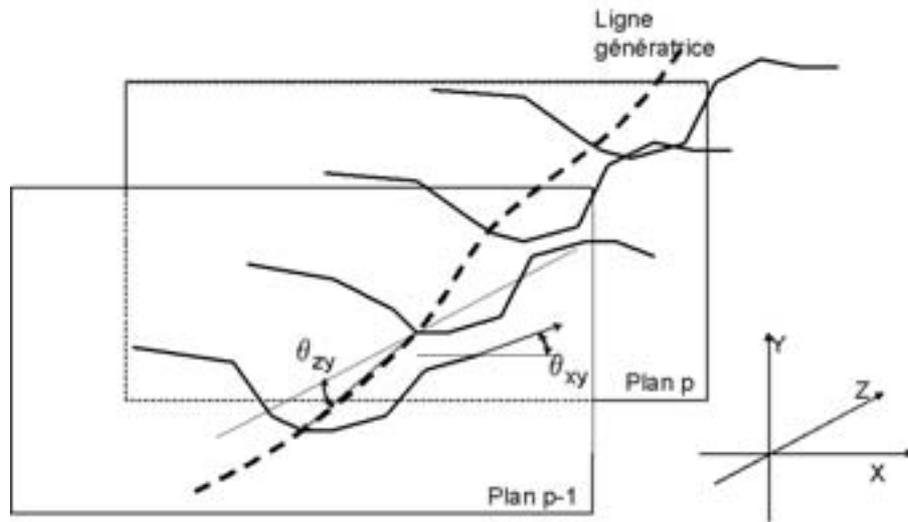


FIG. 4.8 – Synthèse d’horizon 3D suivant le principe de la courbe génératrice en utilisant les pendages calculés dans les vues de face et de droite du bloc sismique.

#### 4.4.2 Résultats et discussion

La synthèse d’horizons 3D est très sensible à une estimation de l’orientation. En effet le biais d’orientation qui est intégré lors de la phase construction d’un horizon, perturbe la méthode. De plus, si la donnée sismique présente de nombreuses failles, l’horizon synthétisé risque de chevaucher plusieurs strates sismiques représentant des temps géologiques différents.

Nous mettons à profit les propriétés de l’opérateur  $OPCRT3D$  pour estimer le pendage avec une précision accrue par rapport à l’état de l’art antérieur. Sur la figure (4.9) nous présentons le résultat obtenu. Les germes de départ des deux horizons (en orange et en rouge) ont leurs coordonnées  $(x, z)$  au centre du bloc sismique. La vue de face de la représentation 3D correspond à la coupe sismique de droite dans laquelle la courbe génératrice est déterminée. Nous constatons que les horizons sont de plus en plus ondulés à mesure qu’ils s’éloignent du germe et de la génératrice (bords des surfaces). En effet l’utilisation d’une génératrice engendre une instabilité de la surface comme nous allons l’expliquer. L’utilisation de la génératrice rend la construction du marqueur dépendante du choix de la vue de face. Pour trouver une solution à ce défaut, il faut résoudre le problème suivant: comment à partir de deux orientations calculées dans des coupes verticales orthogonales, choisir le prochain point de l’horizon 3D. La figure (4.10) décrit ce problème. Une solution peut résider dans l’utilisation d’un critère qui permette de choisir quel point doit être retenu. Un tel critère peut être de faciliter la convergence de la surface vers une intensité maximale ou minimale.

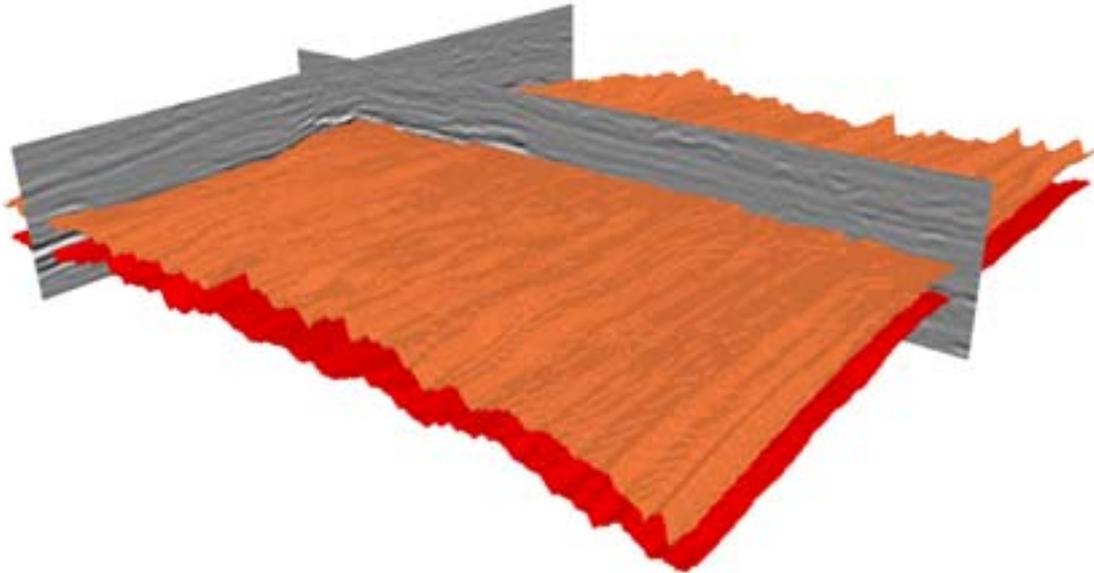


FIG. 4.9 – Synthèse de deux horizons 3D pour un bloc sismique à partir des orientations estimées par l'estimateur OPCRT3D dans les vues de face et de droite.

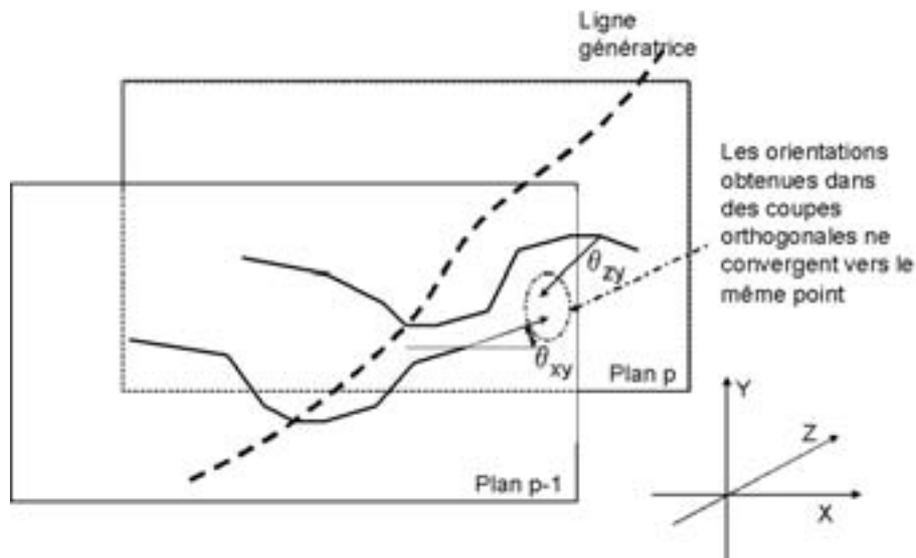


FIG. 4.10 – Problème du choix du prochain point de l'horizon 3D à partir des pentages calculés dans les vues de face et de droite du bloc sismique.

## 4.5 Détection de contours virtuels: les failles

### 4.5.1 Définition

Les failles sont des zones de la donnée sismique où les ruptures des strates géologiques sont perceptibles. La zone de fracture est généralement un volume de faible épaisseur (quelques pixels

au maximum) qui est assimilable à une surface 3D. Il y a deux représentations de la faille: soit nous utilisons une surface que nous localisons sur la zone la plus représentative de la faille, soit nous utilisons au moins deux surfaces pour délimiter le volume de la zone contenant la ou les failles. La figure (4.11) montre différents exemples où les failles sont très visibles et correspondent

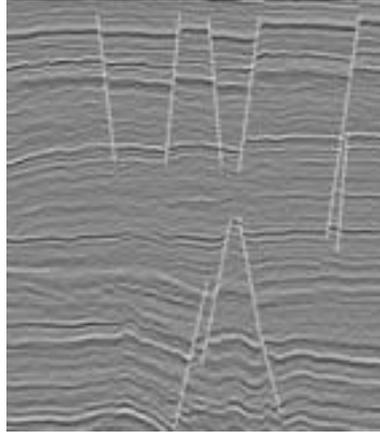


FIG. 4.11 – *Donnée sismique représentant des failles.*

à des ruptures d'horizons qui délimitent des frontières entre des régions homogènes. Nous avons superposé des droites blanches afin de préciser où sont situées ces failles. Nous présentons par la suite des méthodes pour détecter les failles.

#### 4.5.2 Failles par utilisation de la confiance

Les failles correspondent à des structures pour lesquelles l'estimation du pendage devient plus difficile à cause des ruptures ou de la forte variation locale du pendage. Il est donc possible d'utiliser la confiance du champ d'orientation pour détecter les failles. Nous allons décrire deux méthodes fondées sur ce principe.

##### 1 - Attribut *faille1*

Cette méthode utilise l'orientation estimée par l'opérateur *OPCRT3D* pour déterminer les confiances de deux réseaux développés à droite et à gauche du pixel courant. Nous proposons comme attribut *faille1* le produit de la confiance du réseau de droite par la confiance du réseau de gauche. Nous présentons sur la figure (4.12) l'attribut *faille1* en comparaison avec l'attribut *faille* développé par Donias [Don99] qui détermine le décalage horizontal entre le point courant et le centre du support de l'ACP le plus homogène dans le voisinage de ce point. Les failles sont représentées en blanc (figure 4.12b). Les confiances sont déterminées pour des réseaux de 11 lignes de 5 points. L'attribut *faille1* montre mieux la cohérence verticale des failles que la

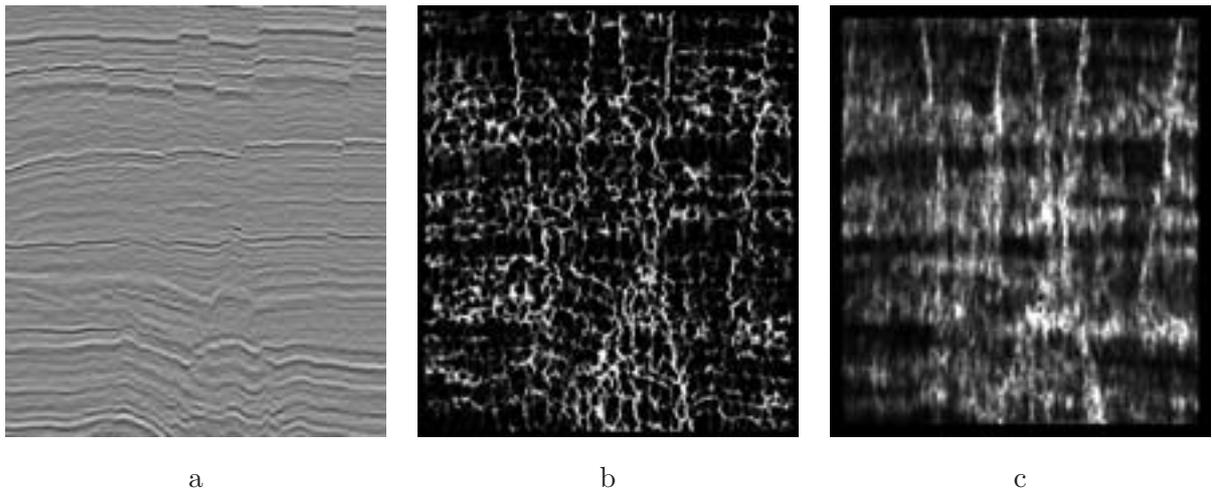


FIG. 4.12 – (a) donnée sismique, (b) Attribut faille par le décalage de l'ACP adaptative et (c) attribut faille1.

méthode de Donias. Cependant il est sensible aux variations d'énergie des horizons.

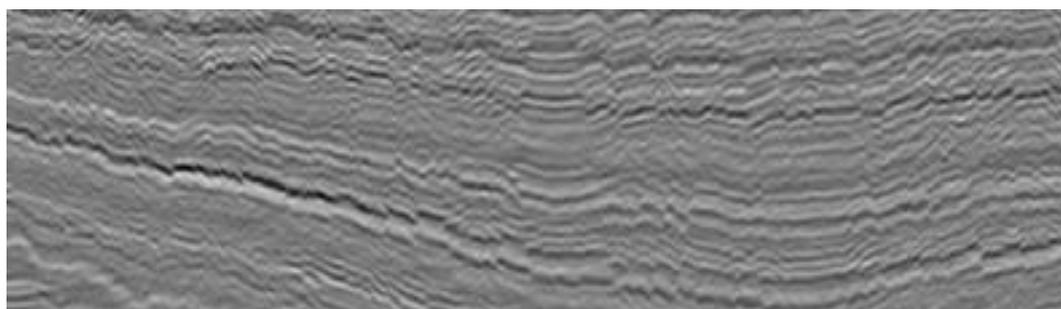
### Extension 3D:

A partir des attributs calculés dans les vues de face et de droite, nous déterminons l'attribut *faille1* en prenant l'attribut de valeur maximale. Nous comparons cet attribut à l'attribut développé par Donias. La figure (4.13) montre ces deux attributs pour une vue de face du bloc de la figure (4.1). La figure (4.14) montre ces deux attributs pour une vue de dessus du bloc de la figure (4.1). Cette donnée sismique présente une grande densité de failles. Toutefois le nouvel attribut révèle une meilleure cohérence lors de l'animation du bloc. Nous proposons une variante de l'attribut *faille1* qui permet une meilleure localisation de la faille.

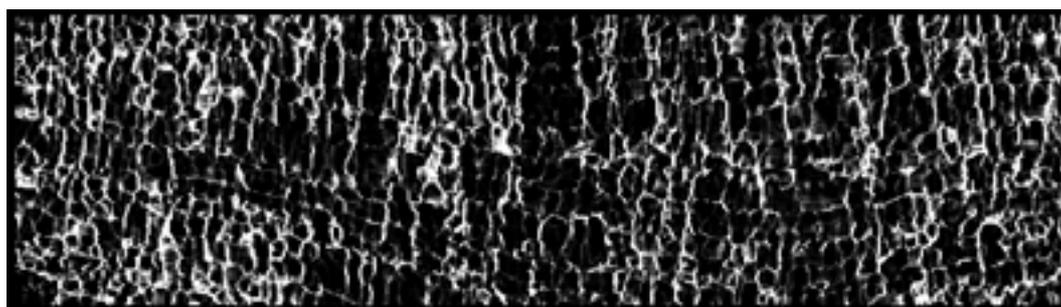
### 2 - Attribut faille2

Nous proposons une variante de cette méthode en utilisant la confiance d'un seul réseau symétrique. L'orientation du réseau est déterminée par l'estimateur *OPCRT3D*. Le réseau est appliqué autour du pixel central au cours du traitement. La dispersion est évaluée, mais au lieu de l'affecter au pixel central, elle est cumulée sur chaque pixel rencontré par les lignes du réseau. Ensuite, une fois l'image entièrement traitée, une normalisation sera effectuée pour chaque pixel, en fonction du nombre de réseaux que ce pixel aura rencontré pendant la phase précédente. Nous définissons l'attribut *faille2* par la valeur maximale entre les attributs calculés dans les vues de face et les vues de droite.

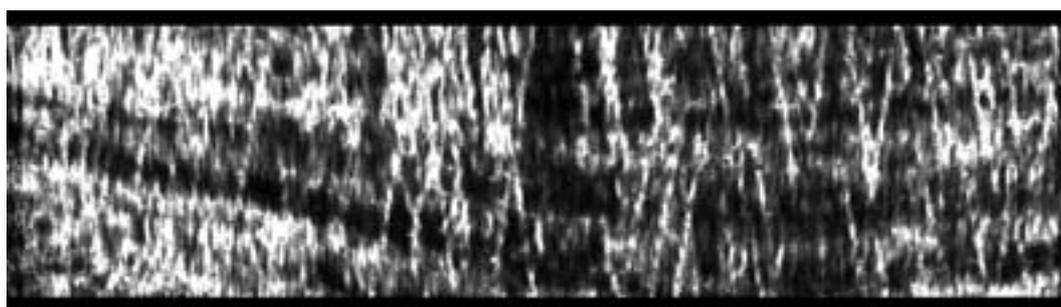
La figure (4.15) montre l'attribut *faille2* avec l'intensité maximale qui correspond aux zones



a



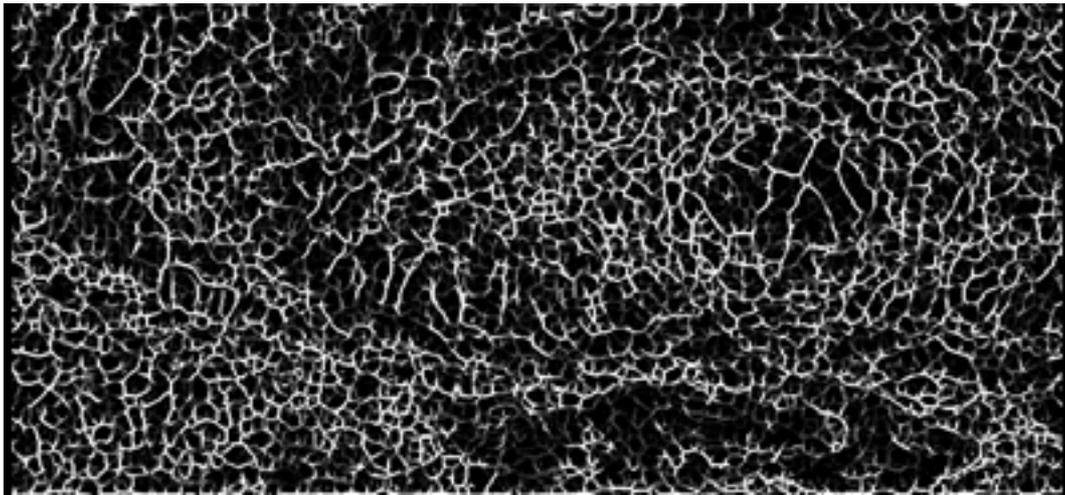
b



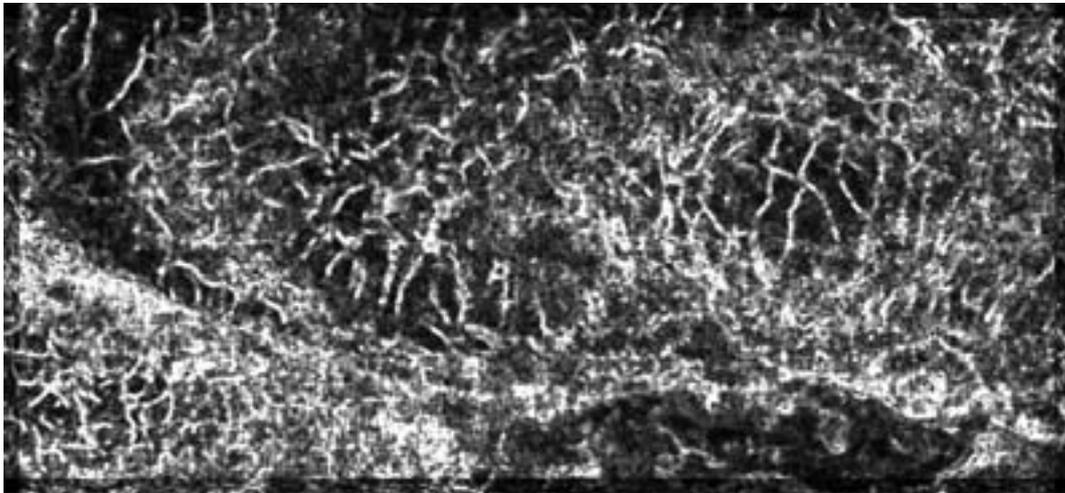
c

FIG. 4.13 – (a) donnée sismique: vue de face sur le bloc sismique (4.1), (b) attribut faille par le décalage de l'ACP adaptative et (c) attribut faille<sup>1</sup>.

les plus représentatives de failles. Le réseau symétrique utilisé est composé de 7 lignes de 5 points. Les résultats montrent que cet attribut localise mieux les failles. Il présente néanmoins un défaut de continuité. En effet il réagit principalement aux fortes variations de l'intensité qui se produisent entre les extremums situés sur des extrémités d'horizons et les pixel situés sur la faille. La variation de l'intensité entre les points d'inflexion situés sur une extrémité d'horizon et les pixels situés sur la faille est beaucoup plus faible, c'est pourquoi nous constatons cette modulation de l'intensité.



a

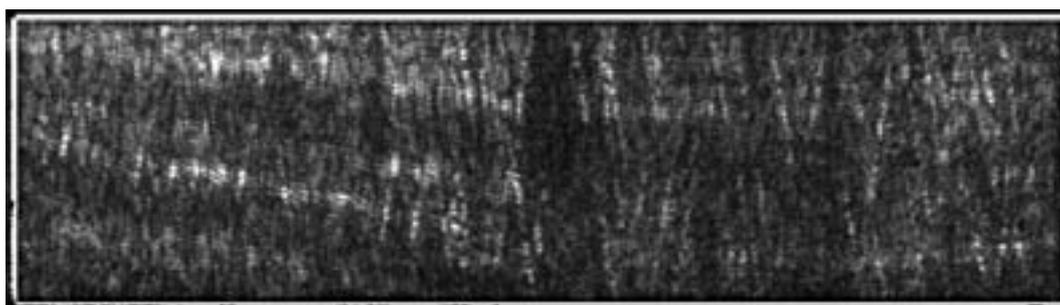


b

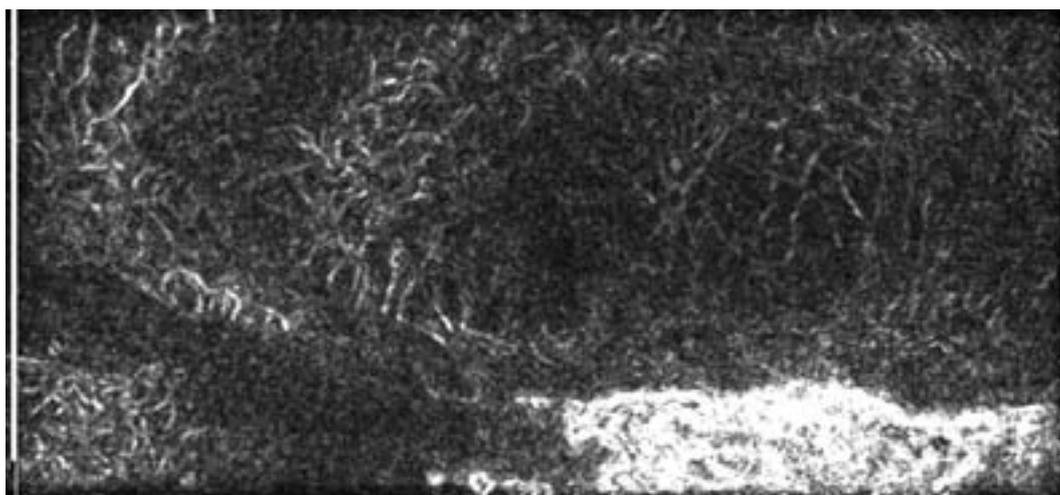
FIG. 4.14 – (a) donnée sismique: vue de dessus sur le bloc sismique (4.1), (b) attribut faille par le décalage de l'ACP adaptative et (c) attribut faille1.

### 4.5.3 Conclusion

Nous avons présenté deux attributs permettant de détecter les failles. Ils utilisent l'orientation et la confiance estimée par l'opérateur *OPCRT3D*. Ils constituent un progrès par rapport aux détecteurs utilisés jusque là et ils peuvent être intégrés dans une chaîne de traitement permettant l'extraction des objets failles.



a



b

FIG. 4.15 – *Attribut faille2 en vue de face (a) et de dessus (b) appliqué sur le bloc sismique précédent.*

## 4.6 Conclusion

Nous avons présenté des méthodes d'estimation du pendage et du pendage maximal. Les cartes d'orientation locale montrent que l'estimateur *OPCRT* est plus performant sur les données sismiques que les "Steerable Filters" ou qu'une ACP sur un gradient de Deriche local. L'estimation du pendage par l'opérateur *OPCRT3D* est encore meilleure puisqu'elle exploite mieux l'information disponible. Les résultats d'estimation du pendage 3D sont difficiles à analyser s'ils ne sont pas visualisés sous la forme de surface 3D.

La synthèse d'un horizon sismique à partir des pendages est pertinente autour du germe et devient instable loin du germe (ou de la génératrice de la surface).

Nous avons présenté des attributs faille fondés sur l'orientation estimée par l'opérateur *OPCRT3D*. Ces attributs détectent bien les failles et sont correctement localisés sur les zones de failles.



# Conclusion

Dans ce mémoire nous avons proposé de nouveaux estimateurs de l'orientation locale. Après avoir précisé le modèle mathématique représentant des textures dont l'orientation est non ambiguë, nous avons établi les conditions générales de non biais des estimateurs de type gradient (*GOP*) et de type vallonnement (*VOP*). Nous avons proposé une famille d'opérateurs à réponse impulsionnelle finie présentant un biais nul pour des fonctions génératrices polynomiales dont le degré maximal est fonction du nombre de coefficients du masque. Nous avons associé à chaque opérateur une mesure de confiance qui permet de choisir l'opérateur *GOP* ou *VOP* le mieux adapté à la configuration locale ainsi que son échelle (taille du masque).

Concernant les pixels pour lesquels il n'existe pas d'estimateur efficace (transition entre les régions d'inflexion et les régions de vallonnement) nous avons proposé des procédures de propagation et de combinaison des informations d'orientation pertinentes présentes dans le voisinage. Ensuite nous avons comparé les performances de ces nouveaux opérateurs par rapport à l'existant en considérant le biais d'estimation et la robustesse au bruit sur différents exemples de textures à fonction génératrice sinusoïdale. Nous avons montré que l'estimateur *OPCRT* est le plus performant sur l'ensemble de ces images de test. Nous avons alors utilisé cet estimateur pour estimer le pendage d'images sismiques. Les résultats montrent que le pendage ainsi estimé est plus pertinent. Nous avons alors proposé une extension 3D de l'algorithme (*OPCRT3D*) pour l'estimation du pendage.

Enfin nous avons appliqué ces opérateurs aux images sismiques dans le cadre de la synthèse d'horizons 3D et de la détection de failles. Les opérateurs développés dans le cadre de ce travail se sont avérés performants, aussi bien sur les textures synthétiques que sur les blocs sismiques.

Nous pouvons toutefois proposer quelques perspectives à ce travail. La première concerne l'estimation de l'orientation. Comme nous nous sommes attachés à estimer l'orientation locale dominante, il paraît intéressant d'étudier comment estimer les autres orientations locales. Cela peut être envisagé par la recherche de la surface adaptée pour chaque orientation tout en gardant notre définition de l'orientation qui reste assez générale. Pour cela, l'utilisation des réseaux orientés

de lignes parallèles peut apporter les informations supplémentaires permettant de délimiter le nombre de tendances directionnelles sur un support.

Une deuxième perspective est de développer des réseaux de lignes qui s'adaptent au signal au niveau de leur taille (ou de leur forme). Cela permettrait pour des applications de détection de failles d'être moins sensibles aux erreurs de modèle induites par la forme rigide des réseaux.

Une troisième perspective réside dans le passage en 3D des réseaux. Cela permettrait de disposer d'une véritable confiance 3D pour l'opérateur *OPCRT3D*.

# Annexe A

## Différents filtres orientés

### A.1 Base de filtres séparables $X - Y$ pour des “Steerable Filters”

Les “Steerable Filters” ( $g_{2,\theta}, h_{2,\theta}$ ) utilisent la dérivée seconde d’une gaussienne et sont décomposables dans la base constituée d’éléments séparables  $X - Y$ . L’expression de  $g_{2,\theta}$  est:

$$g_{2,\theta}(x,y) = \sum_{i=a}^c k_{i,g} g_{2,i}(x,y)$$

avec 
$$\begin{cases} k_{a,g} &= \cos^2(\theta) \\ k_{b,g} &= -2 \cos(\theta) \sin(\theta) \\ k_{c,g} &= \sin^2(\theta). \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Les fonctions  $k_{.,g}$  sont les fonctions d’interpolation. Les filtres ( $g_{2,a}, g_{2,b}, g_{2,c}$ ) sont les filtres de base:

$$\begin{cases} g_{2,a}(x,y) &= 0.9213(2x^2 - 1) \exp(-(x^2 + y^2)) \\ g_{2,b}(x,y) &= 1.843xy \exp(-(x^2 + y^2)) \\ g_{2,c}(x,y) &= 0.9213(2y^2 - 1) \exp(-(x^2 + y^2)). \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

La figure (A.1) présente ces filtres de base séparables  $X - Y$  pour  $g_{2,\theta}$ .

L’expression de  $h_{2,\theta}$  le filtre en quadrature de  $g_{2,\theta}$  est:

$$h_{2,\theta}(x,y) = \sum_{i=a}^d k_{i,h} h_{2,i}(x,y)$$

avec 
$$\begin{cases} k_{a,h} &= \cos^3(\theta) \\ k_{b,h} &= -3 \cos^2(\theta) \sin(\theta) \\ k_{c,h} &= -3 \cos(\theta) \sin^2(\theta) \\ k_{d,h} &= -\sin^3(\theta) \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

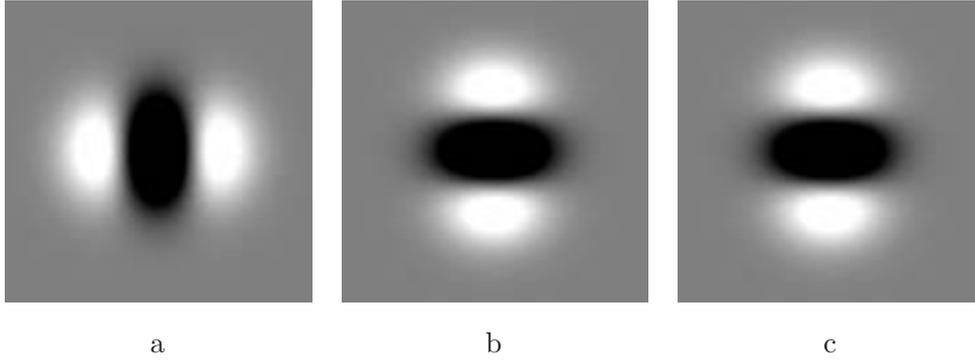


FIG. A.1 – Masques de convolution des “Steerable Filters” de la base séparable  $X - Y$ : ( $g_{2,a}$  (a),  $g_{2,b}$  (b),  $g_{2,c}$  (c)).

Les filtres de base sont ( $h_{2,a}, h_{2,b}, h_{2,c}, h_{2,d}$ ):

$$\begin{cases} h_{2,a}(x,y) = 0.978(x^3 - 2.254x) \exp(-(x^2 + y^2)) \\ h_{2,b}(x,y) = 0.978(x^2 - 0.7515)y \exp(-(x^2 + y^2)) \\ h_{2,c}(x,y) = 0.978(y^2 - 0.7515)x \exp(-(x^2 + y^2)) \\ h_{2,d}(x,y) = 0.978(y^3 - 2.254y) \exp(-(x^2 + y^2)). \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

La figure (A.2) présente les filtres de base séparables  $X - Y$  pour  $h_{2,\theta}$ .

## A.2 Fonction angulaire optimale pour les “Wedge Steerable Filters”

La figure (A.3) présente les fonctions angulaires optimales  $W$  en fonction du nombre  $n$  de paires de filtres de base.

## A.3 Fonction radiale pour les “Wedge Steerable Filters”

La fonction radiale  $g(r)$  est choisie unitaire sur une couronne  $(R_1 + \delta_1, R_2 - \delta_2)$  autour du centre du masque et nulle à l’extérieur de la couronne. La transition entre ces deux zones est assurée par des sinusoides:

- pour  $r < R_1$  et  $R_2 < r$ ,  $g(r) = 0$
- pour  $R_1 < r < R_1 + \delta_1$ ,  $g(r) = \frac{1}{2}[1 - \cos(\pi(r - R_1)/\delta_1)]$
- pour  $R_1 + \delta_1 < r < R_2 - \delta_2$ ,  $g(r) = 1$
- pour  $R_2 - \delta_2 < r < R_2$ ,  $g(r) = \frac{1}{2}[1 + \cos(\pi(r + \delta_2 - R_2)/\delta_2)]$

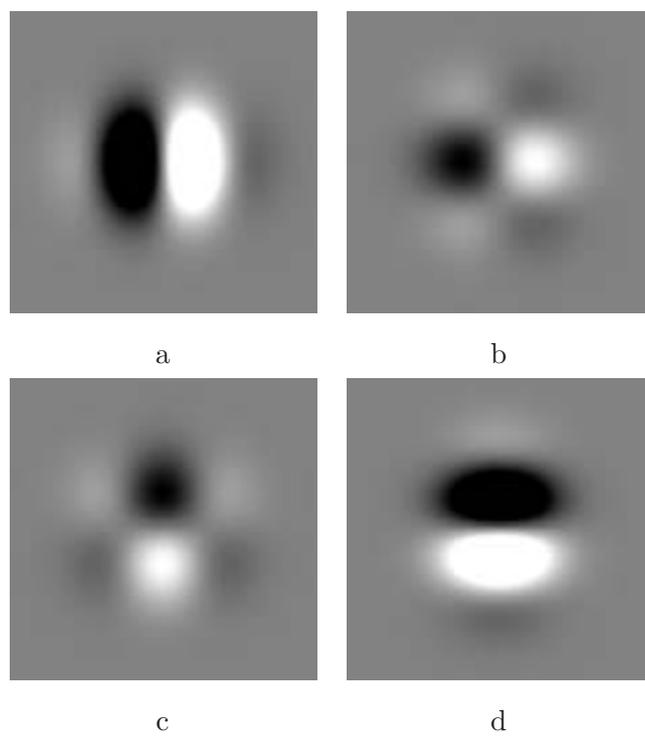


FIG. A.2 – Masques de convolution des “Steerable Filters” de la base séparable  $X - Y$ : ( $h_{2,a}$  (a),  $h_{2,b}$  (b),  $h_{2,c}$  (c),  $h_{2,d}$  (d)).

Nombre de paire de filtres n	5	9	18	36
W optimal	$w(1) = 0,2665$ $w(2) = -0,5063$ $w(3) = 0,5876$	$w(1) = 0,1242$ $w(2) = -0,258$ $w(3) = 0,3616$ $w(4) = -0,4298$ $w(5) = 0,4524$	$w(1) = -0,0471$ $w(2) = 0,1014$ $w(3) = -0,1513$ $w(4) = 0,1976$ $w(5) = -0,2380$ $w(6) = 0,2720$ $w(7) = -0,298$ $w(8) = 0,3163$ $w(9) = -0,3254$	$w(1) = 0,0172$ $w(2) = -0,0374$ $w(3) = 0,0568$ $w(4) = -0,0760$ $w(5) = 0,0945$ $w(6) = -0,1124$ $w(7) = 0,1294$ $w(8) = -0,1455$ $w(9) = 0,1605$ $w(10) = -0,1744$ $w(11) = 0,1870$ $w(12) = -0,1982$ $w(13) = 0,2080$ $w(14) = -0,2162$ $w(15) = 0,2229$ $w(16) = -0,2280$ $w(17) = 0,2313$ $w(18) = -0,2330$

FIG. A.3 – *Fonctions angulaires optimales  $W$  en fonction du nombre  $n$  de paires de filtres de base.*

## Annexe B

# Estimation exacte de l'orientation pour des surfaces orientées de fonction génératrice sinusoïdale

Nous montrons comment la condition de biais nul sur des textures orientées de fonction génératrice sinusoïdale permet de déterminer des contraintes sur les coefficients des masques d'opérateur gradient. A partir de l'équation (2.44) et en utilisant un développement en série des termes  $\sin(wks)$ ,  $\sin(wkc)$ ,  $\cos(wls)$  et  $\cos(wlc)$ , nous obtenons une nouvelle expression de l'orientation estimée:

$$\tan(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} \frac{(-1)^{p+q} w^{2(p+q)+1}}{(2p+1)!(2q)!} \sin(\theta)^{2p+1} \cos(\theta)^{2q} k^{2p+1} l^{2q} m_x(k,l)}{\sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} \frac{(-1)^{p+q} w^{2(p+q)+1}}{(2p+1)!(2q)!} \cos(\theta)^{2p+1} \sin(\theta)^{2q} k^{2p+1} l^{2q} m_x(k,l)} \quad (\text{B.1})$$

En mettant en facteur  $\sin(\theta) = s$  et  $\cos(\theta) = c$  respectivement au numérateur et au dénominateur de (B.1), nous obtenons la condition générale de non biais sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale:

$$\sum_{(p,q) \in \mathbb{N}^2} \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} \frac{(-1)^{p+q} w^{2(p+q)+1} k^{2p+1} l^{2q} m_x(k,l)}{(2p+1)!(2q)!} c^{2q} s^{2p} = \sum_{(p,q) \in \mathbb{N}^2} \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} \frac{(-1)^{p+q} w^{2(p+q)+1} k^{2p+1} l^{2q} m_x(k,l)}{(2p+1)!(2q)!} c^{2p} s^{2q} \quad (\text{B.2})$$

La condition de non biais peut être obtenue en égalant tous les termes des deux séries en  $\cos(\theta)$  et  $\sin(\theta)$ :

$$(2q+1) \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} k^{2p+1} l^{2q} m_x(k,l) = (2p+1) \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}_x} k^{2p+1} l^{2q} m_x(k,l), \quad \forall (p,q) \in \mathbb{N}^2 \quad (\text{B.3})$$

En appliquant cette relation pour les opérateurs  $GOP$ , donc pour  $k$  constant et en choisissant différents couples  $(p,q) \in \mathbb{N}^2$ , nous retrouvons les contraintes engendrées pour l'optimisation des opérateurs  $GOP$  (2.34), (2.37) et (2.41).

## Annexe C

# Propriétés des différents estimateurs

### C.1 Invariance du biais d'un gradient appliqué sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoidale

Nous montrons par la suite que l'estimation de l'orientation d'un opérateur gradient appliqué sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoidale d'équation (2.43) est indépendante de la position du pixel courant sur l'image. L'équation de la convolution du masque  $M_x$  devient en fonction de la symétrie et de l'antisymétrie du masque de convolution:

$$(f * M_x)(i,j) = -4 \cos(wd) \sum_{(k,l) \in \mathbb{N}^2} m_x(k,l) \sin(wks) \cos(wlc) \quad (\text{C.1})$$

avec  $s = \sin(\theta)$ ,  $c = \cos(\theta)$  et  $d = -i \sin(\theta) + j \cos(\theta)$ .

L'équation de la convolution du masque  $M_y$  s'obtient de la même manière en fonction des coefficients  $m_x(k,l) = m_y(l,k)$ :

$$(f * M_y)(i,j) = 4 \cos(wd) \sum_{(k,l) \in \mathbb{N}^2} m_x(k,l) \sin(wkc) \cos(wls) \quad (\text{C.2})$$

L'estimation de l'orientation s'obtient par le rapport de ces deux quantités. Cela permet d'éliminer des deux expressions le terme en  $\cos(wd)$  qui porte l'information de la position sur la surface. L'estimation de  $\theta$  devient:

$$\tan(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{(k,l) \in \mathbb{N}^2} m_x(k,l) \sin(wks) \cos(wlc)}{\sum_{(k,l) \in \mathbb{N}^2} m_x(k,l) \sin(wkc) \cos(wls)} \quad (\text{C.3})$$

L'estimation de l'orientation et le biais sont indépendants de la position  $(i,j)$ .

## C.2 Invariance du biais du gradient de Deriche appliqué sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale

L'estimation de la dérivée de la texture de type surface orientée de fonction génératrice sinusoïdale (2.43) suivant  $(o,x)$  s'écrit:

$$G_x(i,j) = c_0 c_1 \sum_{(k,l) \in \mathbb{Z}^2} k(1 + \alpha|l|) \exp(-\alpha(|k| + |l|)) \sin(w(-(i+k)s + (j+l)c)) \quad (\text{C.4})$$

avec  $s = \sin(\theta)$  et  $c = \cos(\theta)$ . Après une séparation du développement des quatre quarts de plans et une décomposition du terme  $\sin(w(-(i+k)s + (j+l)c))$ , l'équation (C.4) devient:

$$G_x(i,j) = -4c_0 c_1 \cos(wd) \sum_{(k,l) \in \mathbb{N}^2} k(1 + \alpha l) \exp(-\alpha(k+l)) \sin(wks) \cos(wlc) \quad (\text{C.5})$$

avec  $d = -i \sin(\theta) + j \cos(\theta)$ . L'estimation de la dérivée de la même texture suivant  $(o,y)$  est:

$$G_y(i,j) = 4c_0 c_1 \cos(wd) \sum_{(k,l) \in \mathbb{N}^2} l(1 + \alpha k) \exp(-\alpha(k+l)) \sin(wkc) \cos(wls) \quad (\text{C.6})$$

L'estimation de l'orientation est obtenue par le rapport des deux quantités précédentes:

$$\tan(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{(k,l) \in \mathbb{N}^2} k(1 + \alpha l) \exp(-\alpha(k+l)) \sin(wks) \cos(wlc)}{\sum_{(k,l) \in \mathbb{N}^2} l(1 + \alpha k) \exp(-\alpha(k+l)) \sin(wkc) \cos(wls)} \quad (\text{C.7})$$

L'estimation de l'orientation et le biais sont indépendants de la position  $(i,j)$ . Cette démonstration évite de considérer les effets dus aux bords de l'image qui par ailleurs se dissipent rapidement avec un grand coefficient d'amortissement  $\alpha$ .

## C.3 Equivalence des biais d'orientation des gradients de Roberts et de Sobel appliqués sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale

A partir de l'équation (C.3) et des valeurs des coefficients du gradient de Sobel  $\{m_x(1,0) = 2, m_x(1,1) = 1\}$ , l'estimation de l'orientation  $\hat{\theta}_S$  par le gradient de Sobel appliqué sur une texture de type surface orientée de fonction génératrice sinusoïdale ayant une fréquence  $w/2\pi$  est:

$$\begin{aligned} \tan(\hat{\theta}_S) &= \frac{\sin(ws)(1 + \cos(wc))}{\sin(wc)(1 + \cos(ws))} \\ &= \frac{\sin(ws/2) \cos(wc/2)}{\sin(wc/2) \cos(ws/2)} \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Cette estimation est indépendante de la position du point de calcul  $(i,j)$  comme nous l'avons montré en annexe (C.1).

Pour le gradient de Roberts, nous déterminons le gradient au point de coordonnées  $(i + 1/2, j + 1/2)$ . Le rapport des deux convolutions est:

$$\begin{aligned} \frac{V_R}{H_R} &= \frac{\cos(wd - w/2(s + c)) - \cos(wd + w/2(s + c))}{\cos(wd + w/2(s - c)) - \cos(wd - w/2(s - c))} \\ &= -\frac{2 \sin(wd) \sin(w/2(s + c))}{2 \sin(wd) \sin(w/2(s - c))} \\ &= -\frac{\sin(w/2(s + c))}{\sin(w/2(s - c))} \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

Comme nous avons montré que le biais est indépendant de la position  $(i,j)$ , cette formulation de l'estimation de la phase du gradient de Roberts  $\phi_R$  est valable en tout point et notamment au point de coordonnées  $(i,j)$ . A partir de la phase  $\phi_R$  nous obtenons une estimation de  $\theta$  par le gradient de Roberts, puisqu'elles sont liées par une simple rotation:  $\phi_R = \hat{\theta} - \pi/4$ .

$$\begin{aligned} \tan(\hat{\theta}_R) &= \frac{1 - \frac{V_R}{H_R}}{1 + \frac{V_R}{H_R}} \\ \tan(\hat{\theta}_R) &= \frac{1 + \frac{\sin(w/2(s+c))}{\sin(w/2(s-c))}}{1 - \frac{\sin(w/2(s+c))}{\sin(w/2(s-c))}} \\ &= \frac{\sin(ws/2) \cos(wc/2)}{\sin(wc/2) \cos(ws/2)} \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

Cette dernière expression est identique à celle obtenue par le gradient de Sobel (C.8). Les gradients de Sobel et Roberts présentent donc le même biais sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale.

## C.4 Invariance du biais d'un opérateur $VOP$ appliqué sur une texture orientée de fonction génératrice sinusoïdale

Nous démontrons que l'estimation de l'orientation par un opérateur  $VOP$  appliqué sur une texture de type surface orientée de fonction génératrice sinusoïdale d'équation (2.43) est indépendante de la position du pixel courant sur l'image.

L'équation de la convolution du masque  $M_{V1}$  sur la texture devient en fonction de ses propriétés de symétrie et d'antisymétrie:

$$(f * M_{V1})(i,j) = 4 \cos(wd) \sum_{\substack{(k,l) \in \mathbb{N}^2 \\ k > l}} m_{V1}(k,l) (\cos(wks) \cos(wlc) - \cos(wkc) \cos(wls)) \quad (\text{C.11})$$

avec  $s = \sin(\theta)$ ,  $c = \cos(\theta)$  et  $d = -i \sin(\theta) + j \cos(\theta)$ .

L'équation de la convolution du masque  $M_{V_2}$  s'obtient de la même manière en fonction des coefficients  $m_{V_2}(l,k)$ :

$$(f * M_{V_2})(i,j) = 4 \cos(wd) \sum_{\substack{(k,l) \in \mathbb{N}^2 \\ k \geq l}} m_{V_2}(k,l) (\sin(wkc) \sin(wls) + \sin(wks) \sin(wlc)) \quad (\text{C.12})$$

L'estimation de l'orientation s'obtient par le rapport de ces deux quantités, ce qui permet d'éliminer des deux expressions le terme en  $\cos(wd)$ :

$$\tan(2\hat{\theta}) = \frac{\sum_{\substack{(k,l) \in \mathbb{N}^2 \\ k \geq l}} m_{V_2}(k,l) (\sin(wkc) \sin(wls) + \sin(wks) \sin(wlc))}{\sum_{\substack{(k,l) \in \mathbb{N}^2 \\ k > l}} m_{V_1}(k,l) (\cos(wks) \cos(wlc) - \cos(wkc) \cos(wls))} \quad (\text{C.13})$$

L'estimation de l'orientation et le biais sont donc indépendants de la position  $(i,j)$ .

## Annexe D

# Estimateurs *Max – ROS* et *Max – ROA*

### D.1 Principe

Les réseaux orientés de lignes parallèles peuvent aussi être utilisés comme des filtres orientés afin d'estimer l'orientation. L'estimation de l'orientation se fait en étudiant les modes principaux de la distribution des réponses en fonction de l'orientation des réseaux [LP01a]. Différents réseaux et principes peuvent être utilisés dans cet objectif:

- la confiance d'un réseau simple ou celle de réseaux orthogonaux.
- des réseaux symétriques ou asymétriques

L'utilisation des réseaux orthogonaux symétriques permet l'estimation de l'orientation en convoluant ces réseaux pour un nombre fini d'orientations comprises dans l'intervalle  $[-\pi/2; \pi/2]$ . Cette méthode est invariante en rotation. L'orientation estimée se déduit de l'orientation du réseau associé au maximum de la confiance. Nous appelons cet estimateur le *Max – ROS*. Comme nous recherchons une estimation de l'orientation précise, il est nécessaire d'effectuer le calcul pour un grand nombre d'angles. Afin d'éviter un coût calculatoire excessif, il est possible d'opérer par dichotomie sur l'orientation pour rechercher l'angle associé au maximum de confiance. Il faut cependant initialiser la procédure en prenant suffisamment d'angles à la première itération pour ne pas sauter la plage angulaire où se situe ce maximum de confiance.

**2** - L'utilisation des réseaux orthogonaux asymétriques se fait en utilisant la même procédure que précédemment mais sur l'intervalle angulaire  $[-\pi; \pi]$ . Nous appelons cet estimateur *Max – ROA*. Cette estimation est moins robuste au bruit et moins locale que celle de l'opérateur *Max – ROS*. En effet la méthode des réseaux symétriques utilise davantage d'informations locales que les ré-

seaux asymétriques.

**3** - L'estimation de l'orientation par l'étude de la confiance d'un seul réseau asymétrique correspond davantage à l'esprit des "Wedge Steerable Filters" présentés au chapitre (1.3.5.6). Pour obtenir une estimation invariante en rotation, il faut s'assurer que la distance entre les points voisins sur toute la ligne soit constante. Pour y parvenir, comme les points ne coïncident plus avec la grille discrète, il faut donc réaliser une interpolation surfacique ou une double interpolation monodimensionnelle.

L'estimation de l'orientation peut être obtenue de deux manières. Soit nous recherchons l'orientation du réseau ayant la réponse minimale correspondant à l'axe de plus faibles variations du signal et donc à l'orientation de la structure locale. Soit nous recherchons l'orientation du réseau ayant la réponse la plus forte correspondant à l'axe de plus fortes variations du signal donc orthogonal à l'orientation de la structure locale.

Cette estimation est moins robuste au bruit que l'estimation de l'orientation par les réseaux orthogonaux comme les opérateurs  $Max - ROS$  et  $Max - ROA$ . En effet la méthode des réseaux orthogonaux s'appuie sur deux concepts complémentaires: La vérification de l'existence d'une grande variation dans la direction de plus grande pente et d'une faible dispersion dans la direction des isoniveaux.

## D.2 Résultats sur des textures réelles

Nous présentons les résultats obtenus sur les deux textures réelles utilisées dans ce mémoire: l'empreinte digitale (chapitre 3.5.2) et la coupe d'un bloc sismique (chapitre 4.3.2). Nous montrons l'orientation et la confiance obtenues par l'opérateur le plus robuste  $Max - ROS$  (D.1). Les réseaux utilisés pour évaluer la confiance sont composés de 11 lignes de 13 points. Les résultats sont obtenus en utilisant la dichotomie suivante: à chaque itération nous déterminons la réponse de 7 couples de réseaux orthogonaux. Nous présentons des résultats obtenus pour des réseaux à différentes échelles. La figure (D.2) montre l'orientation et la confiance obtenues par l'opérateur  $Max - ROS$  appliqué sur l'image de sismique (D.1) pour différentes tailles de réseau. Les réseaux utilisés ont les tailles suivantes:

- 5 lignes de 7 points.
- 9 lignes de 11 points.
- 15 lignes de 17 points.

Ces résultats montrent l'importance de la taille du réseau. En effet les réseaux doivent être suffisamment grands pour ne plus être sensible aux petites variations de la structure locale. Ces

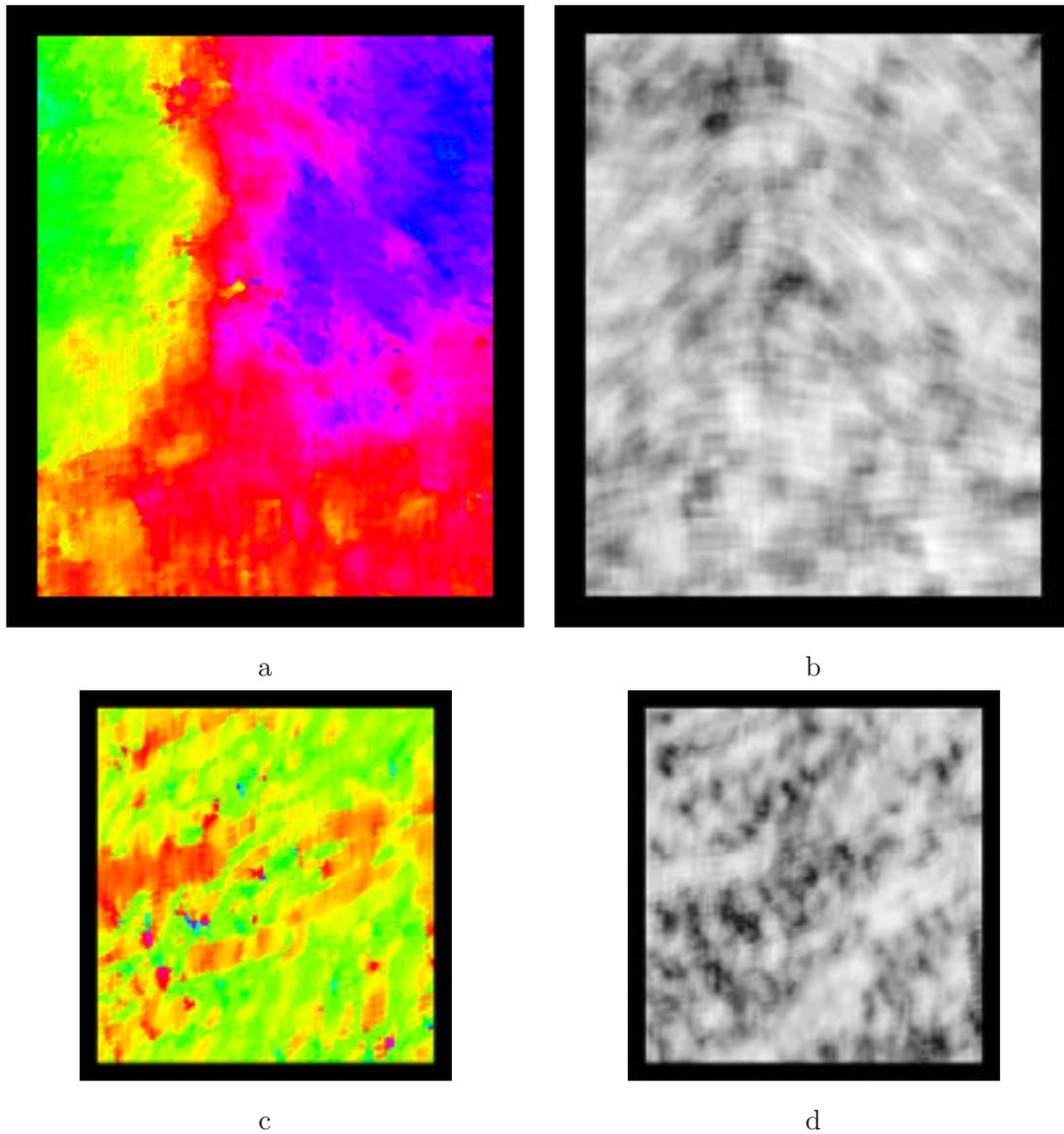


FIG. D.1 – Orientation (a)(c) et confiance (b)(d) obtenues par l'estimateur *Max-ROS* appliqué sur une image d'empreinte digitale et sur une image sismique.

changements correspondent aux passages entre les zones d'inflexion et les zones d'extremums. La confiance d'un réseau de petite taille est particulièrement sensible à ce phénomène d'ondulation dû aux plus faibles variations de  $C$  dans les zones d'inflexion que dans les zones d'extremums. A partir d'une taille conséquente les estimations sont plus stables. En effet de nombreuses structures se maintiennent comme nous l'observons sur les cartes d'orientation obtenues pour des deux plus grands réseaux.

Il est possible d'utiliser ces réseaux de différentes tailles dans une stratégie d'analyse multi-échelle de type construction pyramidale [Ade87].

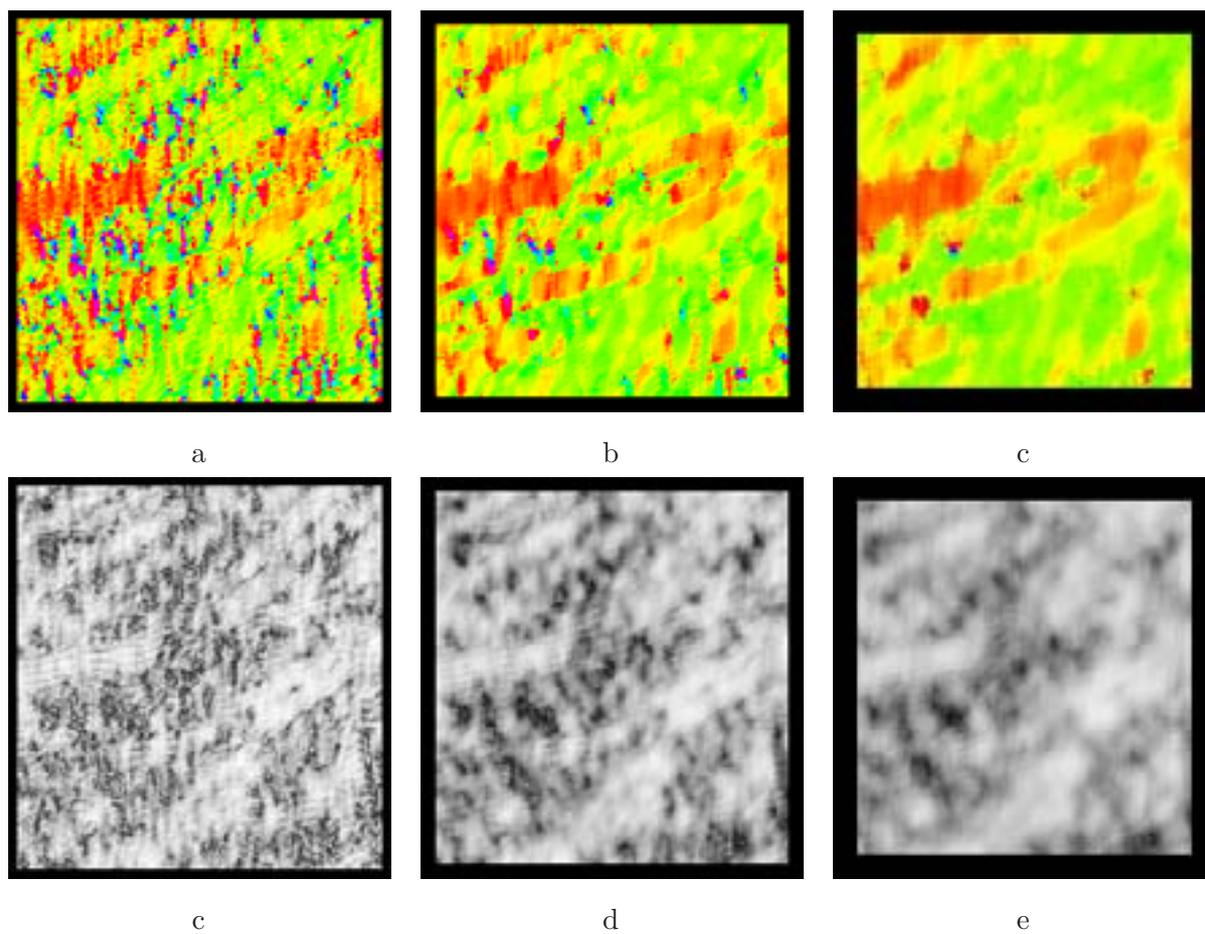


FIG. D.2 – Orientations ( $a, b, c$ ) et confiances ( $d, e, f$ ) obtenues par l'opérateur *Max-ROS* pour des tailles de réseau croissantes (de  $a$  à  $c$ ) appliqué sur une image sismique.

## Annexe E

# Opérateur *OPC*: détermination de caractéristiques

### E.1 Estimation des caractéristiques topologiques

Nous procédons de la manière suivante:

- extraction des extremums.
- extraction des pixels appartenant aux zones d’inflexion.
- extraction des pixels appartenant aux zones d’extremums

#### E.1.1 Extraction des extremums

L’extraction des extremums se fait en recherchant les maxima et les minima locaux. Dans ce qui suit nous utilisons les extremums déterminés sur les voisinages monodimensionnels verticaux et horizontaux de 3 pixels.

#### E.1.2 Extraction des pixels appartenant aux zones d’inflexion

L’extraction des points d’inflexion peut être effectuée de plusieurs façons, notamment en recherchant les zones correspondantes aux maxima du gradient. Nous avons privilégié une recherche des points d’inflexion à partir de l’extraction précédente des extremums.

La figure (E.1) présente le principe de recherche des pixels d’inflexion sur une coupe d’une image avec en abscisse la position des pixels dans cette coupe et en ordonnée leur intensité. Nous considérons que les pixels d’inflexion sont localisés autour de la moyenne des intensités des zones d’extremums qui l’entourent. Cette valeur est obtenue par une moyenne arithmétique entre le maximum et le minimum des zones d’extremums situées de part et d’autre (figure E.1).

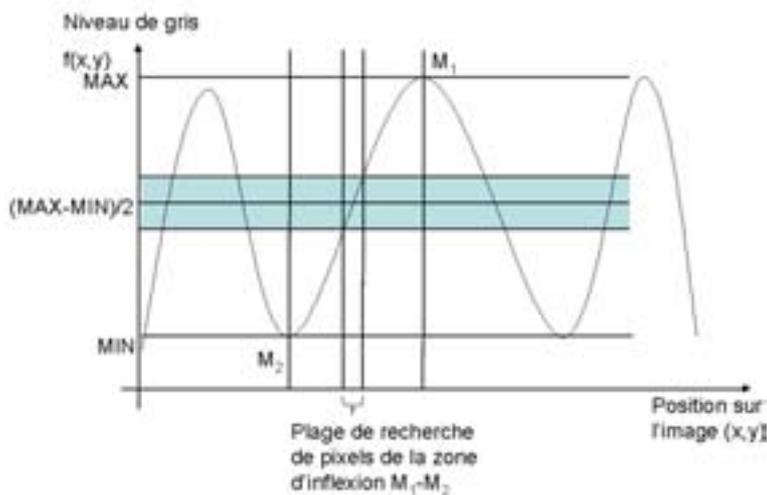


FIG. E.1 – *Principe de sélection des pixels d'inflexion.*

Les pixels situés dans la zone d'inflexion comprise entre ces deux extremums  $M_1$  et  $M_2$  ont des intensités proches de cette moyenne  $\frac{M_1+M_2}{2}$ . Nous affectons à la classe inflexion tout pixel situé entre les deux extremums opposés ( $M_1, M_2$ ) et dont l'intensité est comprise dans un intervalle préfixé autour de la moyenne  $\frac{M_1+M_2}{2}$ . Nous avons choisi une largeur d'intervalle  $I_i$  proportionnelle à la dynamique locale estimée par  $|M_1 - M_2|$ :

$$I_i = |M_1 - M_2| \cdot \alpha_i. \quad (\text{E.1})$$

Cette méthode présente deux avantages: par construction, les points d'inflexion sont toujours situés entre des zones d'extremums. En outre le paramètre  $\alpha_i$  permet de contrôler la largeur des zones d'inflexion afin qu'elles soient représentatives de la classe étudiée.

### E.1.3 Extraction des pixels appartenant aux zones d'extremums

De la même manière que le paramètre  $\alpha_i$  permet de contrôler la largeur des zones d'inflexion, nous utilisons un paramètre  $\alpha_e$  pour déterminer des zones d'extremums réglables en largeur. Nous choisissons un intervalle de recherche proportionnel à la dynamique locale.

Soit  $M_2$  un extremum de la zone en cours de classification,  $M_1$  et  $M_3$  les deux extremums des zones voisines les plus proches. La figure (E.2) présente le processus de sélection des pixels classés comme extremums. Les largeurs des intervalles de classement des pixels de la zone extremum (grise) sont:

$$I_{e1} = |M_2 - M_1| \cdot \alpha_e \quad \text{et} \quad I_{e2} = |M_2 - M_3| \cdot \alpha_e \quad (\text{E.2})$$

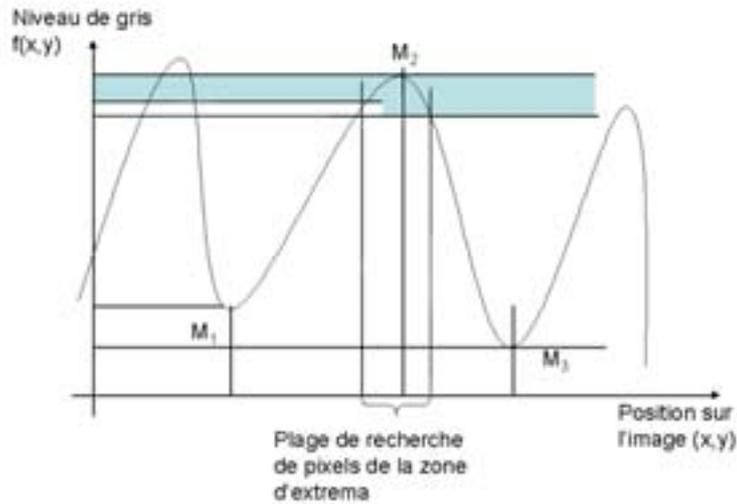


FIG. E.2 – *Principe de sélection des pixels classés extremums.*

Pour déterminer les extremums  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$ , nous recherchons les extremums  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{21}$ ,  $M_{22}$  voisins du pixel  $P$  que nous cherchons à classer comme présenté sur la figure (E.3). Pour tout

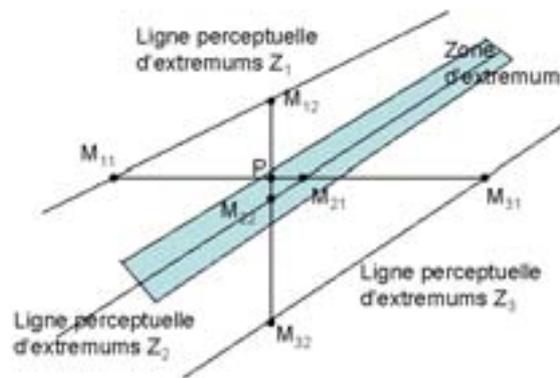


FIG. E.3 – *Principe de recherche des extremums pour un pixel situé dans une zone d'extremums.*

pixel, la détermination des extremums voisins se fait en recherchant les pixels classés extremum suivant les directions horizontales et verticales. A partir des extremums retenus, plusieurs cas sont alors possibles pour estimer les intensités de  $M_1$  et  $M_2$ :

- 4 extremums permettent de calculer une intensité minimale moyenne et une intensité maximale moyenne.
- 3 extremums à partir desquels nous utilisons la paire d'extremums alignée avec  $P$ .
- 1 seul extremum (ou une paire d'extremum constituée de deux maxima ou de deux minima) ne donne pas de solution.

Ce dernier cas correspond à un pixel  $P$  localisé sur le bord d'une structure orientée. L'orientation estimée est alors généralement très perturbée, il est donc préférable de ne pas retenir l'estimation de ce point et de l'affecter à la classe de rejet.

Le même principe de recherche est appliqué à la détermination des extremums pour un pixel situé dans une zone d'inflexion (E.4).

Les pixels qui ne sont ni dans la classe extremum ni dans la classe inflexion, sont dans celle de

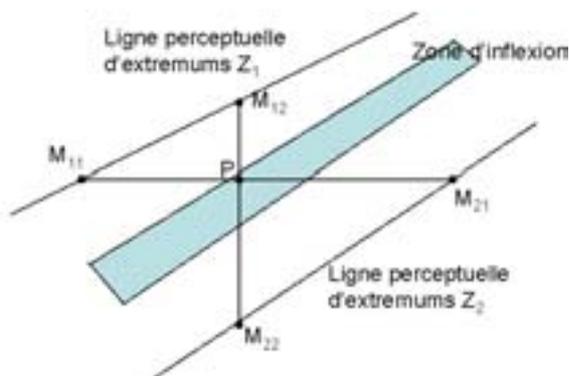


FIG. E.4 – Principe de recherche des extremums pour un pixel situé dans une zone d'inflexion.

rejet. La classification est terminée.

## E.2 Détermination de l'échelle de l'estimateur

La classification réalisée permet de choisir en chaque point le type d'estimateur adéquat. Il convient ensuite de déterminer la taille de masque la mieux adaptée.

Pour les points d'inflexion, nous utilisons l'estimateur *GOP*. Le voisinage adapté est la zone comprise entre les zones d'extremum voisines. La figure (E.4) montre ces zones voisines  $Z_1$ ,  $Z_2$  et la zone intermédiaire. La taille de l'opérateur est déterminée par le plus grand masque contenu dans la zone intermédiaire.

Nous utilisons pour chaque pixel la localisation de ses extremums voisins obtenue pendant la classification afin de déterminer la taille des masques de l'estimateur. En effet la distance  $d$  du pixel courant  $P$  à la zone d'extremums la plus proche  $Z_{proche}$  est un majorant des tailles des masques de convolution. La zone la plus proche  $Z_{proche}$  est soit  $Z_1$ , soit  $Z_2$ . La distance  $d$  est aussi la hauteur du triangle rectangle constitué par  $P$  et par les deux extremums de la zone  $Z_{proche}$  déterminés sur un voisinage  $4V$ :

$$d = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \quad (\text{E.3})$$

$a$  et  $b$  sont les distances entre  $P$  et ses deux extremums de  $Z_{proche}$ .

### Cas particuliers

Nous présentons deux cas particuliers avec une seule zone d'extremum:

- avec 2 extremums, cette zone est la plus proche  $Z_{proche}$ .
- avec un seul extremum, alors la taille des masques est majorée par la distance entre  $P$  et cet extremum.

Pour les zones d'extremums, l'orientation est estimée par un opérateur  $VOP$ . La taille des masques est obtenue en maximisant l'utilisation de l'information locale. Pour cela, l'estimateur utilise les pixels situés entre les deux zones d'extremums voisines de celle de  $P$ . Cette zone intermédiaire est comprise entre les lignes perceptuelles d'extremums  $Z_1$  et  $Z_3$  de la figure (E.4). A l'instar des points d'inflexion, la taille des masques  $VOP$  est majorée par la hauteur du triangle rectangle constitué par  $P$  et ses deux extremums appartenant à la zone voisine la plus proche que nous appelons  $Z_{proche}$ . Nous retrouvons la formule précédente avec  $a$  et  $b$  les distances entre  $P$  et ses extremums de  $Z_{proche}$ .

Les cas particuliers précisés pour les pixels d'inflexion sont identiques en terme de solution pour les pixels extremums.

Nous avons finalement déterminé un majorant  $d$  à l'échelle de l'estimateur quelle que soit la classe du pixel.



# Bibliographie

- [Aac95] T. Aach, A. Kaup, R. Mester. – On texture analysis: Local energy transforms versus quadrature filters. *Signal Processing*, vol. 45, 1995, pp. 173–181.
- [Ade87] E.H. Adelson, E. Simoncelli, R. Hingorani. – Orthogonal pyramid transforms for image coding. *In: Proceedings SPIE - Vision, communication, image*, pp. 50–58.
- [And91] M. Andersson, H. Knutsson. – Orientation estimation in ambiguous neighbourhoods. *In: Proceedings of SCIA*.
- [Big91] J. Bigün, G.H. Granlund, J. Wiklund. – Multidimensional orientation estimation with applications to texture analysis and optical flow. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, n8, August 1991, pp. 775–789.
- [Bro78] M.J. Brooks. – Rationalizing edge detectors. *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 8, 1978, pp. 277–285.
- [Can83] J.F. Canny. – *Finding Edges and Lines in Images*, Thèse de PhD, Massachusetts Institute of Technology, June 1983.
- [Can86] J.F. Canny. – A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 8, n6, June 1986, pp. 679–698.
- [Coc95] J.-P. Cocquerez, S Philipp. – *Analyse d'images: filtrage et segmentation*, Masson, 1995.
- [Dan90] P.E. Danielsson, Olle Seger. – Rotation invariance and higher order derivative detectors. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, vol. 49, 1990, pp. 198–221.
- [Dav98] E.R. Davies, D.R. Mason, M. Bateman, J. Chambers, C. Ridgway. – Linear feature detectors and their application to cereal inspection. *In: Proceedings of EUSIPCO*, pp. 2561–2564, Rhodes, Greece, September 1998.
- [DC76] M.P. Do Carmo. – *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice Hall, 1976.
- [DC00] J.-P. Da Costa, C. Germain, P. Baylou. – Level curve tracking algorithm for textural feature extraction. *In: Transactions of ICPR*, Barcelona, Spain, September 2000.

- [DC01a] J.-P. Da Costa, F. Le Pouliquen, C. Germain, P. Baylou. – New operators for optimized orientation estimation. *In: Transactions of ICIP'01*, Thessaloniki, Greece, October 2001.
- [DC01b] J.P. Da Costa. – *Analyse statistique de textures directionnelles: Application à la caractérisation de matériaux composites*, Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, France, Décembre 2001.
- [Der87] R. Deriche. – Using canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. *International Journal of Computer Vision*, vol. 1, n2, 1987, pp. 167–187.
- [Der90] R. Deriche. – fast algorithms for low-level vision. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, n1, January 1990, pp. 78–87.
- [Don99] M. Donias. – *Caractérisation de Champs d'Orientation par Analyse en Composantes Principales et Estimation de la Courbure: Application aux Images Sismiques*, Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, France, Janvier 1999.
- [Dud73] R.O. Duda, P.E. Hart. – *Pattern Classification and Scene Analysis*, John Wiley and Sons, 1973.
- [Far99] G. Farneäck. – *Spatial Domain Methods for Orientation and Velocity Estimation*, Thèse de PhD, Linköping University, Mars 1999.
- [Fre91] W.T. Freeman, E.H. Adelson. – The design and use of steerable filters. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, n9, september 1991, pp. 891–906.
- [Fre92] W.F. Freeman. – *Steerable filters and Local Analysis of Image Structure*, Thèse de PhD, Massachusetts Institute of Technology, June 1992.
- [Ger97] C. Germain. – *Contribution à la Caractérisation Multi-échelle de l'Anisotropie des Images Texturées*, Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, Décembre 1997.
- [Gra78] G.H. Granlund. – In search of a general picture processing operator. *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 8, 1978, pp. 155–173.
- [Gra95] G.H. Granlund, H. Knutsson. – *signal Processing for Computer Vision*, Kluver, 1995.
- [Har80] R.M. Haralick. – A facet model for image data: Regions, edges and texture. *In: Digital Image Processing*, D. Reidel Publishing Company, 1980.
- [Har83] R.M. Haralick. – Ridges and valleys on digital images. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, vol. 22, 1983, pp. 28–38.
- [Hue73] M Hueckel. – A local operator which recognizes edges and lines. *Association for Computing Machinery*, vol. 20, 1973.

- 
- [ISI00] GDR ISIS. – *Rapport du contrat de recherche GDR ISIS TotalFinaElf*. – Rapport technique, GDR ISIS, 2000.
- [Jai89] A.K. Jain. – *Fundamentals of Digital Image Processing*, Prentice-Hall International Editions, 1989.
- [Kas87] M. Kass, A. Witkin. – Analysing oriented patterns. *Computer Vision Graphics Image Processing*, vol. 37, 1987, pp. 362–385.
- [Knu94] H. Knutsson, M. Andersson. – Robust n-dimensional orientation estimation using quadrature filters and tensor whitening. *In: Proceedings of ICASSP*.
- [Leh99] T.M. Lehmann, C. Gönner, K. Spitzer. – Survey: Interpolation methods in medical image processing. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 18, n 11, November 1999, pp. 1049–1075.
- [LP01a] F. Le Pouliquen, C. Germain, P. Baylou. – Line orientation operator. *In: Transactions of ICIP'01*, Thessaloniki, Greece, October 2001.
- [LP01b] F. Le Pouliquen, C. Germain, P. Baylou. – Nouveaux opérateurs optimisés pour l'estimation de l'orientation. *In: Transactions of GRETSI'01*, Toulouse, France, september 2001.
- [LP02] F. Le Pouliquen, C. Germain, P. Baylou. – Scale adaptive orientation operator. *In: Transactions of ICPR'02*, Montreal, Canada, August 2002.
- [Man97] R. Manduchi, P. Perona, D. Shy. – *Efficient Implementation of Deformable Filter Banks*. – Rapport technique nTR-97-04, California Institute of Technology, 1997.
- [Mar72] K.V. Mardia. – *Statistics of Directional Data*, Academic Press, London and New York, 1972.
- [Mor87] M.C. Morrone, R.A. Owens. – Feature detection from local energy. *Pattern Recognition Letters*, vol. 6, 1987, pp. 303–313.
- [Per90a] P. Perona, J. Malik. – Detecting and localizing edges composed of steps, peaks and roofs. *In: Proceedings of International Conference on Computer Vision*, pp. 52–57.
- [Per90b] P. Perona, J. Malik. – Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, n7, July 1990, pp. 629–639.
- [Per92] P. Perona. – Steerable-scalable kernels for edge detection and junction analysis. *In: Proceeding of ECCV*.
- [Per95] P. Perona. – Deformable kernels for early vision. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 17, n5, May 1995, pp. 488–499.

- [Pre92] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery. – *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, 1992.
- [Pri99] J.R. Price, M.H. Hayes III. – Steerable filter cascades. *In: Proceedings of ICIP*.
- [Rao90] A.R. Rao. – *A Taxonomy for Texture Description and Identification*, Springer Verlag, 1990.
- [Rao91] A.R. Rao, B.G. Schunck. – Computing oriented texture fields. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, vol. 53, n2, March 1991, pp. 157–185.
- [Set96] *Level Set Methods*, Cambridge University Press, 1996.
- [Set99] *Level Set Methods and Fast Marching Methods*, Cambridge University Press, 1999.
- [Sim96] E.P. Simoncelli, F. Hany. – Steerable wedge filters for local orientation analysis. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 5, n9, September 1996, pp. 1377–1382.
- [Yu01] W. Yu, K. Daniilidis, G. Sommer. – Approximate orientation steerability based on angular gaussians. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, n 2, February 2001, pp. 193–205.

## Liste des publications de l'auteur

### Publications référencées dans la bibliographie

[LP01b] Le Pouliquen, F. and Germain, C. and Baylou, P. - Nouveaux Opérateurs Optimisés pour l'Estimation de l'Orientation, Transactions of GRETSI'01, Toulouse, France, 2001.

[LP01a] Le Pouliquen, F. and Germain, C. and Baylou, P. - Line Orientation Operator, Transactions of ICIP'01, Thessaloniki, Greece, 2001.

[DC01a] Da Costa, J.-P. and Le Pouliquen, F. and Germain, C. and Baylou, P. - New Operators for Optimized Orientation Estimation, Transactions of ICIP'01, Thessaloniki, Greece, 2001.

[LP02], Le Pouliquen, F. and Germain, C. and Baylou, P. - Scale Adaptive Orientation Operator, Transactions of ICPR'02, Montreal, Canada, 2002.

### Publications non référencées dans la bibliographie

Le Pouliquen, F. and Nasser Elding, S. - Restauration du signal entaché par du Bruit Impulsionnel, Transactions of AGI'97, Angers, France, 1997.

Le Pouliquen, F. and Najim, M. - Filtres Adaptatifs 2D pour la Restauration d'images perturbées par du bruit impulsionnel, Transactions of GRETSI'99, Vannes, France, 1999.

**Résumé** – Ce mémoire traite de l'estimation de l'orientation locale des éléments structuraux orientés présents dans les images. Nous avons développés différents opérateurs discrets d'estimation adaptative et optimale de l'orientation. Dans un premier temps, nous définissons de nouveaux opérateurs pour l'estimation optimale de l'orientation à différentes échelles. Nous proposons deux types d'opérateurs complémentaires, des opérateurs gradients GOP adaptés aux régions contours et des opérateurs vallonnements VOP adaptés aux lignes de crête et de vallées. Leur implantation est faite dans le domaine spatial, sous la forme de filtres à réponse impulsionnelle finie.

Dans un deuxième temps, nous proposons des opérateurs qui utilisent les estimations GOP et VOP afin de réaliser une estimation de l'orientation adaptée en échelle. Le meilleur estimateur ainsi construit, l'OPCRT, utilise en plus des informations sur la topologie de la surface locale. Nous réalisons alors une étude de performance de l'estimation de l'orientation obtenue par nos estimateurs vis-à-vis de méthodes classiques comme les filtres orientés ou des moyennés de champs vectoriels gradients. Cette étude est réalisée sur un grand nombre de textures de synthèse et des textures réelles.

Dans une dernière partie, nous utilisons nos estimateurs pour des applications à l'imagerie sismique. Nous proposons alors des estimateurs du pendage sismique 2D et 3D. A partir de ces outils nous proposons des méthodes pour construire des horizons sismiques 3D ou pour détecter des failles sismiques.

**Mots clés** – analyse d'image, orientation, filtres discrets optimaux, estimation adaptative, imagerie sismique, extraction de surface.

**Abstract** – In this thesis, we focus on directional textures and we present novel methods for estimation of local orientation. These methods are optimized for orientation estimation and adapted to the variation of the local scale of oriented patterns. Firstly, we proposed two frameworks for the conception of discrete filters in the spatial domain that are complementary for orientation estimation. We propose an optimized gradient operator called GOP which is adapted to the slope regions and an optimized valleyiness operator called VOP which is adapted to the crests and valleys.

Then we define new operators adapted to the local scale which use GOP and VOP estimations obtained at different scale. The best one called OPCRT uses the topology of the local surface to make the fusion of these different estimations. We give an evaluation of the performance of this operator compared with classical methods like Oriented Filters or Principal Component Analysis of gradient field. This study has been made on various synthetic textures and on natural ones.

Finally, we use our estimators on seismic images in order to extract seismic horizons and their dip. We also provide methods to locate seismic faults.

**Keywords** – image analysis, orientation, optimal discrete filters, adaptive estimation, seismic images, surface extraction.