$N^{\rm o}{\rm d'ordre}$: 2938

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE DE MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

par Bertrand Kerautret

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : INFORMATIQUE

Reconstruction et lissage de surfaces discrètes

Soutenue le : 17 décembre 2004

Après avis des rapporteurs :

Eric Andres	Professeur, Université de Poitiers
Luc Brun	Professeur, Université de Caen

Devant la commission d'examen composée de :

Jenny Benois-Pineau	Professeur, Université Bordeaux I	Présidente
Eric Andres	Professeur, Université de Poitiers	Rapporteur
Luc Brun	Professeur, Université de Caen	Rapporteur
Achille Braquelaire	Professeur, Université Bordeaux I	Examinateur
Serge Miguet	Professeur, Université Lyon I	Examinateur

À la mémoire de mon grand père, le docteur André Gaussen, décédé le 4 octobre 2004.

Remerciements

Je tiens dans un premier temps à remercier mon directeur de thèse Achille Braquelaire pour m'avoir encadré durant ces trois années et pour le temps qu'il a pu m'accorder ainsi que pour toute son expérience qui je pense, m'a été très précieuse. Je tiens aussi à remercier Francesco d'Errico et Marian Vanhaeren pour l'intérêt qu'ils m'ont manifesté à travers mes travaux et pour leurs investissements par rapport aux différents projets que nous avons réalisé ensemble.

J'adresse aussi de vifs remerciements à Luc Brun et Éric Andres pour avoir accepté de rapporter cette thèse et pour le temps qu'ils ont accordé à la lecture de ce manuscrit ainsi que pour leurs remarques constructives qui ont grandement contribué à l'amélioration de ce manuscrit. Je remercie aussi Jenny Benois-Pineau et Serge Miguet pour avoir accepté de faire partie du Jury de cette thèse.

Je remercie aussi les personnes qui ont pu me conseiller et me donner leurs points de vues au cours des années précédant ma thèse. Je pense en particulier à Anne Vialard, Carole Blanc, Jaques-Olivier Lachaud et aussi à Jean-Michel Morel de l'ENS de Cachan.

Je remercie aussi Pascal Desbarats, Xavier Granier, Jaques-Olivier Lachaud et Anne Vialard pour les nombreuses discussions et pour leur intérêt qu'ils ont manifesté à travers mes travaux de recherche.

Je souhaite aussi remercier Nicolas Cantini pour la relecture de cette thèse et pour la correction des nombreuses fautes d'orthographe, même si je pense qu'il doit en rester et notamment dans ces remerciements qu'il n'a pas relus.

Je remercie aussi toutes les personnes avec qui j'ai pu partager les grands moments de la rédaction de cette thèse, je pense en particuliers à Benjamin, David, Jean-Baptiste pour lequel je m'excuse d'avoir soutenu un jour de tempête..., Didier, François, Sylvie, Patrick, Anthony, Marcien, Nicolas, Guillaume et de nombreux autres ... Par la même occasion je remercie aussi les personnes du LaBRI qui m'ont permis de passer ces trois années de thèse dans de très bonnes conditions, je pense en particulier à Robert Strandh, Olivier Delmas, Phillipe Biais, Françoise Brinquin, Paule Delrue, Giuliana Bianchi, Cathy Roubineau...

Je tiens aussi à remercier les autres personnes qui ont pu me soutenir en dehors de la thèse comme Marie-cécile, Marie-Line, Gauthier, Julie, Luc et sans oublier mon cousin Loïc pour son soutien lointain de Californie ou de New-York ...

Enfin, pour finir, je remercie aussi ma famille, pour leur soutien constant et aussi pour les différents dessins qui m'ont permis de réaliser des reconstructions originales (page 104).

Reconstruction et lissage de surfaces discrètes

Résumé : Reconstruire une surface à partir des informations photométriques contenues dans une ou plusieurs images constitue un problème classique dans le domaine de la vision par ordinateur. Dans cette thèse, à travers un travail en collaboration avec des archéologues de $l'IPGQ^1$, nous nous sommes penchés sur le problème de reconstruction et d'extraction de paramètres de surfaces discrètes.

Dans un premier temps, nous avons considéré le problème de reconstruction de surfaces à travers une approche discrète, en combinant les informations géométriques de la surface discrète que l'on reconstruit avec les informations photométriques contenues dans une ou plusieurs images. Nous avons pu définir une première méthode basée sur la propagation de contours discrets par niveaux d'iso-altitude. Même si cette approche a pu donner des résultats intéressants sur des images synthétiques, nous nous sommes orientés vers une autre approche beaucoup plus robuste. Cette deuxième méthode est basée sur la propagation de régions d'iso-altitude en considérant le contour d'iso-altitude de manière implicite. La reconstruction a pu montrer une grande résistance vis à vis du bruit et des informations photométriques. Cette méthode permet à travers les patchs de résoudre explicitement les ambiguïtés concaves/convexes lorsqu'une seule source lumineuse frontale est utilisée pour la reconstruction. De plus, étant donné que notre approche ne se base pas uniquement sur l'expression analytique de la fonction de réflectance (habituellement Lambertienne), nous avons pu effectuer la reconstruction d'objets réels spéculaires en considérant d'autres modèles de réflection tel que le modèle de Nayar. Enfin, nous avons pu montrer des résultats originaux permettant d'effectuer une reconstruction à partir de plusieurs dessins associés à plusieurs directions d'éclairage. Les résultats permettent d'envisager un concept original pour définir des formes à partir d'images associées à une surface imaginaire.

Dans une deuxième partie, nous introduisons une nouvelle méthode réversible de lissage de surfaces discrètes. Cette méthode est basée sur l'estimation des caractéristiques du plan discret à partir d'un critère statistique et géométrique. Le critère statistique se base sur la répartition des différents types de surfels présents sur la surface, tandis que le critère géométrique est défini à partir des inégalités du plan discret. À partir de ces caractéristiques, nous définissons ensuite une surface à travers la projection des points discrets sur le plan tangent. Cette projection présente la propriété de transformer les points de \mathbb{Z}^3 dans \mathbb{R}^3 tout en étant réversible. La nouvelle surface Euclidienne résultante de cette transformation est à la fois utile pour l'extraction de paramètres géométriques et pour la visualisation sans aucune perte d'information par rapport à la surface discrète initiale.

Mots clés : reconstruction 3D, shape from shading, géométrie discrète, lissage de surfaces discrètes.

Discipline : Informatique

¹Institut de Préhistoire et de Géologie du Quaternaire

Reconstruction and smoothing of discrete surfaces

Abstract : Shape reconstruction from shading informations contained in one or several images constitutes a classical problem in the field of computer vision. In this thesis, through a collaboration with archaeologists from the $IPGQ^2$, we focus on the reconstruction and parameter extraction of discrete surfaces.

First, we consider the problem of surface reconstruction using a discrete approach by combining geometric informations of the surface which is going to be reconstructed and photometric informations from one or several shading images. We have defined a new approach based on the propagation of discrete equal height contours. This approach gives good results on simple synthetic images, but we have chosen another approach in order to obtain more robustness on real images. This second method is based on the same idea through the propagation of equal height regions (called patch). The resulting reconstruction method gives robust results both on the point of view of photometric informations and noise. Moreover, it allows to explicitly solve the concave/convex ambiguity when only one light source direction (in the direction of the observer) is used for the reconstruction. Furthermore, since the reconstruction does not use the analytical expression of the reflectance map (usually Lambertian), the reconstruction was applied with other reflectance models such as the specular Nayar's model of reflectance. Finally, we have presented some original reconstructions obtained from several drawings associated with several light source directions. These results can offer new perspectives to define an intuitive way for shape modelling from shading images.

In a second part, we introduce a new reversible method for discrete surface smoothing. This method is based on the estimation of the discrete plan characteristics using a statistical and geometrical criteria. The statistical criteria use the allocation of different types of discrete surface elements called surfel and the geometrical criteria is defined from the inequalities of the discrete plane. From the characteristics of the discrete tangent plane, a surface net is deduced by projecting the centers of voxels to the real tangent plane. This projection transforming the surface points from \mathbb{Z}^3 to \mathbb{R}^3 has the property to be reversible. Thus, it allows to obtain a new Euclidean surface net which can be used both for the extraction of geometrical parameters and for visualization.

Keywords : 3D reconstruction, shape from shading, discrete geometry, smoothing of discrete surfaces.

Field : Computer Science

²Institute of Prehistory and Quaternary Geology

Table des matières

1	Intr	roduction	13		
	1.1	Problèmes archéologiques	13		
		1.1.1 Premiers systèmes de notations	13		
		1.1.2 Ornements sur des parures d'enfant	14		
	1.2	Système de vision humain et perception tridimensionnelle	15		
	1.3	Méthodes de reconstruction de surface : Shape from X	17		
	1.4	Contribution	22		
2	Info	rmations photométriques pour la reconstruction de surface	25		
	2.1	Informations photométriques pour la perception tridimensionnelle	25		
	2.2	Interaction lumière/matière	26		
		2.2.1 Notions optiques utilisées et rendu	26		
		2.2.2 Modélisation de la source lumineuse	28		
		2.2.3 Modèles de réflectance	28		
	2.3	Méthodes de reconstruction de Shape From Shading	33		
		2.3.1 Principes de la reconstruction	34		
		2.3.2 Revue des différentes approches	34		
		2.3.3 Limites de l'utilisation d'une seule source lumineuse	37		
	2.4	Utilisation de plusieurs éclairages : <i>Photométrique Stéréo</i>	39		
	2.5	5 Approches discrètes pour la reconstruction de surfaces			
		2.5.1 Principales approches discrètes	41		
		2.5.2 Approche de Kovalesky	41		
	2.6	Vers une approche discrète de reconstruction	42		
3	Rec	construction par propagation de contours discrets	43		
	3.1	Idée principale	43		
	3.2	Extraction des informations par contours d'iso-altitude	44		
		3.2.1 Calcul de la composante horizontale ϕ	47		
		3.2.2 Détermination de la solution unique	48		
	3.3	Reconstruction et évolution des contours discrets	50		
		3.3.1 Propagation des informations de l'orientation de la surface	50		
		3.3.2 Évolution du contour pour la reconstruction	51		
		3.3.3 Stratégie pour combler les zones non reconstruites	52		
	3.4	Expérimentations sur des images synthétiques	55		
		3.4.1 Application sur des formes simples	55		
		3.4.2 Cas spéciaux ayant des zones non reconstruites	58		

		3.4.3 Application sur les cavités de la spatule aurignacienne	59
	3.5	Limitations et extensions possibles	61
		3.5.1 Problème d'initialisation	61
		3.5.2 Limitations dues au bruit et à la surface	61
		3.5.3 Améliorations possibles	62
	3.6	Application au <i>Sketching</i>	62
		3.6.1 Sketching	63
		3.6.2 Sketching et Shape from Shading	63
	3.7	Conclusion	65
1	Dog	construction par propagation de régions	67
4	1 1	Idée principale de la reconstruction	67
	т. 1	4.1.1 Évaluation de la hautaur des points connectés au patchs	68
		4.1.1 Evaluation de la normale sur le bord du patch	70
	19	4.1.2 Estimation de la normale sur le bord du pateir	72
	4.2	4.2.1 Seturation des niveaux d'ise altitude	70 79
		4.2.1 Saturation des inveaux d'iso-antitude	73
		4.2.2 Gestion des différents patchs	75
		4.2.5 Contraintes <i>a priori</i> sur la definition des patchs	() 70
		4.2.4 Approche multi-resolution	70 77
	4.0	4.2.5 Controle de la reconstruction et calibrage à travers les patchs	77
	4.3	Experimentations	78
		4.3.1 Experimentations sur des images synthetiques	78
		4.3.2 Robustesse et resistance au bruit	83
		4.3.3 Temps d'execution	89
		4.3.4 Experimentations sur des images reelles	89
	4.4	Extensions à d'autres cartes de réflectance	96
		4.4.1 Surfaces speculaires	97
		4.4.2 Surfaces Lambertiennes étendues	100
	4.5	Application dans d'autres domaines	101
		4.5.1 Application à la stéréo	101
		4.5.2 Application au sketching	103
	4.6	Améliorations possibles et extensions	106
		4.6.1 Gestion de la fusion entre différents patchs	106
		4.6.2 Reconstruction des zones entièrement invalidées	107
		4.6.3 Reconstruction à partir d'un albédo non constant	109
		4.6.4 Combinaison avec des méthodes de Shape From Contours	111
		4.6.5 Approche multi-résolution adaptative	111
		4.6.6 Reconstruction à partir d'une source lumineuse non distante	112
	4.7	Conclusion	113
5	\mathbf{Liss}	age de surfaces discrètes	115
	5.1	Introduction d'éléments de géométrie discrète	115
		5.1.1 Espace discret et relation d'adjacence	115
		5.1.2 Droites et Plans discrets	116
		5.1.3 Projection et symétrie de plans discrets	117
		5.1.4 Surfaces discrètes	118
	5.2	Lissage de surfaces en géométrie discrète	119

		5.2.1	Problématique	119
		5.2.2	Méthode de relaxation de points discrets	120
		5.2.3	Méthode des tricubes	121
		5.2.4	Lissage à partir des chemins euclidiens	122
	5.3	Lissage	e statistique de surfaces discrètes	123
		5.3.1	Reconnaissance statistique de droites discrètes	124
		5.3.2	Généralisation pour des plans discrets	126
		5.3.3	Tirage aléatoire de surfels	128
		5.3.4	Critère statistique de reconnaissance de plans discrets	130
		5.3.5	Critère géométrique et position du plan tangent	131
	5.4	Représ	sentation de la surface par maillage euclidien	132
		5.4.1	Triangulation de la surface	132
		5.4.2	Projection des centres de voxels vers les points euclidiens $\ldots \ldots$	133
		5.4.3	Interpolation des points spéciaux	138
	5.5	Applic	eations au lissage et à l'extraction de paramètres $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	141
		5.5.1	Lissage de formes synthétiques	141
		5.5.2	Lissage de surfaces provenant de données réelles $\ldots \ldots \ldots \ldots$	142
		5.5.3	Extraction de paramètres	143
	5.6	Amélio	prations et extensions possibles	145
		5.6.1	Considération d'un voisinage adaptatif à la taille de l'objet $\ .\ .\ .$.	148
		5.6.2	Tirage aléatoire de surfels par ombrelles	148
		5.6.3	Approche inter-voxel	148
		5.6.4	Utilisation d'un voisinage non symétrique	148
	5.7	Utilisa	tion des informations photométriques	149
	5.8	Conclu	usion	150
6	Con	clusio	n et perspectives	151
\mathbf{A}	Ana	dyse d	e surfaces visualisées par transparence	155
	A.1	Introd	uction	155
		A.1.1	Analyse de la carte de transmittance	156
		A.1.2	Mise en évidence des zones de diffraction	156
	A.2	Premie		158
	A.3	Perspe	ectives intéressantes	159
		A.3.1	Étude précise de la carte de transmittance	159
		A.3.2	Utilisation des informations de réfraction de la lumière	159
в	Арр	olicatio	n à la reconstruction à partir de modèles	161
	B.1	Recons	struction à partir de dessins générés à partir d'un modèle	161
	B.2	Applic	ation au re-éclairage	161
Bi	bliog	graphie		168

Chapitre 1 Introduction

Ce travail s'inscrit entre autres dans la continuation d'une collaboration faite avec les archéologues Francesco d'Errico et Marian Vanhaeren de l'Institut de Préhistoire et de Géologie du Quaternaire (IPGQ). Un premier travail effectué avant cette thèse concernait l'étude et l'extraction de paramètres sur de objets numérisés. Ces objets étaient des dents d'animaux préhistoriques pour lesquels les archéologues cherchaient à extraire des caractéristiques de manière simple en vue de faire des appariements [35, 32]. Cette étude concernait principalement des éléments de contours en deux dimensions. Ici nous nous sommes intéressés à des problèmes différents, et en particulier à l'extraction de paramètres sur des surfaces provenant d'outils ou d'objets anciens. Dans la suite de cette section, nous allons détailler les différents thèmes pour lesquels les archéologues souhaiteraient pouvoir extraire la surface pour en déduire différents paramètres utiles à leurs analyses.

1.1 Problèmes archéologiques

1.1.1 Premiers systèmes de notations

Les spatules aurignaciennes sont les premières traces de systèmes que les archéologues appellent les Systèmes Artificiels à Mémoire (SAM). Ces objets datent du paléolithique supérieur et le plus ancien a été retrouvé à l'abri Blanchard et a été daté d'environ 35 000 années (Fig. 1.1). Cet exemple de système de notation présente un ensemble de marques sur la sur-



FIG. 1.1 – Spatule de l'abri Blanchard. Objet souvent interprété comme calendrier lunaire et système de notation.



FIG. 1.2 – Exemple de coquillages perforés (a). Les images (b) et (c) proviennent d'un microscope à balayage électronique.

face plane de l'objet. La spatule en ivoire a souvent été interprétée comme un calendrier lunaire, mais une analyse récente a remis en cause cette origine [15]. L'analyse des marques joue un rôle crucial dans l'interprétation de l'origine réelle de cet objet. En particulier, la forme des marques peut révéler si elles ont été produites par un ou plusieurs outils. De plus, elles pourraient révéler le geste qui a permis à l'homme de les incruster sur cet objet mystérieux.

Une analyse à la fois morphologique et morphométrique pourrait alors permettre de retrouver le nombre d'outils qui serait à l'origine de ces marques. Pour cela une reconstruction en trois dimensions serait précieuse pour les archéologues afin de pouvoir interpréter l'origine exacte de ces objets. Il existe des appareils permettant d'obtenir la reconstruction en trois dimensions mais ces derniers sont toujours extrêmement onéreux d'autant plus que la taille de ces marques ne dépasse pas le millimètre de diamètre.

1.1.2 Ornements sur des parures d'enfant

Pour d'autres problèmes archéologiques il serait intéressant de pouvoir extraire des paramètres sur une surface en trois dimensions. Par exemple, l'on peut s'intéresser à des études qui ont été faites sur des morceaux de coquillages. Ces derniers, retrouvés sur certains cites archéologiques, présentent des perforations qui laissent supposer qu'ils ont été utilisés comme décoration sur des parures d'enfants. Pour pouvoir vérifier cette hypothèse les archéologues essayent de mettre en évidence l'effet de l'usure présent sur la surface des coquillages. Un article récent paru dans la revue *Science* a mis clairement en évidence que ces coquillages portaient bien des traces d'usure prouvant qu'ils avaient bien été utilisés sur des parures d'enfants [25].

Il existe encore d'autres problème en archéologie où la reconstruction en trois dimensions pourrait apporter une grande aide pour l'analyse de certains objets. On peut par exemple citer l'analyse de la surface de perles où les archéologues cherchent à analyser les marques d'usures.

À travers ces exemples, on peut se rendre compte qu'une reconstruction en trois dimensions permettrait de faciliter les analyses sur un grand nombre de coquillages. Il serait alors possible d'analyser plus facilement de nouvelles caractéristiques et en particulier cela permettrait de détecter plus facilement les traces d'usure de la surface. La figure 1.2 montre un exemple de ces coquillages présentant des traces d'usures.

Avant d'analyser les différentes techniques de reconstruction de surfaces qu'il existe dans le domaine de la vision par ordinateur, il est intéressant de faire une rapide revue des éléments physiques et psychologiques qui contribuent à notre perception humaine tridimensionnelle. En effet, de nombreuses méthodes que nous verrons par la suite s'inspirent largement de notre système de perception en trois dimensions.

1.2 Système de vision humain et perception tridimensionnelle

Le système de vision humain est un processus très complexe qui prend en compte un grand nombre d'éléments pour la perception tridimensionnelle. Ces éléments peuvent être à la fois de nature psychologique mais aussi d'origine physique. Pour décrire ces phénomènes, il est possible dans un premier temps d'observer les techniques que les peintres utilisent pour donner l'impression de relief et de profondeur dans leur tableau. Un des premiers principes le plus connu est l'utilisation de la perspective. Par exemple, si l'on souhaite représenter une route qui part vers l'infini, le dessin sera composé de deux droites non parallèles dont le point d'intersection virtuel déterminera l'horizon de la scène. Dans le même ordre d'idée, on peut citer la perspective dite "atmosphérique" où une atténuation en fonction de la distance peut donner une impression de profondeur. Par exemple, pour la représentation d'une vue d'un paysage panoramique, la présence d'humidité dans l'air ou de pollution peut traduire une notion de profondeur de la scène. Ce phénomène peut d'ailleurs être réduit en photographie en utilisant un filtre polarisant. L'impression de profondeur peut alors être modifiée même si elle permet de donner une meilleure vue de la scène.

Une autre technique pour donner du relief dans des peintures est d'utiliser la réflection de la lumière sur la surface représentée. Cette façon d'utiliser les effets de la lumière à travers les nuances d'intensité lumineuse permet de donner du relief à la scène en particulier quand la perspective n'est pas assez significative pour donner une impression réaliste de profondeur. Pour donner un maximum de réalisme, les ombres portées sont aussi utilisées conjointement avec les variations d'intensité. Un autre exemple qui démontre l'importance des ombres et des nuances d'intensité est la comparaison de la perception humaine à différents moments de la journée. Par exemple, quand les rayons du soleil sont au zénith, la perception d'une scène est moins importante que lorsque le soleil est à l'horizon. Cette perception peut s'expliquer par le fait qu'au moment où le soleil est à l'horizon, les ombres portées sont plus importantes tout comme les nuances d'intensité réfléchies sur la scène [47].

Une caractéristique de type plus géométrique joue aussi un rôle important dans la vision humaine. Le fait que l'homme possède deux yeux permet de donner au cerveau deux points de vue différents d'une même scène. La corrélation de ces deux informations différentes lui permet de retrouver la distance d'un objet par rapport à l'observateur. Il existe un moyen simple de vérifier cette propriété de notre perception en fermant simplement un oeil. Il devient alors beaucoup plus difficile de remettre le capuchon d'un stylo en fermant un oeil. On peut observer que la personne finit par y arriver après plusieurs essais. Un autre exemple qui illustre bien l'importance de la vision stéréoscopique se situe dans les dispositifs de simulation en trois dimensions. Ainsi, les lunettes stéréoscopiques permettent d'obtenir deux images différentes chacune associées à l'oeil droit et gauche. On arrive alors à simuler la lumière qui arriverait naturellement dans nos deux yeux de la même façon que dans une situation réelle. Les stéréogrammes constituent un autre exemple qui permettent d'associer à chaque oeil une image qui lui est destinée. Le processus d'association d'une image pour chaque oeil est un peu plus complexe, mais il est basé sur la distance de mise au point de notre système visuel. La figure 1.3 montre un exemple de stéréogramme généré par le logiciel *krosseye* grâce



FIG. 1.3 – Exemple de stéréogramme. Ce stéréogramme a été obtenu à partir du logiciel *Krosseye* et de la carte de hauteur reconstruite à partir de l'algorithme de *Shape From Shading* présenté dans le chapitre 4.

à la carte de hauteur d'une main reconstruite à partir de l'algorithme de *Shape from Shading* présenté au chapitre 4. Pour pouvoir percevoir la forme en trois dimensions à partir de cette image, il est nécessaire de positionner l'image à quelques centimètres des yeux et de l'éloigner progressivement sans essayer de percevoir une image nette.

La propriété physique de la matière joue aussi un rôle important dans la précision de la perception humaine en trois dimensions. Ici, l'on entend par propriété physique la façon dont la lumière est réfléchie sur la surface. Il existe deux classes principales de surface que l'on peut nommer comme diffuse ou spéculaire. Les surfaces diffuses sont celles qui apparaissent mattes et en particulier où l'intensité réfléchie ne dépend pas de la position de l'observateur. Par opposition, les surfaces spéculaires apparaissent brillantes et l'intensité réfléchie dépend de la position de l'observateur. On peut observer que ces surfaces spéculaires mettent plus en valeur le relief de la surface. Par exemple, une surface métallique comme celle d'une pièce de monnaie présente plus de relief que si l'on avait fait la même pièce à partir d'une matière Lambertienne telle que le plastique ou la pierre. Une autre application permet de montrer l'influence de la matière pour la perception d'une surface. Par exemple, dans l'analyse des surfaces par microscope qu'utilisent certains archéologues, on peut remarquer l'utilisation de résines transparentes pour l'observation de marques profondes. Le relief est beaucoup plus visible pour les surfaces obtenues à partir de résine transparentes que pour la même surface faite dans de la résine blanche. La figure 1.4 montre un exemple de l'influence de la nature de la surface utilisée pour la visualisation des profondeurs. Il est bien visible que sur les marques de l'image (b), de nombreux détails peuvent être mieux distingués que dans l'image (a). De plus, les ombres ne sont pas présentes dans l'image (b) car la direction d'éclairage est située sous la surface étudiée. Il est possible de remarquer que cette image donne la même impression qui serait obtenue si la surface était en fer car de nombreux petits détails sont bien visibles sur la surface.

La texture d'un objet joue aussi un rôle important dans le processus de la vision humaine [46]. Enfin, on peut aussi noter le rôle que peuvent jouer les contours et les silhouettes d'un même objet.

Les éléments spatiaux temporels dans une séquence d'images contribuent également à notre perception de formes et de profondeur. Nous pouvons facilement en être convaincu en considérant un exemple très simple. Pour cela considérons une image composée aléatoirement de points noirs et blancs. Nous pouvons générer une séquence d'images où nous déplaçons



FIG. 1.4 – Illustration de l'influence des propriétés physiques pour la visualisation. L'image (a) représente la surface de plusieurs cavités faites dans de la résine blanche (Lambertienne) et l'image (b) représente ces mêmes cavités visualisées à partir d'une résine transparente.

chaque point en fonction du déplacement de la forme initiale définie en deux dimensions. À partir de la séquence animée, nous pouvons clairement identifier la forme à partir des changements de points définis dans chaque image. Par contre, en observant chaque image séparément, nous ne pouvons distinguer rien d'autre qu'une distribution aléatoire de points noirs et blancs. Il est aussi possible de percevoir un objet en trois dimensions de la même façon en considérant le mouvement des points de la surface de l'objet considéré.

1.3 Méthodes de reconstruction de surface : Shape from X

Parmi les techniques de reconstruction de surfaces dans le domaine de la vision par ordinateur, il en existe un grand nombre qui s'inspirent de notre modèle de perception en trois dimensions. Les techniques de reconstruction de surfaces sont couramment appelées techniques de *Shape from X*. Le mot *shape* signifie en anglais la forme et X est associé à la technique utilisée pour effectuer la reconstruction.

Techniques de Shape from Stéréo. Une première technique de reconstruction de surface appelée Shape from Stéréo est la méthode qui utilise deux points de vue différents pour effectuer la reconstruction d'une scène en trois dimensions. Le problème de reconstruction peut se résumer en deux phases distinctes. Dans un premier temps, il s'agit de trouver pour chaque pixel d'une image le même point dans l'autre image associée au deuxième point de vue. Ce processus n'est pas simple à effectuer car il est possible que le point en question ne possède pas de points correspondants en particulier lorsqu'il est caché dans la deuxième vue. De plus, si la surface présente une teinte uniforme, l'appariement des différents points sera d'autant plus difficile. La deuxième étape consiste à trianguler la surface à partir des points dont la hauteur a pu être retrouvée correctement. On peut noter que l'association des différents points peut être faite soit de manière automatique ou par l'intermédiaire de l'utilisateur qui définit alors les correspondances entre les points. Un état de l'art sur les différentes techniques de reconstruction des méthodes stéréoscopiques peut être trouvé dans l'article de Scharstein et Szeliski [67]. Parmi les différentes reconstructions on peut s'apercevoir que généralement ces méthodes donnent des résultats moins précis sur des surfaces présentant des zones à faible gradient d'intensité. Ce problème s'explique par la difficulté de retrouver les points d'appariement avec de faibles variations de couleur et permet d'expliquer l'aspect non lisse des surfaces obtenues. On peut remarquer que récemment ces techniques de stéréo ont pu être améliorées par l'utilisation de séquences vidéo [82]. Les résultats de cette dernière méthode permettent d'obtenir avec grande précision des reconstructions d'animations de visage ou de séquences de muscles. La succession d'images stéréoscopiques permet en effet de rajouter de l'information facilitant notamment l'appariement des points.

Techniques de Shape from Shading. En anglais le mot shading se traduit par dégradé, ton ou ombrage. Il est différent du mot shadows qui signifie ombres. Les méthodes de Shape from Shading (SFS) s'inspirent en quelque sorte de ce que fait notre cerveau quand on observe une image en deux dimensions. Les nuances d'intensité produites par la réflection de la lumière sur la surface donnent des informations sur la forme de la surface. La plupart des techniques de SFS supposent que la surface est Lambertienne ce qui limite son utilisation et ne permet pas la reconstruction de n'importe quelle surface. Il existe un grand nombre de méthodes qui ont été développées depuis les années 50. Un bon état de l'art peut être trouvé dans l'article de Zhang et al [84]. Basées sur ce même principe, il existe d'autres méthodes qui utilisent plusieurs directions d'éclairage pour la reconstruction en trois dimensions. L'ensemble de ces techniques sera développé dans la prochain chapitre. De manière générale, on peut observer que ces techniques sont complémentaires avec des techniques de Shape From Stéréo et nous verrons par la suite que sous certaines hypothèses elles peuvent être utilisées conjointement.

Techniques de *Shape from Shadows.* Les ombres peuvent aussi donner des informations sur la forme de la surface. Ces ombres sont plus exactement les ombres portées. Ces techniques utilisent une propriété géométrique puisqu'elles déduisent la profondeur d'un point à partir de l'inclinaison de la lumière incidente. Généralement ces méthodes utilisent un grand nombre d'images afin d'obtenir une reconstruction complète de la surface. Cette approche nécessite une bonne segmentation des ombres présentes sur la surface . Il existe aussi des méthodes qui utilisent les ombres d'un objet mobile afin de déterminer la forme de la surface. Tout comme les techniques de *Shape From Shading*, cette approche est fréquemment utilisée conjointement avec d'autres techniques.

Techniques de *Shape from Focus.* Cette technique ne s'inspire pas directement de notre système de perception en trois dimensions. Il s'agit ici de reconstruire un objet à partir d'un grand nombre de vues associées à différentes zones de mise au point du dispositif optique. À partir de ces différentes vues, la reconstruction consiste à associer une hauteur à tous les points qui apparaissent nets sur chacune des images. La hauteur de ces points sera alors simplement déterminée par le réglage de la focale du dispositif optique. La difficulté de cette méthode réside dans la détection des zones de flou associées à chaque niveau de focal. En particulier, si la surface d'origine ne possède pas de texture, il devient plus difficile de faire la distinction entre les zones nettes et les zones floues. On peut d'ailleurs remarquer que la plupart des reconstructions de démonstration sont faites à partir d'images présentant une texture très importante. De plus, l'obtention de ces images demande du matériel extrêmement précis, comme par exemple les lentilles qui doivent avoir une zone de mise au point la plus petite possible afin d'obtenir le maximum de précision dans la reconstruction.

Il existe un produit commercial basé sur ce principe. La société *alicona* propose tout un dispositif permettant d'acquérir une surface en trois dimensions à partir d'un microscope et

d'un système automatique de mise au point et d'acquisition. Le prix de cet appareil reste encore très cher et le processus de reconstruction montre des difficultés pour reconstruire des surfaces lisses ne présentant pas ou peu de texture. De plus, elle est restreinte à l'analyse de petites surfaces ne dépassant pas quelques centimètres carrés. Le prix de l'appareil s'explique par le matériel de très haute précision qui doit permettre un déplacement de la focale au micromètre prés.

Techniques de *Shape from Polarisation.* La lumière est une onde qui peut être polarisée, plus exactement l'onde peut être orientée dans l'espace. Par défaut, la lumière émise par le soleil ou par une source lumineuse n'est pas polarisée dans une direction privilégiée. De même lorsque la lumière est réfléchie sur une surface elle n'est généralement pas polarisée. Cependant, sur les surfaces brillantes la réflection de la lumière ne se produit que pour une certaine polarisation de la lumière. Ainsi, la lumière réfléchie sera polarisée uniquement dans une direction déterminée en fonction de l'orientation de la surface réfléchissante. Cette polarisation peut alors être utilisée pour retrouver l'orientation de la surface pour des objets qui réfléchissent la lumière de manière polarisée. L'effet de la polarisation peut être vu en utilisant des filtres polarisant. Ces filtres ont la propriété physique de ne laisser passer que la lumière polarisée dans une certaine direction. De récentes techniques ont utilisé ce principe pour retrouver la forme de surfaces transparentes [55, 64]. On peut aussi noter que la polarisation de la lumière est surtout présente lors de la réflection de la lumière sur des surfaces spéculaires. Cette propriété peut être utilisée pour détecter des zones spéculaires et pour améliorer la reconstruction de techniques de *Shape From Sading* par exemple.

Techniques de Shape from Texture. La texture d'un objet peut permettre de donner des informations sur sa forme. Les techniques utilisant ce principe examinent les distortions d'un motif connu sur la surface de l'objet. La première utilisation de ce principe fut introduit par Gibson dans des années 50. On peut noter que la résolution de ce problème est ambiguë dans le sens où il existe plusieurs solutions associées aux formes concaves ou convexes [30]. De plus les motifs réguliers sont rarement présents sur toutes les surfaces ce qui limite fortement l'application de ces méthodes. On peut cependant trouver quelques références qui présentent des résultats sur des surfaces réelles [46, 52].

Techniques de Shape from Silhouettes/contours. Les contours d'un objet permettent d'approximer la forme d'un objet en trois dimensions. Ces méthodes sont robustes et rapides mais elles restent limitées à des formes simples. Le fait même d'utiliser uniquement les silhouettes d'un objet ne permet pas de retrouver les zones concaves. Cette technique est d'ailleurs souvent utilisée en association avec d'autres méthodes. On peut par exemple citer la méthode de Hernadez et Schmitt [17, 18] où les auteurs utilisent à la fois les contours mais aussi la texture des objets à reconstruire. Un modèle déformable est utilisé pour effectuer la reconstruction des objets. Le modèle déformable utilise trois énergies différentes : la première énergie est associée à la texture de l'objet, la deuxième est liée aux contours présents dans chaque image, et enfin une énergie de régularisation est ajoutée. Il existe aussi des approches qui utilisent les informations des couleurs de la scène et reconstruisent la scène à partir d'un modèle en voxel [54, 43]. On peut aussi citer les travaux de Lensh et al [51].

Techniques de *Shape from Motion*. Le mot *motion* signifie en anglais, *mouvement*. Les différentes méthodes utilisant ce principe peuvent être classées en deux familles principales.

La première utilise les changements spatiaux et temporels d'une séquence d'images pour reconstruire une scène ou un objet en trois dimensions. Ces changements sont la conséquence du mouvement relatif de la scène par rapport à la caméra. Le principe de reconstruction se rapproche des techniques de *Shape From Stereo*, car il s'agit de retrouver les correspondances entre différents points caractéristiques, en considérant par exemple des paires d'images dans la séquence vidéo. Cependant les différences entre deux images associées peuvent être minimes ce qui peut entraîner une sensibilité au bruit importante. Il existe de nombreuses références dans ce domaine mais on peut par exemple citer la méthode de Koch et al qui montre de bons résultats à partir d'une série de 16 images [39].

Les changements contenus dans une séquence d'images ne sont pas nécessairement de nature spatiale mais peuvent aussi être induits par un changement d'intensité lumineuse. Par exemple, l'on peut considérer non plus le mouvement de la caméra par rapport à la scène mais le mouvement d'une source d'éclairage par rapport à l'objet. Dans ce cas, ces techniques sont souvent nommées *Shape From Photomotion*. Certains auteurs ont par exemple introduit des techniques de reconstruction utilisant une série de N images associées à différentes directions d'éclairage [85]. Enfin, plus récemment, Zhang et al, utilisent le mouvement d'un objet devant une caméra pour retrouver la forme de l'objet [81]. Les auteurs utilisent à la fois les modifications des intensités lumineuses, et aussi les informations spatiales du mouvement de l'objet par rapport à la caméra.

Le tableau de la table 1.1 montre les avantages et les inconvénients des différentes techniques de *Shape from X*. Chaque item a été classé par ordre d'importance croissant pour les deux catégories avantages et inconvénients. On peut observer qu'il n'existe pas de méthodes réellement meilleures que d'autres. De nombreux critères doivent être pris en compte pour choisir l'une de ces techniques pour mettre en oeuvre une reconstruction suivant le domaine d'application.

Parmi l'ensemble de ces approches, on peut observer qu'il existe de nombreuses combinaisons entre les différentes techniques. Par exemple, les techniques de *Shape from Shading* peuvent être facilement combinées avec les techniques de *Shape From Contours*. On peut aussi citer la combinaison des techniques de *Shape from Shading* avec celles de *Shape from Stéréo*. L'intérêt de ces combinaisons est souvent d'utiliser les points forts d'une technique pour pallier les points faibles de l'autre.

Ces différentes techniques peuvent être évaluées suivant leurs applications dans différentes domaines. De nombreux critères peuvent être pris en compte pour choisir une méthode plutôt qu'une autre. Tout d'abord dans certains cas il n'est pas toujours nécessaire de reconstruire la surface avec une grande précision, car l'utilisation de textures permet de donner une bonne visualisation d'une scène par exemple. Inversement, dans certaines applications l'on peut chercher à reconstruire tout le volume de l'objet étudié. Dans ce cas, toutes les techniques que nous avons vues ne permettent pas d'obtenir facilement une telle reconstruction. Les techniques de *Shape From Contours* sont celles qui permettent le plus simplement d'obtenir tout le volume de l'objet. On peut aussi remarquer que dans certaines applications les informations de hauteurs ne sont pas obligatoirement nécessaires, mais seulement la valeur des normales de la surface. Cela peut être utile par exemple dans les processus de ré-éclairage.

Shape From	Avantages	Inconvénients
Stéréo	 + 2 points de vue différents, + pas d'hypothèse sur la propriété de la surface, + coût faible, + mesure géométrique robuste, 	 association des points, surface sans texture, problème d'occlusion des points, précision sur des faibles variations.
Shading	 + 1 seule image pour la reconstruc- tion, + coût inexistant, + utilisation de plusieurs directions d'éclairage. 	 robustesse, hypothèses sur la surface, limitation engendrée par un seul point de vue.
Shadows	 + mesure géométrique précise, + algorithme relativement simple, + dépendance avec le type de surface, + combinaison avec d'autres techniques possible. 	protocole complexe,segmentation des ombres,nombre d'images important.
Focus	+ robustesse,+ images bruitée.	 coût, mise en oeuvre, limitation liée au système optique, surface sans texture.
Silhouettes / Contours	 + robustesse, + reconstruction du volume entier, + combinaison avec d'autres techniques. 	 zones concaves, protocole d'acquisition, utilisation en vue microscopique très difficile.
Polarisation	 + surface brillante, voir transpa- rente, + précision. 	type de surface limité,mise en oeuvre.
Texture	 + coût de la reconstruction, + combinaison avec d'autres techniques. 	peu utilisable seule,nécessité d'avoir un motif régulier.
Motion	 + facilement utilisable pour des scènes réelles, + coût faible. 	 calibration des cameras, bruits possible entre deux prises de vues, Nombre d'image pouvant être im- portant.

TAB. 1.1 – Avantages et inconvénients des différentes techniques de Shape From X.

1.4 Contribution

Depuis plusieurs décennies, beaucoup d'auteurs s'orientent vers des approches discrètes qui permettent de travailler directement sur les objets discrets sans passer par leurs représentations dans le domaine continu. Ces approches considèrent des objets discrets composés d'éléments finis de deux ou trois dimensions. L'utilisation d'une telle représentation constitue un thème de recherche très récent depuis le développement de l'image numérique et par conséquent les travaux fondateurs n'en sont qu'à leur début. Ces approches ont l'avantage de garder toutes les informations sans perdre de précision par le passage du domaine discret au domaine continue, et inversement. L'informatique n'est d'ailleurs pas le seul domaine où des représentations discrètes sont utilisées pour élaborer de nouvelles théories. Par exemple, au cours des 16 dernières années des physiciens ont élaboré la théorie de la gravitation quantique à boucle [68]. Cette théorie ne fait aucune hypothèse sur le fait que l'espace temps soit continue et cherche à travers ce point de départ d'unifier la théorie quantique et la théorie gravitationnelle.

Dans cette thèse, nous avons choisi de nous orienter vers une approche discrète pour la reconstruction de surface. À travers les différents problèmes archéologiques que nous avons passées en revue, les techniques de reconstruction à partir des informations photométriques apparaissent être celles qui ont le plus de potentiels pour un minimum d'investissement. Même si les résultats obtenus ne sont pas toujours utilisables pour des reconstructions à partir d'images réelles, nous avons choisis d'explorer une approche discrète à la fois pour la reconstruction de surface mais aussi pour le lissage et l'extraction de paramètres de surfaces discrètes.

Une approche discrète pour la reconstruction de surfaces apparaît pouvoir répondre à plusieurs avantages potentiels. Tout d'abord, contrairement aux différentes méthodes qui se basent sur l'expression mathématique d'un modèle spécifique de la réflection de la lumière, une approche discrète permettrait de se baser en priorité sur les éléments géométriques de la surface que l'on reconstruit. Une telle approche permettrait d'utiliser conjointement l'expression de contraintes géométriques en corrélation avec un modèle non spécifique de la réflection de la lumière, ou de la modélisation de la source lumineuse. Ensuite, un autre avantage potentiel se situe dans l'expression de contraintes géométriques qui pourraient être incluses de manière précise en fonction des éléments discrets des images sources. Ces contraintes pourraient ainsi être facilement définies afin de lever par exemple les ambiguïtés concaves/convexes. Enfin, de manière plus générale, une méthode discrète pour la reconstruite directement une surface à partir d'éléments géométriques discrets.

La suite de ce mémoire est organisé de la manière suivante :

- Dans le prochain chapitre, nous introduisons le principe de reconstruction de surfaces à partir des informations lumineuses contenues dans une ou plusieurs images. Nous montrerons les limites de ces approches.
- ensuite, dans le chapitre 3 nous présenterons une nouvelle approche de reconstruction basée sur la propagation de contours discrets. Cette méthode utilise conjointement les informations géométriques de la surface discrète et des informations photométriques contenues dans les images sources.
- le chapitre 4 sera consacré à la présentation d'une nouvelle méthode basée sur la propagation de régions. Nous pourrons voir que cette approche permet d'éviter certaines

difficultés que nous avons pu rencontrer dans la méthode précédente.

 enfin, dans le chapitre 5 nous introduirons une nouvelle approche réversible de lissage de surfaces discrètes permettant le lissage et l'extraction de paramètres sur une surface discrète à partir d'une représentation euclidienne de la surface.

Chapitre 2

Informations photométriques pour la reconstruction de surface

Parmi l'ensemble des techniques que nous avons vues dans le chapitre précèdent, les techniques utilisant les informations photométriques semblent être celles qui ont le plus de potentiel pour un coût extrêmement faible. En effet, ces méthodes ont l'avantage d'être simples à mettre en oeuvre, et le protocole d'acquisition ne demande pas d'investissement supplémentaire. Parmi l'ensemble des techniques de *Shape From Shading* ou de photométrique stéréo que nous allons passer en revue, il semble qu'elles ne soient pas toutes utilisables pour obtenir des reconstructions avec précision. Cependant, nous allons voir que certaines pistes n'ont pas été exploitées, et en particulier les approches discrètes n'ont pas été toutes étudiées.

2.1 Informations photométriques pour la perception tridimensionnelle

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, les informations photométriques jouent un rôle important dans notre système de perception en trois dimensions. À partir du moment où notre système cognitif arrive à retrouver une forme à partir des informations lumineuses, il est légitime de penser qu'il pourrait exister des algorithmes permettant de retrouver des formes en trois dimensions à partir d'une seule photographie. La première mise en œuvre de ce principe remonte aux années 60 pour l'exploration de la lune. Pour préparer l'arrivée de l'homme sur la lune, les chercheurs Russes ont exploité les propriétés de réflexion de la matière lunaire pour analyser sa surface. La surface de la lune peut en effet être modélisée de façon très simple. Horn, dans les années 70, a été l'un des premiers à exploiter ces informations sur d'autres surfaces que la surface lunaire. C'est à partir de ces travaux qu'ont pu naître les premières techniques dites de Shape From Shading.

Ce problème est loin d'être simple, et ce, même pour notre système de vision humain. En effet, quand nous regardons certaines images que nous sommes pas habitués à observer, notre système de vision peut avoir des difficultés à se représenter en trois dimensions l'objet en question. Par exemple, la figure 2.1 illustre ce phénomène. En regardant l'image (a) un grand nombre de personnes peuvent distinguer une concavité tandis que l'image (b) peut être perçue comme une bosse. L'image (b) est en fait la même image que (a) mais ayant subi une rotation de 180°. Ce phénomène vient du fait que notre cerveau fait une hypothèse inconsciente sur la direction d'éclairage. On peut noter que cela peut dépendre des personnes,



FIG. 2.1 – Illustration de l'influence de l'hypothèse sur la direction d'éclairage dans notre perception tridimensionnelle. L'image (b) est la même image que (a) mais qui a subi une rotation de 180° .

mais de manière générale, notre cerveau fait l'hypothèse par défaut que la direction d'éclairage vient du haut à gauche vers en bas à droite par rapport à l'image. Cela constitue d'ailleurs une convention pour l'illustration de schémas représentant un objet en relief. Des études plus précises de cette perception ont d'ailleurs été faites [53]. Cependant, on peut noter que notre interprétation vis à vis de la forme joue aussi un grand rôle. Par exemple, si nous observons un visage parfaitement de face avec un éclairage dans la même direction de l'observateur, le nez nous apparaît bien comme une zone convexe. Cependant il existe bien une ambiguïté que nous ne pouvons pas percevoir car nous ne sommes pas habitués à voir un nez concave. Nous montrerons une telle ambiguïté sur la buste de Mozart dans la suite de ce chapitre dans la partie 2.3.3. Cet exemple démontre bien que notre système de vision a un a priori qui permet de résoudre des ambiguïtés sur des formes qui lui sont familières.

2.2 Interaction lumière/matière

Avant de montrer le principe de reconstruction à partir des intensités lumineuses, il est important de décrire les principales hypothèses de la modélisation de la lumière ainsi que les hypothèses sur la réflection de la lumière. Il existe un grand nombre de méthodes plus ou moins complexes pour modéliser la réflection de la lumière sur une surface. Cependant, pour pouvoir envisager une méthode de reconstruction, il est intéressant d'avoir un modèle de description le plus simple possible mais qui puisse aussi correspondre à une modélisation aussi réaliste que possible.

2.2.1 Notions optiques utilisées et rendu

L'ensemble des hypothèses sur le type de surface, et sur les lois de transmissions de la lumière sont communes à de nombreuses méthodes de reconstruction de SFS. Avant de décrire plus précisément les hypothèses optiques du modèle utilisé, on peut rappeler la définition de la luminance. Cette quantité est largement utilisée en infographie, et se définit notamment à partir du flux énergétique. Ici, nous parlerons de la luminance émise par un point P, car, pour la suite, ce qui nous intéresse est l'intensité émise par un point de la surface. À partir d'un élément de surface dA, d'un angle solide $d\omega$, du flux énergétique Φ , la luminance L est définie par :



FIG. 2.2 – Illustration de la définition de la luminance.

$$L = \frac{d^2 \Phi}{dA \cos \theta d\omega} \tag{2.1}$$

La luminance n'est pas exactement la quantité physique que l'on peut mesurer à partir d'une image de la scène. En effet, ce que l'on mesure sur une image est le flux énergétique par unité de surface. Cette quantité est appelée irradiance et s'exprime en $W.m^{-2}$. Cependant, cette quantité est proportionnelle à la luminance de la scène. Pour la suite, nous ignorerons le facteur de proportionnalité en le considérant égal à 1. Cette simplification ne pose pas de problème particulier car l'on peut supposer qu'elle est faite directement dans le processus d'acquisition.

L'albédo de la surface est aussi une notion importante pour la modélisation de la réflection surfacique. L'albédo (noté ρ) d'une surface se définit à partir du rapport entre le flux énergétique incident et le flux énergétique réfléchi :

$$\rho = \frac{d\Phi_i}{d\Phi_r}$$

Cette quantité dépend essentiellement des propriétés physiques de la matière étudiée même si elle n'est pas nécessairement constante pour toutes les conditions d'éclairage. Elle caractérise simplement l'absorption de la lumière. Par exemple, une surface noire est caractérisé par un albédo très faible tandis qu'une surface blanche possède un albédo se rapprochant de 1. Fréquemment, cette quantité peut être supposée constante en particulier si la surface ne possède pas de texture et qu'elle apparaît d'une luminance constante.

La façon dont la lumière se réfléchit sur la surface dépend de la normale de la surface. L'orientation de la normale peut être définie de différentes façons. La première représentation la plus habituelle est de définir l'orientation par un vecteur défini par ses trois coordonnées dans l'espace. Une autre représentation possible est obtenue en considérant la surface comme une fonction d'élévation Z(x, y). Dans ce cas, il est possible d'exprimer l'orientation de la surface à partir des dérivées partielles des hauteurs Z dans les directions x et y :

$$p = \frac{\partial Z(x,y)}{\partial x}$$
 et $q = \frac{\partial Z(x,y)}{\partial y}$ (2.2)

À partir de ces deux valeurs p et q, il est possible de retrouver le vecteur normal unitaire de la surface :

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}}(-p,-q,1)$$

Maintenant, supposons que nous avons une fonction de réflectance qui exprime la luminance perçue pour une position fixe de l'observateur à partir d'un patch dont l'orientation est connue. Dans ce cas, nous pouvons facilement appliquer un rendu à partir d'une carte de hauteurs initiale. Un moyen fréquemment utilisé est de considérer une carte de hauteur en niveau de gris comme celle par exemple représentée sur la figure 2.4 (a). Ici, la représentation de la surface est effectuée en attribuant pour chaque niveau de hauteur un niveau d'intensité. La carte de hauteurs représentée à été obtenue à partir du scan du buste de Mozart. Le rendu s'effectue alors en calculant le vecteur normal sur la carte des hauteurs, puis en appliquant la fonction de réflectance choisie.

2.2.2 Modélisation de la source lumineuse

Si une source lumineuse ponctuelle est située à une distance suffisamment grande par rapport à la taille de l'objet illuminé, l'on peut considérer que tous les rayons lumineux proviennent d'une seule et même direction. Dans ce cas, la source lumineuse peut être définie par un vecteur unique représentant la direction principale de la lumière. Ce modèle présente l'avantage d'être très simple à modéliser, mais il n'est pas réaliste quand la source lumineuse est proche de l'objet observé. Les images (a-b) de la figure 2.3 illustrent la modélisation d'une source lumineuse ponctuelle située à l'infinie.

Il est possible de modéliser une source lumineuse située à une faible distance de l'objet considéré, émettant uniformément dans toutes les directions. Il suffit pour cela de considérer la position de la source lumineuse dans l'espace pour en déduire la direction du rayon incident. Par exemple si l'on considère un point P(x, y) de la surface de hauteur Z(x, y), la direction du rayon incident est déterminée en fonction de la position de la source lumineuse $l(l_x, l_y, l_z)$ de la façon suivante :

$$l(x, y) = (x - l_x, y - l_y, Z(x, y) - l_z)$$

La figure 2.3 (d) montre un rendu obtenu à partir d'une source ponctuelle située à une position proche de la surface d'origine. Le rendu obtenu à partir de cette source lumineuse apparaît être plus réaliste que celui obtenu sur l'image (b). Cette source lumineuse pourrait être comparée à celle produite par une bougie. Cependant comme nous le verrons par la suite, le fait de prendre en compte une source lumineuse non distante complique la reconstruction à partir du moment où la direction du rayon incident dépend de la position du point considéré.

2.2.3 Modèles de réflectance

Modèle Lambertien

Un des modèles les plus simple de réflection de la lumière est le modèle Lambertien. Une surface Lambertienne, ou parfaitement diffuse est une surface pour laquelle l'intensité lumineuse perçue par un observateur est indépendante de la position d'observation. Ces surfaces apparaissent alors mattes comme par exemple la pierre ou la peau. Plus précisément, le flux énergétique réfléchi sur une surface Lambertienne n'est pas uniforme, mais il est proportionnel



FIG. 2.3 – Illustration de deux types de sources lumineuses. Les images (a) et (b) illustrent une source ponctuelle située à l'infinie. L'illustration d'une source ponctuelle située à une faible distance est représentée par les images (c) et (d). La source ponctuelle a été positionnée au point l = (120, 0, 120) en considérant un repère défini au centre de l'image de dimensions 256×256 .

au cosinus de l'angle d'observation θ . Ainsi, d'après la définition de la luminance (Eq. 2.1), la luminance perçue par un observateur est bien indépendante de la direction d'observation. Ce modèle présente ainsi l'avantage d'avoir une expression numérique très simple qui ne dépend que de l'angle entre le vecteur normal de la surface \vec{n} et de l'angle incident de la lumière \vec{l} . L'intensité lumineuse réfléchie et perçue par un observateur peut être décrite par l'expression numérique suivante :

$$R(\vec{n}) = \rho I_0 \ \vec{n}.\vec{l} \ ,$$

avec I_0 représentant l'intensité de la lumière incidente, \vec{l} , est le vecteur unitaire associé à la direction de la lumière et ρ représente l'albédo de la surface.

Si l'on considère l'orientation de la surface exprimée à partir des dérivées partielles de la hauteur p et q, pour une source lumineuse située à l'infinie, nous obtenons alors l'expression de la reflectance suivante :

$$R(p,q) = \rho I_0 \frac{1 + pp_s + qq_s}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}\sqrt{1 + p_s^2 + q_s^2}},$$
(2.3)

avec p_s et q_s représentant les paramètres associés à la direction d'éclairage.

Nous pouvons aussi exprimer la réflectance obtenue avec une source lumineuse l située à position dans l'espace (l_x, l_y, l_z) :

$$R(x,y) = \rho I_0 \frac{(x-l_x)p + (y-l_y)q - (Z(x,y)-l_z)}{\sqrt{1+p^2+q^2}\sqrt{1+(x-l_x)^2 + (y-l_y)^2 + (Z(x,y)-l_z)^2}},$$
(2.4)

Modèle Lambertien étendu

Le modèle Lambertien présenté précédemment correspond rarement à un modèle physique que l'on peut rencontrer dans des exemples de surfaces réelles. Certains auteurs comme Oren et Nayar proposent un modèle Lambertien qui se rapproche plus d'un modèle Lambertien réel [58]. Ce modèle permet d'inclure un paramètre de rugosité dans le modèle Lambertien.



FIG. 2.4 – Illustration du rendu Lambertien étendu utilisant le modèle de Nayar avec différents paramètres pour la nature de la surface. La direction d'éclairage a été fixée par le vecteur (1, 0, 1).

La réflection de la lumière peut alors être décrite par la Bidirectional Reflectance Diffusion Fonction (BRDF) :

$$I(x,y) = \frac{\rho}{\pi} E_0 \cos \theta_i (A + B \max(0, \cos(\phi_r - \phi_i)) \sin \alpha \tan \beta)$$

$$A = 1.0 - 0.5 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.33}$$

$$B = 0.45 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09}$$

$$\alpha = \max(\theta_r, \theta_i)$$

$$\beta = \min(\theta_r, \theta_i)$$
(2.5)

Les angles (ϕ_i, θ_i) et (ϕ_r, θ_r) sont associés respectivement aux directions des rayons incidents et réfléchis exprimés dans le repère dont l'axe Z est orienté par rapport au vecteur normal N de la surface et l'axe X dans la direction de l'observateur (Fig. 2.5 (a)). Le paramètre σ est relatif à la rugosité de la surface au point de vue microscopique. On peut noter que quand ce paramètre vaut 0 alors la surface est Lambertienne. Le rendu obtenu avec une valeur élevée de σ apparaît plus plat qu'avec le modèle Lambertien vu précédemment. La figure 2.4 montre divers rendus obtenus avec différentes valeurs du paramètre de rugosité σ . La direction d'éclairage est constante pour les trois exemples et fixé à $\phi_s = 0^\circ$ et $\theta_s = 45^\circ$.

Modèle Lambertien/Spéculaire



(b)

Une surface parfaitement spéculaire réfléchit les rayons lumineux comme peut le faire un miroir. Un grand nombre de surfaces possèdent à la fois une composante spéculaire et une composante Lambertienne. L'aspect spéculaire d'une surface correspond à une apparence brillante qui est variable selon la position d'observation. Ce type de surface possède une propriété un peu plus complexe à exprimer à partir du moment où elle ne dépend pas uniquement de l'angle entre la normale de la surface mais aussi de la position de la position de l'observateur. En effet le flux énergétique réfléchi sur la surface n'est plus proportionnel au cosinus de l'angle θ . La position de l'observateur doit

donc être prise en compte pour le calcul de la luminance. La figure ci-contre illustre les différences de la réflection du flux énergétique pour une surface Lambertienne (a)



FIG. 2.5 – Repères associés au modèle de réflection non Lambertien (a) et (b). Le schéma (c) représente la distribution de la luminance pour une surface hybride spéculaire.

et pour une surface mixte ayant une composante spéculaire et une composante Lambertienne (b).

Il existe de nombreux modèles pour exprimer l'apparence spéculaire de la surface. Ces modèles sont souvent basés sur les propriétés physiques de la surface. Un modèle fréquemment utilisé est le modèle de Nayar et al [57]. Il permet de combiner à la fois une composante Lambertienne avec deux autres composantes spéculaires :

$$I(x,y) = K_{ld} \max(0,\cos(\theta_i)) + K_{ls} e^{\frac{\alpha^2}{2\sigma}} + K_{ps} \delta(\theta_i - \theta_r) \delta(\phi_r) , \qquad (2.6)$$

où α correspond à l'angle entre le vecteur normal et le vecteur bissecteur \vec{H} du rayon incident et de la direction de l'observateur (Fig. 2.5 (b)).

Les trois coefficients K_{ld} , K_{ls} et K_{ps} correspondent respectivement aux coefficients du lobe diffus, du lobe spéculaire et du pique spéculaire. Le symbole δ correspond ici au symbole de Kroenecher, i.e $\delta(a)$ vaut 1 si a = 0 et 0 sinon. Le coefficient σ correspond à la rugosité de la surface. La distribution entre les différents lobes est décrite dans la figure 2.5 (c). Chaque lobe représente l'intensité réfléchie en fonction de la direction d'observation. Le lobe diffus montre une répartition égale dans toutes les directions, tandis que le lobe spéculaire est centré dans la direction symétrique de la direction d'éclairage. Le pique spéculaire est aussi représenté sur la figure. Ce schéma est fréquemment utilisé pour décrire la répartition du modèle de réflectance et il est utile dans le sens où il permet de décrire simplement l'intensité lumineuse en fonction de la position de l'observateur. Par exemple, si l'observateur est situé vers la direction d'éclairage il ne verra alors que la partie diffuse de la lumière réfléchie. Par contre, si l'observateur est placé vers le symétrique du rayon réfléchi alors l'observateur pourra percevoir le lobe spéculaire. Dans ce cas l'intensité aura une valeur supérieure et apparaîtra brillante.

On peut déjà observer l'influence de ces paramètres sur des formes qui sont fréquemment utilisées comme surface de références dans les méthodes de reconstruction de Shape From Shading. La figure 2.6 montre trois rendus différent obtenus avec divers paramètres de l'équation du modèle de Nayar, en négligeant le pique spéculaire $(K_{ps} = 0)$. Les images ont été générées avec une carte de hauteurs du buste de Mozart représenté par l'image (a). Dans un premier temps nous avons généré le buste de Mozart en modélisant la surface comme étant une surface Lambertienne $(K_{ld} = 1 \text{ et } K_{ls} = 0, \text{ image (b)})$. L'image (c) a été obtenue avec une partie spéculaire légèrement inférieure à la partie Lambertienne $(K_{ld} = 0.6 \text{ et } K_{ls} = 0.4)$ mais par



FIG. 2.6 – Illustration d'un rendu utilisant le modèle de Nayar avec différents paramètres pour la nature de la surface. La direction d'éclairage a été fixée par le vecteur (1,0,1) et le coefficient du pique spéculaire K_{ps} a été mis à 0.

contre le coefficient de rugosité a été mis à une valeur relativement faible ce qui permet d'obtenir un rendu pouvant être associé à une surface en plastique. En (d), nous avons utilisé un rendu avec une grande partie spéculaire ($K_{ls} = 0.8$) et un coefficient de réflection Lambertienne faible ($K_{ld} = 0.2$). Cette modélisation donne l'impression d'une apparence de type métallique.

Il est intéressant de remarquer que ces images rendues par l'intermédiaire de différents paramètres donnent visuellement plus ou moins de détails sur la forme initiale. Cela laisse penser que ces paramètres peuvent avoir une influence sur la précision d'une reconstruction. Cependant, même si notre système de vision perçoit plus de détails sur ces images, cela ne signifie pas nécessairement que cela soit forcément un avantage pour une méthode de reconstruction. En effet, l'œil humain peut distinguer plus de nuances de gris dans les tons sombres que dans les tons de gris clairs donc une conclusion simplement visuelle peut être trompeuse sur le préjugé que l'on peut avoir sur la qualité de la reconstruction.

Enfin, on peut aussi remarquer l'existence de modèles plus complexes qui prennent en compte des paramètres plus précis sur la nature de la surface comme par exemple la réfraction de la lumière à travers une fine couche de matière supposée conductrice [23, 31]. Cependant, il ne semble pas envisageable pour l'instant d'utiliser ce genre de modèle pour des reconstructions de surfaces. Les raisons se situent à la fois à travers la complexité du calcul que cela engendrerait pour la reconstruction, mais aussi à travers la difficulté pour estimer les différents paramètres du modèle.

Carte de réflectance

La carte de réflectance est un outil classique pour représenter la manière dont se reflète la lumière en fonction de la valeur de la normale. Les valeurs en entrée sont donc les deux composantes du vecteur normal. Généralement ces composantes sont exprimées à partir des dérivées partielles p et q de la hauteur Z(x, y) que nous avons introduites dans la partie 2.2.3. Ainsi pour une direction de la lumière fixée à p_s et q_s , nous pouvons représenter par exemple la carte de réflectance d'une surface Lambertienne :



FIG. 2.7 – Exemples de plusieurs cartes de réflectance. La carte de réflectance pour une surface Lambertienne est représentée en (a). La carte de réflectance représentée par la figure (b) correspond à la carte de réflectance d'une surface spéculaire/lambertienne avec les même paramètres que ceux utilisés pour obtenir la rendu de l'image de la figure 2.6 (c) ($\sigma = 0.1$, $K_{ld} = 0.6$ et $K_{ls} = 0.4$). (c) est la visualisation en trois dimensions de la carte de réflectance Lambertienne (a).

$$R(p,q) = \vec{n}.\vec{l} = \frac{1+pp_s + qq_s}{\sqrt{1+p^2 + q^2}\sqrt{1+p_s^2 + q_s^2}}$$
(2.7)

Pour des raisons de clarté, nous n'avons pas mentionné les paramètres de l'intensité lumineuse, ni de l'albédo de la surface dans la mesure où ces derniers n'ont pas d'influence dans la répartition de la lumière.

La carte de réflectance est un outil utile pour les techniques de reconstruction de surface par *Shape From Shading* dans la mesure ou elle permet de représenter les solutions possibles pour l'orientation de la surface. Comme on peut le voir sur la carte de réflectance présentée sur la figure 2.7, pour une intensité donnée, la solution pour l'orientation de la surface est loin d'être unique. Le principe de reconstruction de surface de *Shape From Shading* consiste à trouver une solution parmi l'ensemble des solutions en appliquant des contraintes.

La figure 2.7 illustre différentes cartes de réflectance pour plusieurs types de surfaces. Le graphique (a) est associé à une surface ayant uniquement une composante Lambertienne. Nous avons aussi représenté la carte de réflectance pour une surface ayant à la fois une composante Lambertienne et une composante spéculaire (graphique (b)). Les paramètres correspondent à ceux utilisés pour le rendu obtenu sur l'image (c) de la figure 2.6. La différence entre les deux cartes de réflectance est bien visible. On peut en effet observer que les lignes d'iso-intensité sont beaucoup plus rapprochées vers la direction d'éclairage pour la surface spéculaire. L'image (c) correspond à la visualisation en trois dimensions de la carte de réflectance Lambertienne (a).

2.3 Méthodes de reconstruction de Shape From Shading

Depuis l'introduction par Horn des techniques de Shape From Shading, un très grand nombre de références peuvent être trouvées dans la littérature. Une moyenne de 40 articles par année ont été écrits à ce sujet. Cependant, les reconstructions obtenues sont loin de donner des résultats intéressants pour être utilisées sur des images réelles. Dans cette section nous allons essayer de passer en revue un certain nombre de techniques et nous montrerons les limites de ces méthodes.

2.3.1 Principes de la reconstruction

Comme nous l'avons vu précédemment le but de la résolution du problème de *Shape From Shading* consiste à retrouver la forme à partir des intensités lumineuses contenues dans une image. L'objectif est donc de retrouver une surface telle que ces normales vérifient l'équation de luminance :

$$R(p,q) = I(x,y) \tag{2.8}$$

Cette équation signifie simplement que la luminance calculée à partir des normales de la surface doit être égale à l'intensité de l'image source I(x, y). En observant la carte de reflectance on peut s'apercevoir qu'il existe une infinité de solutions possibles pour l'orientation de la surface. Des contraintes doivent donc être ajoutées afin de limiter le nombre de solutions.

La plupart des méthodes que nous allons voir par la suite font un grand nombre d'hypothèses pour la reconstruction. Ces hypothèses portent sur de nombreux points :

- surface Lambertienne,
- albédo constant de la surface,
- absence de bruit sur la surface,
- éclairage uniforme (source ponctuelle),
- absence d'ombres portées,
- absence de déformations au niveau d'acquisition.

Ces conditions idéales sont très facilement générées et constituent des images de tests simples à obtenir. Cependant, même avec ces conditions idéales nous pourrons voir par la suite que les reconstructions sont loin de donner des résultats satisfaisants. Nous pouvons aussi noter que l'estimation des paramètres comme l'albédo de la surface ou les paramètres de la source lumineuse peut poser des problèmes dans la reconstruction de surfaces à partir d'images réelles. Ce problème d'estimation de constantes joue aussi un rôle important dans la reconstruction de surfaces réelles spéculaires pour par exemple l'estimation des coefficients de spécularité [8].

2.3.2 Revue des différentes approches

Ici, nous n'allons pas faire une analyse précise de l'ensemble des techniques de Shape From Shading. Il existe en effet deux principales revues qui ont été faites en 1999 par Zhang et al [84], et une étude plus récente faite par Durou et al [16]. On peut aussi mentionner la thèse de Pascal Daniel [13] qui donne un bon état de l'art des différentes techniques.

Pour donner un bon aperçu des différentes techniques de *Shape From Shading* nous pouvons reprendre le classement effectué par Zhang et al qui rejoint sensiblement celui effectué par Jean-Denis Dourou et al. Ces auteurs classent les différentes techniques de Shape From Shading en trois catégories :

- les méthodes de minimisation d'énergie,
- les méthodes de propagation,

- les méthodes locales,
- les méthodes linéaires.

Méthodes de minimisation d'énergie. Le principe de ces méthodes est de minimiser une énergie globale. Cette énergie mesure l'erreur entre l'intensité lumineuse de l'image et celle calculée à partir de la carte de réflectance et des normales de la surface. Par exemple, cette contrainte de luminance peut être exprimé de la façon suivante :

$$\int \int (I-R)^2 dx dy \; ,$$

avec I mesurant l'intensité mesuré sur l'image source et R la réflectance estimée à partir de la carte de la carte de réflectance.

D'autres énergies sont fréquemment utilisées afin d'ajouter des contraintes pour la résolution et la convergence de la reconstruction. Par exemple pour contraindre la reconstruction présentant une certaine continuité dans l'évolution des normales, il s'agira de minimiser la quantité suivante :

$$\int \int (p_x^2 + p_y^2 + q_x^2 + q_y^2) dx dy \; ,$$

avec p_x , p_y , q_x , q_y représentant les dérivées partielles de p et q dans les directions x et y. D'autres énergies utilisent aussi l'intégrabilité de la surface en minimisant la quantité $\frac{\partial Z(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial Z(x,y)}{\partial y}$.

On peut aussi noter des travaux récents qui intègrent des contraintes photométriques dans un modèle déformable [66]. Cette approche originale donne des résultats intéressants et permet d'exprimer facilement les expressions des énergies de lissage. Les résultats publiés par les auteurs donnent une amélioration des erreurs sur des images de tests que l'on trouve dans l'article de l'étude de Tsai et al. De plus, cette approche permet d'utiliser plusieurs modèles de réflectance et d'estimer la direction d'éclairage. Les résultats sur des images réelles ne semblent cependant toujours pas convaincantes.

Méthodes de propagation. Cette approche de reconstruction consiste à propager l'information de la surface à partir de points singuliers de l'image source. Ces points singuliers peuvent correspondre à des points d'intensité maximale. La première approche introduite par Horn était une approche de propagation. On peut aussi noter la méthode de Kimmel et Bruckstein qui propage l'information à partir de niveaux d'iso-altitude par rapport à la direction d'éclairage [36]. Des approches similaires ont été développées à travers un formalisme d'équation de viscosité [37, 38].

Méthodes linéaires. Ces méthodes utilisent une linéarisation de la carte de réflectance. Par exemple, Tsai et Shah utilisent l'expression discrète des normales de la surface pour approximer la carte de réflectance à partir d'un développement limité de la carte de réflectance [75]. Les résultats de cette méthode sont décevants à partir du moment où ils se rapprochent de l'interpolation de l'image en niveau de gris. Ces défauts sont bien visibles quand la direction d'éclairage est différente de celle l'observation. On peut aussi citer la méthode de Pentland [61].



FIG. 2.8 – Exemple de l'ambiguïté concave/convexe sur le buste de Mozart. Les images (b) et (d) ont été générées respectivement avec les cartes de hauteurs des images (a) et (c).

Méthodes locales. Ici, il s'agit de retrouver les dérivées partielles de la surface à partir des intensités lumineuses. Par exemple, Lee et Rosenfeld calculent les normales de la surface à partir des dérivées partielles des intensités de l'image [49]. D'autres méthodes supposent que la surface est localement sphérique et permettent de retrouver l'orientation de la surface et d'estimer directement la hauteur de la surface [62].

Intégration des normales pour la reconstruction

Parmi l'ensemble des méthodes que nous avons rapidement passées en revue, il est important de savoir qu'un grand nombre d'entre elles ne permettent pas de retrouver directement les hauteurs de la surface mais seulement les vecteurs normaux de la surface. Intégrer les normales pour retrouver la surface constitue un problème en soit. La plupart des méthodes sont loin de garantir que l'ensemble des normales de la surface soit intégrable. Suivant la façon dont on intègre le champ des vecteurs, la surface résultante peut sensiblement être différente. On peut noter que des travaux spécifiques ont été effectués afin de présenter des méthodes efficaces d'intégration. Cependant, l'intégration peut entraîner une perte de détails par rapport à la méthode qui a permis d'obtenir les normales. De plus, la sensibilité au bruit peut avoir une grande influence et en particulier sur des images réelles où l'estimation des normales présente beaucoup moins de précision que sur des images synthétiques.

Utilisation d'un modèle de projection en perspective

Le modèle de caméra habituellement utilisé est la modèle orthographique. Ce modèle présente l'avantage d'être simple à utiliser, mais dans certain cas ce modèle peut s'avérer mal adapté et peut être à l'origine de certains défauts dans le modèle de reconstruction. Certains auteurs ont donc récemment proposé l'utilisation d'un modèle de projection en perspective et ont définis l'expression du problème de Shape From shading dans ce contexte [12, 63]. L'utilisation de ce modèle apparaît être utile en particulier lorsque la scène est observée à partir d'un certain point de vue (point de vue rasant par exemple). Par contre, pour l'application de la reconstruction à partir d'un microscope, l'utilisation d'un tel modèle ne parait pas forcément indispensable.


FIG. 2.9 – Exemple de deux surfaces différentes (b) et (c) donnant la même image (a) avec une direction d'éclairage frontale.

2.3.3 Limites de l'utilisation d'une seule source lumineuse

Parmi l'ensemble des techniques de Shape From Shading on peut remarquer que ces dernières sont difficilement utilisables sur des images réelles. Ce problème peut s'expliquer pour plusieurs raisons. Tout d'abord, même si l'on suppose que les surfaces sont bien Lambertiennes, qu'il n'y a pas de bruit sur les images d'origine et qu'il n'y a pas de phénomènes d'inter-réflection, le problème n'est pas simple à résoudre. En effet, les ombres sont très difficiles à ignorer et limitent une reconstruction précise de l'ensemble de la surface. Une des premières raisons est l'absence évidente d'information sur ces zones d'ombres. De plus, les phénomènes d'inter-réflection peuvent induire en erreur la reconstruction sur ces zones d'ombres. Une des possibilités pour éviter le problème des ombres est simplement d'utiliser un éclairage frontal. Dans ce cas l'ambiguïté concave/convexe pose un problème majeur pour envisager une reconstruction correcte. Un autre problème se pose à partir du moment où l'on n'utilise qu'une seule source lumineuse. En effet, il devient plus difficile d'estimer les propriétés physiques de la surface en particulier si la surface ne présente pas un albédo constant.

Le problème de l'ambiguïté est illustré sur la figure 2.8. Nous avons modifié la carte des hauteurs du buste de Mozart de telle sorte que le nez forme une surface concave. Cette modification n'est pas triviale à faire mais nous la détaillerons dans le chapitre 4. Les images (b) et (d) apparaissent identiques alors qu'elles ont été générées à partir d'un rendu des deux cartes de hauteurs différentes, l'une avec le nez concave (a) et l'autre avec le nez convexe (c). Cet exemple montre bien la difficulté que peuvent rencontrer beaucoup d'algorithmes pour lever cette ambiguïté sans prendre à un moment ou à un autre une hypothèse sur la présence de zones concaves ou convexes.

L'ambiguïté concave/convexe n'est pas le seul problème que l'on peut rencontrer avec les méthodes de SFS. Il peut en effet exister des cas où plusieurs solutions sont possibles. Par exemple, considérons une image de forme carrée constituée d'une seule intensité lumineuse I_0 . Pour cette image illustrée sur la figure 2.9 (a), il existe alors deux surfaces solutions qui donnent le même rendu pour une direction d'éclairage confondue avec la direction d'observation (images (b-c)). On peut cependant noter que pour le cas de la pyramide des discontinuités peuvent être observées suivant la représentation de la surface utilisée. Même si ces discontinuités peuvent donner des indications sur la forme de la surface d'origine, il est très difficile de les prendre en compte dans le processus de reconstruction.



FIG. 2.10 – Résultat de la reconstruction de deux algorithmes sur l'image réelle d'une cavité de la spatule aurignacienne (a). L'image (b) est la visualisation du résultat de l'algorithme de Tsai et Shah [75]. L'image (c) montre le résultat obtenu avec l'algorithme de Bishel et Pentland [2].

Expérimentation de deux méthodes.

Pour donner au lecteur un ordre d'idée du style de reconstruction que l'on peut obtenir à partir de ces méthodes de *Shape From Shading* nous avons expérimenté deux méthodes de reconstruction sur des images réelles. La première méthode que nous avons choisie est la méthode de Tsai et Shah [75]. Cette méthode présente l'avantage d'être simple à implémenter et de plus elle semble donner de bons résultats sur des images réelles. La seconde méthode est la méthode de Bishel et Pentland [2]. Cette méthode est intéressante car elle permet d'obtenir des résultats de bonne qualité quand la direction d'éclairage est différente de celle de l'observation. Les expérimentations effectuées ici ont été obtenues à partir du code librement disponible à partir de l'étude des auteurs Tsai et Shah.

La figure 2.10 (a) montre l'image source qui a été utilisée pour la reconstruction. L'image provient des marques de la spatule aurignacienne que nous avons présentée dans le chapitre d'introduction. L'image (b) présente la visualisation du résultat obtenu par la méthode de Tsai et Shah. Nous avons fait subir une rotation de l'image source de 180° car la convergence vers la solution concave et convexe était différente suivant l'image utilisée. Le résultat semble beaucoup plus plat que la surface de la cavité originale. La zone d'ombre engrange des perturbations dans la surface résultante. Le résultat de la méthode de Bishel et Pentland est présenté dans la figure 2.10 (c). On peut observer que la résolution s'est orientée vers la solution convexe. Même si le résultat global apparaît moins bon que la méthode précédente, on peut observer que la profondeur du trou semble être meilleure. Cependant, toute la surface n'a pas été reconstruite.

Ces résultats montrent bien la difficulté d'utiliser les méthodes de *Shape From Shading* sur des images réelles, et il n'est pas envisageable d'utiliser ces techniques dans des applications réelles telles qu'en archéologie. Toutes ces raisons sont des motivations supplémentaires pour envisager d'utiliser plusieurs sources lumineuses afin d'obtenir une reconstruction précise et utilisable pour des surfaces réelles.



FIG. 2.11 – Réduction du nombre de solutions en utilisant plusieurs éclairages. La figure (a) représente une première carte de réflectance associée à la première direction d'éclairage. Les figures (b) et (c) représentent la superposition de plusieurs cartes de réflectance.

2.4 Utilisation de plusieurs éclairages : Photométrique Stéréo

Les méthodes appelées photométriques stéréo utilisent plusieurs directions d'éclairage pour une reconstruction plus précise de la surface. Dans les années 80, Woodham a été l'un des premiers à introduire cette technique [80]. En effet, en utilisant plusieurs éclairages, il devient possible d'obtenir une seule solution pour l'orientation de la surface. Pour en être rapidement convaincu il suffit de regarder la carte de réflectance obtenue à partir de plusieurs éclairages. La figure 2.11 montre comment l'utilisation de plusieurs directions d'éclairage permet de réduire le nombre de solutions. L'image (a) correspond à une carte de réflectance pour une direction donnée. L'ensemble des solutions possibles du point dont on cherche à retrouver l'orientation d'intensité I_0 est représentée en noir. Lorsque l'on superpose une deuxième carte de réflectance (Fig. 2.11 (b)), on s'aperçoit qu'il n'existe plus que deux solutions possibles $(P_1 et P_2)$. Enfin, en utilisant les trois cartes de réflectance il n'existe alors plus qu'une seule solution possible représentée par le point P_1 .

Cette méthode permet d'améliorer sensiblement les résultats des reconstructions. Cependant, l'application à la reconstruction d'images réelles reste toujours limité. Par exemple, les zones d'ombres présentes sur la surface d'origine ne permettent plus d'obtenir la solution réelle. De plus, en pratique si les trois sources lumineuses ne sont pas réellement bien calibrées, l'intersection entre les trois lignes d'iso-intensité risque de ne plus exister. En cas de présence de bruit sur la surface d'origine le problème est toujours existant. De plus, cette approche permet de retrouver l'orientation de la surface mais ne permet pas directement de retrouver les hauteurs. Tous ces inconvénients empêchent d'obtenir une reconstruction avec précision.

D'autres approches utilisent seulement deux images pour la reconstruction. Par exemple, Kozera a pu montrer que pour deux sources lumineuses définies par une certaine orientation, le problème de l'estimation de l'orientation de la surface pouvait être réduit à une seule solution [41]. De la même façon, Brun a pu montrer qu'il était aussi possible de réduire le nombre de solutions en considérant non plus un modèle de réflection Lambertien mais en utilisant un modèle spéculaire [8, 27].

D'autres techniques utilisent plus que trois images pour la reconstruction de la surface. Par exemple Saito propose d'utiliser une série de n images pour une reconstruction plus précise qui

permet de supprimer l'effet des zones d'ombre et d'inter-réflection [76]. Un des inconvénients majeurs de cette méthode est le grand nombre d'images utilisées pour la reconstruction (plus d'une centaine). La procédure d'acquisition des images et de mesure de la direction d'éclairage entraînera alors un investissement important dans du matériel de précision.

On peut aussi noter des travaux récents de Sakarya qui essaient d'améliorer les résultats des méthodes photométriques stéréo [65]. L'idée est d'utiliser des méthodes de Shape From Shading locales afin d'améliorer les résultats de la méthode *Photométriques Stéréo*. La reconstruction commence donc à partir de la surface obtenue par *Photométriques Stéréo* puis applique l'algorithme de *Shape from Shading* de Tsai et Shah ainsi que celui de Lee et Rosenfeld. L'amélioration sur des images synthétiques est bien visible, cependant sur les images réelles la différence est loin d'être significative. En particulier les auteurs utilisent des images réelles de surface en fer en utilisant des algorithmes de SFS qui prennent en compte une surface Lambertienne. Certes, les résultats ne sont pas dégradés mais la surface obtenue est loin de correspondre à la surface originale.

Pour obtenir des reconstructions correctes malgré la présence de bruits dans les images sources certains auteurs ont proposé des méthodes d'intégration de normales bruitées résultantes d'un algorithme de reconstruction de photométrique stéréo. Ces méthodes ont le désavantage de ne plus considérer les informations photométriques. Ainsi, elles perdent de la précision à partir du moment où aucune distinction ne peut être faite sur la validité des normales de la surface vis à vis des informations photométriques contenues dans les différentes images. De plus, un autre inconvénient de ces méthodes est qu'elles ne permettent pas de gérer les sources lumineuses ponctuelles que nous avons décrites dans la partie 2.2.2. En effet, pour estimer l'orientation du rayon lumineux en un point de la surface, il est nécessaire de connaître la hauteur de ce point.

Très récemment, Kozera et Noakes proposent une méthode originale afin de réduire l'effet du bruit pour la reconstruction à partir de plusieurs sources d'éclairage non distantes [42]. Les auteurs de cette méthode ont choisi de considérer le bruit des images sources comme une dégradation des informations photométriques sans considérer directement l'effet possible sur les normales de la surface. Cette approche peut apparaître plus naturelle dans le sens où le processus de reconstruction se fait directement à partir des informations photométriques bruitées sans passer par l'étape supplémentaire de l'intégration des normales. Les auteurs proposent un processus itératif permettant de retrouver la surface initiale à partir d'une surface candidate et de trois images bruitées obtenues à partir une source lumineuse proche de la surface étudiée. Le processus consiste en une méthode d'optimisation appelée algorithme de Leap Froq. La méthode utilise la découpage de l'image discrète afin d'optimiser la résolution sur chaque partie de l'image découpée. À partir du moment où les régions d'analyse se recouvrent, la convergence de l'algorithme peut être prouvée. Les résultats présentés par les auteurs sont pour l'instant expérimentaux car l'application de cette méthode n'a été faite que sur des images synthétiques de très faible résolution $(16 \times 16 \text{ pixels})$ avec un bruit gaussien d'erreur moyenne nulle et de variance σ de 5.12 et de 12.8 (ramené sur 256 niveaux d'intensité). Le temps de calcul est un frein très important vis à vis de cette méthode, les auteurs ont donc proposé une méthode de calcul parallèle pour pouvoir appliquer la reconstruction sur des images de taille raisonnable 9. Les résultats paraissent intéressants mais l'application sur des images réelles n'a pas encore été présentée. De plus, cette méthode utilise un candidat initial pour la reconstruction qui est obtenu en appliquant un bruit important sur la surface d'origine.

2.5 Approches discrètes pour la reconstruction de surfaces

2.5.1 Principales approches discrètes

Parmi les approches discrètes de *Shape From Shading*, nous pouvons citer l'approche de Leclerc et Bodick qui retrouvent directement les hauteurs de la surface à partir d'une image initiale et des hauteurs obtenues à partir d'un algorithme de Stéréo [48]. Cette méthode a été expérimentée dans l'analyse faite par Zhang et al. Les reconstructions obtenues montrent les meilleures résultats parmi toutes les autres méthodes présentées dans l'article. Cependant, le fait que cette méthode utilise les hauteurs provenant d'un algorithme de stéréo, ne permet pas de faire une comparaison objective.

Dans le même ordre de techniques Lee et Kuo proposent un algorithme de reconstruction basé sur l'estimation des hauteurs d'une surface initialement triangulée [50]. Les auteurs utilisent une contrainte de lissage pour s'orienter vers la bonne solution. Le principal défaut de cette méthode est justement l'opposition entre l'énergie image et l'énergie de lissage. En effet, l'influence de l'énergie de lissage est bien visible sur le résultat de la reconstruction et certains détails de la surface ne sont plus présents. Les résultats présentés dans l'analyse de Zhang et al montrent cependant des reconstructions correctes, même si le temps de calcul est l'un des plus importants.

2.5.2 Approche de Kovalesky

Kovalesky a introduit une approche discrète pour la résolution du problème de *Shape From Shading* [40]. La démarche proposée diffère sensiblement des autres approches classiques de résolution numériques. Selon l'auteur, le fait de considérer dans un premier temps une fonction continue et ses équations aux dérivées partielles, pour revenir ensuite à une représentation en éléments finis et une solution numérique est une approche irrationnelle. L'auteur propose alors une approche essentiellement discrète pour la résolution du problème de *Shape From Shading*.

Le point de départ de la reconstruction se situe dans une image discrète supposée être le résultat de l'illumination d'une surface composée de polyèdres. Chaque polyèdre est supposé donner une illumination constante résultante d'une source lumineuse située à l'infinie. La méthode de reconstruction consiste alors dans un premier temps à segmenter l'image en régions présentant une intensité constante. Ensuite, étant donné que pour chaque sommet les coordonnées x et y dans le plan image sont connues, le problème consiste à retrouver la hauteur de chaque sommet.

Dans un premier temps, le problème de la reconstruction peut être simplifié en considérant la décomposition des polyèdres en triangles. Pour une surface présentant NT triangles et NSsommets, il est alors possible d'obtenir un système de NT équations avec NS inconnues. L'auteur de l'article a pu montrer que l'on obtient un système de NT équations avec NE_e inconnues. NE_e représentant le nombre d'arêtes externes à la surface polygonale. À partir de ces observations, la reconstruction s'effectue par une minimisation d'erreur utilisant la méthode de Levenberg-Marquadt.

L'application de cette méthode n'a été faite que sur des images très simples présentant un faible nombre de triangles (environ 50). Le principal défaut de cette méthode est la difficulté à être appliquée sur des images réelles. Tout d'abord, le fait de considérer l'obtention des polyèdres à partir des zones de même intensité ne se justifie pas de manière générale. En effet, les régions d'intensité constante ne sont pas nécessairement associées à des zones dont l'orientation de la surface est constante. Un contre exemple est facilement obtenu en considérant l'image du cône que nous avons présenté sur la figure 2.9. Dans ce cas, la surface représentée par cette image est loin de constituer un seul plan. L'association d'un plan à des régions d'intensité constante est encore moins justifié si la source lumineuse n'est pas située à l'infinie. Dans ce cas, c'est l'inverse, toute surface plane présente une luminance non constante. Cela rend alors impossible l'utilisation de cette méthode si la source lumineuse n'est pas parfaitement uniforme.

Même si cette approche présente des limites, son application pour la reconstruction à partir de plusieurs sources lumineuses pourrait être intéressante. En effet, si l'on considère cette fois-ci deux sources lumineuses, les zones d'intensité constante sur les deux images ont beaucoup plus de chances de correspondre à une région présentant une orientation constante.

2.6 Vers une approche discrète de reconstruction

Dans cette thèse, nous avons choisi de nous orienter vers une méthode discrète de reconstruction à partir des informations photométriques. Plusieurs motivations sont à l'origine de cette approche. Tout d'abord, on peut remarquer que parmi l'ensemble des méthodes rencontrées il est très difficile d'inclure des contraintes fortes comme par exemple des hypothèses sur la concavité ou convexité des zones dans l'image. Cette contrainte semble pourtant être d'une grande importance dans la mesure où l'ambiguïté concave/convexe est inévitable pour le cas d'un éclairage frontal. De plus, parmi les méthodes discrètes que nous avons pu décrire aucune n'utilise des éléments de géométrie discrète. Pourtant, cela pourrait être un moyen efficace de travailler directement sur la reconstruction et d'exprimer facilement des contraintes de continuité. En particulier l'utilisation des méthodes d'estimation des normales ou des techniques de lissage pourrait permettre de réduire le nombre de solutions. Nous verrons qu'un autre avantage d'utiliser une approche purement discrète se situe dans la possibilité de pouvoir utiliser plusieurs sources lumineuses de manière très simple.

Chapitre 3

Reconstruction par propagation de contours discrets

Dans ce chapitre nous introduisons une nouvelle approche discrète pour reconstruire une surface à partir des informations photométriques d'une ou plusieurs images. L'idée principale est d'obtenir une reconstruction en utilisant des éléments de géométrie discrète sur la surface que l'on est en train de reconstruire. L'utilisation de plusieurs directions d'éclairage se justifie dans la mesure où le problème de reconstruction à partir d'une seule image est largement souscontraint. En particulier, les ambiguïtés concaves/convexes sont difficilement évitables dans le cas d'un éclairage confondu avec la direction de l'observateur. De plus, si un éclairage non frontal est utilisé, les ombres portées ne permettront plus de reconstruire correctement toute la surface d'origine. Une autre motivation vient du gain en précision que pourraient apporter plusieurs directions d'éclairage, et permettraient notamment de ne pas prendre en compte les ombres portées. Cependant, nous n'envisageons pas d'utiliser un trop grand nombre d'images car cela rendrait la méthode plus difficile à utiliser et nécessiterait un protocole d'acquisition plus complexe.

Pour la suite de ce chapitre, nous allons dans un premier temps montrer comment réduire le nombre de solution en considérant les contours d'iso-altitude. On peut noter que cette méthode a aussi été décrite dans [4].

3.1 Idée principale

L'idée principale de notre approche provient du problème de l'étude des marques de la spatule aurignacienne. Une première démarche vis à vis de l'étude de ces marques était de pouvoir les segmenter afin les identifier par rapport à leurs formes. Mais les images des marques ne permettent pas d'obtenir simplement une segmentation à cause des ombres et de l'éclairage. Une première idée fut d'utiliser des modèles déformables de type *snake* pour pouvoir segmenter les différentes marques. Le changement d'intensité semble suffisant pour générer un gradient important et retrouver la forme des marques. Mais l'on peut se demander comment définir ou caractériser les limites de ces marques. Une approche possible est d'utiliser les intensités lumineuses qui diffèrent en fonction de l'éclairage. Cette première idée nous a ensuite fait penser à l'extension de cette approche en allant plus loin que la segmentation des marques. En effet, à partir du moment où l'on suppose avoir segmenté la frontière des marques pourquoi ne pas aller plus loin et segmenter l'intérieur des marques en utilisant un seuil de hauteur.



FIG. 3.1 – Lignes d'iso-altitude représentées sur l'image d'une cavité.

C'est à partir de ces observations qu'il nous est venu l'idée de faire des reconstructions en trois dimensions à partir des informations photométriques et en cherchant à reconstruire la surface par niveaux de hauteur par rapport à la direction de l'observateur.

La reconstruction consisterait donc dans un premier temps à segmenter la zone de la cavité, puis de suivre les contours d'iso-altitude. La figure 3.1 montre une évolution idéale de ces contours sur un exemple de cavité dont nous possédons la carte des hauteurs.

Les contours d'iso-altitude permettent d'exprimer des contraintes pour la reconstruction de surface et de réduire le nombre de solutions possibles. Par exemple, reprenons l'exemple de l'image carrée définie par un seul niveau d'intensité (Fig. 2.9). Si l'on fait l'hypothèse que points de la frontière de la région sont tous à la même hauteur alors il apparaît clairement que la solution correspond à celle de la pyramide. On peut noter que cette approche ressemble à celle de Kimmel et Bruckstein qui utilisaient une propagation dans la direction de la lumière [37, 36]. Cependant, le fait de propager la reconstruction dans la direction de l'éclairage rend plus difficile l'utilisation de plusieurs éclairages.

3.2 Extraction des informations par contours d'iso-altitude

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les contours d'iso-altitude sur une surface constituent un support intéressant pour la reconstruction. Pour la suite de cette section, nous allons montrer comment les contours d'iso-altitude définis par rapport à la direction de l'observateur permettent d'extraire des informations et limitent le nombre de solutions dans le problème de la reconstruction. Même si dans certains cas, pour des surfaces complexes, le contour d'iso-altitude n'est pas forcément trivial à déterminer, nous supposerons l'existance de ce dernier. Pour la reconstruction des marques de la spatule, ces contours peuvent être facilement déterminés à partir des images des cavités.

Pour la suite, nous supposerons que la surface que nous cherchons à reconstruire est une surface Lambertienne, c'est à dire une surface qui apparaît matte et dont l'intensité lumineuse perçue par un observateur ne dépend pas de la position d'observation. Nous rappelons ici l'expression de la carte de réflectance exprimée en fonction des dérivées partielles p et q de la surface Z(x, y), et de la direction d'éclairage p_s et q_s (Eq. 2.7) :

$$R(p,q) = \frac{1 + pp_s + qq_s}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}\sqrt{1 + p_s^2 + q_s^2}}$$

Les dérivées partielles de la surface p et q ne sont pas le seul moyen pour exprimer

l'orientation de la surface ou l'orientation de la lumière. Il peut être utile d'exprimer une orientation en fonction des coordonnées polaires à partir des angles ϕ et θ . Ces angles sont définis par le repère (o, x, y, z) dont l'axe z est aligné avec la direction de l'observateur. Ce système de coordonnées est illustré sur la figure 3.2 (a). Les composantes p et q peuvent être exprimées en fonction des coordonnées polaires ϕ et θ de la façon suivante :

$$\begin{cases} p = -\cos\phi\tan\theta\\ q = -\sin\phi\tan\theta \end{cases}$$
(3.1)

Pour pouvoir déterminer l'orientation de la surface, il est possible d'utiliser l'équation de réflectance :

$$R(p,q) = L_i,\tag{3.2}$$

avec L_i représentant l'intensité de l'image source.

Cette équation met en correspondance l'intensité lumineuse calculée à partir des valeurs p et q avec celle mesurée dans l'image utilisée pour la reconstruction (L_i) . Cette équation peut être réécrite avec les expressions de p et q de l'équation 3.1. On obtient alors les expressions suivantes :

$$\frac{1 - (\cos\phi\tan\theta)p_s - (\sin\phi\tan\theta)q_s}{\sqrt{1 + (-\cos\phi\tan\theta)^2 + (-\sin\phi\tan\theta)^2}\sqrt{1 + p_s^2 + q_s^2}} = L_i$$

Comme $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$, on a :

$$\frac{1 - (\cos\phi\tan\theta)p_s - (\sin\phi\tan\theta)q_s}{\sqrt{1 + \tan^2\theta}\sqrt{1 + p_s^2 + q_s^2}} = L_i$$

$$\frac{1 - \tan\theta(p_s\cos\phi + q_s\sin\phi)}{\sqrt{1 + \tan^2\theta}\sqrt{1 + p_s^2 + q_s^2}} = L_i$$

En posant $K = L_i \sqrt{1 + p_s^2 + q_s^2}$ et $\omega = p_s \cos \phi + q_s \sin \phi$, l'équation de réflectance s'écrit alors :

$$\sqrt{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1 - \omega \tan \theta}{K}$$

ou encore :

$$K^{2}(1 + \tan^{2}\theta) = (1 - \omega \tan\theta)^{2}$$

$$(K^{2} - \omega^{2})\tan^{2}\theta + 2\omega\tan\theta + K^{2} - 1 = 0$$
(3.3)

En observant cette équation, il est possible de s'apercevoir que si l'on suppose que la composante horizontale ϕ du vecteur normal \vec{n} est connue alors la seule inconnue qu'il reste à déterminer est la composante verticale θ du vecteur normal. Nous avons alors une équation



FIG. 3.2 – Représentation des deux angles ϕ et θ pour la représentation du vecteur normal ou de la direction d'éclairage. Illustration des deux solutions possibles pour l'angle θ avec une valeur de ϕ déterminée.

du second degré dont le déterminant est $\Delta = 4(-K^4 + K^2 + \omega^2 K^2)$. Suivant la valeur de Δ , l'équation admet aucune, une ou deux solutions. Pour la suite nous intéressons au cas où $\Delta > 0$. Dans ce cas, il est alors possible de déduire les deux valeurs de θ solutions de cette équation :

$$\theta = \arctan\left(\frac{-\omega \pm \sqrt{-K^4 + K^2 + \omega^2 K^2}}{K^2 - \omega^2}\right)$$
(3.4)

À partir de ces deux valeurs solutions pour la composante verticale du vecteur normal, on peut calculer les valeurs des dérivée partielles p et q:

$$\begin{cases} p_{1} = -\cos\phi \left(\frac{-\omega + \sqrt{-K^{4} + K^{2} + \omega^{2} K^{2}}}{K^{2} - \omega^{2}}\right) \\ q_{1} = -\sin\phi \left(\frac{-\omega + \sqrt{-K^{4} + K^{2} + \omega^{2} K^{2}}}{K^{2} - \omega^{2}}\right) \\ p_{2} = -\cos\phi \left(\frac{-\omega - \sqrt{-K^{4} + K^{2} + \omega^{2} K^{2}}}{K^{2} - \omega^{2}}\right) \\ q_{2} = -\sin\phi \left(\frac{-\omega - \sqrt{-K^{4} + K^{2} + \omega^{2} K^{2}}}{K^{2} - \omega^{2}}\right) \end{cases}$$
(3.5)

Ainsi, en supposant que l'on connaisse la composante ϕ du vecteur normal, on peut en déduire deux solutions possibles pour la composante verticale et ainsi retrouver les dérivées partielles de la hauteur p et q. La figure 3.2 (b) illustre les deux solutions possibles pour une intensité donnée I_0 . Ici, la carte de réflectance est exprimée en fonction des angles ϕ et θ . Chaque courbe est associée à une intensité et représente toutes les orientations possibles de la surface pour cette même intensité. Nous pouvons observer que pour une valeur fixe de l'angle ϕ_Q il correspond alors deux solutions possibles pour les valeurs de θ représentées par les points Q_0 et Q_1 .

Avant de montrer comment choisir entre les deux solutions possibles nous allons tout d'abord montrer comment calculer la valeur de composante horizontale du vecteur normal ϕ de manière précise en considérant le contour discret.

3.2.1 Calcul de la composante horizontale ϕ

Ici, nous supposons que nous avons un contour fermé dont tous les points sont à la même altitude. Le problème du calcul de la composante horizontale peut se ramener à l'étude de la normale discrète d'un contour situé dans le plan. Comme nous l'avons vu précédemment, la précision de la valeur de ϕ est déterminante dans la sélection de la valeur de θ . Par conséquent, il est important de déterminer la valeur de θ le plus précisément possible. Nous avons donc choisi d'utiliser la méthode des chemins Euclidiens introduite par Anne Vialard [7, 77]. Cette méthode permet d'obtenir une bonne précision même pour une faible résolution du contour discret.

Principe des chemins euclidiens

Le principe de cette méthode est basé sur la reconnaissance de la tangente discrète le long du contour discret. Il s'agit de reconstruire la tangente discrète à partir d'un point initial. La reconnaissance s'effectue en ajoutant des points de part et d'autre du point initial afin de vérifier le système d'équations associé à la tangente. Ce système d'équations se déduit à partir de la définition suivante d'un segment discret :

Définition : Une droite discrète de caractéristiques $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$ est définie par l'ensemble des points de coordonnées (x, y) de \mathbb{Z}^2 qui satisfont la double inégalité suivante : $\mu \leq ax - by < \mu + \omega$ avec $a, b, \mu, \omega \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ et pgcd(a, b) = 1 et $\omega = \max(|a|, |b|, |c|)$.

La fraction $\frac{a}{b}$ représente la pente de la droite discrète. Le coefficient μ décrit la position de la droite discrète et ω correspond à l'épaisseur de la droite discrète.

Le contour initial est codé à partir du code de Freeman. La reconnaissance de la tangente discrète se fait en ramenant l'étude dans le premier octant. Ensuite, les paramètres de la droite discrète sont mis à jour en fonction des valeurs du code de Freeman obtenu de part et d'autre du point initial. Plus de détails peuvent être trouvés dans l'article de Anne Vialard [77].

La figure 3.3 illustre le principe de la reconnaissance. Le point initial est dessiné en noir et l'octant associé est déterminé en fonction du code du point initial 0 et des points voisins. Ici, comme les deux voisins ont un code différent, l'octant associé est le premier octant défini par les directions 0 et 1. Les points B et C sont ensuite rajoutés au segment discret car ils sont compatibles avec les coefficients initiaux. Il en est de même pour les points E et D. Par contre les points F et G ne peuvent pas être ajoutés car le code de Freeman du point G ne correspond pas à la paire de codes associés au premier octant (ie. différent de 0 et 1).

Cette méthode a l'avantage d'être toujours précise même lorsque le contour présente une faible résolution. Elle effectue en effet une sorte de lissage en considérant les chemins euclidiens. La complexité n'est pas excessive, elle est de $\theta(n.l)$ où n représente le nombre de points du contour et l correspond à la moyenne de la longueur de la tangente discrète en chaque point. On peut noter que Fechet et Tougne ont amélioré la complexité de cet algorithme en O(n)[19]. Pour l'utilisation dans notre algorithme nous n'avons pas utilisé la version optimisée, et nous avons utilisé la version 8-connexe de la méthode initiale. Cependant, l'amélioration de la complexité pourra être tout à fait implémentée par la suite.



FIG. 3.3 – Illustration de la reconnaissance de la tangente discrète à partir d'un segment discret. Les pixels B et C délimitent la tangente discrète reconnue à partir du point A. La valeur de la normale est représentée par l'angle ϕ

3.2.2 Détermination de la solution unique

Comme nous l'avons montré précédemment, pour chaque point du contour, il existe deux valeurs possibles pour la composante verticale θ du vecteur normal. Cela peut sembler problématique pour reconstruire la surface, cependant il est possible de s'orienter vers la bonne solution en se basant sur plusieurs critères que nous allons détailler par la suite.

Tout d'abord, il est intéressant d'observer l'influence de l'orientation de la lumière sur la carte de réflectance. La figure 3.4 représente une série de cartes de réflectance obtenues pour différentes directions d'éclairage dont l'inclinaison varie de 20° à 80°. Il est possible d'observer que dans certaines conditions d'éclairage, il n'existe plus qu'une seule solution. En particulier, pour les directions d'éclairage dont l'orientation θ_s vaut 20° et 80°, il apparaît clairement que pour un grand nombre de valeurs de ϕ , il correspond une seule valeur de θ . Ces observations sont importantes, car elles montrent bien que le problème des deux solutions possibles ne sera pas global sur tout le contour. Ainsi, on est en droit de penser qu'il y a un moyen de s'orienter vers la solution la plus probable.

Pour la suite, nous allons proposer plusieurs approches permettant de faire le choix entre les deux solutions possibles.

Critère de continuité

Cette démarche suppose que la surface est continue. À partir des points dont la solution peut être déterminée de manière unique, l'idée est de considérer que les voisins de ces points ont un minimum de variation pour la valeur de la normale. Ainsi, nous privilégions les solutions entraînant la plus petite variation sur la continuité de la surface. Pour cela, il s'agit de choisir la solution la moins éloignée sur la carte de réflectance. Cette stratégie peut être visualisée en reprenant l'exemple de la figure 3.2. Par exemple si l'on suppose que l'on a déjà déterminé l'orientation de la normale des points voisins V_0 et V_1 et que l'on cherche la valeur de la normale du point P. Dans ce cas nous avons le choix entre deux solutions, les points P_0 et P_1 . Pour choisir par critère de continuité nous choisirons alors le point le plus proche de celui de V_1 ou V_0 , c'est-à-dire P_0 . Dans notre exemple les deux points voisins V_0 et V_1 donnent la même solution, cependant il est possible que dans certaines situations cela ne soit pas le cas. Dans un tel cas une première solution consiste à choisir le point le plus proche du point P



FIG. 3.4 – Cartes de réflectance pour différentes valeurs de l'orientation verticale de la source lumineuse (θ_s) avec une orientation ϕ_s égale à 0°.

pour appliquer la contrainte de continuité. Une autre approche peut être de considérer tout les voisins et d'attribuer des scores aux deux candidats pour la solution de l'angle θ .

Critère d'intégrabilité



Lorsque l'on obtient l'orientation de la surface, on n'a pas nécessairement une surface proprement dite, il faut encore obtenir la hauteur des points. Les deux composantes p et q qui correspondent aux dérivées partielles de la hauteur de la surface ne sont pas nécessairement cohérentes tout le long du contour. Plus précisément, si l'on parcourt le contour entier et que l'on accumule les déplacements de hauteur en-

gendrés par les valeurs de p et q, on devrait revenir à la même hauteur que le point de départ. La figure ci-dessus montre un exemple de déplacements possibles. En parcourant tout le contour, on peut s'apercevoir que l'on ne revient pas au point de départ. Ainsi il s'agira alors de choisir la solution la plus petite en valeur absolue de telle sorte qu'il existe le plus petit décalage entre le point de départ et le point d'arrivée. Plus formellement, si l'on considère un contour fermé composé de N points, cela peut se traduire sous la forme :

$$\sum_{i=0}^{N-1} p_i \Delta x_i + q_i \Delta y_i = 0 , \qquad (3.6)$$

où i représente l'indice du point du contour discret et Δx_i (resp. Δy_i) représente le déplacement dans la direction x (resp. y) pour aller du point P_i au point P_{i+1} .

L'équation Eq. 3.6 est vérifiée dans le cas idéal, mais elle peut être utilisée comme critère pour choisir l'une des solutions.

Utilisation de plusieurs éclairages :

Si plusieurs images associées à différentes directions d'éclairage sont disponibles, il sera alors possible de lever les incertitudes sur le choix de l'une des deux solutions. Par exemple, supposons que l'on utilise deux éclairages différents où seule l'orientation horizontale change. Dans ce cas, si l'on superpose les deux cartes de réflectance, les lignes d'iso-intensité peuvent s'intersecter en deux points distincts. La solution qui semble la plus simple est de retenir le point dont l'abscisse se rapproche le plus de la composante horizontale de la normale du contour d'iso-altitude. Cette selection pour le choix de la solution unique peut être mise en correspondance avec l'étude effectuée par Kozera pour la reconstruction de surface à partir de deux images [41].

Nous avons ainsi proposé trois méthodes principales pour lever l'ambiguïté quand deux solutions étaient possibles pour la valeur de θ . La première solution qui consiste à choisir la solution la plus proche par continuité semble la plus simple à utiliser. La seconde qui consiste à choisir la solution par rapport au critère de continuité prend en compte des informations globales sur tout le contour. Cependant, cette approche demande plus de difficulté à mettre en oeuvre car il s'agit de trouver une minimisation globale sur tout le contour. L'utilisation de plusieurs éclairages est un ajout intéressant pour choisir la solution, mais pour les évaluations du gain apporté par notre méthode, nous préférons l'utiliser que dans un second temps. Ce choix se justifie dans la mesure où nous désirons utiliser un nombre minimal d'images et si l'on utilise par exemple que deux ou trois images il est possible que les informations des autres images soient invalidées, par exemple par les ombres. Dans la section suivante nous allons montrer comment propager les informations des normales vers l'intérieur du contour.

3.3 Reconstruction et évolution des contours discrets

À partir du moment où il a été possible de déterminer l'orientation de la surface sur les points appartenant au contour, il s'agit maintenant de propager l'information des normales pour estimer la hauteur des points internes au contour.

3.3.1 Propagation des informations de l'orientation de la surface

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les valeurs des dérivées partielles peuvent être calculées facilement à partir des angle ϕ et θ du vecteur normal. Pour calculer la nouvelle hauteur d'un point 4-connexe interne au contour, il suffit de propager l'information de l'orientation de la surface en ces points. Par exemple, il est possible de propager l'information de l'orientation d'un point du contour P de coordonnées (i, j) vers un point 4-connexe P' de coordonnées (i', j') de la manière suivante :

$$Z(P) = Z(P') + (i' - i)p_{P'} + (j' - j)q_{P'}$$



FIG. 3.5 – Illustration de la propagation de l'orientation de la surface à partir du contour initial (en gris clair) vers les voisins 4-connexe internes au contour (en gris froncé).

Dans le cas où un point interne au contour possède plusieurs voisins 4-connexe au contour, il est intéressant de prendre en compte tous les voisins du point P pour calculer la nouvelle hauteur du point. En notant V(P) le voisinage 4-connexe du point P, on peut alors écrire :

$$Z(P) = \frac{1}{|V(P)|} \sum_{P' \in V(P)} (Z(P') + (i' - i)p_{P'} + (j' - j)q_{P'})$$

Cette propagation est illustrée sur la figure 3.5. Les points initiaux du contour sont dessinés en gris clair et les points internes en gris froncé. On peut observer la propagation des informations de la hauteur des points du contour, certains points internes au contour reçoivent les informations de hauteur provenant de plusieurs voisins. Ici, nous ne prenons pas en compte les voisins internes 8-connexe dans la propagation des hauteurs. Il serait possible de considérer les voisins 8 connexes du nouveau point en tenant compte des distances diagonales. Mais cela n'a pas semblé très utile dans la mesure où les deux composantes p et q ne sont définies que pour les deux directions x et y.

3.3.2 Évolution du contour pour la reconstruction

Le principe de la reconstruction consiste à parcourir la surface à travers des lignes d'isoaltitude. Il s'agit donc de faire évoluer le contour pour qu'il converge sur un grand nombre de hauteurs intermédiaires. L'évolution du contour peut être faite en différentes étapes :

- Etape 1 : calcul des normales du contour 8-connexe d'iso-altitude,
- Etape 2 : calcul des composantes p et q de l'orientation de la surface à partir des angles ϕ et θ des normales calculées précédemment,
- Etape 3 : propagation de l'information des hauteurs vers les pixels intérieurs 4-connexes au contour,
- Etape 4 : sélection du nouveau contour à partir des nouvelles hauteurs des points internes au contour. Analyse du nouveau contour et test de la convergence de la plage d'iso-altitude. Si la convergence a été atteinte, il est nécessaire d'analyser la configuration des hauteurs du contour et ajuster certains paramètres en conséquence. Sinon revenir à la première étape.

Précédemment, nous avons décrit les trois premières étapes, ici nous allons développer la dernière.

Saturation de la plage d'iso-altitude :

Il est nécessaire de fixer l'intervalle de hauteur seuil pour définir les lignes d'iso-altitude. Ce seuil est défini lors de la quatrième étape, une fois que la hauteur des points internes au contour a pu être défini. Deux valeurs seuil sont utilisées pour fixer l'intervalle des hauteurs, une valeur minimale et maximale. Si l'on suppose que le contour évolue vers le haut, le seuil minimal correspond alors à la hauteur minimale du contour. Cette valeur est utilisée pour empêcher le contour de descendre. La valeur maximale correspond elle à la limite de la plage de hauteur que nous cherchons à atteindre. Il est important de ne pas prendre un seuil maximal trop petit car sinon cela ferait apparaître trop de discontinuités artificielles dans le contour. C'est pour ces raisons que nous avons choisi d'utiliser un seuil déterminé par la moyenne des hauteurs maximales des points internes au contour. La valeur du seuil peut être fixée dès la première itération, mais l'intervalle des hauteurs n'a pas nécessairement besoin d'être modifié.

La phase de saturation de la plage d'iso-altitude prend fin lors de la convergence du contour avec les mêmes valeurs de l'intervalle fixé.

Analyse du contour après convergence

Après la phase de saturation de la plage d'iso-altitude, il est nécessaire d'analyser la configuration des hauteurs du nouveau contour. En effet, il peut apparaître certaines configurations à prendre en compte dans le processus de l'évolution du contour d'iso-altitude.

Tout d'abord, il est probable que sur certaines parties du contour, un ensemble de points ne soit pas du tout à la même hauteur. Dans ce cas, les hypothèses sur la configuration du contour de départ ne sont plus valables. Il faut donc pouvoir détecter ces segments du contour afin de ne pas les prendre en compte dans un premier temps dans l'estimation des points internes du contour. Ainsi, après l'évolution totale du contour, il est possible qu'il reste des zones non reconstruites. Dans la sous-section suivante nous explorerons plusieurs stratégies pour reconstruire ces zones non reconstruites.

Ensuite, il existe un autre cas qui nécessite une analyse particulière. Si le contour d'isoaltitude a atteint sa hauteur maximale sur la surface, le contour doit suivre une évolution inverse dans le sens où il doit désormais descendre. Dans ce cas, il faut simplement décrémenter le seuil de la hauteur minimale en sens inverse. De plus, il est aussi nécessaire d'inverser la direction des normales du contour 2D. Cette situation est facile à détecter lors de la convergence, il suffit d'analyser la hauteur des points internes au contour.

Traitements particuliers lors de la saturation

A travers la reconstruction, il est possible que la surface que l'on reconstruit présente des discontinuités dues au fait que l'on travaille sur un contour discret. On peut utiliser un lissage sur le contour de façon à obtenir une surface plus lisse. Si l'on effectue directement une moyenne sur les hauteurs du contour discret, cela peut poser un problème. En effet, cela risque d'enlever de la précision pour l'évolution du contour à travers les valeurs moyennes des hauteurs. Si l'on désire effectuer un lissage, il semble donc plus intéressant de ne pas prendre en compte la modification des hauteurs sur le contour, mais d'appliquer seulement la moyenne sur la carte des hauteurs résultantes qui ne sera pas utilisée pour la reconstruction.

3.3.3 Stratégie pour combler les zones non reconstruites

Comme nous l'avons vu précédemment, certaines zones du contour peuvent être bloquées lorsque les hauteurs ne sont pas égales. Dans le pire des cas, on peut se retrouver dans la



FIG. 3.6 – Choix de l'orientation de la surface en fonction des voisins P_0 , P_1 et P_2 pour le critère de la continuité.

configuration où tous les points du contour sont à des hauteurs différentes. C'est par exemple le cas que nous verrons par la suite pour la reconstruction de deux pyramides juxtaposées (figure 3.11). Dans ce cas, nous avons atteint les limites de notre méthode. Cependant, il est possible de tenter d'appliquer d'autres méthodes de reconstruction pour achever l'analyse.

Plusieurs choix sont envisageables, tout d'abord il peut être possible d'essayer d'interpoler les hauteurs des points à partir de celles du contour. Par exemple, il pourrait être possible de combler les zones non reconstruites en reconstruisant la surface en minimisant les variations des normales. Mais cette méthode n'utilise pas les informations photométriques de l'image et le résultat obtenu risque d'être très éloigné de la surface d'origine. Une approche qui semble être plus intéressante est d'essayer toujours d'interpoler les hauteurs des points internes, mais en utilisant une contrainte, comme celle de la continuité. Cette contrainte sera toujours appliquée avec l'idée de propagation sur le contour, même si celui-ci ne représentera plus un contour d'iso-altitude.

Le principe de cette méthode est simple. Il s'agit en fait choisir les nouvelles orientations des points internes en fonction de l'orientation des plus proches voisins du contour. Plus précisément, la méthode consiste à se placer sur la ligne d'iso-intensité de la carte de réflectance puis de choisir le point de coordonnées (ϕ , θ) ayant une distance minimale avec les plus proches voisins appartenant au contour. Le nombre de voisins à prendre en compte peut être variable, mais ici nous avons choisi de considérer tout les voisins 8-connexes appartenant au contour. Notre méthode revient en fait à chercher le barycentre de tous les voisins sur la carte de réflectance. Cette méthode est illustrée par un exemple sur la figure 3.6. Ici, nous cherchons à retrouver l'orientation du point S ayant trois voisins 8-connexe P_0 , P_1 et P_2 et pour intensité I_0 . Le barycentre des points P_0 , P_1 et P_2 est représenté par le point G. Le point retenu pour la solution est le point S de coordonnées (ϕ_S , θ_S), situé sur la ligne d'iso-intensité I_0 ayant une distance minimale avec le point G.

Améliorations possibles

Le principe de cette méthode pourrait être amélioré en considérant des modifications sur les coefficients du barycentre suivant certains critères. Par exemple, il serait intéressant de prendre en compte les distances diagonales, plus importantes pour les voisins 8-connexe que pour les voisins 4-connexe. Une autre amélioration serait de prendre en compte les discontinuités du contour. En effet, un brusque changement de courbure du contour peut être synonyme de changement d'orientation de la surface. Dans ce cas, suivant certains critères qui restent à

étudier, il serait plus pertinent de ne pas prendre en compte tout les voisins utilisés pour calculer le barycentre. Cependant, les discontinuités qui peuvent apparaître sur le contour peuvent être dues au bruit contenu dans les images sources et dans ce cas l'on pourrait s'orienter vers la mauvaise solution.

Une autre solution pour ne pas être influencé par de grandes discontinuités est de ne prendre en compte que les voisins du point appartenant à l'ancien contour. Cette méthode est plus simple à mettre en oeuvre et elle aura l'avantage de ne pas avoir tendance à adoucir les zones discontinues. Comme nous le verrons par la suite sur des exemples de reconstructions, cette approche montre des résultats relativement corrects.

Limites de la méthode

L'utilisation de la contrainte de continuité que nous avons présentée ici, présente malheureusement des limites. En effet, si la distance du barycentre avec la ligne d'iso-altitude est trop importante, il est très probable que la solution choisie ne soit pas la bonne. Cela peut être le cas par exemple en présence d'importantes discontinuités de la surface d'origine.

Alternative intéressante

Cette méthode qui était destinée à finir la reconstruction de la surface lorsque les conditions d'iso-altitude n'étaient plus valables, peut être modifiée de façon à essayer de retrouver des zones du contour ayant une même altitude. Pour cela il faut envisager de faire évoluer le contour, non de manière linéaire, mais en favorisant les mouvements qui ramènent le contour vers une hauteur constante.

Considérons la courbe de l'évolution de la hauteur le long du contour comme par exemple celui de la figure 3.7. Une possibilité est de repérer dans un premier temps les minima et maxima locaux. Ensuite, il faut faire évoluer le contour sur un intervalle fixé [a, b] autour du point considéré. Les valeurs de a et b sont définies tels que :

$$Z(a) = Z(b)$$
 avec $a < b$ et $(b-a) > \epsilon$

où Z(i) représente la hauteur du point P_i et ϵ correspond à la largeur minimale de l'intervalle [a, b].

Les bornes a et b serviront de référence pour ne pas dépasser les hauteurs correspondantes à ces bornes. Il est possible que les hauteurs sur l'intervalle [a, b] ne soient pas modifiées lors de l'évolution du contour. Dans ce cas, il est préférable de ne pas faire évoluer le contour sur cet intervalle, car sinon cela ferait apparaître des discontinuités sur les bornes a et b. Par contre, si les hauteurs sont modifiés, dans ce cas il faut continuer l'évolution tant que les hauteurs sont inférieures aux niveaux des hauteurs en a et b.

Ainsi, le nouveau contour obtenu pourra présenter à nouveau des portions d'iso-altitude permettant d'appliquer la méthode de reconstruction que l'on a vu précédemment. Nous verrons dans la section suivante, les applications de cette méthode sur des cas particuliers où il existe une surface importante non reconstruite.

En résumé, cette méthode permet de débloquer la reconstruction dans certaines situations, en appliquant à la fois la reconstruction par continuité et en essayant de se ramener vers les conditions initiales d'iso-altitude.



FIG. 3.7 – Exemple de l'évolution de la hauteur pour se ramener à des segments d'iso-altitude. La courbe initiale des hauteurs est représentée en (1) et la courbe (2) est obtenue après application de la méthode de continuité sur le segment [a, b]

3.4 Expérimentations sur des images synthétiques

Dans cette section, nous allons présenter l'application de la reconstruction, dans un premier temps par des exemples simples, puis sur des cas plus problématiques. Pour l'ensemble des reconstructions, nous avons utilisé une série de quatre images prises suivant différents éclairages. Cela nous a paru nécessaire pour pouvoir envisager une reconstruction intéressante. La gestion de plusieurs images n'a pas demandé de traitements particuliers dans la mesure où seule la valeur de l'intensité d'un point du contour intervient lors du calcul de la solution. Pour chaque point du contour, nous avons utilisé la plus grande valeur de l'intensité lumineuse présente dans les quatre images sources.

3.4.1 Application sur des formes simples

Afin de pouvoir se donner une idée sur l'efficacité de cette méthode, nous avons tout d'abord choisi de tester notre approche sur des images représentant des formes simples. Nous avons généré des images de sphères et de cônes superposés ainsi que des images de pyramides pour une surface Lambertienne (Fig. 3.8). Pour chaque reconstruction, nous utilisons quatre éclairages différents ayant une orientation horizontale (ϕ_s) qui diffère de 90°. L'orientation verticale θ_s a été fixé à 70° afin d'obtenir une meilleure précision et de façon à réduire l'ambiguïté entre les deux solutions possibles.

Reconstruction de la sphère-cône

La figure 3.9 illustre certaines étapes de la reconstruction de la sphère et du cône superposés. Pour chaque étape, nous avons représenté une des quatre images d'origine avec le contour et la carte des hauteurs obtenue au moment considéré. Sur la première étape (a), le contour est représenté en rouge et bleue. La partie rouge correspond à l'ensemble des points qui utilisent l'image actuelle pour la reconstruction.

Lors de l'évolution du contour, il est possible de remarquer que le contour présente un certain nombre d'irrégularités. C'est par exemple le cas à l'étape (b) de la figure 3.9. Ces imperfections sont dues en fait à un manque de précision de cette méthode à cause du calcul des normales du contour discret. Cet effet a tendance à s'accentuer au fur et à mesure de l'évolution du contour. Les valeurs de la normale du contour ne peuvent plus être utilisées



FIG. 3.8 – Cartes des profondeurs de la sphère superposée avec un cône (a) et d'une pyramide (b). Les images utilisées pour la reconstruction sont représentées en (c) et (d) avec un éclairage ayant une orientation de 70° avec l'horizontale.

correctement car un petit décalage entraîne des valeurs inexactes sur cette composante horizontale de la normale la surface. À partir de cette imprécision, il est possible que pour une intensité donnée il ne corresponde aucune solution pour la composante verticale de la normale de la surface. Un tel cas peut être illustré en reprenant la figure 3.2 (b) de la section 3.2. Considérons un point du contour ayant une normale égale à ϕ_P et possédant une intensité égale à I_1 . Dans ce cas, il apparait bien qu'il n'exsite pas de solution pour la valeur de la composante verticale. Pour tenter de reconstruire malgré tout la surface nous avons modifié la méthode de façon à détecter les points défaillants et ensuite nous avons interpolé les valeurs de la normale grâce au critère de continuité tel que nous l'avons vu dans la section précédente.

L'avantage de ce procédé réside dans le fait qu'il permet de continuer la reconstruction, même si certains points posent des problèmes par manque de précision. On peut d'ailleurs remarquer que lorsque le contour arrive sur la section du cône, il retrouve une forme beaucoup plus circulaire et régulière. Comme on peut le voir sur la figure 3.9 (d), le contour continue bien à évoluer correctement après avoir passé la discontinuité entre le cône et la sphère même si de nouvelles discontinuités sont visibles sur le contour. Les images (a) et (c) de la figure 3.10 représentent le résultat obtenu après le lissage de chaque niveau d'iso-altitude. Le lissage n'a pas été pris en compte pour la reconstruction dans le sens où les hauteurs associées au contour n'ont pas été modifiées. Seule la carte des hauteurs résultante a été modifiée. Le lissage a été obtenu en attribuant la moyenne de tous les points du contour d'iso-altitude.

Reconstruction de la pyramide

La reconstruction de la pyramide s'effectue avec moins de difficultés. Comme on peut le voir sur la carte des hauteurs de la figure 3.10, les faces de la pyramide sont bien lisses et ne présentent pas beaucoup de déformations. Cependant, au fur et à mesure de la reconstruction, on peut remarquer l'apparition de déformations. Les jonctions entre les faces de la pyramide ne sont pas arrondies et la discontinuité est toujours bien respectée. Cet exemple est intéressant car il permet de voir que l'estimation des normales sur le contour semble être à l'origine de déformations qui apparaissent vers le sommet de la pyramide. On peut noter que ces déformations sont en grande partie dues au fait que les faces ne sont pas alignées avec les directions x et y de l'image. D'ailleurs, nous pourrons voir dans le prochain exemple de reconstruction que ces déformations n'apparaissent pas quand les faces de la pyramide sont alignées avec les directions x et y de l'image.



FIG. 3.9 – Évolution du contour lors de la reconstruction associé avec la carte des hauteurs obtenue à chaque étapes.



FIG. 3.10 – Les images (a) et (c) représentent les cartes des hauteurs obtenues lors de la reconstruction, en (d) et (d) nous avons la représentation sous *openGL*.

3.4.2 Cas spéciaux ayant des zones non reconstruites

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, il peut exister des cas où l'on se retrouve dans une configuration où l'on ne peut plus faire évoluer le contour. C'est par exemple le cas si l'on considère deux pyramides juxtaposées ayant une partie commune. Ce cas particulier est illustré par la carte des hauteurs de la figure 3.11. Le contour est initialisé sur la partie commune des deux pyramides.



FIG. 3.11 – Évolution du contour jusqu'à immobilisation (c). La reconstruction a été terminé en appliquant une contrainte de continuité (d).

Au cours de l'évolution, dès que le contour va entrer en contact avec la séparation des deux pyramides, certains points vont arrêter leur progression. C'est ce que l'on peut observer sur la figure 3.11 pour l'étape (b). Même si les autres points du contour peuvent continuer leur progression, le contour finit par converger en laissant toute une zone non reconstruite (étape (c)). Tous les points du contour sont à des hauteurs différentes ce qui bloque l'évolution du contour.

Après convergence, nous avons appliqué la méthode de continuité pour pouvoir reconstruire la zone restante. Ici, nous n'avons pas appliqué l'amélioration qui consistait à tenter de retrouver des parties de contour d'iso-altitude. Cependant, la reconstruction a bien permis de combler la zone manquante (Fig. 3.11 (d)). On peut observer que le surface est bien reconstruite, même si l'un des points du sommet de la pyramide de gauche a entraîné une déformation. Il apparaît aussi que la qualité de ces deux pyramides juxtaposées est meilleure que celle que nous avons obtenue sur la figure 3.10. En particulier il apparaît moins de déformations au cours de la propagation. Cette observation peut s'expliquer simplement par le fait que la base carrée à été prise dans le sens des axes x et y de l'image tandis que dans l'exemple précédent la base de la pyramide était disposée en diagonale.

Autre alternative

Dans notre exemple, l'idéal serait en fait de pouvoir isoler les deux pyramides en deux contours distincts. Malheureusement, la zone de séparation entre les deux pyramides est trop brusque. Notre méthode n'est pas assez précise pour pouvoir suivre la frontière entre les deux pyramides. Une autre possibilité peut cependant être envisagée pour la reconstruction des deux pyramides. Au lieu d'arrêter la progression des points qui ne présentent plus assez de précision ou qui ne sont pas à la bonne hauteur, on peut envisager d'appliquer directement la méthode de continuité sur ces points.

Nous avons appliqué cette alternative sur la reconstruction des deux pyramides (Fig. 3.12). Dès que le contour arrive au niveau de la séparation des deux pyramides, le contour arrive à suivre la frontière à partir des deux extrémités. Ensuite, on peut observer que les deux bords du contour entrent en contact au centre de la frontière et forment ainsi deux contours. La reconstruction se poursuit alors séparément sur chacune des deux pyramides.



FIG. 3.12 – Séparation du contour sur deux pyramides juxtaposées.

On peut remarquer que la reconstruction est moins bonne qu'avec la méthode précédente. En effet, il apparaît des irrégularités au moment de la séparation du contour. Ces déformations se propagent et s'accentuent ensuite lors de la reconstruction. En fait, ces irrégularités n'apparaissent que sur une seule des deux pyramides. Cela s'explique par le fait que l'utilisation de plusieurs contours demande quelques modifications au niveau de l'application de la continuité. Seule la jonction de la pyramide de gauche s'est bien effectuée.

3.4.3 Application sur les cavités de la spatule aurignacienne

Pour évaluer le comportement sur des surfaces plus complexes et pour lesquelles le contour initial se trouve plus irrégulier, nous avons utilisé la carte des hauteurs d'un trou qui a été scanné pour définir les images de tests. Ces images ont été générées à partir du logiciel *povray* en incluant les ombres portées. La présence d'ombre sera facilement prise en compte à partir du moment où notre algorithme ne prend en compte que les intensités maximales.

Application avec le critère de continuité uniquement

Dans un premier temps, nous avons décidé d'évaluer la reconstruction des cavités en appliquant simplement le critère de continuité. La propagation du contour se fera de façon linéaire dans le sens où chaque nouveau contour sera produit à partir de tous les points internes du contour quelles que soient leurs hauteurs. Cette première reconstruction permettra de mesurer si le critère de continuité peut permettre d'obtenir des résultats intéressants.

La figure 3.13 illustre la carte des hauteurs de la cavité (a) que nous avons utilisée pour générer une des quatre images sources (b). L'analyse de la surface au scanner présente quelque défauts que l'on peut observer sur la carte des hauteurs. Il est possible d'observer des décalages de hauteurs entre certaines lignes voisines.



FIG. 3.13 – Carte des hauteurs de la cavité (a) utilisée pour obtenir l'image (b) avec un éclairage dont l'orientation verticale est de 70°.

La figure 3.13 présente le résultat obtenu sur la concavité. La reconstruction présente des défauts majeurs même si certaines zones semblent cependant correctes. On peut observer des défauts qui commencent sur des zones bien particulières. Ces zones semblent être la conséquence du fait que l'on ne considère que les voisins de l'ancien contour pour appliquer la continuité. De plus, l'on peut espérer obtenir des résultats bien meilleurs si l'on applique les améliorations telles que la prise en compte des discontinuités du contour ou des distances 8-connexe entre les points.

Reconstruction par contours d'iso-altitude

Ici, nous avons appliqué la reconstruction par contour d'iso-altitude avec le critère de continuité. Les étapes de l'évolution du contour sont présentées sur la figure 3.14. On peut observer qu'au fur et à mesure que le contour évolue des déformations apparaissent et se propagent. Ces déformations proviennent de l'application de la continuité pour les points qui ne sont plus valides pour la reconstruction. La phase de saturation des plages accentue l'erreur dans la mesure où le critère de continuité est assez limité. Ces résultats montrent bien que lorsque le contour commence à présenter des irrégularités, l'estimation des normales le long du contour devient imprécise et ne permet pas d'obtenir une reconstruction lisse.



FIG. 3.14 – Reconstruction de la cavité à partir de quatre images synthétiques. L'évolution du contour pour la reconstruction de la cavité est illustré sur les images (a-c). L'image (d) présente le résultat de la reconstruction.

3.5 Limitations et extensions possibles

3.5.1 Problème d'initialisation

L'initialisation du contour pose un problème en pratique pour pouvoir appliquer cette méthode sur des images réelles. En effet, comme nous avons pu le voir, le contour a besoin d'avoir une certaine taille pour être relativement précis et donner des informations correctes sur la surface. De plus, il n'est pas trivial de pouvoir déterminer si toute une zone est vraiment à la même hauteur. Ensuite, il serait aussi utile de pouvoir gérer la reconstruction à partir de plusieurs contours d'autant plus si la surface initiale présente peu de zones situées à une hauteur constante. Cette modification serait envisageable, mais elle risque de compliquer grandement la gestion de l'évolution des différents contours.

3.5.2 Limitations dues au bruit et à la surface

À partir du moment où des problèmes apparaissent sur des surfaces de tests générées sans la présence de bruit, l'on est en droit de penser que sur des images réelles cette méthode ne peut pas réellement apporter un gain par rapport aux autres méthodes classiques de photométrique stéréo. Même si pour chaque portion du contour nous supposons utiliser uniquement les informations provenant d'une seule image, on peut noter que cette méthode de reconstruction n'utilise pas réellement toutes les informations photométriques qui sont disponibles. De plus, comme nous l'avons vu pour la reconstruction des deux pyramides juxtaposées, certaines surfaces donnent plus de difficultés pour la reconstruction. On peut imaginer d'autres exemples où la reconstruction poserait ce même genre de problème. Les solutions que nous avons présentées ne semblent pas assez robustes au bruit pour envisager de reconstruire des surfaces à partir d'images réelles.

Enfin, le fait d'utiliser qu'une seule des N intensités lumineuses disponibles peut entraîner des décalages importants sur les différentes portions du contour. Plus exactement, si le calibrage des images sources n'est pas tout à fait le même sur toutes les images, dans ce cas le décalage sera nécessairement visible sur la reconstruction. Dans l'application de la reconstruction sur des images réelles, il sera alors tout à fait probable que la reconstruction ne soit pas robuste.

3.5.3 Améliorations possibles

Une première piste pour améliorer ce travail pourrait consister à utiliser des modèles déformables en deux dimensions pour permettre une évolution plus douce du contour d'isoaltitude. En effet, cela constituerait un moyen original pour inclure des contraintes de courbure afin de garantir une certaine continuité sur l'évolution du contour. Par exemple, il serait possible d'utiliser un modèle déformable discret de façon à contraindre l'avancement du contour en considérant une énergie de lissage [44].

Une autre amélioration possible serait de considérer une approche multi-résolution de façon à ce que la reconstruction soit moins sensible aux bruits des différentes images. Cependant, une approche multi-résolution ne semble pas facilement envisageable, à partir du moment où la reconstruction s'effectue à travers des contours discrets. Par contre, il est possible d'imaginer utiliser une représentation originale d'un contour discret à l'aide d'ondelettes. Cette représentation introduite par Waku [78, 79] permet de représenter le contour à différents niveaux d'échelle. L'avantage de cette méthode est entre autres qu'elle utilise une représentation unique permettant facilement de changer de niveau d'échelle, tout en gardant les informations du contour initial. De plus cette représentation se base sur le code de Freeman pour effectuer les transformations ce qui rend son utilisation plus simple à utiliser en parallèle avec les chemins Euclidiens. La figure 3.15 montre la représentation du contour initial de la cavité à différents niveaux de résolution. On peut observer que le contour résultant garde une forme intéressante tout en gardant l'évolution générale du niveau précédent. On pourrait donc envisager de reconstruire la surface en commençant par un faible niveau de résolution. Pour cela, il serait nécessaire de trouver un moyen pour obtenir les informations photométriques des images à partir de la nouvelle taille du contour. Cette dernière opération n'est cependant pas triviale à faire car il faut pouvoir trouver les dimensions de l'image telles que le contour coïncide avec l'image redimensionnée. Une autre idée plus simple peut nous venir à l'esprit, il s'agirait d'inclure directement les informations photométriques dans la représentation multi-résolution du contour. Cependant, cette approche ne permettrait pas de faire évoluer le contour très loin car dès que le contour sera modifié, nous n'aurons plus accès à l'intensité des nouveaux points du contour.

Cette utilisation des contours à différents niveaux de résolution peut permettre d'envisager une représentation de surface topographique présentant différents niveaux de détail. L'idée principale serait de décomposer la surface par niveaux d'iso-altitude.

3.6 Application au Sketching

Dans cette section, nous allons détailler une application intéressante développée par Xavier Granier et Pierre-Louis Naud qui consiste à utiliser cette méthode de reconstruction pour



FIG. 3.15 – Représentation en ondelettes du contour à travers différents niveaux de résolution. Le contour initial correspond au contour de la cavité utilisé dans les exemples précédents.

l'application au sketching sur PDA [56].

3.6.1 Sketching

Le mot skteching signifie en anglais croquis. Le principe est d'obtenir un objet en trois dimensions à partir d'un croquis représentant les contours d'une forme. La plus célèbre des méthodes est celle connue sous le nom de Teddy [29, 59]. Teddy est une interface très simple qui permet en quelques minutes de créer une forme en trois dimensions. L'utilisateur doit dans un premier temps dessiner les contours de l'objet, puis il a la possibilité de modifier le volume en créant de nouveaux contours. Ce moyen de désigner des formes présente une grande simplicité mais ne permet pas d'obtenir des formes avec un fin niveau de détail.

3.6.2 Sketching et Shape from Shading

L'origine de l'idée de Sketching à travers les techniques de Shape From Shading vient du fait de vouloir obtenir des objets en trois dimensions à partir d'une image représentant l'image de l'objet que l'on souhaite reconstruire. La motivation de ces créations de formes venait de la volonté de créer des formes de façon simple et rapide sur PDA. Cependant l'utilisation de techniques de Shape From Shading sur un PDA n'a jamais été fait. Les limitations sur les PDA posent beaucoup de contraintes, à la fois pour le calcul sur les flottants qui n'est pas autorisé, mais aussi pour le rendu des surfaces qui est faite essentiellement par points.

Génération de l'image utilisée pour la reconstruction

Une première étape pour la reconstruction se situe dans la génération de l'image qui va être utilisée pour la reconstruction. Ici, le principe est de simuler un éclairage frontale par rapport à la surface imaginaire. Tout d'abord la création d'un contour est effectuée à l'aide d'une spline. Ensuite un algorithme de remplissage est utilisé pour obtenir l'image de la figure 3.16 (b). Les intensités de l'image source correspondent en fait à la carte des distances par rapport au contour initial. On peut noter que des modifications de l'image source peuvent avoir lieu, mais cependant, une question peut nous venir à l'esprit : est-ce que l'image source correspond réellement à une surface réelle ? La réponse à cette question n'est pas immédiate et intuitivement l'on peut penser que la réponse est certainement négative en général. On peut d'ailleurs faire référence à un article intéressant de Horn qui montre justement un ensemble d'images ne pouvant pas correspondre à un rendu Lambertien [26]. Mais cela ne constitue pas



FIG. 3.16 – Contour initial (a) utilisé pour généré l'image source (b).

nécessairement un obstacle car l'on peut toujours essayer de reconstruire une surface qui se rapproche le plus de l'image source. Cependant, il serait tout de même souhaitable de prendre en compte certains critères pour générer des images qui ont des chances de correspondre à des images de rendu d'une surface existante.

Reconstruction à partir du contour

La méthode de reconstruction par propagation de contours d'iso-altitude a donc dû être modifiée pour pouvoir être appliquée sur PDA. Tout d'abord, pour permettre une gestion plus efficace du contour, la propagation a été faite sans tenir compte des contours d'iso-altitude. Cette approche permet de retrouver les normales sans lever l'ambiguïté concave/convexe.

Cette modification nécessite alors une nouvelle étape pour la reconstruction pour intégrer les normales afin de retrouver la hauteur de tous les points de la surface. La façon d'intégrer les normales joue un rôle important car il est tout à fait possible que la surface ne soit pas intégrable. En effet, l'image source ne correspond pas obligatoirement à l'image d'une surface réelle. Ainsi, suivant la méthode que l'on utilise pour intégrer les normales la surface risque d'être sensiblement différente. La hauteur des points de la surface a été obtenue à partir d'une méthode classique qui se base sur la propagation en partant du point dont la hauteur est supposée la plus haute.

La figure 3.17 montre le résultat obtenu à partir de l'image source décrite précédemment (image (b)). On peut observer que la surface se rapproche hélas de la carte des distances obtenue à partir du contour. En effet, la surface représentée sur l'image (a) correspond à la visualisation de l'image source interprétée comme une carte des hauteurs. Cependant, en effectuant une comparaison visuelle, l'on s'aperçoit que la surface obtenue est plus lisse et plus arrondie que la surface obtenue directement par la carte des distance. Cette particularité vient surtout de l'origine de l'image source qui a été utilisée pour la reconstruction.

Dans cette section, nous avons pu montrer une application intéressante de notre méthode pour le sketching sur PDA. L'aboutissement de cette technique n'est pas encore au point, cependant dans le prochain chapitre nous montrerons une application qui fonctionne relativement bien et qui permet de reconstruire des formes à partir de dessins.



(a) (b)

FIG. 3.17 – Surface reconstruite (b) à partir de l'image source présentée sur la figure 3.16. L'image (a) correspond à la représentation en trois dimensions de l'image source interprétée comme carte des hauteurs.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit une méthode de reconstruction basée sur la propagation de contours discrets. La reconstruction s'effectue à partir de la décomposition du vecteur normal en deux composantes horizontale et verticale. La composante horizontale est calculée à partir du contour discret par l'intermédiaire d'une méthode d'estimation de normale discrète. La composante verticale est ensuite déduite à partir des informations photométriques des images. Cette méthode peut fonctionner à partir des informations de plusieurs images. Cependant, des limites nous sont très vite apparues. L'utilisation de cette méthode sur des images réelles nécessiterait beaucoup d'améliorations sur la propagation des contours discrets. En particulier, l'utilisation de modèles déformables pourrait constituer un apport intéressant. Nous n'avons pas voulu continuer cette approche car d'autres alternatives nous ont paru être plus simples à mettre en oeuvre. Cependant, nous avons pu voir que ce travail a permis de donner des applications pour des méthodes originales de Sketching. De plus, elle nous a permis de vérifier que le principe de propagation par niveaux d'iso-altitude pourrait être exploité pour donner une méthode plus robuste que nous allons introduire dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Reconstruction par propagation de régions

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une méthode de reconstruction qui propageait les informations des normales du contour discret pour retrouver les hauteurs des points internes au contour. L'application de la reconstruction sur des images réelles demandait des modifications importantes pour obtenir une approche plus robuste et moins sensible au bruit. Nous avons donc décidé de nous orienter vers une approche à la fois semblable en gardant l'idée de propager des informations par niveaux d'iso-altitude mais avec un principe de reconstruction profondément différent. Ici, au lieu de propager l'information des normales, nous avons choisi d'estimer directement les hauteurs des points voisins au contour afin de retrouver les normales qui coïncident le mieux avec les informations photométriques d'une ou plusieurs images. De plus, la définition de régions permet de définir des contraintes pour la reconstruction et d'éviter de façon explicite les ambiguïtés concaves/convexes.

De façon plus générale, l'idée principale est aussi de pouvoir obtenir une certaine abstraction à la fois par rapport au modèle de réflectance et aussi par rapport au modèle d'éclairement. Cela appâtait en effet être une nécessité pour obtenir des reconstructions précises à partir d'images réelles. Cette approche a aussi été présentée dans de récentes publications [33, 5].

4.1 Idée principale de la reconstruction

Pour, entre autres, pallier le problème de l'initialisation que l'on pouvait rencontrer à partir des contours d'iso-altitude, nous avons pensé à définir des zones qui correspondent à des régions où la hauteur est supposée constante par rapport à la direction d'observation. L'avantage de définir des régions par rapport aux contours provient du fait que l'on n'est plus obligé de considérer le contour en lui-même de façon explicite. Pour la suite nous appellerons ces régions sous le nom de patch. Un patch correspond ainsi à des zones de même hauteur par rapport à la direction de l'observateur. L'idée de reconstruction est basée sur l'évaluation de la hauteur des points situés au bord des patchs. Un exemple de patch est représenté sur la figure 4.1. Les patchs associés aux zones plates de l'image sont dessinés en bleu (a). L'image (b) représente les patchs par rapport au dispositif d'observation et d'éclairage.

Ainsi, sur tous les patchs dessinés par l'utilisateur, nous supposons que la hauteur est constante. La stratégie pour reconstruire la surface consiste dans un premier à évaluer la



FIG. 4.1 – Exemple de patchs sur l'image d'origine (a) et par rapport au dispositif d'observation et d'éclairage (b).

hauteur des points voisins au patch, puis de faire évoluer les régions par niveaux d'iso-altitude.

4.1.1 Évaluation de la hauteur des points connectés au patchs

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, les contours d'iso-altitude permettent de réduire le nombre de solutions pour l'équation entre l'intensité de l'image d'origine et l'intensité de l'image simulée. Notre stratégie ici est d'évaluer la hauteur des voisins des pixels appartenant au patch afin de minimiser la différence entre l'intensité image et l'intensité obtenue à partir de la surface. Plus exactement, considérons un point P appartenant au patch et ayant au moins un pixel voisin n'appartenant pas au patch. Il s'agit alors d'évaluer la hauteur des voisins connectés au patch, afin de minimiser l'énergie définie à partir de l'équation de réflectance (Eq. 2.7) :

$$E(x,y) = (R(p,q) - I(x,y))^2$$
(4.1)

Cette énergie peut être trivialement étendue à l'utilisation de N différentes images. Dans ce cas, une première solution consiste à faire la somme de ces différentes énergies. Par contre, si l'image contient des zones que l'on désire ne pas prendre en compte, nous avons besoin d'invalider ces zones. Par exemple, l'on peut envisager d'invalider les zones d'ombres, ou d'inter-réflection. Dans ce cas nous obtenons le nouvelle expression de l'énergie suivante :

$$E_T = \sum_{k=1}^{N} \sigma(P,k) \left(R_k(p,q) - I_k(P) \right)^2$$
(4.2)

avec :

 $\sigma(P,k) = \begin{cases} 1 \text{ si } P \text{ a une intensité valide dans l'image k,} \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$

Les zones d'ombre peuvent être invalidées dans un premier temps par un simple seuillage. Il est aussi possible de segmenter automatiquement les ombres à partir d'une méthode spécifique.



FIG. 4.2 – Influence des points connectés au patch. Le patch initial est dessiné en bleu.

Cependant, même si l'utilisateur invalide plus d'ombre que les ombres réelles, cela ne pose pas de problème dans l'évaluation de l'énergie totale car nous n'utilisons qu'une seule énergie. En présence de zones spéculaires, il est aussi utile d'invalider les spécularités présentes localement sur les images sources. Il s'agit alors de détecter les intensités dépassant un certain seuil maximal (défini par rapport au calibrage de la carte de réflectance par l'intermédiaire des patchs). De plus, ce moyen d'invalider ces zones dans l'image peut être aussi utilisé pour invalider des régions ayant un albédo ou plusieurs textures différentes. Dans ce cas, toutes ces zones seront invalidées dans toutes les images. Ces régions ne posséderont alors plus aucune informations photométriques. Nous verrons par la suite comment appliquer des contraintes pour combler ces zones.

À partir de cette énergie, nous pouvons imaginer un processus d'estimation de la hauteur des points voisins au patch. Pour déterminer l'énergie des points frontières des patchs il est nécessaire de connaître la normale de ces points. Le vecteur normal dépend alors des points appartenant aux patchs et des points externes. La modification de la hauteur d'un point connecté au patch P va engendrer une modification de l'énergie sur tous les voisins du patch $\Pi(P)$ qui utilisent ce point pour calculer la normale. La figure 4.2 illustre l'influence des points voisins au patch. Le patch initial est dessiné en bleu, tandis que les points voisins au patch sont dessinés en blanc. Sur cet exemple, si la hauteur du point A est modifiée, alors les normales aux points B, C et D devront être recalculées pour évaluer la nouvelle énergie.

Ainsi, la stratégie pour évaluer la hauteur d'un point P connecté au patch va donc consister à mesurer l'énergie pour tous les voisins 8-connexes $\Pi(P)$ appartenant au patch. Pour cela nous mesurons donc l'énergie suivante :

$$E_{\Pi(P)} = \sum_{Q \in \Pi(P)} E_T(Q) \tag{4.3}$$

Nous pouvons alors définir un moyen d'évaluer la hauteur des points connectés au patch. Il s'agit tout d'abord d'initialiser la hauteur de ces points par la moyenne des voisins appartenant au patch. Ensuite, nous choisissons un point au hasard et modifions sa hauteur verticalement par un pas de ΔH , ce nouveau point sera noté P'. Le changement de hauteur sera ainsi validé si et seulement si la modification du point P fait baisser l'énergie globale, plus exactement si et seulement si : $E_{\Pi}(P') < E_{\Pi}(P)$. Ainsi, nous pouvons résumer la phase d'évaluation de la hauteur des points par différentes étapes suivantes :

- -(1) sélection aléatoire d'un sens pour la modification de hauteur (le haut ou vers le bas),
- (2) évaluation des normales dans tout le voisinage du point P' et P du patch $(\Pi(P))$,
- (3) calcul des énergies associées aux deux positions des points P et P',
- (4) si $E_{\Pi}(P') < E_{\Pi}(P)$, alors le changement de hauteur est validé.

La convergence de l'estimation de la hauteur des points connectés au patch dépend de l'estimation des normales au bord des différents patchs. Comme nous allons le voir par la suite, il est utile de définir plusieurs estimateurs en fonction de la valeur de la variation de hauteur ΔH utilisée.

4.1.2 Estimation de la normale sur le bord du patch

L'estimation de la normale du patch joue un rôle important à partir du moment où il en dépend la mesure de l'énergie utilisée pour l'estimation de la hauteur des points voisins au patch. Notre approche consiste dans un premier temps à faire une reconstruction avec une variation de hauteur grossière en utilisant une valeur de ΔH égale à 1. Puis, durant les phases de raffinement, nous utiliserons des valeurs inférieures 1. Pour cette raison, nous utiliserons deux estimateurs de la normale en fonction de la valeur ΔH utilisée lors de l'estimation de la hauteur.

Estimateur discret

Dans le cas de la variation de hauteur ΔH est égale à 1, nous reconstruisons une surface discrète. Il nous faut alors pouvoir faire une estimation précise et rapide du vecteur normal en tout point du patch. La difficulté de l'estimation de la normale réside dans le fait que nous sommes sur le bord d'une région pour laquelle nous n'avons pas d'information au delà des patchs. Nous avons considéré dans un premier temps l'utilisation des chemins Euclidiens pour estimer la normale sur les points du patch. Cependant, nous avons pas retenu cette méthode, étant donné que l'on est au bord d'un patch, il n'est pas trivial d'étendre l'estimateur dans le cas de zones où l'on est bloqué par les endroits non reconstruits. Une autre raison pour ne pas utiliser cet estimateur se trouve dans le fait que ces estimateurs ne donnent pas toujours de bons résultats lorsque de petites imperfections sont présentes. Nous avons donc choisi d'utiliser l'estimateur de Grit Thürmer qui présente une complexité correcte et dont l'estimation est bien adaptée à notre approche de reconstruction [72].

Cette méthode calcule la normale en un point P dans l'espace objet. Elle suppose que la surface sépare localement l'espace en deux ensembles disjoints. Les trois composantes x_n , y_n et z_n du vecteur normale sont calculés en analysant un voisinage spatiale de taille ns autour du point P:

$$x_n = \sum_{i=-ns}^{ns} \sum_{j=-ns}^{ns} \sum_{k=-ns}^{ns} \frac{w \ \sigma \ i}{\sqrt{i^2 + j^2 + k^2}};$$
(4.4)
avec $i \neq 0 \lor j \neq 0 \lor k \neq 0$

$$y_n = \sum_{i=-ns}^{ns} \sum_{j=-ns}^{ns} \sum_{k=-ns}^{ns} \frac{w \sigma j}{\sqrt{i^2 + j^2 + k^2}};$$
(4.5)
avec $i \neq 0 \lor j \neq 0 \lor k \neq 0$

$$z_n = \sum_{i=-ns}^{ns} \sum_{j=-ns}^{ns} \sum_{k=-ns}^{ns} \frac{w \ \sigma \ k}{\sqrt{i^2 + j^2 + k^2}};$$
(4.6)
avec $i \neq 0 \lor j \neq 0 \lor k \neq 0$

 σ

avec :

$$\mathbf{r} = \begin{cases} 1 & \text{si } p(x+i, y+j, z+k) \in A \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$
(4.7)

où A représente l'ensemble de tous les voxels n'appartenant pas à la surface et n_s est la taille de voisinage. Le facteur w est un facteur de pondération. Ici, comme la taille de voisinage est fixée à 1, le facteur de pondération est ignoré.

Nous utilisons ici une version de base de l'algorithme de introduit par Grit Thürmer. Il existe, en effet des versions améliorées de l'estimation des normales sur une surface discrète. En particulier, une méthode permet d'utiliser une taille de voisinage non fixe et permet d'obtenir une surface lisse tout en préservant les discontinuités de la surface [74]. Cependant, pour l'instant, nous n'avons pas cherché à inclure directement une méthode plus complexe, car l'utilisation d'une taille de voisinage non fixe sera limitée par l'estimation des normales sur le bord du patch.

L'utilisation d'un voisinage de petite taille fixe limite nécessairement la précision de l'estimation de la normale sur le bord du patch. Cependant, le fait que la précision soit limitée n'est pas gênante dans le sens où de toute façon la reconstruction sera raffinée à partir de l'estimateur géométrique. De plus, si l'on considère une surface présentant une très faible résolution, l'estimateur discret donnera une meilleure approximation des normales que l'estimateur géométrique. Ainsi, une approche permettant une reconstruction à différents niveaux d'échelle pourrait être intéressante pour exploiter au mieux l'estimateur discret. Enfin, comme nous l'avons vu précédemment, l'on peut envisager améliorer cet estimateur en n'utilisant plus seulement un voisinage de taille fixe, mais en utilisant aussi les informations de la surface qui sont connues à l'intérieur du patch.

Estimateur géométrique

À partir du moment où l'on envisage de raffiner la reconstruction à partir d'une variation de hauteur ΔH inférieure à 1, l'estimateur discret vu précédemment ne peut plus être utilisé. Nous nous sommes donc orientés vers un estimateur utilisant les voisins du point considéré [70]. La normale d'un pixel sera alors déterminée en fonction de ses huit points voisins et à partir du produit vectoriel. Pour cela, l'on considère les voisins inter-pixel tels qu'ils sont décrits dans la figure 4.3. Sur cette figure, le point P_0 est le point dont on cherche à retrouver la normale, les huit pixels voisins sont notés de P_1 à P_8 , de même que les voisins inter-pixel sont notés de S_1 à S_4 .

La normale en P_0 est alors calculée à partir des normales des quatre points voisins interpixel S_1 , S_2 , S_3 et S_4 . Pour chacun de ces points la normale est calculée à partir du produit vectoriel des 4 pixels auquel il appartient. Par exemple, pour déterminer la normale du point inter-pixel S_3 , nous calculons le produit vectoriel entre les vecteurs u et v:

$$u = (u_1, u_2, u_3) = P_5 - P_7 \tag{4.8}$$

$$v = (v_1, v_2, v_3) = P_0 - P_6 \tag{4.9}$$

Ainsi, l'on obtient le vecteur normal $\vec{N_0}$ en S_0 :

$$\vec{N}_0 = u \wedge v = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1)$$
(4.10)



FIG. 4.3 – Estimation directe du vecteur normale.

Après le calcul des normales des quatre voisins inter-pixel, la valeur de la normale au point P_0 est déterminée par la moyenne des quatre vecteurs normaux obtenus en S_0 , S_1 , S_2 et S_3 .

Cet estimateur donne un raffinement correct, cependant avec cet estimateur, la convergence n'est alors plus assurée. Pour pouvoir assurer la convergence de l'estimation des hauteurs, nous avons donc modifié l'estimateur de façon à pouvoir garantir la convergence du processus d'estimation de la hauteur. Pour cela, nous nous sommes inspirés de l'opérateur discret qui prenait en compte un voisinage limité. Nous avons simplement modifié la façon de prendre en compte les points en considérant une hauteur maximale accordée à la position verticale des points voisins par rapport au point initial P_0 . Ainsi, nous considérons un volume de taille finie pour l'analyse de la normale. Dans cette situation, comme nous allons le montrer dans la partie suivante, la convergence du processus de l'estimation des hauteurs des points connectés au patch est bien assurée.

Convergence de l'estimation des hauteurs

À partir du moment où il existe un nombre fini de configurations des voisins connectés au patch, il en existe nécessairement une ou plusieurs qui présente une énergie minimale. Le nombre de configurations peut être considéré comme fini dès que l'estimation de la normale ne prend en compte un voisinage fini. À partir des deux estimateurs que nous avons décrits précédemment nous pouvons alors garantir la convergence de l'estimation des hauteurs.

La figure 4.4 montre la comparaison de la convergence entre l'estimateur discret (a) et l'estimateur géométrique (b). Chaque courbe représente l'évolution du pourcentage moyen de points modifiés en fonction du nombre de points choisis aléatoirement sur les bords des patchs. Ici, nous considérons une itération comme la succession de N tirages aléatoires de points voisins au patch, avec N correspondant au nombre de voisins au patch. Pour l'estimateur discret, on peut observer que l'estimation des hauteurs converge rapidement au bout de 30 itérations. La convergence pour l'estimateur géométrique est par contre plus lente et se situe au delà de 120 itérations. Cela peut facilement s'expliquer par le nombre plus important de configurations possibles. Cette estimation de la convergence a été obtenue à partir de la reconstruction de surface provenant d'images réelles (provenant de la surface d'une cavité que nous verrons par la suite).


FIG. 4.4 – Convergence de l'estimation des hauteurs des points connectés au patch. La courbe (a) représente le nombre de pixels modifiés avec l'estimateur discret et (b) représente la convergence obtenue avec l'estimateur géométrique avec une variation de hauteur $\Delta H = 0.25$.

Dans la section suivante, nous allons voir comment reconstruire la surface à partir de l'estimation de la hauteur des points voisins aux différents patchs.

4.2 Mise en œuvre de la reconstruction

Une fois que le processus de l'estimation des hauteurs a convergé, il est nécessaire de mettre à jour les différents patchs en fonctions des hauteurs obtenues. Comme les hauteurs des patchs sont des hauteurs relatives, il sera aussi nécessaire de mettre à jour la hauteur des patchs quand ces derniers se rencontreront.

4.2.1 Saturation des niveaux d'iso-altitude

La phase de saturation des niveaux d'iso-altitude consiste à ajouter aux patchs tous les pixels dont la hauteur a été évaluée et qui appartiennent à l'intervalle de hauteur associé au niveau d'iso-altitude. L'évolution des patchs se fait ainsi de la même façon qu'avec les contours discrets, même si dans ce cas, le fait qu'un pixel soit rajouté ou non au patch a moins d'importance pour la reconstruction. Nous utilisons alors un intervalle de hauteur $I = [H_{min}, H_{max}]$, qui correspond à l'intervalle des hauteurs autorisées pour les points qui seront rajoutés au patchs. Les valeurs de H_{min} et H_{max} sont définies à partir de la variation de hauteur ΔH . Ainsi, suivant la hauteur Z(x, y) d'un point connecté au patch, l'on peut décider s'il doit ou non être rajouté au patch. Sans perte de généralité, supposons que la direction de propagation du patch se fasse vers la bas. Trois différents cas peuvent alors apparaître :

- $-Z(x,y) \in I$: dans ce cas, le pixel sera bien rajouté au patch car sa hauteur appartient bien à l'intervalle de hauteur considéré,
- $-Z(x,y) > H_{max}$: par contre, dans ce cas, le pixel ne peut pas être tout de suite inclus au patch car sa hauteur n'est pas incluse dans l'intervalle *I*. De plus, comme le patch est sensé évoluer vers le bas, il sera alors traité durant la phase d'évolution montante.
- $-Z(x,y) < H_{min}$: ici, le pixel ne sera pas tout de suite rajouté au patch, mais il pourra l'être lorsque la valeur de H_{min} aura diminuée.



FIG. 4.5 – Schémas général de la reconstruction.

Lors de la saturation des niveaux d'iso-altitude, nous avons choisi d'arrêter la phase de saturation lorsqu'un faible pourcentage de pixels est rajouté au patch. Nous avons adopté une telle stratégie de façon à limiter les erreurs possibles dues au bruit et de façon à ne pas propager des erreurs qui pourraient se produire sur seulement quelques pixels du contour. Nous verrons par la suite que cette stratégie montre des résultats robustes au bruit. On peut aussi imaginer un autre moyen d'éviter des instabilités dues aux bruits qui ne nécessiterait pas de définir le pourcentage minimale de points pour détecter que la phase de saturation a été effectuée. Par exemple, une solution est d'analyser les configurations locales de pixels candidats et d'interdire de rajouter au patch certaines d'entre elles.

Une fois que la saturation du niveau d'iso-altitude a été effectuée, l'intervalle I est ensuite mis à jour en fonction de la direction principale de propagation. La valeur de l'intervalle Iest ensuite incrémentée par la valeur de ΔH . Une fois qu'il n'existe plus aucun pixel voisin des patchs la phase ascendante ou descendante de reconstruction prend fin. La phase de reconstruction peut alors s'effectuer de manière inverse. La figure 4.5 illustre le processus de reconstruction associé à un patch.

L'itération du processus de reconstruction avec une valeur plus petite de variation de hauteur $\Delta H < 1$ suit les même phases. Cependant, étant donné que les hauteurs de tous les pixels ont déjà été définies, nous pouvons gérer les patchs de façon plus simple en utilisant simplement un seuillage sur la carte des hauteurs résultante. Cette approche a l'avantage de pouvoir effectuer la reconstruction à partir d'une seule phase ascendante de la reconstruction.

4.2.2 Gestion des différents patchs

Au cours de la phase de reconstruction les différents patchs seront nécessairement amenés à être fusionnés. Il est alors nécessaire de mettre à jour les hauteurs relatives de chaque patchs et de définir un nouvel intervalle de la plage d'iso-altitude. Plus formellement, considérons de patchs A et B amenés à être fusionnés. Soit H_A et H_B la hauteur des points en contact appartenant au deux patchs distincts. À partir de la différence de hauteur $D_p = H_A - H_B$ entre les deux patchs, il s'agit d'incrémenter les hauteurs de tous les points appartenant au



FIG. 4.6 – Illustration de l'extension d'un patch initial (a) et (b). La figure (c) illustre une situation de fusion entre deux patchs ainsi que la mise à jour des hauteurs des deux patchs fusionnés.

patch B par D_p . Cette mise à jour des hauteurs des patchs est illustrée sur la figure 4.6 (d).

Pour fusionner deux patchs, il est important qu'un certain nombre de pixels soient en contact avant de réaliser la fusion des hauteurs relatives entre ces deux patchs. Par exemple, si la jonction se fait uniquement lorsqu'un seul pixel est connecté au patch, dans ce cas, les hauteurs relatives des deux patchs risquent d'être trop sensibles au bruit. Pour cette raison, nous avons décidé de fusionner deux patchs uniquement lorsqu'un certain nombre de pixels de deux patchs sont connexes. La figure 4.6 montre l'extension d'un patch initial dessiné en bleu. L'intervalle de hauteur est caractérisé par des valeurs seuils H_{min} et H_{max} limité à une seule valeur : $H_{min} = H_{max} = 0$. Ainsi, lors de la deuxième étape (image (b)), tous les points dont la hauteur est égale à 0 sont ajoutés au patch. Le point dont la hauteur est égale à -1 est marqué et sera traité durant la phase descendante de l'évolution des patchs. Les images (c) et (d) de la figure 4.6 illustrent la fusion de deux patchs distincts. Ici, la jonction est réalisée une fois que les 5 pixels des deux patchs sont connectés entre eux.

Cette stratégie pour gérer la fusion entre plusieurs patchs est relativement simple et apparaît suffisante pour effectuer les reconstructions que nous verrons par la suite. Cependant, il est important de noter que cette approche peut être améliorée afin de gérer certaines incohérences qui seraient susceptibles d'apparaître lors de plusieurs fusions successives de patchs. Ces incohérences peuvent entraîner des discontinuités sur la surface résultante. Même si ce problème n'est pas fréquent pour les différentes reconstructions expérimentées par la suite, nous proposerons une stratégie possible pour améliorer la gestion des différents patchs dans la section 4.6.

4.2.3 Contraintes a priori sur la définition des patchs

Les patchs offrent des moyens efficaces pour pouvoir exprimer des contraintes sur la surface que l'on souhaite reconstruire. Pouvoir exprimer ces contraintes est d'autant plus intéressant quand il y a réellement des ambiguïtés; c'est notamment le cas lorsqu'une seule image est utilisée pour la reconstruction. Par exemple, l'ambiguïté concave/convexe est difficile à éviter quand une seule image est utilisée pour la reconstruction et que l'éclairage est orienté dans une direction similaire à la direction de l'observateur. Dans ce cas il devient utile de pouvoir lever l'ambiguïté concave/convexe en faisant intervenir l'utilisateur qui peut aider la reconstruction pour lever cette ambiguïté. Pour cela, nous avons défini trois sortes de patch :

 patchs concaves : ces patchs définissent des zones dont la hauteur des voisins est supposée inférieure ou égale aux hauteurs du patch,



FIG. 4.7 – Illustration des différents types de patchs.

- patchs convexes : ici nous considérons l'hypothèse inverse dans le sens où les points du voisinage du patch sont supposés être à une hauteur supérieure ou égale aux hauteurs du patch,
- patchs neutres : ces derniers ne prennent pas en compte un *a priori* spécial, ce sont en fait les patchs que nous avons introduits initialement.

A travers ces différents types de patchs, il faut alors pouvoir faire en sorte que l'estimation de la hauteur des points connectés au patch puisse s'orienter vers la solution prédéfinie par l'utilisateur. Nous nous sommes donc orientés vers une solution relativement simple qui consiste à modifier simplement le processus de l'estimation des hauteurs des points connectés au patch. Pour cela, nous avons modifié le paramètre de variation de hauteur qui était défini par ΔH . Pour les zones concaves la variation de hauteur ΔH est uniquement négative afin de n'obtenir que des zones concaves. Inversement, pour les zones convexes nous n'effectuons que des variations de hauteurs positives. Enfin, l'évaluation de la hauteur des patchs neutres reste inchangée et s'effectue par des valeurs positives ou négatives de ΔH . La figure 4.7 illustre les différents types de patchs. Les patchs initiaux sont dessinés en bleu et les points dont on estime la hauteur sont dessinés en blanc. Pour chaque type de patchs nous avons représentés de configurations possibles pour l'estimation de la hauteur des points.

Durant la section 4.3, nous montrerons le gain que peut apporter une telle définition de patchs sur des exemples utilisant un éclairage provenant de la même direction que l'observateur. Cependant, les contraintes définies à travers les patchs concaves et convexes peuvent présenter des limites lorsque le patch s'étend. En effet, au delà d'une certaine taille il est possible que le patch atteigne une zone qui ne soit plus concave ou convexe. Dans ce cas, le résultat de la reconstruction pourrait s'orienter vers une mauvaise solution. Pour ne pas s'orienter vers une solution concave ou convexe, il serait possible de rajouter un paramètre indiquant la taille de validité au delà de laquelle le patch serait défini comme neutre. Ce paramètre pourrait être défini par l'utilisateur, mais une autre possibilité apparaît envisageable. Par exemple, une solution possible serait de détecter le moment où le patch atteint une nouvelle zone plane.

4.2.4 Approche multi-résolution

Pour obtenir une reconstruction plus rapide et pour restreindre la possible mauvaise jonction entre plusieurs patchs, nous avons mis en place une approche permettant de reconstruire la surface à plusieurs niveaux d'échelle. La stratégie consiste à réduire la résolution en divisant par deux les dimensions des images initiales. Le passage d'un grand niveau de résolution n à un niveau plus faible n - 1 se fait simplement en calculant la moyenne des quatre pixels qui composent le nouveau pixel de niveau n. Par exemple, lorsqu'on passe du niveau 1 au niveau 0 sur l'exemple ci-dessous, le pixel de centre P_0^1 a pour intensité la moyenne des pixels P_0^2 , P_1^2 , P_2^2 et P_3^2 .



La reconstruction s'effectue initialement par un niveau de résolution minimale n_0 . Ensuite, la reconstruction est raffinée par un niveau de résolution supérieur. Lors de l'augmentation du niveau de résolution, il est nécessaire d'augmenter aussi la résolution de la carte des hauteurs résultante. Pour cela l'augmentation du niveau de résolution se fait dans un premier temps par la multiplication par deux de toutes les profondeurs associées à chaque pixel. Ensuite, il s'agit d'attribuer à chaque nouveau point une nouvelle hauteur.

La solution la plus simple que nous avons implémentée consiste simplement à associer aux nouvelles hauteurs la valeur de leur pixel père. Par exemple, la hauteur des points du niveau de résolution 3, P_0^3 , P_1^3 , P_2^3 et P_3^3 auront tous la même hauteur correspondante à la hauteur du point de résolution 2 : P_0^2 . Cette façon la plus simple n'est cependant pas la meilleure car elle risque d'engendrer des discontinuités sur la surface résultante. Une meilleure approche serait de déterminer la hauteur des nouveaux pixels en fonction de la hauteur de tous les voisins du niveau supérieur. Plus formellement, la hauteur d'un point du niveau de résolution n + 1 peut être définie par :

$$Z(P_k^{n+1}) = \frac{\sum_{P_i \in \Pi(P_k^{n+1})} Z(P_i^n) (||P_k^{n+1}P_i^n||)^{-1}}{\sum_{P_i \in \Pi(P_k^{n+1})} (||P_k^{n+1}P_i^n||)^{-1}},$$
(4.11)

avec $\Pi(P_k^{n+1})$ représentant l'ensemble des points voisins de P_k^{n+1} au niveau de résolution inférieur n.

Par exemple, la hauteur du point P_2^2 sera déterminé par les points du niveau de résolution inférieur connexes à P_2^2 (i.e $\Pi(P_2^2)$), c'est à dire des points P_0^1 , P_1^1 , P_2^1 et P_3^1 . On peut alors s'attendre à ce que le résultat donne une carte de hauteur beaucoup plus lisse que la méthode présentée précédemment.

Une fois que nous avons augmenté le niveau de résolution des images sources et de la carte des hauteurs, nous ne sommes pas obligés d'itérer à nouveau l'évolution des patchs, mais il est possible de simplement raffiner la reconstruction en appliquant uniquement le tirage aléatoire sur toute la surface déjà reconstruite. Cette approche de reconstruction par différents niveaux de résolution possède plusieurs avantages. Tout d'abord, cela permet de pouvoir obtenir une reconstruction plus rapide en utilisant d'abord une faible résolution. Un deuxième gain se situe dans l'estimation de la normale, en particulier l'opérateur discret sera plus efficace si la surface est petite, ce qui se justifie par le fait que nous n'utilisons qu'un voisinage de taille 3. Enfin, un dernier avantage se situe dans le fait que s'il existe un décalage entre les niveaux de hauteurs de deux patchs différents, ce décalage sera plus rapidement rectifié sur une petite surface que sur un grande.

4.2.5 Contrôle de la reconstruction et calibrage à travers les patchs

La méthode des patchs permet de contrôler la reconstruction à la fois pour définir les zones que l'on souhaite reconstruire, et aussi de retrouver les paramètres associés à la calibration de la réflection de la lumière.

Pour contrôler la reconstruction à travers les patchs, il suffit de marquer les zones que l'on définit comme invalides et qui ne doivent pas être reconstruites. Ainsi, dans notre algorithme

de reconstruction, il suffit d'arrêter la propagation pour les pixels marqués comme étant à ne pas reconstruire. Cela procure un moyen efficace pour ne pas passer du temps à reconstruire des zones sans intérêt qui pourraient aussi perturber la reconstruction sur d'autres zones de la surface.

Un autre point de contrôle intéressant se situe pour le calibrage sur des images réelles. En effet sur des images synthétiques, il n'y pas de problème pour définir les paramètres relatifs à l'intensité lumineuse puisqu'ils sont connus avant la reconstruction. Par contre, pour les images réelles, la valeur de l'albédo de la surface est plus difficile à connaître. En considérant les patchs supposés être à la même altitude, il devient alors possible de retrouver la valeur du produit δ entre l'intensité lumineuse et l'albédo. En effet, à partir du moment où la surface des patchs initiaux est supposée être de hauteur constante, on peut en déduire que les dérivées partielles p et q de la surface Z(x, y) sont nulles, on a alors :

$$R(0,0) = \delta \frac{1}{\sqrt{1 + p_s^2 + q_s^2}} \tag{4.12}$$

La valeur réelle de R(0,0) peut être simplement déterminée à partir de la moyenne des intensités des pixels appartenant aux patchs (I_{moy}) . À partir de là, on peut retrouver la valeur de δ :

$$\delta = I_{moy}\sqrt{1 + p_s^2 + q_s^2} \tag{4.13}$$

Dans le cas où l'on utilise plusieurs images, il devient possible de vérifier si les différents patchs sont bien réellement à la même hauteur, ou plus exactement s'ils ont bien une orientation constante. Il suffit pour cela de simplement comparer les différentes valeurs de δ obtenues dans les différentes images.

4.3 Expérimentations

Dans cette section, nous allons montrer les résultats obtenus à partir de cette méthode grâce à l'utilisation d'une ou plusieurs images. Même si cette méthode était plus destinée à être utilisée avec plusieurs directions d'éclairage, nous montrerons dans un premier temps des reconstructions avec des images synthétiques qui sont fréquemment utilisées comme image de test.

4.3.1 Expérimentations sur des images synthétiques

Les expérimentations que nous introduisons ont étés réalisées à partir d'images couramment utilisées par les auteurs de techniques de *Shape From Shading*. En particulier, la surface du buste de Mozart peut être obtenue à partir du site des auteurs de l'étude. Le vase est aussi une forme de référence. Cette dernière est entièrement définie par une formule. Cette formule permet de retrouver la surface du vase : $Z(x, y) = \sqrt{(f(y))^2 - x^2}$, avec $f(y) = 0.15 - 0.1 * y * (6y + 1)^2 * (y - 1)^2 * (3y - 2)$, pour $x \in [-0.5, 0.5]$ et $y \in [0, 1]$.



FIG. 4.8 – Images sources utilisées pour la reconstruction (a) et (c). Les images (b) et (d) sont les visualisation sous OpenGL des cartes de profondeurs utilisées pour la synthèse des images (a) et (c).

Reconstruction à partir d'une seule image

Pour pouvoir évaluer la qualité de la reconstruction de notre méthode, nous avons dans un premier temps expérimenté la reconstruction à partir d'une seule direction d'éclairage. La direction d'éclairage a été choisie avec un angle vertical θ de 45° de façon à réduire les ambiguïtés concave/convexe qui sont moins importantes que pour une direction d'éclairage frontale. Les images de tests sont présentées sur la figure 4.8. Les images ont étés générées en modélisant une surface Lambertienne et en ne tenant pas compte des ombres portées. La direction d'éclairage pour les deux images a été fixée à $\theta = 45^{\circ}$ et $\phi = 0^{\circ}$.

Les patchs ont été initialisés sur le buste de Mozart sur des zones qui pouvaient être considérées de même altitude par rapport à la direction d'observation. Ici, les zones d'ombres n'ont pas été invalidées, et les patchs utilisés sont des patchs neutres (ie. $\Delta H = \pm 1$). La reconstruction a été itérée plusieurs fois avec une variation de hauteur de 1, 0.5, 0.25. Le résultat de la reconstruction est présenté sur la figure 4.9. On peut observer que des irrégularités sont bien visibles sur la surface reconstruite, tels que des plissements orientés dans le sens de la direction de la lumière. De plus, on peut clairement observer les erreurs résultantes de l'ambiguïté concave/convexe sur les zones qui sont orientées vers la direction de la lumière. Ce défaut est d'autant plus visible sur la surface du vase. L'utilisation d'un estimateur de la normale plus robuste permettrait de réduire ces défauts. En particulier, il serait intéressant d'expérimenter un estimateur discret qui puisse prendre en compte un voisinage plus global. Cependant, les résultats ne sont pas décevants, comparés à d'autres méthodes de Shape From Shading [84].

Nous avons aussi effectué une analyse quantitative des erreurs de la reconstruction en reprenant la méthode des auteurs du l'étude. L'analyse de l'erreur consiste à déterminer l'erreur absolue moyenne et l'écart type de l'erreur obtenue. Le tableau 4.1 présente la comparaison des erreurs obtenues pour différentes méthodes pour la reconstruction du buste de Mozart et du vase. Les mesures des différences de hauteur ont été obtenues à partir d'images de taille 128×128 . Il est important de spécifier la taille des images utilisées car les erreurs obtenues seront à multiplier par un facteur relatif à la résolution. Nous avons comparé ces chiffres avec ceux publiés dans l'étude de Zhang et Shah [84]. On peut observer que nous obtenons des meilleurs résultats que toutes les méthodes de l'étude avec un éclairage de côté (Tab. 4.1). Nous avons aussi comparé les résultats avec une méthode plus récente utilisant des modèles déformables pour la reconstruction [66]. Les erreurs obtenues sont du même ordre de grandeur,



FIG. 4.9 – Résultats de la reconstruction du buste de Mozart et du vase. (a) et (d) représentent les images initiales utilisées pour la reconstruction. Les patchs initiaux sont dessinés en bleu clair. Les cartes de hauteurs obtenues après les trois itérations de l'algorithme sont présentées en (b) et (e). Les différences relatives entre les cartes de hauteurs sources et résultantes sont représentés en (c) et (f). Les erreurs ont été étalonnées sur 256 niveaux.

Méthode	Erreur moyenne		Standard Écart type	
	Mozart	Vase	Mozart	Vase
SFS (meilleur) [84]	7.7	7.9	14.6	13.9
MD [66]	4.2	4.4	3.5	3.3
RP	3.6	3.9	5.6	6.4

TAB. 4.1 – Mesure de l'erreur à partir de la reconstruction par propagation de régions (RP) et comparaison avec d'autres algorithmes de Shape from Shading. Nous avons repris les meilleures résultats des méthodes évaluées dans l'étude de Zhang et al. [84]. La seconde méthode (MD) est une récente technique basée sur les modèles déformables [66].



FIG. 4.10 – Histogramme du pourcentage d'erreur de la reconstruction du buste de Mozart (a) et du vase (b). Chaque barre de l'histogramme représente le nombre de pixels présentant le pourcentage d'erreur associé. Tous les pixels possédant un pourcentage supérieur à 100% sont associés au pourcentage de 101%.

même si nous obtenons un peu plus d'erreur sur la variance.

Les résultats de mesure d'erreurs ne sont pas nécessairement significatifs, dans le sens où une reconstruction présentant très peu d'erreurs peut donner une surface résultante dont l'aspect visuel est très dégradé. Inversement, des erreurs théoriquement importantes ne sont pas systématiquement synonymes d'une mauvaise reconstruction. Pour donner une meilleure estimation de l'erreur, nous avons déterminé les histogrammes associés au pourcentage d'erreur de profondeur. Le pourcentage d'erreur est calculé de la manière suivante :

$$\frac{|\text{profondeur réelle} - \text{profondeur estimée}|}{\text{profondeur réelle}} \times 100$$

La figure 4.10 montrent les histogrammes de pourcentage d'erreur pour la reconstruction du buste de Mozart (a) et du vase (b). Chaque barre de l'histogramme représente le nombre de pixels ayant un certain pourcentage d'erreur. Les pixels présentant un pourcentage d'erreur supérieur à 100% ont été représentés par la barre associée à 101%. On peut observer que les erreurs sont majoritairement situées vers les 10%. Les erreurs présentant un pourcentage supérieur à 100% se justifient par les ambiguïtés concaves/convexes. De plus, les artefacts



FIG. 4.11 – Reconstruction du buste de Mozart avec un éclairage frontal. L'image source utilisée pour la reconstruction est représenté en (a) (direction d'éclairage : $\phi = 0, \theta = 0$). L'image (b) correspond au résultat de la reconstruction obtenu à partir des patchs neutres et l'image (c) est le résultat obtenu avec les définitions des patchs concaves/convexes.

présents sur la carte de hauteur d'origine du buste de Mozart entraîne des discontinuités trop importantes pour être retrouvées à partir de l'image source synthétique.

Reconstruction à partir d'un éclairage frontal

Dans l'exemple précédent nous avons expérimenté la reconstruction avec un éclairage transversal à la direction d'observation. Nous allons maintenant expérimenter la reconstruction avec un éclairage frontal. Comme nous l'avons vu dans la section précédente, l'éclairage provenant de la même direction que l'observateur entraîne une importante ambiguïté pour déterminer les zones concaves/convexes. Nous allons expérimenter les différentes définitions de patch que nous avons définies dans la partie 4.2.3.

La figure 4.11 montre la reconstruction du buste de Mozart obtenue avec un éclairage de face. Ici tous les patchs ont été dans un premier temps définis comme neutres. Comme l'on peut le voir sur le rendu de la reconstruction (Fig. 4.11 (a)), le profil de Mozart apparaît complètement plat et ne présente plus la forme générale de départ. Nous pouvons observer que les zones concaves ou convexes ont été aléatoirement reconstruites. Dans un deuxième temps nous avons effectué la reconstruction en utilisant les définitions de patchs concaves et convexes. Ainsi, nous avons cette fois-ci initialisé les patchs comme étant des zones localement convexes.

La reconstruction avec les contraintes imposées sur les différents types de patchs donne de bien meilleurs résultats. Cette fois-ci, la forme générale du buste de Mozart est beaucoup mieux reconstruite même s'il existe toujours des petites imperfections. Cet exemple montre bien l'efficacité de l'utilisation de contraintes concaves/convexes dans la reconstruction.

Utilisation de plusieurs éclairages

L'utilisation de plusieurs images est un moyen efficace pour lever l'ambiguïté concave/convexe car elle permet de rajouter des contraintes pour la reconstruction. En effet, comme nous avons pu le voir dans le chapitre 2, le problème de reconstruction à partir d'un seul éclairage est sous-contraint. L'ajout d'une deuxième source lumineuse permet d'obtenir une solution unique sous certaines hypothèses de continuité et de directions des sources lumineuses [41].



FIG. 4.12 – Résultats obtenus à partir de l'utilisation de plusieurs éclairages. Le nombre d'images utilisé pour les différentes reconstructions varie de 1 à 4 (a-d). La première colonne illustre le résultat de la reconstruction à partir d'une visualisation sous *OpenGL*. La deuxième colonne représente les cartes de hauteurs obtenues après la reconstruction.

Enfin, lorsque trois directions d'éclairage sont utilisés, l'orientation des normales peut être calculée de manière unique.

Pour montrer l'influence du nombre d'images utilisées pour la reconstruction, nous avons expérimenté la reconstruction du buste de Mozart avec 1, 2, 3 et 4 images. Toutes les directions d'éclairages ont été choisies avec une orientation verticale de $\theta_s = 45^\circ$ et l'orientation horizontale ϕ_s a été divisée en N intervalles en partant de 0°.

La figure 4.12 montre les différents résultats obtenus à partir d'un nombre variable d'images. Le résultat obtenu à partir d'une seule image est le même que celui présenté précédemment. À partir de deux images, on observe que les ambiguïtés concaves/convexes sont nettement atténuées. Il reste cependant quelques défauts au niveau du menton de Mozart. Avec trois directions d'éclairage, le résultat apparaît très proche de l'original, peu de défauts sont visibles. Enfin, avec quatre images la différence est loin d'être notable avec le résultat obtenu précédent. On peut observer que les artefacts qui étaient visibles sur la carte des hauteurs initiale ne le sont plus et cela a en quelque sorte permis de supprimer les artefacts de la carte des hauteurs d'origine.

4.3.2 Robustesse et résistance au bruit

Ainsi, trois images semblent suffisantes pour assurer une bonne reconstruction. Pour pouvoir espérer une bonne reconstruction sur des images réelles la méthode doit être robuste au bruit. Nous avons donc expérimenté la reconstruction sur des images volontairement bruitées. Dans un premier temps nous avons appliqué un bruit gaussien de moyenne nulle sur les images sources. Nous avons volontairement appliqué une grande variance pour la détérioration des images sources. La variance du bruit gaussien appliqué sur les images sources a été fixée à



FIG. 4.13 – Expérimentations sur des images bruitées avec un bruit Gaussien de variance $\sigma = 40.2$ (images (a-c)). Les images (d-f) et (h-k) ont été générées à partir d'un rendu de la carte des hauteurs résultante. Les images (d-g) correspondent aux résultats obtenus en appliquant la reconstruction avec l'estimateur discret puis par l'opérateur géométrique. Les images (h-k) ont été obtenues en n'utilisant que l'estimateur géométrique avec une variation de hauteur $\Delta H = 0.5$.

 $\sigma = 40.2$. Cette valeur est bien supérieure aux valeurs que l'on peut trouver dans diverses références [42, 83]. Sur cet exemple, le bruit est distribué de manière identique sur les trois images sources.

La figure 4.13 montre le résultat de la reconstruction effectuée à partir des trois images bruitées. Comme on peut le voir la dégradation est bien visible sur les trois images sources. Nous avons effectué trois itérations du processus de reconstruction. La surface finale présente un résultat très peu dégradé. Ce bon résultat s'explique notamment par l'utilisation de l'estimateur discret. Dans un souci de comparaison, nous avons également effectué la reconstruction en utilisant directement l'estimateur géométrique avec une variation de hauteur ΔH égale à 0.5. Dans ce cas, la reconstruction présente des défauts importants car de nombreuses irrégularités se sont propagées au cours de la reconstruction à partir d'un certain niveau d'iso-altitude. Ce défaut est illustré sur la troisième ligne de la figure 4.13 (h-k). Sur la partie droite du front du buste de Mozart, l'on peut observer que la propagation s'est dégradée. Nous avons également expérimenté la résistance au bruit de la reconstruction pour un bruit poivre et sel. Les résultats sont du même ordre de grandeur qu'avec le bruit gaussien.

Pour analyser plus précisément l'influence du bruit pour la reconstruction, nous avons effectué la reconstruction pour différents niveaux de bruits (variance $\sigma = 20, 40, 60, 80, 100$). Le bruit appliqué est cette fois-ci présentait une distribution différente sur les trois images sources. Étant donné que l'erreur moyenne des hauteurs n'est pas toujours significative dans la mesure de la qualité de la reconstruction, nous avons préféré déterminer les histogrammes des pourcentages d'erreur de la reconstruction. La figure 4.14 montre la robustesse de la reconstruction. Même avec un bruit gaussien de variance $\sigma = 100$, le buste de Mozart est toujours reconnaissable mais le résultat n'est plus du tout lisse. Les histogrammes confirment que les erreurs n'augmentent pas de manière significative en fonction de la variance. Il est intéressant de remarquer que les résultats obtenus avec un bruit identique sur les trois images sources sont meilleurs qu'avec une dégradation différente sur les trois images. Cette remarque peut être vérifiée en comparant les résultats de la figure 4.13 (a-g) avec ceux de la figure 4.14 (b).

Enfin, nous avons expérimenté la robustesse au bruit en utilisant des images en noir et blanc (Fig. 4.15). Ces images ont été obtenues à partir de l'algorithme de Floyd et Stenberg (image (a)) et d'un algorithme de tramage [22] (image (b)). La reconstruction sur de telles images est très difficile à effectuer car nous avons que des informations binaires pour la reconstruction. De façon étonnante, la méthode converge vers des résultats visiblement de bonne qualité. Les effets du tramage sont cependant visibles sur les images obtenues par un rendu de la carte de hauteurs résultante. Nous pouvons aussi remarquer que la reconstruction obtenue à partir du tramage présente une plus grande dégradation (image (f)) mais le buste de Mozart reste cependant globalement correct. Cette dégradation s'explique par la plus grande taille des zones d'intensité binaire pour le tramage que pour l'algorithme de Floyd et Stenberg. L'origine de ces bons résultats obtenus à partir de plusieurs images en noir et blanc peut s'expliquer par l'utilisation de l'estimateur discret de la normale. Le moyennage induit par l'utilisation d'une approche à différents niveaux de résolution apparaît aussi jouer un rôle dans la robustesse de la méthode.

Résistance aux informations photométriques erronées

Nous avons mesuré la résistance de la reconstruction pour analyser la robustesse vis à vis des informations photométriques présentes sur les images sources. Cette analyse a pour objectif de mesurer les conséquences que pourrait avoir, par exemple, une mauvaise estimation de la direction de la lumière. Pour effectuer une telle analyse, nous avons appliqué une déformation sur les trois images sources en effectuant sous le logiciel *Gimp* un effet de *warping* en forme de tourbillon. Cette déformation est intéressante car elle permet d'observer quel sera l'effet de la déformation en fonction de la dégradation de la validité de l'image. L'image (a) de la figure 4.16 montre une des trois images ayant subie la déformation décrite précédemment. La direction d'éclairage a été représentée sur les images (a) et (b) par une flèche rouge. En observant l'image (a) et en considérant la direction de la lumière, nous pouvons clairement remarquer que des zones ne sont pas illuminées correctement. Il est d'ailleurs possible de remarquer que le nez peut être perçu pour certaines personnes comme une région concave.

La reconstruction a été effectuée en initialisant les patchs sur les zones qui apparaissaient visiblement comme horizontales par rapport à la direction d'observation. L'image (b) de la figure 4.16 a été obtenue à partir d'un rendu de la carte des hauteurs résultante de la recons-



FIG. 4.14 – Reconstruction à différents niveaux de bruits Gaussien. La colonne de gauche représente l'une des trois images utilisées pour la reconstruction.



FIG. 4.15 – Reconstruction du buste de Mozart à partir d'images en noir et blanc. L'image (a) correspond à l'une des trois images utilisées pour la reconstruction sur lesquelles nous avons appliqué l'algorithme de Floyd et Stenberg. L'image (b) a été obtenue à partir d'un rendu de la carte de profondeurs visualisé en (c). La même expérimentation a été effectuée à partir d'un tramage [22].



FIG. 4.16 – Reconstruction à partir d'images déformées. L'image (a) représente l'une des 3 images ayant subi une déformation de type *warping*. L'image (b) a été obtenue après avoir effectué un rendu de la carte des hauteurs résultante. La flèche rouge représente la direction d'éclairage qui est associé à l'image (a). L'image (c) correspond à l'image de différences entre les deux images (a) et (b). (d) est la visualisation sous OpenGL de la surface résultante.

truction. Contrairement à l'image originale (a), nous pouvons observer que les informations lumineuses apparaissent cohérentes par rapport à la direction de la lumière. L'image (c) montre les différences entre les deux images (a) et (b). Nous pouvons observer que les erreurs d'intensité lumineuses sont proportionnelles à la distance au centre de l'image. La visualisation de la reconstruction permet de montrer que malgré les informations photométriques non valides la reconstruction du buste de Mozart s'est effectuée correctement.

Les résultats que nous avons présentés dans cette section montrent une grande robustesse au bruit. Même en utilisant seulement trois images bruitées, les reconstructions donnent des résultats corrects. Contrairement aux méthodes classiques de photométriques stéréo, en présence de bruit, nous ne sommes pas obligé d'augmenter le nombre d'images pour obtenir une reconstruction correcte. Même si les résultats obtenus avec une seule image ne donnent pas une reconstruction précise, ils ont pu montrer que notre méthode se fonde sur une méthode de Shape From Shading robuste. Tous ces résultats peuvent nous laisser espérer de bons résultats pour l'application de la reconstruction sur des images réelles en utilisant un minimum d'images.

Influence de l'initialisation des patchs

Étant donné que les patchs sont initialisés par l'utilisateur, on est en droit de se demander quelle peut être l'influence de leur initialisation vis à vis de la reconstruction. Pour montrer, cette influence, nous avons effectué la reconstruction à partir de plusieurs configurations de patchs. La figure 4.17 montre différentes initialisations que nous avons effectuées sur la surface de la cavité (images (a-c)). Les trois images (d-f) montrent l'évolution de chaque patch au court de la saturation du niveau d'iso-altitude [1, -1]. On peut observer que le résultat de la saturation est quasiment identique avec les trois configurations de patchs. Cependant, les différentes initialisations n'engendrent pas les mêmes temps de calcul. Pour cette raison, il est utile d'initialiser les patchs de manière à recouvrir au maximum les zones présentant une même altitude. Par exemple, nous pouvons clairement observer que la saturation du niveau d'isoaltitude est effectuée plus rapidement avec l'initialisation des patchs présentée sur l'image (c) que celle présentée sur l'image (b) ou (a).



FIG. 4.17 – Influence de l'initialisation des patchs pour la reconstruction. Les images (d-f) illustrent la propagation des patchs initiaux (a-c).

4.3.3 Temps d'exécution

Que ce soit pour les reconstructions sur des images synthétiques ou sur des images réelles que nous verrons par la suite, la reconstruction est relativement rapide. Nous n'avons pas effectué d'analyses précises sur le temps d'exécution car cela ne constituait pas une contrainte pour notre approche. Les reconstructions ont été effectuées sur processeur *Intel Pentium 3* de 1GHz avec 256 Mb de mémoire vive. L'évolution des patchs est rapide avec l'estimateur discret, de l'ordre d'une minute pour l'évolution des patchs sur le buste de mozart avec une résolution de 128×128 . Pour donner un ordre de grandeur, la reconstruction sur des images réelles de taille importante 600×600 ne dépasse pas 10 minutes en utilisant une faible résolution initiale puis en raffinant la reconstruction à des niveaux de résolution plus importants. Enfin, nous pouvons noter que l'implémentation a été effectuée en langage *Java* en incluant une interface graphique permettant d'observer l'évolution des patchs au cours de la reconstruction. Nous n'avons donc pas cherché à optimiser la reconstruction et les temps indiqués peuvent être facilement réduits.

4.3.4 Expérimentations sur des images réelles

Notre fil conducteur dans l'établissement de cette méthode de reconstruction était principalement la reconstruction de petites cavités telles que celles présentes sur la spatule aurignacienne. Pour la suite, nous allons dans un premier temps montrer les reconstructions des cavités de la spatule, puis nous montrerons des reconstructions sur des surfaces plus courantes telles que des statuettes.



FIG. 4.18 – Exemple de reconstruction sur une cavité. Les patchs initiaux sont dessinés en bleu sur une des trois images initiales utilisées pour la reconstruction (a). Les étapes (b) et (c) sont associées à la première étape de reconstruction avec $\Delta H = 1$. (d) et (e) ont été obtenues pendant la seconde itération de l'algorithme avec une variation de hauteur $\Delta H = 0.5$. La carte des hauteurs résultante de la reconstruction est présentée en (f).

Reconstruction des cavités de la spatule Aurignacienne

La première reconstruction que nous présentons ici est la reconstruction d'une cavité de la spatule aurignacienne. Nous allons détailler les différentes étapes de la reconstruction et l'évolution des patchs. La figure 4.18 montre plusieurs étapes de l'évolution des patchs au cours de la reconstruction. L'image (b) correspond à la première étape ou plus exactement la saturation du niveau d'iso-altitude caractérisé par un intervalle I = [0, -1]. On peut remarquer que lors cette première étape, la cavité principale est bien segmentée, tout comme les petits enfoncements présents aux alentours de la cavité. L'évolution de la reconstruction se poursuit vers l'intérieur de la cavité principale même si certains points isolés n'appartiennent pas au patch (image (c) I = [-14, -15]). Les deux images (d) et (e) illustrent la deuxième itération de la reconstruction avec l'opérateur géométrique et une variation de hauteur $\Delta H = 0.5$. On peut remarquer que de nouveaux patchs apparaissent lors de l'étape (d). Cette apparition de patch est due au fait que la reconstruction globale a déjà eu lieu et que les patchs peuvent alors être définis en faisant un seuil sur la carte des hauteurs obtenue. On peut aussi remarquer que les régions associées aux patchs présentent une frontière plus lisse que lors de la première itération de la reconstruction. La figure (f) montre la carte des hauteurs finales obtenue après la troisième itération avec une variation de hauteur $\Delta H = 0.25$.

Nous avons aussi procédé à la comparaison de la surface résultante avec un échantillon de la surface qui a été obtenu au moyen d'un scanner de haute précision. Il s'agit d'un scanner optique doté d'un capteur *CHR 150* donnant une précision locale approximative de $\pm 0, 1\mu m$ pour la position verticale z et de $\pm 2\mu m$ pour la position horizontale x et y. Afin d'obtenir le maximum de précision, nous avons utilisé quatre images pour la reconstruction. Les zones d'ombre ont été invalidées par un simple seuillage. La valeur du seuil ne joue pas un rôle crucial car même si l'on invalide des régions ne présentant pas d'ombre cela ne gène pas la reconstruction à partir du moment où il reste des informations photométriques contenues dans les autres images. Un exemple d'image utilisée pour la reconstruction est présenté sur la figure 4.19 (a) et (d). La visualisation du résultat de la reconstruction de deux cavités est présenté en (b) et (d). Pour comparer les résultats de notre reconstruction avec ceux obtenus par le



FIG. 4.19 – Comparaison de la surface résultante (b) et (e) avec l'échantillon qui a été scanné. Les images (c) et (f) correspondent aux différences relatives des hauteurs entre les deux cartes de hauteurs relatives. Les images (a) et (d) correspondent à une des quatre images utilisées pour la reconstruction. Les régions dessinées en noir sont les régions qui ont été invalidées pour ne pas prendre en compte les zones d'ombre.

scanner, nous avons calculé l'erreur moyenne comme nous avons pu le faire pour les exemples synthétiques. Les images (c) et (f) correspondent ainsi à la visualisation en trois dimensions des différences relatives des deux cartes de hauteurs obtenues. On peut observer qu'il apparaît plus d'erreur sur la cavité de l'image (a) que sur celle de l'image (d). Cette observation peut se justifier car les phénomènes d'inter-réflections sont plus importants à cause de la forme concave plus prononcée sur la cavité (a). On peut imaginer plusieurs solutions pour éviter ou du moins limiter ce phénomène d'inter-réflection. Une première solution serait d'ordre pratique en effectuant des moules inverses de la surface des cavités de façon à obtenir des zones convexes. Faire le moule en négatif ne constitue pas une contrainte très importante pour les archéologues dans la mesure où ils utilisent déjà des moules de la surface originale. Une autre possibilité serait d'utiliser un plus grand nombre d'images pour se permettre d'invalider les zones présentant un maximum d'inter-reflection. Ces zones apparaissent lorsque la concavité est dirigée vers la direction de la lumière. Cela reviendrait alors à invalider les zones d'intensité maximale.

Les cavités présentes sur la spatule aurignacienne ne sont pas les seules marques qui intéressent les archéologues. En effet, on peut observer la présence d'une série de différentes entailles sur les côtés de la spatule (Fig. 4.20 (a)). La surface du bord de la spatule représente une surface un peu plus complexe à reconstruire car les zones de même altitude sont nombreuses et non connectées entre elles. Nous avons initialisé les patchs sur les petites zones situées entre les différentes entailles. Étant donné que le reste de la surface visible sur la photo de la figure 4.20, n'a pas besoin d'être reconstruite, nous l'avons marquée grossièrement de telle sorte d'arrêter la propagation des patchs sur ces régions. Un autre moyen aurait été



FIG. 4.20 – Reconstruction des entailles de la spatule aurignacienne. Une des quatre images utilisées pour la reconstruction est illustré sur la figure (a). Les patchs initiaux ont été dessinés en noir. Le résultat de la reconstruction est illustré sur la figure (b).

simplement d'arrêter la propagation à partir d'un certain seuil de hauteur. Le résultat final de la reconstruction est présenté en (b). La jonction entre les différents patchs a bien été effectuée et la reconstruction présente une surface très ressemblante à la surface d'origine. La comparaison avec la surface d'origine n'a pas pu être effectuée car cette zone de la spatule n'a pas été scannée.

Nous avons aussi expérimenté la reconstruction à différents niveaux d'échelle sur les images contenant plusieurs cavités (Fig. 4.21). Nous avons commencé la reconstruction avec une taille réduite d'un coefficient 4 par rapport à une image de taille 676×507 . Une fois la reconstruction effectuée grossièrement avec l'opérateur discret, la surface a été raffinée en utilisant une taille d'image 2 fois puis 4 fois plus grande. Nous arrivons ainsi à obtenir une surface très précise présentant un grand nombre de points (plus de 300 000 points). Ce grand nombre de points peut d'ailleurs sembler excessif pour la représentation de la surface. Ce dernier pourrait être réduit de façon à obtenir une représentation plus légère tout en étant aussi précise. Pour cela, deux approches sont possibles. Une première possibilité consiste à appliquer des méthodes classiques de réduction de points d'une surface triangulée telle que l'on peut en voir un grand nombre dans la littérature. Une deuxième approche, plus intéressante pour notre méthode de reconstruction serait d'inclure la réduction du nombre de point dans la reconstruction elle même. Cela aurait l'avantage de pouvoir réduire les temps de calcul tout en gardant une précision importante au point de vue des détails de la surface. Nous reviendrons sur cette extension possible dans la section 4.6.

Application à la reconstruction de surfaces différentes

Après avoir présenté les résultats obtenus sur la reconstruction des marques de la spatule aurignacienne, nous montrons l'application de la reconstruction sur d'autres surfaces plus courantes. Cependant, nous supposons toujours que la surface que nous cherchons à reconstruire s'apparente à une surface de type Lambertienne. Nous avons essayé de reconstruire le visage d'une petite sculpture qui a été faite dans de l'argile (Fig. 4.22). L'avantage de l'argile c'est que sa surface peut être considérée comme une surface Lambertienne, en particulier son albédo est constant et il n'y a pas de zones spéculaires sur la surface. Pour la reconstruction, nous avons utilisé quatre images prises avec quatre directions d'éclairage. L'orientation verticale de la lumière fut approximativement établie à 40°. Pour l'orientation horizontale, nous



FIG. 4.21 – Reconstruction des plusieurs cavités à partir de différents niveaux de précision. L'image (a) correspond à l'une des 4 images utilisées pour la reconstruction. En (b) est l'illustration de la surface résultante à partir d'un niveau de résolution contenant plus de 300 000 points.



FIG. 4.22 – Reconstruction d'une statuette. L'image (a) correspond à l'une des quatre images utilisées pour la reconstruction. La carte de hauteur résultante a été utilisée pour faire le rendu avec la même direction d'éclairage (b). Les images (c) et (d) correspondent à la visualisation sous *OpenGL* de la carte des hauteurs obtenue après la reconstruction.

avons utilisé des angles successifs de 0°, 90°, 180° et 40°. Ici, l'orientation de la lumière n'a pas été mesurée de façon précise, nous avons simplement placé la source lumineuse dans la direction qui semblait la mieux correspondre au réglage prédéfini. La figure 4.22 (b) montre un rendu Lambertien de la carte des hauteurs obtenue après la reconstruction. La direction d'éclairage utilisée est la même que celle de l'image (a). Il est intéressant d'observer que les ombres portées visibles sur l'image d'origine ne sont plus présentes sur l'image rendue à partir de la carte des hauteurs (b). Le rendu a en effet été effectué sans modéliser les ombres portées. Les zones d'ombres ne sont plus visibles ce qui montre bien que les ombres n'ont pas été prises en compte pour la reconstruction.

Nous avons aussi reconstruit une série d'objets en suivant toujours le même protocole d'acquisition. Seulement quatre images ont été utilisées pour la reconstruction. Même si un nombre inférieur d'images aurait pu suffire pour obtenir une reconstruction correcte, nous avons quand même utilisé quatre images car le fait d'acquérir une ou deux images de plus ne constitue pas une contrainte très grande. La figure 4.23 montre le résultat de la reconstruction de divers objets tels qu'une ammonite, l'empreinte d'un coquillage sur du sable, une pièce de monnaie et d'une petite statuette. Pour l'ensemble de ces objets, nous avons reconstruit la surface en utilisant dans un premier temps une faible résolution de l'image de départ, puis nous avons raffiné la reconstruction en revenant à la résolution initiale.

La première ligne de la figure 4.23 montre la reconstruction d'une ammonite. Les patchs ont été initialisés sur les zones quasiment plates situées entre les crêtes de l'ammonite. Le fait que les patchs ne correspondent pas exactement à des zones parfaitement plates ne dégradera pas nécessairement le résultat de la reconstruction. Tout d'abord, de faibles variations peuvent être rectifiées en appliquant le test aléatoire de la modification des hauteurs sur chaque patch. Dans ce cas, seule la valeur de l'albédo peut être erronée mais en faisant une moyenne sur tous les patchs la valeur ne changera pas de façon notoire. La reconstruction a donné de bons résultats même si elle s'est effectuée directement sur la surface d'origine qui présentait du bruit.

Dans le but de bien démontrer la résistance au bruit de notre méthode, nous avons expérimenté la reconstruction sur du sable (Fig. 4.23 (d,e,f)). Nous avons donc pris du sable sur lequel nous avons marqué l'empreinte d'une petite ammonite. Cette fois-ci, nous avons utilisé un seul patch initialisé autour de la zone à reconstruire. Malgré la présence du bruit réel de la surface du sable, le résultat de la reconstruction apparaît visuellement comme un très bon résultat. La visualisation sous OpenGL permet de distinguer l'aspect granulaire de la surface qui est bien conservé. Nous pouvons aussi voir qu'il n'y a pas eu de lissage de la surface résultante. Nous n'avons pas pu comparer le résultat de la reconstruction avec la surface obtenue par un autre moyen d'acquisition. L'utilisation d'un scanner aurait été difficile à cause de la nature du sable qui peut présenter des difficultés à être reconstruite.

Nous avons aussi reconstruit la surface d'une pièce de monnaie (Fig. 4.23 (g,h,i)). La surface spéculaire de l'objet métallique d'origine présentait un obstacle pour pouvoir reconstruire la surface car l'on n'est plus en présence d'une surface Lambertienne. Nous avons donc contourné cet obstacle en prenant l'empreinte de la pièce dans de la pâte à modeler blanche. La reconstruction finale présente de nombreux détails et apparaît relativement bien reconstruite. Le seul défaut que l'on peut détecter se situe dans la déformation de la surface qui apparaît par endroit un peu trop concave. Ce défaut peut s'expliquer par le fait que la surface de la pâte à modeler a elle-même été déformée lors de l'empreinte.

La jonction entre les patchs peut parfois présenter des problèmes ou des déformations lors de la reconstruction de surfaces plus complexes et en particulier quand une grande différence de hauteur est présente. Par exemple, lors de la reconstruction de la statuette présentée sur la figure 4.23 (i,j,l), les différents patchs sont situés sur des zones présentant des variations de hauteurs importantes. Sur cet exemple, deux jonctions entre plusieurs patchs ont entraîné des décalages. Le décalage le plus visible est situé sur la partie haute du bouquet de blé que porte la femme. De plus, le patch situé tout en bas de la jambe présente aussi un décalage. Ce problème de jonction peut être évité en conversant les informations de suivi des patchs au cours de la reconstruction. Nous présenterons une stratégie pour corriger ce défaut dans la suite de ce chapitre.

Nous avons appliqué notre méthode pour la reconstruction d'un visage. Un visage réel n'est pas une surface évidente à reconstruire pour plusieurs raisons. Tout d'abord, la surface d'un visage est d'une grande complexité et reste même un des exercices les plus difficiles à représenter pour les peintres. Pour la reconstruction, il existe aussi quelques obstacles que constitue tout d'abord les yeux, les sourcils et les cheveux. Ces zones sont difficilement utilisables pour la reconstruction dans la mesure où elles correspondent à des zones noires ne



FIG. 4.23 – Reconstruction d'objets divers. Pour chaque objet, une des quatre images utilisées est représentée sur la colonne de gauche. Le résultat de la reconstruction est illustré par la visualisation de la carte des hauteurs résultante.



FIG. 4.24 – Application de la reconstruction sur un visage réel.

réfléchissant pas ou peu la lumière. De plus, ces zones peuvent avoir un modèle de réflection non Lambertien. Pour éviter que les zones de sourcils et des cils perturbent la reconstruction, nous avons invalidé manuellement ces zones de telle sorte qu'elles ne soient pas pris en compte dans l'évaluation des différentes énergies. La reconstruction de ces zones sera alors faite par la propagation des valeurs valides. Étant donné que les hauteurs des points connectés au patch sont initialisées par la moyenne des hauteurs des points appartenant au patch, ces zones seront reconstruites par continuité en utilisant le voisinage valide. La segmentation de ces zones peut être faite par une segmentation préalable. La reconstruction finale du visage est présentée sur la figure 4.24. On peut observer que les zones qui ont été invalidées sont moins bien reconstruites. Il pourrait être intéressant de rajouter des énergies de façon à mieux reconstruire les zones qui ont été invalidées sur toutes les images. Une idée serait d'appliquer une énergie mesurant une variation des normales minimale de façon à combler la zone invalide par un minimum de variation des normales. Nous détaillerons ce point dans la suite de ce chapitre dans la section 4.6.

Dans cette section, nous avons présenté un certain nombre d'expérimentations à la fois sur des images de synthèses mais aussi sur des images réelles. Les résultats obtenus montrent une grande résistance au bruit et présentent de bonnes reconstructions à partir d'images réelles. Cependant, l'hypothèse d'une surface Lambertienne limite tout de même le nombre de surfaces que l'on peut être capable de reconstruire. Dans la section suivante, nous allons voir que nous pouvons facilement étendre notre méthode de reconstruction sur d'autres types de surfaces telles que les surfaces spéculaires.

4.4 Extensions à d'autres cartes de réflectance

Le fait de considérer la propagation par niveaux d'iso-altitude permet de réduire le nombre de solutions sur les bords des patchs. Comme nous avons pu le montrer dans le Chapitre 3, les solutions étaient réduites à deux solutions possibles pour une surface Lambertienne. Cependant, dans notre méthode de reconstruction, nous ne prenons pas en compte de façon explicite le fait que nous reconstruisons une surface Lambertienne. La reconstruction peut donc être appliquée en considérant d'autres cartes de réflectance associées à des modèles spéculaires ou Lambertiens étendus. Enfin, nous pourrons voir que cette approche montre également des résultats robustes par rapport à ces modèles de réflectance.



FIG. 4.25 – Comparaison des cartes de réflectance pour une surface Lambertienne (a) et pour une surface spéculaire (b) obtenue avec les paramètres du modèle de Nayar suivants : $K_{ld} = K_{ls} = 0.5$ et $\sigma = 0.2$.

4.4.1 Surfaces spéculaires

Dans le chapitre 2, nous avons introduit le modèle de réflectance spéculaire de Oren et Nayar [58]. Nous rappelons ici l'expression BRDF de l'intensité lumineuse perçue par un observateur :

$$I(x,y) = K_{ld} \max(0,\cos(\theta_i)) + K_{ls} e^{\frac{\alpha^2}{2\sigma}} + K_{ps} \delta(\theta_i - \theta_r) \delta(\phi_r), \qquad (4.14)$$

 K_{ld}, K_{ld}, K_{ld} représentant respectivement les coefficients du lobe diffus, du lobe spéculaire et du pique spéculaire.

On peut se demander quelle va être l'influence du changement de carte de réflectance dans la considération des niveaux d'iso-altitude. Pour avoir une idée de l'influence que cela peut entraîner dans la reconstruction, il est possible d'observer la carte de réflectance comme nous avons pu le faire avec la carte de réflectance Lambertienne.

La carte de réflectance d'une surface spéculaire diffère sensiblement de celle d'une surface spéculaire (Fig. 4.25). Les principales différences de la carte de réflectance spéculaire se situent dans la répartition des lignes d'iso-intensité qui sont plus concentrées dans les intensités élevées que dans les faibles intensités (Fig. 4.25 (b)). Une première conséquence que l'on peut déduire de ces observations est que l'on obtiendra une meilleure précision sur les zones d'intensité maximale que sur les zones d'intensité plus faible. Les deux cartes de réflectance ont par ailleurs des similitudes dans la forme des lignes d'iso-intensité. Si l'on suppose en effet que la composante horizontale ϕ_s du vecteur normal est connue, dans ce cas il existe au plus deux solutions pour la composante verticale. Il serait donc légitime de s'attendre à ce que la reconstruction se comporte de la même manière avec une surface spéculaire qu'avec une surface Lambertienne.

Expérimentations sur des images synthétiques

Dans un premier temps nous avons expérimenté la reconstruction du buste de Mozart avec un rendu spéculaire. Nous avons utilisé les paramètres du modèle de Oren et Nayar associés à



FIG. 4.26 – Reconstruction de Mozart à partir du rendu spéculaire. L'image (a) représente l'une des trois images sources générées à partir du spéculaire du modèle de Oren et Nayar avec les paramètres $K_{ld} = K_{ls} = 0.5$ et $\sigma = 0.2$. Les images (b) et (c) correspondent à la visualisation sous *OpenGL* de la carte des hauteurs résultante.

l'apparence d'une surface métallique ($K_{ld} = K_{ls} = 0.5$ et $\sigma = 0.2$). La figure 4.26 (a) montre une des trois images utilisées pour la reconstruction.

Nous avons procédé à la reconstruction de la même façon qu'avec la reconstruction pour des images Lambertiennes en ne modifiant que la carte de réflectance. Les patchs ont été initialisés sur les mêmes zones que précédemment (Fig. 4.9 (a)). La figure 4.27 (b-c) montre les résultats de la reconstruction. On peut observer que la reconstruction s'est effectuée correctement et que plus de détails sont visibles sur la surface résultante. Nous avons expérimenté la reconstruction avec différents paramètres de spécularité et nous n'avons pas noté de différences notables dans les différentes reconstructions.

Expérimentation sur des images réelles

À partir du moment où nous avons obtenu de bons résultats sur des images de tests, nous avons expérimenté la reconstruction de surface métalliques réelles. Une des premières difficultés réside dans l'estimation des coefficients de spécularité du modèle de Oren Nayar. L'utilisation de patch et de plusieurs images dans la reconstruction permettrait de simplifier l'estimation d'un certain nombre d'entre eux, mais ici nous avons préférés mesurer la robustesse de la reconstruction sans étude précise de ces coefficients. De plus, si l'on considère des applications industrielles de cette méthode, l'on peut supposer qu'une étude plus précise de la surface permettrait d'obtenir une évaluation précise de ces paramètres.

Pour évaluer la reconstruction sur des images réelles, nous avons effectué la reconstruction d'un tableau sculpté dont la surface a été recouverte de peinture métallique. La figure 4.27 (ad) montre les quatre photos qui ont été utilisées pour la reconstruction. On peut remarquer que la surface était loin d'apparaître sans bruit, elle présente en effet de nombreuses zones où la poussière s'est accumulée au cours de son exposition. Pour cette raison nous avons préféré utiliser quatre images pour espérer une bonne reconstruction. Les coefficients de spécularité ont été déterminés de façon empirique et définis par $K_{ls} = 0.7$, $K_{ld} = 0.3$ et $\sigma = 0.2$. La figure 4.27 (d-j) illustre le résultat de la reconstruction. La surface apparaît bien reconstruite et de nombreux détails sont visibles sur la surface résultante. Cependant, le résultat n'est pas parfait. Tout d'abord, on peut remarquer que la surface obtenue après la reconstruction est plus plate que la surface d'origine. Les raisons de ce défaut peuvent provenir de l'estimation



FIG. 4.27 – Reconstruction d'une surface spéculaire réelle. Les images (e) à (h) ont été obtenues à partir d'un rendu spéculaire avec les mêmes coefficients utilisés pour la reconstruction ($K_{ls} = 0.7, K_{ld} = 0.3$ et $\sigma = 0.2$). La résolution des images sources sont de (472 × 470).



FIG. 4.28 – Résultats obtenus avec le modèle Lambertien étendu. Les images (a-c) sont associées à la reconstruction du buste de Mozart à partir du paramètre de rugosité $\sigma = 20^{\circ}$. Les images (e) et (f) représentent le résultat de la reconstruction avec le modèle Lambertien (e) et avec le modèle Lambertien étendu avec $\sigma = 20^{\circ}$.

des paramètres de la réflectance qui ne sont pas nécessairement exacts. Nous avons en effet procédé à une estimation rapide sans étude préalable des propriétés physiques de la surface d'origine. Un autre défaut peut apparaître si l'on observe bien la surface reconstruite. En effet, il est possible de remarquer que la surface reconstruite ne constitue pas un plan, mais apparaît légèrement courbée. Ce défaut n'était pas présent dans les autres exemples de reconstruction. Mais l'on peut tout à fait l'expliquer par le fait que l'objet de départ fait une taille réelle de plus de $60 \times 60 \ cm$ et par conséquent la source lumineuse ne remplissait plus l'hypothèse de source ponctuelle émettant des rayons parallèles. Une amélioration possible serait de modéliser la source lumineuse de façon à pouvoir corriger ce défaut sans investir dans une source lumineuse de meilleure qualité.

4.4.2 Surfaces Lambertiennes étendues

Dans le chapitre 2, nous avons introduit un modèle de réflection qui s'apparente davantage à un modèle de surfaces Lambertiennes réelles. Tout comme nous l'avons montré précédemment, nous pouvons facilement changer la carte de réflectance. L'application sur des images de tests n'engendre pas de modifications pour la reconstruction. La figure 4.28 montre la reconstruction du buste de Mozart dont une des images sources est représentée en (a). Le résultat de la reconstruction avec le modèle Lambertien étendu ne montre pas de grandes différences avec celui obtenu avec le modèle Lambertien.

Enfin, pour analyser l'influence que ce modèle pouvait avoir dans la reconstruction de surfaces réelles, nous avons fait la comparaison entre le résultat obtenu avec une carte de réflectance Lambertienne et celui obtenu avec la carte de réflectance Lambertienne étendue pour un paramètre de rugosité $\sigma = 20^{\circ}$. La figure 4.28 montre les deux résultats de la reconstruction sur la cavité de la spatule aurignacienne. Il est possible d'observer que la profondeur maximale des deux cartes de hauteurs résultantes diffère sensiblement entre les deux reconstructions. Nous obtenons en effet une profondeur plus importante pour la reconstruction avec la carte de réflectance Lambertienne étendue. Mis à part cette différence de profondeur, les deux cavités présentent peu de différences.

4.5 Application dans d'autres domaines

4.5.1 Application à la stéréo

Les techniques de *Shape from Shading* peuvent être utilisées en association avec les techniques de reconstruction de stéréo qui utilisent plusieurs points de vues différents pour la reconstruction. Le principal défaut des méthodes de stéréo est le fait que l'appariement des points est plus difficile quand la surface à reconstruire possède peu de texture. Inversement, l'absence de texture présente un avantage pour les techniques de *Shape From Shading*. Pour ces raisons, ces deux techniques sont souvent combinées [48]. Certaines techniques de SFS émettent l'hypothèse qu'elles possèdent une carte de hauteur bruitée provenant d'un algorithme de stéréo. Cette carte de hauteur combinée avec une des images source permet de reconstruire la surface d'origine. Ici, nous allons montrer l'application de notre méthode pour la reconstruction du buste de Mozart. Pour la suite, nous supposerons posséder la carte de hauteur résultante provenant de la reconstruction par stéréo. Pour simuler ces données, nous avons bruité la carte des hauteurs du buste de Mozart. L'image source a été générée à partir d'un éclairage frontal, car les ambiguïtés concave/convexe ne jouent ici pas un grand rôle dans la reconstruction.

Modification du processus de reconstruction

La prise en compte de la carte des hauteurs initiale a entraîné certaines modifications dans la méthode de reconstruction que nous avons présentée précédemment. Le premier point que nous avons modifié se situe dans l'initialisation des patchs. Les patchs n'ont plus besoin d'être initialisés manuellement car nous possédons les informations de hauteurs issues de la reconstruction de stéréo. L'initialisation des patchs a donc été faite à partir d'un simple seuillage sur la carte des hauteurs initiale sur laquelle nous avons préalablement appliqué un flou gaussien de façon à obtenir des patchs qui ne soient pas réduits seulement à des points isolés. Les patchs spéciaux concaves ou convexes n'ont pas besoin d'être utilisés dans la mesure où les informations provenant de la carte des hauteurs initiale permettent de réduire les ambiguïtés concaves/convexe. La deuxième modification consiste à modifier le processus initial de l'estimation des hauteurs. Puisque nous possédons déjà les informations de hauteur des points connectés aux patchs, nous n'avons plus besoin d'initialiser les points voisins par la moyenne des hauteurs des points appartenant au patch.

Application sur des jeux de tests synthétiques

Afin d'évaluer la reconstruction qu'il est possible d'obtenir à partir de la combinaison de notre méthode et des techniques de stéréo, nous avons simulé le résultat d'une acquisition



FIG. 4.29 – Reconstruction du buste de Mozart en combinant les techniques de stéréo et la méthode de reconstruction par propagation de régions.

stéréoscopique en appliquant un fort bruit gaussien sur la carte des hauteurs du buste de Mozart (Fig. 4.29 (b)). Cette perturbation peut paraître excessive pour le résultat d'un algorithme de stéréo, mais nous avons volontairement appliqué une dégradation importante de façon à évaluer le gain apporté par notre méthode pour la reconstruction d'images réelles. Un éclairage frontal a été choisi pour la reconstruction dans la mesure où ce dernier est avantageux car il n'entraîne pas de zones d'ombre sur des images réelles 4.29 (a). De plus, la possession d'une carte de hauteur initiale censée se rapprocher de la surface d'origine, permet d'éviter les ambiguïtés concaves/convexes.

Le résultat de la reconstruction est présenté sur la figure 4.29 (c). Nous avons utilisé plusieurs itérations pour reconstruire le surface du buste de Mozart. La reconstruction obtenue apparaît être du même ordre que celle obtenue avec une seule image en utilisant les patchs concaves. La surface résultante présente des irrégularités qui peuvent en partie s'expliquer par l'estimateur des normales qui est trop local et n'utilise pas entièrement les informations situées à l'intérieur des patchs. L'utilisation d'un meilleure estimateur permettrait d'obtenir un résultat plus régulier et plus lisse. L'avantage de considérer la combinaison de notre approche avec celle d'une technique de stéréo est que nous n'avons plus besoin d'initialiser les patchs manuellement et encore moins de définir différents types de patchs. De plus, cette approche pourrait facilement être utilisée localement sur la surface afin de raffiner la reconstruction à certains endroits uniquement.

Ce moyen de reconstruction qui utilise une surface initiale permet d'une certaine façon de modeler une surface. Par exemple, si l'on considère l'illustration du buste de Mozart avec un nez concave, il est loin d'être évident de générer cette carte de hauteur. Pour pouvoir générer la carte de hauteurs, nous avons appliqué la même reconstruction décrite précédemment sauf que nous avons utilisé la carte de hauteur initiale du buste de Mozart sur laquelle nous avons grossièrement modifié le nez sous *Gimp*. La carte des hauteurs a été modifiée de telle sorte que la zone associée au nez corresponde à une zone concave. Cette modification locale avait pour but de faire tendre la solution vers la solution concave. Ensuite, la reconstruction a permis de raffiner la surface du nez et d'obtenir le buste de Mozart avec un nez concave.

Ce processus de reconstruction n'a pas encore été appliqué sur des images réelles. Pour pouvoir le faire il sera nécessaire de choisir un algorithme de stéréo parmi de nombreuses techniques. Les résultats que nous avons obtenus sur des exemples de tests permettent d'envisager de bonnes reconstructions sur des images réelles.

4.5.2 Application au sketching

Dans le chapitre précédent, nous avons montré une application originale qui consistait à reconstruire une surface ou un volume à partir d'une image utilisée pour représenter une forme. L'image de départ était interprétée comme étant l'image qu'un observateur pouvait avoir en regardant l'objet de face avec une direction d'éclairage frontale. L'utilisation d'une seule image avec un tel éclairage limitait la reconstruction à cause des ambiguïtés concaves/convexes qu'il est difficile d'éviter. De plus, si l'on imagine une méthode de reconstruction à partir de dessins, l'utilisation d'un éclairage de face n'est pas bien adapté pour dessiner facilement des formes et donner du relief aux dessins.

La méthode de reconstruction que nous avons introduite dans ce chapitre montre une grande résistance au bruit. En particulier, même l'utilisation d'images en noir et blanc permet d'obtenir une reconstruction globalement correcte. Ceci laisse présager que nous pourrions peut être appliquer notre méthode pour la reconstruction de dessins. Nous allons présenter ici des résultats préliminaires qui semblent tout à fait encourageant.

Pour avoir une première idée, nous avons décidé de créer quatre dessins associés à quatre directions d'éclairage. Les directions d'éclairage ont été supposées être fixées à un angle vertical θ_s de 45° et une direction horizontale ϕ_s de 0, 90, 180 et 270°. Nous avons choisi d'expérimenter la reconstruction sur des dessins d'un même visage. Le choix d'un visage est un exemple intéressant à partir du moment où le dessiner reste toujours un des sujets les plus difficiles à dessiner. Pour obtenir les quatre dessins associés aux différentes directions d'éclairage, nous avons tout d'abord scanné les contours définissant les traits du visage. Ensuite, ces contours ont été dupliqués en quatre exemplaires de façon à obtenir des dessins parfaitement ajustés et ne présentant aucun décalage artificiel entre eux. La figure 4.30 montre les quatre dessins qui ont étés réalisés pour la reconstruction (images (a-d)). On peut remarquer que ces images ne sont pas énormément contrastées car seuls les ombrages sont réellement dessinés. Les intensités maximales sont seulement représentées par une teinte entièrement blanche. Malgré ce défaut, nous avons quand même procédé à la reconstruction pour avoir une idée de la reconstruction possible.

Nous avons procédé à la reconstruction en initialisant les patchs sur les zones supposées plates de l'image. Étant donné que les zones sombres ne sont pas associées à des ombres portées, nous ne les avons pas invalidées pour la reconstruction. La figure 4.30 montre le résultat de la reconstruction que nous avons obtenu. L'image (e) correspond à la carte de profondeur résultante de la reconstruction. La variation des hauteurs que nous avons obtenue fut relativement faible comparée aux dimensions de l'image. Cette faible variation est due à la carte de réflectance, mais aussi au faible contraste des images. De manière à visualiser correctement le résultat, nous avons amplifié l'amplitude des hauteurs. La visualisation du résultat montre une surface qui n'apparaît pas si mauvaise compte tenu du faible contraste présent dans les images sources. Le nez apparaît relativement aplati, mais cela peut s'expliquer facilement par le faible contraste présent autour du nez. Par contre, l'on peut remarquer que le relief est beaucoup plus visible au niveau des lèvres supérieures et inférieures. Ces observations se retrouvent sur le résultat de la reconstruction car l'on peut voir que cette partie du visage est relativement bien reconstruite.

La principale difficulté de la reconstruction provient du fait que seules les intensités lumi-



FIG. 4.30 – Reconstruction de surfaces à partir de plusieurs dessins. Les images (a-d) sont les images sources associées à différentes directions d'éclairage. Le résultat de la reconstruction est illustré par la carte de hauteurs (e) qui a été utilisée pour obtenir le rendu de l'image (f). La visualisation sous OpenGL de la carte des hauteurs et du contour du dessin est illustré par l'image (g).

neuses de faible intensité sont représentées sur les différents dessins. Nous avons donc essayé de dessiner directement sous le logiciel *Gimp* à partir des mêmes contours du visage. L'utilisation de *Gimp* permet d'utiliser une image initiale en niveau de gris moyen et de noircir ou éclaircir des zones particulières sans aucune difficulté. Cela est plus difficile à obtenir avec un crayon et un papier car par défaut la feuille est blanche et il plus complexe de dessiner à la fois les faibles et grandes intensités lumineuses. Nous avons donc mis en relief les différentes zones où intuitivement l'on peut imaginer que l'intensité lumineuse est la plus grande ou inversement la plus faible. La figure 4.31 montre les quatre images que nous avons ainsi obtenues sans consacrer beaucoup de temps dans la réalisation de ces dessins. Le temps passé pour dessiner ces quatre dessins n'a pas dépassé les 20 minutes. Les résultats de la reconstruction sont meilleurs que ceux obtenus avec les dessins précédents. En particulier, l'aspect général de la surface apparaît à la fois plus lisse et plus représentatif d'un vrai visage. La surface résultante n'apparaît pas trop lisse ni trop discontinue.

Cette façon de reconstruire une surface à partir de dessins constitue une nouvelle approche pour définir une surface. Cette méthode a l'avantage de pouvoir être utilisée par n'importe quelle personne sachant un minimum dessiner. Il serait intéressant de pouvoir étendre cette technique sur un volume tout entier et de définir une interface de manière à obtenir une visualisation quasi interactive. La reconstruction prend encore quelques minutes suivant le niveau de résolution de la surface, mais l'on peut facilement imaginer d'implémenter des outils



FIG. 4.31 – Reconstruction à partir de dessins obtenus sous Gimp (images (a-d)). L'image (f) a été obtenue à partir d'un rendu de la carte de hauteurs résultante de la reconstruction (image (e)) et (g) est la visualisation sous openGL en utilisant les contours du dessin initial.



FIG. 4.32 – Schémas de la reconstruction pour la création de surface à partir de dessins.

interactifs pour la génération de surfaces à partir de ce moyen. Le processus de conception suivrait alors plusieurs phases. Dans un premier temps, l'utilisateur dessinerait les quatre dessins pour la reconstruction. Ensuite, une fois la reconstruction effectuée, l'utilisateur aurait la possibilité d'ajuster la carte des hauteurs de façon à obtenir une variation de hauteur prédéfinie. À ce moment la, si l'utilisateur n'est pas satisfait de la reconstruction, il aura la possibilité de modifier à nouveau soit les dessins d'origine ou alors les dessins obtenus après le rendu de la reconstruction. La figure 4.32 illustre le concept de cette création de formes à partir de dessins.

De plus l'utilisateur peut être amené à déformer des images déjà existantes. Une difficulté éventuelle est de pouvoir associer des déformations similaires sur les images sources. Pour pouvoir procéder rapidement à des déformations identiques sur les trois images sources, nous avons composé une seule image couleur contenant chaque image source dans les trois canaux RGB. L'image (a) de la figure 4.33 montre l'image couleur contenant les trois images sources du buste de Mozart. Cette image a ensuite été déformée puis nous avons décomposé les trois canaux RGB pour obtenir les trois images sources utilisées pour la reconstruction. L'image (b) illustre l'une des trois composantes RGB extraite de l'image (a) après la déformation. Le résultat de la reconstruction correspond bien aux déformations associées aux différentes images sources. Cet exemple montre bien la possibilité dont nous disposons pour modifier les images sources afin d'obtenir une nouvelle surface.

4.6 Améliorations possibles et extensions

4.6.1 Gestion de la fusion entre différents patchs

Durant la reconstruction, la jonction entre deux patchs est susceptible d'entraîner des discontinuités dans la reconstruction. Nous avons pu observer ce défaut dans les expérimentations de surfaces complexes. Ces différences de hauteurs peuvent être détectées à partir des images de différence entre les intensités des images sources et les intensités obtenues par le rendu de la carte de hauteur. On peut imaginer un moyen relativement simple de rectifier les différents décalages entre les patchs en utilisant les labels de chaque patch au cours de la reconstruction.



FIG. 4.33 – Reconstruction à partir d'images déformées. L'image (a) correspond à la superposition des trois images sources superposée à partir des composantes RGB. (b) est une des trois images extraite de l'image (a) après décomposition de l'image RGB déformée. (c) est l'illustration de la reconstruction en trois dimensions.



La figure ci-contre illustre les différentes zones associées à la propagation des patchs. Chaque couleur est associée à un patch, et pour chaque pixel de l'image nous pouvons déterminer par quel patch il a appartenu au cours de la reconstruction. Il est alors possible d'imaginer un processus de minimisation des discontinuités entre les patchs. Par exemple, une solution possible consisterai à utiliser un arbre valué pour représenter les différences de hauteurs entre chaque patch. Chaque noeud de l'arbre n_k sera alors associé à un patch de hauteur h_k et chaque arête sera as-

sociée à une valuation représentant les différences de hauteur entre les patchs. Le problème consistera alors à minimiser les valeurs des valuations des arrêtes de l'arbre associées à la propagation des patchs.

4.6.2 Reconstruction des zones entièrement invalidées

Au cours de la reconstruction, il peut apparaître des zones où aucune information photométrique n'est disponible sur les différentes images sources. Cela arrive si par exemple des zones d'ombre se superposent sur toutes les images ou si des zones spécifiques ont été volontairement invalidées en raison du modèle de réflection non uniforme par rapport au reste de la surface. Nous avons pu rencontrer une telle situation pour le cas de la reconstruction du visage où nous avons invalidé les zones associées aux sourcils et aux cils.

Si aucune information photométrique n'est disponible, dans ce cas la hauteur des points connectés aux patchs reste par défaut celle de la moyenne des hauteurs des voisins appartenant au patch. Ces zones peuvent être facilement repérées sur le résultat final car elles présentent une certaine discontinuité par rapport au reste de la surface. On peut améliorer la reconstruction des ces zones particulières en appliquant des contraintes de continuité. Dans ce but, nous avons défini une énergie spécifique pour minimiser la variation des normales sur les zones où aucune information photométrique n'est disponible. Cette énergie mesure les variations de directions des normales entre les différents voisins $\Pi(P)$ du point P considéré. Plus formellement cette énergie est définie par :

$$E_{l} = \sum_{P_{i} \in \Pi(P)} \lambda_{i}(||\vec{n_{p}} - \vec{n_{i}}||)$$
(4.15)

Le paramètre λ_i a simplement pour but de prendre en compte les distances diagonales. il est donc fixé à 1 si P_i est un voisin 4-connexe, et à $\sqrt{2}$ sinon.

Cette nouvelle énergie se substitue simplement à l'énergie photométrique quand cette dernière n'est disponible dans aucune image. L'énergie que nous avons définie précédemment peut alors être décrite de la façon suivante :

$$E_T = \sum_{k=1}^{N} \sigma(P,k) \left(R_I(p,q) - I_k(P) \right)^2 + \gamma(P,N) \sum_{P_i \in \Pi(P)} \lambda_i(||\vec{n_p} - \vec{n_i}||)$$
(4.16)

 avec :

$$\gamma(P, N) = \begin{cases} 1 \text{ si } P \text{ n'a aucune intensité valide dans les N images} \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$

Il est important de préciser que cette énergie n'est pas utilisée conjointement avec l'énergie photométrique comme cela se fait couramment dans d'autres techniques de *Shape from Shading*. L'utilisation conjointe des deux énergies engendre un problème sur la définition des coefficients associés à ces énergies. En effet, dans beaucoup de méthodes, il en résulte un problème majeur pour définir les coefficients assurant à la fois la convergence, et assurant aussi une surface résultante lisse. De plus, l'utilisation de plusieurs images complique encore plus la définition de ces coefficients qui en plus devraient en théorie être définis localement en fonction des zones invalidées ou non. Grâce à une définition d'énergie unique pour chaque point de la surface reconstruite nous pouvons assurer une reconstruction cohérente et les différentes énergies n'ont pas de risque d'avoir des effets contradictoires.

L'application de cette énergie de continuité a été expérimenté sur le buste de Mozart où nous avons invalidé des zones identiques sur les trois images sources. Les trois images sources sont présentées sur la figure 4.34 (images (a) à (c)). Nous avons tout d'abord invalidé une zone située sur le nez de façon à voir l'influence sur la reconstruction de zones arrondies. Ensuite, différentes zones ont été invalidées de façon à observer si cela pouvait avoir une influence sur la propagation des patchs. Enfin, nous avons invalidé des zones ayant un motif visible tel qu'une croix de façon à voir si le motif serait visible après la reconstruction. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 4.34 (images (e) à (h)). Les motifs initiaux invalidés ne sont alors plus visibles. Cependant la trace du trait sur les lèvres de Mozart que nous avons dessiné sur les trois images sources est encore visible. Cette expérimentation montre quand même des résultats très intéressants dans la mesure où la reconstruction n'a pas été perturbée par ces zones où seule l'énergie de continuité a été utilisée. Enfin, les zones invalidées sont à peine perceptibles sur la visualisation en trois dimensions du résultat final.

Nous n'avons pas choisi d'invalider des zones connexes aux patchs initiaux. Cela peut en effet constituer un problème à partir du moment où les patchs sont définis à une hauteur constante, et ainsi la hauteur des points des zones invalidées sera nécessairement plate pour la première itération de l'algorithme. Ainsi, nous pourrions voir apparaître des zones de hauteurs constantes qui ne soient pas nécessairement justes. Ceci ne constitue pas un problème majeure car même si des zones invalidées sont connectées aux patchs, le défaut pourra être rectifié


FIG. 4.34 – Reconstruction avec des zones invalidés sur les trois images et application de la continuité sur ces zones. Les zones invalidés sont dessinées en noir sur les images sources (images(a) à (d)). Les images de (e) à (g) ont été obtenues par un rendu de carte des hauteurs résultantes.

lors des itérations suivantes. Cependant, pour obtenir un plus faible nombre d'itérations de l'algorithme il est préférable que les patchs ne soient pas directement connectés à des zones invalidées.

4.6.3 Reconstruction à partir d'un albédo non constant

Dans tous les exemples présentés dans ce chapitre, nous avons supposé que l'albédo de la surface était constant. Nous n'avons pas essayé d'intégrer l'estimation de l'albédo dans la reconstruction. Cette démarche se justifie dans la mesure où il est nécessaire d'avoir au moins trois images pour pouvoir faire une estimation de l'albédo de la surface. Le fait d'essayer d'estimer précisément la valeur de l'albédo engendre des valeurs imprécises et nécessitent un grand nombre d'images pour une bonne estimation. La motivation d'estimer l'albédo ne se justifie pas dans la mesure où notre méthode a montré une grande résistance sur les différentes surfaces ne présentant pas un albédo totalement uniforme. De plus, le fait d'intégrer des albédos non constants risque d'engendrer des imprécisions dans notre algorithme. Par exemple, si l'on essaye d'évaluer l'albédo sur les images du buste de Mozart avec les images en noir et blanc, il est certain que le résultat sera bien moins bon que celui que nous avons obtenu. Cependant, si les variations d'albédo sont uniformes sur des régions identifiables, il pourrait être envisageable de gérer ces variations d'albédo. Pour cela plusieurs approches sont envisageables.

Il est possible dans un premier temps d'imaginer une approche intéressante pour pouvoir intégrer les variations d'albédo dans la reconstruction. La stratégie consisterait à appliquer la reconstruction en ne changeant rien à notre méthode. A priori, si les variations d'albédo forment des régions homogènes, elles devraient pouvoir être détectées en analysant les images d'erreur entre les intensités lumineuses des images sources et celles des images simulées. À



FIG. 4.35 – Expérimentation de la reconstruction sur des surfaces possédant différents albédos. Une des quatre images sources est représentée en (a). Les différents patchs ont été superposés et dessiné en bleu clair. L'image (b) correspond à l'image des différences entre l'image simulée et l'image source. Les images (c) et (d) correspondent à la visualisation du résultat de la reconstruction sous *OpenGL*.

partir des cartes de différences, l'on peut facilement imaginer faire une segmentation et estimer à nouveau les paramètres de l'albédo sur ces différentes régions. Ainsi, à partir de ces valeurs la reconstruction pourrait être renouvelée. Pour évaluer ce que pourrait donner une telle stratégie, nous avons appliqué la reconstruction sur un objet ne présentant pas un albédo uniforme sur toute la surface. La figure 4.35 (a) montre une des quatre images utilisées pour la reconstruction. On peut observer que la surface ne présente pas un albédo constant et en plus la surface présente des spécularités à certains endroits. Nous avons appliqué la reconstruction en ne changeant aucun paramètre. La surface résultante ne semble pas si éloignée de l'originale. Cependant certains défauts sont tout de même visibles. En particulier, les zones qui apparaissent blanches sur l'une des images d'origine présentent des orientations plus prononcées. L'image (b) de la figure 4.35 montre les différences en valeur absolue entre les intensités d'une des images sources et les intensités de l'image simulée à partir de la carte des hauteurs résultante. Il est possible d'observer que les zones pour lesquelles l'albédo est important montrent des erreurs bien plus élevées que sur le reste de la surface. Ainsi, notre approche qui consisterait à modifier l'albédo après une première reconstruction semble tout à fait envisageable pour la suite.

Une autre approche envisageable pourrait consister à évaluer l'albédo au cours de l'évolution des patchs. La stratégie consisterait tout d'abord à associer une seule valeur d'albédo par patch et à vérifier au cours de l'évolution des patchs que la valeur de l'albédo est bien correcte. Si ce n'était pas le cas, il serait alors préférable d'arrêter la reconstruction sur ces zones. La mesure de la variation de l'albédo peut être fait facilement si l'on utilise plusieurs images, par contre, si une seule image est utilisée pour la reconstruction, dans ce cas la détection peut être plus complexe. Cependant, on peut envisager d'utiliser les couleurs des images d'origine pour faciliter la détection du changement d'albédo. Cela reviendrait à utiliser des méthodes de segmentation en matériaux, telles que celles introduites par Healey [24] ou Hussenet [28].

Les deux approches que nous avons introduites ici semblent être bien adaptées pour gérer les variations d'albédo. Cependant, si nous supposons que nous n'avons qu'une seule image pour la reconstruction, la première solution n'est pas une bonne solution. En effet, si plusieurs énergies ne sont pas présentes pour contraindre la reconstruction, il apparaîtra de larges déformations sur la surface reconstruite. Par contre, la deuxième approche est beaucoup mieux adaptée pour l'utilisation d'une seule image dans le sens où les variations d'albédo peuvent être directement contrôlées au niveau des patchs. De plus, on peut facilement imaginer utiliser les informations colorimétriques qui sont fréquemment liées avec les variations d'albédo.

4.6.4 Combinaison avec des méthodes de Shape From Contours



La reconstruction que nous avons présentée ici permet d'obtenir seulement une surface projective qui ne définie pas véritablement un vrai volume 3D. Il serait intéressant de combiner notre méthode avec les techniques de *Shape from Contours* que nous avons décrites dans le chapitre 1. L'intérêt serait dans un premier temps de pouvoir obtenir un volume global de l'objet considéré, et cela permettrait

aussi de pouvoir définir plus facilement les patchs initiaux nécessaires pour la reconstruction. L'idée principale serait d'utiliser un faible nombre de profils et d'appliquer la reconstruction sur un certain nombre d'entre eux. Une solution pourrait consister à définir un volume initial représenté par un ensemble de voxels. Ensuite, ce volume serait d'une certaine manière sculpté à partir des différents profils de l'objet initial. La figure ci-dessus illustre le principe de la reconstruction. Le volume initial est représenté par un ensemble de voxels suffisamment important par rapport à l'objet initial. La silhouette dessinée en rouge permet d'enlever un certain nombre de voxel sur le volume initial. À partir de N prises de vues, il serait alors possible de raffiner tout le volume à partir des informations photométriques d'une ou plusieurs images associées à chaque prise de vue.

On peut noter que des approches déjà existantes ont eu cette même démarche, on peut par exemple citer Chen et al [10]. Cependant, la robustesse de notre approche permettrait de réduire considérablement le nombre de prises de vues pour l'obtention des contours. Il semble aussi très intéressant d'appliquer alors des méthodes de lissage de surfaces discrètes sur le volume discret obtenu avant d'appliquer la reconstruction à partir des informations photométriques.

4.6.5 Approche multi-résolution adaptative

Notre approche permet la reconstruction de surfaces à partir d'images de grande résolution. Il en résulte alors une surface présentant un très grand nombre de points. Ce grand nombre de points présente des informations redondantes par rapport à la surface représentée. Même si le fait d'avoir un grand nombre de points permet d'obtenir de nombreux détails précis, il reste une grande majorité de points qui ne sont pas nécessairement utiles pour la représentation de la surface. On peut alors imaginer appliquer des algorithmes classiques de représentation compacte d'objets en trois dimensions. Cela peut être une approche convenable, mais il serait plus intéressant de se pencher sur ce problème en utilisant les informations photométriques contenues dans les images d'origine. Cela constituerait un moyen plus simple et mieux adapté aux surfaces topographiques que nous obtenons. Une première approche envisageable est de réduire le nombre de points en combinant à la fois les informations de la surface avec celles contenues dans les différentes images.

Mais si l'on s'oriente vers une stratégie de réduction de points, on peut aller encore plus loin en incluant la réduction du nombre de points directement dans la reconstruction elle-même. Cela permettrait d'améliorer la rapidité de la reconstruction pour ne pas perdre de temps sur des zones présentant par exemple une orientation constante. Plusieurs pistes semblent envisageables pour répondre à ce problème. Dans un premier temps, il serait peut-être possible d'utiliser des *octree* pour représenter l'image à différents niveaux de résolutions. Ainsi, intuitivement, l'on peut penser que les régions d'intensité homogène peuvent être représentées par une résolution plus faible puisqu'elles ont plus de chance d'être associées à des régions planes. Cette observation ne se vérifie pas systématiquement, par exemple si l'on considère simplement un cône orienté vers l'observateur avec une éclairage frontal, alors l'image apparaîtra d'une même intensité alors que la surface est loin d'être réduite à un seul plan. Par contre, l'inverse est vrai. Si l'on constate des variations d'intensité dans une image, l'on peut être assuré que cela entraîne nécessairement des variations au point de vue de l'orientation de la surface. La principale difficulté vient du fait que l'on ne peut pas définir simplement la localisation de la simplification si l'on n'utilise qu'une seule image. Une approche possible serait d'utiliser conjointement les informations provenant de plusieurs sources d'éclairage. Cela permettrait de trouver des conditions permettant d'assurer la présence de plans dans l'image source.



Nous avons commencé à explorer cette approche en calculant simplement un gradient de type *Sobel* sur chacune des trois images utilisées pour la reconstruction du buste de Mozart. Ensuite, nous avons effectué un seuillage sur la superposition des images de gradient. La figure ci-contre illustre le résultat obtenu sur lequel nous avons superposé une des images du buste de Mozart. Il apparaît que les zones présentant un fort gradient correspondent bien aux zones de détails tandis que les zones dont l'orientation est constante ne sont pas mises en valeur.

Une autre approche possible serait d'inclure des modèles déformables à résolution adaptative. L'idée principale serait d'effectuer la reconstruction en utilisant un modèle déformable comme l'on fait Samaras et Metaxas [66], mais en utilisant plusieurs sources lumineuses. Ensuite, il pourrait être très intéressant d'utiliser les modèles déformables à résolution adaptative qui utilisent une métrique non Euclidienne comme ceux introduits par Taton et Lachaud [69]. L'idée serait la aussi d'adapter la résolution en fonction des gradients des différentes images.

Ainsi, inclure le principe d'une approche multi-résolution adaptative dans le processus de reconstruction semble demander une étude précise des conditions nécessaires mais cela semble possible. Par contre, la réduction du nombre de points de la surface en association avec les informations photométriques semble pouvoir être facilement envisageable.

4.6.6 Reconstruction à partir d'une source lumineuse non distante

L'hypothèse d'une source lumineuse disposée à l'infinie ou émettant dans une seule et même direction peut présenter des limites pour la reconstruction. Par exemple, pour la reconstruction d'un objet de taille importante il est plus difficile de trouver une source lumineuse assimilable à une source uniforme. L'exemple de la reconstruction présentée pour l'objet de dimensions importantes montre bien les déformations caractéristiques que ce cela engendre pour la surface résultante. Pour pouvoir éviter ce défaut, sans être obligé d'investir dans une source lumineuse de très bonne qualité il serait intéressant de pouvoir intégrer la position d'une source de lumière émettant de manière uniforme dans toutes les directions. Il s'agirait alors de pouvoir reconstruire une surface à partir d'une source lumineuse comme une bougie par exemple. Dans le chapitre 2, nous avons présenté la modélisation d'une telle source lumineuse. La direction de la lumière pour un point de la surface dépend de ses deux coordonnées x et y mais aussi de sa position verticale z. Cette modélisation entraîne un obstacle non négligeable pour beaucoup de techniques de reconstruction. En effet, beaucoup de méthodes estiment directement les normales de la surface, pour ensuite retrouver la hauteur des points de la surface. Ainsi, il devient impossible de pouvoir prendre en compte une source lumineuse non distante.

Notre méthode est pour sa part compatible avec l'utilisation d'une source lumineuse non distante. En effet nous n'avons besoin de connaître seulement la hauteur des patchs initiaux par rapport à la direction de la source lumineuse. La connaissance de la hauteur des points des patchs peut être déduite simplement en mesurant la hauteur des points par rapport au dispositif de l'éclairage. Il suffirait alors de modifier l'évaluation de la réflectance en prenant en compte la position du point considéré. Étant donné que la position du point dont nous mesurons l'énergie est fixe, la modification de la réflectance ne changera pas notre processus de reconstruction.

Cette prise en compte d'une source ponctuelle permettrait de rectifier les défauts que nous avons montré dans certaines reconstructions d'objets de grande taille. Ainsi il nous serait alors possible d'obtenir une reconstruction précise sans avoir à investir dans un dispositif d'éclairage de meilleure qualité. Nous pourrions même envisager de reconstruire la surface à partir d'une simple bougie positionnée à quatre endroits différents. Cette perspective est être très intéressante car la reconstruction ne nécessiterait alors plus aucun investissement si ce n'est un simple appareil photo numérique et une bougie.

4.7 Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle approche de reconstruction de surfaces basée sur la propagation de régions par niveaux d'iso-altitude. La nouvelle méthode d'estimation de la hauteur des points connectés au patch a montré des résultats bien plus robustes que la méthode introduite dans le chapitre précédent. Les résultats sur des images réelles confirment bien la robustesse de notre méthode. De plus, nous avons pu montrer que cette méthode peut être utilisée facilement avec des cartes de réflectance autres que Lambertiennes. Cette méthode a même donnée des résultats tout à fait intéressants pour la reconstruction à partir de dessins et a permis d'introduire de nouvelles approches pour la modélisation de surfaces. L'utilisation d'une seule image montre cependant des résultats qui pourraient être meilleurs. En particulier, la traduction de la continuité à partir de l'estimateur discret montre quelques limites. Ces résultats utilisant une seule image pour la reconstruction pourraient être sensiblement améliorés à partir de l'utilisation d'un meilleur estimateur de la normale au bord du patch. Cependant, les estimateurs discrets ne sont pas nécessairement adaptés à l'estimation de la normale au bord du patch. Pour pouvoir améliorer cette méthode, nous nous sommes donc orientés vers le développement d'un nouvel estimateur de normale sur une surface discrète que nous allons voir dans le chapitre suivant.

Chapitre 5 Lissage de surfaces discrètes

L'estimateur discret utilisé dans la reconstruction par propagation de régions joue un rôle important dans la reconstruction. En particulier, lorsqu'une seule image est utilisée pour la reconstruction, les ambiguïtés concaves/convexes sont bien présentes et dégradent la reconstruction. Ces difficultés proviennent en grande partie de l'estimation du vecteur normal sur le bord des patchs. En effet l'estimateur que nous avons utilisé n'utilise pas toutes les informations disponibles sur la surface des patchs. L'application de l'évaluation de la normale sur le bord d'une région que constitue un patch ne permet pas d'utiliser directement la plupart des estimateurs discrets. À partir de ces constations, il nous est paru intéressant de pouvoir définir une nouvelle méthode d'estimation et de lissage de surfaces discrètes.

Dans ce chapitre, après avoir introduit des notions de base de géométrie discrète, nous allons passer en revue un certain nombre de techniques de lissage de surfaces discrètes. Dans la section 5.3, nous introduirons une nouvelle approche basée sur l'estimation statistique de plans discrets qui a aussi été présenté dans [34]. Enfin, dans la section 5.5 nous présenterons les résultats obtenus à partir de cette méthode.

5.1 Introduction d'éléments de géométrie discrète

Dans cette section, nous introduisons différentes notions couramment utilisées en géométrie discrète. Toutes ces notions seront utilisées dans la suite de ce chapitre.

5.1.1 Espace discret et relation d'adjacence

Dans le cadre de la géométrie discrète, les espaces discrets en deux ou trois dimensions sont engendrés par des entités élémentaires de \mathbb{Z}^2 et \mathbb{Z}^3 appelées pixels et voxels. À partir de ces éléments, il est possible de définir des relations d'adjacences. Pour les éléments de l'espace discret de dimension 2, le 4-voisinage (resp. 8-voisinage) est défini par la relation d'adjacence par arêtes (resp. par points). Plus formellement deux points P et Q sont dits 4-voisins si et seulement si leur coordonnées vérifient l'équation $|x_P - x_Q| + |y_Q - y_Q| = 1$. De la même manière P et Q sont dits 8-voisins si et seulement si $max(|x_P - x_Q|, |y_Q - y_Q|) = 1$.

Pour les éléments de l'espace discret \mathbb{Z}^3 , il est possible de définir de la même manière les relations d'adjacences (Fig. 5.1). Si l'on considère deux points P et Q de \mathbb{Z}^3 tels que $(|x_P - x_Q| \wedge 1) \wedge (|y_P - y_Q| \leq 1) \wedge (|y_P - y_Q| \leq 1)$, les relations d'adjacence peuvent être définies de la manière suivante :

- Adjacence par face : P et Q sont dits 6-voisins si leurs coordonnées vérifient l'équation suivante : $|x_P x_Q| + |y_Q y_Q| + |z_P z_Q| = 1$.
- Adjacence par arête : P et Q sont dits 18-voisins si et seulement si leurs coordonnées vérifient l'inégalité suivante : $|x_P x_Q| + |y_Q y_Q| + |z_P z_Q| \le 2$.
- Adjacence par sommet : P et Q sont dits 26-voisins si et seulement si leurs coordonnées vérifient l'inégalité suivante : $|x_P x_Q| + |y_Q y_Q| + |z_P z_Q| \le 3$.



FIG. 5.1 – Illustration de la connexité en 3D.

Ces éléments peuvent être décomposés en éléments de dimensions inférieures. Ainsi, un pixel sera décomposé en éléments de dimensions 1, que constituent les lignels et en dimension 0 par l'intermédiaire des pointels. Il en est de même pour les voxels de dimensions 3 qui se décomposent de la même façon avec en plus des éléments de dimensions 2 appelés surfels. Tous ces éléments sont illustrés sur la figure 5.2.

5.1.2 Droites et Plans discrets

Les plans et droites discrètes sont des notions que nous utiliserons par la suite. Nous rappelons ici les principales définitions de droites et plan discrets.

Définition 5.1 (Droite Discrète Standard). Une droite discrète standard de caractéristiques $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$ est définie par l'ensemble des points de coordonnées (x, y) de \mathbb{Z}^2 qui satisfont la double inégalité suivante : $\mu \leq ax-by < \mu+\omega$ avec $a, b, \mu, \omega \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ et pgcd(a, b) = 1et $\omega = \max(|a|, |b|, |c|)$.

La fraction $\frac{a}{b}$ représente la pente de la droite discrète. Le coefficient μ décrit la position de la droite discrète et ω correspond à l'épaisseur de la droite discrète.



FIG. 5.2 – Décomposition des pixels et voxels en éléments de dimensions inférieures.



FIG. 5.3 – Décomposition du plan discret en droites discrètes.

De la même façon, il est possible de définir un plan discret :

Définition 5.2 (Plan discret arithmétique [1]). Un plan discret arithmétique de caractéristiques $\mathcal{P}(a, b, c, \mu, \omega)$ est défini par l'ensemble des voxels de coordonnées (x, y, z) de \mathbb{Z}^3 qui satisfont la double inégalité suivante :

$$\mu \le ax + by + cz < \mu + \omega \tag{5.1}$$

avec $a, b, c, \mu, \omega \in \mathbb{Z}$, et pgcd(a, b, c) = 1.

Le vecteur (a, b, c) représente le vecteur normal au plan discret. De la même manière que pour les droites discrètes les paramètres μ et ω représentent respectivement la position dans l'espace et l'épaisseur du plan discret. Suivant les valeurs de l'épaisseur du plan discret, il est possible de définir plusieurs type de plans discrets :

- si $\omega = max(|a|, |b|, |c|)$, alors \mathcal{P} est un plan discret naïf. Il a la particularité d'être 18-connexe et il ne présente pas de trous 6-connexe.[1]
- si $\omega = |a| + |b| + |c|$, \mathcal{P} est un plan discret standard.

5.1.3 Projection et symétrie de plans discrets

Il est intéressant de voir que le plan discret naïf peut être décomposé en droites discrètes [14]. En particulier, nous avons le théorème suivant :

Théorème 5.1. L'intersection du plan discret naif $\mathcal{P}(a, b, c, \mu)$ avec le plan :

- $-z = z_0$ a pour projection dans le plan Oxy la droite discrète $\mathcal{D}_z(a, b, \mu cz_0, c)$ et pour toutes les valeurs entières de z_0 .
- $y = y_0$ a pour projection dans le plan Oxz la droite discrète $\mathcal{D}_y(a, c, \mu by_0, c)$ et pour toutes les valeurs entières de y_0 .
- $x = x_0$ a pour projection dans le plan Oyz la droite discrète $\mathcal{D}_x(b, c, \mu ax_0, c)$ et pour toutes les valeurs entières de x_0 .

La figure 5.3 met en évidence la présence de ces droites discrètes sur un plan discret.

Il existe aussi une propriété importante permettant de définir différentes symétries du plan discret. Ces symétries sont importantes car elles permettent de ramener l'étude d'un plan à un plan appartenant au premier 48^{ieme} d'espace [14]. Ainsi, plusieurs types de symétrie permettent de faire cette transformation pour un plan $\mathcal{P}(a, b, c, \mu)$:

- Symétrie centrale : le symétrique de \mathcal{P} par rapport à O(0,0,0) est le plan \mathcal{P}' de caractéristiques $(-a, -b, -c, \mu)$ ou le plan $\mathcal{P}''(a, b, c, -c+1-\mu)$
- Symétrie par rapport au plan axial : cette symétrie permet de modifier le signe des paramètres a, b ou c et ainsi de changer l'appartenance d'un plan discret d'un 8^{ieme} d'espace à un autre.
- Symétrie par rapport au plan bissecteur : ici, cette symétrie permet de changer l'orientation d'un même plan discret à l'intérieur d'un même 8^{ieme} d'espace.
- Symétrie par rapport à la droite : cette symétrie peut être utilisée avec les droites définies par les axes. On peut cependant noter que dans ce cas cette symétrie peut être obtenue par composition de symétries axiales.

La tableau qui succède donne pour chaque symétrie les nouvelles caractéristiques du plan discret \mathcal{P}' .

Plan axiale	\mathcal{P}'	Plan bissecteur	\mathcal{P}'	Droite	\mathcal{P}'
(Oxy)	$(a,b,-c,\mu)$	x = y	(b,a,c,μ)	x = y = 0	$(-a,-b,c,\mu)$
(Oxz)	$(a,-b,c,\mu)$	x = z	(c,b,a,μ)	x = z = 0	$(-a,b,-c,\mu)$
(Oyz)	$(-a,b,c,\mu)$	y = z	(a,c,b,μ)	y = z = 0	$(a,-b,-c,\mu)$

Ces symétries nous serons utiles pour la suite car elles permettent de ramener l'étude sur un plan du 48^{eme} d'espace.

5.1.4 Surfaces discrètes

Il existe un grand nombre de définitions de surfaces discrètes, mais ici nous nous intéressons à une définition qui nous sera utile pour la suite. En particulier, cette définition permettra de définir une triangulation de la surface relativement simple à mettre en place. Cette définition considère la surface à partir des frontières de l'objet discret :

Définition 5.3. La frontière d'un objet discret $O \in \mathbb{Z}^3$ est une surface discrète S_d si les conditions suivantes sont respectées :

- **Condition 1.** La surface S_d est un ensemble fini 18-connexe d'un objet $O \in \mathbb{Z}^3$.
- **Condition 2.** S_d divise $\mathbb{Z}^3 S_d$ en deux composantes non vides 6-connexes dont une constitue un ensemble fini et l'autre un ensemble infini. L'ensemble fini est appelé l'intérieur I et l'ensemble infini l'extérieur. On a alors : $O = I \cup S_d$.
- **Condition 3.** Tout point de S_d est 6-voisin à au moins un point de $\mathbb{Z} O$ et 26-voisin à au moins un point de I.

Il est possible de rajouter des conditions supplémentaires sur la définition de la surface permettant d'assurer que l'objet soit 6-connexe. Dans ce cas, il faut modifier la condition 3 :

Condition 3'. Tout point de S_d est 6-voisin à au moins un point de $\mathbb{Z} - O$ et 6-voisin à au moins un point de I.

Cette condition permet d'éviter le cas de la figure 5.4 (a) pour laquelle les trois conditions sont vérifiées mais qui n'est pas 6-connexe. De plus, il est possible de contraindre encore les conditions sur la surface en évitant que la surface se touche elle-même. Cela est par exemple le cas sur la surface présentée sur la figure 5.4 (b). La surface se touche en effet sur les deux points représentés en rouge. La condition suivante permet cependant d'éviter de tels cas :



FIG. 5.4 – Exemples de surfaces vérifiant les hypothèses 1,2 et 3 mais qui n'est pas 6-connexe (image (a)). L'image (b) correspond à une surface dont les bords se touchent localement aux points P_0 et P_1 .

Condition 4. Pour tout point de la surface S_d , chaque 18-voisins de $p \in S_d$ est 6-voisin aux points 6-voisins de $N_{26}(p) - S_d$ dans \overline{O} .

Les deux voxels P_0 et P_1 dessinés en rouge de la figure 5.4 (b) ne vérifient par la condition 4. En effet, si l'on considère le voxel rouge de gauche (P_0) , son voisin 18-connexe de droite (P_1) appartient à la surface, mais n'est pas 6-adjacent à un des points extérieurs à l'objet discret O connexes au point initial P_0 .

La limitation induite par la condition 4 nécessite de prendre en compte ces différentes configurations qui peuvent appraitre pour des images réelles.

5.2 Lissage de surfaces en géométrie discrète

Dans cette section, nous allons passer en revue plusieurs méthodes de lissage de surfaces discrètes. Dans l'étude des méthodes qui suivent, nous montrerons leurs avantages et leurs inconvénients pour être utilisées dans le cadre de la reconstruction de surfaces et de l'extraction de paramètres. Avant d'introduire les différentes techniques que nous avons étudiées, nous allons tout d'abord introduire la problématique plus générale du lissage de surfaces discrètes en dehors du problème de reconstruction de surface.

5.2.1 Problématique

La représentation d'un objet de dimensions N dans l'espace discret \mathbb{Z}^N pose le problème de l'extraction de paramètres et de représentation. L'objet discret est souvent obtenu à partir de données quantifiées. Que ce soit pour une image en deux dimensions ou pour un objet en trois dimensions acquis par des scanners 3D, la représentation en objets discrets est couramment utilisée. Cependant, ces données proviennent d'objets réels du domaine continu. Cette phase de quantification entre le domaine continu et le domaine discret entraîne nécessairement une perte d'informations. Par exemple, si nous supposons que nous avons une courbe à discrétiser, les pixels candidats à la discrétisation peuvent être les pixels contenant une partie de la courbe initiale. Un exemple de discrétisation est illustré sur la figure 5.5. La courbe initiale dessinée en rouge est discrétisée en (b). Une fois que l'objet initial a été discrétisé, il devient alors beaucoup plus difficile de retrouver la courbe initiale. En particulier, il existe a priori une infinité de solutions possibles. Cependant, la plupart des approches cherchent à retrouver les points associés à la courbe de façon à obtenir une courbe plus lisse que celle par exemple



FIG. 5.5 – Exemple de discrétisation d'une courbe initiale.

représentée en (c). Cette démarche est à la fois utile pour extraire des paramètres géométriques se rapprochant le plus possible de ceux de la courbe initiale, mais aussi pour pouvoir faire une visualisation correcte de l'objet discret, par exemple en trois dimensions.

5.2.2 Méthode de relaxation de points discrets

Une première méthode que nous avons expérimentée est la méthode de relaxation introduite par Gibson [20]. Le principe de cette méthode est simple, il s'agit d'attribuer de nouvelles positions des points initiaux de l'objet discret en fonction des points voisins. Plus précisément, chaque nouvelle position est déterminée à partir du barycentre des voisins. Si l'on considère le point initial P avec un voisinage N(p), le nouveaux point P est défini de la façon suivante :

$$P = \frac{1}{|N(p)|} \sum_{p_i \in N(p)} p_i$$

Le méthode de lissage consiste alors à itérer le processus de la modification des points jusqu'à ce que la convergence soit atteinte. Cependant, si aucune condition n'est donnée pour l'évolution des points, il est alors certain que les points finiront par converger vers un point unique. Pour pouvoir contraindre la modèle à rester proche des données discrètes initiales, l'auteur propose de vérifier à chaque itération que les coordonnées du nouveau point soient bien incluses dans l'intervalle de la cellule initiale. Si jamais ce n'est pas le cas, le point est alors ramené à la position la plus proche du point externe appartenant à la frontière de la cellule.

Pour obtenir une première idée sur le genre de résultats que peut donner cette méthode, nous avons tout d'abord évalué le lissage sur une image binaire en deux dimensions. Nous avons expérimenté la méthode à partir d'une représentation inter-pixel obtenue par l'ensemble des pointels associés à la frontière de l'objet. La figure 5.6 montre le résultat sur une forme discrète quelconque en deux dimensions. L'image (a) représente l'image initiale avec les points frontières inter-pixel formant le contour initial. Après la première itération de l'algorithme, l'on peut observer que le contour apparaît beaucoup plus lisse que la surface d'origine. Cependant, au cours des itérations suivantes, on peut observer que des discontinuités vont malheureusement apparaître. L'origine de ces discontinuités s'explique par le fait que les points qui sortent de la cellule sont placés artificiellement sur la frontière de la cellule.

Nous avons aussi appliqué le lissage sur une surface discrète. Pour des raisons de simpli-



FIG. 5.6 – Exemple de lissage de chemins inter-pixel.



FIG. 5.7 – Lissage de surfaces discrètes.

cité, nous avons appliqué le lissage à partir de la surface inter-voxel. Ainsi la relaxation s'est donc effectuée à partir des pointels et leur 8-voisins associés. La figure 5.6 montre l'application du lissage sur une sphère de rayon 30. La sphère initiale est représentée en (a). Après deux itérations, la surface obtenue apparaît beaucoup plus lisse que la surface originale (b). Cependant, une fois que la convergence a été atteinte, l'on peut observer le même défaut que pour le cas du lissage de chemins en deux dimensions. En effet, les points qui sont en dehors des cellules sont bien visibles et il apparaît clairement des artefacts nouveaux comme si la surface avait été enveloppée par une surface élastique. On peut d'ailleurs noter que les auteurs de cette méthode utilisaient un rendu spécial pour améliorer la qualité de la visualisation [21].

Les défauts majeurs de cette méthode viennent du fait que le lissage ne se base pas réellement sur des éléments géométriques obtenus à partir de la surface discrète. De plus, la réversibilité de la méthode est d'une certaine manière forcée en ramenant un point sorti de ses limites dans la cellule initiale. Nous avons tenté d'améliorer cette méthode en essayant de trouver les coefficients du barycentre des points de telle sorte que l'on puisse prouver que les points initiaux restent dans la cellule initiale. Cependant, de tels coefficients restreignent localement les positions possibles des nouveaux points et nous n'avons donc pas choisi de continuer cette piste.

5.2.3 Méthode des tricubes

La méthode des tricubes est une autre méthode permettant d'associer à un point discret défini dans \mathbb{Z}^3 , un point euclidien de \mathbb{R}^3 . Cette méthode introduite par Achille Braquelaire et Arnaud Pousset [6] se base sur les tricubes introduits dans [14]. Les tricubes sont des configurations de voxels pour lesquels il est possible d'associer des plans tangents. Plus formellement, un tricube peut être codé à partir d'une fonction Φ défini sur : $\{-1, 0, 1\} \times \{-1, 0, 1\} \rightarrow$ $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Les deux coordonnées *i* et *j* sont associées à la position des voisins par rapport au point initial et *z* est associé à la hauteur relative de ces points. En particulier, il est possible d'associer à chaque configuration de voxels les valeurs des paramètres *a*, *b*, μ et ω que nous avons introduits dans la section précédente. La figure qui succède montre quelques exemples de configurations de tricubes avec les valeurs des paramètres associés. Toutes les autres configurations de voxels peuvent être trouvées dans [14].



À partir de ces coefficients, il est alors possible d'attribuer un nouveau vecteur normal à quasiment tous les voxels de la surface discrète. Les configurations pour lesquelles les tricubes ne peuvent pas donner d'information, les paramètres du plan tangent sont alors interpolés en fonction des voisins. Une fois que les paramètres du plan tangent ont été définis il devient possible de projeter le centre de chaque voxel vers un point euclidien. Nous détaillerons plus précisément cette projection par la suite, mais elle a l'avantage d'être réversible.

Les résultats de cette méthode donne une surface relativement lisse, même si les artefacts de la surface d'origine sont toujours visibles. Ce manque de lissage peut s'expliquer à partir du moment où seul un voisinage de taille fixe est pris en compte pour l'évaluation du plan tangent.

On peut facilement imaginer que si l'on avait un moyen de définir des plans discrets à partir d'un voisinage de taille plus importante, voire de taille variable, les résultats devraient être largement meilleurs. Pour cette raison, nous n'avons pas essayé d'inclure cette méthode dans notre processus de reconstruction car il ne devrait pas y avoir un gain important par rapport à l'estimateur des normales que nous avons utilisé. Cependant, il pourrait être intéressant d'expérimenter cette méthode à partir du moment où elle permet de transformer la position d'un point discret en un point euclidien.

5.2.4 Lissage à partir des chemins euclidiens

La méthode du lissage des chemins euclidiens en deux dimensions peut être utilisée pour la cas de surfaces en trois dimensions. Tellier et Debled ont utilisé le découpage de la surface en plans orthogonaux de façon à appliquer la reconnaissance suivant les deux axes principaux x et y [71]. Les auteurs de cette approche ont utilisé à la fois une représentation de la surface basée voxels mais aussi basée surfels. Le principe de cette méthode est illustré sur la figure 5.8 (a). On peut aussi noter l'approche de Lachaud et Vialard qui généralisent cette approche sur un objet de dimensions quelconques [45].

Cette méthode aurait pu être utilisée dans notre algorithme de reconstruction, mais des modifications étaient nécessaires. En effet, le fait de se trouver sur le bord d'une région empêche de faire la reconnaissance de droites discrètes de part et d'autre du point initial. Une solution pourrait consister à arrêter simplement la reconnaissance dès qu'un point en dehors des voisins du patch est rencontré. Cette solution pourrait être envisageable, mais nous n'avons pas continué cette piste car le fait de ne regarder que dans deux directions, cumulé avec la limitation engendrée par les patchs risque de dégrader l'estimation des normales. Il serait donc plus judicieux d'utiliser tout le voisinage qui est disponible dans toutes les directions possibles.

Une solution pourrait consister à reconnaître un ensemble de tangentes discrètes dans différentes directions définies par la projection d'un cercle centré au point étudié. La figure 5.8 (b) illustre ce principe. Le point central est dessiné en vert, tandis que l'ensemble des



FIG. 5.8 – Illustration de la reconnaissance des deux tangentes discrètes pour l'estimation de la normale sur une surface 3D (a). La figure (b) illustre la projection du cercle discret qui pourrait être utilisée pour définir de nouvelles directions pour la reconnaissance de tangentes discrètes. L'image (c) illustre la décomposition de la surface par contours d'iso-altitude qui serait utilisée pour définir les directions de la reconnaissance de tangentes discrètes.

points du cercle dessinés en rouge définissent les directions qui seront utilisées pour effectuer la reconnaissance de segments discrets. La solution consisterait ensuite à projeter chaque point en fonction de la tangente discrète obtenue dans la direction considérée. À partir de ces ensembles de points, il sera alors possible de déterminer la position du point euclidien en effectuant par exemple une moyenne de tous les points euclidiens obtenus pour chaque direction.

Il est possible d'imaginer d'autres approches utilisant la reconnaissance de droites discrètes en deux dimensions. L'idée principale serait de considérer la surface topographique par décomposition de niveaux d'iso-altitude et de calculer ensuite le vecteur normal sur tous les points des différents contours obtenus. Ensuite, la stratégie consisterait à reconnaître un segment discret dans la direction de la normale obtenue précédemment. Cette méthode permettrait de choisir des directions en fonction des caractéristiques de la surface et par conséquent les résultats devraient être meilleurs qu'en faisant simplement la reconnaissance de droites discrètes dans les deux directions définies par les axes.

Dans cette section, nous n'avons pas passé en revue toutes les méthodes de lissage de surfaces discrètes mais nous nous sommes intéressés à un certain nombre d'entre elles qui pouvaient avoir des caractéristiques intéressantes pour notre approche de reconstruction. De nombreuses autres techniques peuvent être trouvées dans la thèse de Coeurjolly [11].

5.3 Lissage statistique de surfaces discrètes

Les différentes approches que nous avons présentées dans la section précédente n'étaient pas particulièrement bien adaptées à notre approche de reconstruction. Nous nous sommes donc orientés vers une nouvelle méthode de lissage de surfaces discrètes. Cette méthode vient de la suggestion introduite par Coeurjolly dans sa thèse [11]. L'idée principale est de considérer l'aspect statistique pour la reconnaissance de plans discrets. La principale motivation qui nous a poussé à explorer cette piste fut l'aspect statistique de cette approche qui apparaissait être compatible avec notre méthode de reconstruction de surface. Dans cette section, nous allons tout d'abord rappeler l'idée principale de cette méthode dans le cas de la reconnaissance de droites discrètes en deux dimensions.



FIG. 5.9 – Code de Freeman associé aux différents type de pixels et illustrations de différents type de lignels.

5.3.1 Reconnaissance statistique de droites discrètes

La méthode de reconnaissance statistique de droites discrètes se base sur un tirage aléatoire du code de Freeman associé à la droite discrète. Cette reconnaissance statistique ne présente pas un intérêt réel pour les droites discrètes à partir du moment où il existe des algorithmes performants pour faire cette reconnaissance. Cependant, nous allons introduire cette approche en deux dimensions pour permettre au lecteur de mieux cerner l'approche générale.

Un segment discret peut être codé à partir du code de Freeman. Ce codage considère les différents déplacements que l'on est amené à faire pour passer d'un pixel à son voisin. Chaque direction associée à un déplacement est codé à partir des 4 ou 8 chiffres si l'on considère un segment 8 ou 4-connexe. Un exemple de droite discrète 8-connexe et de son code de Freeman associé est illustré sur la figure 5.9 (b). Pour un segment discret du premier octant (i.e 0 < a < b), le codage de Freeman sera alors uniquement composé de 0 et de 1. En considérant les probabilités sur ce code de Freeman, il en découle la proposition suivante :

Proposition 5.1. [11] Considérons le processus qui consiste à choisir aléatoirement un code, sur le mot correspondant à la droite infinie $\mathcal{D}(a, b, \mu)$ du premier octant. La probabilité d'obtenir le code "1" est de $\frac{a}{b}$ et la probabilité d'obtenir le code "0" est de $1 - \frac{a}{b}$.

Cette proposition se démontre en considérant simplement la construction des droites discrètes.

L'idée du test statistique consiste à mesurer l'adéquation entre les codes de Freeman et une loi de Bernoulli. Pour mesurer cette adéquation une stratégie simple consiste à vérifier de part et d'autre d'un point initial et d'analyser si les deux segments suivent bien la même loi de Bernoulli. L'analyse des fréquences obtenues successivement à gauche et à droite du point initial permettra ainsi de mesurer la concordance entre les deux demi-tangentes du point initial. La figure 5.9 illustre le principe de la reconnaissance de la tangente discrète. L'analyse de fréquences de part et d'autre du point A devrait correspondre à une même tangente, jusqu'à ce que les points B et C soient analysés. Au delà de ces deux points, les fréquences d'apparitions des différents codes de Freeman ne suivront plus la même loi de probabilité.

Cette méthode présente un intérêt pour la reconnaissance de plans discrets dans la mesure où cette dernière est beaucoup plus complexe que pour la reconnaissance de droites discrètes. Avant de montrer comment utiliser ce principe pour les plans discrets, nous introduisons une nouvelle propriété sur les probabilités en considérant cette fois-ci un tirage aléatoire de lignels. Nous définissons pour cela différents types de lignels en fonction de leurs orientations. Par exemple, il est possible de distinguer les lignels de type 1 orientés vers le haut, tandis que les lignels de type 2 sont dirigés vers la gauche. Ces deux types de lignels sont illustrés sur la figure 5.9 (b). À partir de cette différentiation de lignels, nous pouvons écrire la proposition suivante :

Proposition 5.2. Considérons le tirage aléatoire de lignels de type 1 et 2 sur une droite discrète $\mathcal{D}(a, b, \mu)$ infinie du premier quadrant (i.e. a > 0 et b > 0). La probabilité d'obtenir un lignel de type 1 est de $\frac{b}{a+b}$ et la probabilité d'obtenir un lignel de 2 est de $\frac{a}{a+b}$.

Preuve. La démonstration de cette proposition peut être faite en énumérant les différents types de lignels. Pour cela considérons une droite discrète de caractéristiques $\mathcal{D}(a, b, c)$, composée de N pixels. Dans un premier temps, supposons que la droite appartient au premier octant. Chaque code de Freeman engendre nécessairement un lignel de type 1, le nombre de lignels de type 1 (n_1) est donc égal à N. Les lignels de type 2 sont eux engendrés par le code de Freeman égal à 1. À partir de la proposition 5.1, la probabilité d'obtenir un code de Freeman de type 1 est $\frac{a}{b}$, on en déduit, alors que le nombre de lignels de type 2 (n_2) est égal à N $\frac{a}{b}$.

On peut alors en déduire les probabilités suivantes :

$$P_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2} = \frac{N}{N(\frac{a+b}{b})} = \frac{b}{a+b}$$

$$P_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2} = \frac{N(\frac{a}{b})}{N(\frac{a+b}{b})} = \frac{a}{a+b}$$

Maintenant si l'on considère que la droite discrète appartient au second octant, son code de Freeman sera alors composé des chiffres "1" et "2". La proposition 5.1 peut être généralisée par symétrie pour le cas d'un segment de droite appartenant au second octant. On obtient alors que la probabilité d'obtenir le code de Freeman "1" est de $\frac{b}{a}$ et la probabilité d'obtenir le code "2" est de $1 - \frac{b}{a}$. Les lignels de type 1 seront engendrés par le code Freeman 1. On en déduit alors que le nombre de lignels de type 1 (n'_1) sera de $N\frac{b}{a}$. Les lignels de type 2 sont eux engendrés par les codes 1 et 2, le nombre de lignels de type 2 (n'_2) est donc égal à N. De la même façon que précédemment on en déduit alors :

$$P_1' = \frac{n_1'}{n_1' + n_2'} = \frac{N\frac{b}{a}}{N(\frac{b}{a} + 1)} = \frac{b}{a+b}$$
$$P_2' = \frac{n_2'}{n_1' + n_2'} = \frac{N}{N(\frac{b}{a} + 1)} = \frac{a}{a+b}$$

Le fait de considérer le tirage aléatoire de lignels ou de pixels ne change pas grand chose au principe de reconnaissance statistique de droites discrètes. Cependant, la proposition que nous venons de démontrer est vraie pour tous les segments de droites appartenant au premier quadrant. Par contre, ce n'est pas le cas pour le tirage de pixels qui limite l'analyse aux droites du premier octant. Ainsi, l'approche de reconnaissance statistique par lignels sera moins sensible aux bruits présents sur le segment discret et permettra de faire une analyse en quelque sorte plus tolérante aux faibles variations locales, non significatives.

5.3.2 Généralisation pour des plans discrets

Pour étendre la méthode statistique de reconnaissance de droites discrètes pour le cas tridimensionnel, il est nécessaire de définir un tirage aléatoire sur des nouvelles entités. Dans le cas des droites discrètes, nous avons tout d'abord considéré le tirage aléatoire des codes de Freeman associés aux pixels. Intuitivement, l'on pourrait alors être amené à considérer un tirage aléatoire de voxels. Ces voxels seraient alors différenciés en fonction de leurs configurations par rapport à la surface de l'objet. On peut aussi envisager de faire un tirage aléatoire de surfels en distinguant ces derniers en fonction de leurs orientations. Pour la suite, nous allons montrer les lois de probabilité sur ces deux types de composantes définis sur la surface discrète.

Probabilités basées voxels

Si l'on considère un plan discret näif du premier 48^{eme} d'espace, il est possible de différencier uniquement trois types de voxels. Ces différentiations peuvent facilement se déduire à partir des structures de droites discrètes présents dans les plans discrets [14]. Ces différents types de voxels sont illustrés sur la figure 5.10. À partir de ces différents types de voxels, nous pouvons considérer la proposition suivante :

Définition 5.4 (Type voxels). Soit $\mathcal{P}(a, b, c, \mu)$ un plan discret naïf du premier 48^{eme} d'espace. Soit V(x, y, z) un voxel appartenant au plan \mathcal{P} et $V_1(x+1, y, z)$, $V_2(x, y+1, z)$, $V_3(x, y, z+1)$ trois de ces voisins. Le type du voxel V est défini suivant les voisins de la façon suivante :

Type 1 :
$$V_3, \notin \mathcal{P}$$
 et $V_1, V_2 \in \mathcal{P}$
Type 2 : $V_3, V_2 \notin \mathcal{P}$ et $V_1 \in \mathcal{P}$
Type 3 : $V_1, V_2, V_3 \notin \mathcal{P}$

Proposition 5.3. Considérons le tirage aléatoire de voxels de type 1, 2 et 3 sur un plan discret naïf $\mathcal{P}(a, b, c, \mu)$ du 48^{eme} d'espace (i.e $0 \le a \le b \le c$). La probabilité d'obtenir un voxel de type 1 est de $\frac{c-b}{c}$, la probabilité d'obtenir un voxel de type 2 est de $\frac{b-a}{c}$, et celle d'obtenir un voxel de type 3 est de $\frac{a}{c}$.

Preuve. Pour montrer cette proposition nous considérons le plan par décomposition de droites discrètes par rapport aux axes x et y. Cette décomposition a été introduite dans la section 5.4.2. Tout d'abord, considérons les segments de droites $\mathcal{D}_x(b, c, \mu_x)$ définies par l'intersection de \mathcal{P} avec le plan défini par $x = x_0$. Ces segments de droites engendrent alors des voxels de type 1 avec une probabilité égal à $1 - \frac{b}{c}$. Sur ce segment de droite du premier octant, la probabilité d'obtenir le code de Freeman 0 est de $1 - \frac{b}{c}$. On en déduit alors que la probabilité P_1 d'obtenir un voxel de type 1 est égal à $\frac{c-b}{c}$. De la même façon, la probabilité d'obtenir des voxels de type 2 ou 3 est de $\frac{b}{c}$. On a alors $P_2 + P_3 = \frac{b}{c}$. Considérons maintenant les droites $\mathcal{D}_y(a, c, \mu_y)$ définies par l'intersection de \mathcal{P} avec le plan défini par $y = y_0$. Tous les codes de Freeman de type 1 engendrent alors uniquement des voxels de type 3. En effet, si ce n'était pas le cas il existerait alors un nouveau type de voxel ce qui est en contradiction avec nos hypothèses de départ. La probabilité d'obtenir un voxel de type 3 est donc de $P_3 = \frac{a}{c}$.



FIG. 5.10 – Illustration des différents types de surfels présents sur un plan du premier 48^{eme} d'espace.

Cette approche peut être envisageable cependant comme nous l'avons montré pour la reconnaissance de droites discrètes, nous avons préféré utiliser le tirage de surfels de façon à obtenir moins de restrictions dans la reconnaissance de plans discrets. Plus précisément, l'analyse des probabilités est restreinte au premier 48^{eme} d'espace et nous verrons par la suite que l'analyse des probabilités sur les surfels peut être généralisée au 8^{eme} d'espace.

Probabilités basées Surfels

Si l'on considère un plan appartenant au premier 8^{eme} d'espace (i.e $a \ge 0, b \ge 0, c \ge 0$), alors il sera composé de trois types de surfels. Chaque type de surfels se caractérise à partir de son orientation par rapport à la surface comme cela est illustré sur la figure 5.10. À partir de ces trois types de surfels, nous pouvons écrire la proposition suivante :

Proposition 5.4. Considérons le processus du tirage aléatoire de surfels sur un plan discret du 8^{eme} d'espace de caractéristiques $\mathcal{P}(a, b, c, \mu, \omega)$. La probabilité d'obtenir un surfel de type 1 est de $\frac{b}{a+b+c}$, la probabilité d'obtenir un surfel de type 2 est de $\frac{a}{a+b+c}$, et enfin la probabilité d'obtenir un surfel de type 3 est de $\frac{c}{a+b+c}$.

Preuve. La démonstration est déduite en considérant la décomposition du plan en droites discrètes. Sans perte de généralité, supposons dans un premier temps que c = max(a, b, c). Le plan discret peut alors être considéré comme la composition de M droites discrètes de caractéristiques $\mathcal{D}_x(a, c, \mu)$ dans la direction de l'axe x, et de N droites discrètes $\mathcal{D}_y(b, c, \mu)$ dans la direction de l'axe y. En considérant le même raisonnement que pour la proposition 5.2, on peut en déduire que le nombre de surfels de type 1 (n_1) est égal à NM. Comme c > b, chaque segment de droite \mathcal{D}_x engendre alors des surfels de type 2 avec une probabilité de $\frac{a}{c}$. Le nombre de surfels de type 2 (n_2) est donc de $NM\frac{a}{c}$. De la même façon, comme c > b, on en déduit que le nombre de surfels de type 3 (n_3) est de $NM\frac{b}{c}$. Ainsi, nous pouvons déterminer les probabilités suivantes :

$$P_{1} = \frac{n_{1}}{n_{1} + n_{2} + n_{3}} = \frac{NM}{NM(\frac{a+b+c}{c})} = \frac{c}{a+b+c}$$
$$P_{2} = \frac{n_{2}}{n_{1} + n_{2} + n_{3}} = \frac{NM(\frac{a}{c})}{NM(\frac{a+b+c}{c})} = \frac{a}{a+b+c}$$

$$P_3 = \frac{n_3}{n_1 + n_2 + n_3} = \frac{NM(\frac{b}{c})}{NM(\frac{a+b+c}{c})} = \frac{b}{a+b+c}$$
(5.2)

Pour le cas où b = max(a, b, c), l'on peut se ramener par symétrie par rapport au plan bissecteur y = z (voir section 5.4.2). Dans ce cas, le nouveau plan s'écrit P(a, c, b). Les surfels de type 1 et 3 seront alors mutuellement permutés. On retrouve alors les probabilités obtenues précédemment. Le cas où a = max(a, b, c), est déduit de la même façon avec une symétrie par rapport au plan bissecteur x = z et une inversion des surfels de type 2 et 3.

À partir de ces lois de probabilités, les coefficients a, b et c peuvent être déduits en fonction des fréquences d'apparition f_i des surfels de type i (avec i=1,2,3) pour un tirage de N surfels. En notant n_i le nombre de surfel de type i, nous obtenons le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{n_1}{N} = \frac{c}{a+b+c} \\ \frac{n_2}{N} = \frac{a}{a+b+c} \\ \frac{n_3}{N} = \frac{b}{a+b+c} \end{cases}$$

Ce système est linéairement dépendant, il existe donc une infinité de solution. Mais comme le pgcd(a, b, c) = 1, nous pouvons déduire l'unique solution :

$$\begin{cases} a = \frac{n_2}{pgcd(n_1, n_2, n_3)} \\ b = \frac{n_3}{pgcd(n_1, n_2, n_3)} \\ c = \frac{n_1}{pgcd(n_1, n_2, n_3)} \end{cases}$$

5.3.3 Tirage aléatoire de surfels

Le test statistique de reconnaissance de droites discrètes ne présentait pas de difficultés à partir du moment où il était possible de faire un tirage de part et d'autre du point central et de vérifier ensuite la concordance des estimations. Pour l'estimation de plans discrets, la stratégie n'est pas aussi simple. Plusieurs choix sont possibles pour mesurer la reconnaissance de plan discret. Une première approche consiste à analyser les fréquences d'apparition des différents types de voxels en fonction de leurs distances par rapport au voxel initial. Une autre solution possible est d'analyser les fréquences en fonction des secteurs angulaires définis par exemple à partir de la direction des axes principaux. Nous avons préféré choisir la première solution qui est plus simple à mettre en oeuvre et qui peut être plus facilement utilisée dans notre méthode de reconstruction.

Le choix du tirage joue un rôle important dans la reconnaissance du plan discret. Nous avons donc expérimenté plusieurs types de tirages afin d'obtenir une idée plus précise sur le type de convergence que l'on serait susceptible d'obtenir. Nous avons imaginé plusieurs types de tirages :

- 1. **Tirage aléatoire :** le tirage consiste simplement à choisir de manière aléatoire un surfel dans le voisinage du point considéré.
- 2. Tirage à partir d'un voisinage cubique : ici tous les surfels sont sélectionnés suivant leur appartenance aux voxels contenus dans la voisinage cubique de taille n.



FIG. 5.11 – Fréquences des apparitions des surfels suivants différents types de tirages.

Plus formellement, en notant P_0 le point initial, les surfels sont choisis sur le voisinage N_s de taille s défini par :

$$N_s = \{P(x_0 + i, y_0 + j, z_0 + k) | P \in S, i, j, k \in \{-s, s\}\}$$

Il est possible de rajouter une condition de manière à éviter qu'un pixel n'appartenant pas directement au voisinage de P_0 soit pris en compte. Pour cela, il suffit de rajouter la condition que le point P soit 6-voisin à un point du voisinage de taille inférieure N_{s-1} .

3. **Tirage à partir d'un voisinage sphérique :** Ce tirage est basé sur le même principe que précédemment sauf que les surfels sont choisis en fonction de la distance euclidienne du voxel par rapport au point initial.

Nous avons expérimenté ces différents tirages sur un plan discret $\mathcal{P}(7, 17, 57, 0)$ représenté sur la figure 5.11 (a). Le tirage aléatoire présente une convergence relativement lente vers les valeurs des caractéristiques du plan discret (Fig. 5.11 (b)). Le tirage utilisant un voisinage cubique montre par contre une convergence beaucoup plus rapide (graphique (b)). Contrairement à ce que l'on pourrait attendre, la convergence avec le tirage effectué suivant un voisinage sphérique montre une convergence plus lente. L'application du test statistique pour la reconnaissance de plans discrets apparaît donc envisageable contrairement à la reconnaissance de droites discrètes pour laquelle le nombre de pixels nécessaires pour une bonne estimation apparaissait être un obstacle.

Pour mesurer plus précisément si ce genre de tirage permettait de distinguer facilement un changement de plan, nous avons expérimenté le tirage aléatoire sur deux plans juxtaposés présentant des orientations distinctes. Ces deux plans $\mathcal{P}_1(17, 17, 57)$ et $\mathcal{P}_2(37, 37, 57)$



FIG. 5.12 – Expérimentations du tirage aléatoire sur deux plans juxtaposés de caractéristiques $\mathcal{P}_1(17, 17, 57)$ et $\mathcal{P}_2(37, 37, 57)$ (a). La figure (b) représente l'évolution des fréquences en fonction du nombre de tirage effectué suivant un cube de taille croissante centré au $P_0(6, 6, 3)$ (dessiné en bleu).

sont illustrés sur la figure 5.12 (a). L'évolution des fréquences converge rapidement au alentour du 50^{eme} tirage vers les caractéristiques du plan discret \mathcal{P}_1 . Par contre, après le tirage d'environ 250 surfels, on peut observer que l'évolution des fréquences est modifiée. Ces observations laissent penser que les variations de fréquences peuvent être suffisantes pour pouvoir reconnaître des plans discrets.

5.3.4 Critère statistique de reconnaissance de plans discrets

Le processus de tirage aléatoire que nous avons décrit précédemment suit une loi empirique de paramètres $(p_1 = \frac{c}{a+b+c}, p_2 = \frac{a}{a+b+c})$. À partir des différentes analyses que nous avons faites précédemment, il est possible de définir un critère permettant de vérifier si le tirage aléatoire suit bien une loi empirique. La stratégie consiste à mesurer les variations des fréquences pour chaque taille de voisinage. Plus formellement, si l'on note f_i^n la fréquence d'apparition des surfels de type i sur un voisinage de taille n, nous pouvons définir le critère de reconnaissance K_n de la façon suivante :

$$K_n = \sum_{i=1}^{6} |f_i^{(n)} - f_i^{(n-1)}| \quad \text{avec} : f_i^{(n)} = \frac{s_i^{(n)}}{S_t^{(n)}},$$

où $s_i^{(n)}$ représente le nombre de surfels de type i sur le voisinage de taille n et $S_t^{(n)}$ représente le nombre total de surfels présent sur ce même voisinage.

Ce critère permet de définir l'indice n_K , pour lequel le critère K atteint une valeur minimale. Il devient alors possible de déduire les caractéristiques du plan discret à partir des fréquences globales $F_i^{(n)}$ obtenues sur tout le voisinage de taille n_k :

$$F_i^{(n)} = \frac{\sum_{j=0}^n s_i^{(j)}}{\sum_{j=0}^{(n)} S_t^{(j)}}$$

Les fréquences globales $F_i^{(n)}$ permettent de tenir compte des répartitions de surfels sur tout le voisinage et d'obtenir une valeur moyenne. La figure 5.12 (c) montre l'évolution de ce critère dans le cas des deux plans juxtaposés. L'évolution du critère est représenté en association avec les valeurs des fréquences d'apparitions des trois types de surfels. Il apparaît que le critère atteint une valeur minimale pour un voisinage d'analyse de taille 5. Nous pouvons observer que les valeurs des fréquences sont alors très proches des valeurs associées des paramètres du plan discret \mathcal{P}_1 . Ces résultats montrent que le critère statistique peut permettre de détecter le changement de plans discrets. Cependant, comme nous pourrons le voir dans la partie suivante, ce critère peut donner des informations parfois inexactes.

5.3.5 Critère géométrique et position du plan tangent

L'estimation des caractéristiques du plan discret à partir du critère statistique peut présenter des erreurs sur des cas pathologiques. Par exemple, si l'analyse est effectuée sur un point situé dans le voisinage d'une des arêtes d'un cube, l'estimateur statistique ne fera pas la différence avec un plan en diagonale. En effet, la répartition des surfels est la même dans les deux cas. Pour pouvoir faire la différence entre ces deux cas pathologiques, il est possible d'adopter plusieurs stratégies. La première est de définir des zones d'analyse non symétriques en fonction de plusieurs directions. Ici, nous présentons une autre stratégie qui consiste à utiliser un critère géométrique pour éviter de continuer l'analyse sur des cas pathologiques. Ce critère est défini par rapport au pourcentage de voxels qui vérifient l'équation du plan discret.

Position du plan tangent

L'estimation statistique du plan discret que nous avons décrite précédemment nous permet de retrouver les paramètres a, b et c associés à la direction du plan discret. Cependant, le seul paramètre que nous n'avons pas estimé pour l'instant est le paramètre μ relatif à la position du plan discret dans l'espace. Le paramètre ω est déjà déterminé à partir du moment où l'on suppose reconnaître un plan discret naïf d'épaisseur égale à max(|a|, |b|, |c|).

La position du plan tangent peut être déterminée à partir des équations du plan discret. Plus exactement, tous les points P_i appartenant au voisinage de taille n doivent vérifier la double inégalité suivante :

$$\mu \le ax_i + by_i + cz_i < \mu + \omega$$

À partir de ces équations il est possible de déterminer l'ensemble des valeurs de μ_i possibles pour que le point P_i appartiennent au plan discret. L'intervalle des valeurs de possibles de μ_i peut alors être déterminé de la façon suivante :

$$\mu_i \in [\sigma_i - \omega, \sigma_i[,$$

avec : $\sigma_i = ax_i + by_i + cz_i$.

L'ensemble de ces intervalles permet de déterminer l'intervalle $I = [\mu_{min}, \mu_{max}]$ des valeurs de μ tel qu'un maximum de voxels appartiennent au plan discret considéré. Si l'intervalle In'est pas réduit à une seule valeur, il est possible de choisir la valeur médiane de I. Il est aussi probable qu'il existe plusieurs intervalles I pour lesquels un nombre maximal de voxels vérifie l'équation. Dans de tels cas l'on peut choisir arbitrairement l'un des intervalles ou choisir l'intervalle médian si plus de deux intervalles sont présents.

La valeur de ce paramètre joue un rôle important à la fois pour définir le critère géométrique que nous allons voir par la suite, mais il a aussi pour déterminer la projection du point discret en point euclidien.

Critère géométrique

Une fois que le paramètre μ a été déterminé, il est alors possible de connaître entièrement l'inégalité du plan discret et par conséquent nous pouvons calculer le pourcentage de voxels appartenant au plan discret. Cette valeur pourra alors être utilisée pour définir un nouveau critère permettant de savoir s'il est utile de continuer l'analyse sur un voisinage de taille supérieure. Pour cela, nous avons défini un seuil minimal au delà duquel nous arrêtons l'analyse des fréquences des surfels du plan discret. La valeur de ce seuil a été fixée à 75%. Une valeur trop importante de ce seuil entraînerait une analyse trop restrictive impliquant une analyse déduite d'un voisinage trop petit. Une valeur trop faible aurait au contraire tendance à donner un résultat prenant en compte des informations trop globales ce qui se traduirait par l'obtention d'un résultat trop lisse.

5.4 Représentation de la surface par maillage euclidien

Dans la section précédente, nous avons décrit une nouvelle méthode pour reconnaître un plan discret à partir des voxels de la surface. Dans cette section, nous présentons une méthode permettant d'obtenir le lissage de la surface à partir des caractéristiques des plans discrets. Ce lissage pourra être effectué en transformant directement la position des points discrets de \mathbb{Z}^3 dans \mathbb{R}^3 . Cette transformation basée sur les centre de voxels permettrait d'être facilement incluse dans la méthode de reconstruction, en particulier en utilisant une triangulation de la surface que nous allons introduire dans la partie suivante.

5.4.1 Triangulation de la surface

Avant de décrire comment obtenir les points euclidiens à partir des points discrets, nous présentons un moyen d'obtenir une surface triangulée à partir des points de la surface discrète. Pour obtenir cette surface triangulée, nous avons utilisé la méthode introduite par Grit Thürmer [73]. Cette méthode est relativement simple à implémenter et permet d'obtenir une surface triangulée à partir des centres de voxels. Elle est donc bien adaptée à notre approche à partir du moment où notre démarche consiste à modifier la position des centres de voxels pour lisser la surface. La triangulation est effectuée à partir des conditions suivantes :

- Condition 1. Uniquement les voxels de la surface S_d sont utilisés pour définir les sommets du polygone.
- Condition 2. Les points d'un polygone sont mutuellement 6-voisins.
- **Condition 3.** La surface engendrée par les polygones sépare les points de l'intérieur et de l'extérieur orientés dans un seul sens.

L'idée principale de cette méthode est d'analyser les configurations de voxels suivant leur appartenance à la surface ou non. Il s'agit dans un premier temps de déterminer pour chaque voxel de l'objet discret s'ils appartiennent à la surface de l'objet et sinon s'ils sont à l'intérieur ou l'extérieur de l'objet discret. La surface discrète est définie à partir des définitions que nous avons introduites dans la partie 5.1.4. Une fois que les attributs de tous les voxels ont été déterminés, il est alors possible d'analyser les configurations des couples des 8 voxels et d'en déduire la triangulation. La figure 5.13 montre les configurations possibles et donne l'orientation de chaque triangle en fonction de la nature des huit voxels considérés. Les autres configurations de triangles sont obtenues simplement par symétrie. Plus de détails au sujet de cette méthode peuvent être trouvés dans [73].



FIG. 5.13 – Associations des voxels pour la triangulations en fonctions de leur configuration topologiques.



Il est possible de voir que la surface résultante n'est pas une surface manifolde dans le sens où la triangulation ne sera pas définie correctement pour les zones de la surface ayant une épaisseur d'un seul voxel. Par exemple, l'on risque de se retrouver avec des triangles confondus ayant deux orientations opposées. La figure ci-contre illustre une telle configuration. L'image représentée en (a) montre une configuration de voxels entraînant ce défaut. Sur la surface résultante (b), nous pouvons clairement observer que la partie centrale (dessinée en

rouge) possède deux faces confondues ayant deux orientations opposées. Malgré ce défaut, cette méthode de triangulation permet d'obtenir un nombre moins important de triangles que l'algorithme du marching cube. De plus, il est possible d'appliquer des méthodes de réduction de triangles afin d'obtenir une représentation plus compacte de la surface. Une réduction du nombre de triangles pourrait être utile mais surtout après la phase de lissage des points discrets que nous allons voir par la suite. La figure 5.14 illustre la triangulation sur une sphère de rayon 15. La surface résultante (image (b) et (c)) apparaît plus lisse que la surface curberille (image (a)) mais de nombreuses discontinuités sont toujours visibles.

5.4.2 Projection des centres de voxels vers les points euclidiens

La méthode de triangulation que nous avons présentée précédemment permet déjà d'appliquer un rendu correct de la surface discrète à partir du moment où l'on a pu déterminer la normale en chaque point de la surface. Cependant, nous pouvons aller plus loin et faire directement un lissage de la surface triangulée en modifiant la position des points discrets. Plus



FIG. 5.14 – Illustration des différentes représentations d'une sphère de rayon 15 : L'image (a) correspond à la représentation cuberille, (b) est la représentation en fil de fer de la surface triangulée à partir de la méthode de Grit Thürmer. (c) est la visualisation en *flatShading* obtenue à partir de la triangulation précédente.

précisément, l'idée est de projeter le point discret en un point euclidien sur le plan tangent. Ce plan tangent est défini à partir des définitions suivantes :

Définition 5.5. Soit \mathcal{P} un plan discret de caractéristiques (a, b, c, ω) . Les plans supérieurs et inférieurs englobant \mathcal{P} sont définis respectivement par les équations suivantes :

$$ax + by + cz = \mu$$

$$ax + by + cz = \mu + \omega - 1$$
(5.3)

Définition 5.6. Le plan centré associé au plan \mathcal{P} de caractéristiques (a, b, c, ω) est le plan réel d'équation :

$$ax + by + cz = \mu + \frac{\omega - 1}{2}$$

Définition 5.7. Soit $P = (x_P, y_P, z_P)$ un point discret. La cellule de P est l'ensemble des points p de \mathbb{R}^3 vérifiant les inégalités suivantes : $|x_P - x_p| < \frac{1}{2}, |y_P - y_p| < \frac{1}{2}, |z_P - z_p| < \frac{1}{2}$

Ces définitions permettent de définir plusieurs projections possibles sur le plan tangent réel. Un premier objectif que l'on shouaite pouvoir obtenir est la réversibilité de la transformation du point discret en point euclidien. D'autres propriétés de la transformation de la surface peuvent être prises en compte pour choisir une projection en particulier. Pour la suite, nous allons explorer deux projections possibles : la projection orthogonale et la projection axiale.

Projection orthogonale

Une première possibilité est de projeter le point discret sur la plan tangent en fonction de la direction du vecteur normal. La projection du point discret sur le plan tangent est alors définie de la manière suivante :

Définition 5.8. Soit P un point discret, \mathcal{P} un plan discret de caractéristiques (a, b, c, μ) contenant P, et $\overline{\mathcal{P}}$ le plan centré de \mathcal{P} . La projection orthogonale de P sur $\overline{\mathcal{P}}$ est définie par :



FIG. 5.15 – Projection du point discret P en p sur le plan tangent réel.

$$\overrightarrow{Pp} = \alpha \left(\begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array} \right)$$

La projection du point discret sur le plan tangent est illustré sur la figure 5.15. À partir de cette définition, nous pouvons déterminer la valeur du coefficient α . Le point p appartenant au plan discret centré, ses coordonnées doivent vérifier l'équation suivante :

$$ax_p + by_p + cz_p = \mu + \frac{\omega - 1}{2}$$

On en déduit alors la valeur de α :

$$\alpha = \frac{\mu + \frac{\omega - 1}{2}}{a^2 + b^2 + c^2}$$

Proposition 5.5. La projection du point P sur le plan réel centré est un point euclidien.

Preuve. Pour démontrer cette proposition, nous considérons le repère centré en P. Il s'agit alors de montrer que les coordonnées de p vérifient bien le système d'équations :

$$\begin{vmatrix} a \frac{\mu + \frac{\omega - 1}{2}}{a^2 + b^2 + c^2} \\ b \frac{\mu + \frac{\omega - 1}{2}}{a^2 + b^2 + c^2} \\ c \frac{\mu + \frac{\omega - 1}{2}}{a^2 + b^2 + c^2} \\ \end{vmatrix} < \frac{1}{2}$$

Comme $\omega = max(|a|, |b|, |c|)$, il suffit de montrer que :

$$\left| \omega \frac{\mu + \frac{\omega - 1}{2}}{a^2 + b^2 + c^2} \right| < \frac{1}{2}$$

Le repère étant centré en P, d'après les deux équations de la définition 5.5 nous avons :

$$\mu \le 0$$
$$\mu + \omega \ge 1$$

 $On \ a \ alors$:

$$\begin{split} & 2\mu \leq 0, \\ & 2\mu + \omega - 1 < \omega, \quad comme \; \omega > 0, \; on \; a : \\ & 2\omega(\mu + \frac{\omega - 1}{2}) < \omega^2, \\ & \omega \frac{(\mu + \frac{\omega - 1}{2})}{a^2 + b^2 + c^2} < \frac{\omega^2}{2(a^2 + b^2 + c^2)} < \frac{\omega^2}{2(\omega^2)}, \\ & \omega \frac{(\mu + \frac{\omega - 1}{2})}{a^2 + b^2 + c^2} < \frac{1}{2}, \end{split}$$

De la même façon on a :

$$\begin{split} & 2(\mu+\omega) \geq 2, \\ & 2(\mu+\omega) > 1, \\ & 2\mu+\omega-1 > -\omega, \\ & 2\frac{\mu+\frac{\omega-1}{a^2+b^2+c^2}}{a^2+b^2+c^2} > -\frac{\omega}{a^2+b^2+c^2}, \\ & \omega\frac{\mu+\frac{\omega-1}{2}}{a^2+b^2+c^2} > -\frac{\omega^2}{2(a^2+b^2+c^2)} > -\frac{\omega^2}{2(\omega^2)}, \\ & \omega\frac{\mu+\frac{\omega-1}{2}}{a^2+b^2+c^2} > -\frac{1}{2} \end{split}$$

On a donc bien montré que p est un point euclidien.

Cette projection a l'avantage d'être réversible à partir du moment où il est possible de retrouver le point discret à partir de sa projection sur le plan tangent. Il suffit pour cela d'arrondir les coordonnées du point euclidien au plus proche entier. Ainsi, à travers cette nouvelle représentation de la surface nous pouvons obtenir une surface plus lisse tout en préservant toutes les informations de l'objet initial.

La projection suivant le vecteur normal présente aussi l'avantage de pouvoir retrouver l'orientation de la surface avec uniquement la position des points euclidiens. En effet, il est possible de retrouver les coefficients a, b et c du plan tangent de la façon suivante :

$$a = \sigma(x_p - X_p)$$

$$b = \sigma(y_p - Y_p)$$

$$c = \sigma(z_p - Z_p),$$

avec $\sigma \in \{-1, 1\}$ défini à partir de l'orientation de la surface triangulée. Plus précisément, la valeur de σ est déterminée en fonction du vecteur normal calculé à partir de la triangulation initiale. Il s'agit de choisir la valeur de σ telle que le nouveau vecteur se rapproche le plus du vecteur normal calculé à partir de la triangulation. On peut remarquer qu'il peut exister des cas spéciaux pour lesquels les points discrets et les points euclidiens sont confondus. Dans ce cas nous ne pouvons plus retrouver l'orientation du vecteur normal. Afin d'éviter ce genre de problème, nous avons choisi de déplacer les points discrets d'une distance non nulle dans la direction du vecteur normal.

Projection axiale

La projection orthogonale n'est pas la seule projection possible. Nous pouvons aussi envisager de projeter les points discrets sur le plan tangent en fonction des trois axes principaux. Cette projection se définit à partir de la définition suivante :

Définition 5.9. Soit P un point discret, \mathcal{P} un plan discret de caractéristiques (a, b, c, μ) , et $\overline{\mathcal{P}}$ le plan centré de \mathcal{P} . La projection axiale de P sur $\overline{\mathcal{P}}$ est défini par :

$$p = \beta \left(\begin{array}{c} s(a) \\ s(b) \\ s(c) \end{array} \right),$$

avec s(x) égal à 1 si x est positif, -1 sinon.

Comme précédemment, étant donné que le point P appartient au plan discret \mathcal{P} , il vérifie donc l'équation du plan :

$$\beta(|a| + |b| + |c|) = \mu + \frac{\omega - 1}{2}$$

on en déduit alors la valeur de β :

$$\beta = \frac{\mu + \frac{\omega - 1}{2}}{|a| + |b| + |c|}$$

Comme pour le cas de la projection orthogonale, nous pouvons montrer que cette projection est réversible :

Proposition 5.6. La projection axiale du point P sur le plan réel centré est un point euclidien.

Preuve. Il s'agit de montrer :

$$\left|\frac{\mu + \frac{\omega - 1}{2}}{|a| + |b| + |c|}\right| < \frac{1}{2}$$

Le repère étant centré en P, d'après les deux équations de la définition 5.5, nous avons :

$$\begin{aligned} \mu &\leq 0\\ \mu + \omega &\geq 1 \end{aligned}$$

On peut alors écrire :

$$\begin{split} & 2\mu \leq 0 \\ & 2\mu + \omega - 1 < \omega \\ & 2(\mu + \frac{\omega - 1}{2}) < \omega \\ & 2\frac{(\mu + \frac{\omega - 1}{2})}{|a| + |b| + |c|} < \frac{\omega}{|a| + |b| + |c|} \end{split}$$

Comme $|a| + |b| + |c| \ge \omega$, on a alors :

$$\frac{(\mu + \frac{\omega - 1}{2})}{|a| + |b| + |c|} < \frac{1}{2}$$

 $De \ la \ m \hat{e}m e \ fa \ con \ on \ a :$

$$\begin{aligned} & 2(\mu + \omega) \ge 2 \\ & 2\mu + 2\omega > 1 \\ & 2\mu + \omega - 1 > -\omega \\ & 2(\mu + \frac{\omega - 1}{2}) > -\omega \\ & 2\frac{(\mu + \frac{\omega - 1}{2})}{|a| + |b| + |c|} > -\frac{\omega}{|a| + |b| + |c|} \ge -1 \\ & \frac{(\mu + \frac{\omega - 1}{2})}{|a| + |b| + |c|} > -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Choix de la projection

Nous avons expérimenté conjointement les deux projections axiale et orthogonale, mais nous n'avons pas noté de différences notables au point de vue de la surface résultante. Cependant, comme la projection orthogonale permet de retrouver le vecteur normal qui a été calculé au cours de la reconnaissance de plans discrets, nous avons donc choisi d'utiliser la projection orthogonale pour la représentation de la surface euclidienne.

5.4.3 Interpolation des points spéciaux

Certaines configurations de voxels peuvent engendrer des plans discrets pour lesquels un faible pourcentage de points du voisinage vérifient les équations du plan tangent. Dans ce cas précis, il est utile de pouvoir interpoler les points euclidiens en fonction des points voisins déjà calculés. Pour que notre méthode de lissage soit toujours réversible, il est nécessaire d'assurer que l'interpolation du point indéfini soit toujours un point euclidien. La difficulté vient principalement du fait que nous ne pouvons pas connaître à l'avance le nombre de voisins présents dans un voisinage de taille fixe.

L'interpolation que nous avons choisie est de définir la position du point euclidien en appliquant une moyenne pondérée à partir du point discret initial P_0 et des points voisins euclidiens p_i . La figure 5.16 illustre le principe de l'interpolation en deux dimensions. Le point euclidien p_0 est interpolé à partir de ses voisins euclidiens p_i , et du point discret P_0 . On peut noter que tous les voisins de P_0 n'ont pas été représentés à partir du moment où tous les voisins n'appartiennent pas nécessairement au maillage de la surface. Pour pouvoir assurer que le l'interpolation du point indéfini reste un point euclidien, il est nécessaire de définir des coefficients pouvant à la fois garantir la réversibilité mais qui soient aussi les plus équitables possibles. Plus formellement, l'interpolation peut être définie de la façon suivante :

Définition 5.10. L'interpolation euclidienne du point p en fonction de ses n voisins euclidiens p_i est le point défini par les coordonnées :

$$\begin{aligned} x_p &= \frac{1}{\alpha_0 + n} \left(\alpha_0 X_0 + \sum_{i=1}^n x_i \right) \\ y_p &= \frac{1}{\alpha_1 + n} \left(\alpha_1 Y_0 + \sum_{i=1}^n y_i \right) \\ z_p &= \frac{1}{\alpha_2 + n} \left(\alpha_2 Z_0 + \sum_{i=1}^n z_i \right), \end{aligned}$$



FIG. 5.16 – Interpolation du point euclidien à partir du point discret P_0 et des voisins euclidiens p_i .

avec α défini par :

$$\alpha_0 = 2 \left| \sum_{i=1}^n (X_i - X_0) \right|$$
$$\alpha_1 = 2 \left| \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_0) \right|$$
$$\alpha_2 = 2 \left| \sum_{i=1}^n (Z_i - Z_0) \right|$$

Le coefficient α est associé au poids par rapport au point discret initial P_0 . Cette valeur de α a été déterminée en calculant la valeur minimale qui assurait la réversibilité quel que soit le nombre de voisins présents autour du point interpolé. Il en découle alors la proposition suivante :

Proposition 5.7. L'interpolation euclidienne du point discret P_0 est un point euclidien.

Preuve. Pour démontrer cette proposition, il s'agit de vérifier les inégalités suivantes : $|x_p| < \frac{1}{2}$, $|y_p| < \frac{1}{2}$, $|z_p| < \frac{1}{2}$. Ou encore en reprenant l'expression des coordonnées précédentes de p et en supposant que le repère est centré en P_0 , nous devons monter :

$$\left|\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\alpha_0 + n}\right| < \frac{1}{2}$$

Comme tous les points voisins p_i sont supposés être des points euclidiens, il est possible d'en déduire l'inégalité suivante :

$$\sum_{i=1}^{n} x_i < \sum_{i=1}^{n} (X_i + \frac{1}{2})$$

Comme $\alpha_0 + n > 0$, on peut écrire :

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\alpha_0 + n} < \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i + \frac{1}{2})}{\alpha_0 + n} \le \frac{\frac{n}{2} + |\sum_{i=1}^{n} X_i|}{\alpha_0 + n}$$

En remplaçant la valeur de α_0 par sa valeur définie dans la définition 5.10, on obtient :

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\alpha + n} < \frac{\frac{n}{2} + |\sum_{i=1}^{n} X_i|}{n + 2|\sum_{i=1}^{n} X_i|}$$

En en déduit alors :

$$x_p < \frac{1}{2}$$

De la même façon, on a :

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i - \frac{1}{2}) < \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \frac{1}{2})}{\alpha_0 + n} < \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\alpha_0 + n}$$

En remplaçant la valeur de α_0 , par sa valeur définie dans la définition 5.10, on obtient :

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - \frac{n}{2}}{2|\sum_{i=1}^{n} X_i| + n} < \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\alpha_0 + n}$$

comme:

$$\frac{-|\sum_{i=1}^{n} X_i| - \frac{n}{2}}{2|\sum_{i=1}^{n} (X_i)| + n} < \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - \frac{n}{2}}{2|\sum_{i=1}^{n} (X_i)| + n}$$

En en déduit alors :

$$x_p > \frac{-1}{2}$$

La démonstration pour les valeurs de y_p et z_p se déduisent exactement de la même manière.

Autres applications possibles

Cette méthode d'interpolation donne des résultats corrects que nous verrons dans la section qui suit. La démarche que nous avons eue pourrait permettre de mettre en place une nouvelle méthode de lissage en reprenant la méthode de relaxation introduite par Gibson. En effet, à partir du moment où il a été possible de mettre en place des coefficients barycentriques permettant de garantir que le point transformé reste un point euclidien, il serait intéressant de l'appliquer dans la méthode de lissage par relaxation. On pourrait en effet s'attendre à ce que les défauts impliqués par les points bloqués par le changement de cellule ne soient plus présents.



FIG. 5.17 – Application du lissage sur une sphère de rayon 20. L'image (a) correspond à la surface triangulée à partir l'algorithme de Grit Thürmer.(b) est la visualisation de la surface en flat Shading avec la représentation en fil de fer. La visualisation en (c) a été obtenue à partir du rendu utilisant les normales de l'algorithme.

5.5 Applications au lissage et à l'extraction de paramètres

Dans la section précédente, nous avons pu montrer une représentation de la surface discrète qui permet à la fois d'obtenir une visualisation correcte de la surface mais qui permet aussi d'obtenir des caractéristiques géométriques directement à partir du maillage euclidien. Nous allons dans un premier temps montrer le lissage que l'on peut obtenir à la fois à partir d'objets discrets synthétiques mais aussi sur des données provenant d'objets réels.

5.5.1 Lissage de formes synthétiques

Dans un premier temps, nous avons expérimenté le lissage à partir de la discrétisation d'une sphère de rayon 20. La figure 5.17 (a) montre la surface initiale triangulée à partir de l'objet discret. L'image (b) est le maillage euclidien obtenu après la projection des points discrets sur le plan tangent. La répartition des points apparaît beaucoup plus lisse que les points discrets initiaux. Nous avons aussi procédé au rendu de la surface à partir des normales obtenues au cours de l'analyse. Plus exactement, nous avons retrouvé la valeur des normales en n'utilisant uniquement la position des points euclidiens comme nous l'avons décrit dans la section 5.4.2.

Nous avons aussi procédé au lissage d'une forme synthétique obtenue à partir de l'équation d'un vase et ensuite discrétisé (Fig. 5.17 (d)). La surface obtenue après la projection des points discrets apparaît relativement lisse (image (e)). Le rendu a été effectué en utilisant directement le maillage obtenu après la projection des points discrets. La visualisation représentée sur l'image (f) a été obtenue comme précédemment avec les normales déduites de la position des points euclidiens.



FIG. 5.18 – Illustration du lissage sur la demi-sphère creuse (a). L'image (b) a été obtenue à partir d'un rendu utilisant les normales obtenues à partir des points euclidiens. L'image (c) montre la taille du voisinage qui a été utilisée pour l'estimation du plan tangent.

Analyse du lissage sur les discontinuités

La qualité du lissage peut être analysée à la fois par l'aspect visuel du rendu de la surface résultante, mais il est aussi utile de mesurer l'influence du lissage par rapport aux discontinuités présentes initialement sur la surface d'origine. Pour analyser cette influence nous avons expérimenté le lissage sur une demi-sphère pour laquelle nous avons soustrait une autre demi-sphère de rayon inférieur. Cet objet discret illustré sur la figure 5.18 (a), est un exemple intéressant car il présente des zones discontinues au niveau de la coupe des deux sphères. Le résultat obtenu, présenté sur l'image (b), montre que les discontinuités apparaissent bien préservées en comparaison au lissage de la surface sur les zones planes ou sphériques. Pour pouvoir faire une analyse plus fine de la surface résultante, nous avons aussi présenté la taille du voisinage qui a été utilisé par notre algorithme pour évaluer le plan discret. La figure (c) représente la surface sur laquelle nous avons rajouté les couleurs associées à la taille du voisinage utilisé dans l'analyse. Cette taille de voisinage varie de $n_s = 1$ pour la couleur bleu foncé, à $n_s \geq 3$ pour la couleur blanche. On peut observer que la taille de l'analyse s'adapte relativement bien à la forme de la surface et aux discontinuités. Par exemple, on peut clairement distinguer que les zones proches des discontinuités ont utilisé un petit voisinage en opposition aux zones planes.

5.5.2 Lissage de surfaces provenant de données réelles

Nous avons aussi expérimenté notre méthode sur des images en trois dimensions provenant d'images tridimensionnelles réelles. La première application que nous présentons ici, est le lissage d'une image provenant d'un scan de crâne d'enfant. Les données brutes ont été segmentées par un simple seuillage sur le tableau d'origine. La surface représentée sur l'image (a) de la figure 5.19 a ainsi été obtenue par un ré-échantillonage contenu dans un tableau de dimensions $58 \times 58 \times 58$. On peut observer que la surface obtenue après le lissage présente un aspect bien plus lisse que la surface d'origine même à partir de la visualisation obtenue à partir uniquement du maillage euclidien.

Le lissage de la surface du crâne a également été effectué à différents niveaux de résolution. La figure 5.20 montre le résultat du lissage obtenu à un niveau de résolution de $32 \times 32 \times 32$, puis de $64 \times 64 \times 64$, et enfin de $128 \times 128 \times 128$. Il apparaît que la surface est toujours globalement bien représentée même si des détails disparaissent bien évidemment à chaque baisse de niveau du résolution. Certains défauts sont cependant visibles vers le front et la tempe. Ces défauts



FIG. 5.19 – Lissage de surface provenant de données réelles.



FIG. 5.20 – Lissage obtenu à partir de différents niveaux de résolution. Chaque objet est contenu dans un tableau défini par les dimensions ci-dessus.

peuvent s'expliquer par la méthode de triangulation que nous avons utilisée. En effet, si l'épaisseur du plan discret ne dépasse pas un pixel, alors la triangulation des points sera superposée et donc les vecteurs normaux auront une direction opposée.

La figure 5.21, montre l'application du lissage sur la surface discrète d'un crâne contenu dans un tableau de dimension $58 \times 58 \times 58$. L'extraction de la surface a été faite comme dans l'exemple précédent en appliquant un seuillage afin d'obtenir la surface représentée sur la figure 5.21 (a). La surface résultante représentée sur l'image (b) apparaît bien plus lisse que l'originale visualisée en représentation cuberille. Des irrégularités sont cependant visibles sur la surface visualisée en flat shading. Par contre, à partir de la visualisation par un rendu de Gouraud, les artefacts ne sont plus visibles. Enfin, la figure 5.21 montre aussi le lissage d'une image 3D provenant d'un échantillon de neige de taille ($128 \times 128 \times 128$). Ici, nous n'avons pas eu besoin de faire un seuillage préalable à partir du moment où l'image source était déjà binarisée.

5.5.3 Extraction de paramètres

Dans la partie précédente, nous avons pu voir que la reconnaissance statistique de plans discrets permet d'obtenir une visualisation lisse tout en préservant les discontinuités de l'objet d'origine. Cette visualisation a pu être obtenue à la fois à partir de l'orientation des plans discrets mais également à partir de la projection des points discrets sur ces même plans tangents. Cette projection permet aussi d'extraire des paramètres géométriques de l'objet discret. Ces paramètres géométriques permettent d'être utilisés en archéologie par exemple pour extraire des mesures de volumes, périmètres, ou courbure des différents objets décrits



FIG. 5.21 – Lissage appliqué sur une image 3D d'un crâne contenu dans un tableau de dimensions $58 \times 58 \times 58$ (images (a-d)) et sur un échantillon de neige de dimension $128 \times 128 \times 128$ (images (e-f)).
1			
	Rayon	Aire/Aire réelle	Erreur de la distance moyenne
	10	1.020	0.097
	20	1.008	0.085
	30	1.009	0.088
	40	1.007	0.087
	70	1.005	0.095

TAB. 5.1 – Résultats de l'extraction de paramètres géométriques sur une sphère de différents rayons.

dans le chapitre 1.

Pour faire une analyse plus précise de la qualité du lissage en dehors de l'aspect visuel, nous avons mesuré des paramètres tels que l'aire, et la position des points euclidiens par rapport aux points originaux. Le tableau 5.1 montre les mesures que nous avons effectuées sur le lissage de sphères discrètes obtenues à partir de différents rayons. L'estimation de l'aire montre un faible niveau d'erreur qui est comparable avec ceux obtenus par la méthode des chemins euclidiens [45]. Cependant nous obtenons des résultats meilleurs que ceux obtenus avec la méthode des tricubes. La figure 5.22 montre la courbe de l'évolution de gain de l'extraction de paramètres des points euclidiens par rapport aux points discrets. On peut observer que la précision de l'estimation de ces paramètres n'augmentent pas avec la taille de la sphère. Il est possible d'observer une diminution de l'erreur pour la sphère de rayon 15. Cette valeur particulière peut s'expliquer par des configurations de surfels particulières qui engendrent une erreur anormalement faible.

Nous avons aussi comparé plus quantitativement les valeurs des vecteurs normaux avec les valeurs théoriques. La figure 5.22 (c) montre les résultats que nous avons obtenus. L'erreur moyenne des normales diminue bien en fonction de la taille des sphères cependant l'erreur maximale ne diminue pas. On peut noter que cette estimation est cependant plus précise que l'estimation obtenue à partir de l'algorithme du marching cube qui présente une erreur de l'ordre de 8° .

Cette méthode de lissage permet aussi d'obtenir des coupes de l'objet discret initial. Ces coupes apparaissent alors plus lisses que les originales. Nous avons appliqué le lissage sur les cavités de la spatule avec une très faible résolution. Nous avons ensuite effectué des coupes obtenues à partir de la surface euclidienne (Fig. 5.23). Les coupes apparaissent lisses et permettent d'extraire des paramètres géométriques qui peuvent être par exemple utilisés pour la comparaison d'objets en trois dimensions.

5.6 Améliorations et extensions possibles

Dans ce qui précède nous avons cherché dans un premier temps à estimer si une telle approche pouvait donner de bons résultats à la fois pour la visualisation de surfaces discrètes et pour l'extraction de paramètres. Cette approche a pu montrer des résultats intéressants mais des améliorations sont possibles pour résoudre certains défauts de cette approche.



FIG. 5.22 – Comparaison sur différentes sphères de l'aire calculée à partir du maillage euclidien et de la surface discrète triangulée (a). Le graphique (b) représente cette même comparaison à partir de la mesure des distances des points euclidiens par rapport au centre de la sphère. L'erreur entre la normale théorique et la normale calculée est représenté sur le graphique (c).



FIG. 5.23 – Résultats sur la surface d'un objet archéologique (colonne de gauche). (a) est la surface originale triangulée, (b) représente le résultat de la surface euclidienne rendue en flat Shading et (c) a été obtenu avec un rendu de Gouraud. Les images (d), (e) et (f) montre différentes coupes de la surface résultante superposée avec les voxels initiaux.

5.6.1 Considération d'un voisinage adaptatif à la taille de l'objet

Si nous cherchons à effectuer le lissage sur des objets discrets de taille importante, il est possible que les résultats présentent moins de gain par rapport à ceux obtenus sur des objets de petites dimensions. Ce défaut peut être visible sur l'erreur maximale de la normale qui augmente pour une sphère de rayon 70. Cette augmentation peut s'expliquer par le critère statistique qui utilise alors une taille trop faible pour la comparaison des fréquences d'apparition des surfels. Il serait alors intéressant de pouvoir utiliser différentes tailles de voisinage adaptatif au voisinage du point considéré. L'application d'une telle adaptation n'est pas trivial à définir. Mais l'on peut imaginer effectuer des tests comme par exemple des reconnaissance de droites discrètes dans certaines directions prédéfinies de façon à pouvoir estimer la taille de l'analyse la plus efficace pour définir le test statistique.

5.6.2 Tirage aléatoire de surfels par ombrelles



Le tirage aléatoire que nous avons utilisé était relativement simple à partir du moment où nous avions choisi de sélectionner les surfels en fonction de leur appartenance ou non aux voxels définis dans un voisinage de taille croissante. Une autre approche plus intéressante consisterait à faire le tirage aléatoire à partir d'ombrelles d'ordre n. La figure ci-contre illustre les ombrelles aux voxels d'ordre 0 (dessinés en blanc) à l'ordre 3 (dessinés en gris foncé). Ces ombrelles ont d'ailleurs été utilisées par Papier pour évaluer le vecteur normal sur une surface

discrète [60]. Notre approche rejoindrait alors l'approche de l'estimation des normales par ombrelles sauf que ici nous pouvons avoir une taille de voisinage adaptative en fonction de la forme de l'objet discret et nous déterminons aussi le plan discret tangent à la surface discrète. Nous n'avons pas pu implanter pour l'instant cette approche mais elle permettrait d'être combinée avec une représentation de la surface basée surfel ce qui aurait aussi l'avantage de réduire les problèmes topologiques de la représentation précédente.

5.6.3 Approche inter-voxel

Comme nous avons pu le voir précédemment, le fait de considérer la triangulation à partir des centres de voxels peut poser des problèmes topologiques. En particulier, la méthode que nous avons utilisée ne permet pas de trianguler une surface d'un voxel d'épaisseur. Une approche beaucoup plus simple pour le point de vue de la triangulation serait de considérer une approche inter-voxel. En effet, dans ce cas, la triangulation serait directement faite à partir des surfels appartenant à la surface. La stratégie consisterait alors à choisir les surfels à partir des ombrelles aux pointels. Ainsi, comme nous l'avons évoqué précédemment, il s'agirait d'appliquer le tirage aléatoire sur des ombrelles d'ordre variable n.

5.6.4 Utilisation d'un voisinage non symétrique

Dans certaines configurations comme par exemple sur le bord de surfaces discontinues, nous avons un faible voisinage qui sera utilisé car le critère géométrique arrêtera la progression de l'analyse. Dans ce cas, nous n'utilisons pas toutes les informations qui pourraient être exploitées. La solution pour pouvoir améliorer le résultat de notre méthode dans ce cas précis



FIG. 5.24 – Définition d'un voisinage non symétrique à partir du voxel initial dessiné en noir et des différents types de voxels du voisinage (a). Ces trois types de voxels définissent alors le nouveau voisinage non symétrique défini par les surfels dessinés en bleu clair (b).

serait alors de continuer l'analyse dans une direction prédéfinie. Cependant, contrairement à l'analyse de droites discrètes où il n'existe que deux directions à choisir, dans le cas de plans discrets les directions ne sont pas triviales à déterminer.

Une solution facilement envisageable est de continuer l'analyse dans une subdivision de l'espace limitée au 48^{eme} d'espace. Cette subdivision sera alors déterminée à partir du voxel initial et de son voisinage. Plus exactement, nous pouvons utiliser les différents types de voxels que nous avons introduits dans la section 5.3.2. Ainsi, à partir d'un triplet de voxels présents dans le voisinage du point initial, il sera possible d'associer une des 48 subdivisions de l'espace pour laquelle nous pouvons continuer l'analyse. De cette façon, l'analyse pourra continuer sur tous les voxels dont le type est associé au 48^{eme} d'espace considéré. Si plusieurs types de voxels sont présents dans le voisinage du point initial, la stratégie naturelle consistera à choisir les types de voxels les plus représentatifs.

Considérons par exemple le cas de la figure 5.24. Le voxel dessiné en noir correspond au point de départ de l'analyse statistique du plan tangent. Ce point initial se trouve à proximité d'une discontinuité importante entre deux plans distincts. La figure (a) représente les différents types de voxels au voisinage du point initial. Ainsi, le 48^{eme} d'espace peut être déterminé facilement à partir de ces trois types de voxels. Il s'agira alors du premier 48^{eme} d'espace ($0 \le a \le b \le c$). Les nouveaux voxels pour l'analyse non symétrique sont représentés en bleu clair sur la figure (b).

5.7 Utilisation des informations photométriques

L'utilisation de cette méthode dans le cas de la reconstruction de surfaces à partir de des informations photométriques n'a pas encore été faite. Cependant, l'inclusion de cette méthode permettrait de donner une bonne estimation de la normale sur le bord d'une région. L'application est directe à partir du moment où il suffit de ne pas prendre en compte les points externes n'appartenant pas au voisinage des patchs. De plus, comme la reconstruction utilise une surface topographique nous pouvons simplifier certaine phase de l'algorithme comme par exemple la triangulation.

Cependant, la complexité de cette méthode est trop grande pour pouvoir envisager de l'inclure directement dans le processus de reconstruction. Le fait de modifier la hauteur d'un point de la surface est susceptible de modifier la normale sur un grand nombre de points. Nous considérons donc qu'une étude plus précise est nécessaire pour pouvoir inclure cette méthode dans le processus de reconstruction.

Cette méthode statistique offre aussi des perspectives intéressantes pour adapter l'estimation des normales en tenant compte des informations photométriques. La répartition des intensités lumineuses peut donner des indications par rapport à la présence de plans dans la surface de départ. En effet, des régions présentant des zones d'intensités lumineuses constantes entraîne une plus grande probabilité d'être en présence de plans discrets. Inversement, un fort gradient d'intensité lumineuse permettrait de dire qu'il n'y a peu de chance d'être sur une zone plane. Ainsi, ces informations pourraient être utilisées pour obtenir une meilleure estimation de la normale en apportant une connaissance supplémentaire. Cette approche permettrait alors d'appliquer le lissage comme post-traitement en appliquant volontairement une réduction de résolution de la surface résultante et en trouvant la solution la plus lisse possible tout en prenant en compte les informations photométriques.

5.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit une nouvelle méthode de lissage statistique de surfaces discrètes. Cette méthode se base sur la reconnaissance statistique de plans discrets à travers le tirage de surfels sur la surface discrète. Un critère géométrique est utilisé conjointement de façon à obtenir plus de robustesse de la méthode. La projection des points discrets sur le plan tangent permet alors d'obtenir une représentation de la surface discrète pas maillage euclidien. Cette nouvelle représentation de la surface permet d'obtenir une bonne visualisation de la surface discrète mais elle permet aussi l'extraction des paramètres géométriques directement à partir des points euclidiens. Enfin, la représentation par maillage euclidien possède la propriété importante d'être réversible et permet ainsi de préserver toutes les informations de l'objet discret initial.

Même si les résultats obtenus sont relativement bons, nous avons pu montrer comment améliorer cette méthode en utilisant un voisinage d'analyse non symétrique permettant d'exploiter au maximum toutes les informations présentes sur la surface discrète. De plus, l'approche inter-pixel pourrait permettre d'obtenir une meilleure représentation respectant la topologie de l'objet initial.

L'application de cette méthode dans le processus de reconstruction nécessite des optimisations à la fois par rapport à notre méthode de lissage mais aussi par rapport à notre processus de reconstruction. Cependant l'aspect statistique laisse entrevoir une amélioration possible comme post-traitement par rapport à notre algorithme de reconstruction. Mais cela permet d'envisager facilement d'obtenir un lissage en incluant les informations photométriques de manière indépendante.

Chapitre 6 Conclusion et perspectives

Dans ce mémoire, nous avons présenté de nouvelles approches pour la reconstruction et le lissage de surfaces discrètes. L'origine de ces travaux a été motivée par un travail en collaboration avec des archéologues. Dans un premier temps, nous avons considéré le problème bien connu en vision par ordinateur pour la reconstruction de surfaces à partir des informations photométriques contenues dans une ou plusieurs photographies. Ces méthodes, plus connues sous le nom de *Shape From Shading* constituent toujours un problème pour son application à la reconstruction de surfaces réelles. Dans ce contexte, nous nous sommes orientés vers une approche discrète de reconstruction utilisant les informations photométriques d'une ou plusieurs images. Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés aux méthodes de lissage et à l'extraction de paramètres sur des surfaces discrètes. Cette étude a été en partie motivée pour son utilisation dans le processus de reconstruction de surfaces.

Contributions

Dans un premier temps, nous nous sommes orientés vers une approche de reconstruction par propagation de contours d'iso-altitude définis en fonction de la direction de l'observateur. Cette propagation permet d'utiliser facilement plusieurs sources lumineuses pour envisager une reconstruction précise. La reconstruction s'effectue par la propagation d'éléments géométriques obtenus à partir de la surface partiellement reconstruite. Le principe de cette méthode se base sur la décomposition du vecteur normal en une composante horizontale et en une composante verticale. La composante horizontale est déterminée par la reconnaissance de droites discrètes à partir du contour discret d'iso-altitude. Cette valeur est ensuite utilisée en combinaison avec les informations photométriques pour déduire la composante verticale du vecteur normal. Une fois que les normales ont été déterminées, l'orientation de la surface est ensuite propagée à l'intérieur du contour discret.

À travers cette première approche, nous avons pu vérifier que la reconstruction par niveaux d'iso-altitude permet de réduire le nombre de solutions pour la reconstruction. Cependant, cette approche s'est avérée être complexe à mettre en oeuvre pour une reconstruction précise. En particulier, le fait de prendre en compte le contour discret d'iso-altitude entraîne des imprécisions qui sont encore plus difficiles à prendre en compte sur des images réelles. Nous avons donc préféré nous orienter vers une autre approche plus prometteuse et plus simple à mettre en place.

En gardant notre première idée de reconstruction par niveaux d'iso-altitude, nous avons

défini une approche en considérant cette fois-ci des régions d'iso-altitude. Plus exactement, nous ne considérons plus le contour discret de façon explicite pour la reconstruction. Le principe de reconstruction est par nature différente. Nous avons choisi d'estimer directement la hauteur des points de façon à ce que les normales aux bords des régions coïncident avec les contraintes photométriques imposées par les images sources. À travers l'estimation discrète des normales nous avons pu exprimer un processus permettant d'assurer la convergence de l'estimation des hauteurs sans utiliser de contraintes de continuité dans l'évaluation des énergies. Contrairement à de nombreuses méthodes, nous n'utilisons qu'une seule énergie pour assurer notre reconstruction. Les contraintes de continuité sont directement intégrées dans l'estimation géométrique des normales.

À travers cette utilisation unique de l'énergie image, nous avons pu définir une méthode originale présentant de bons résultats appliqués sur des images réelles. L'utilisation des patchs a aussi permis d'exprimer des contraintes assez fortes pour pouvoir éviter de façon explicite les ambiguïtés concaves/convexes induites par l'utilisation d'une seule image. Les expérimentations sur des images de tests et sur des images réelles ont montré la robustesse de notre approche. La robustesse a pu être mise en évidence à la fois au niveau du bruit présent dans les images, mais aussi par rapport aux informations photométriques contenues dans les différentes images sources. De plus, nous avons pu effectuer des reconstructions à partir de surfaces spéculaires provenant d'images réelles. Enfin, nous avons pu aller encore plus loin en reconstruisant une surface imaginaire à partir de plusieurs dessins. Les résultats obtenus apportent de nouvelles perspectives pour pouvoir définir des formes où déformer des surfaces de manière intuitive.

Nous nous sommes aussi penché sur le problème du lissage et de l'extraction de paramètres sur une surface discrète. Nous avons établi une nouvelle approche basée sur la représentation euclidienne des points discrets de la surface discrète. Le lissage des points discrets en points Euclidiens se base sur l'estimation statistique du plan tangent de la surface discrète. Cette estimation statistique est ensuite utilisée conjointement avec un critère géométrique de façon à éviter les cas pathologiques ambigus. Cette représentation à partir des points Euclidiens est réversible et permet d'obtenir une représentation compacte permettant de conserver toutes les informations géométriques de la surface initiale.

Perspectives

Ce travail a permis d'ouvrir de nouvelles perspectives conjointement pour la reconstruction de surfaces et pour le lissage de surfaces discrètes. L'application de ce travail sur des problèmes archéologiques a aussi permis d'ouvrir de nouvelles perspectives en archéologie.

La première méthode de reconstruction par propagation de contours d'iso-altitude nécessiterait d'être améliorée pour pouvoir être utilisable pour des reconstructions réelles. Nous avons cependant présenté des solutions possibles pour améliorer cette approche. Ces améliorations consisteraient à utiliser des modèles déformables en deux dimensions afin d'appliquer des contraintes de continuité sur le contour discret. Cette méthode a cependant permis d'être utilisée par certains auteurs pour définir une nouvelle approche originale de *sketching* à partir de dessins sur *PDA*. Les premiers résultats de cette approche ne sont pas encore parfaits mais l'utilisation conjointe des contours avec une image a montré cependant de bons résultats. Toute fois, cette approche pourrait être combinée avec les résultats que nous avons obtenus dans la méthode propagation par régions.

Notre approche de reconstruction par propagation de régions a montré de bons résultats non seulement sur des surfaces Lambertiennes mais aussi sur des surfaces spéculaires. La robustesse de notre approche par rapport aux informations photométrique permet d'envisager l'application de la reconstruction sur des surfaces présentant des propriétés physiques plus complexes à exprimer. En effet, nous n'utilisons pas explicitement les expressions numériques des cartes de réflectance, il devient alors beaucoup plus simple de les inclure dans la reconstruction. Ainsi, nous pouvons envisager de reconstruire des surfaces à partir des modèles de transmittance que nous avons présentés dans l'annexe A. Les premiers résultats que nous avons obtenus rapidement laissent penser que l'utilisation de la transparence pourrait apporter des reconstructions présentant un grand niveau de détails sur la surface. De plus, nous avons pu mettre en évidence des informations relatives à la diffraction de la lumière qui permettrait d'extraire plus d'information que pour la réflection de la lumière. Ces perspectives pourraient permettre d'obtenir des résultats précis en n'utilisant qu'une seule source d'éclairage.

La résolution importante de nos reconstructions nous font penser à l'utilité d'avoir une approche multi-résolution à la fois pour obtenir une reconstruction plus rapide, mais surtout pour obtenir une représentation plus compacte de la surface résultante. Une solution possible serait d'utiliser des modèles déformables à résolution adaptative. Dans ce cas, la résolution du maillage du modèle pourrait s'adapter en fonction des gradients présents dans les différentes images. D'autre solutions sont envisageables mais cette approche pourrait réellement donner des résultats intéressants et originaux.

La reconstruction de surfaces présentant un albédo non constant constitue aussi une extension intéressante pour notre approche de reconstruction. Nous avons présenté des solutions pour gérer cet albédo variable. Il s'agit principalement de segmenter différentes régions à partir d'une première reconstruction et à partir des images d'erreur des intensités des images sources et du rendu de la surface résultante. Des résultats préliminaires ont été présentés et permettent d'envisager facilement cette approche.

Nous avons aussi présenté un moyen de modifier la source lumineuse, en ne considérant plus uniquement une source lumineuse située à l'infinie mais en considérant une source lumineuse plus réaliste positionnée à une faible distance de l'objet considéré. La prise en compte d'un tel éclairage n'est pas possible à effectuer pour beaucoup de méthodes qui reconstruisent les vecteurs normaux de la surface. La prise en compte d'un tel éclairage ne demande pas de grandes modifications dans notre processus de reconstruction et nous pensons que cela permettrait d'obtenir de bonnes reconstructions à partir d'un éclairage de base comme par exemple une simple ampoule electrique.

Une autre perspective intéressante est de combiner notre approche avec d'autres méthodes des méthodes *Shape from Silhouette* ou de *Shape from Stéréo*. Nous avons présenté l'expérimentation d'une telle approche en utilisant une carte de hauteur bruité supposée être le résultat d'un algorithme de stéréo. Les premiers résultats obtenus sont intéressants et cette approche permettrait de ne plus avoir besoin d'utiliser les patchs concaves ou convexes avec l'utilisation d'une seule image. L'autre combinaison de notre méthode avec les techniques de *Shape From Silhouette* est tout à fait envisageable et permettrait d'obtenir tout le volume de l'objet en réduisant au maximum le nombre de prises de vues.

Enfin, l'application de notre technique pour la reconstruction de dessins permet d'envisager de nouvelles applications pour définir des formes à partir de dessins. Cette application permettrait de concevoir des formes de façon très simple. De plus, on peut facilement envisager tout un processus interactif de création et de déformation de formes à partir des intensités lumineuses de la surface. Les résultats que nous avons présentés montrent les possibilités que nous pouvons avoir à notre disposition pour définir un tel concept. De plus, ces reconstructions peuvent permettre de nouvelles approches pour définir des cartes de réflectance se rapprochant des dessins, ce qui permettrait d'obtenir des rendus spéciaux à partir d'un modèle en trois dimensions associé aux dessins.

La méthode de lissage de surfaces discrètes offre aussi de nouvelles perspectives. Tout d'abord, nous avons obtenu des résultats qui présentent un lissage à la fois au point de vu la visualisation, mais aussi pour l'extraction de paramètres. Cette approche présente des faiblesses lorsque la taille de l'objet discret devient importante. Plusieurs perspectives paraissent intéressantes pour corriger ce défaut. Une solution serait de définir une analyse des surfels à partir d'une taille de voisinage adaptatif à la forme du voisinage. D'autres perspectives, comme la définition d'un voisinage non symétrique ou l'extension du lissage à partir d'une représentation inter-voxels pourraient améliorer les résultats du lissage.

L'aspect statistique de cette méthode présente aussi un intérêt vis à vis de la méthode de reconstruction basée sur la propagation de régions. Cela pourrait en effet permettre de mettre en relation les informations lumineuses des images sources dans l'estimation des plans discrets.

Enfin, pour conclure ce mémoire, nous pouvons penser que ce travail a pu contribuer à l'aboutissement de nouvelles perspectives pour plusieurs problèmes archéologiques comme par exemple celui de l'origine de la spatule aurignacienne.

Annexe A

Analyse de surfaces visualisées par transparence

A.1 Introduction

Les archéologues ont pour habitude d'utiliser des répliques de la spatule faites en résine transparente. Ils préfèrent utiliser de la résine transparente car elle leur donne une meilleure visualisation du relief des différentes cavités. Le dispositif d'acquisition est décrit sur la figure A.1 (a). La source lumineuse est située sur la partie inférieure du microscope et dirigée vers l'objectif. L'image (b) de la figure A.1 présente un exemple d'une cavité de la spatule visualisée à partir de ce dispositif.

À partir de ces observations, il est légitime de penser que si le cerveau humain arrive à mieux exploiter les informations de la lumière transmise à travers la surface, nous devrions aussi pouvoir extraire plus d'informations. Pourtant, le phénomène de transmission de la lumière peut paraître plus complexe dans le sens où une partie de la lumière est transmise tandis qu'une autre est réfléchie en fonction de l'angle d'incidence.

Une première démarche importante que nous allons voir par la suite consiste à analyses la carte de transmittance que procure une telle observation. Nous ne parlons plus de la carte de réflectance comme auparavant car nous observons désormais uniquement la lumière transmise



FIG. A.1 – Exemple d'une cavité visualisée par transparence à partir de la résine translucide
(b). L'observation a été obtenue à partir d'un microscope et d'un éclairage situé sous la cavité
(a).



FIG. A.2 – Photographie d'une forme sphérique sur la résine transparente (a). Les lignes d'iso-intensité ont été superposées sur l'image (b).

à travers la surface.

A.1.1 Analyse de la carte de transmittance

Pour pouvoir se faire une idée sur la manière dont est transmise la lumière, nous avons pris une photographie d'une zone de la surface s'apparentant à une sphère. Cette région présentée sur la figure A.2 provient d'une bulle d'air présente sur le négatif de la résine. On peut observer que lorsque l'orientation de la surface s'approche de la verticale, l'intensité lumineuse devient très faible. Cela peut correspondre au moment où la lumière n'est plus transmise à travers la surface. Inversement, lorsque la surface est orientée dans la direction de l'observateur, son intensité apparaît alors maximale. Il est possible d'observer que l'atténuation de l'intensité lumineuse à travers la surface peut être considérée comme négligeable. Les variations de hauteur ne sont en effet pas significatives comparées à l'épaisseur de la spatule. De plus, la résine est relativement translucide.

Afin d'analyser de manière plus précise la façon dont se transmet la lumière, nous avons effectué un seuillage des intensités situées sur la région sphérique. Ce seuillage a été obtenu à partir des intervalles de taille 10 pour une intensité variant de 247 à 27 (sur les 256 niveaux d'intensité de l'image source). La figure A.2 (b) montre les lignes d'iso-intensité superposées sur l'image source. La répartition de ces courbes montre des caractéristiques qui ressemblent beaucoup à celles d'une carte de réflectance lambertienne/spéculaire.

A.1.2 Mise en évidence des zones de diffraction

Un aspect intéressant peut être observé, si l'on ne regarde plus uniquement l'intensité lumineuse des images sources, mais aussi la teinte sur la surface. Il est en effet possible d'observer qu'une légère coloration verte et rouge est présente respectivement à droite et à gauche de la forme sphérique. Ce phénomène pourrait provenir de la diffraction de la lumière blanche dû au changement de milieu. La lumière blanche étant composée de plusieurs longueurs d'ondes, chaque longueur d'onde n'admet pas le même angle de réfraction.

Pour pouvoir confirmer l'existence des zones de diffraction de la lumière, nous avons appliqué plusieurs seuillages en utilisant le modèle de couleur associé à la teinte, à la saturation et à la valeur (TSV). Le résultat obtenu à partir de la combinaison de ces différents seuils est visible sur la figure A.3 (a-b). En observant ce résultat, l'on peut clairement observer que



FIG. A.3 – Mise en évidence des zones de réfraction de la lumière. Le seuillage a été effectué pour deux teintes différentes. Chaque teinte est mise en évidence par les couleurs rouge et verte (colonne de droite). Les différentes images ont été obtenues à partir d'une simple rotation de l'objet en conservant le même éclairage.



FIG. A.4 – Reconstruction à partir du modèle de réflectance spéculaire de Nayar. Paramètres du modèle utilisé : $\omega = 0.5$ et $\sigma = 0.2$. L'image (b) a été obtenue après avoir effectué le rendu de la carte des hauteurs représentée en (c).

les zones obtenues par le seuillage sont orientées verticalement par rapport à l'image. Cette observation laisse penser que cela provient de la direction d'éclairage. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons effectué plusieurs rotations de l'objet sans modifier la prise de vue, ni la direction d'éclairage, qui de toute façon ne pouvait pas être modifiée. Le résultat présenté sur la figure A.3 montre que l'orientation verticale est toujours présente sur les différentes images.

D'après ces analyses, il semble clair que la diffraction de la lumière s'effectue uniquement dans deux directions bien établies. Ces hypothèses laissent penser que l'on possède réellement plus d'informations que pour la réflection de la lumière.

A.2 Première tentative de reconstruction

La carte de transmittance apparaît se rapprocher d'une surface spéculaire. Nous avons donc effectué une reconstruction à partir du modèle de Nayar. La direction d'éclairage a été estimée à partir de la forme sphérique et de la zone spéculaire maximale. Étant donné que la direction d'éclairage apparaît être très proche de la direction de l'observation, les ambiguïtés concaves/convexes sont bien présentes. Pour éviter ces ambiguïtés, il serait nécessaire d'utiliser plusieurs directions d'éclairage. Cependant, l'utilisation de plusieurs images associées à différentes directions d'éclairage est difficile à mettre en place car le dispositif d'observation ne permet pas d'orienter la source lumineuse incorporée au microscope. Une solution possible serait de modifier la position de l'objet de manière à obtenir une direction d'éclairage différente. Cependant, cette approche entraînera un ajustement des images sources qui n'est pas évident à obtenir de manière parfaite. Nous avons donc utilisé les patchs concaves et convexes afin d'éviter les ambiguïtés engendrées par l'unique image disponible pour la reconstruction. La figure A.4 montre l'image source utilisée avec les patchs qui ont été définis comme convexes.

Au bout de la première itération, les patchs ont bien segmenté les bords de la cavité. La reconstruction finale apparaît correspondre à une solution possible pour la surface de la cavité. Cependant, nous n'avons pas pu vérifier la précision de la reconstruction à partir du moment où cette cavité ne correspond pas aux échantillons qui ont été scannés. La précision apparaît beaucoup plus accrue que les résultats que nous avons obtenus avec le modèle Lambertien et de nombreux détails sont facilement visibles sur la surface reconstruite (Fig. A.5). Il est important de préciser que cette reconstruction n'a été effectuée seulement à titre expérimentale,



FIG. A.5 – Visualisation de la surface résultante représentée par la carte des hauteurs de la figure A.4.

le modèle de transmittance a été utilisé afin de donner une première idée empirique sur le type de reconstruction que l'on pourrait obtenir. De plus les ambiguïtés concaves/convexes sont toujours possibles pour les zones situées à l'intérieur de la cavité.

A.3 Perspectives intéressantes

A.3.1 Étude précise de la carte de transmittance

Ces premières tentatives de reconstruction permettent de penser que l'on pourrait facilement obtenir de bons résultats à partir d'une seule image de la surface en transparence. L'utilisation conjointe des patchs concaves et du modèle spéculaire a permis de se rapprocher d'une reconstruction donnant beaucoup de détails. Pour pouvoir valider réellement cette méthode il serait nécessaire d'effectuer une analyse précise de la carte de transmittance. Une approche possible serait d'acquérir le modèle de transmittance à partir d'un échantillon préalablement scanné. Il s'agirait alors d'utiliser les valeurs des normales en association avec les intensités lumineuses pour interpoler la carte de transmittance de la surface. Cette approche pourrait être envisageable en utilisant plusieurs sources d'éclairages afin d'éviter plus facilement les ambiguïtés concaves/convexes.

Nous avons rapidement essayé d'obtenir une interpolation de la carte de transmittance en utilisant la forme sphérique de la figure A.2. Pour cela nous avons fait l'hypothèse que la forme était parfaitement sphérique et ainsi pour chaque vecteur normal unitaire, nous pouvons obtenir les trois composantes RGB associées. La figure A.6 montre deux rendus que nous avons obtenus sur les cartes de hauteur du buste de Mozart et de la statuette. Les résultats obtenus confirment que la surface s'apparente à un modèle que l'on pourrait qualifier de "transittance spéculaire".

A.3.2 Utilisation des informations de réfraction de la lumière

Les informations de réfraction de la lumière que nous avons mis en évidence à travers les teintes des images sources apportent aussi des perspectives intéressantes. En effet, il serait



FIG. A.6 – Rendu de plusieurs surfaces à partir à de l'interpolation de la carte de transmittance obtenue à partir de la forme sphérique de la figure A.2.

utile de pouvoir les prendre en compte de façon à lever l'ambiguïté concave/convexe. Nous ne serions alors plus obligé d'utiliser les patchs concaves/convexe ou d'utiliser plusieurs sources d'éclairage. La prise en compte de la diffraction de la lumière nécessiterait alors une étude plus précise sur le modèle de réfraction mais encore une fois, il pourrait être possible d'utiliser une carte de transmittance acquise expérimentalement à partir d'un échantillon suffisamment représentatif. Nous pourrions alors par la même occasion, inclure les informations de teinte dans la carte de transmittance.

Annexe B

Application à la reconstruction à partir de modèles

B.1 Reconstruction à partir de dessins générés à partir d'un modèle

Nous avons expérimenté la reconstruction à partir d'un modèle de dessin déjà existant. Pour cela nous avons préalablement scanné un dessin à partir d'une bande dessinée [3]. La figure B.1 (a) montre l'image source utilisée comme modèle pour la génération des différentes images. Dans un premier temps, nous avons segmenté manuellement la région d'intérêt associée au visage. Ensuite nous avons extrait les principaux contours du dessin original afin d'aider la création des différents dessins. Enfin, l'image du patron final a été générée en remplissant le fond par une intensité associée à une orientation de la surface confondue avec la direction d'observation (Fig. B.1 (b)). Cette intensité est déterminée à partir de l'expression la fonction de réflectance Lambertienne.

À partir du modèle de l'image (b), nous avons ensuite dessiné la surface du visage en faisant l'hypothèse de plusieurs directions d'éclairage. Deux exemples des quatre dessins ainsi générés sont représentés sur la figure B.1 (c-d). La flèche rouge représente la direction de la source lumineuse dans le plan image. L'orientation verticale de la lumière a été supposée être approximativement de 45° .

La figure B.2 illustre le résultat de la reconstruction. La visualisation présentée sur les images (b-d) a été obtenue à partir de la texture extraite du dessin d'origine. La surface résultante apparaît fidèle au dessin d'origine, même si de nombreux détails ne sont pas présents car nous avons procédé à des dessins fait très rapidement sans dessiner certains détails tels que les rides sur le front ou la surface des lèvres.

B.2 Application au re-éclairage

Ces résultats peuvent avoir des applications originales pour donner des effets de reéclairage de dessins. Pour illustrer cette application, nous avons effectué différents rendus de la surface résultante que nous avons ensuite superposé sur l'image d'origine. Les différents rendus ont été faits à partir de différentes directions d'éclairage et à partir de différents coefficients de spécularité. Le résultat du re-éclairage est présenté sur la figure B.3. L'application de



FIG. B.1 – Création des images sources à partir d'un modèle (a). L'image (b) a été utilisée pour dessiner les quatre images utilisées pour la reconstruction (c-d). La direction d'éclairage associée à chaque dessin est représentée par la flèche rouge.



FIG. B.2 – Visualisation du résultat de la reconstruction. Les images (b-d) ont été obtenues en utilisant la texture de l'image originale. Les contours représentés sur l'image (b) de la figure B.1 ont été utilisés pour la visualisation représentée sur l'image (a).



FIG. B.3 – Re-éclairage à partir de la carte des hauteurs obtenue après la reconstruction. Les images (b-d) ont été obtenues par superposition du rendu de la carte de hauteur et de l'image originale (image (a)). L'image (b) a été obtenue à partir d'un rendu Lambertien, (b) à partir d'un rendu spéculaire ($L_s = 0.5$ et $\sigma = 0.3$) et (c) ($L_s = 0.8$ et $\sigma = 0.3$). Les images (e) et (f) ont été obtenues à partir d'un rendu sous *povray*.

cette superposition des deux images sources donne des résultats qui apparaissent réalistes et concordent avec l'image d'origine. On peut d'ailleurs remarquer que cela donne une meilleure impression de profondeur sur le dessin d'origine et permet de mieux mettre en valeur le relief. D'autres rendus ont aussi été effectués à travers le logiciel *povray*. Pour effectuer le rendu, nous avons utilisé la carte de hauteur résultante en association avec la texture de l'image originale (Fig. B.3 (e)). Il apparaît clairement une différence notable, en particulier les ombres portées sont bien visibles et la texture épouse de façon plus réaliste la carte de hauteur. Enfin, nous avons aussi effectué un rendu de la carte de hauteur à partir d'une image de texture extraite d'un texte. La déformation des caractères du texte est bien visible sur l'image de la figure (Fig. B.3 (f)). Dans ce dernier exemple, nous avons aussi effectué le rendu en modélisant une focale de la caméras.

Table des figures

1.1	Spatule de l'abri Blanchard	13
1.2	Exemple de coquillages perforés.	14
1.3	Exemple de stéréogramme.	16
1.4	Influence des propriétés physiques pour la visualisation.	17
2.1	Illustration de l'ambiguïté concave/convexe	26
2.2	Illustration de la définition de la luminance.	27
2.3	Illustration de deux types de sources lumineuses	29
2.4	Rendu Lambertien étendu	30
2.5	Repère et distribution de la luminance d'une surface spéculaire/Lambertienne.	31
2.6	Exemple de rendu spéculaire avec le modèle de Nayar	32
2.7	Exemples de plusieurs cartes de réflectance	33
2.8	Ambiguïté concave/convexe sur le buste de Mozart	36
2.9	Illustration de deux solutions possibles	37
2.10	Résultat de deux algorithmes de SFS	38
2.11	Illustration des méthodes de Photométrique stéréo	39
3.1	Lignes d'iso-altitude représentées sur l'image d'une cavité	44
3.2	Représentation des deux angles ϕ et θ	46
3.3	Reconnaissance de la tangente discrète.	48
3.4	Cartes de reflectance en fonction de la direction d'éclairage	49
3.5	Propagation de l'orientation de la surface	51
3.6	Critère de continuité	53
3.7	Evolution des hauteurs du contour.	55
3.8	Images sources pour le reconstruction du cone et de la sphère	56
3.9	Évolution du contour pour la reconstruction.	57
3.10	Résultat de la reconstruction de la sphère et du cone	57
3.11	Reconstruction des deux pyramides juxtaposées.	58
3.12	Séparation du contour sur deux pyramides juxtaposées.	59
3.13	Images sources de la cavité.	60
3.14	Reconstruction de la cavité à partir de quatre images synthétiques	61
3.15	Représentation en ondelettes du contour	63
3.16	Contour utilisé et image source utilisée pour le sketching.	64
3.17	Résultats pour la reconstruction appliqué au sketching.	65
4.1	Exemple de patchs sur l'image d'origine	68
4.2	influence patch	69

4.3	Estimation directe du vecteur normale	72
4.4	Convergence de l'estimation des hauteurs.	73
4.5	Schémas général de la reconstruction.	74
4.6	Extension de patch initial.	75
4.7	Illustration des différents types de patchs.	76
4.8	Images sources du buste de Mozart et du vase.	79
4.9	Résultat de la reconstruction du buste de Mozart.	80
4.10	Histogramme d'erreur de la reconstruction du buste de Mozart et du vase	81
4.11	Reconstruction du buste de Mozart à partir d'un éclairage frontal.	82
4.12	Reconstruction à partir d'un nombre variable d'images.	83
4.13	Expérimentations à partir d'images bruitées.	84
4.14	Reconstruction à différents niveaux de bruits Gaussien	86
4.15	Reconstruction à partir d'images en noir et blanc.	87
4.16	Reconstruction à partir d'images déformées.	88
4.17	Influence de l'initialisation des patchs pour la reconstruction.	89
4.18	Reconstruction de la cavité.	90
4.19	Analyse des erreurs de la reconstruction.	91
4.20	Reconstruction des entailles de la spatule aurignacienne.	92
4.21	Reconstruction de plusieurs cavité de la spatule.	93
4.22	Résultats pour la reconstruction d'une statuette.	93
4.23	Reconstruction d'objets divers.	95
4.24	Reconstruction d'un visage.	96
4.25	Comparaison de la carte de réflectance spéculaire et Lambertienne	97
4.26	Reconstruction de Mozart à partir du rendu spéculaire.	98
4.27	Résultat de la reconstruction pour des objets spéculaires réels.	99
4.28	Résultats obtenus avec le modèle Lambertien étendu	100
4.29	Résultat de la reconstruction en combinant les techniques de stéréo et SFS	102
4.30	Reconstruction de surfaces à partir de plusieurs dessins.	104
4.31	Reconstruction à partir de dessins obtenus sous <i>Gimp</i>	105
4.32	Schémas de la reconstruction pour la création de surface à partir de dessins.	106
4.33	Reconstruction à partir d'images déformées.	107
4.34	Reconstruction avec des zones entièrement invalidées	109
4.35	Reconstruction avec albédo non uniforme	110
5.1	Illustration de la connexité en 3D.	116
5.2	Décomposition des pixels et voxels en éléments de dimensions inférieures.	116
5.3	Décomposition du plan discret en droites discrètes.	117
5.4	Frontière d'objet discret.	119
5.5	Exemple de discrétisation d'une courbe initiale.	120
5.6	Exemple de lissage de chemins inter-pixel.	121
5.7	Lissage de surfaces discrètes.	121
5.8	Reconnaissance par chemins euclidiens en 3D	123
5.9	Illustration du code de Freeman et des différents types de Lignels.	124
5.10	Illustration des différents types de surfels du premier 48^{eme} d'espace	127
5.11	Fréquences des apparitions des surfels suivants différents types de tirages	129
5.12	Expérimentations du tirage aléatoire sur deux plans juxtaposés	130
5.13	Triangulation en fonction de la topologie.	133

5.14	Représentation de la surface après la triangulation.	134
5.15	Projection du point discret P en p sur le plan tangent réel	135
5.16	Interpolation des points euclidiens.	139
5.17	Lissage de la sphère et d'un vase synthétique.	141
5.18	Lissage de la demi-sphère creuse.	142
5.19	Lissage de surface provenant de données réelles.	143
5.20	Lissage obtenu à différents niveaux de résolution.	143
5.21	Lissage d'un crâne et d'un échantillon de neige	144
5.22	Extraction de paramètres sur des sphères de rayons variables	146
5.23	Résultat du lissage sur des objets archéologiques	147
5.24	Définition d'un voisinage non symétrique.	149
A.1	Cavité visualisée par transparence.	155
A.2	Forme sphérique sur la visualisation en transparence	156
A.3	Mise en évidence des zones de réfraction de la lumière	157
A.4	Reconstruction à partir du modèle spéculaire de Nayar	158
A.5	Visualisation de la reconstruction par transparence	159
A.6	Rendu obtenu par transparence.	160
B.1	Dessins obtenus à partir d'un modèle.	162
B.2	Reconstruction à partir de dessins.	162
B.3	application au re-éclairage.	163

Bibliographie

- [1] E. Andrès. Le plan discret. In Colloque de géométrie discrète en imagerie : fondements et applications, 1993.
- [2] M. Bishel and A.P. Pentland. A simple algorithm for shape from shading. In Proc. Computer Vision and Pattern Recognition, pages 459–465, 1992.
- [3] Brahy, Cobeyran, and Braquelaire. Imago Mundi la 25^E rue, page 20. Dargaud, 2004.
- [4] A. Braquelaire and B. Kerautret. Reconstruction of discrete surfaces from shading images by propagation of geometric features. In *Discrete Geometry for Computer Imagery*, volume 2886 of *LNCS*, pages 257–266. Springer-Verlag, 2003.
- [5] A. Braquelaire and B. Kerautret. Reconstruction of lambertian surfaces by discrete equal height contours and regions propagation. *Image and Vision Computing (IVC) Elsevier*, 23(2):177–189, february 2005.
- [6] A. Braquelaire and A. Pousset. Automatic and reversible geometric smoothing of the boundary of a discrete 3d object. In Gunilla Borgefors, Ingela Nystrom, and Gabriella Sanniti di Baja, editors, *Discrete Geometry for Computer Imagery*, volume 1953, pages 198–209. DGCI 2000, Springer-Verlag, 2000.
- [7] J.P. Braquelaire and A. Vialard. Euclidean paths : A new representation of boundary of discrete region. *Graphical Models and Image Processing*, 61 :16–43, 1999.
- [8] L. Brun. Traitement d'images couleur et pyramides combinatoires. Habilitation à diriger des recherches, december 2002. Université de Reims.
- [9] T. Cameron, R.S. Kozera, and A. Datta. A parallel leap-frog alforithm for 3-source photometric stereo. In R.S. Kozera et al, editor, *ICCVG 2004, International Conference* on Computer Vision and Graphics., pages 95–102, Warsaw, Poland, September 2004. Springer.
- [10] C.-Y. Chen, R. Klette, and C.-F. Chen. 3d reconstruction using shape from photometric stereo and contours. *Image and Vision Computing*, pages 251–255, november 2003.
- [11] D. Coeurjolly. Algorithme et géométrie discrète pour la caractérisation des courbes et des surfaces. PhD thesis, Université Lumière Lyon 2, 2002.
- [12] F. Courteille, A. Crouzil, J.-D. Durou, and P. Gurdjos. Towards shape from shading under realistic photographic conditions. In 7th International Conference on Pattern Recognition - ICPR 2004, volume 2, pages 277–280.
- [13] P. Daniel. *Peut-on extraire le relief d'une seule image*? PhD thesis, IRIT Institut de Recherche en Informatique de Toulouse, 2000.
- [14] I. Debled. Etude et reconnaissance des droites et plans discrets. PhD thesis, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France, 1995.

- [15] F. d'Errico and Marian Vanhaerren. Les méthodes d'analyse de l'art mobilier paléolitique. Anthropologie et Préhistoire, 110:31–45, 1999.
- [16] J.-D. Durou, M. Falcone, and M. Sagona. Numerical methods for shape from shading : A survey with benchmarks. *Computer Vision and Image Understanding, Elsevier Science*, x(x) :x, 2004. Soumis.
- [17] C. Hernàndez Esteban and F. Schmitt. Shilhouette and stereo fusion for 3d object modelling. In *3DIM 2003*, pages 46–53, october 2003.
- [18] C. Hernàndez Esteban and F. Schmitt. Une approche par modèle déformable pour la reconstruction 3d de haute qualité d'objets photographiés. In *RFIA 2004, Congrès Francophone AFRIF-AFIA de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle*, volume 2, pages 905–914, Janvier 2004.
- [19] F. Feschet and L. Tougne. Calcul de la tangente d'une courbe discrète en temps optimal. Laboratoire E.R.I.C Université Lyon 2, June 1998.
- [20] S. F.F. Gibson. Constrained elastic surface nets : generating smooth surfaces from binary segmented data. In Springer verlag, editor, *Medical Image Computation and Computer Assited Surgery*, volume 1496 of *LNCS*, pages 888–900, 1998.
- [21] S. F.F. Gibson. Using distance maps for accurate surface representation in sampled volumes. In *Proceedings of the 1998 IEEE symposium on Volume visualization*, pages 23–30. ACM Press, 1998.
- [22] J. Gomes and L. Velho. Image Processing for Computer Graphics. Springer-Verlag, 1997.
- [23] P. Hanrahan and W. Krueger. Reflection from layered surfaces due to subsurface scattering. In ACM SIGGRAPH, pages 165–174, August 1993.
- [24] G. Healey. Segmenting images using normalized color. IEEE Transactions on Systems, Man and CYBERNETICS, 22(1):64–73, January 1995.
- [25] Christopher Henshilwood, Francesco d'Errico, Marian Vanhaeren, Karen van Niekerk, and Zenobia Jacobs. Middle stone age shell beads from south africa. *Science*, 304 :404, april 2004.
- [26] B. K.P. Horn, R.S. Szeliski, and A.L Yuille. Impossible shaded images. IEEE. Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 15(2):166–170, 1993.
- [27] L. Hussenet. De l'analyse d'images à la reconstruction 3D : Application au contrôle d'objets métalliques. PhD thesis, Université de Reims, 2002.
- [28] L. Hussenet and L. Brun. Physic based classification for color images. In Physics in signal & Image Processing, pages 173–176, January 2001.
- [29] T. Igarashi, S. Matsuoka, and J. Tanaka. Teddy : A sketching interface for 3d freeform design. In SIGGRAPH '99 : Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, pages 409–416. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1999.
- [30] K. Ikeuchi. Shape from regular patterns. Artificial Intelligence, 22:49–74, 1984.
- [31] H.W. Jensen, S.R. Masrschner, M. Levoy, and P. Hanrahan. A pratical model for subsurface light transport. In ACM SIGGRAPH, pages 511–518, 2001.
- [32] B. Kerautret. Extraction de paramètres d'objets préhistoriques par des méthodes d'analyse d'images. Master's thesis, Laboratoire Bordelais de Recherche en Informatique (La-BRI), 2001. Rapport de DEA.

- [33] B. Kerautret. A robust discrete approach for shape from shading and photometric stereo. In R.S. Kozera et al., editor, *ICCVG 2004*, *International Conference on Computer Vision and Graphics.*, pages 581–587, Varsawa, Poland, September 2004. Springer.
- [34] B. Kerautret and A. Braquelaire. A statistical approach for geometric smoothing of discrete surfaces. In Eric Andres, Guillaume Damiand, and Pascal Lienhardt, editors, *Proceeding of the International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery*, volume 3429 of *LNCS*. Springer, april 2005. ISBN : 3-540-25513-3.
- [35] B. Kerautret, A. Braquelaire, F. d'Errico, and M. Vanhaeren. Discrete geometry for parameters extraction and shape reconstruction in archeology. In *Colloque GMPCA*, *Archeometrie*, page 164, 2003.
- [36] R. Kimmel and A.M Bruckstein. Shape from shading via level sets. Technical report, Israel Institute of Technology, 1992.
- [37] R. Kimmel and A.M Bruckstein. Tracking level sets by level sets : a method for solving the shape from shading problem. *Computer Vision and Image Understanding*, 62(2):47– 58, July 1995.
- [38] R. Kimmel, K. Siddiqi, B.B. Kimia, and A.M. Bruckstein. Shape from shading : level set propagation and viscosity solutions. Int. J. Comput. Vision, 16(2) :107–133, 1995.
- [39] R. Koch, M. Pollefeys, and L. Van Gool. Realistic surface reconstruction of 3d scenes from uncalibrated image sequences. *Journal of Visualization and Computer Animation*, 11:115–127, 2000.
- [40] V. A. Kovalevsky. A new approach to shape from shading. In F. Solina, W.G. Kropatsch, R. Klette, and R. Bajcsy, editors, Advances in Computer Vision, 1997.
- [41] R.S. Kozera. On shape recovery from two shading patterns. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 6(4):673–698, 1992.
- [42] R.S. Kozera and L.Noakes. Noise reduction in photometric stereo with non-distant light sources. In R.S. Kozera et al., editor, *ICCVG 2004, International Conference on Computer Vision and Graphics.*, pages 103–111, Warsaw, Poland, September 2004. Springer.
- [43] Y. Kuzu and O. Sinram. Photorealistic object reconstruction using voxel coloring and adjusted image orientations. In ASPRS/ACSM/FIG-Conference 2002, 2002.
- [44] J.-O. Lachaud and A. Vialard. Discrete deformable boundaries for the segmentation of multidimensional images. In C. Arcelli, L. P. Cordella, and G. Sanniti di Baja, editors, *Proc. 4th Int. Workshop on Visual Form, Capri, Italy*, volume 2059 of *LNCS*, pages 542–551. Springer Verlag, 2001.
- [45] J.-O. Lachaud and A. Vialard. Geometric measures on arbitrary dimensional digital surfaces. In Proc. Int. Conf. Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI'2003),, volume 2886 of LNCS. Springer, 2004.
- [46] M. S. Landy and N. Graham. *The Visual Neurosciences*, chapter Visual Perception of Texture, pages 1106–1118. MIT Press, 2004.
- [47] M.S. Langer and H.H. Bûlthoff. Perception of shape from shading on a cloudy day. Technical report, Max-Planck-Institut für biologische Kybernetik, 1999.
- [48] Y.G. Leclerc and A.F. Bobick. The direct computation of height from shading. In IEEE Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition, pages 552–558, 1991.

- [49] C.H. Lee and A. Rosenfeld. Improved methods of estimating shape from shading using the light source coordinate system. *Artificial Intelligence*, 26:439–451, 1985.
- [50] K.M. Lee and C.C.J. Kuo. Shape from shading with a linear triangular element surface model. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(8):815–822, 1993.
- [51] H.P.A. Lensch and W. Heidrich. A silhouette-based algorithm for texture registration and stitching. *Graphical Models*, 3 :245–262, 2001.
- [52] A. M. Loh and P. Kovesi. Estimation of surface normal of a curved surface using texture. In the Digital Image Computing - Techniques and Applications, 2003.
- [53] P. Mamassian, I. Jentzsch, A. Bacon, and S.R. Scheinberger. Neural correlates of shape from shading. *Vision central*, 14(7) :971–975, 2003.
- [54] Y. Matsumoto, F. Fujimuara, and T. Kitamura. Shape from silhouette/stereo and its application to 3-d digitizer. In *Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI 99)*, pages 177–190, 1999.
- [55] D. Miyazaki, M. Kagesawa, and K. Ikeuchi. Polarization-based transparent surface modeling from two views. In IEEE, editor, *International Conference on Computer Vision*, volume 2, 2003.
- [56] P-L Naud. Dessin 3d par l'ombrage. Rapport de stage d'option scientifique, Ecole Polytechnique promotion X2001.
- [57] S.K. Nayar, Katsushi Ikeuchi, and T. Kanade. Surface reflection : physical and geometrical perspectives. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(7):611-634, 1991.
- [58] M. Oren and S.K. Nayar. Generalization of lambert's reflectance model. In ACM Computer Graphics Proceedings, 1994.
- [59] S. Owada, F. Nielsen, K. Nakazawa, and T. Igarashi. A sketching interface for modelling the internal structures of 3d shapes. In 4th International Symposium on Smart Graphics, volume 2733 of LNCS, pages 49–57. Springer-Verlag, 2003.
- [60] L. Papier. Polyédrisation et visualisation d'objets discrets tridimentionnels. Master's thesis, Université Louis Pasteur, 1999.
- [61] A. Pentland. Shape information from shading : a theory about humain preception. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision*, pages 404–413, 1988.
- [62] A.P. Pentland. Local shading analysis. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6(2):170–187, mars 1984.
- [63] E. Prados and O. Faugeras. A rigorous and realistic shape from shading method and some of its applications. Technical Report 5133, INRIA, March 2004.
- [64] M. Saito, Y. Sato, K. Ikeuchi, and H. Kashiwagi. Measurement of surface orientations of transparent objects using polarization in highlight. In *IEEE Conference on Computer* Vision and Pattern Recognition, pages 389–38, 1999.
- [65] U. Sakarya and I. Erkmen. An improved method of photometric stereo using local shape from shading. *Image and Vision Computing*, 21 :941–954, 2003.
- [66] D. Samaras and D. Metaxas. Incorporating illumination constraints in deformable models for shape from shading and light direction estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(2):247–264, February 2003.

- [67] D. Scharstein and R. Szeliski. A taxonomy and evaluation of dense two-frame stereo correspondence algorithms. *International Journal on Computer Vision*, 47:7–42, April-June 2002.
- [68] L. Smolin. Des atomes d'espace et de temps. Pour la sience, (316):46–55, Février 2004.
- [69] B. Taton and J.O Lachaud. Deformable model with non-euclidean metrics. In A. Heyden, G. Sparr, M. Nielsen, and P. Johansen, editors, 7th European Conference on Computer Vision, pages 438–453. Springer Verlag LNCS 2352, may 2002.
- [70] W.F. Taylor. The geometry of computer. Wadsworth and Brooks, 1992.
- [71] P. Tellier and I. Debled-Rennesson. 3d discrete normal vectors. In G. Bertrand, M. Couprie, and L. Perronton, editors, *Discrete Geometrie for Computer Imagerie (DGCI 99)*, volume 1568 of *LNCS*, pages 447–458. Springer, 1999.
- [72] G. Thürmer. Normal computation for discrete surfaces in 3d space. *Eurographics*, 16(3), 1997.
- [73] G. Thürmer. Surfaces in Three-Dimensional. PhD thesis, Bauhaus-Universitat Weimar, 1998.
- [74] G. Thürmer. Smoothing normal on discrete surfaces while preserving slope discontinuities. Computer Graphics Forum, 20(2) :103–114, 2001.
- [75] P.S. Tsai and M. Shah. Shape from shading using linear approximation. Image and Vision Computing Journal, 12(8):487–498, 1994.
- [76] T.Yamada, Hideo Saito, and S.Ozawa. 3d reconstruction of skin surface from image sequence. In *IAPR Workshop on Machine Vision Applications*, November 1998.
- [77] A. Vialard. Chemins Euclidiens :un modéle de représentation des contours discrets. PhD thesis, Université Bordeaux 1 – École doctorale de Mathématique et Informatique, 1996.
- [78] J. Waku. Ondelettes et applications en imagerie et en calcul de surfaces. PhD thesis, TIMC - institut IMAG, 1992.
- [79] J. Waku. Ondelettes et représentation multi-échelles de courbe discrètes. In Colloque Géométrie Discrète en Imagerie, pages 185–200, Septembre 1992.
- [80] R. J. Woodham. Photometric method for determinating surface orientation from multiple images. Optical Engineering, 19:139–144, 1980.
- [81] L. Zhang, B. Curless, A. Hertzmann, and S.M. Seitz. Shape and motion under varying illumination : Unifying structure from motion, photometric stereo, and multi-view stereo. In *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, Oct 2003.
- [82] L. Zhang, B. Curless, and S. M. Seitz. Spacetime stereo : Shape recovery for dynamic scenes. In *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 367–374, June 2003.
- [83] R. Zhang and M. Shah. Iterative shape recovery from multiple images. Image and Vision Computing, pages 801–814, 1997.
- [84] R. Zhang, P. Tsai, J.E. Cryer, and M. Shah. Shape from shading : A survey. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 21(8):690–706, August 1999.
- [85] R. Zhang, P.-S. Tsai, and M. Shah. Shape from photomotion. In Proceedings of the Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '93), pages 740–741. IEEE, Jun.