

THÈSE

PRÉSENTÉE À

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE
DE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

par **Cendrille FERCHAL**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPECIALITÉ : MÉCANIQUE

**MODÉLISATION DES ÉCOULEMENTS
ET DES TRANSFERTS DE MASSE ET DE CHALEUR
DANS LA GROTTÉ DE LASCAUX**

Soutenu le 23 Octobre 2003

Après avis de :

MM.	F. ALLARD, Professeur, LEPTAB, Université de La Rochelle	Rapporteur
	A. MOJTABI, Professeur, IMFT, Université de Toulouse III	Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

MM.	M. AZAIEZ, Professeur, MASTER, Université de Bordeaux I	Président
	P. MALAURENT, Ingénieur d'études, CDGA, Université de Bordeaux I	Rapporteur
	F. ALLARD, Professeur, LEPTAB, Université de La Rochelle	Examineur
	A. MOJTABI, Professeur, IMFT, Université de Toulouse III	Examineur
	J.-P. CALTAGIRONE, Professeur, MASTER, Université de Bordeaux I	Examineur
	J.-M. GENESTE, Conservateur, DRAC Aquitaine	Examineur
	J.-B. RITZ, Ingénieur Chercheur, EDF R&D	Examineur

Remerciements

Ce travail est le résultat d'une collaboration entre différentes entités : le Ministère de la Culture et de la Communication, représenté par la Direction Régionale des Affaires Culturelles d'Aquitaine, EDF R&D, ainsi que le laboratoire MASTER et le CDGA.

La première année de thèse s'est déroulée au sein du laboratoire MASTER, sous la direction de Jean-Paul Caltagirone, les deux années suivantes se sont passées au sein du groupe I82 du département MFTT d'EDF R&D, sous la responsabilité de Jean-Benoît Ritz.

Je remercie tout d'abord Didier Larrauri, ainsi que Bernard Gautier, chefs de groupe successifs à I82, pour avoir porté ce projet au sein d'EDF, et pour leurs décisions toujours constructives durant ces trois ans.

J'adresse mes remerciements à Jean-Paul Caltagirone, professeur au laboratoire MASTER, qui m'a proposé ce sujet original, et qui a dirigé cette thèse.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Jean-Benoît Ritz, ingénieur chercheur à EDF R&D, pour le temps qu'il m'a consacré, pour la patience dont il a fait preuve, et pour son soutien et ses encouragements durant les périodes creuses.

Je remercie vivement Philippe Malaurent, ingénieur d'études au CDGA, pour m'avoir familiarisée avec la grotte de Lascaux et pour m'avoir fait le plaisir de participer à mon jury de thèse. J'associe à ces remerciements Mr Jacques Brunet, chargé de mission au sein du LRMH, pour ses précieux conseils, ainsi que Mr Geneste, conservateur de la grotte de Lascaux, pour m'avoir fait l'honneur de participer au jury de thèse.

Je suis reconnaissante aux professeurs Francis Allard du LEPTAB à La Rochelle, et Abdelkader Mojtabi de l'IMFT à Toulouse, de m'avoir fait l'honneur de rapporter ce travail.

J'adresse mes plus sincères remerciements à Mejdî Azaiez qui a accepté et m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Ces trois années ont été partagées entre le laboratoire et l'entreprise, je ne saurais donc oublier de citer et remercier les nombreuses personnes que j'ai pu côtoyer.

Au laboratoire MASTER tout d'abord, dont je remercie l'ensemble des membres pour leur accueil chaleureux. Je pense tout d'abord aux anciens, notamment Hugues, mon maître yoda, puis Jérôme, Fred, Guiguit, les Stéphane, et enfin Hadjira, ma seule complice féminine... Puis les « collègues de promo » : Boris, mon 1^{er} colloc' de bureau, merci de m'avoir initié à un univers musical que je ne soupçonnais pas. Cédric, merci de ta gentillesse et de ton attention. Claude, toujours si accueillant, et Damien et Pierre (et Bobo, bien sur), surfeurs accomplis, bon courage pour la suite. Bon courage aussi à ceux qui vont soutenir dans peu de temps.

Au sein du département MFTT à EDF, j'appartenais au groupe I82, situé au bâtiment V. Mon colloc' du bureau 203 fut Axel, qui a depuis peu entamé le chemin de la fin de thèse. Je le remercie pour ces deux années de complicité, de discussion, et de partage. Je lui souhaite tout le courage nécessaire pour ces derniers mois, et je sais que sa nouvelle motivation apparue il y a peu l'aidera à atteindre son titre de docteur sereinement. Je remercie également Jean-Luc, pour le temps qu'il m'a consacré, pour sa gentillesse, et son écoute. Un grand merci aussi à Philippe, pour son aide précieuse. Christelle, Laurence, Sabine, merci pour vos encouragements et vos conseils. Merci enfin à l'ensemble des agents du groupe I82 pour leur accueil.

Au sein du département, j'ai pu côtoyer de nombreuses personnes qui tiennent place dans ces remerciements, que leur rôle ait été ou non lié à mon travail. Je remercie Frédéric, pour le temps passé à m'expliquer les entrailles de Code_Saturne, pour ses nombreuses relectures, ainsi que pour son soutien et ses conseils plus qu'importants en cette fin de thèse. Merci à Yvan, et Christophe Peniguel pour leur aide.

Je pense particulièrement à Cécile, qui m'a apporté sans relâche ses encouragements, sa gentillesse, et sa confiance. Notre amitié sincère est née avec cette thèse mais ne terminera pas avec elle, ok ?! Je pense également à Céline en qui j'ai trouvé une amie précieuse. Enfin, je tiens à remercier l'ensemble des jeunes ou moins jeunes embauchés de MFTT, qui m'ont permis de passer deux années dans un cadre plus que chaleureux et convivial.

Quelques personnes extérieures ont compté dans l'aboutissement de ce travail. Tout d'abord les aussoyens, plus particulièrement Greg et Bébair. Et bien sûr FrédE, ma baudette. Ton

amitié et ton soutien m'auront accompagné durant deux ans. Notre complicité, qui aura débuté grâce à nos thèses respectives, aura grandi avec elles et perdurera je l'espère pour nos prochaines étapes de vie.

Je remercie ma mère pour sa présence, et pour m'avoir donné la possibilité d'aller aussi loin, et mon frère pour m'avoir servi de guide tout au long de mes études supérieures. Cédric, Sandrine, merci d'être là. Je dédie enfin ce mémoire à mon père qui aurait sans doute été heureux ce jeudi 23 Octobre.

SOMMAIRE

NOMENCLATURE	1
INTRODUCTION	7
CHAPITRE 1 LA GROTTTE DE LASCAUX	11
1.1 PRÉSENTATION GÉNÉRALE	11
1.1.1 La découverte.....	11
1.1.2 Situation géographique	12
1.1.3 Morphologie.....	13
1.1.4 Géomorphologie du massif géologique	16
1.1.5 Iconographie	16
1.1.5.1 Situation temporelle	16
1.1.5.2 La Salle des Taureaux et le Diverticule Axial	17
1.1.5.3 Le Passage, la Nef, l’Abside	18
1.1.5.4 Le Puits	18
1.2 L’ÉTAT PHYSIQUE DE LA CAVITÉ	19
1.2.1 Historique des altérations et des solutions	19
1.2.1.1 La période pré-fermeture	19
1.2.1.2 La période post-fermeture.....	20
1.2.1.3 Situation actuelle.....	21
1.2.2 L’air de la cavité à partir des observations	21
1.2.2.1 Les mouvements d’air	22
1.2.2.2 Les températures	23

1.2.2.3 Les pressions de vapeur	27
1.3 CONCLUSION ET PROBLÉMATIQUE DE L'ÉTUDE	27
CHAPITRE 2 TRANSFERTS DE CHALEUR ET DE MASSE	31
2.1 ÉTUDE DES PHÉNOMÈNES EN MILIEU POREUX	32
2.1.1 Les transferts de chaleur et de masse	32
2.1.2 Les différentes approches de transferts couplés air/humidité	33
2.1.2.1 L'échelle de représentation du milieu poreux	33
2.1.2.2 Les différents modèles théoriques de transferts en milieu poreux	34
2.1.3 La modélisation des transferts dans le massif géologique	34
2.2 ÉCOULEMENTS D'AIR ET D'HUMIDITÉ DANS LA CAVITÉ	36
2.2.1 Les différentes approches de modélisation 3D	36
2.2.2 Modèle CFD pour la représentation du milieu fluide	38
2.2.3 Modèle hydro-aéraulique	39
2.2.3.1 Le régime d'écoulement	39
2.2.3.2 Le système d'équations	40
2.2.3.3 Conditions aux limites	43
2.2.4 Caractéristiques du fluide	44
2.2.4.1 Rappels d'hydrologie	44
2.2.4.2 Propriétés physiques du fluide	48
2.3 CONCLUSION	51
CHAPITRE 3 APPROCHES NUMÉRIQUES	53
3.1 CODE_SATURNE : LE NOYAU ET L'ENVELOPPE	54
3.2 LE MAILLAGE DE LA GROTTÉ DE LASCAUX	54
3.2.1 Délimitation du domaine d'étude	55
3.2.2 Numérisation de la cavité et création de la C.A.O.	56
3.2.3 Le maillage volumique	59
3.2.3.1 Choix du mailleur	59
3.2.3.2 Choix du volume de contrôle	59
3.2.3.3 Méthodes de maillage	60
3.3 DISCRÉTISATION ET RÉOLUTION DES ÉQUATIONS	65
3.3.1 Discrétisation temporelle	65
3.3.1.1 Équations de Navier-Stokes	66
3.3.1.2 Équation de transport	67
3.3.1.3 Propriétés physiques	68
3.3.2 Discrétisation spatiale	68

3.4	RÉSOLUTION DES SYSTÈMES LINÉAIRES	74
3.5	CONCLUSION	76
CHAPITRE 4 SIMULATIONS DES ÉCOULEMENTS ET DES PHÉNOMÈNES DE TRANSFERT		77
4.1	CONFIGURATION DES CAS D'ÉTUDE	78
4.1.1	Paramètres numériques	78
4.1.2	Critères physiques	79
4.1.3	Traitement des résultats et visualisations.....	79
4.1.3.1	Les sondes	79
4.1.3.2	La visualisation	80
4.2	VALIDATION DES MÉTHODES NUMÉRIQUES	81
4.2.1	Cavité thermique à $Ra=10^9$	81
4.2.2	Fonctionnement du terme de rappel, cas d'étude simple.....	84
4.3	CONFIGURATION DE RÉFÉRENCE : CAVITÉ « FERMÉE"»	86
4.3.1	Description du cadre de l'étude	86
4.3.2	Conditions aux limites et initiales.....	86
4.3.1.2	Conditions aux limites	86
4.3.1.3	Conditions initiales	89
4.3.2	Résultats	90
4.3.2.1	Champs de température.....	91
4.3.2.2	Les écoulements d'air	93
4.3.2.3	Évolution des champs de vapeur.....	96
4.3.3	Conclusion	99
4.4	MISE EN MARCHE DU SYSTÈME DE RÉGULATION DE L' AIR	100
4.4.1	Description du cadre de l'étude	100
4.4.2	Conditions aux limites et initiales.....	100
4.4.2.1	Conditions aux limites	100
4.4.2.2	Conditions initiales	101
4.4.3	Résultats	101
4.4.3.1	Répartition des températures.....	101
4.4.3.2	Perturbation des écoulements par le système de régulation.....	103
4.4.3.3	Evolution des champs de vapeur.....	104
4.4.4	Conclusion	106
4.5	INTRODUCTION D'UN INDIVIDU, RÉGULATION ARTIFICIELLE ARRÊTÉE	107
4.5.1	Cadre de l'étude	107

4.5.2 Conditions aux limites et initiales.....	108
4.5.2.1 Conditions aux limites	108
4.5.2.2 Conditions initiales	108
4.5.3 Résultats.....	108
4.5.3.1 Champ de température	108
4.5.4 Influence de la présence humaine sur les écoulements.....	110
4.5.5 Variations du taux d'humidité relative	112
4.5.6 Conclusion	116
4.6 CONCLUSION DU CHAPITRE	116
CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES	117
ANNEXE A UN MODÈLE NUMÉRIQUE COUPLÉ	121
ANNEXE B DISCRÉTISATION SPATIALE DU TERME DE CONVECTION	127
BIBLIOGRAPHIE	129

NOMENCLATURE

a	: coefficient de diffusivité thermique ($m^2.s$)
c	: fraction massique de vapeur
C_P	: chaleur spécifique ($J.kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$)
D	: coefficient de diffusion moléculaire de la vapeur d'eau dans l'air ($m^2.s^{-1}$)
g	: force de gravité (N)
h_i	: enthalpie du constituant i
h_T	: coefficient d'échange thermique ($W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$)
h_V	: coefficient de transfert de masse ($m.s^{-1}$)
H	: hauteur de référence (m)
\overline{Id}	: matrice identité (.)
\mathbf{J}	: densité de flux de diffusion de vapeur ($kg.m^{-2}$)
k'_i	: perméabilité relative ($m^2.s^{-2}$)
K	: coefficient de perméabilité (m^2)
L_v	: chaleur latente de vaporisation ($J.kg^{-1}$)
m_i	: masse de l'espèce i (kg)
M_i	: masse molaire de l'espèce i ($g.mole^{-1}$)
\mathbf{n}_{ij}	: vecteur normal à la face S_{ij}
P	: pression (Pa)
Pr	: nombre de Prandtl (.)
P_v	: pression de vapeur (Pa)
P_{vsat}	: pression de vapeur saturante (Pa)

\mathbf{q}	: flux de chaleur (W.m^{-1})
r^s	: humidité spécifique (.)
R_i	: constante du gaz parfait i ($\text{W.kg}^{-1}.\text{m}^{-2}$)
\mathfrak{R}	: terme volumique de rappel à la saturation ($\text{kg.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$)
Ra	: nombre de Rayleigh (.)
Ra_c	: nombre de Rayleigh critique (.)
S_{ij}	: surface commune aux mailles I et J (.)
\mathbf{S}_{ij}	: vecteur surface
S_q	: terme source de quantité de mouvement ($\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-2}$)
S_T	: terme source de chaleur (W.m^{-3})
S_v	: terme source de vapeur d'eau ($\text{kg.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$)
t	: temps (s)
T	: température ($^{\circ}\text{C}$)
TH	: taux d'humidité relative (%)
\mathbf{V}	: vecteur vitesse (m.s^{-1})
Vol	: volume (m^3)
Vol^*	: volume massique ($\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$)
Vol^s	: volume spécifique ($\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$)
w	: humidité relative (.)
x_i	: fraction molaire de l'espèce i (.)

Lettres grecques

α	: coefficient de pénalisation
β	: coefficient de dilation thermique (K^{-1})
γ	: taux volumique de vaporisation ($\text{kg.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$)
Δt	: pas de temps (s)
Δx	: pas d'espace (m)
ε	: porosité (.)
φ_v	: flux de vapeur d'eau ($\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$)
λ	: conductivité thermique ($\text{W.m}^{-1}.\text{^{\circ}C}^{-1}$)

μ	: viscosité dynamique ($\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$)
ν	: viscosité cinématique ($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$)
θ_i	: taux de présence du constituant i (.)
ρ	: masse volumique (kg.m^{-3})
ρ_v	: masse volumique de la vapeur d'eau (kg.m^{-3})
ρ_{vsat}	: masse volumique saturante de la vapeur d'eau (kg.m^{-3})
ρ_0	: masse volumique de référence (kg.m^{-3})
$\underline{\tau}$: tenseur des contraintes visqueuses ($\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$)
ω_i	: fraction massique de l'espèce i (.)
Ω_i	: maille de discrétisation (.)

Indices

a	: air sec
c	: capillaire
ij	: relatif à la surface S_{ij}
$init$: état initial
j	: indice de discrétisation de la maille J
l	: liquide
m	: mélange
v	: vapeur d'eau
s	: solide
sat	: relatif à l'état de saturation

Exposants

P	: paroi
M	: point M centre de gravité d'une maille proche paroi
n	: temps de discrétisation

Opérateurs

\mathfrak{I}	: opérateur d'interpolation
\otimes	: produit tensoriel
\cdot	: produit scalaire
$\frac{\partial}{\partial t}$: dérivée partielle par rapport au temps
∇	: opérateur gradient
$\bar{\nabla}$: opérateur divergence
$\bar{\bar{\nabla}}$: tenseur gradient
Σ	: symbole de sommation
\int	: symbole d'intégration
$'$: opérateur de transposition

INTRODUCTION

La conservation des monuments historiques est en France une des activités du Ministère de la Culture, qui a pour mission de contrôler et de gérer les dégradations subies par les monuments classés, tels que sculptures, églises, grottes, bâtiments anciens ou encore vestiges archéologiques. Ce patrimoine historique constitue une part importante de l'héritage culturel légué par les civilisations anciennes, et se doit d'être protégé au mieux pour les générations futures. Un des premiers inspecteurs des monuments historiques, l'écrivain Prosper Mérimée, rêvait au milieu du 19^{ième} siècle de renforcer la protection du patrimoine au nom de l'intérêt public. Cinquante ans après, en 1913, la première loi relative au classement et à la protection des monuments fut votée, permettant ainsi leur protection en vertu de leur intérêt historique, architectural, artistique ou scientifique.

En France, la richesse culturelle est telle que les autorités sont obligées de faire face à des situations diverses : Les processus d'altération dus au vieillissement naturel, à l'environnement climatique, à la pollution ou encore aux micro-organismes, touchent les édifices de toutes les époques et de toutes les régions. Chaque monument doit être traité spécifiquement, en fonction de sa composition, de sa morphologie ou de sa situation géographique. En règle générale, une surveillance rigoureuse permet d'améliorer la connaissance de l'œuvre et de prendre les mesures nécessaires à sa protection, avant l'apparition de dégradations irréversibles. Les intérieurs d'édifices culturels sont ainsi restaurés régulièrement et on procède dans certaines villes à forte pollution au ravalement de façades endommagées, comme celle de la Cathédrale Saint-André, à Bordeaux. En revanche, de nombreux sites classés monuments historiques sont, de part leur originalité, plus difficiles

à surveiller, les retours d'expériences étant rares voire inexistantes. Le diagnostic parfois tardif des altérations compromet l'efficacité des mesures de préservation. C'est dans cette catégorie que se situent les grottes préhistoriques, et plus particulièrement la grotte de Lascaux.

Les grottes ornées tiennent une place importante dans le patrimoine archéologique français, puisqu'on en recense plus de 170, dont nous citons les principales : la grotte Chauvet-Pont d'Arc à Vallon Pont d'Arc (07), la grotte Henri Cosquer à Marseille (13), et la grotte de Lascaux en Dordogne (24). Chaque cavité nécessite une surveillance adaptée à ses propres caractéristiques (ornements, lieu géographique, morphologie...). La grotte de Lascaux est une des grottes les plus prestigieuses en termes de peintures et gravures préhistoriques. Découverte en septembre 1940, elle fut classée monument historique à la fin de cette même année. Sa popularité devint très vite mondiale et elle fut, durant 20 ans, le lieu de destination de plusieurs millions de personnes. Les aménagements effectués à l'intérieur et à l'extérieur du site, et les visites massives peu surveillées, engendrèrent une double menace, par développement de micro organismes et par la déstabilisation environnementale souterraine. Les autorités responsables prirent alors les mesures nécessaires à la préservation des peintures, en commençant par la mise en place d'une Commission d'Etudes Scientifique de Sauvegarde en mars 1963.

Le 17 avril de la même année, la grotte fut définitivement fermée au public par décision du Ministère des Affaires Culturelles, sous la responsabilité d'André Malraux, et sa conservation devint une priorité. Ainsi, depuis 1963, la grotte de Lascaux fait l'objet d'une surveillance accrue, qui révéla les effets du développement d'algues aux parois et les atteintes physico-chimiques du support. Jusqu'à ce jour, de multiples aménagements destinés à freiner les processus de dégradation furent effectués. Un système de conditionnement de l'air souterrain sous l'entrée de la cavité permet de suivre et de contrôler les effets de variation de température et d'humidité sur les parois ornées. Déjà plusieurs fois amélioré, il nécessite aujourd'hui encore une modernisation ajustée aux conditions climatiques actuelles. L'adaptation optimisée de ce système requiert la connaissance et la compréhension des phénomènes aérauliques et hygrothermiques agissant au sein de la cavité. Les autorités responsables ont opté dans ce but pour une étude scientifique numérique, ayant pour but la modélisation des écoulements d'air et des transferts de masse et de chaleur dans la grotte, en interaction avec son environnement géologique. La simulation en trois dimensions apporte

ainsi une meilleure connaissance des phénomènes. Elle permet d'aider au jugement des choix actuels de gestion de la cavité et joue un rôle d'appui aux hypothèses émises, concernant entre autres l'influence d'aménagements aujourd'hui disparus. Son utilité se révèle également dans la simulation de scénarios prédictifs, puisqu'elle permet de connaître par avance les conséquences d'aménagements liés à l'objectif de conservation, ou celles d'un changement de régime du système de régulation.

Malgré des débuts difficiles en matière de conservation, l'amélioration continue des techniques liées à la protection des grottes ornées, et l'arrivée de nouveaux outils prometteurs tels que la simulation 3D, permettent d'envisager le devenir de ces vestiges préhistoriques avec optimisme. En revanche, la question de l'ouverture aux visites reste un sujet délicat, non encore résolu, et dont une alternative réussie consiste en la création de fac-similés, comme Lascaux II.

Avec la découverte régulière de grottes nouvelles, et la priorité rendue à la conservation, le patrimoine culturel français en matière de grottes préhistoriques restera encore longtemps l'un des plus prestigieux au monde.

CHAPITRE 1

LA GROTTTE DE LASCAUX

L'étude des phénomènes hygrothermiques et aérauliques dans la grotte de Lascaux passe tout d'abord par une connaissance approfondie du site. La première partie de ce chapitre est consacrée à la présentation de la cavité sous différents aspects : historique et géographique pour situer le cadre de l'étude, géologique avec la description du massif rocheux environnant, et archéologique afin de situer ses décors pariétaux qui en font l'une des plus belles grottes ornées du monde. En seconde partie, nous nous intéresserons à l'état physique du site, ainsi qu'aux nombreuses agressions qu'il a subi depuis sa découverte, et qui ont provoqué l'altération des peintures et conduit à la fermeture au public. Enfin, nous établirons dans la conclusion le cadre de l'étude ainsi que les différents objectifs liés à une meilleure compréhension des phénomènes physiques et à la volonté de conservation des peintures préhistoriques.

1.1 Présentation générale

1.1.1 La découverte

La grotte de Lascaux fut découverte le 12 Septembre 1940 par quatre adolescents : Marcel Ravidat, Jacques Marsal, Georges Agnel et Simon Coencas. En pénétrant dans un trou provoqué par le déracinement d'un arbre ils entrèrent alors sans le savoir dans l'une des plus prestigieuses découvertes archéologiques du XX^{ième} siècle [Leroi-Gourhan 79]. L'instituteur

de Montignac, averti de cette découverte, alerta aussitôt l'abbé Breuil, professeur au Collège de France et passionné de préhistoire. Celui-ci vint sur place et fit une étude minutieuse de la cavité qu'il baptisa immédiatement « la Chapelle Sixtine du Périgordien ».



figure 1 : l'abbé Breuil avec les inventeurs devant l'entrée naturelle [Leroi-Gourhan 79].

1.1.2 Situation géographique

La grotte de Lascaux est située sur la commune de Montignac en Dordogne, près de Périgueux. La façade ouest du Massif Central, ainsi que le versant septentrional de la chaîne pyrénéenne offrent la particularité de posséder l'une des plus importantes concentrations en grottes ornées paléolithiques d'Europe puisqu'on y compte plus de cent trente sanctuaires.



figure 2 : localisation de la grotte de Lascaux.

1.1.3 Morphologie

Lascaux est une cavité naturelle de type descendant dont l'entrée se situe dans la partie haute d'une colline calcaire. Elle fait partie du réseau supérieur fossile d'un karst en grande partie comblé d'un remplissage argilo-sableux. Le développement total de cette cavité n'excède pas 250 m, pour un dénivelé d'une trentaine de mètres environ. Depuis la découverte de nombreux aménagements furent réalisés et l'entrée fut totalement reconstruite afin d'en faciliter l'accès [Leroi-Gourhan 79]. Les figures suivantes montrent une partie des évolutions géométriques (figure 3, figure 4) [site web conservation].



figure 3 : coupe au niveau de l'entrée de la cavité, lors de la découverte.



figure 4 : coupe au niveau de l'entrée de la cavité après aménagements.

La cavité se compose d'une partie axiale, longue d'environ 60m, comportant la Salle des Taureaux et le Diverticule Axial, et d'une partie latérale d'environ 110m de long, formée par le Passage, la Nef, l'Abside qui permet d'accéder au Puits et à son réseau, et enfin la Galerie Mondmilch, le Cabinet des Félines et le Puits Sud. Du côté de l'entrée se trouve la Salle des Machines et les sas I et II ; le sas I est compartimenté en trois parties. Ces zones successives sont de tailles sensiblement différentes. La hauteur de la Salle des Taureaux atteint 5 m par endroits, et son diamètre maximal est de 6 m. A l'inverse, le Passage, et plus loin la Galerie Mondmilch ont des sections très étroites, qui permettent à peine le passage d'un homme. Les surfaces de paroi et de sol, et les volumes de chaque salle donnent l'illustration de cette inhomogénéité. Plusieurs auteurs se sont attachés à donner les dimensions de la cavité. Leurs résultats diffèrent légèrement, nous proposons ici ceux de Claude Bassier [Bassier 66], qui indique une surface totale de $3543 \text{ m}^2 \pm 13$ pour un volume de $2129 \text{ m}^3 \pm 20$.

Salle	Surface paroi (m ²)	Surface sol (m ²)	Volume (m ³)
Salle des Taureaux	506,01	74,60	403,96 ± 1
Diverticule Axial	232,31	23,55	111,30 ± 1
Abside	120,48	46,80	111,00 ± 1
Nef	187,04	32,00	209,53 ± 1
Puits Ouest	209,90	9,80	153,29 ± 1

tableau 5 : dimensions de la grotte selon C. Bassier.

Le sol de la cavité suit une inclinaison plus ou moins prononcée selon les galeries. Là aussi plusieurs mesures ont été effectuées, avec des différences de cotes de l'ordre de quelques centimètres. Dans le tableau suivant sont représentés par exemple les relevés des Ponts et Chaussées de la Dordogne (1960).

Ponts et Chaussées	Endroit de mesure
100 (référence choisie)	Niveau du sol, haut porte escalier entrée
-2,36	Seuil porte de bronze
-5,47	Seuil 2 ^{ème} porte
-8,67	Seuil 3 ^{ème} porte
-9,95	Seuil entrée Diverticule Axial
-12,23	Extrémité du Diverticule Axial
-11,83	Extrémité du Passage
-18,18	Nef
-11,78	Puits (haut de l'échelle)
-15,40	Puits (bas de l'échelle)

tableau 6 : relevés des cotes.

Nous avons choisi comme plan de référence le plan effectué par Claude Bassier (1966), figure 7, dans [Leroi-Gourhan 79].

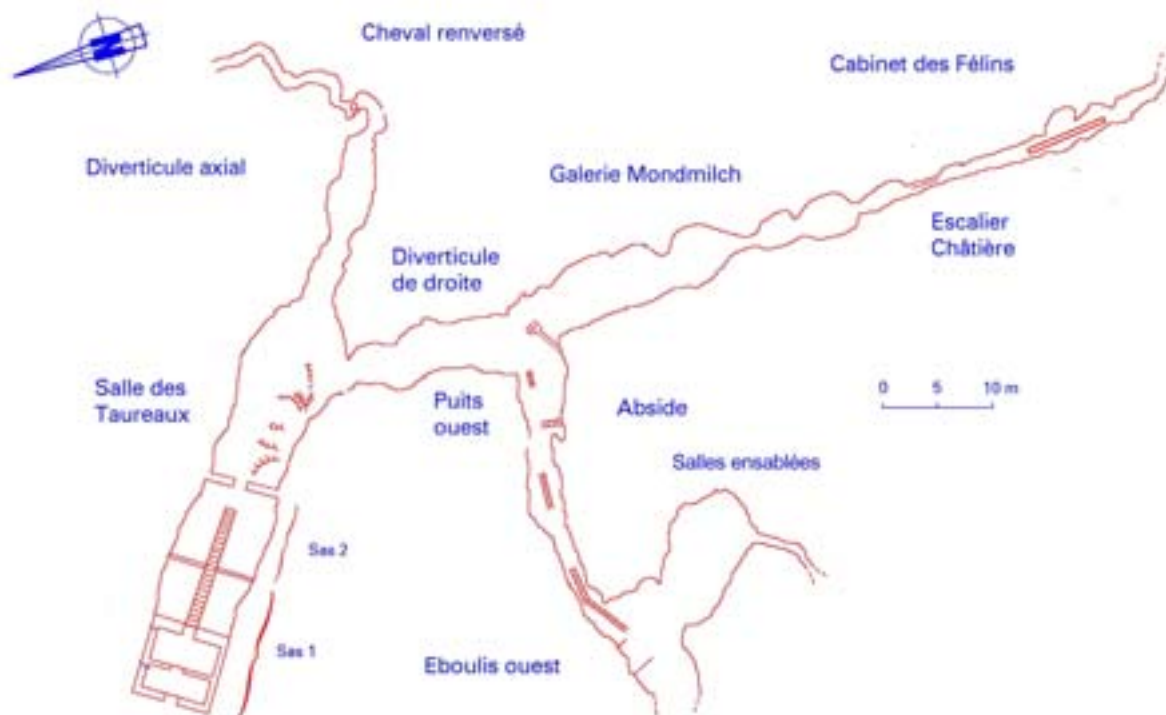


figure 7 : plan de la cavité selon C. Bassier.

1.1.4 Géomorphologie du massif géologique

Le cadre géologique a été défini par le professeur H. Schoëller [Schoëller 72], dont nous résumons ci après les observations. A l'intérieur de la cavité, l'analyse géologique pariétale n'est possible que dans les parties non concrétionnées, ou à la faveur de décollements de plaques ou écailles rocheuses. La synthèse de toutes les zones d'affleurement rocheux a permis de distinguer un empilement régulier de bancs sub-horizontaux d'épaisseur variable (1 ou 2 m), séparés les uns des autres par des joints millimétriques localement évidés.

Les faits essentiels à retenir sont les suivants : le niveau supérieur qui constitue le toit du porche d'accès au Sas I est très fissuré et diaclasé. La base de cet horizon repose sur un banc étanche compact de 10 à 15 cm d'épaisseur et localement micro-fissuré. Il affleure au toit du sas II et se prolonge partout ailleurs au-dessus de la voûte de la cavité. En dessous, la succession des couches est homogène. Cela se traduit, dans la Salle des Taureaux par exemple, par l'allongement à l'horizontale d'arêtes rocheuses finement ondulées et sub-parallèles. Les parois sont tantôt polies et de teinte jaune à marron, tantôt recouvertes d'un dépôt concrétionné calcique blanc et rugueux. La tranche inférieure des parois est couverte par une croûte ferrugineuse hétérogène et à dominante rougeâtre à brune.

1.1.5 Iconographie

La surface décorée, avec plus de 1500 tracés préhistoriques, représente environ 250 m² de paroi : 54 m² pour la Salle des Taureaux, 100 m² pour le Diverticule Axial, 120 m² pour le Passage, la Nef, et l'Abside, 10 m² pour le Cabinet des Félin et enfin quelques mètres carrés pour le Puits du Sorcier.

1.1.5.1 Situation temporelle

Les recherches menées au cours de ces dernières décennies ont permis de situer chronologiquement l'iconographie de Lascaux au début du Magdalénien, soit 17 000 ans avant le présent [Leroi-Gourhan 79]. Les techniques de datation sont diverses : analyse des thèmes abordés dans les peintures et les roches, études polliniques, datation au carbone 14...

1.1.5.2 La Salle des Taureaux et le Diverticule Axial

Les motifs préhistoriques de la Salle des Taureaux sont parmi les plus imposants de l'art paléolithique. Trois groupes d'animaux, chevaux, taureaux et cerfs, composent cette vaste fresque continue sur une vingtaine de mètres de paroi. Ces thèmes se retrouvent de manière récurrente dans les différents espaces souterrains du site [Delluc 84].



*figure 8 : la licorne**



*figure 9 : petits cerfs**

Les figures du Diverticule Axial sont situées sur la partie supérieure des parois. L'iconographie s'articule autour des thèmes classiques du bestiaire préhistorique: aurochs, chevaux, bouquetins, avec un rappel du cerf, à l'entrée de cette galerie, et au fond, du bison.



*figure 10 : cheval chinois**



*figure 11 : affrontement de bouquetins**

Les ornements de la Salle des Taureaux et du Diverticule Axial sont dans un très bon état de conservation. Certains panneaux décorés ont été peints sur un dépôt de calcite blanche, d'épaisseur millimétrique, recouvrant le calcaire de teinte ocre dans lequel la grotte est

* Source : Ministère de la Culture et de la Communication.

creusée ; cette calcite donne aux couleurs un éclat et une vivacité unique. Le pigment a été déposé sur un premier niveau calcaire concrétionné qui couvre la roche, puis ponctuellement il a pu être recouvert par une mince couche de calcite transparente formée par exsudation d'eau de la roche à travers le pigment, ou par faible ruissellement d'eau riche en bicarbonate de calcium. Ce mince dépôt a ainsi joué un rôle protecteur des surfaces picturales.

1.1.5.3 Le Passage, la Nef, l'Abside

Dans la partie latérale la roche très tendre est pratiquement sans concrétion, à nu. Elle a pourtant partout été peinte et gravée comme en témoignent les multiples traces de pigments conservés au fond des fissures qui accidentent la surface du Passage. Au cours du temps la roche est devenue pulvérulente et s'est altérée. Les peintures et les gravures qui la recouvraient ont disparu avec les supports qui se désagrégeaient, ou ont été affectées par la dépigmentation. Toujours dans cette partie latérale, Henri Breuil décrit dans les années 1950 « des peintures toutes déteintes mais lisibles par la gravure et couvrant les surfaces accessibles de l'Abside et de la Nef » [Leroi-Gourhan 79].



figure 12 : la grande vache noire.*

1.1.5.4 Le Puits

Au fond de l'Abside, une trappe ferme l'accès au Puits situé à un niveau inférieur. Les peintures y sont peu nombreuses, mais originales par leur potentiel narratif. La scène, constituée d'un homme, d'un bison et d'un rhinocéros qui semblent raconter une histoire de chasse [voir Delluc 84].

* Source : Ministère de la Culture et de la Communication.



figure 13 : l'homme, le bison et la tête d'oiseau.*

1.2 L'état physique de la cavité

1.2.1 Historique des altérations et des solutions

Depuis la découverte de la grotte, deux phases principales concernant la conservation de ce bien culturel se sont succédées : la première, de 1947 à 1963, a été dominée par la volonté d'adapter la cavité aux visites massives. La seconde, de 1963 à nos jours, est caractérisée par l'approche scientifique des problèmes, la conservation de ce monument historique étant devenue prioritaire.

1.2.1.1 La période pré-fermeture

Les travaux d'aménagement, engagés à Lascaux peu après la Seconde Guerre Mondiale facilitèrent l'accès à ce site. On procéda alors à un agrandissement notable de l'entrée et à un abaissement des sols pour faciliter la circulation du flot continu de touristes (près de 1200 personnes par jour). Une installation électrique fut mise en place, et des Sas servant de tampons furent aménagés entre l'entrée artificielle et la Salle des Taureaux. Mais en 1955, les premiers indices de dégradation des peintures apparurent. Une étude approfondie mit en cause l'excès de gaz carbonique contenu dans l'air, phénomène attribué alors à la respiration des visiteurs. Ce gaz provoquait une acidification de la vapeur d'eau expirée, qui, en se condensant sur les parois, corrodait le support rocheux ainsi que la calcite.

Un système de contrôle de la production de gaz carbonique fut mis en place en 1958. Toutefois, quelques années plus tard, on vit se développer rapidement des taches vertes sur les

parois, c'est l'apparition de la « maladie verte ». Les divers aménagements effectués dans la cavité ont nécessité d'importants travaux qui ont favorisé l'introduction de terres, de boues souillées, de micro-organismes... La machine précédemment citée, destinée au conditionnement de l'air par dépoussiérage, élimination du gaz carbonique et de la vapeur d'eau, générait des courants d'air et favorisait la dissémination et l'ensemencement d'innombrables germes sur les parois. Ces micro-organismes trouvaient alors un lieu de vie idéal grâce aux éclairages d'ambiance et à la vapeur d'eau amenée par les visiteurs...

A la suite de ces nombreuses observations d'altération des peintures rupestres, le 20 avril 1963, sous la direction d'André Malraux, le ministère des Affaires Culturelles fit fermer la grotte au public. Les recherches suivantes (1963 à 1972) allaient démontrer que l'exploitation intensive du site était bien la cause essentielle de ces dégradations.

Les autorités responsables songèrent à la réalisation d'une copie grandeur nature de ce sanctuaire paléolithique. En mars 1980, la maîtrise de l'ouvrage était confiée à la Régie Départementale du Tourisme de la Dordogne qui décida de la reproduction des deux secteurs les plus représentatifs du site, la Salle des Taureaux et le Diverticule Axial. Ce fac-similé permet ainsi à nouveau aux visiteurs du monde entier de découvrir les peintures rupestres de Lascaux, et ce malgré la fermeture du site d'origine.

1.2.1.2 La période post-fermeture

Au cours des deux années qui ont suivi la fermeture de la grotte, différents phénomènes, nouveaux, ou déjà connus, ont été observés sur les parois calcaires : parmi ceux-ci, citons la corrosion, résultat de l'attaque de la couche de calcite servant de support aux peintures en certains endroits, et les précipitations de calcite en d'autres lieux. Les scientifiques se sont interrogés sur le rôle éventuel des aménagements successifs sur les parois de la cavité. La paroi est en effet le lieu privilégié d'échanges de chaleur et d'humidité entre le support et l'atmosphère souterraine. Le suivi scientifique du comportement hygrothermique a mis en évidence la possibilité de condensation de la vapeur d'eau de l'air souterrain sur le support pariétal durant 6 mois par an environ, au niveau des parois décorées et en particulier dans la Salle des Taureaux. Les perturbations thermiques ont été facilitées par les modifications dues aux travaux d'aménagement. Elles peuvent se traduire par des variations de température à la surface de la roche comme de l'air qui ont pour conséquence directe le déclenchement des

processus d'évaporation et de condensation. L'eau de condensation est fortement agressive et la présence du gaz carbonique dissous accentue ce phénomène. Le carbonate de calcium de la paroi est ainsi attaqué. L'eau de suintement infiltrée par les fissures de la roche peut, inversement, déposer la calcite qu'elle contient sous forme dissoute lorsque la pression partielle de CO_2 est plus forte que celle de l'atmosphère souterraine. Ces phénomènes engendrent l'altération progressive des parois par érosion ou par apport de matière faisant disparaître à plus ou moins long terme le décor.

Ces observations ont donc démontré la nécessité d'éviter l'instauration de conditions favorables aux corrosions et aux cristallisations. Le but était donc de maintenir les paramètres (température, humidité) de l'air de la grotte aussi près que possible des valeurs assurant un équilibre, en évitant la condensation et les apports de gaz carbonique qui risquent de provoquer des corrosions. Un système de régulation du climat souterrain a donc été mis au point, afin de minimiser les écarts entre la pression partielle de vapeur d'eau dans l'air et la pression partielle de vapeur d'eau équilibrante de la roche, et ainsi de réduire les risques de condensation. Le retrait de l'excès d'humidité ambiante facilite alors la stabilité des parois. Le conditionnement de l'air est assuré pendant plus de 6 mois de l'année (débutant en général en mai), les autres mois, moins sensibles, étant laissés en régime naturel.

1.2.1.3 Situation actuelle

Depuis la fermeture au public, une surveillance quotidienne, notamment des parois et des figures pariétales, est assurée sur le site. Le protocole de suivi des conditions de conservation est le fait du Laboratoire de Recherche des Monuments Historiques (L.R.M.H.). La Direction Régionale des Affaires Culturelles d'Aquitaine a mis en place un système informatisé enregistrant par télémessure les moindres variations de température, d'hygrométrie et de pression partielle du gaz carbonique dans la cavité, depuis 1996.

1.2.2 L'air de la cavité à partir des observations

Les différentes mesures et leurs variations au cours du temps, et les expériences effectuées sur le site ont permis l'analyse thermique, hydrique et aéraulique de l'air de la grotte.

1.2.2.1 Les mouvements d'air

L'air circule à faible vitesse dans la cavité, de l'ordre de quelques dizaines de centimètres par seconde dans les glissières, et ces mouvements sont d'origine convective pour la plupart.

La direction de ces mouvements a été mise en évidence en 1966 par la confection, la pose et l'observation de flotteurs en polystyrène expansé munis d'une voile en croix, fixés sur des bouchons en liège se déplaçant sur un bac à demi rempli d'eau [Malaurent 03]. Sous l'action du courant d'air le flotteur se déplace d'un bord à l'autre du bidon. Un petit fil métallique tendu le long des bords évite au flotteur de rester collé sur les parois par la tension superficielle de l'eau. Il suffit alors de relever à intervalles réguliers la position des flotteurs pour obtenir la direction locale du courant d'air. Une centaine de ces indicateurs a été posée dans la grotte sur des potences métalliques dans des plans constituant des sections droites de la grotte. Ces flotteurs très sensibles étant perturbés par la colonne d'air chaud dégagée par l'observateur, il fallait donc se placer à une distance d'au moins 5 m. La perturbation disparaissait alors au bout de 10 minutes.

La vitesse des courants d'air a été évaluée par le lâché de ballons gonflés à l'hélium et lestés. Les vitesses ainsi mesurées variaient de 5 à 20 $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ dans la Salle des Taureaux. Quelques essais ont été effectués avec des duvets attachés à des fils. Les résultats semblent moins clairs que ceux obtenus avec les ballons pour les déplacements d'air aux voûtes, mais peuvent être interprétés pour les déplacements au sol. La méthode des petits ballons gonflés à l'hélium et convenablement lestés est d'une application délicate à Lascaux où les mouvements sont faibles et où la colonne d'air chaud produite par l'observateur perturbe fortement la mesure. D'autres expériences montrèrent des vitesses comprises entre 0,1 et 1 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

L'ensemble des observations a permis de compartimenter la cavité en deux systèmes relativement indépendants du point de vue aéraulique : la Salle des Taureaux et le Diverticule Axial pour le système 1, et le Puits, l'Abside, la Nef et la Galerie Mondmilch pour le système II. Ils sont reliés par le Passage où peu d'écoulements d'air ont été notés. Notons que le cadre de ces expériences reste assez flou, certaines données pouvant influencer fortement les résultats n'étant pas précisées, comme par exemple l'ouverture ou non de la margelle du Puits.

Un calcul rapide permet de vérifier l'ordre de grandeur des vitesses : si l'on considère une cavité de l'ordre de 5 mètres de côté, soumise à un gradient de température de 1°C, l'échelle du phénomène de convection naturelle peut être traduite par l'effet gravitaire, avec ρ et V la masse volumique et la vitesse de l'air, g le terme de gravité, et H une hauteur caractéristique de la cavité :

$$\frac{1}{2} \rho V^2 \approx \delta \rho g H \quad (1.1)$$

$g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$, $H \approx 5 \text{ m}$, $(\delta \rho / \rho) \approx (\delta T / T)$, $T \approx 285 \text{ K}$, $\delta T \approx 1 \text{ K}$, d'où $V = 0,6 \text{ m.s}^{-1}$.

Mouvements d'air dus aux effets de pression : les mouvements d'air peuvent également être engendrés par une variation de pression atmosphérique relativement rapide. Par exemple pour un volume de la cavité de 30000 m³ (volume total comprenant l'ensemble des ramifications non pénétrables) et pour une variation de la pression atmosphérique de 2% en 24 heures, la différence de volume de l'air de la cavité est de 600m³. En prenant l'hypothèse que tout l'air concerné passe par une section de galerie de 10m², la vitesse serait inférieure à 1 mm.s⁻¹, valeur négligeable devant les mouvements de convection [Malaurent 03].

Les observations menées durant les mois de mise en service du système de régulation permettent aujourd'hui de connaître la forme des écoulements lorsqu'ils sont soumis à la machinerie. L'air circule alors le long de la voûte de la Salle des Taureaux vers la Salle des Machines, à la faveur d'ouvertures créées en positions hautes dans les murs de séparation. Cette circulation assure le refroidissement de l'air et la perte d'un excès d'humidité au contact des batteries, points froids du système de régulation. L'air ainsi refroidi, moins chargé en humidité absolue et donc plus lourd, retourne dans le réseau par des ouvertures prévues dans le bas des murs de la salle des machines et de la Salle des Taureaux.

1.2.2.2 Les températures

La température des parois est déterminée par le flux de chaleur à travers le massif rocheux, par les échanges entre l'air et la paroi, par les phénomènes d'évaporation et de condensation qui nécessitent ou dégagent de l'énergie, et par l'apport d'énergie dû aux visiteurs et aux éclairages.

Le matériel de mesures

De 1964 à 1996 l'ensemble des mesures de température a été réalisé par un relevé quotidien à 8h du matin, avant les perturbations pouvant être créées durant la journée (visites exceptionnelles, travaux...). Ces relevés étaient effectués par un des co-inventeurs de la grotte, J. Marsal, sur des thermomètres au mercure, précis à $1/10^{\text{ième}}$ pour l'air et $1/20^{\text{ième}}$ pour la roche, et calés par comparaison à un thermomètre servant de référence et gradué au centième de degré près. Depuis 1990, les relevés, moins nombreux, ont été assurés par le gardien actuel de la cavité. Le mercure étant par la suite devenu interdit, le Conservateur de la grotte fit remplacer en 1996 le réseau des thermomètres au mercure par des sondes électroniques, évitant ainsi les présences prolongées dans la cavité.

Les champs de température

La température de l'air de la cavité est pratiquement en équilibre avec celle de la roche tout au long de l'année (12°C environ). Autour de cette moyenne elle subit une variation périodique à peu près sinusoïdale d'amplitude $0,5^{\circ}\text{C}$, et de période annuelle correspondant à l'onde thermique provenant de la surface. Cette onde se propage en s'atténuant à travers les couches géologiques constituant le sous-sol, et atteint les différents points de la cavité avec une intensité et un retard différent suivant leur profondeur.

Le déphasage apparent entre le maximum de température du Sas I et le fond du Puits du Sorcier est de plus de un an, avec la paroi droite de la Salle des Taureaux plus de 6 mois, avec la voûte du Diverticule Axial de 7 mois et 8 mois pour le fond de ce même diverticule [Malaurent 03]. Les amplitudes de température de roche sont de $0,3^{\circ}\text{C}$ pour la paroi droite de la Salle des Taureaux, $0,25^{\circ}\text{C}$ pour la voûte du Diverticule Axial, $0,15^{\circ}\text{C}$ pour le fond du Puits du Sorcier et $0,1^{\circ}\text{C}$ pour le fond du Diverticule Axial.

En règle générale, les tendances s'inversent suivant les saisons : en période hivernale, l'entrée de la cavité subit l'influence du climat extérieur, et l'air y est donc plus froid qu'en profondeur. A l'inverse en été, l'air situé dans les parties supérieures est en général plus chaud qu'au fond du Diverticule de Droite par exemple.

Le tableau suivant (tableau 14) représente une partie d'un fichier de relevés journaliers de températures. Les valeurs sont indiquées en degrés Celsius. Ce fichier date de la période où les relevés étaient encore faits manuellement, ce qui explique notamment l'absence de valeurs

durant les week-end. La signification des noms de sondes est fournie tableau 15, le R et le A correspondant respectivement à des sondes situées dans la roche et dans l'air en proche paroi.

	1 ^{oer} SAS		SALLE DES TAUREAUX							TGA	TGR	DIV. AXIAL			NEF CEA
	C1R	C2A	TVA	TVR+	TVR-	TDA	TDR	GOA	GOR			DVA	DVR	DFR	
01/01/1984															
02/01/1984															
03/01/1984	7,70	9,30				12,08	12,03	12,01	12,03	12,11	12,09	12,01	11,99	11,90	12,02
04/01/1984	7,65	9,30				12,08	12,03	12,01	12,03	12,10	12,09	12,01	11,99	11,90	12,02
05/01/1984	7,50	9,30				12,09	12,03	12,02	12,04	12,13	12,09	12,01	11,99	11,90	12,02
06/01/1984	7,55	9,30	12,10	12,19	12,19	12,09	12,03	12,02	12,04	12,13	12,10	12,01	11,99	11,90	12,04
07/01/1984															
08/01/1984															
09/01/1984	7,50	9,20				12,09	12,03	12,02	12,04	12,13	12,10	12,01	11,99	11,90	12,02
10/01/1984	7,35	9,15				12,09	12,04	12,04	12,05	12,14	12,10	12,01	11,99	11,90	12,03
11/01/1984	7,15	9,10				12,09	12,04	12,04	12,05	12,12	12,10	12,01	12,00	11,90	12,03
12/01/1984	7,05	9,05				12,07	12,04	12,03	12,05	12,13	12,10	12,01	12,00	11,90	12,03
13/01/1984		9,00	12,10	12,20	12,20	12,06	12,04	12,03	12,05	12,14	12,10	12,01	12,00	11,90	12,04
14/01/1984															
15/01/1984															
16/01/1984	7,30	8,60				12,06	12,04	12,04	12,05	12,10	12,10	12,01	12,00	11,90	12,03
17/01/1984	7,35	8,90				12,06	12,04	12,04	12,05	12,12	12,10	12,01	12,00	11,90	12,03
18/01/1984	7,40	8,90				12,07	12,04	12,03	12,05	12,14	12,10	12,01	12,01	11,90	12,03
19/01/1984	7,45	8,90				12,07	12,04	12,03	12,05	12,10	12,10	12,01	12,01	11,90	12,03
20/01/1984	7,35	8,80	12,11	12,21	12,21	12,07	12,05	12,03	12,05	12,08	12,10	12,04	12,01	11,90	12,05
21/01/1984															
22/01/1984															
23/01/1984	7,50	8,80				12,04	12,05	12,00	12,03	12,10	12,10	12,01	12,01	11,90	12,03
24/01/1984	7,85	8,85				12,03	12,05	11,98	12,02	12,08	12,10	12,01	12,01	11,90	12,03
25/01/1984	7,80	8,90				12,03	12,05	11,98	12,02	12,07	12,10	12,01	12,01	11,90	12,03
26/01/1984	7,75	8,90				12,03	12,05	11,97	12,02	12,09	12,10	12,01	12,01	11,90	12,03
27/01/1984	7,70	8,92	12,04	12,18	12,18	12,03	12,06	11,97	12,02	12,08	12,10	12,00	12,01	11,91	12,03
28/01/1984															
29/01/1984															
30/01/1984	7,80	8,90				12,04	12,06	12,00	12,02	12,10	12,10	11,99	12,02	11,91	12,03
31/01/1984	7,75	8,95				12,04	12,06	12,00	12,02	12,06	12,10	12,00	12,02	11,91	12,03

tableau 14 : exemple de fichier de relevés journaliers de température [Malaurent 03].

1.2 L'état physique de la cavité

Intitulés	Abréviations	Années disponibles
temp. moyenne de surface	TSA	1965-1968;1971
temp. extérieure minimum.	TMI	1968-1997
temp. extérieure maximum.	TMA	1969-1997
1 ^{er} SAS compt 1 temp. Air/Roche	C1A/C1R	1965-1966/1965-1997
1 ^{er} SAS compt 2 à gauche temp. Air/Roche	C2A/C2R	1966-1997/1965-1985
1 ^{er} SAS compt 3 en haut et à gauche temp. Air/Roche	C3A/C3R	1965-1966/1968- 1987
1 ^{er} SAS compt 3 en voûte basse gauche temp. Air/Roche	VGA/VGR	1966-1972/1966-1997
1 ^{er} SAS compt 3 en voûte basse droite temp. Air/Roche	VDA/VDR	1965-1966
Salles des machines paroi gauche temp. Air/Roche	SPA/SPR	1965-1997
Salles des machines voûte gauche temp. Roche	SVR	1968-1997
Mur salle des machines haut gauche/droit temp. Air	MHG/MHD	1966-1997/1965-1968
Mur salle des machines bas gauche/droite temp. Air	MBG/MBD	1966-1972
2 ^{ème} SAS voûte gauche temp. Roche	SGV	1965-1975
2 ^{ème} SAS en bas à gauche temp. Roche	SGB	1966-1975
2 ^{ème} SAS paroi droite temp. Air/Roche	S2A/S2R	1965-1987/1965-1997
2 ^{ème} SAS au milieu à gauche temp. Roche	SGM	1965-1966
Mur salle des taureaux glissière haute à gauche temp. Air	SHG	1965-1997
Mur salle des taureaux glissières basses à droite temp. Air	SBD	1965-1997
Mur salle des taureaux au sol à gauche temp. Air	SBG	1966-1997
Salle des taureaux à la voûte droite temp. Air	TVA	1962-1963;1965-1997
Salle des taureaux à la voûte droite temp. Roche	TVR+/TVR-	1965-1997
Salle des taureaux paroi droite temp. Air/Roche	TDA/TDR	1965-1997/1966-1997
Salle des taureaux au sol (gours) temp. Air/Roche	GOA/GOR	1965-1997
Salle des taureaux paroi gauche temp. Air/Roche	TGA/TGR	1966-1997
Salle des taureaux glissières à la voûte temp. Roche	MVR	1965-1975
Diverticule axial à la voûte (rétrécissement) temp. Air/Roche	DVA/DVR	1965-1997
Diverticule axial à la voûte au fond temp. Air/Roche	DFA/DFR	1965-1975
Nef frise des cerfs temp. Air/Roche	CEA/CER	1965-1997
Nef bisons adossés temp. Air/Roche	BSA/BSR	1965-1997
Puits à la margelle temp. Air	PMA	1965-1976;1981-1982
Puits à la margelle temp. Roche	PMR	1965-1997
Puits au fond temp. Air/Roche	PFA/PFR	1965-1988
Salles Ensablées après escalier haut-Eboulis Air/Roche	EEA/EER	1965-1987
Salles Ensablées escalier Voûte Air/Roche	EVA/EVR	1965-1972
Salles Ensablées escalier Sol Air/Roche	ESA/ESR	1965-1966
Salles Ensablées plus haut Air	EPA	1965
Salles ensablées grande salle voûte Roche	SEVR	1969-1972;1974
Salles ensablées boyau fond Roche	SEBBR	1969-1970;1974
Cabinet des félins paroi droite temp. Air/Roche	FEA/FER	1965-1968

tableau 15 : désignation des points de mesures.

1.2.2.3 Les pressions de vapeur

L'humidité des parois est régie par les infiltrations d'eau variables en espace et en temps, et par les phénomènes d'évaporation et de condensation. L'air de la cavité est pratiquement saturé en eau, puisque son taux d'humidité relative varie entre 98 et 100 % [Malaurent 03].

Les échanges hydriques entre l'air et la roche humide dépendent de la différence entre la pression de vapeur d'eau dans l'air à proximité de la paroi P_v , et la pression de vapeur saturante à la paroi P_{vsat} (pression de vapeur maximale calculée pour la température de surface humide).

$$\begin{aligned} P_v - P_{vsat} > 0 &\Rightarrow \text{condensation} \\ P_v - P_{vsat} < 0 &\Rightarrow \text{évaporation} \end{aligned}$$

Dans la cavité, les valeurs de P_v et P_{vsat} sont très proches, ainsi une variation légère de température entraîne une inversion des échanges à la paroi.

Les mesures ont été faites à l'aide d'un psychromètre fabriqué sur mesure. Les différents points de mesure sont les suivants : voûte de la Salle des Machines, sol de la Salle des Machines, sol de la Salle des Taureaux, voûte du Diverticule Axial, Nef au droit des cerfs, et Puits.

Après plusieurs années de relevés, l'analyse des mesures permet les conclusions suivantes : grâce à l'action de la machinerie, dans la Salle des Taureaux et le Diverticule Axial, le phénomène de condensation n'apparaît plus que faiblement. Cependant des risques persistent dans le reste de la cavité tout au long de l'année. Le système de régulation doit être configuré de façon à ne pas inverser brutalement les phénomènes : il faut éviter d'assécher trop rapidement les parois humides (car cela entraînerait la formation d'un voile de calcite sur les peintures préhistoriques), et empêcher la condensation de l'eau contenue dans l'air, puisque le CO^2 qu'elle contient a tendance à corroder les parois.

1.3 Conclusion et problématique de l'étude

Ce premier chapitre a été consacré à la présentation de la grotte de Lascaux sous de nombreux aspects, historiques, physiques ou culturels. Chaque tranche d'histoire de la cavité,

chaque événement joue en effet un rôle dans l'évolution de sa morphologie, et de son état physique. La grotte a subi depuis sa découverte un nombre particulièrement important de modifications et de perturbations d'origines diverses. Les décisions successives concernant tout d'abord les visites, puis la conservation, firent de ce site un lieu d'étude unique, servant parfois d'exemple pour les autres cavités telles que la grotte Chauvet-Pont d'Arc en Ardèche, ou Altamira, en Espagne.

Aujourd'hui, la nécessité de conservation de ce monument historique est devenue une priorité pour les autorités responsables du site. Le risque d'altération des peintures et des gravures par les trop nombreuses visites du site a été ralenti une première fois par la fermeture au public. Mais aujourd'hui, plusieurs facteurs empêchent le retour à un équilibre hygrothermique stable au sein de la cavité : citons par exemple la modification morphologique de la cavité par les multiples aménagements et constructions artificielles. Les risques dus à des perturbations telles que tournages de films, présences humaines trop fréquentes, incendies, ou événements climatologiques tels que les sécheresses, ou le réchauffement des températures annuelles moyennes, sont des éléments à ne pas négliger dans la prise en compte des phénomènes physiques au sein de la colline. La cavité n'est donc plus à l'état naturel, état ayant permis la conservation des ornements pendant plus de 17 000 ans.

On procéda à partir de la fermeture du site au public, à la pose de capteurs afin d'observer et de surveiller l'évolution des températures, des taux de CO² et des pressions de vapeur à certains endroits stratégiques de la cavité. L'analyse de ces données a alors été (et est encore) le moteur de nombreuses décisions quant aux mesures à prendre pour la conservation du site. L'instabilité hydrique et thermique ayant été révélée comme l'un des principaux facteurs d'altération des peintures et des parois, un système de régulation de l'air a été installé, afin de contrer les périodes de condensations (*cf.* section 1.2.1.2). Ce système, amélioré au fil des ans, permet de maintenir un état hygrométrique relativement stable quelle que soit la saison. Cependant il s'avère aujourd'hui nécessaire de l'adapter aux climats actuels et de le moderniser dans un but d'automatisation. Ainsi, à la demande de la Direction Régionale des Affaires Culturelles d'Aquitaine, un travail de modélisation des phénomènes physiques a été lancé, basé sur un partenariat entre E.D.F. R.&D., le Ministère de la Culture, ainsi que le laboratoire Master-Enscpb et le C.D.G.A. appartenant à l'Université de Bordeaux I. L'objectif principal consiste à comprendre le fonctionnement hygrothermique de la cavité, et à analyser

les écoulements d'air et leurs évolutions dans le temps. Dans les chapitres suivants nous proposons alors une première approche de modélisation des phénomènes régissant l'état hydrique, thermique et aéraulique de la grotte de Lascaux. La résolution des systèmes numériques obtenus par discrétisation des équations du modèle permet d'effectuer des simulations de scénarios divers. Les interprétations des résultats tels que la forme des écoulements d'air ou les variations de température dues à la présence humaine, permettent alors d'apporter des éléments de réponse quant aux décisions et aux aménagements à prévoir pour une meilleure conservation des décors pariétaux.

CHAPITRE 2

TRANSFERTS DE CHALEUR

ET DE MASSE

Les cavités souterraines sont le siège de multiples processus physiques, chimiques ou biologiques, en partie responsables de l'altération des parois internes ainsi que des peintures rupestres si l'on se place dans le cas de grottes ornées.

La nécessité de conservation étant devenue une priorité pour les autorités responsables de la grotte de Lascaux, de nombreuses observations ont été effectuées au cours des 40 dernières années. Une relation entre l'instabilité hydrique et thermique de la cavité et les processus d'altération a ainsi pu être mise en avant. Nous cherchons donc à comprendre le comportement hygrothermique de la grotte par simulation numérique des phénomènes physiques. Une connaissance approfondie des évolutions de l'air amènera à l'optimisation du fonctionnement du système de régulation, et permettra ainsi de se rapprocher d'un état hygrométrique stable favorable à la conservation des ornements.

Ce chapitre est tout d'abord consacré à l'étape consistant à décrire ces phénomènes par des systèmes d'équations appropriées et classiquement utilisées en mécanique des fluides. Par ses variations de température et de taux d'humidité, le massif géologique environnant joue un rôle sur les écoulements d'air dans la cavité. Nous avons alors détaillé les transferts de chaleur et de masse en milieu poreux, et avons retenu le mode de transfert de chaleur par conduction,

après avoir posé les hypothèses simplificatrices du problème. Dans la deuxième section, nous nous attardons sur la modélisation des écoulements d'air dans le volume de la cavité, auxquels sont couplés des transferts thermiques et de masse (en présence d'humidité). Ces deux systèmes, bien qu'en interaction mutuelle, peuvent être instruits séparément en première approche. Ce découplage nous permet ainsi de faire le choix de centrer notre travail sur les phénomènes en milieu fluide. Nous effectuerons ainsi une première approche de modélisation numérique dans l'air ambiant de la cavité, qui nous permettra de simuler les phénomènes fluides en trois dimensions.. Nous proposons néanmoins en annexe un modèle couplé représentant l'ensemble des phénomènes existant dans la cavité en interaction avec les transferts ayant lieu dans le massif géologique environnant.

2.1 Etude des phénomènes en milieu poreux

2.1.1 Les transferts de chaleur et de masse

Le massif géologique situé autour de la grotte de Lascaux joue un rôle prépondérant dans l'apparition des écoulements d'air au sein de la cavité et dans la forme des champs de température. La compréhension et l'analyse des différents phénomènes physiques dans le massif géologique s'avèrent alors indispensables afin d'interpréter son influence sur les parois internes de la grotte, et de décrire et quantifier les échanges à l'interface fluide/poreux. Nous procédons dans cette section à une présentation des transferts en milieu poreux, qui pourra servir d'appui à une future étude par modélisation prenant en compte le massif géologique.

D'une manière générale, la structure poreuse des couches géologiques successives est constamment soumise à des phénomènes physiques divers et couplés :

- variations climatiques extérieures,
- infiltration d'eau liquide (pluie...),
- remontées capillaires de l'eau des couches profondes,
- absorption ou désorption d'humidité atmosphérique,

- changements de phase de l'eau au sein de la roche en régime insaturé: des variations de température ou de pression de vapeur peuvent provoquer des phénomènes d'évaporation, diffusion de vapeur ou condensation.

La présence d'humidité dans un milieu poreux résulte de l'action simultanée ou non de trois mécanismes physiques fondamentaux : l'adsorption (adhésion physique ou physico-chimique à la surface d'un corps de substances en solution ou en suspension dans un fluide), la condensation (processus par lequel une substance se modifie de l'état gazeux à l'état liquide), et la capillarité (ascension ou mouvement de l'eau dans les pores du sol, sous l'action des forces capillaires dues à la tension superficielle de l'eau). L'importance que tient chacun de ces phénomènes sur le taux de présence de l'eau sous forme liquide ou vapeur dépend de divers paramètres : propriétés géométriques et structurelles du milieu (porosité, surface spécifique), nature de la phase avec lequel le matériau est mis en contact (eau ou vapeur d'eau), et conditions thermodynamiques auxquelles il se trouve soumis (pression, température).

2.1.2 Les différentes approches de transferts couplés air/humidité

2.1.2.1 L'échelle de représentation du milieu poreux

Un matériau poreux de type roche est un milieu hétérogène triphasique constitué d'une phase solide, d'une phase liquide et d'une phase gazeuse. Au niveau macroscopique, la représentation d'un tel milieu suppose donc la description de chacune de ses phases et de leurs proportions relatives.

La modélisation des phénomènes de transferts en milieu poreux s'inspire directement des méthodes classiques de la mécanique des milieux continus, qui conduisent à exprimer localement les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces équations conviennent en effet à l'écoulement du fluide à l'intérieur des pores, cependant la complexité géométrique de la surface interne de la phase solide rend la résolution du système difficile. Pour surmonter cette difficulté, un changement d'échelle est effectué, permettant d'établir une équivalence entre le milieu réel dispersé et un milieu continu fictif. La nouvelle échelle est représentée par le V.E.R., le Volume Élémentaire Représentatif, choisi afin de conférer un caractère local aux propriétés physiques du milieu. Celui-ci est ainsi

considéré comme homogène, et le modèle physique représentant les phénomènes de transfert au sein du milieu poreux est obtenu par intégration des équations de conservation dans l'espace sur ce volume de référence. Parmi les procédés de changement d'échelle, citons par exemple la méthode d'homogénéisation [Sanchez-Palencia 80] ou la prise de moyenne volumique [Quintard 93]. Ainsi écrit, le système d'équations macroscopiques évite d'avoir à spécifier la configuration individuelle de chaque phase. Il nécessite alors, pour sa résolution, la connaissance des conditions aux limites sur les frontières du milieu poreux, puisque la complexité géométrique de ce dernier est préalablement définie dans les coefficients des équations traduisant, au sein du V.E.R., les interactions entre les phases.

2.1.2.2 Les différents modèles théoriques de transferts en milieu poreux

Les premiers modèles théoriques qui ont été utilisés pour décrire les processus d'humidification des structures, considéraient uniquement les phénomènes de condensation liés au mécanisme de diffusion de la vapeur au sein du matériau [Glaser 59].

Cette modélisation a été modifiée et améliorée par [Vos 75] puis par [Krischer 78] pour prendre en compte l'influence des effets capillaires sur la phase fluide condensée. Sa forme actuelle, dans laquelle interviennent les effets de couplage entre transferts de masse et transferts de chaleur, a été établie respectivement par [Philip 57] et [Luikov 66], et validée expérimentalement en 1981 par [Crausse 81].

Le modèle de Philip et Devries [Philip 57] s'appuie sur la méthode des moyennes volumiques, puisque le milieu poreux est considéré comme un milieu continu pour lequel les variables et paramètres physiques sont identifiés à des valeurs moyennes sur un certain volume de milieu poreux. Ce modèle a été justifié par [Whitaker 77], à partir de la thermodynamique des milieux continus et plus récemment par [Benet 81], à partir de la thermodynamique des processus irréversibles.

2.1.3 La modélisation des transferts dans le massif géologique

Nous présentons en annexe de ce document un modèle fondé sur la théorie de Philip et Devries, afin de modéliser les phénomènes en présence dans le massif géologique entourant la cavité. Le milieu est considéré insaturé, constitué de trois phases : phase solide (roche), phase liquide (eau) et phase gazeuse (air sec et vapeur d'eau), les différents termes des équations

étant pondérés par des coefficients de taux de présence de chaque phase mise en jeu. Ce modèle s'appuie sur des bilans de masse et d'énergie, la quantité de mouvement des fluides étant retranscrite par deux lois de comportement : La loi de Darcy (voir par exemple [Bear 90]) appliquée aux phases liquide et gazeuse, et la loi de Fick (détaillée dans [Saccadura 82]) traduisant la diffusion de vapeur dans l'air sec. Ce modèle pourra par la suite être couplé au système d'équations décrivant les phénomènes physiques en milieu fluide, et que nous instruirons dans la section suivante.

Certaines caractéristiques du massif nous permettent cependant d'appliquer des hypothèses simplificatrices au modèle complet, afin d'obtenir un système d'équation réduites pour une première approche. L'observation régulière des parois indique un état de saturation quasi-permanent. Nous décidons alors de ne pas tenir compte des courtes périodes d'assèchement partiel, et nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un milieu poreux saturé en eau. Les phénomènes de convection et les transferts de masse sont négligés. Seule la conduction de chaleur à travers la roche est prise en compte, via l'équation de l'énergie (voir par exemple [Taine 95]):

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\bar{\nabla} \cdot (\mathbf{q}) \quad (2.1)$$

avec \mathbf{q} flux de chaleur tiré de la loi de Fourier, en W.m^{-1} tel que $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$, et λ , ρ et C_p respectivement conductivité thermique, masse volumique et chaleur spécifique du matériau.

Les caractéristiques du matériau :

Le milieu poreux étant assimilé à un milieu homogène, les grandeurs telles que la conductivité thermique, la chaleur spécifique ou la masse volumique doivent être définies dans chaque volume représentatif. Les valeurs correspondantes équivalentes sont alors calculées en fonction des valeurs pour chaque phase, de la porosité, et de la saturation en eau du milieu poreux.

Conditions aux limites :

Le milieu poreux est soumis à l'influence du gradient géothermique, des variations climatiques extérieures, et des échanges thermiques avec la cavité, ces derniers n'étant pas pris en compte puisque les modèles fluide/poreux sont ici découplés. Les températures extérieures et en profondeur, provenant respectivement des bases de données météorologiques et du gradient géothermique, sont imposées sous forme de conditions aux limites variables en temps, de type Dirichlet, et déterminées en fonction de la position géographique du domaine d'étude.

2.2 Écoulements d'air et d'humidité dans la cavité

Nous nous intéressons à présent aux phénomènes existant dans l'air ambiant souterrain, dont la modélisation et les simulations en trois dimensions seront exposées dans les sections suivantes.

L'air d'une cavité souterraine est soumis à différents paramètres tels que :

- Les conditions climatiques
- Le gradient géothermique du massif rocheux environnant
- La pression atmosphérique
- L'apport d'énergie par processus chimiques ou par intrusion de sources de chaleur.

Ces paramètres évoluent selon les rythmes saisonniers, ou suite à des perturbations exceptionnelles, et s'opposent alors à la stabilisation de l'état hygrothermique de l'air et des parois, pourtant indispensable à la conservation des peintures préhistoriques. La recherche de cet équilibre hygrothermique implique la compréhension des phénomènes liés à l'air de la cavité et à son interaction avec la paroi rocheuse, qui sera possible grâce la modélisation des écoulements et des transferts de masse et de chaleur au sein du domaine d'étude considéré.

2.2.1 Les différentes approches de modélisation 3D

L'étude du comportement hygrothermique de la grotte de Lascaux peut-être rapportée aux travaux réalisés en ingénierie du bâtiment. Une cavité souterraine peut en effet être assimilée à un volume « clos », puisque tous deux sont constitués d'un volume d'air chargé en humidité, fermé par une enveloppe solide, et soumis à des influences thermiques et hydriques. Les ambitions sont semblables : contrôler les variations des caractéristiques de l'air et des parois afin d'y maintenir un certain état hygrothermique déterminé par les objectifs de l'étude (confort d'ambiance par exemple pour les habitations, stabilité du taux d'humidité pour la grotte de Lascaux).

Cette analogie nous a permis d'orienter nos recherches vers les travaux déjà réalisés pour l'industrie du bâtiment (par E.D.F. R.&D. notamment), au point de vue aéraulique. En ce qui concerne les grands volumes, il existe plusieurs approches pour décrire les phénomènes physiques, se différenciant par les méthodes de découpage spatial du domaine d'étude :

- Le modèle monozonal, qui considère que le volume ne constitue qu'une seule maille possédant des caractéristiques uniformes [Braun 83]. Seules les données générales concernant l'enveloppe du bâtiment, les systèmes de régulation de l'air et l'inertie des parois internes sont nécessaires à sa résolution. Actuellement largement utilisés dans l'industrie du bâtiment pour les évaluations de consommation énergétique, ils se révèlent en revanche peu efficaces lors des études de confort d'ambiance, ou pour un travail à l'échelle locale.
- Les modèles multizones, séparant le volume en plusieurs zones d'étude (une zone par pièce d'une maison par exemple), ce qui permet de prendre en compte la répartition non uniforme des températures dans les différentes parties du bâtiment [Roldan 85, Kolbut 91]. Les modèles sont cependant basés sur l'hypothèse d'homogénéité des propriétés de l'air dans chaque pièce, ce qui limite leur utilisation lors d'études fines.
- Les modèles zonaux constituent une évolution des modèles multizones vers la modélisation fine [Inard 96, Wurtz 99]. Les pièces sont découpées en plusieurs zones, suivant les perturbations d'écoulement (jets de ventilation, panaches thermiques...). Les modèles zonaux sont adaptés à l'étude d'un local, quelle que soit sa taille. En revanche, ils conviennent moins dans le cas de configurations géométriques complexes, ou de perturbations d'écoulement trop importantes.

- Enfin, les modèles de CFD (Computational Fluid Dynamic) en trois dimensions reposent sur un maillage fin du volume construit à partir d'un logiciel de pré-traitement. Ils permettent de connaître dans le détail les écoulements d'air à l'intérieur d'un volume. Chaque objet géométrique avec son emplacement exact doit être pris en compte, et tous les phénomènes sont représentés à l'aide des principes de la mécanique des fluides associés à différentes modélisations.

En ce qui concerne la grotte de Lascaux, le projet consiste à simuler finement l'évolution des champs de température et du taux d'humidité dans l'air d'une cavité de géométrie très irrégulière, à décrire la forme des écoulements et à en évaluer les vitesses. Nous nous sommes donc orientés vers une modélisation fine en trois dimensions de type CFD qui amènera à la détermination en tout point du fluide des variables requises (température, taux d'humidité, vitesses...).

2.2.2 Modèle CFD pour la représentation du milieu fluide

Les écoulements d'air en cavité fermée ou non, ne faisant intervenir que les phénomènes thermiques ont largement été étudiés pour des géométries et des conditions aux limites diverses. En revanche, la présence d'humidité dans l'air a fait l'objet de travaux plus tardifs, comme par exemple l'étude des transferts combinés de chaleur et de masse en convection naturelle laminaire le long d'une plaque plane verticale [Gebhart 71], à travers un cylindre [Chen 80], ou dans un cône de révolution [Hasan 84]. L'étude des phénomènes entre deux plaques parallèles avec évaporation d'un film d'eau a été instruit par [Yan 90] pour un écoulement laminaire, et plus tard par [Fedorov et al, 97] en régime turbulent, tandis que [Yan 95] s'intéressèrent au refroidissement et à l'évaporation d'un film d'eau sur une plaque inclinée.

Comme toutes les cavités souterraines, la grotte de Lascaux renferme un air fortement chargé en humidité (98% d'humidité relative minimum), dont les caractéristiques sont soumises à des perturbations telles que les variations thermiques du massif géologique, la présence d'eaux de suintement, de ruissellement, les processus de condensation ou d'assèchement, ou encore l'intrusion dans le volume de sources de chaleur et d'humidité. Il s'agit dans la présente étude de modéliser le comportement de l'air humide au sein de la cavité, en fonction des paramètres cités précédemment. Ce travail permettra alors d'analyser

les champs de température, de déterminer les zones à forte concentration de vapeur, et de connaître la forme des écoulements.

Le fluide en présence, l'air, est considéré monophasique biconstituant (un gaz composé d'air et de vapeur d'eau). L'assèchement partiel aux parois et les éventuelles périodes d'évaporation ne sont pas inclus dans le modèle. En revanche, le phénomène de condensation est, d'après les observations, fortement présent dans la cavité à certaines périodes de l'année. Nous optons alors pour une étude spatiale et prédictive de son apparition. Les processus énergétiques (dégagement de chaleur par changement de phase) qu'elle engendre n'étant pas modélisés, seules les zones à risques de condensation sont ainsi repérées.

Modèle général : nous proposons en Annexe A un système d'équations permettant de décrire de façon générale les phénomènes physiques existant dans la cavité et que nous venons de détailler. Nous faisons l'hypothèse d'un milieu à l'équilibre thermodynamique, qui amène à considérer une température et une vitesse unique de mélange. C'est donc un modèle monophasique, biconstituant (air et vapeur d'eau), s'appuyant sur les équations générales de la mécanique des fluides: équation de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie (formulation enthalpique) et équation de transport de la vapeur d'eau dans l'air. Les inconnues sont la température du fluide T , la vitesse du fluide V , et les masses volumiques de chacun des constituants ρ_a et ρ_v . Ce modèle a été formulé de manière à pouvoir être couplé aux équations régissant les transferts en milieux poreux, afin, à terme, d'obtenir un système complet de modélisation des écoulement dans la grotte, en interaction avec son massif géologique.

Modèle restreint : Nous exposons dans la section suivante un modèle légèrement différent de celui présenté en Annexe A, puisque les processus énergétiques dus aux changements de phase ne sont pas pris en compte, et que nous optons pour une formulation en température de l'équation de l'énergie afin de rester dans le cadre du code de résolution présenté chapitre 3. Ce modèle est choisi dans la suite de cette étude comme une première approche de modélisation des phénomènes en milieu fluide, et nous procéderons à sa résolution afin d'effectuer des simulations en trois dimensions des phénomènes locaux existant dans la cavité.

2.2.3 Modèle hydro-aéraulique

Comme nous l'avons déjà introduit précédemment, le modèle choisi dans cette étude pour décrire le comportement hygrothermique et thermoaéraulique de la grotte de Lascaux est régi par les équations fondamentales de la mécanique des fluides : conservation de la masse, conservation de la quantité de mouvement, conservation de l'énergie. Le fluide est considéré monophasique, biconstituant (air sec et vapeur d'eau). A ce système nous associons une équation d'advection diffusion représentant le transport de la vapeur au sein du volume, ainsi que les différentes lois et équations d'état associées à la nature des gaz en présence. La variable choisie pour décrire la présence d'humidité dans l'air est la masse volumique de vapeur d'eau ρ_v , représentant la masse de vapeur présente dans le fluide, rapportée au volume total. Les autres variables de champ sont la température T de mélange, la vitesse V de mélange, et la pression totale P .

2.2.3.1 Le régime d'écoulement

Les écoulements d'air humide dans la cavité sont régis par un phénomène de convection naturelle qui se met en place sous l'influence du gradient thermique aux parois. Dans cette configuration, la détermination du régime d'écoulement est possible par le calcul du nombre de Rayleigh associé au cas d'étude. En ce qui concerne les écoulements dans la cavité, la valeur du Rayleigh associé se situe autour de la valeur critique Ra_c (entre 10^9 et 10^{12} pour une cavité carrée différentiellement chauffée) liée à la transition entre le régime laminaire et le régime turbulent. Si on considère que l'écoulement se propage à travers une section maximale de grotte H de 5m, que le gradient de température ΔT pariétal local équivaut à 1°C (valeur maximum), nous obtenons un nombre de Rayleigh tel que :

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T H^3}{\nu a} \approx 10^{10} \quad (2.2)$$

avec g valeur de la gravité de l'air, β coefficient de dilatation thermique de l'air (K^{-1}), ν viscosité cinématique et a diffusivité thermique du fluide. On se trouve alors dans la gamme de régime transitoire laminaire/turbulent (il est à noter que cette valeur de Rayleigh diminue à 10^8 si nous considérons le gradient de température pariétal moyen – $\Delta T = 0,5^\circ\text{C}$ – dans notre domaine d'étude défini plus loin et que nous prenons comme hauteur caractéristique une

hauteur moyenne de l'ordre de 2 à 3 m.). Nous avons utilisé dans un premier temps un modèle turbulent $k-\varepsilon$ standard avec le logiciel de résolution présenté dans le chapitre 3. La viscosité turbulente résultante de ce calcul a été évaluée et est apparue très inférieure à la viscosité laminaire ($\nu_t \approx 10^{-12} \square \nu_l \approx 10^{-5}$). Ce résultat, bien que non suffisant, nous a amené à négliger les effets de turbulence dans le fluide, et à faire le choix d'une résolution en régime laminaire. Une remarque peut être faite concernant le code de calcul utilisé, et présenté au chapitre 3. Le modèle de turbulence implémenté est un modèle $k-\varepsilon$ standard Haut-Reynolds. Des travaux de recherche du département MFTT d'EDF en ce qui concerne la résolution par modèles Bas-Reynolds sont actuellement en cours, mais non encore finalisés.

2.2.3.2 Le système d'équations

Nous sommes donc en présence d'un écoulement :

- laminaire monophasique,
- tridimensionnel,
- dilatable,
- anisotherme.

A l'inverse du modèle présenté en annexe où la formulation classique enthalpique a été choisie, nous avons opté ici pour une écriture en température plus largement utilisée dans les applications en ingénierie. Les variables qui interviennent dans la description des écoulements sont donc la vitesse V (trois composantes), la température T , la pression P , et la masse volumique de mélange ρ_m . Les 3 équations de conservation représentent donc les bilans de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sur un volume de contrôle, et sont écrites par la suite sous leur forme conservative. A ce système est associé l'équation de transport de l'espèce et une équation d'état.

Équation de conservation de la masse

La continuité de la matière en tout point du fluide s'exprime par l'équation de conservation de la masse (ou équation de continuité) s'écrivant sous la forme :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{V}) = 0 \quad (2.3)$$

- ρ_m : masse volumique du mélange,
- \mathbf{V} : vitesse du mélange

Les variations de masse volumique dans le temps sont négligées, le fluide est considéré dilatable, et l'équation (2.3) devient :

$$\nabla \cdot (\rho_m \mathbf{V}) = 0 \quad (2.4)$$

Équation de conservation de quantité de mouvement

Le principe de conservation de la quantité de mouvement met en relation les caractéristiques du mouvement du fluide et les causes qui en sont à l'origine : forces de volume (pesanteur), forces de surface (contraintes visqueuses), et sources de quantité de mouvement. L'équation de conservation traduisant ce principe se met sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) = -\nabla P_m + \nabla \cdot \underline{\boldsymbol{\tau}} + \rho_m \mathbf{g} + S_q \quad (2.5)$$

- P_m : pression totale de mélange,
- $\underline{\boldsymbol{\tau}}$: tenseur des contraintes visqueuses,
- \mathbf{g} : terme de gravité,
- S_q : terme source de quantité de mouvement.

Les équations (2.3) et (2.5) sont appelées équations de Navier-Stokes.

Équation de conservation de l'énergie

Le principe de conservation de l'énergie est issu du premier principe de la thermodynamique et permet de mettre en relation les diverses formes d'énergies mises en jeu (énergie totale, conductivité de l'air, terme source de chaleur...).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m C_{pm} T) + \nabla \cdot (\rho_m C_{pm} \mathbf{V} T) = \nabla \cdot (\lambda_m \nabla T) + S_T \quad (2.6)$$

- T : température du fluide,
- \mathbf{V} : vitesse du fluide,
- C_{pm} : chaleur spécifique du fluide,
- λ_m : conductivité thermique du fluide,
- S_T : terme source de chaleur.

Équation de transport de l'espèce

A ces trois équations est associée une équation de conservation de l'espèce «vapeur» dans laquelle on utilise la masse volumique de vapeur d'eau comme variable de champ. Un des principaux buts de la modélisation consistant à détecter les zones à haut risque de condensation, les différents phénomènes liés à son apparition (formation de film, de gouttelettes, processus énergétiques...) sont volontairement négligés. Un terme de rappel à la saturation est donc ajouté aux membres de droite, permettant, par pénalisation, de bloquer la valeur de ρ_v à son seuil de saturation ρ_{vsat} lorsque celui ci est atteint voire dépassé. La masse condensée est alors automatiquement écartée du système :

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_v \cdot \mathbf{V}) = \nabla \cdot (D \nabla \rho_v) - \mathfrak{R} + S_v \quad (2.7)$$

- ρ_v : masse volumique de vapeur d'eau,

- S_v : terme source en humidité,
- D : coefficient de diffusion moléculaire en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ de la vapeur d'eau dans l'air, donné par la relation de Schirmer [voir Saccadura 82], avec P en bar, et T en Kelvin :

$$D = 2,26 \cdot 10^{-5} \frac{1}{P} \left(\frac{T}{273,15} \right)^{1,81} \quad (2.8)$$

- \mathfrak{R} est le terme de «rappel volumique à la saturation», de la forme $\alpha(\rho_{vsat}(T) - \rho_v(T))$, représentant par méthode de pénalisation la perte de masse par condensation, α coefficient de pénalisation de l'ordre de 10^{10} lorsque $\rho_v > \rho_{vsat}$, nul sinon. L'activation de ce terme est donc effective dès le déclenchement d'un processus de condensation, le test de comparaison de la valeur ρ_v avec ρ_{vsat} en représentant une « alarme » de détection.

Équation d'état du mélange gazeux

L'équation d'état de l'air humide permet de relier les caractéristiques thermodynamiques du fluide sous la forme :

$$f(\rho_m, P, T) = 0 \quad (2.9)$$

L'air humide étant considéré comme mélange de deux gaz, air sec et vapeur d'eau, on applique la loi des gaz parfaits à chacun des deux constituants gazeux (R_i constante du gaz parfait i) :

$$P_a = \rho_a R_a T \quad (2.10)$$

$$P_v = \rho_v R_v T \quad (2.11)$$

2.2.3.3 Conditions aux limites

L'interface entre le milieu fluide et une paroi plus ou moins saturée en eau constitue le point le plus complexe de l'étude d'un écoulement en aéraulique. L'étude des phénomènes de condensation et d'évaporation ou de formation de film nécessite en général la connaissance des coefficients de transferts de chaleur et de masse entre les deux milieux. La détermination du coefficient de transfert thermique est aujourd'hui bien maîtrisée [voir par exemple Saccadura 82], en revanche le coefficient de transfert de masse est en général déduit soit des expérimentations faites au préalable [Perrin 88], soit d'une analogie entre le phénomène thermique et le phénomène hydrique, par exemple par la formule de Lewis [Vasile 98].

Le système d'équations présenté précédemment est complété par les conditions aux limites imposées aux parois de la cavité :

- Température imposée à la paroi, en fonction de la côte z du point de paroi considéré :

$$T^P = f(z^P) \quad (2.12)$$

- Flux de paroi imposé en masse volumique de vapeur, fonction du gradient de ρ_v existant entre la roche et le point M proche paroi :

$$\phi_v = h_v \left(\rho_{vsat}(T^P) - \rho_v(T^M) \right) \quad (2.13)$$

avec h_v coefficient de transfert de masse, évalué à partir du coefficient d'échange thermique h_T en admettant l'hypothèse de Lewis [Lewis 21] : le nombre adimensionnel de Lewis représente le rapport des effets de transferts massique et thermique. Pour un milieu fluide constitué de vapeur d'eau et d'air, sa valeur est proche de l'unité. On émet ici l'hypothèse classique d'un nombre de Lewis égal à 1, ce qui nous permet de poser :

$$h_v = \frac{h_T}{\rho_m C_{pm}} \quad (2.14)$$

2.2.4 Caractéristiques du fluide

2.2.4.1 Rappels d'hydrologie

L'air humide est ici considéré comme un gaz parfait, mélange d'air et de vapeur d'eau. Ses caractéristiques dépendent donc totalement de celles de ses constituants.

Pressions et masses volumiques

D'après la loi des gaz parfaits appliquée à chaque constituant, air sec et vapeur d'eau, les pressions et masses volumiques sont liées par les relations (2.10) et (2.11). Les variables P_a et P_v sont les pressions partielles de l'air et de la vapeur d'eau, R_a , R_v , ρ_a et ρ_v les constantes de l'air et de la vapeur d'eau et leurs masses volumiques respectives, et T la température du mélange (ici en K).

Nous en déduisons les masses volumiques :

$$\rho_a = \frac{P_a}{R_a T} \quad (2.15)$$

$$\rho_v = \frac{P_v}{R_v T} \quad (2.16)$$

L'application de la loi de Dalton conduit à :

$$P = P_m = P_v + P_a \quad (2.17)$$

D'après (2.15) et (2.17), on obtient une formulation de la masse volumique de l'air sec indépendante de la variable P_a :

$$\rho_a = \frac{P - P_v}{R_a T} \quad (2.18)$$

Masse de l'air sec occupant un volume Vol à température T , en kg :

$$m_a = \rho_a V = \frac{(P - P_v) Vol}{R_a T} \quad (2.19)$$

Masse de vapeur d'eau occupant un volume Vol à la température T , en kg :

$$m_v = \rho_v Vol = \frac{P_v Vol}{R_v T} \quad (2.20)$$

Pression de vapeur saturante: pression partielle de vapeur d'eau maximale au delà de laquelle apparaît le changement de phase gaz-liquide. Plusieurs formules sensiblement équivalentes permettent d'évaluer sa valeur, nous choisissons ici celle de [Cadiergues 78], pour des températures positives (T ici en °C) :

$$\log(P_{vsat}(T)) = \frac{7,625T}{241,15 + T} + 2,7877 \quad (2.21)$$

Humidité spécifique

Par définition l'humidité spécifique r^s est le rapport de la masse de vapeur d'eau contenue dans un volume Vol d'air humide à la masse d'air sec contenue dans ce même volume. L'humidité spécifique est aussi appelée rapport de mélange, humidité absolue, teneur en eau...

D'après les équations (2.19) et (2.20), on a, en kg d'eau par kg d'air sec :

$$r^s = \frac{m_v}{m_a} = \frac{\rho_v Vol}{\rho_a Vol} = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{R_a}{R_v} \frac{P_v}{P - P_v} \quad (2.22)$$

La masse d'eau enfermée dans un volume est en général rapportée à la masse d'air sec plutôt qu'à la masse d'air humide, puisque lors des variations de la composition et des paramètres de l'air, la masse d'air humide varie alors que la masse d'air sec reste constante.

Volume massique et volume spécifique

Le volume massique Vol^* est le volume occupé par l'unité de masse d'air humide. Dans un volume V renfermant une masse $m = m_a + m_v$ d'air humide, on a, en $m^3.kg^{-1}$:

$$Vol^* = \frac{Vol}{m_a + m_v} = \frac{1}{\rho_a + \rho_v} \quad (2.23)$$

En fonction de la pression de vapeur d'eau et de la température T , la relation (2.23) devient, d'après les relations (2.15), (2.16) et (2.17) :

$$Vol^* = \frac{T}{\frac{(P - P_v)}{R_a} + \frac{P_v}{R_v}} \quad (2.24)$$

Cette relation montre que lorsque l'air humide s'enrichit en eau à P et T constants, P_v s'accroît et $(P - P_v)$ diminue. Le dénominateur décroît et Vol^* croît. L'air humide s'allège en s'enrichissant en eau, puisque la vapeur d'eau est plus légère que l'air sec.

Le volume spécifique Vol^s est le volume d'air humide renfermant l'unité de masse d'air sec (en $m^3.kg^{-1}$ d'air sec) :

$$Vol^s = \frac{Vol}{m_a} = Vol^* \frac{(m_a + m_v)}{m_a} = Vol^* (1 + r^s) \quad (2.25)$$

Humidité relative

L'humidité relative w est le rapport entre la pression partielle de la vapeur d'eau dans l'air P_v et la pression de saturation $P_{vsat}(T)$ de cette vapeur d'eau à température T :

$$w = \frac{P_v(T)}{P_{vsat}(T)} \quad (2.26)$$

Diagramme de l'air humide

Il permet de regrouper dans une seule figure l'ensemble des données concernant l'air humide. Ces données, calculées une fois pour toutes, sont alors regroupées sous forme de diagrammes que l'utilisateur utilise par simple lecture. De nombreux diagrammes ont été proposés, dont les plus connus : le diagramme de Mollier qui donne l'humidité spécifique en fonction de l'enthalpie spécifique (figure 1), et le diagramme de Carrier, qui donne la température en fonction de l'humidité spécifique. Leurs représentations sont sensiblement équivalentes. Cependant pour des raisons pratiques nous avons utilisé pour notre étude le diagramme précis de Veron-Casari, édité par l'AICVF (Association des Ingénieurs en Climatologie, Ventilation et Froid).

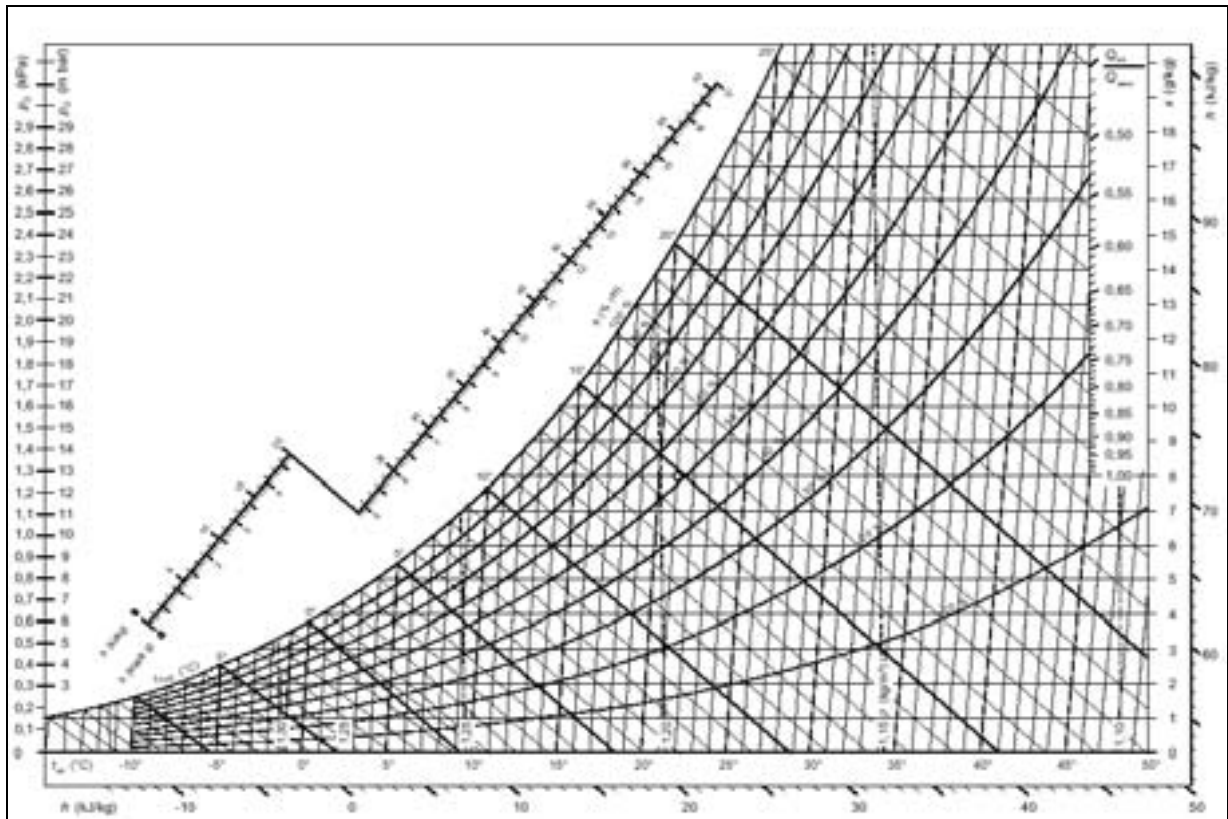


figure 1 : diagramme de Mollier de l'air humide.

2.2.4.2 Propriétés physiques du fluide

- **La masse volumique** : Dans une cavité fermée, le phénomène de convection naturelle est généré par un gradient de température qui engendre lui-même une variation de la masse volumique du fluide. Notre étude nous amène à faire l'hypothèse d'un

écoulement dilatable, ce qui implique des fluctuations de masse volumique très faibles, dépendantes de la température et du taux d'humidité.

D'après l'égalité des masses dans le mélange, et par définition de la masse volumique de chaque espèce rapportée au volume total :

$$m_m = m_a + m_v \quad \heartsuit \quad \rho_m = \rho_a + \rho_v \quad (2.27)$$

On applique alors à ρ_m une loi indépendante de la pression de l'air, calculée de la manière suivante :

D'après la loi des gaz parfaits (2.10):

$$\begin{cases} P_v = R_v \rho_v T \\ P_a = R_a \rho_a T \end{cases} \quad (2.28)$$

$$\text{d'où} \quad \rho_a = \rho_v \left(\frac{R_v}{R_a} \right) \left(\frac{P_a}{P_v} \right) \quad (2.29)$$

ainsi, d'après (2.27) et (2.29),

$$\begin{aligned} \rho_m &= \rho_v + \rho_v \left(\frac{R_v}{R_a} \right) \left(\frac{P_a}{P_v} \right) \\ &= \rho_v + \rho_v \left(\frac{R_v}{R_a} \right) \left(\frac{P - P_v}{P_v} \right) \end{aligned}$$

On obtient donc la loi suivante pour ρ_m , indépendante de ρ_a :

$$\rho_m = \rho_v + \left(\frac{R_v}{R_a} \right) \left(\frac{P}{P_v} - 1 \right) \rho_v \quad (2.30)$$

- **La chaleur spécifique de l'air humide** est calculée à partir des valeurs de chaque constituant pondérées par leur fraction massique respective :

$$C_{Pm} = \omega_v C_{Pv} + \omega_a C_{Pa} \quad (2.31)$$

avec C_{Pa} et C_{Pv} les chaleurs spécifiques de l'air sec et de la vapeur d'eau, et ω_i fraction massique du constituant i , telle que $\omega_i = \frac{m_i}{m}$.

$$\text{Ainsi } \omega_a = \frac{m_a}{m_a + m_v} \quad \text{et} \quad \omega_v = \frac{m_v}{m_a + m_v}$$

$$\text{donc } \omega_a = \frac{\rho_a Vol}{\rho_m Vol} = \frac{\rho_m - \rho_v}{\rho_m} \quad (2.32)$$

$$\text{et } \omega_v = \frac{\rho_v Vol}{\rho_m Vol} = \frac{\rho_v}{\rho_m} \quad (2.33)$$

On déduit des équations (2.32) et (2.33) la formulation de C_{Pm} :

$$C_{Pm} = \frac{1}{\rho_m} ((1 - \rho_v) C_{Pa} + \rho_v C_{Pv}) \quad (2.34)$$

- **La viscosité dynamique de mélange μ_m** est donnée par la formule de Wilke-Chang [Fulgosi 01] :

$$\mu_m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_i}{\sum_{j=1}^n x_j \phi_{ij}} \quad (2.35)$$

avec x_i fraction molaire du constituant i , et ϕ_{ij} tel que :

$$\phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left[\frac{\mu_i}{\mu_j} + \frac{M_i}{M_j} \right]^{0,5} \left(1 + \frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{0,5} \left[\frac{M_j}{M_i} \right]^{0,25} \quad (2.36)$$

M_i , M_j , μ_i et μ_j respectivement les masses molaires et les viscosités dynamiques des constituants i et j (air sec et vapeur d'eau).

- **La conductivité thermique de mélange** λ_m est calculée avec la même méthode que la chaleur spécifique de mélange :

$$\lambda_m = \omega_v \lambda_v + \omega_a \lambda_a \quad (2.37)$$

avec λ_a et λ_v les conductivités thermiques de l'air sec et de la vapeur d'eau, et ω_a et ω_v définis par les équations (2.32) et (2.33). Ainsi (2.31) appliquée à λ donne :

$$\lambda_m = \frac{1}{\rho_m} ((1 - \rho_v) \lambda_a + \rho_v \lambda_v) \quad (2.38)$$

2.3 Conclusion

Nous avons proposé dans ce chapitre une modélisation des phénomènes physiques existant dans la cavité et dans le massif rocheux géologique environnant. Quelques hypothèses simplificatrices ont amené à considérer un problème milieu fluide/milieu poreux découplé, dont le point fondamental de la modélisation concerne le comportement hygrothermique de l'air de la cavité, le milieu poreux permettant alors d'en connaître les conditions aux limites.

Le modèle étant établi, il faut, pour le résoudre, procéder tout d'abord à l'étape de discrétisation des équations sur un domaine d'étude préalablement maillé. Des méthodes itératives de résolution amèneront enfin à la résolution des systèmes d'équations et aux valeurs des variables en tout point du fluide.

CHAPITRE 3

APPROCHES NUMÉRIQUES

Le modèle physique régissant les phénomènes hygrothermiques dans la cavité a été mis en place dans le chapitre précédent. Nous nous intéressons à présent à la résolution du système d'équations afin d'obtenir en tout point du fluide les valeurs des variables désignant les champs requis pour notre étude (température, humidité etc.). La modélisation eulérienne classique d'un problème en mécanique des fluides consiste à diviser le domaine d'étude en un nombre plus ou moins important de volumes de contrôle sur lesquels sont appliquées les équations de conservation du modèle physique.

Ce chapitre est donc consacré aux différentes étapes de la résolution numérique du système d'équations défini précédemment. Le premier paragraphe est consacré à la description du logiciel de résolution *Code_Saturne* [Gest 02], puisque de nombreux choix fixés dans les sections suivantes sont directement liés aux principes de discrétisation et de résolution qui y sont utilisés. Puis, nous détaillons les travaux nécessaires à la construction du maillage et à son optimisation en termes d'utilisation et de qualité. Les méthodes de discrétisation sont ensuite introduites, les termes caractéristiques importants étant explicités en détail, et la dernière section est consacrée aux méthodes de résolution.

3.1 *Code_Saturne* : le Noyau et l'Enveloppe

Code_Saturne [Gest 02] est un logiciel de résolution en mécanique des fluides, développé au sein du département Mécanique des Fluides et Transferts Thermiques d'E.D.F. R.&D. Il est composé de deux programmes principaux, le Noyau et l'Enveloppe. L'Enveloppe comprend les filtres d'entrées et sorties. Elle a pour fonction de gérer les recollements de maillages non conformes et les transferts de variables pour les éventuels couplages avec d'autres codes. Le Noyau quant à lui représente le solveur : *Code_Saturne* est utilisé dans les applications industrielles et les activités de recherche du département, dans différents domaines tels que la production d'énergie (nucléaire, thermique, thermo-hydraulique), et dans des domaines connexes comme par exemple le risque incendie, le refroidissement des déchets nucléaires ou le conditionnement d'ambiance.

Code_Saturne permet la résolution 2D ou 3D des équations de Navier-Stokes pour des fluides multiphasiques, incompressibles ou faiblement dilatables, en écoulement laminaire ou turbulent, et permet de prendre en compte la présence de scalaires (température, enthalpie, concentration d'espèce...). Le schéma de discrétisation en temps est un schéma d'Euler implicite, tandis que la discrétisation spatiale s'appuie sur une méthode de Volumes Finis localisée en maillage non structuré (toutes les variables sont localisées au centre des cellules). Une des spécificités de ce code réside dans sa capacité à s'adapter à tout type de maillage (hybride, non conforme...) et à tout type de cellule (tétraèdres, pentaèdres, hexaèdres...).

3.2 Le maillage de la grotte de Lascaux

Jusqu'à présent aucune étude concernant le grotte de Lascaux n'avait nécessité la connaissance exacte de sa morphologie. Seuls quelques pans de parois, de la Salle des Taureaux et du Diverticule Axial avaient été relevés pour leur construction à l'identique dans le fac-similé. Dans notre cas, l'étude des écoulements dans l'air de la grotte est un travail en trois dimensions, qui requiert obligatoirement l'obtention d'un objet géométrique volumique représentant assez fidèlement la cavité. Il était envisageable soit d'assimiler la cavité à une géométrie simple, constituée par exemple de deux cylindres raccordés en T (figure 1), soit de représenter finement les détails à la paroi par relevés numériques. La première option permettait l'obtention rapide d'un maillage peu complexe, mais empêchait la prise en compte

de l'influence des aspérités de la paroi sur la forme des écoulements. Le choix s'est donc orienté vers une représentation fine de la géométrie, qui impliqua la mise en place d'une campagne de mesures afin de numériser les parois du domaine d'étude.

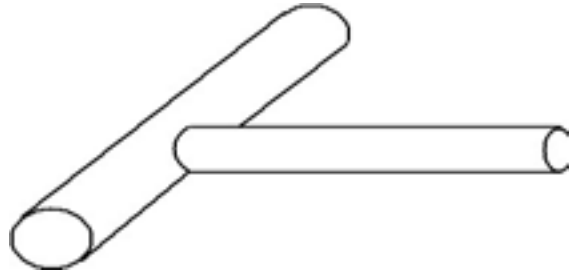


figure 1 : représentation géométrique en cylindres.

3.2.1 Délimitation du domaine d'étude

La grotte de Lascaux est composée d'une succession de plusieurs salles de dimensions diverses. Jusqu'à 60 mètres environ depuis l'entrée, les deux galeries principales sont de section plus ou moins large mais permettant au minimum le passage de l'homme. La modélisation de l'ensemble de la cavité et de ses ramifications n'a pas été envisagée, et le domaine d'étude a été défini d'après les mesures physiques (températures, humidité...) effectuées sur le site. Les observations des relevés montrent que les variations de température au fond du Diverticule Axial et au fond de la Galerie Mondmilch sont négligeables devant celles mesurées dans les salles proches de l'entrée. Cette constatation permet ainsi de limiter le domaine d'étude au fond du Diverticule Axial et de la Galerie Mondmilch (figure 2). En ce qui concerne le Puits du Sorcier, une trappe en ferme l'accès par le haut, ce qui nous amène à le considérer comme hermétiquement clos et à le retirer du domaine à modéliser. Le Sas I, totalement artificiel et ne possédant aucun ornement, n'a pas été pris en compte. En revanche le Sas II a été introduit dans le domaine d'étude puisqu'il communique avec la Salle des Taureaux par quatre glissières et qu'il constitue la première zone subissant les effets du système de régulation de l'air. Le mur de la Salle des Taureaux a lui aussi été modélisé, porte fermée (figure 3).

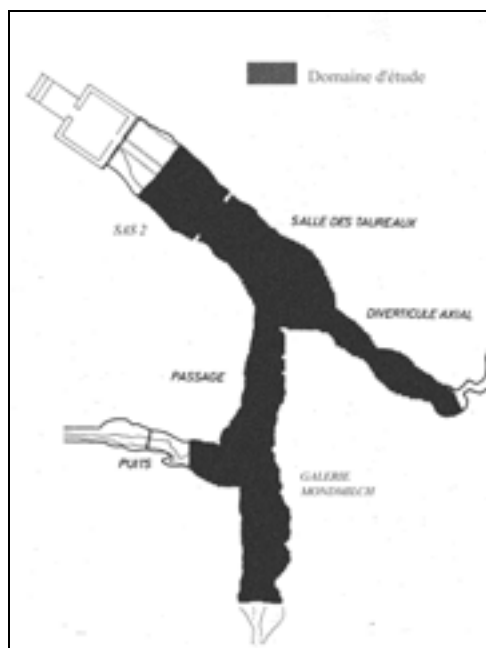


figure 2: délimitation du domaine d'étude.

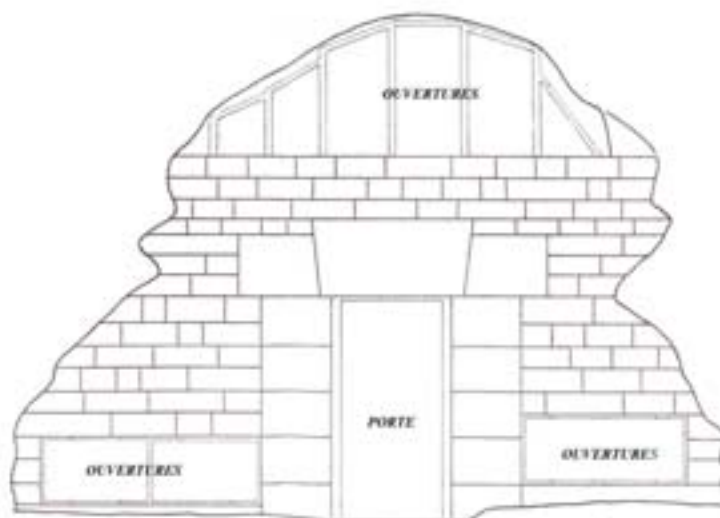


figure 3: mur de la Salle des Taureaux.

3.2.2 Numérisation de la cavité et création de la C.A.O.

Une campagne de mesures a été lancée en Janvier 2001 afin de numériser les parois de la cavité à l'aide d'un théodolite. Environ 300 coupes distantes de 50 cm les unes des autres furent relevées point par point, perpendiculairement aux axes principaux des deux galeries principales et de la zone du Puits (figure 4). Le nombre de points par coupe varie entre 100 et

300, suivant le périmètre de la section numérisée (figure 5). Plusieurs difficultés apparaissent, telles que la réflexion du faisceau laser sur certains points, ce qui amène à des coordonnées erronées, et que l'on corrige par interpolation, ou l'impossibilité d'atteindre des points situés derrière des pans de paroi. Dans ce dernier cas, ces « trous » ne seront pas pris en compte dans la modélisation.

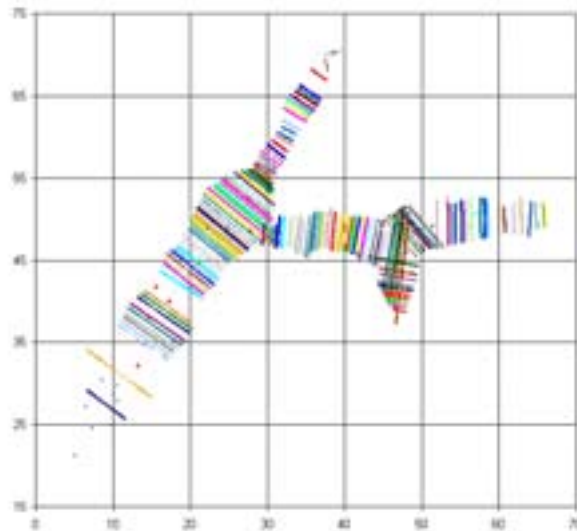


figure 4 : localisation de coupes numérisées.

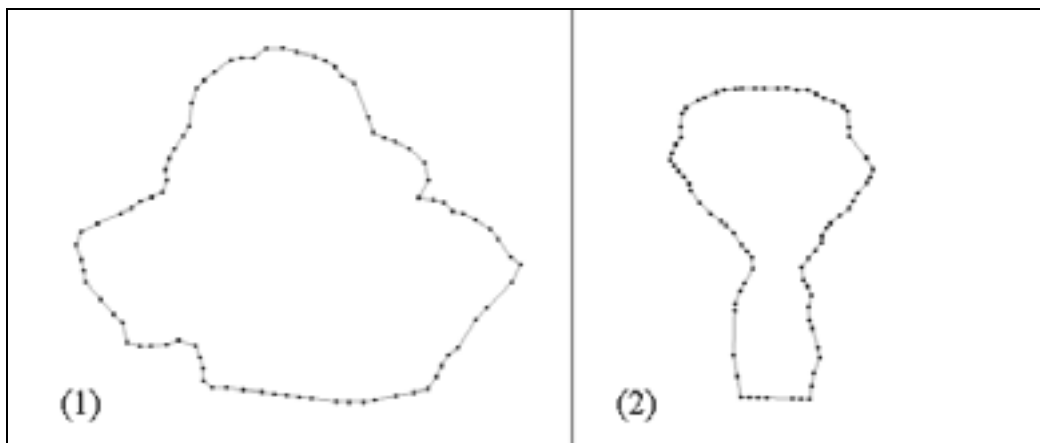


figure 5 : exemples de coupes, Salle des Taureaux (1) et Diverticule de Droite (2).

Le résultat de cette campagne de mesures s'illustre par l'obtention d'un nuage de points décrivant finement la géométrie de la cavité, restreinte à son domaine d'étude (figure 6).

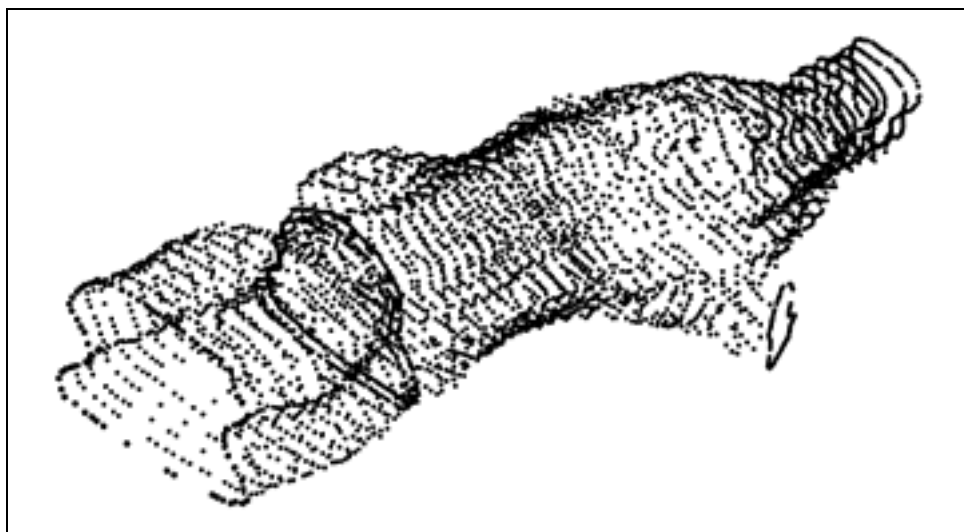


figure 6 : nuage de points, Sas 2 et Salle des Taureaux.

La construction de l'enveloppe surfacique a été ensuite effectuée par triangulation : les points sont reliés aux plus proches, trois par trois, afin de créer des triangles qui, juxtaposés, forment une surface en trois dimensions représentant les parois de la cavité.

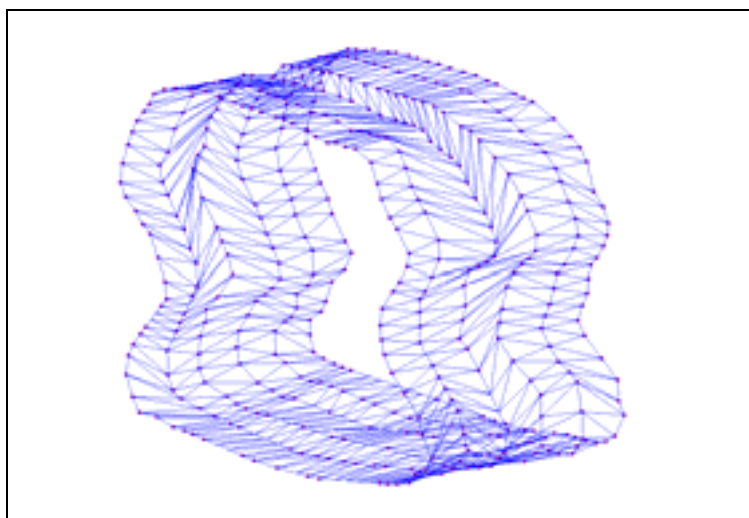


figure 7 : création de la surface par triangulation.

3.2.3 Le maillage volumique

3.2.3.1 Choix du mailleur

La création d'un maillage est en général effectuée à l'aide d'un logiciel spécifique de pré-traitement. Le choix du mailleur dépend donc des données de l'étude. Dans notre cas le logiciel devait répondre à plusieurs critères précis :

- la nécessité d'accepter en entrée le format de C.A.O. utilisé (.stl), et de fournir en sortie un format de maillage interprétable par le code de résolution (.unv...),
- la possibilité à l'utilisateur de modifier la C.A.O.,
- posséder diverses fonctionnalités d'amélioration de maillage.

Après avoir passé en revue les différents mailleurs utilisés au sein d'E.D.F., et plus généralement lors d'études en mécanique des fluides, notre choix s'est orienté vers le logiciel ICEM-CFD [Icem-cfd], capable de gérer un nombre important de formats d'entrée/sortie différents, et possédant des options de maillage adaptées à notre géométrie, rapides d'apprentissage et d'exécution.

3.2.3.2 Choix du volume de contrôle

Le logiciel de résolution *Code_Saturne* s'appuyant sur une discrétisation en volumes finis [Patankar 80], la question du choix du volume de contrôle s'est posée lors de la construction du maillage. Bien qu'un maillage en tétraèdres aurait été plus rapide, nous avons opté pour une discrétisation en hexaèdres, le retour d'expérience au sein du département ayant montré qu'il se révélait être le type de maille le mieux adapté à la formulation « cell-centered » utilisée dans *Code_Saturne*. Ce choix constitua cependant un obstacle pour le découpage du volume qui, lui, s'apparente plutôt à deux cylindres connectés en T. Il a donc été nécessaire de gérer rigoureusement la distorsion des mailles engendrée par le découpage en hexaèdres (figure 9). La première idée consiste à mailler le plus finement possible, notamment en proche paroi, ce qui permet de représenter les détails de la structure tout en respectant l'orthogonalité des cellules. Cette méthode s'avère cependant trop coûteuse dans le cas d'un volume aussi étendu et complexe que celui d'une grotte. Un trop grand nombre de mailles, en effet,

engendrerait des temps de calculs très importants (de l'ordre de la semaine), et réduirait ainsi les possibilités d'aboutissement de l'étude. Bien que cela engendre de fortes non-orthogonalités qui, elles aussi, sont défavorables à la rapidité du calcul et à la qualité des résultats, nous avons donc opté pour une taille de maille moyenne de 20 cm, certains endroits nécessitant toutefois un raffinement local. Il a fallu ensuite procéder à un travail d'optimisation, afin d'obtenir un rapport qualité de maillage/temps de calcul le meilleur possible. Cette étape est possible grâce aux différentes options du mailleur, et au traitement du maillage par l'Enveloppe Saturne qui permet l'évaluation de sa qualité relativement aux méthodes du code.

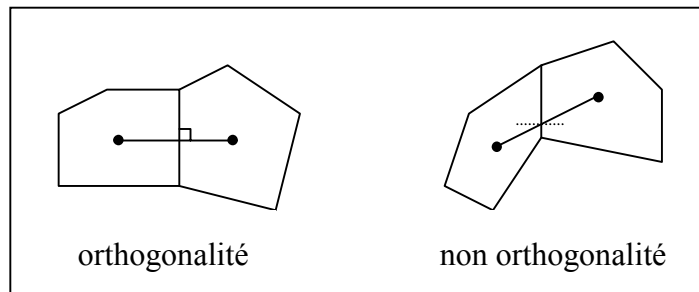


figure 8 : définition de la non-orthogonalité.

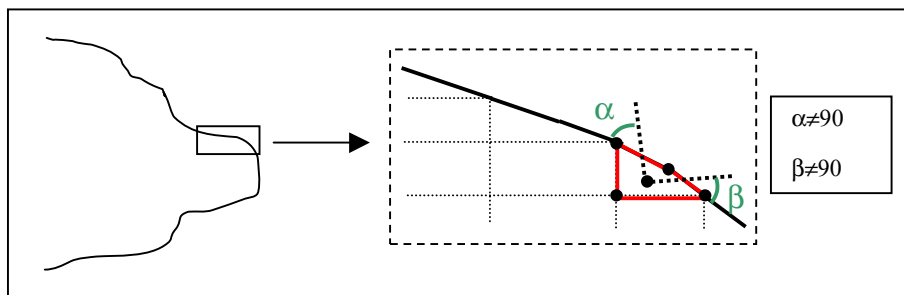


figure 9 : non-orthogonalités aux parois.

3.2.3.3 Méthodes de maillage

Nous avons vu précédemment qu'il existe de nombreuses possibilités de gérer les non-orthogonalités lors du maillage d'une géométrie compliquée. Cependant, les disparités géométriques sont telles qu'il semblait au départ difficile de créer un maillage unique, le logiciel ICEM ne permettant pas la construction de maillages non conformes. Nous avons donc dans un premier temps décidé de diviser la cavité en trois zones : la galerie principale

comprenant le Sas II, la Salle des Taureaux et le Diverticule Axial, le diverticule de droite comprenant le Passage et la Galerie Mondmilch, et enfin le renforcement au dessus du Puits du Sorcier. Une fois maillées une à une, ces zones ont été assemblées en un seul bloc lors du passage dans l'Enveloppe Saturne qui gère les recollements non conformes (figure 12). Par la suite d'autres zones ont été découpées afin de diminuer les distorsions. La galerie principale par exemple, a été divisée en quatre parties : le Sas I, le mur de la Salle des Taureaux, la Salle des Taureaux, et le Diverticule Axial. Chacune de ces zones ayant des propriétés géométriques spécifiques (représentation des glissières dans le mur, forte différence de dimensions de section entre la Salle des Taureaux et le Diverticule Axial), nous les avons maillées séparément, et recollées ensuite via l'Enveloppe (figure 13). Le même procédé a été utilisé pour le Diverticule de Droite qui, lui, a été divisé en 6 maillages distincts recollés ensuite.

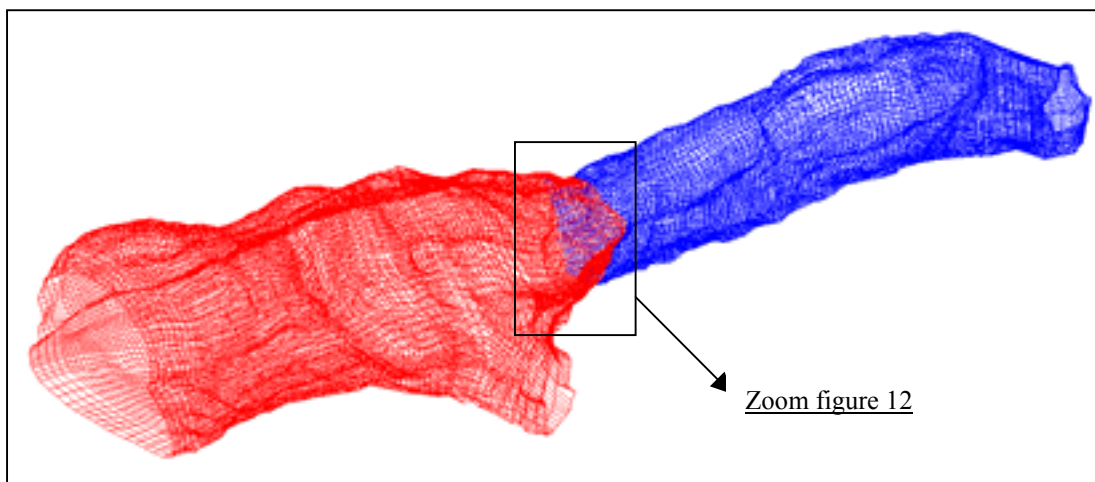


figure 10 : recollement de 2 maillages non conformes.

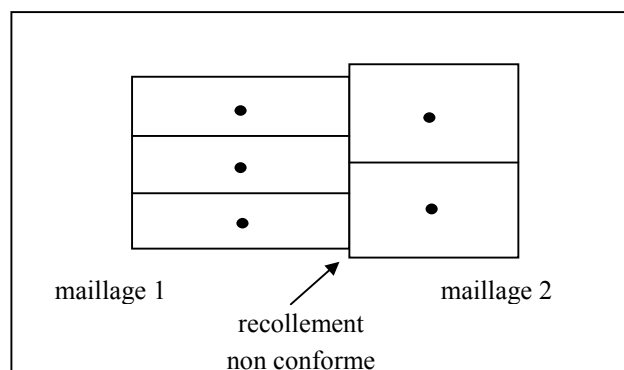


figure 11: schéma simplifié du recollement non conforme.

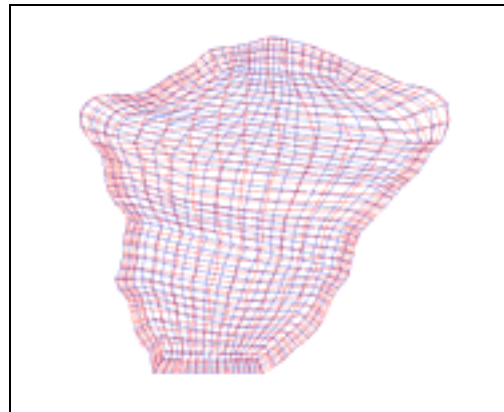


figure 12 : surface de recollement non conforme: le nombre de mailles est différent sur les deux faces.

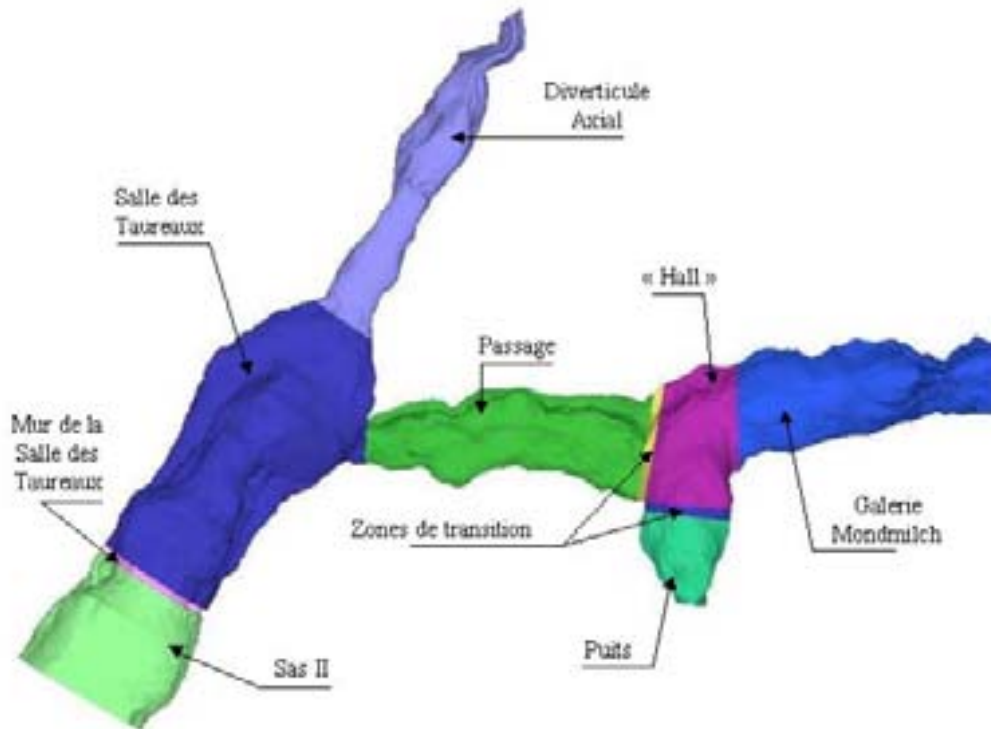
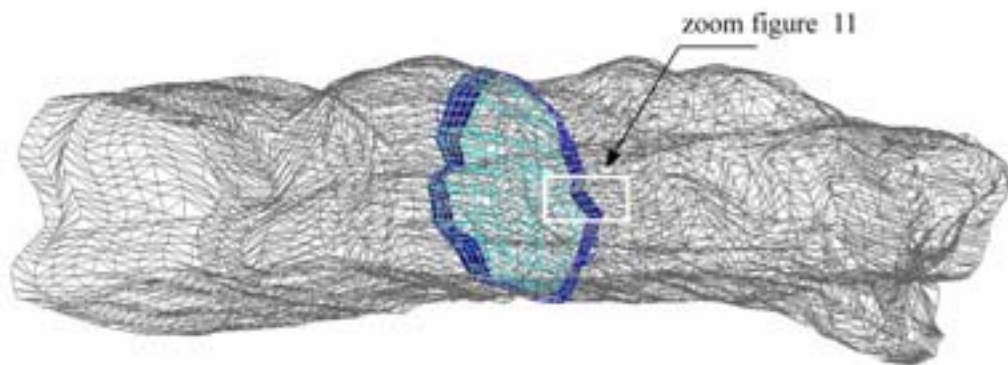


figure 13 : les 10 zones de maillage.

Chacune de ces zones est ainsi maillée en hexaédres. Prenons l'exemple d'une section de galerie. Le principe du maillage consiste à créer des points, des segments et des plans, et de les projeter sur la C.A.O. du volume. En introduisant une C.A.O. dans ICEM-CFD, celui-ci crée automatiquement une boîte définie par des segments autour de cette surface. Les mailles sont créées par division de cette boîte en un nombre de blocs déterminé en fonction des tailles

de cellules voulues. La méthode consiste ensuite à projeter les faces extérieures des blocs externes sur la C.A.O. (figure 14, figure 15). La gestion des hexaèdres « de coin » est un point délicat puisqu'il s'agit de respecter au mieux l'orthogonalité des angles. Une des fonctionnalités d'ICEM va dans ce sens puisqu'elle permet la fabrication d'un maillage « en O » (figure 16), ce qui diminue fortement le nombre de mailles dégénérées. En s'appuyant sur des critères de qualité propres au logiciel et à l'Enveloppe (distorsion des angles, volumes dégénérés, tailles de cellules...), le maillage a également été optimisé par de multiples retouches manuelles sur certaines zones à fortes non-orthogonalités.



*figure 14 : tranche de maillage dans la Salle des Taureaux.
Plans de maillage non projetés sur la surface.*

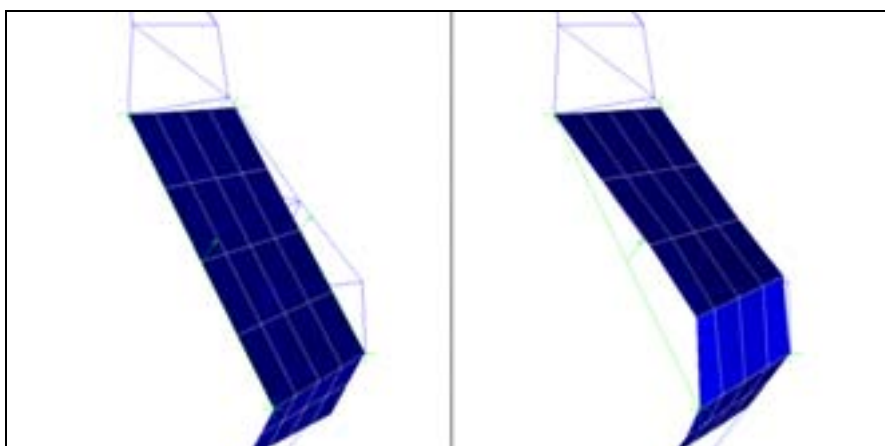


figure 15 : projection des plans de maillage sur la C.A.O.

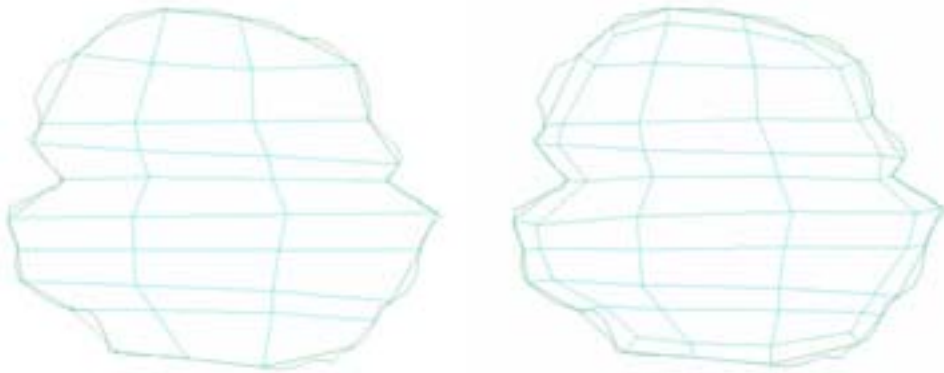


figure 16 : insertion d'une couche de mailles le long de la paroi par maillage en « O ».

Nous sommes au final en possession d'un maillage hexaédrique non structuré, non conforme, contenant près de 400000 cellules, et optimisé afin de servir de support géométrique à la résolution du modèle physique.



figure 17 : enveloppe surfacique du maillage volumique en hexaèdres.

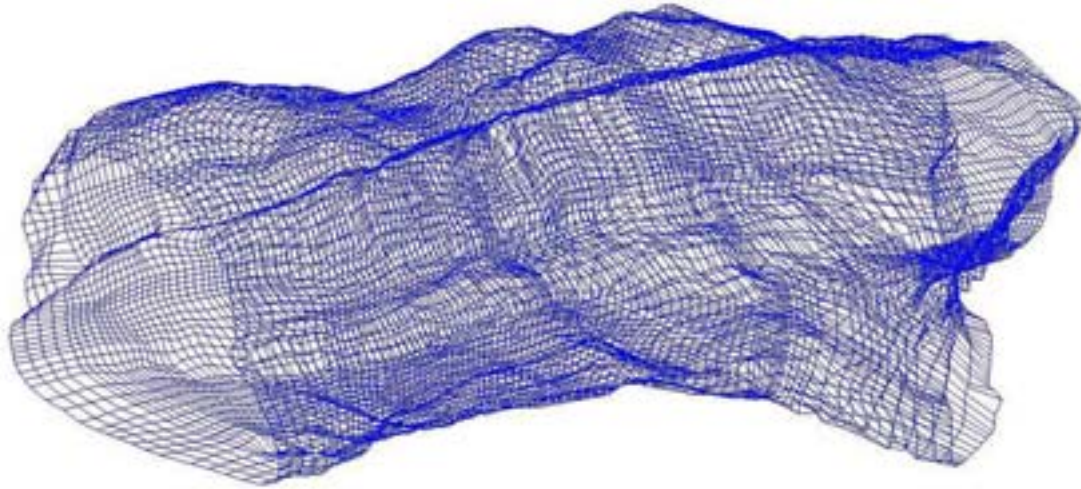


figure 18 : maillage de la Salle des Taureaux.

3.3 Discrétisation et résolution des équations

Nous présentons ici les grandes lignes des méthodes de discrétisation temporelle et spatiale et de résolution des équations dans *Code_Saturne*. Il s'agit ici de la résolution des équations de Navier-Stokes, de l'énergie et de transport de scalaire, en régime instationnaire, pour un écoulement incompressible, laminaire, dans un milieu homogène, de caractéristiques variables dans l'espace. Ces équations sont étendues aux écoulements dilatables.

3.3.1 Discrétisation temporelle

Les variables sont connues à l'instant t^n et nous cherchons à les déterminer à l'instant t^{n+1} . On notera $\Delta t^{n+1} = t^{n+1} - t^n$ le pas de temps associé à l'intervalle de temps $(t^n, t^{n+1}]$. Une des méthodes permettant de résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes est de découper les opérateurs s'y rattachant en opérateurs moins complexes, en divisant les pas de temps en 2 sous-pas intermédiaires (méthode à pas fractionnaires, [Chorin 68]). Le premier reprend les parties convectives, diffusives et termes sources de l'équation de quantité de

mouvement et constitue l'étape dite de prédiction de la vitesse (la pression étant considérée explicite), le second traite l'équation de continuité et est désigné comme l'étape de correction de pression ou de « projection de la vitesse » permettant d'obtenir un champ de vitesse à divergence nulle. Le schéma en temps utilisé est un schéma d'Euler implicite (voir par exemple [Raviart 93]). On résout ensuite les équations portant sur les scalaires (température, masse volumique de vapeur) toujours avec une discrétisation de type Euler implicite.

Nous détaillons ici la discrétisation des équations de Navier-Stokes (conservation de la masse et de la quantité de mouvement) ainsi que l'équation de transport d'un scalaire (nous prenons ici comme variable scalaire la température, la même méthode s'appliquant à la variable ρ_v). Nous utiliserons la variable $\mathbf{Q} = \rho\mathbf{V}$ afin de respecter la formulation conservative du code. Le vecteur d'état considéré est donc constitué des variables P, \mathbf{Q}, T .

3.3.1.1 Équations de Navier-Stokes

En introduisant la variable \mathbf{Q} , les équations (2.5) et (2.7) prennent la forme :

$$\nabla \cdot \mathbf{Q} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\mathbf{Q} \otimes \mathbf{V}) = -\bar{\nabla} P + \bar{\nabla} \cdot \underline{\boldsymbol{\tau}} + \rho \mathbf{g} + S_V \quad (3.2)$$

Afin d'alléger les notations nous fixons $P_m = P$ et $\rho_m = \rho$.

Étape de prédiction :

$$\frac{\mathbf{Q}^* - \mathbf{Q}^n}{\Delta t} + \bar{\nabla} \cdot (\mathbf{Q}^n \otimes \mathbf{V}^*) = -\bar{\nabla} P^n + \bar{\nabla} \cdot \underline{\boldsymbol{\tau}} + \rho^n \mathbf{g} + S_V^n \quad (3.3)$$

$$\text{et} \quad \begin{cases} P^* = P^n \\ T^* = T^n \end{cases} \quad (3.4)$$

avec
$$\underline{\tau} = \bar{\nabla} \cdot (\mu \bar{\nabla} \mathbf{V}^*) + TS \text{ et } TS = \bar{\nabla} \cdot (\mu^n \bar{\nabla} \cdot \mathbf{V}^n) - \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{\rho \mathcal{Q}}{\tau \mathcal{M}} \mu^n \bar{\nabla} \cdot \mathbf{V}^n \text{Id} \right).$$

La vitesse \mathbf{V}^* est définie par :
$$\mathbf{V}^* = \frac{\mathbf{Q}^*}{\rho^*} = \frac{\mathbf{Q}^*}{\rho^n} \quad (3.5)$$

Étape de correction :

Dans l'équation (3.3), \mathbf{Q}^* ne vérifiant à priori pas (3.1), nous cherchons dans la deuxième étape à le corriger par un terme de pression.

Soit \mathbf{Q}^{**} tel que $\bar{\nabla} \cdot \mathbf{Q}^{**} = 0$, et par hypothèse supposons \mathbf{Q}^{**} de la forme :

$$\mathbf{Q}^{**} = \mathbf{Q}^* - \Delta t \bar{\nabla} (\delta P) \quad (3.6)$$

avec
$$\begin{cases} P^{**} = P^* + \delta P \\ T^{**} = T^* \end{cases} \quad (3.7)$$

Alors (3.1) appliquée à \mathbf{Q}^{**} définie par (3.6) implique

$$\bar{\nabla} \cdot (\Delta t \bar{\nabla} \delta P) = \bar{\nabla} \cdot \mathbf{Q}^* \quad (3.8)$$

Le calcul de $\bar{\nabla} \delta P$ permet alors de déterminer la valeur de \mathbf{Q}^{**} et par conséquent celle de P^{**} par (3.7).

3.3.1.2 Équation de transport

Le procédé est identique à celui de l'étape de prédiction des équations de Navier-Stokes, avec $\mathbf{Q}^{n+1} = \mathbf{Q}^{**}$ et $P^{n+1} = P^{**}$:

$$\rho^n C_p^n \frac{T^{n+1} - T^{**}}{\Delta t} + \bar{\nabla} \cdot (C_p^n \mathbf{Q}^{**} T^{n+1}) = \bar{\nabla} \cdot (\lambda^n \bar{\nabla} T^{n+1}) + S_T^n \quad (3.9)$$

3.3.1.3 Propriétés physiques

Après avoir mis à jour toutes les propriétés physiques (calcul de ρ^{n+1} , C_p^{n+1} , λ^{n+1} , etc.), toutes les variables sont alors déterminées pour l'étape $n+1$, et un nouveau pas de temps peut être effectué.

3.3.2 Discrétisation spatiale

Les équations discrétisées en temps sont ensuite intégrées sur les volumes de contrôle.

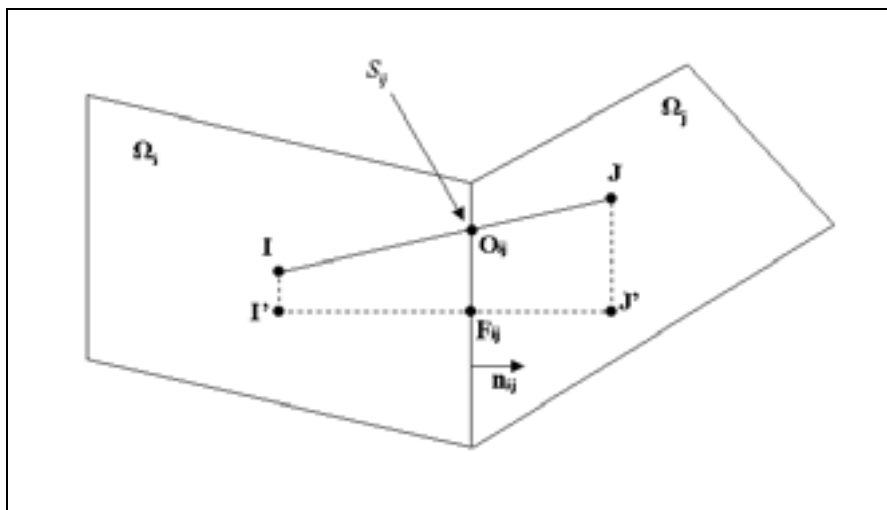


figure 19: interface entre deux cellules de maillage.

La discrétisation des équations est effectuée par une méthode type Volumes Finis. Toutes les équations sont intégrées sur des volumes de contrôle (hexaèdres dans notre cas) Ω_i . Une des caractéristiques de cette discrétisation porte sur le fait que toutes les variables sont localisées au centre des cellules. On détaille dans la suite la discrétisation spatiale des différents termes des équations de Navier-Stokes pour chacune des étapes de résolution (prédiction et correction), qui servira de modèle pour le reste du système.

Reconstruction des gradients

On introduit ici la méthode de reconstruction des gradients, constituant une spécificité de *Code_Saturne*. Pour obtenir la valeur du gradient de pression à la face S_{ij} , on procède de la manière suivante :

$$(\nabla P)_{ij} = \frac{1}{|S_{ij}|} P_{ij} \mathbf{n}_{ij} S_{ij}$$

avec P_{ij} interpolé entre I' et J' , les valeurs en I' et J' étant elles-mêmes calculées à partir des valeurs en I et J et des gradients par un développement limité d'ordre 1. De cette formulation résulte un système qu'il faut inverser par méthode itérative pour obtenir le gradient à la face S_{ij} .

Étape de prédiction

Nous détaillons dans un premier temps chacun des termes de l'équation (3.2), et reconstruisons ensuite le système discrétisé. Les termes sont regroupés selon leur ordre de dérivation en espace :

- Termes d'ordre 0 : ils sont intégrés en faisant apparaître leur moyenne sur la cellule. Lorsque les reconstructions (par développements limités) sont nécessaires pour monter en ordre en espace, la valeur moyenne est supposée localisée au centre de gravité I de Ω_i . Par définition,

$$\int_{\Omega_i} \frac{\mathbf{Q}^*}{\Delta t} d\Omega = \frac{|\Omega_i|}{\Delta t} \mathbf{Q}_i^* \quad (3.10)$$

idem pour \mathbf{Q}^n .

- Termes d'ordre 1 : ils sont intégrés en utilisant le théorème de Green pour faire apparaître des valeurs aux faces des cellules, puis écrits sous forme discrète :

- Terme convectif

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_i} \bar{\nabla} \cdot (\mathbf{Q}^n \otimes \mathbf{V}^*) d\Omega &= \int_{\Gamma_i} \mathbf{V}^* (\mathbf{Q}^n \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \\ &= \frac{1}{|S_{ij}|} (\mathbf{V}^*)_{ij} (\mathbf{Q}^n \cdot \mathbf{n})_{ij} S_{ij} \end{aligned} \quad (3.11)$$

La valeur de $(\mathbf{V}^*)_{ij}$ est déterminée suivant le schéma utilisé : pour un schéma upwind de premier ordre nous aurons $(\mathbf{V}^*)_{ij} = \mathbf{V}_i^*$ ou \mathbf{V}_j^* suivant que $(\mathbf{Q}^n \cdot \mathbf{n})_{ij}$ sera respectivement positif ou négatif. Un schéma centré peut aussi être utilisé et dans ce cas $(\mathbf{V}^*)_{ij}$ est interpolé linéairement entre V_i et V_j en utilisant les valeurs de \mathbf{V}_i^* , \mathbf{V}_j^* et les gradients $(\nabla \mathbf{V}^*)_i$ et $(\nabla \mathbf{V}^*)_j$ aux centres des cellules.

- Terme de pression

$$\int_{\Omega_i} -\bar{\nabla} P^n d\Omega = - \sum_{j \in \text{Vois}(i)} P_{ij}^n \mathbf{n}_{ij} S_{ij} \quad (3.12)$$

avec P_{ij}^n interpolé linéairement à partir de P_i et P_j en utilisant les valeurs P_i et P_j aux centres des mailles I et J , et les gradients $(\nabla P)_i$ et $(\nabla P)_j$.

- Termes d'ordre 2 :

- Terme de diffusion :

Le procédé est le même que précédemment pour faire apparaître les valeurs aux faces :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_i} \bar{\nabla} \cdot (\mu^n \bar{\bar{\nabla}} \mathbf{V}^*) d\Omega &= \int_{\Gamma_i} \mu^n \bar{\bar{\nabla}} \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n} d\Gamma \\ &= \sum_{j \in \text{Vois}(i)} (\mu^n \bar{\bar{\nabla}} \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n})_{ij} S_{ij} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Reste à déterminer $(\mu^n \bar{\bar{\nabla}} \mathbf{V}^*)_{ij}$ pour un maillage quelconque. Ce gradient normal à la face ij peut être simplement calculé en utilisant uniquement les valeurs au centre des cellules i et j , (points I et J sur la figure 19), mais la précision de cette méthode est limitée en maillage non orthogonal. Nous utilisons donc les valeurs des variables aux points I' et J' , calculées par développement limité. Pour alléger l'exposé, nous

considérons ici μ constant sur la face ij et pouvons ainsi le placer devant le terme de divergence* .

$$\left(\overline{\overline{\nabla}}\mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n}\right)_{ij} = \frac{\mathbf{V}_{J'}^* - \mathbf{V}_{I'}^*}{I'J'} \quad (3.14)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{J'}^* &= \mathbf{V}_J^* + \left(\overline{\overline{\nabla}}\mathbf{V}^*\right)_J \overline{JJ'} \\ \mathbf{V}_{I'}^* &= \mathbf{V}_I^* + \left(\overline{\overline{\nabla}}\mathbf{V}^*\right)_I \overline{II'} \end{aligned} \quad (3.15)$$

▪ Termes TS :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_i} TS \, d\Omega &= \int_{\Omega_i} \overline{\nabla} \cdot \left(\mu^n \overline{\overline{\nabla}}\mathbf{V}^n \right) - \overline{\nabla} \cdot \left(\overset{\text{R}}{\underset{\text{TM}}{\text{C}}}\mu^n \overline{\nabla} \cdot \mathbf{V}^n \overline{\text{Id}} \right) d\Omega \\ &= \int_{\Gamma_i} \left(\overset{\text{R}}{\underset{\text{TM}}{\text{C}}}\mu^n \overline{\overline{\nabla}}\mathbf{V}^n - \frac{2}{3}\mu^n \overline{\nabla} \cdot \mathbf{V}^n \overline{\text{Id}} \right) \cdot \mathbf{n}_{ij} \, d\Gamma \\ &= \frac{\overset{\text{R}}{\underset{\text{TM}}{\text{C}}}\mu^n \overline{\overline{\nabla}}\mathbf{V}^n - \frac{2}{3}\mu^n \overline{\nabla} \cdot \mathbf{V}^n \overline{\text{Id}}}{\left. \right|_{ij}} \cdot \mathbf{n}_{ij} \, S_{ij} \end{aligned} \quad (3.16)$$

avec $\left. \overset{\text{R}}{\underset{\text{TM}}{\text{C}}}\mu^n \overline{\overline{\nabla}}\mathbf{V}^n - \frac{2}{3}\mu^n \overline{\nabla} \cdot \mathbf{V}^n \overline{\text{Id}} \right|_{ij}$ calculé par moyenne ou interpolation linéaire entre les points I' et J' .

* Dans le cas contraire, μ_{ij} est déterminé par moyenne sur les valeurs aux centres des mailles I et J .

En remplaçant les termes par leur formulation discrète selon (3.10) à (3.16), l'équation (3.2), de solution \mathbf{Q}^* , devient :

$$\begin{aligned}
 \frac{|\Omega_i|}{\Delta t} (\mathbf{Q}_i^* - \mathbf{Q}_i^n) + \frac{1}{\sum_{j \in \text{Vois}(i)} (\mathbf{V}^*)_{ij}} (\mathbf{Q}^n \cdot \mathbf{n})_{ij} S_{ij} \\
 = - \frac{1}{\sum_{j \in \text{Vois}(i)} p_{ij}^n \mathbf{n}_{ij} S_{ij}} + |\Omega_i| \rho_i^n \mathbf{g}_i - \frac{1}{\sum_{j \in \text{Vois}(i)} \mu^n \frac{\mathbf{V}_{J'}^* - \mathbf{V}_{I'}^*}{I' J'}} S_{ij} \\
 + \frac{1}{\sum_{j \in \text{Vois}(i)} \left(\frac{\mu^n}{\text{TM}} \bar{\nabla} \mathbf{V}^n - \frac{2}{3} \mu^n \bar{\nabla} \cdot \mathbf{V}^n \bar{\text{Id}} \right)_{ij}} \cdot \mathbf{n}_{ij} S_{ij}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Étape de correction

L'intégration de l'équation (3.8) implique, après application du théorème de Green:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\sum_{j \in \text{Vois}(i)} (\mathbf{Q}^* \cdot \mathbf{n})_{ij}^{R\&C}} S_{ij} &= \frac{1}{\sum_{j \in \text{Vois}(i)} \Delta t (\bar{\nabla} \delta P \cdot \mathbf{n})_{ij}} S_{ij} \\
 &= \frac{1}{\sum_{j \in \text{Vois}(i)} \Delta t \frac{\delta P_{J'} - \delta P_{I'}}{I' J'}} S_{ij}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

La valeur de $(\mathbf{Q}^* \cdot \mathbf{n})_{ij}^{R\&C}$ à l'interface est calculée par interpolation de Rhie and Chow [Rhie 84] : On définit tout d'abord $\mathbf{Q}^{*,P}$ aux centre des mailles, solution de l'équation de quantité de mouvement sans le gradient de pression :

$$\mathbf{Q}_i^{*,P} = \mathbf{Q}_i^* + \Delta t (\nabla P^n)_i \tag{3.19}$$

On calcule alors $(\mathbf{Q}^* \cdot \mathbf{n})_{ij}^{R\&C}$ à l'interface (ij) selon la relation :

$$(\mathbf{Q}^* \cdot \mathbf{n})_{ij}^{R\&C} = \mathfrak{S}_{ij} (\mathbf{Q}^{*,P}) - \Delta t \frac{P_{J'}^n - P_{I'}^n}{I' J'} \tag{3.20}$$

avec \mathfrak{S}_{ij} opérateur d'interpolation entre I' et J' en utilisant les valeurs en I et J et les gradients associés :

$$\mathfrak{S}_{ij}(f) = \eta_{ij} f_i + (1 - \eta_{ij}) f_j + \frac{1}{2} \overline{O_{ij} F_{ij}} \left((\overline{\nabla} f)_i + (\overline{\nabla} f)_j \right) \quad (3.21)$$

où $\eta_{ij} = \frac{\overline{F_{ij} J'}}{\overline{I' J'}}$.

Une fois P^{n+1} calculée, on évalue la valeur de $(\mathbf{Q}^{**} \cdot \mathbf{n})_{ij}$ par la relation :

$$(\mathbf{Q}^{**} \cdot \mathbf{n})_{ij}^{R\&C} = (\mathbf{Q}^* \cdot \mathbf{n})_{ij} - \Delta t (\overline{\nabla} \delta P \cdot \mathbf{n})_{ij} = (\mathbf{Q}^* \cdot \mathbf{n})_{ij}^{R\&C} - \Delta t \frac{\delta P_{J'} - \delta P_{I'}}{I' J'} \quad (3.22)$$

\mathbf{Q}^{**} au centre des mailles est actualisée par :

$$\mathbf{Q}_i^{**} = \mathbf{Q}_i^* - \Delta t (\overline{\nabla} \delta P)_i \quad (3.23)$$

avec $(\overline{\nabla} \delta P)_i = \frac{1}{\sum_{j \in \text{Vois}(i)} P_{ij} \mathbf{n}_{ij} S_{ij}}$

ce qui correspond en pratique à la mise à jour suivante pour la vitesse :

$$\mathbf{V}_i^{**} = \mathbf{V}_i^* - \frac{\mathbb{B} \Delta t}{\mathbb{C} \rho^n} \left. \right|_i (\overline{\nabla} \delta P)_i \quad (3.24)$$

Les variables P et \mathbf{Q} sont à présent calculées au temps $n+1$. La discrétisation et résolution des équations de transport par les mêmes procédés utilisés lors de l'étape de prédiction amènent à déterminer les variables T^{n+1} et ρ_v^{n+1} , et on peut ainsi passer au pas de temps suivant. On met à jour les propriétés physiques λ , μ et C_P en début de pas de temps. La solution calculée au temps $n+1$ est une solution approchée du système de départ. A convergence, la solution calculée est bien celle recherchée.

L'algorithme de résolution est schématisé dans le tableau suivant, contenant les étapes successives dans un pas de temps :

Calcul des grandeurs physiques
Conditions aux limites
Résolution de Navier-Stokes Prédiction des vitesses Résolution de la pression Réactualisation des vitesses
Résolution des scalaires

3.4 Résolution des systèmes linéaires

Les systèmes d'équations discrétisées peuvent être traduits sous forme matricielle :

$$AX = B \tag{3.25}$$

avec A matrice du système, X vecteur des inconnues et B vecteur des seconds membres. Les propriétés de la matrice A diffèrent suivant les termes discrétisés, et on applique alors une méthode de résolution adaptée au système.

- Équation de convection-diffusion : A est une matrice non symétrique de rang N , à diagonale strictement dominante. On utilise la méthode de résolution de Jacobi :

<p>• Initialisation:</p> $x^0 \in R^N \text{ quelconque}$ $\varepsilon \text{ petit}$ $D / d_{ij} = a_{ii} \delta_{ij} \quad \forall ij$ $L / \begin{cases} l_{ij} = -a_{ij} & \text{pour } i > j \\ l_{ij} = 0 & \text{pour } i < j \end{cases}$ $U / \begin{cases} u_{ij} = 0 & \text{pour } i > j \\ u_{ij} = -a_{ij} & \text{pour } i < j \end{cases}$ <p>• Itérations: Pour $k=1$ à K faire:</p> <p>tant que $\frac{\ r^k\ }{\ B\ } < \varepsilon$</p> <p>calculer</p> $r^k = B - Ax^k$ $x^{k+1} = D^{-1}(L + U)x^k + D^{-1}B$ <p>fin tant que</p>
--

tableau 20: algorithme de Jacobi.

- Équation de Poisson pour la pression : A est une matrice symétrique et inversible, à laquelle on applique un préconditionnement diagonal. On utilise la méthode itérative du gradient conjugué : soit le système (3.25) de rang N :

<p>• Initialisation:</p> $x^0 \in R^N \text{ quelconque}$ $r^0 = B - Ax^0$ $p^0 = r^0$ $\alpha^0 = (r^0, p^0) / (p^0, Ap^0)$ $x^1 = x^0 + \alpha^0 p^0$ $r^1 = r^0 - \alpha^0 Ap^0$ <p>• Itérations: Pour $k=1$ à K faire:</p> $\beta^k = (r^k, r^k) / (r^{k-1}, r^{k-1})$ $p^k = r^k + \beta^k p^{k-1}$ $\alpha^{k-1} = (r^{k-1}, r^{k-1}) / (p^{k-1}, Ap^{k-1})$ $x^k = x^{k-1} + \alpha^{k-1} p^{k-1}$ $r^k = r^{k-1} - \alpha^{k-1} Ap^{k-1}$

tableau 21: algorithme du Gradient Conjugué.

3.5 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étape de résolution numérique des équations régissant les phénomènes physiques existants dans la cavité et introduits au chapitre 2. L'étape de maillage a notamment été détaillée avec précision compte tenu de la complexité du domaine d'étude qui contribue à l'originalité de ce travail de modélisation.

Les points principaux de la méthode numérique employée dans *Code_Saturne* ont été développés, un des intérêts de ce code résidant dans son adaptation à tout type de maillage grâce à la méthode de reconstruction des gradients introduite section 3.3., ainsi qu'à son module externe de pré-traitement (Enveloppe).

Les étapes de maillage et de discrétisation étant désormais achevées, nous présentons dans le chapitre suivant les différentes simulations effectuées avec *Code_Saturne* sur le maillage décrit section 3.2.

CHAPITRE 4

SIMULATIONS DES

ÉCOULEMENTS ET DES

PHÉNOMÈNES DE TRANSFERT

Le modèle physique et les méthodes de résolution ayant été mis en place dans les chapitres précédents, nous avons à présent à notre disposition l'ensemble des outils nécessaires à la simulation 3D du comportement physique de la cavité.

Dans ce chapitre, après avoir établi la configuration de l'étude, nous présentons une validation des modèles et méthodes numériques sur des cas de référence. Cette étape nous autorise alors à procéder à la simulation de scénarios divers dans la grotte de Lascaux, dont nous analysons les résultats afin de comprendre le comportement thermoaéroulique et hygrothermique. Nous nous intéresserons plus particulièrement à l'influence de perturbations existantes dans la réalité, telles que la mise en route du système de régulation d'air ou la présence humaine.

4.1 Configuration des cas d'étude

4.1.1 Paramètres numériques

L'ensemble des études a été réalisé avec les mêmes données numériques :

- Les schémas de discrétisation en espace sont établis pour chaque type de terme discrétisé. En règle générale le schéma est choisi centré, excepté pour les termes de convection qui sont stabilisés par un décentrement amont (« upwind ») ou une part de décentrement amont. Nous présentons ici les éléments principaux des schémas utilisés dans nos calculs, la discrétisation du terme de convection dans *Code_Saturne* étant plus largement détaillée dans l'Annexe B. Si l'on se place en 2D, avec un maillage régulier en espace, d'intervalle Δx , alors les schémas s'écrivent :
 - Termes de convection : schéma centré pour les variables scalaires, décentré amont d'ordre 2 pour la vitesse. Pour une maille strictement intérieure (cf. figure 19 chapitre 3) :

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \eta_{ij} T_{I'} + (1 - \eta_{ij}) T_{J'} \\ \rho_{vij} &= \eta_{ij} \rho_{vI'} + (1 - \eta_{ij}) \rho_{vJ'} \end{aligned} \quad \text{avec } \eta_{ij} = \frac{\overline{FJ'}}{I'J'}$$

$$\mathbf{V}_{ij} = \begin{cases} \mathbf{V}_{I'} + \overline{IF} \cdot (\overline{\nabla} \cdot \mathbf{V})_{I'} & \text{si } (\rho \mathbf{V})_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij} \geq 0 \\ \mathbf{V}_{J'} + \overline{JF} \cdot (\overline{\nabla} \cdot \mathbf{V})_{J'} & \text{si } (\rho \mathbf{V})_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij} < 0 \end{cases}$$

- Termes de diffusion : pour \mathbf{V} par exemple,

$$(\nabla \cdot \mathbf{V})_{ij} = \frac{\mathbf{V}_{J'} - \mathbf{V}_{I'}}{I'J'} \cdot \mathbf{S}_{ij}$$

avec $|\mathbf{S}_{ij}|$ la norme du vecteur \mathbf{S}_{ij} , vecteur normal à la surface et de norme la longueur de surface.

- Le pas d'espace (distance entre les centres de gravité de cellules voisines) est non uniforme. Il est de l'ordre du centimètre, et on note Δx le pas moyen, avec $\Delta x = 0,1 \text{ m}$.
- Afin de respecter les conditions de stabilité des schémas numériques, le pas de temps est calculé de manière à respecter au mieux le critère de CFL (Courant-Friedrich-Levy) de l'ordre de l'unité: $\frac{V\Delta t}{\Delta x} = 1$, soit $\Delta t = \frac{\Delta x}{V} \approx \frac{0,1}{0,1} = 1$, la vitesse moyenne d'écoulement déduite des observations ayant été évaluées à 10 cm.s^{-1} [Malaurent 03]. On fixe ainsi $\Delta t = 1 \text{ s}$, ce résultat ayant été par la suite validé par une étude de sensibilité au pas de temps.

4.1.2 Critères physiques

- La gravité est notée classiquement $\mathbf{g} = -g\mathbf{z}$, avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$,
- la température est exprimée en degrés Celsius, excepté pour les lois thermodynamiques,
- à température et degré de saturation de référence ($11,5^\circ\text{C}$ et 98% d'humidité relative), on obtient les valeurs des propriétés physiques du fluide et le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air :

$\rho_m \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$	$C_{pm} \text{ (J.C}^{-1}\text{.kg}^{-1}\text{)}$	$\lambda_m \text{ (W.m}^{-1}\text{.C}^{-1}\text{)}$	$\mu_m \text{ (kg.s}^{-1}\text{.m}^{-1}\text{)}$	$D \text{ (m}^2\text{.s}^{-1}\text{)}$
1,2483	1012,99	0,0241	$1,7879 \cdot 10^{-5}$	$2,97 \cdot 10^{-5}$

tableau 1: propriétés physiques à température de référence.

4.1.3 Traitement des résultats et visualisations

4.1.3.1 Les sondes

Les différents scénarios ont été simulés dans le domaine d'étude décrit au chapitre 3. Afin d'observer les variations des champs de température, de vitesse et d'humidité au sein du fluide, différentes sondes de température ont été installées dans la cavité. Elles sont placées en proche paroi et sont au nombre de 12 (figure 2), dont 3 réparties sur chaque ouverture du mur

4.1 Configuration des cas d'étude

de la Salle des Taureaux. Les autres sont repérées figure 2, leur dénomination est détaillée dans le tableau (1.14).

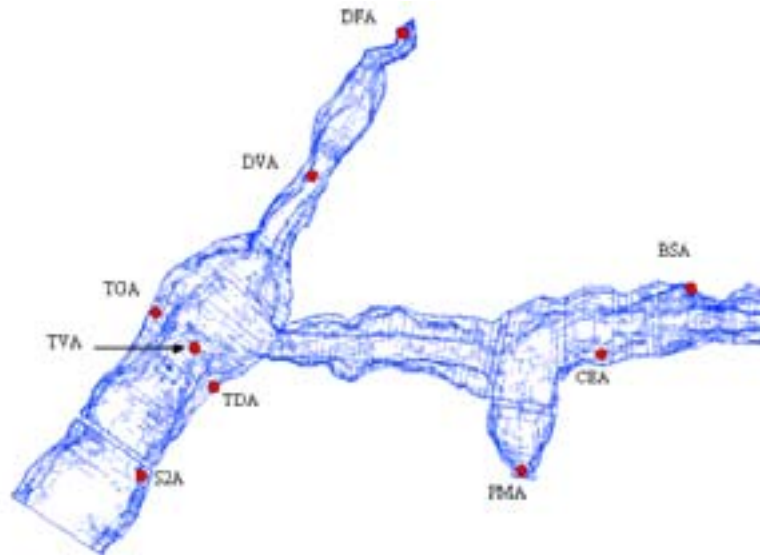


figure 2 : emplacements des sondes en température.

4.1.3.2 La visualisation

Pour mettre en évidence les phénomènes physiques mis en jeu dans la grotte, une visualisation par plan des différents champs de variables a été adoptée. Des coupes sont donc construites le long des galeries, en respectant les axes principaux, et juxtaposées pour constituer les deux plans de visualisation.

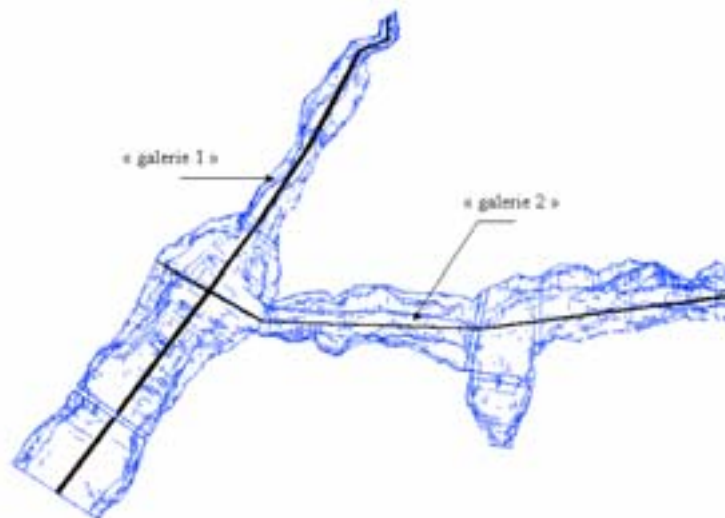


figure 3 : localisation des plans de coupes.

Remarque : Pour des raisons de visualisation, les échelles locales représentant les champs des variables n'ont pas été fixées au départ. Bien que cela ne facilite pas l'analyse comparative des différents scénarios, il était nécessaire de régler les échelles pour chaque étude afin de mieux distinguer les différences de valeurs au sein d'une même galerie ou d'une même salle.

4.2 Validation des méthodes numériques

Code_Saturne a fait l'objet d'une validation sur une centaine de cas de référence en mécanique des fluides, permettant ainsi de s'assurer de la qualité de résolution des modèles physiques et des méthodes numériques. On présente ici deux cas d'études simples : le premier est ciblé sur le phénomène de convection naturelle en régime laminaire pour un Rayleigh élevé, et a été testé à partir du cahier de validation. Le deuxième a pour but la validation du fonctionnement de la méthode de pénalisation introduite par le terme de rappel à la saturation, et a été effectué spécifiquement pour notre étude.

4.2.1 Cavité thermique à $Ra=10^9$

Il s'agit ici de montrer la capacité du code à représenter des écoulements dans lesquels des effets de gravité liés aux écarts de température constituent une force motrice importante. Soit une cavité 2D (x,z) de section rectangulaire, différentiellement chauffée selon l'axe z, dans laquelle s'écoule un fluide dont les caractéristiques physiques sont énoncées dans le tableau suivant :

ΔT	β	ρ_0	C_p	a	μ
K	K^{-1}	$kg.m^{-3}$	$J.K^{-1}.kg^{-1}$	$m^2.s^{-1}$	$kg.s^{-1}.m^{-1}$
45,8	0,01	1,06	1019	$2,52.10^{-5}$	$2,011. 10^{-5}$

tableau 4: propriétés thermophysiques du fluide.

et $g = -9,81 m.s^{-2}$.

En considérant comme longueur caractéristique la largeur de la cavité, le nombre de Rayleigh associé à l'écoulement vaut $Ra = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu\alpha} = 10^9$.

La masse volumique est variable, fonction de la température, de loi $\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0))$, avec ρ_0 et T_0 la masse volumique et la température de référence valant respectivement $1,06 \text{ kg.m}^{-3}$ et $57,1^\circ\text{C}$, et β le coefficient de dilatation défini par $\beta = \frac{1}{T_0}$.

Configuration :

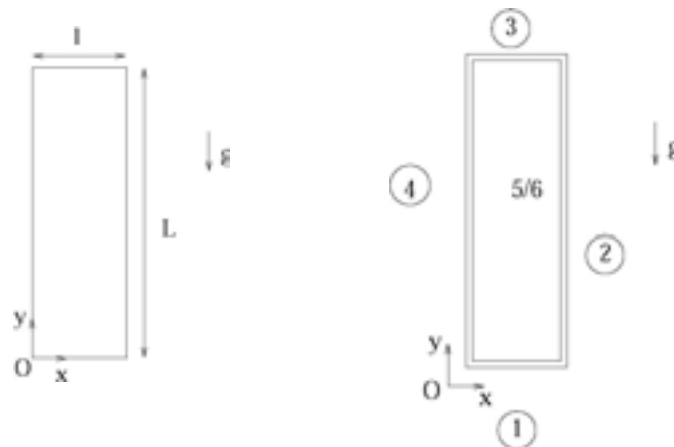


figure 5 : configuration du cas d'étude et conditions aux limites.

Le maillage :

Le domaine de calcul est bidimensionnel (x,z) , et mesure $0,5 \text{ m}$ de large et $2,5 \text{ m}$ de long. Les plans parallèles à (x,z) (référence 5 et 6 sur la figure 5) sont des plans de symétrie. Le maillage est régulier, et contient 820 cellules de type hexaédrique de $2,5 \text{ cm}$ de large et $6,5 \text{ cm}$ de long.

Conditions aux limites :

Sur la vitesse : condition de frottement en paroi, condition de symétrie sur les plans de symétrie.

Sur la pression : condition de type Neumann homogène en paroi et sur les plans de symétrie.

Sur la température : condition de type Dirichlet sur les parois : $T=80^{\circ}\text{C}$ sur la paroi chaude, $T= 34,2^{\circ}\text{C}$ sur la paroi froide. Une condition de type Neumann homogène est imposée sur les plans de symétrie.

Conditions initiales :

Les vitesses et les températures sont initialisées 0.

Résultats

L'écoulement est laminaire, incompressible et non isotherme. Les historiques de température (figure 6) permettent de vérifier la convergence du calcul :

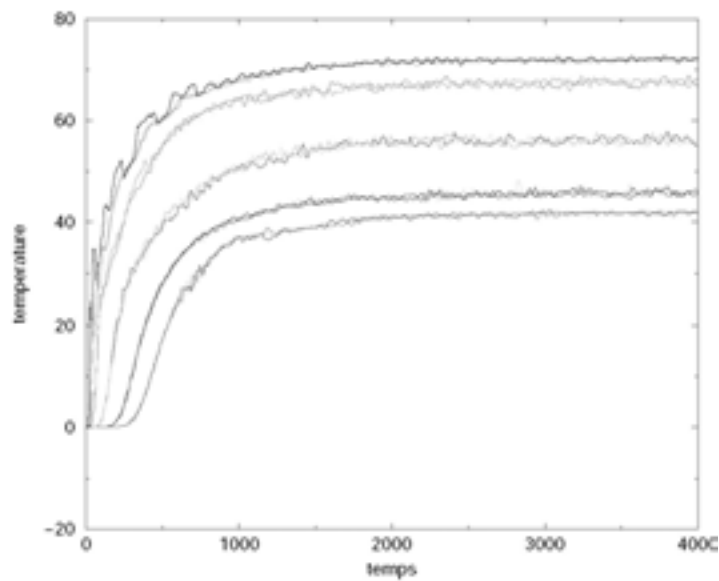


figure 6: historique des températures aux capteurs.

Le gradient de température engendre la mise en mouvement du fluide par convection naturelle. Une circulation à l'échelle de la cavité apparaît (figure 7) et les champs de température se stratifient.

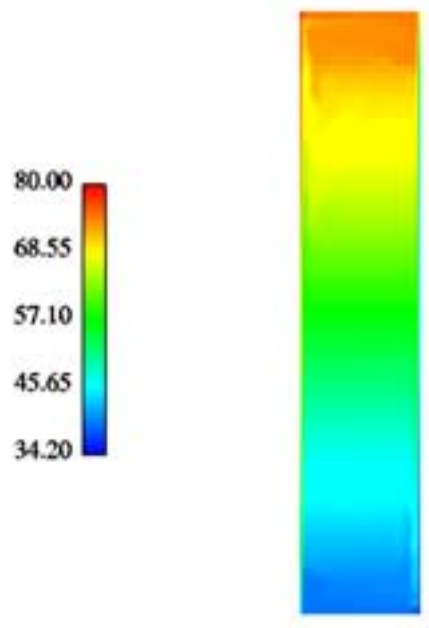


figure 7: champs de température (°C).

Les résultats sont comparés avec les résultats expérimentaux obtenus par [Cheesewright 86], sur la figure 8. Nous notons par exemple que les profils de vitesse à mi-hauteur de la cavité sont identiques, ce qui permet ainsi de valider les modèles et méthodes du code en régime laminaire pour un Rayleigh de l'ordre de 10^9 .

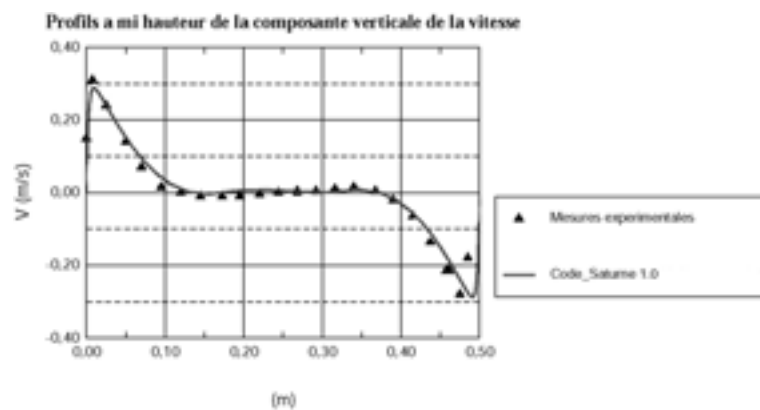


figure 8 : profils des vitesses à mi-hauteur, comparaison des résultats Code_Saturne, et expérimental.

4.2.2 Fonctionnement du terme de rappel : cas d'étude simple

Soit une cavité carrée, dans laquelle s'écoule un fluide bi-constituant air sec et vapeur d'eau, soumis à une température de paroi et à un flux d'humidité entrant. Les phénomènes

sont régis par le modèle introduit chapitre 2. Le but de ce calcul est de valider qualitativement le fonctionnement de notre méthode de pénalisation, engendrée par l'introduction du terme volumique de rappel à la saturation \mathfrak{K} dans l'équation de transport de la masse volumique de vapeur. On rappelle que ce terme est activé lorsque le test $\rho_v > \rho_{vsat}$ est vérifié : le phénomène de condensation est négligé, la masse de vapeur condensée est ôtée du système.

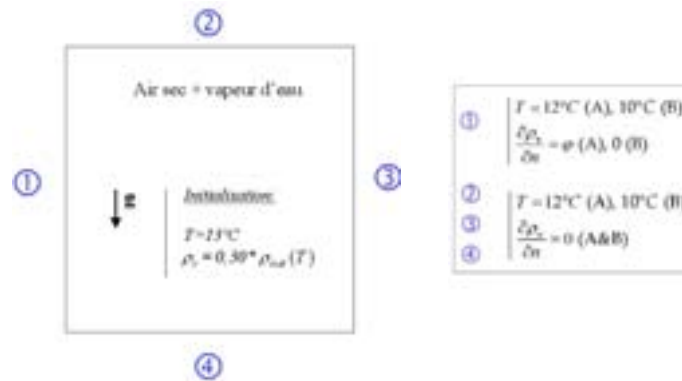


figure 9: configuration du cas d'étude.

Le mélange gazeux est initialisé à 13°C en température, et son taux d'humidité est fixé à 30%. On impose tout d'abord aux parois (étape 1) une condition aux limites de type Dirichlet en température, égale à 12°C. Un flux entrant de vapeur d'eau est imposé sur une des parois considérée ainsi saturée en eau. Une fois la convergence du calcul atteinte, on diminue fortement la température de paroi à 10°C et on annule la condition de type flux en humidité (étape 2).

On s'intéresse au comportement de la masse volumique de vapeur d'eau. Durant l'étape 1 (figure 10), la température converge vers 12°C tandis que ρ_v augmente jusqu'à atteindre la valeur de saturation $\rho_{vsat}(12)$. Dans la deuxième étape, les températures tendent vers 10°C, et ρ_v converge alors vers $\rho_{vsat}(10)$, en suivant la courbe de saturation (figure 11).

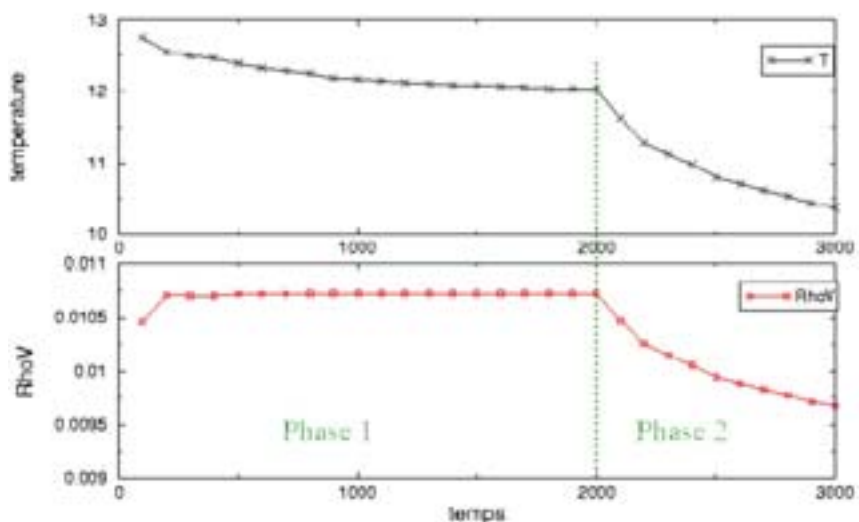


figure 10: variations simultanées de T et de ρ_v , en $^{\circ}\text{C}$ et g.m^{-3} .

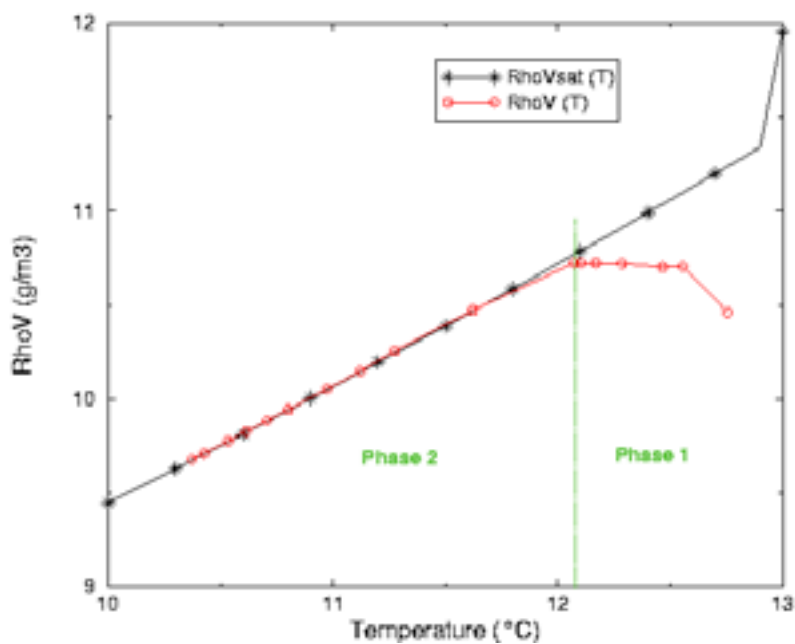


figure 11: évolution de ρ_v en fonction de T , en g.m^{-3} et $^{\circ}\text{C}$.

Nous avons utilisé dans ce calcul l'équation d'advection-diffusion d'un scalaire, préalablement validée dans *Code_Saturne*. Les résultats présentés ici nous permettent donc de conclure quant à la validité du modèle régissant le transport de vapeur d'eau et le rappel à la saturation dans une cavité respectant les critères thermiques et hydriques de la grotte de Lascaux.

4.3 Configuration de référence : cavité « fermée »

4.3.1 Description du cadre de l'étude

Le domaine d'étude est considéré fermé. On souhaite ici représenter les écoulements d'air dans la cavité lorsqu'elle n'est soumise à aucune perturbation. Le système de régulation d'air est éteint, et la porte d'entrée du Sas 2 est fermée.

4.3.1.1 Conditions aux limites

Elles sont imposées en tout point de paroi. Trois types de conditions sont utilisées suivant les zones.

La section de paroi constituant l'« entrée » du volume, et représentant le mur de la Salle des Machines séparant le Sas 1 du Sas 2, est une construction artificielle en béton. Elle est composée de quatre glissières à travers lesquelles l'air s'écoule lors de la mise en marche du système de régulation, et d'une porte reliant les deux sas. Nous considérons ici que ces 5 ouvertures sont fermées, le système de régulation d'air étant éteint. Cette construction ne faisant pas partie du massif géologique, nous y imposons une condition de type flux nul en température et en humidité. Pour les mêmes raisons, le mur de la Salle des Taureaux est traité à l'identique.

Le reste des parois constitue l'enveloppe rocheuse, que nous considérons saturée en eau, et soumise à un gradient de température engendré par les conditions extérieures et le gradient géothermique. Le modèle fluide étant amené, à terme, à être couplé à un modèle en milieu poreux, nous choisissons de retranscrire la saturation à la paroi par l'imposition d'une condition de type Neumann en humidité :

$$\left. \frac{\partial \rho_v}{\partial n} \right|_p = \varphi(\rho_v) \quad (0.1)$$

avec $\varphi(\rho_v)$ le flux de paroi introduit section (2.2.3) tel que :

4.3 Configuration de référence : cavité « fermée »

$$\varphi(\rho_v) = \frac{h_T}{\rho_m C_{p,m}} (\rho_{vsat}^P - \rho_v^M) \quad (4.2)$$

ρ_v^M étant la masse volumique de vapeur d'eau au point M situé au centre de la maille proche du point de paroi considéré (figure 12), ρ_{vsat}^P la masse volumique de vapeur saturante à la température de paroi au point P, et h_T le coefficient d'échange thermique local déduit du calcul. L'écoulement étant laminaire, un calcul de conduction simple permet d'évaluer le coefficient d'échange thermique local: $\varphi = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \right|_P = h_T \Delta T$, d'où, en projetant sur l'axe des

abscisses : $\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} = h_T \Delta T \quad \heartsuit \quad h_T = \frac{\lambda}{\Delta x}$.

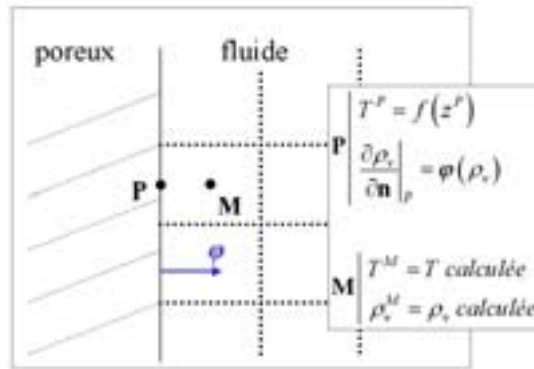


figure 12 : conditions aux limites en humidité.

En ce qui concerne les conditions limites en température, nous nous plaçons dans le temps au début du mois de Mai (date située à la fin de la période hivernale, et précédant de peu la mise en fonctionnement du système de régulation) durant les années 1980 à 1984, cinq années relativement stables au niveau climatique. La température moyenne de roche est représentée par une fonction de la profondeur, déterminée à partir des différentes sondes « roche » placées dans la cavité (tableau 13). Cette fonction est ensuite approchée par un polynôme de degré 5 (figure 14), qui sera imposé à la paroi.

	Z	Moyenne Mai
sonde TVR	-4,7	11,70
sonde S2R	-6,8	11,64
sonde TGR	-8,3	11,81
sonde TDR	-8,3	11,80
sonde PMR	-11,25	12,04
sonde CER	-13	12,04
sonde BSR	-14,8	12,04

tableau 13 : températures moyennes relevées à quelques sondes « roche ».

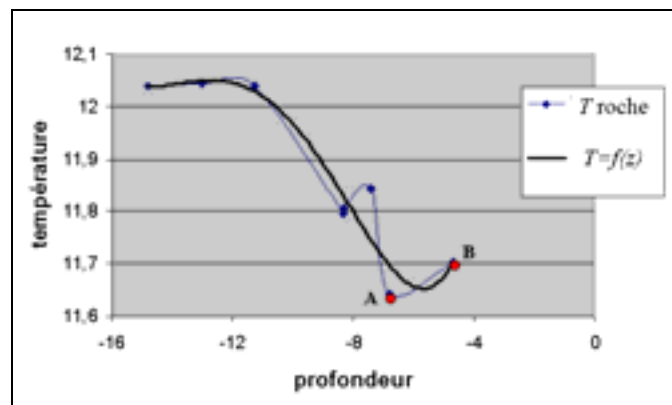


figure 14 : courbe de températures moyennes de 1980 à 1984.

Nous retrouvons dans le tableau 13 les tendances de température au sein du massif géologique : Les températures des zones plus en profondeur sont plus élevées. Ces données sont représentées à la paroi par des conditions aux limites de type Dirichlet, d'équation (4.3) :

$$T|_p = f(z^p) \quad (4.3)$$

avec $f(z^p)$ représentée figure 14 et d'équation :

$$f(z) = \alpha_1 z^5 + \alpha_2 z^4 + \alpha_3 z^3 + \alpha_4 z^2 + \alpha_5 z + \alpha_6 \quad (4.4)$$

$$\alpha_1 = 8,110^{-6}, \alpha_2 = -3,33 10^{-3}, \alpha_3 = 5,38 10^{-1}, \alpha_4 = -4,33 10^{-1}, \alpha_5 = 1,7 10^3, \alpha_6 = -27048$$

Enfin, une condition de type adhérence est imposée pour les vitesses (vitesses nulles), et une condition de Neumann homogène en pression.

4.3.1.2 Conditions initiales

Nous initialisons les températures par la fonction $T = f(z)$ introduite précédemment. En ce qui concerne la masse volumique de vapeur, elle est calculée de manière à imposer en chaque cellule 98% d'humidité relative, soit 98% de la masse volumique de vapeur saturante calculée à la température de la maille. Cette initialisation se traduit par une masse totale de vapeur de 13,28 kg dans le volume du domaine d'étude (1250 m^3).

$$\begin{cases} T_{init} = f(z^M) \\ \rho_{v,init} = 0,98 * \rho_{vsat}^M \\ V_x, V_y, V_z = 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

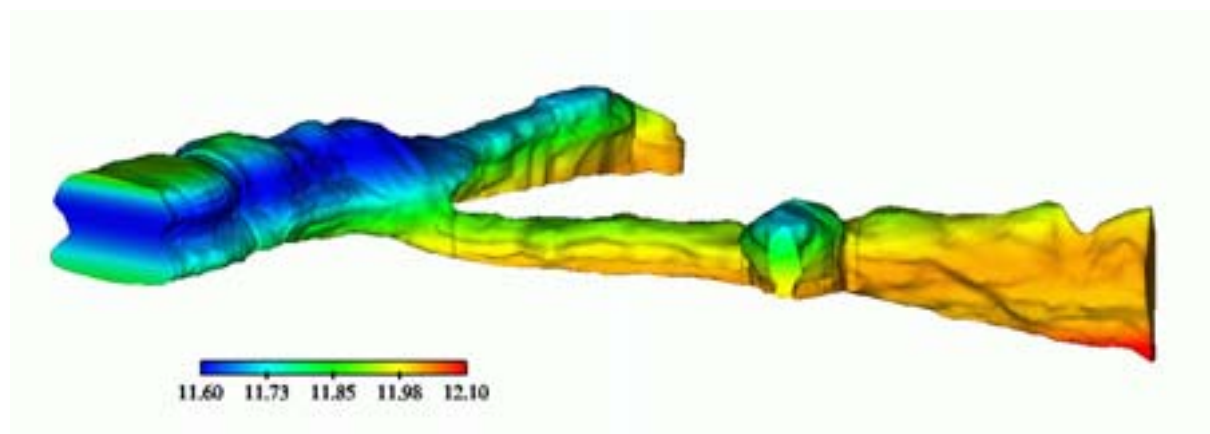


figure 15: conditions aux limites et initiales en température (°C).

Tableau récapitulatif des bornes supérieures et inférieures de la température, de la masse volumique de vapeur, de la pression de vapeur saturante et de masse volumique de vapeur saturante correspondantes :

	min	max	
T	11,66	12,06	°C
$Rho v$	10,37	10,56	g/m3
$Pvsat$	1367,7	1404,8	Pa
$Rho vsat$	10,47	10,76	g/m3

tableau 16: valeurs min et max à l'initialisation.

4.3.2 Résultats

Les champs de variables sont déterminés par résolution des systèmes d'équations détaillés chapitres 2 et 3. Les conditions aux limites auxquelles ils sont soumis sont considérées constantes en temps : le but est ainsi de simuler le comportement hygrothermique de la cavité à des périodes précises dans le temps. Les variations de température au niveau des parois dues à l'évolution saisonnière sont négligeables devant le temps d'établissement de l'équilibre thermoaéraulique de la grotte. Nous sommes donc ici en présence d'une succession d'états stationnaires.

Dans le cas étudié ici nous avons effectué une simulation de l'établissement des phénomènes pendant 2h (7200 itérations de 1 seconde).

4.3.2.1 Champs de température

L'air de la cavité est soumis au gradient de température imposé aux parois. Ce gradient, vertical, d'amplitude maximale $0,5^{\circ}\text{C}$, engendre des mouvements d'air sous l'effet des forces de gravité : un régime de convection naturelle apparaît alors au sein de la cavité. L'air chaud, plus léger, a tendance à remonter vers l'entrée de la grotte alors que l'air froid, plus lourd, descend en profondeur. La figure 17 montre l'établissement de ce phénomène par la stabilisation des températures.

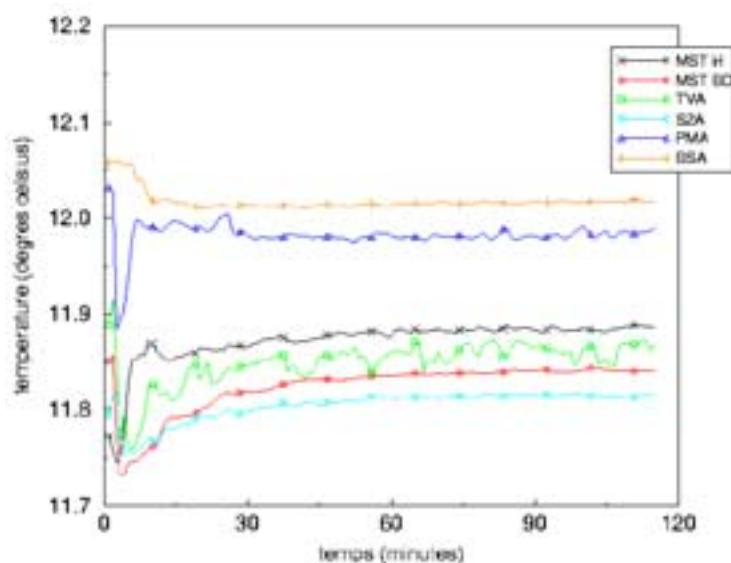


figure 17: stabilisation des températures.

4.3 Configuration de référence : cavité « fermée »

Les figure 18 et figure 19 illustrent la répartition des températures dans les deux galeries principales.

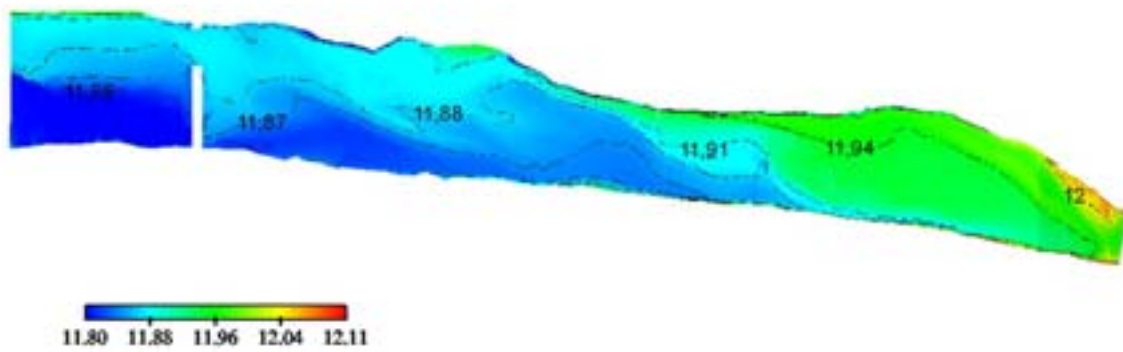


figure 18 : champs de températures galerie 1 (°C).

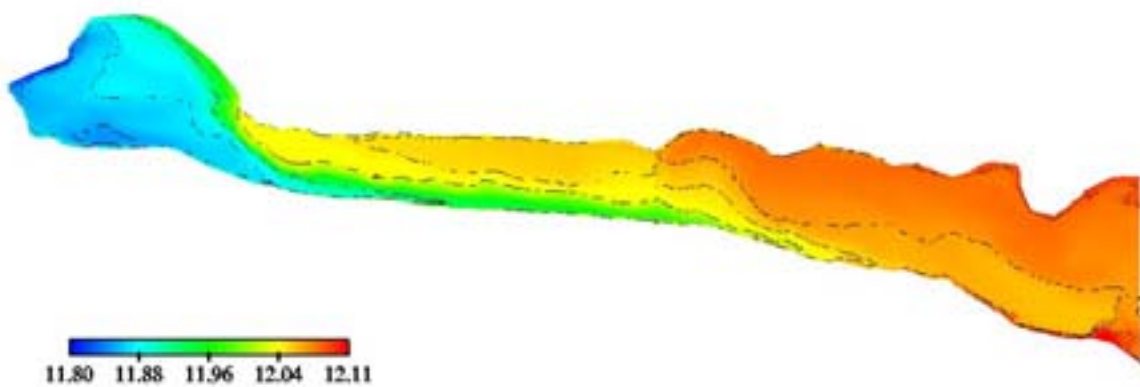


figure 19 : champs de températures galerie 2 (°C).

Le tableau 20 rassemble l'ensemble des valeurs des variables à convergence du calcul.

sondes	P (Pa)	RhoV (g/m3)	Vx (m/s)	Vy (m/s)	Vz (m/s)	Rho m (kg/m3)	T (°C)
MST H	102697,6	10,60	-0,001	-0,039	-0,009	1,2490	11,89
MST BG	102697,9	10,60	0,023	0,045	-0,002	1,2492	11,84
MST BD	102697,9	10,59	0,045	0,022	-0,014	1,2492	11,84
TDA	102697,9	10,61	-0,015	-0,001	-0,010	1,2490	11,87
TVA	102697,6	10,55	-0,078	0,001	0,051	1,2490	11,89
TGA	102697,9	10,59	0,006	-0,023	-0,025	1,2489	11,89
S2A	102697,8	10,55	0,026	-0,015	-0,042	1,2493	11,82
DVA	102697,8	10,59	-0,031	-0,049	0,001	1,2490	11,88
DFA	102698,2	10,71	0,020	-0,021	0,030	1,2485	11,98
PMA	102698,1	10,71	0,014	0,008	0,009	1,2484	11,99
CEA	102698,3	10,74	0,047	0,014	0,002	1,2483	12,03
BSA	102698,3	10,73	0,025	-0,018	0,009	1,2483	12,02

tableau 20: valeurs des variables obtenues par simulation.

sondes	T
MHG	11,717
MBD	11,539
TDA	11,716
TVA	11,700
TGA	11,746
S2A	11,626
DVA	11,795
PMA	11,896
CEA	11,934
BSA	11,812

tableau 21: températures moyennes relevées aux sondes entre 1980 et 1984 (°C).

La comparaison des valeurs du tableau 20 et tableau 21 permet de constater que les résultats en température obtenus par simulation numérique respectent l'aspect général de la répartition observée sur les relevés. Les sondes peuvent être réparties en trois zones : zone 1 pour le mur de la Salle des Taureaux et le Sas 2, zone 2 pour la Salle des Taureaux et de Diverticule Axial, zone 3 pour le Puits et la Galerie Mondmilch. En triant ces zones par ordre croissant de température, on obtient le même ordre dans les deux cas (relevés et calcul) : zone 1, zone 2, zone 3. La tendance est respectée.

4.3.2.2 Les écoulements d'air

Le phénomène de convection naturelle engendre la mise en mouvement de l'air. Les figure 18 et figure 19 illustrent ce phénomène : Les lignes de courant sont réparties irrégulièrement, la majorité se situant près des parois puisque les températures de conditions aux limites constituent le moteur de la convection. Le sens de l'écoulement est la

conséquence directe du gradient vertical de température aux parois : l'air froid descend en profondeur le long du sol tandis que l'air chaud remonte en longeant la voûte. Ce phénomène est notamment visible au niveau du mur de la Salle des Taureaux. Les glissières étant situées en haut et en bas, une représentation des vecteurs vitesses à travers celles-ci permet d'observer le phénomène en détail (figure 24). Nous sommes en présence d'une cellule de convection à l'échelle de la grotte, qui se propage dans les deux galeries, le phénomène étant accentué galerie 2 par le plus fort gradient de température existant entre la Salle des Taureaux et le fond de la Galerie Mondmilch (celle-ci est située plus en profondeur). La géométrie complexe des parois engendre également des recirculations plus petites, situées au centre de l'écoulement global ou près des aspérités. Un cas d'étude sur une cavité rectangulaire différentiellement chauffée, dont une des parois est ondulée, et soumise à un régime d'écoulement laminaire, a montré l'influence de l'inclinaison de la géométrie sur la forme des écoulements [Adjout 02]. A son état initial (\mathbf{g} vertical), le gradient de température et les irrégularités à la paroi engendrent la formation de cellules convectives juxtaposées. Une inclinaison légère de la boîte implique la déstructuration de l'écoulement, et il apparaît une cellule de convection globale à l'échelle de la géométrie. Nous pouvons observer ce résultat au sein de la cavité : les galeries 1 et 2 étant respectivement inclinées de $21,8^\circ$ et 15° , l'écoulement principal se situe près des parois. L'existence de recirculations de taille plus réduite laisse supposer l'importance de l'influence des irrégularités de parois sur l'établissement de cet écoulement global.

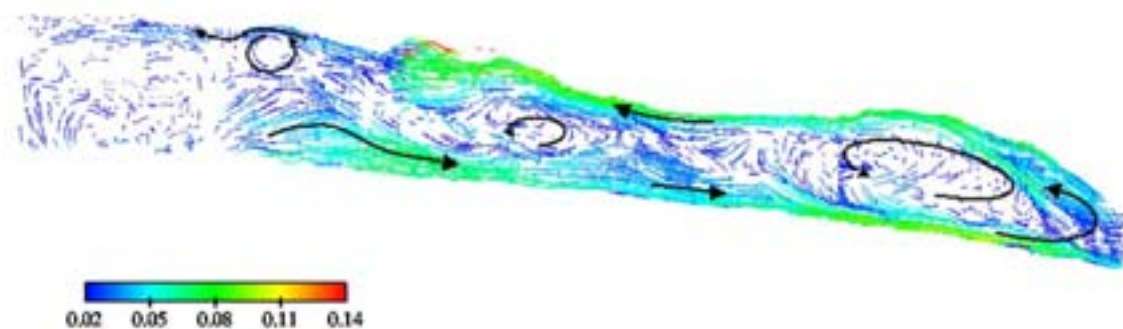


figure 22: recirculations dans la galerie 1, vitesses en $m.s^{-1}$.

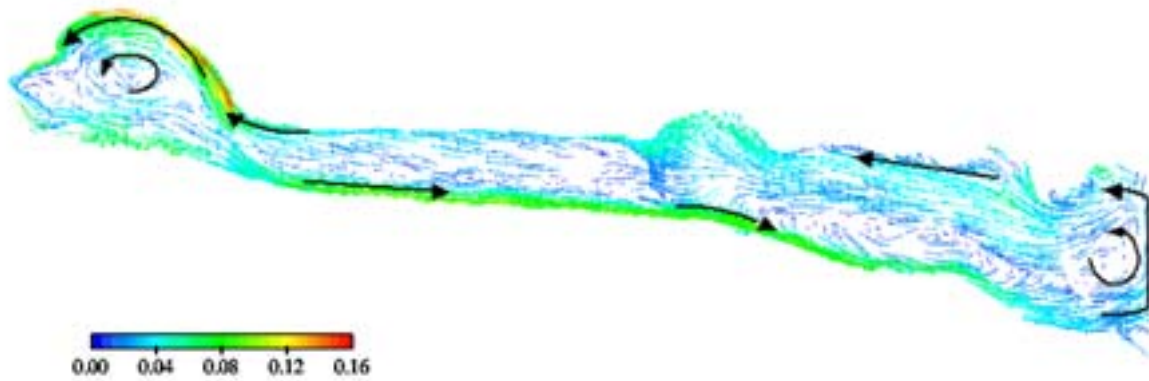


figure 23 : recirculations dans la galerie 2, vitesses en $m.s^{-1}$.

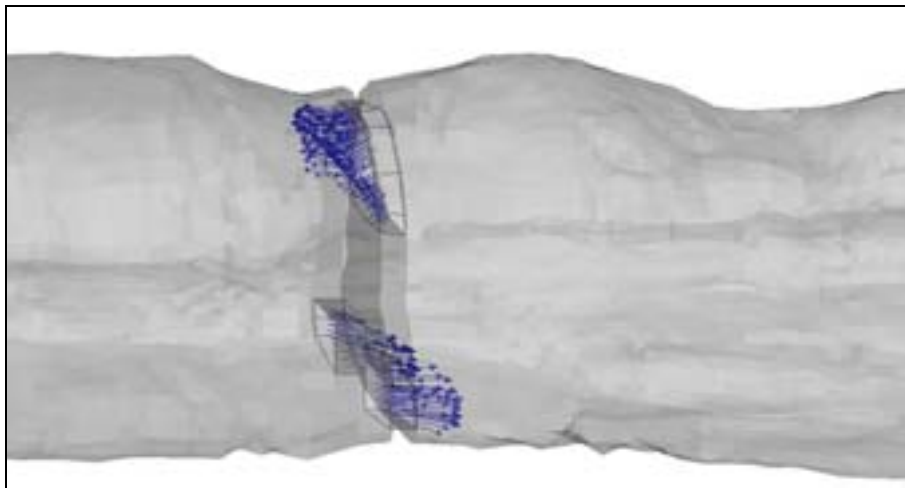


figure 24 : profil des vitesses à travers les glissières du mur de la Salle des Taureaux.

Les vitesses sont de l'ordre de quelques centimètres par seconde (voir tableau 20). L'écoulement de convection naturelle se concentrant dans les zones de fort gradient, il se situe majoritairement en proche paroi. Les vitesses au centre du volume sont faibles ($1 \text{ à } 3 \text{ cm.s}^{-1}$), tandis que l'air circule plus rapidement le long du plafond et du sol. D'autres facteurs tels que les disparités géométriques de la cavité (sections de passage plus ou moins larges) engendrent des accélérations locales, par exemple dans les glissières du mur de la Salle des Taureaux, ou dans le Passage à la sortie duquel les vitesses atteignent 15 cm.s^{-1} (figure 25).

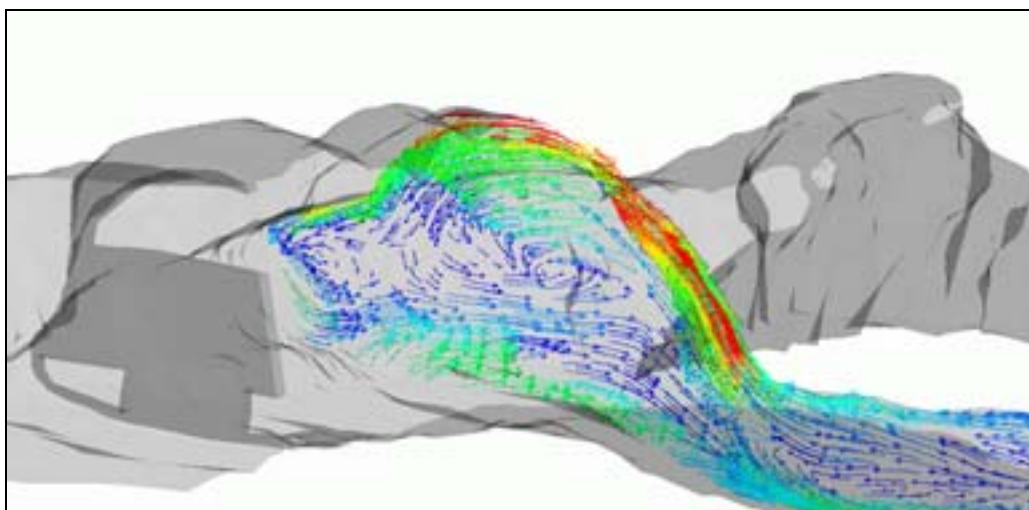


figure 25: profil des vitesses dans le Passage et la Salle des Taureaux.

Nous nous intéressons à présent à la trajectoire d'une particule fluide lâchée à différents endroits de la cavité. Ainsi la figure 26 permet de constater qu'un traceur, sous l'influence des écoulements décrits précédemment, peut effectuer le trajet Sas 2, Salle des Taureaux, Diverticule Axial et retour à la Salle des Taureaux. Nous observons également ce phénomène dans la Galerie 2, d'autres trajectoires ayant montré un retour au Sas 2 par la partie haute du mur. Il faut, pour la particule de la figure 26, 20 minutes pour aller du mur de la Salle des Taureaux jusqu'à un mètre du fond du Diverticule Axial. La distance séparant ces deux Salles étant d'environ 50 mètres, la vitesse moyenne peut être évaluée à 4 cm.s^{-1} . Si on s'intéresse à son parcours axial total (depuis la mur de la Salle des Machines), la figure 26 permet de constater que le temps caractéristique de régulation de l'air est de l'ordre de l'heure.

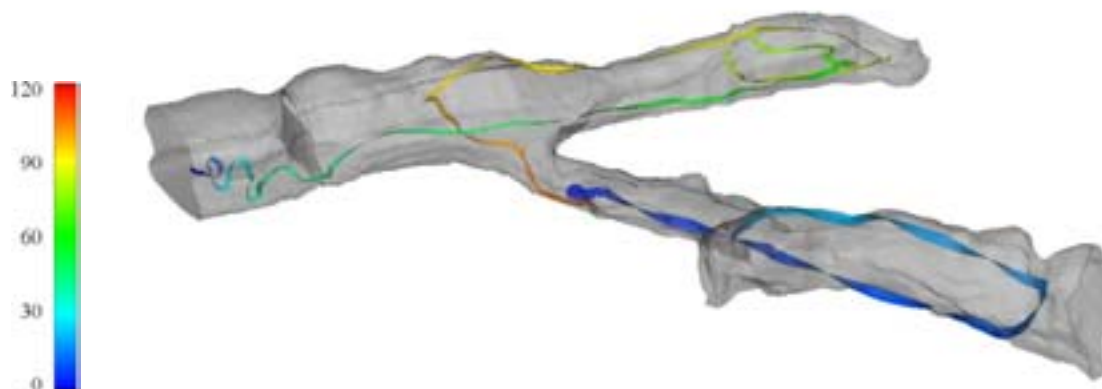


figure 26: exemples de trajectoires de particules, échelle temporelle (minutes).

4.3.2.3 Évolution des champs de vapeur

- Analyse quantitative

Afin de traiter la présence d'humidité dans la cavité de manière représentative, nous optons dans ce chapitre pour la variable TH désignant le taux d'humidité, et qui correspond à l'humidité relative w traduite en pourcentage (multipliée par 100) :

$$TH = w * 100 = \frac{\rho_v(T)}{\rho_{vsat}(T)} * 100 \quad (4.6)$$

Le tableau 27 donne les valeurs en chaque sonde des variables liées à la présence de vapeur d'eau, obtenues par simulation numérique pour ρ_v , et par calcul à partir des formules introduites chapitre 2 pour les autres.

sondes	RhoV	Pvsat	RhoVsat
MST H	10,60	1388,5	10,63
MST BG	10,60	1384,5	10,60
MST BD	10,59	1384,4	10,60
TDA	10,61	1386,9	10,62
TVA	10,55	1388,9	10,63
TGA	10,59	1389,2	10,64
S2A	10,55	1382,1	10,58
DVA	10,59	1388,3	10,63
DFA	10,71	1397,0	10,70
PMA	10,71	1398,1	10,71
CEA	10,74	1401,4	10,73
BSA	10,73	1400,7	10,73

tableau 27: variables secondaires calculées à partir du tableau 20, ρ_v en $g.m^{-3}$, P_{vsat} en Pa.

Les variations de masse volumique de vapeur sont très faibles, de l'ordre du dixième de gramme par mètre cube. A convergence, les valeurs de ρ_v se rapprochent de ρ_{vsat} pour l'atteindre en certains points où l'air est alors saturé en vapeur d'eau. C'est le terme volumique de rappel à la saturation \mathfrak{R} , introduit dans l'équation de transport de ρ_v , qui permet de ne pas prendre en compte les effets de sursaturation. Dans la réalité, différents paramètres tels que les ouvertures de porte, la nature non totalement fermée de la cavité, ou l'assèchement partiel du massif géologique ont pour effet de ralentir le processus de saturation.

- Zones à risque de condensation

La modélisation des écoulements de vapeur et des échanges de masse à la paroi telle qu'elle est décrite chapitre 2 permet, par simulation, d'observer dans la cavité les zones d'accumulation de vapeur, ainsi que les lieux d'apparition de la condensation. Nous rappelons que le phénomène de condensation n'est pas modélisé, nous ne tenons donc pas compte des effets de film ou de chaleur latente. La paroi étant saturée en humidité, un flux de vapeur d'eau se dégage de la roche vers l'air de la grotte, alimentant cet air de manière continue. L'air tend donc vers un état de saturation, qu'il n'est pas nécessaire d'atteindre puisque nous nous intéressons uniquement aux zones locales d'apparition de la condensation.

L'apparition de la condensation en un point M est déclenchée lorsque la pression de vapeur ρ_v^M dépasse la pression de vapeur saturante calculée en fonction de la température T^M par l'équation (2.22). En proche paroi (figure 28), le taux d'humidité relative en chaque point est déterminé en fonction de la masse volumique de vapeur ρ_v^M calculée, de la masse volumique de vapeur saturante à la paroi $\rho_{vsat}^P = \rho_{vsat}(T^P)$, et de la température de paroi T^P par la relation (4.6).

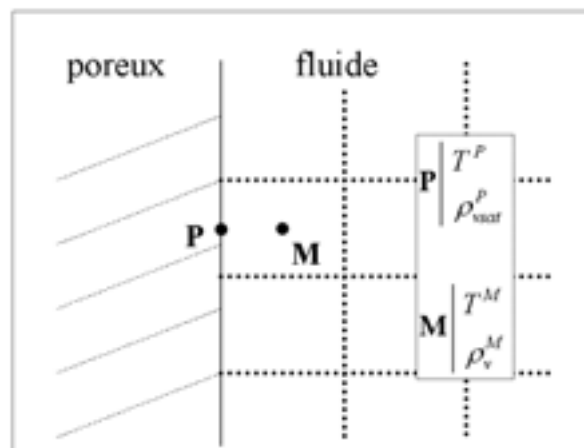


figure 28: traitement de la masse volumique de vapeur en proche paroi.

L'air humide, au contact d'une surface de température plus faible, a tendance à se saturer en vapeur d'eau puisque la pression de vapeur saturante diminue avec la température tandis que la masse de vapeur qu'il contient reste inchangée. Sa masse volumique de vapeur est alors supérieure à la masse volumique de vapeur saturante et il y a condensation. Nous avons

représenté les zones d'apparition de la condensation sur la figure 29, après 2 heures de simulation, à partir de l'état d'équilibre thermoaéraulique obtenu pour la configuration précédente.

Remarque : Nous nous sommes restreints ici à 2 heures puisque ce délai permet de visualiser les premières zones d'apparition de la condensation.

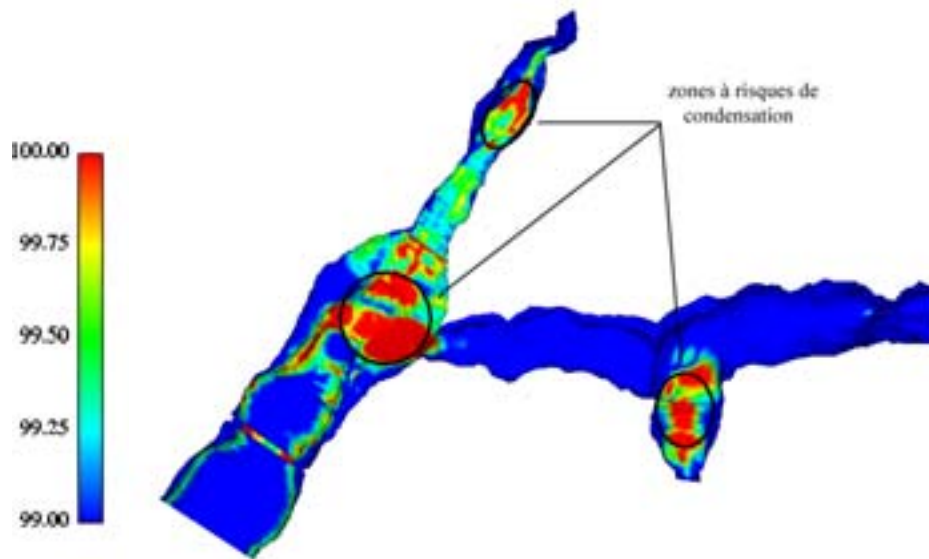


figure 29: zones de condensation : TH=100% (échelle : TH en %)

4.3.3 Conclusion

Cette première simulation apporte des informations générales concernant l'aéraulique de la cavité et son comportement hygrothermique, en configuration fermée, et sans perturbation extérieure.

Les champs de température se mettent en place sous l'influence du phénomène de convection naturelle, dû aux conditions aux limites représentant la température de la roche à la paroi. Du point de vue dynamique, nous avons constaté la présence d'un écoulement global partant de la Salle des Machines, et atteignant le fond de chacun des diverticules en longeant le sol pour revenir à son point de départ le long de la voûte. Ce phénomène, de nature lente, implique, pour une configuration aux limites similaire à ce cas « fermé », la possibilité d'un contrôle passif de l'air ambiant depuis la Salle des Machines. Enfin, des zones à risque de condensation sont localisées, et vérifient ainsi les observations effectuées à l'aide des témoins

de condensation collés à la paroi. Nous avons ainsi la possibilité avec cet outil de prédire les risques de condensation pour une situation climatique précise.

4.4 Mise en marche du système de régulation de l'air

4.4.1 Description du cadre de l'étude

La mise en route du système de régulation de l'air est effectuée aux environs des mois de Mai et Juin, son arrêt ayant lieu 6 mois plus tard. Situé dans la Salle des Machines, il permet de régler la température moyenne de la Salle des Machines qui elle-même conditionne la température et la pression partielle de vapeur d'eau de la cavité grâce aux échanges par convection à travers les glissières (figure 30).



figure 30: mur de la Salle des Machines et ses 4 glissières.

4.4.2 Conditions aux limites et initiales

4.4.2.1 Conditions aux limites

Elles sont identiques au cas précédent, à l'exception de l'«entrée» du domaine d'étude constituée par le mur de la Salle des Machines : on impose sur les glissières hautes une vitesse de sortie égale à 10 cm.s^{-1} , déduite de mesures effectuées devant la glissière haute droite [Malaurent 03]. Les températures et masse volumiques de vapeur y sont imposées égales aux valeurs calculées dans la maille proche paroi. Les glissières basses sont de type « entrée/sortie libre », il y a égalité entre les flux sortant par les glissières hautes et les flux entrant par les

glissières basses. Aucune vitesse n'est imposée, en revanche on fixe la température à 10°C [Malaurent 03] et la masse volumique de vapeur est donnée égale à la masse volumique de vapeur saturante à 10°C.

$$\left\{ \begin{array}{l} T^{haut} = T^M \\ \rho_v^{haut} = \rho_v^M \\ \|\mathbf{V}^{haut}\| = 0,1 \text{ m.s}^{-1} \end{array} \right. \quad (4.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T^{bas} = 10^\circ\text{C} \\ \rho_v^{bas} = \rho_{vsat}(T^{bas}) \\ \|\mathbf{V}^{bas}\| \text{ libre} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Sur le reste du mur on applique les mêmes conditions que pour le cas précédent.

4.4.2.2 Conditions initiales

Ce calcul est effectué à partir de la configuration précédente, grotte « fermée », champs de température et de vitesses établis.

4.4.3 Résultats

4.4.3.1 Répartition des températures

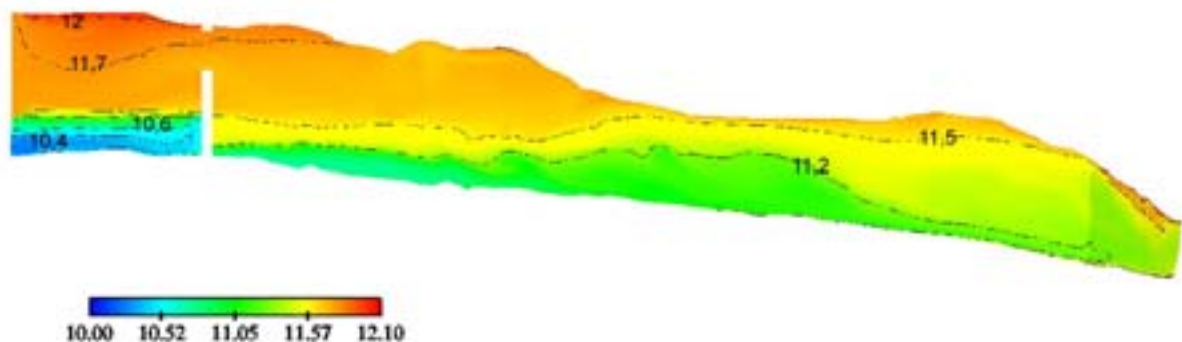


figure 31: champ de température galerie 1 (°C).

4.4 Mise en marche du système de régulation de l'air

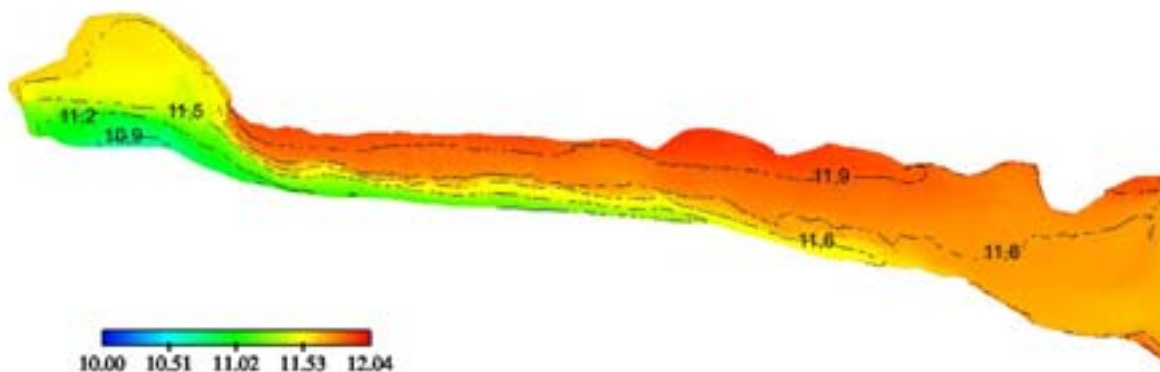


figure 32: champ de température galerie 2 (°C).

Nous pouvons remarquer que l'influence du système de régulation est particulièrement visible le long du sol, le refroidissement étant plus accentué le long de la première galerie, dans laquelle apparaît une stratification des températures. Dans l'ensemble de la cavité, les valeurs sont diminuées en moyenne de 0,53°C (tableau 34), en tenant compte des capteurs bas du mur de la Salle des Taureaux qui sont directement soumis aux conditions aux limites imposées en sortie de la Salle des Machines.

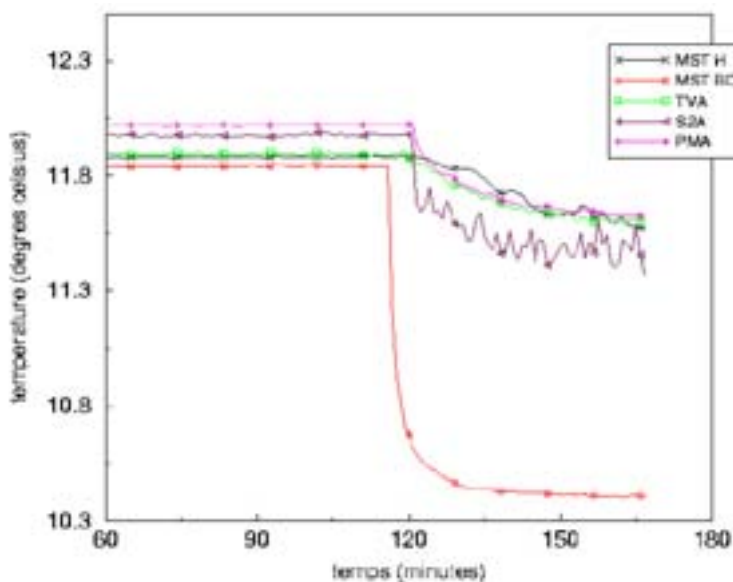


figure 33: historique des températures lors de la mise en route du système de régulation d'air.

sondes	fermé	avec régulation	écart
MST H	11,89	11,57	0,31
MST BG	11,84	10,41	1,44
MST BD	11,84	10,39	1,45
TDA	11,87	11,41	0,46
TVA	11,89	11,58	0,31
TGA	11,89	11,57	0,33
S2A	11,82	11,47	0,35
DVA	11,88	11,64	0,24
DFA	11,98	11,37	0,61
PMA	11,99	11,88	0,11
CEA	12,03	11,61	0,41
BSA	12,02	11,70	0,32

tableau 34: écarts des températures avec la mise en route du système de régulation d'air (°C).

4.4.3.2 Perturbation des écoulements par le système de régulation

La mise en route du système de régulation perturbe localement la structure de l'écoulement d'air dans les galeries, du fait du passage de l'air par les glissières hautes et basses du mur de la Salle des Machines, et par l'augmentation du gradient de température local dont le maximum passe de 0,6 °C à 2°C. Cependant, nous notons que la forme générale de l'écoulement reste inchangée, avec la présence des recirculations globales le long des parois des deux galeries. La différence est visible au niveau des vitesses, dont les valeurs sont en moyenne multipliées par 2 ou par 3 suivant les sondes.

sondes	fermé	avec régulation	écart	rapport (%)
MST H	0,040	0,084	0,045	213
MST BG	0,051	0,181	0,130	356
MST BD	0,052	0,202	0,150	387
TDA	0,018	0,040	0,022	218
TVA	0,094	0,235	0,141	251
TGA	0,034	0,055	0,021	160
S2A	0,052	0,028	-0,024	54
DVA	0,058	0,063	0,005	108
DFA	0,042	0,107	0,065	255
PMA	0,019	0,032	0,013	169
CEA	0,049	0,154	0,105	315

tableau 35: écarts des vitesses en $m.s^{-1}$ avant et après la mise en route du système de régulation de l'air.



figure 36: vitesses dans la galerie 1 ($m \cdot s^{-1}$).

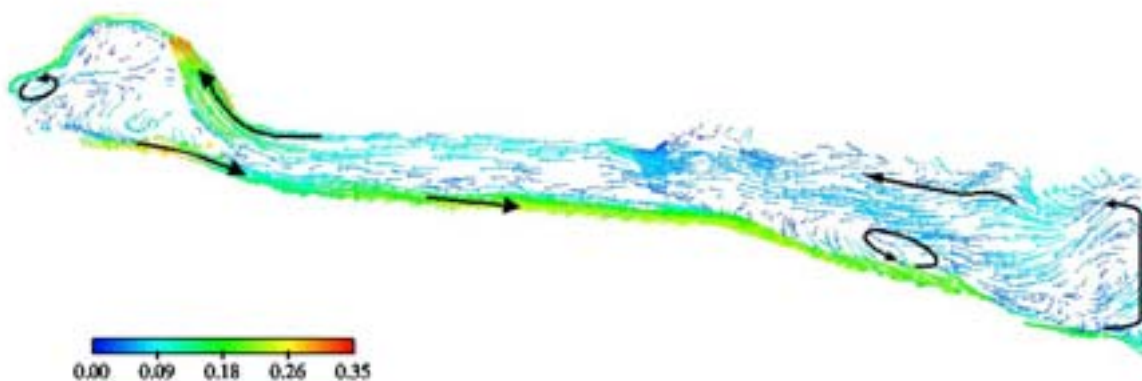


figure 37: vitesses dans la galerie 2 ($m \cdot s^{-1}$).

4.4.3.3 Évolution des champs de vapeur

La mise en route du système de régulation implique une désaturation de l'air, puisque celui-ci perd une partie de l'eau qu'il contient par condensation sur les batteries froides. Il ressort de la Salle des Machines à une température inférieure (10°C), et à un taux d'humidité relative égal à 100% pour $T=10^{\circ}\text{C}$. Sa masse volumique est égale à la masse volumique de vapeur saturante à 10°C , soit $9,37 \text{ g}\cdot\text{m}^{-3}$, qui est inférieure au minimum de l'intervalle de valeurs de ρ_v dans la cavité ($10,37 \text{ g}\cdot\text{m}^{-3}$, cf. tableau 16).

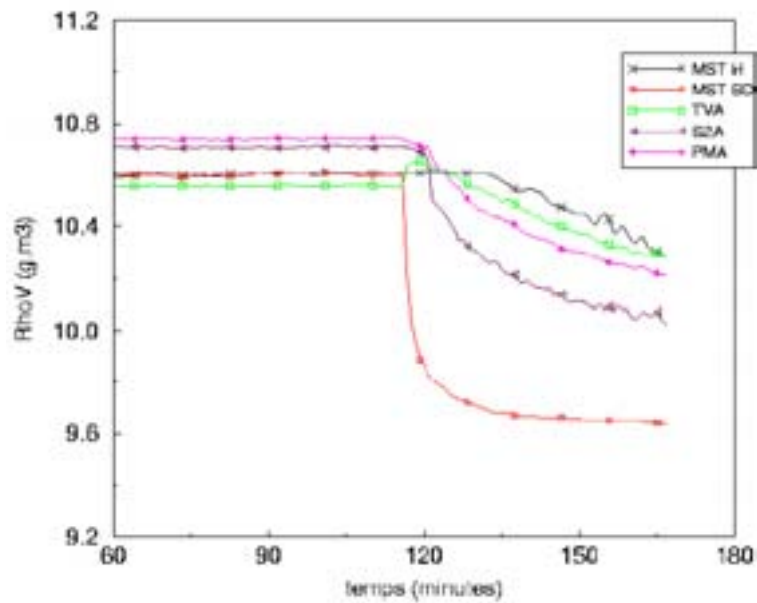


figure 38 : historique de ρ_v avec la mise en route du système de régulation d'air.

L'air sortant de la Salle de Machines est plus froid et moins chargé en vapeur d'eau que l'air ambiant. Au contact de l'air de la cavité, il se réchauffe, et devient alors moins saturé qu'à sa sortie, puisque le seuil de saturation de sa masse volumique augmente avec la température. Le système de régulation d'air a ainsi pour effet une diminution lente du taux d'humidité dans la cavité, freinée par le flux de vapeur imposé à la paroi saturée en eau.

La figure 39 représente le taux d'humidité en proche paroi, permettant de repérer les zones à risque de condensation lorsque le système de régulation d'air fonctionne. En comparant ce résultat à celui du cas précédent (figure 29), nous pouvons constater une possibilité de désaturation de la paroi dans la Salle des Taureaux et dans le Diverticule Axial. En revanche, le système de régulation semble n'avoir pas d'influence sur la zone située à la voûte au dessus de la margelle du Puits, qui continue à se saturer en vapeur d'eau sous l'influence des conditions aux limites. Ce phénomène s'explique par la présence au-dessus du Puits d'une circulation locale dans de coin de la cavité (lignes bleues figure 40). Les trajectoires des particules arrivant et repartant dans la galerie 2 (lignes rouges) montrent peu d'interaction avec la zone du Puits, ce qui explique le peu d'influence du système de régulation sur l'air situé dans cette zone, et l'accumulation de la vapeur d'eau.

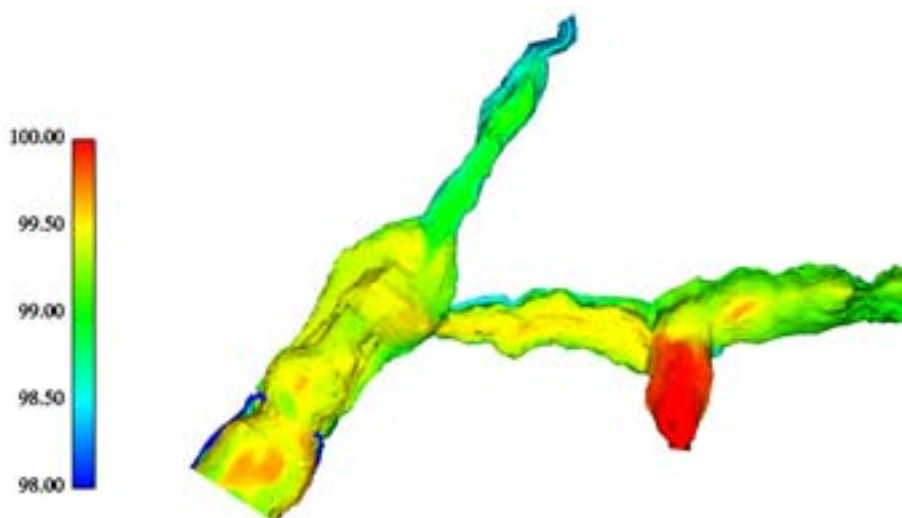


figure 39: représentation du taux d'humidité en proche paroi (en %).



figure 40: trajectoires des particules dans la galerie 2 et à la margelle du Puits.

4.4.4 Conclusion

La simulation de la mise en route du système de régulation d'air permet d'observer l'intensité de ses répercussions suivant les salles de la cavité. Du point de vue thermique, une baisse moyenne des températures se fait ressentir dans l'intégralité de la grotte, sauf à la margelle du Puits où l'écart n'est que de $0,1^{\circ}\text{C}$. Le taux d'humidité relative dans le volume d'air est également diminué, notamment dans la Salle des Taureaux et le Diverticule Axial. L'observation du taux d'humidité relative à la paroi montre la forte diminution des risques de condensation pariétale, à l'exception de la zone du Puits. Le temps de parcours d'une

particule fluide dans la galerie 1 permet d'évaluer le temps caractéristique de l'écoulement pendant le fonctionnement du système de conditionnement d'air, de l'ordre de cinq minutes.

La forme des écoulements quant à elle reste pratiquement inchangée, les recirculations globales étant toujours visibles. La différence provient des communications d'air entre la zone du Puits et le Diverticule de Droite, plus faibles, qui expliquent les résultats concernant la température et le taux d'humidité dans cette zone. Les vitesses quant à elles sont en revanche fortement accélérées.

4.5 Introduction d'un individu, régulation artificielle arrêtée

4.5.1 Cadre de l'étude

On fait entrer un individu durant 15 minutes dans la Salle des Taureaux. On ne tient compte ni de son entrée ni de sa sortie, mais uniquement du temps de présence au repos, dans la Salle des Taureaux.

Le calcul est effectué durant 900 secondes, on souhaite étudier les perturbations liées à une présence humaine dans la cavité durant le temps imparti par les autorités [Malaurent 03].

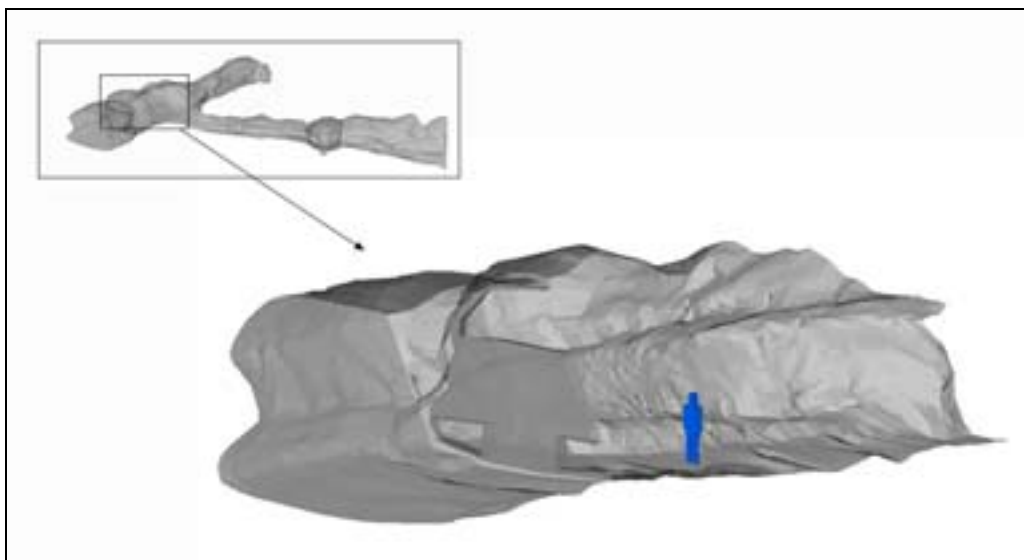


figure 41: localisation de l'individu dans la Salle des Taureaux.

4.5.2 Conditions aux limites et initiales

4.5.2.1 Conditions aux limites

Les conditions aux limites aux parois sont identiques au premier cas étudié section 1. La présence humaine est prise en compte par un terme source volumique pour les deux champs scalaires, température et masse volumique de vapeur. Nous avons considéré ici un individu de taille et de corpulence moyenne, debout immobile dans la Salle des Taureaux. La puissance engendrée par un être humain au repos est de l'ordre de 100W [ISO 7730], et on impose une production de vapeur égale à 4 grammes (respiration, transpiration, exsudation...) par heure. Ces valeurs sont respectivement traduites dans le modèle par un terme source de chaleur et de masse volumique de vapeur dans les équations (2.6) et (2.7).

4.5.2.2 Conditions initiales

Ce calcul est effectué à partir de la configuration grotte « fermée », champs de température et de vitesses établis.

4.5.3 Résultats

4.5.3.1 Champ de température

La présence d'un individu génère un panache thermique se propageant à la voûte dans les deux sens (vers le Diverticule Axial et vers le Sas 2). Les températures de panache sont plus élevées que la température moyenne, elles atteignent 15,8°C près de la source. La figure 42 montre par exemple l'augmentation rapide de la température de la sonde TVA située à la voûte de la Salle des Taureaux. En revanche, certaines zones ne subissent aucune perturbation thermique, comme le fond de la Galerie Mondmilch représentée par les sondes BSA et CEA tableau 43, ou le Diverticule Axial dont les valeurs des températures, au départ perturbées, semblent converger vers leur valeur initiale.

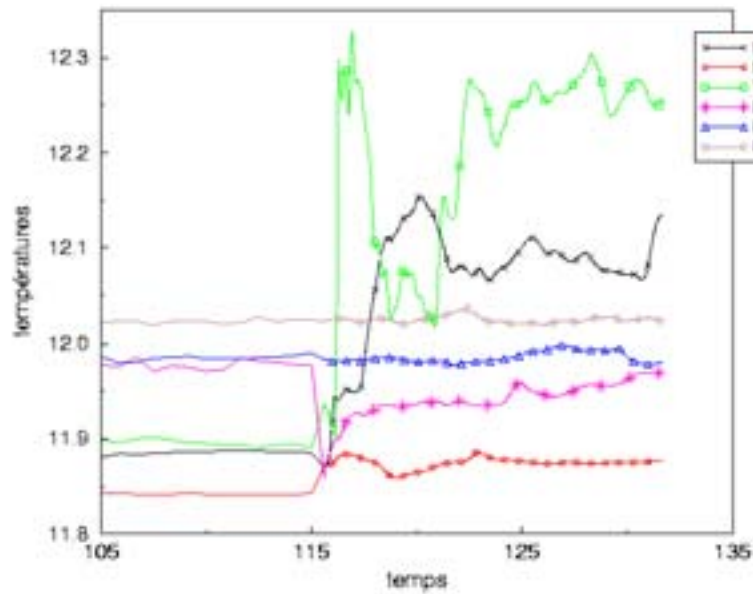


figure 42: évolution des températures avant et après l'entrée de l'individu (°C).

sondes	fermé	avec individu	écart
MST H	11,89	12,13	0,25
MST BG	11,84	11,88	0,04
MST BD	11,84	11,88	0,04
TDA	11,87	11,91	0,04
TVA	11,89	12,26	0,37
TGA	11,89	11,94	0,05
S2A	11,82	11,91	0,10
DVA	11,88	11,87	-0,01
DFA	11,98	11,97	-0,01
PMA	11,99	11,98	-0,01
CEA	12,03	12,02	0,00
BSA	12,02	12,02	0,00

tableau 43: écarts des températures en °C avant et après l'entrée de l'individu.

La présence du panache thermique perturbe fortement la configuration des champs de température, avec l'apparition d'une stratification dans tout le reste de la cavité.

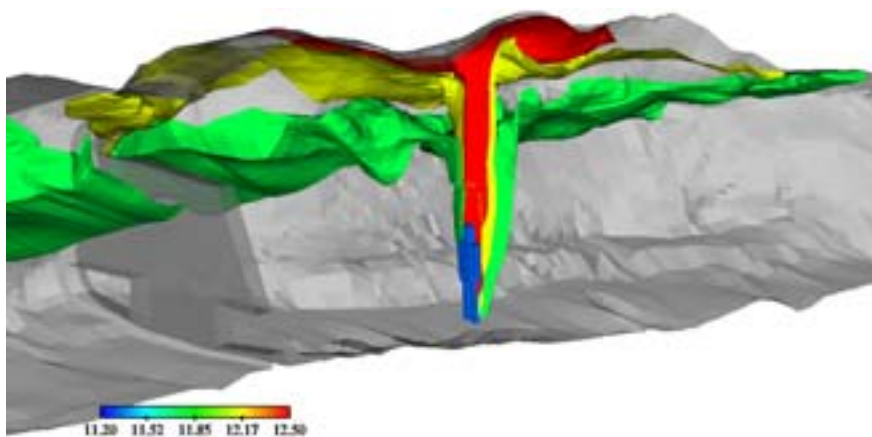


figure 44: panache thermique dû à la présence humaine et stratification des températures dans le reste du volume (°C).

4.5.4 Influence de la présence humaine sur les écoulements

L'apparition du panache thermique s'accompagne d'un champ de vitesses plus élevé au-dessus de la source de chaleur (figure 47 et figure 45). Les effets de recirculations décrits section 4.3.2.2 sont néanmoins encore visibles au niveau des pieds de l'individu, où l'élévation de l'air chaud est ralentie par l'écoulement longeant le sol. En revanche, à la voûte, la forme de l'écoulement semble totalement régie par les effets de panache, une partie de l'air chaud ayant tendance à se diriger vers le Diverticule Axial, dans le sens contraire à l'écoulement de convection naturelle.

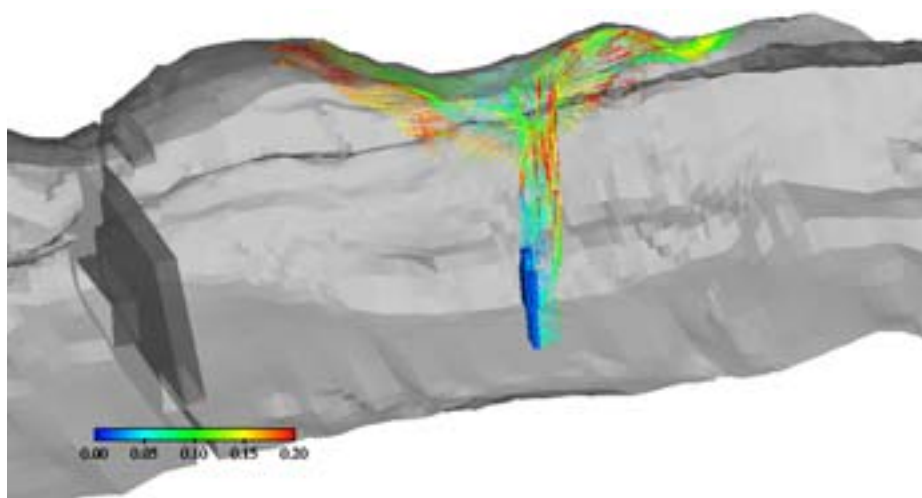


figure 45: vitesses de panache en $m.s^{-1}$. Les écoulements sont situés devant l'individu, la recirculation naturelle exerce encore une influence au niveau du sol.



figure 46: champs de vitesses dans la galerie 1 ($m.s^{-1}$).

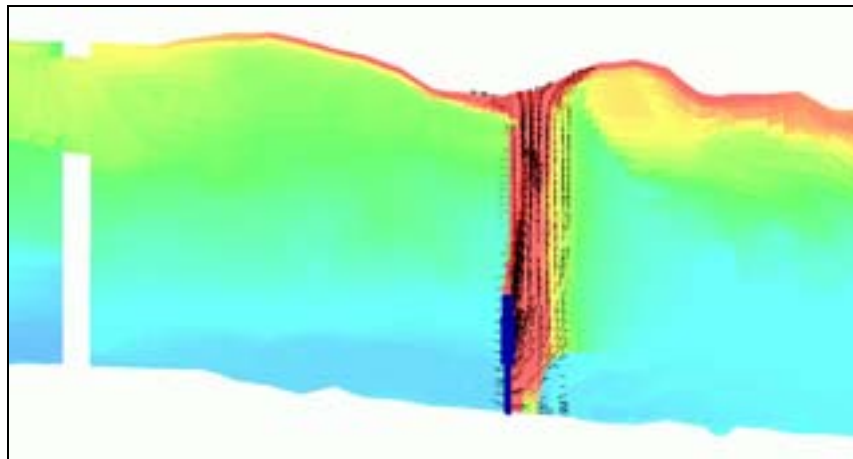


figure 47: zoom sur les vitesses de panache, coupe transversale.

Au fond du Diverticule Axial et dans la galerie 2 (figure 46 et figure 48), la forme des écoulements est similaire à celle de la configuration du cas fermé étudié section 4.3 : on retrouve l'écoulement global le long du sol et de la voûte, et les recirculations dues aux irrégularités de paroi. Le tableau 49 montre par comparaison des valeurs des vitesses la faible perturbation exercée par la présence humaine dans le Diverticule de Droite.

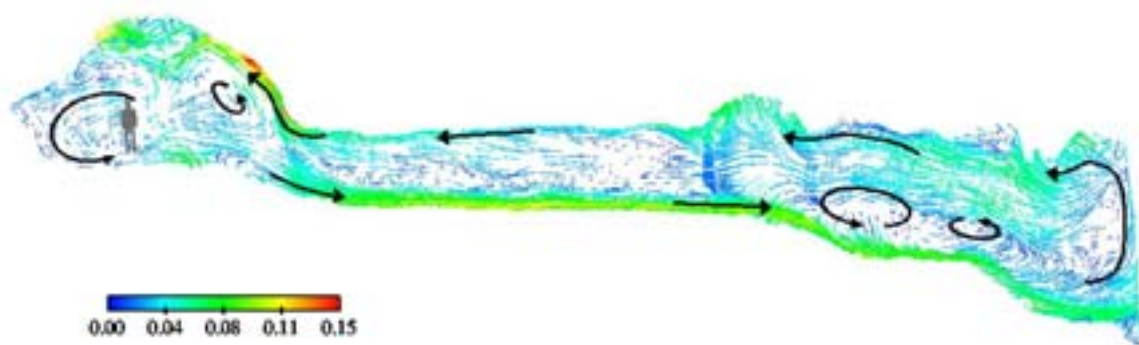


figure 48: champs de vitesses dans la galerie 2 ($m.s^{-1}$).

sondes	avec individu	fermé	écart
MST H	0,125	0,040	0,086
MST BG	0,069	0,051	0,019
MST BD	0,076	0,052	0,024
TDA	0,047	0,018	0,029
TVA	0,183	0,094	0,089
TGA	0,017	0,034	-0,018
S2A	0,054	0,052	0,003
DVA	0,043	0,058	-0,015
DFA	0,038	0,042	-0,004
PMA	0,025	0,019	0,006
CEA	0,052	0,049	0,003
BSA	0,032	0,032	0,000

tableau 49: écarts des vitesses en $m.s^{-1}$ avant et après l'entrée de l'individu.

4.5.5 Variations du taux d'humidité relative

L'individu dégage une quantité de vapeur d'eau dépendante de différents facteurs comme sa morphologie ou son état (au repos, en mouvement...). Dans notre cas, il est considéré debout immobile dans la Salle des Taureaux et fournit à la cavité un débit de vapeur de l'ordre de 4 grammes par heure.

L'observation de l'évolution de la masse volumique de vapeur montre une forte augmentation de ρ_v le long du panache. Sur la figure 50, on peut observer l'augmentation rapide de ρ_v sur les capteurs situés à la voûte de la Salle des Taureaux (TVA) et en haut du mur (MST H). En revanche, comme pour les champs de température et les vitesses

d'écoulement, les valeurs aux sondes situées au fond du Diverticule Axial et dans la galerie 2 sont peu ou pas perturbées (tableau 51).

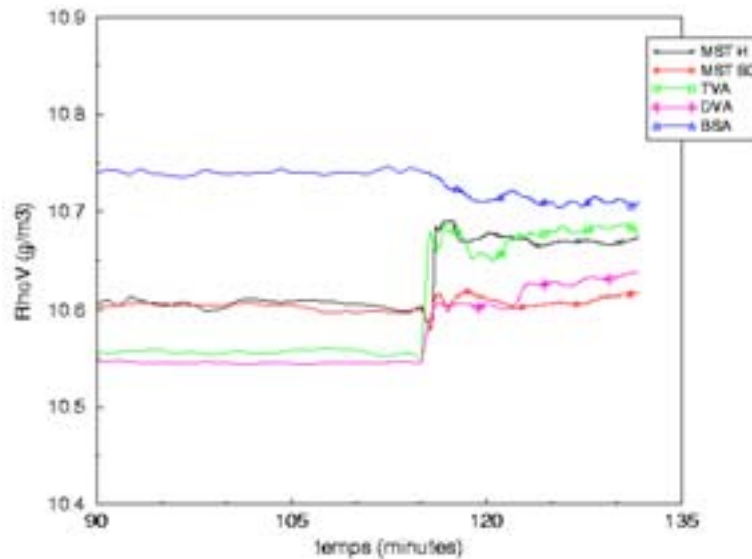


figure 50 : historique de ρ_v avant et après l'entrée de l'individu.

sondes	avec individu	fermé	écart
MST H	10,67	10,60	0,07
MST BG	10,62	10,60	0,02
MST BD	10,61	10,59	0,02
TDA	10,65	10,61	0,04
TVA	10,68	10,55	0,13
TGA	10,65	10,59	0,06
S2A	10,64	10,55	0,09
DVA	10,63	10,59	0,04
DFA	10,64	10,71	-0,07
PMA	10,70	10,71	0,00
CEA	10,71	10,74	-0,03
BSA	10,72	10,73	-0,01

tableau 51 : écarts de ρ_v en $g.m^{-3}$ avant et après l'entrée de l'individu.

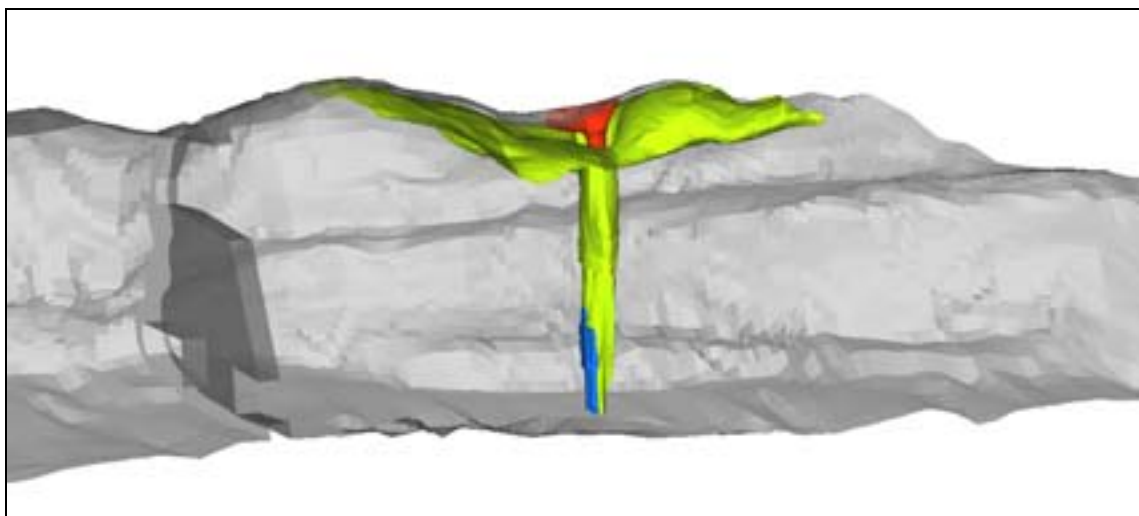


figure 52: panache de masse volumique de vapeur.

Le dégagement de vapeur d'eau suit la forme du panache thermique : il apparaît à partir de la surface totale de l'individu et se développe à sa verticale, pour se propager à la voûte en suivant le sens des écoulements d'air humide (figure 52). Les valeurs maximales sont, comme pour la température, situées au cœur du panache. La figure 53 montre l'apparition des zones de condensation. Les conditions aux limites de flux de vapeur étant toujours en place dans ce cas d'étude, nous avons vu que la cavité tendait vers un état saturé en humidité. Dans le cas « fermé », le temps de simulation laissait prévoir les zones à risque de condensation. Ici, nous constatons que le phénomène de condensation s'intensifie, puisque nous avons continué le calcul dans le temps. Néanmoins, nous pouvons observer l'influence du dégagement de vapeur par la présence humaine en comparant l'état de saturation en proche paroi au même temps de calcul. Les deux représentations ci-après illustrent donc respectivement le degré de saturation avec et sans l'individu, ceci à un temps de simulation identique.

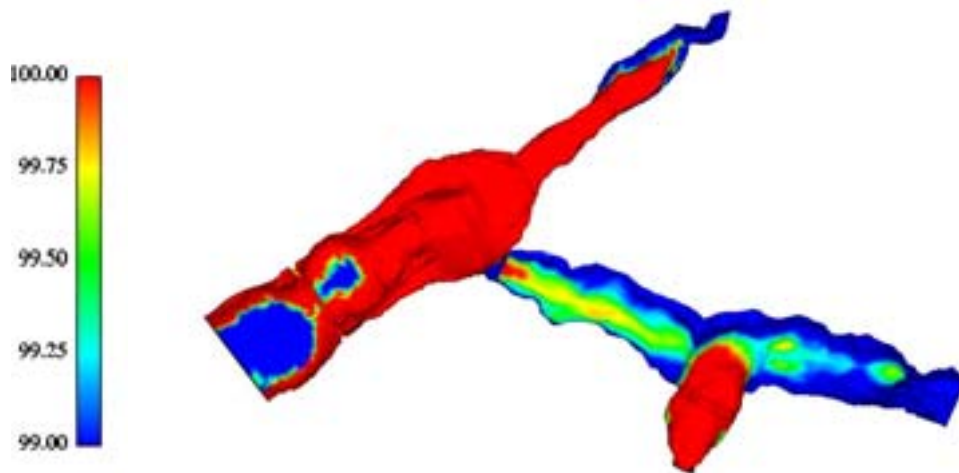


figure 53 : représentation des zones de condensation avec individu (TH en %).

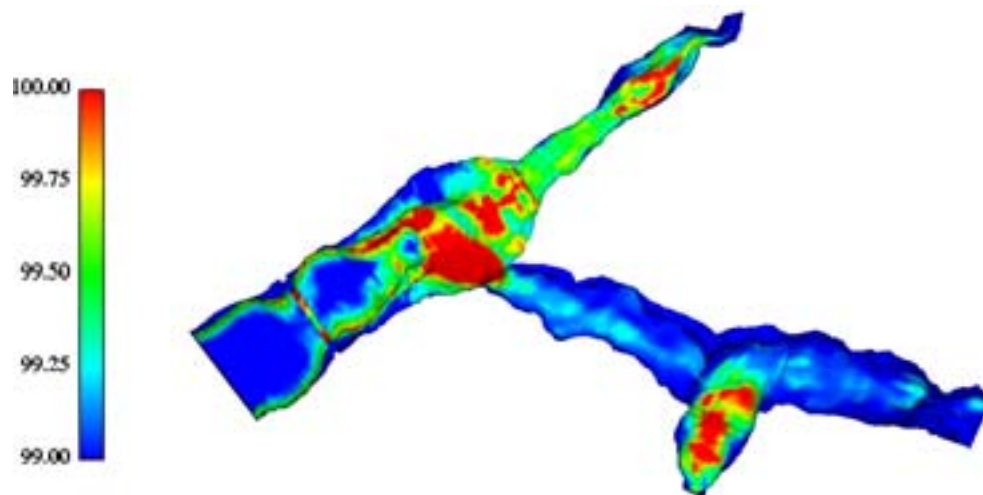


figure 54 : représentation des zones de condensation sans individu (TH en %).

L'étude spatiale des zones à risque de condensation permet de constater que la présence humaine engendre un risque plus important, notamment à la verticale de l'individu, où se propage un écoulement d'air fortement chargé en vapeur d'eau, et de température très élevée en comparaison aux températures de paroi.

4.5.6 Conclusion

Dans cette section nous nous sommes intéressés à l'impact de la présence humaine sur l'air ambiant de la cavité, plus particulièrement dans la Salle des Taureaux. Nous avons pu constater qu'à convergence les températures étaient fortement augmentées dans la zone située près de la source, notamment à sa verticale par l'apparition d'une colonne d'air plus chaud. Les fonds des diverticules sont quant à eux moins influencés. L'observation du taux d'humidité relative à la paroi nous permet d'évaluer l'impact sur le risque de condensation. L'air de la cavité étant déjà pratiquement à l'état de saturation, l'introduction d'un individu, par son émission de vapeur d'eau, expose fortement les parois à un risque de condensation. Ce phénomène est dans la réalité freiné par la mobilité de l'individu, et par l'influence des ouvertures et fermetures de portes lors de son entrée et de sa sortie. Néanmoins, le risque de condensation se révèle fortement élevé voire assuré en présence de visiteurs.

4.6 Conclusion du chapitre

Les simulations effectuées dans ce chapitre concernent des configurations spécifiques permettant de comprendre le comportement hygrothermique et aéraulique général de l'air de la cavité. La forme des écoulements a pu être mise en évidence en configuration fermée, par l'apparition d'une cellule de convection à l'échelle de la cavité. L'influence du système de conditionnement de l'air sur la diminution du taux d'humidité relative a été observée, ainsi que ses limites pour certaines zones plus éloignées de l'entrée. Enfin, la simulation de la présence humaine dans la Salle des Taureaux permet de constater son impact sur l'apparition du phénomène de condensation à la paroi.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

La représentation des phénomènes physiques au sein de la grotte de Lascaux par simulation numérique en trois dimensions s'inscrit dans l'effort de conservation entrepris depuis la prise de conscience des risques d'altération et l'apparition des premières dégradations.

Durant 40 ans, différentes méthodes liées à des disciplines diverses, ont permis de décrire l'état physique de la cavité, d'établir les facteurs d'altération et de mettre en place les solutions qui s'imposaient. Aujourd'hui, la modélisation 3D constitue un procédé nouveau, représentant une alternative à ces méthodes, et visant à compléter les connaissances déjà acquises.

L'approche présentée dans cette étude concerne les phénomènes thermiques, hydriques et aérauliques existant dans le volume visitable de la cavité. Les résultats sont obtenus par simulation 3D, permettant ainsi une visualisation concrète des écoulements et des champs de variables physiques. Dans le chapitre 3 nous avons largement développé l'étape d'obtention du maillage, qui révéla certaines difficultés, dus à la complexité de la géométrie. Nous avons procédé dans le chapitre 4 à la simulation de trois scénarios définis à une date donnée : configuration « fermée », mise en route du système de régulation d'air, et introduction d'un individu. L'analyse des résultats en configuration fermée a permis de montrer l'existence d'un écoulement global à l'échelle du domaine d'étude, laissant entrevoir la possibilité d'un

contrôle « passif » des propriétés de l'air ambiant (température, teneur en humidité) depuis la Salle des Machines, sans injection ni extraction d'air par les glissières. La représentation des zones à risques de condensation a permis de vérifier les hypothèses émises quant à l'apparition du phénomène sur la voûte de la Salle des Taureaux et au fond du Diverticule Axial. La simulation de la mise en route du système de régulation d'air a montré son influence sur l'état hygrométrique de la cavité. En diminuant le taux d'humidité relative de l'air ambiant, il contribue fortement au ralentissement des processus de condensation. Son efficacité reste cependant variable selon les salles, le Puits étant notamment peu influencé. Enfin, nous nous sommes intéressés à l'influence de la présence humaine dans la Salle des Taureaux, et avons observé que les perturbations engendrées par l'émission de chaleur et de vapeur d'eau concernent en priorité la zone située à la verticale de l'individu, les champs d'air plus chauds et plus chargés en humidité relative se développant à la voûte. Cette simulation démontre ainsi l'effet de la présence d'un individu sur les parois de la salle dans laquelle il se trouve.

Les différentes étapes de ce travail ont permis de mettre en place une méthodologie d'aide à la conservation. Par la simulation de scénarios réels s'étant déjà produits, des hypothèses émises par observation ou analyse de données peuvent être établies ou infirmées numériquement. L'intérêt principal de cet outil réside dans sa fonction prédictive : il est ainsi aujourd'hui possible, pour une date précise dans le temps, de participer à l'analyse qualitative des conséquences à court terme de mesures relatives à des aménagements de la cavité, ou à une modification du régime de fonctionnement du système de régulation d'air.

Cette première approche de modélisation demande maintenant à être améliorée. Tout d'abord par l'adaptation du modèle à certains types de perturbations, par exemple l'utilisation d'un modèle de turbulence pour modéliser l'introduction d'un individu. Les conditions aux limites pourront être ajustées, afin de représenter la plus finement possible l'évolution des températures et du taux de saturation à la paroi. Les phénomènes de condensation et d'évaporation devront être pris en compte, ainsi que les processus énergétiques qu'ils engendrent. La configuration présentée ici, sans interaction avec le massif considéré saturé, a montré une faible influence de ce phénomène, dont nous n'avons simulé que l'apparition géographique. Cependant certaines périodes de faible assèchement de la première couche de roche pouvant survenir, il s'avère ainsi nécessaire à ces dates précises de tenir compte de la

masse de vapeur condensée et de la chaleur latente associée, ceci impliquant éventuellement la modélisation des phénomènes de mouillage de la paroi. Enfin, l'introduction d'un modèle régissant les phénomènes en milieu poreux permettra, par couplage avec le modèle fluide, de procéder aux simulations du comportement hygrothermique de la cavité en interaction avec le massif géologique environnant. Des coefficients d'échanges traduisant les transferts de masse et de chaleur entre les deux milieux devront être établis. Ce travail implique la caractérisation des couches de roches, ainsi qu'une étude expérimentale visant à déterminer ces coefficients, mal évalués par les lois empiriques

Si une modélisation complète des processus concernant la grotte et son environnement constitue un outil d'aide à la compréhension du comportement de la cavité, adapté à tout type de scénario, son utilisation reste cependant dédiée à la préservation de la grotte du point de vue physique. Mais d'autres phénomènes d'ordre biologique ou chimique sont également à l'origine des processus d'altérations, leurs actions étant souvent liées entre elles. La mise à disposition de l'ensemble des données, des connaissances et des outils de chacune de ces disciplines contribuera, par un travail collectif, à améliorer les techniques de conservation des peintures rupestres.

Ce mémoire retrace les étapes clés de l'obtention de cet outil, un accent particulier ayant été mis sur la création du maillage. L'originalité de cette étude provient essentiellement de la géométrie complexe du domaine, qui confère aux phénomènes physiques leur caractère unique. Les simulations effectuées dans ce travail de thèse permettent dès à présent d'approfondir la connaissance de l'état physique de grotte de Lascaux. La méthode de modélisation permet d'envisager un élargissement de son utilisation à certaines grottes ornées, moyennant la création du maillage du site étudié, ainsi que l'adaptation du modèle physique et des conditions aux limites.

ANNEXE A

UN MODÈLE NUMÉRIQUE

COUPLÉ

Le comportement hygrothermique de la grotte de Lascaux est, dans la réalité, en interaction permanente avec le massif géologique environnant. Le climat extérieur et le gradient géologique engendrent des variations en temps de température et de taux d'humidité dans le sol, qui elles-mêmes impliquent les phénomènes décrits dans les chapitre 2 et 4, tels que la mise en mouvement de l'air, les variations thermiques et l'apparition de condensation.

Nous proposons dans cette annexe un modèle couplé poreux/humidité, applicable à la grotte de Lascaux et au massif rocheux.

A.1 Milieu poreux

On considère un milieu poreux hétérogène, insaturé. Le solide est considéré indéformable, et l'écoulement triphasique : eau liquide, solide et gaz, le gaz étant constitué d'air sec et de vapeur d'eau. Nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un équilibre thermodynamique local entre les phases (en tout point du Volume Élémentaire Représentatif, les températures moyennes de chaque phase sont égales et la pression de vapeur y est donnée

par les lois d'équilibre thermodynamique). Ce modèle s'inspire largement des travaux de [Bories 82], repris notamment par [Battaglia 95].

Les écoulements sont régis par les équations de conservation classiques, pondérées par des coefficients de présence de la phase.

Soit s le degré de saturation en eau liquide (rapport de volume d'eau libre sur le volume poreux, à saturation $s = 1$), ε le coefficient traduisant la porosité du massif rocheux, et c la fraction massique de vapeur d'eau dans le mélange gazeux telle que $c = \frac{\rho_v}{\rho_m}$. Les coefficients traduisant le taux de présence sont alors définis comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_l = \varepsilon s \\ \theta_a = \varepsilon(1-s)(1-c) \\ \theta_v = \varepsilon(1-s)c \end{array} \right. \quad (\text{A.1})$$

Equation de conservation de la masse :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t}(\theta_l \rho_l) + \bar{\nabla} \cdot (\rho_l \mathbf{V}_l) = -\gamma \\ \frac{\partial}{\partial t}(\theta_v \rho_v) + \bar{\nabla} \cdot (\rho_v \mathbf{V}_m + \mathbf{J}) = \gamma \\ \frac{\partial}{\partial t}(\theta_a \rho_a) + \bar{\nabla} \cdot (\rho_a \mathbf{V}_m - \mathbf{J}) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.2})$$

avec γ taux volumique de vaporisation, V_m la vitesse de mélange, et \mathbf{J} densité de flux de diffusion de vapeur dans le mélange gazeux.

Loi phénoménologiques :

- L'eau et le mélange gazeux se déplacent respectivement selon les gradients de pression des phases liquide et gazeuse. Ces écoulements sont décrits par la loi de Darcy qui exprime la vitesse de phase en fonction du gradient de pression et de la perméabilité du milieu pour la phase concernée.

$$\begin{cases} \mathbf{V}_l = \frac{Kk_l^r}{\mu_l}(-\nabla P_l + \rho_l \mathbf{g}) \\ \mathbf{V}_m = \frac{Kk_m^r}{\mu_m}(-\nabla P_m + \rho_m \mathbf{g}) \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

K est la perméabilité du milieu, k_i^r est la perméabilité relative de la phase i et μ_i sa viscosité dynamique.

- La vapeur se diffuse dans la phase gazeuse sous l'effet du gradient de concentration de vapeur d'eau dans l'air. Ce phénomène est régi par la loi de Fick qui exprime ici le flux massique de la vapeur d'eau en fonction du gradient de concentration qui provoque le mouvement. Avec D coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air libre, fonction de P et de T , cette loi peut s'écrire :

$$\mathbf{J} = -\rho_m D \nabla c \quad (\text{A.4})$$

Conservation de l'énergie : écrite sous forme enthalpique :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\theta_s \rho_s h_s + \theta_l \rho_l h_l + \theta_v \rho_v h_v + \theta_a \rho_a h_a) \\ + \bar{\nabla} \cdot (\rho_l h_l \mathbf{V}_l + (\rho_v h_v + \rho_a h_a) \mathbf{V}_m) = \bar{\nabla} \cdot (\lambda_{eq} \nabla T) + \gamma L_v + S_T \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

avec h_i l'enthalpie de la phase i telle que $\Delta h_i = C p_i \Delta T$, S_T terme source de chaleur, λ_{eq} calculée en fonction de la saturation et des conductivités thermiques de chaque phase :

$$\lambda_{eq} = (1 - \varepsilon) \lambda_s + s \varepsilon \lambda_l + (1 - s) \varepsilon \lambda_g \quad (\text{A.6})$$

et L_v la chaleur latente de vaporisation (J.kg^{-1}) égale à :

$$L_v = 10^3 \cdot (2500,335 - 2,2928T - 0,0014T^2) \quad (\text{A.7})$$

Lois d'état

- pression capillaire :

$$P_c = P_v - P_l \quad (\text{A.8})$$

- Loi de pression de vapeur saturante :

$$\log(P_{vsat}(T)) = \frac{7,625T}{241,15 + T} + 2,7877 \quad (\text{A.9})$$

- Loi de Dalton :

$$P_m = P_a + P_v \quad (\text{A.10})$$

- Loi des gaz parfaits appliquée à l'air sec et à la vapeur d'eau :

$$\left| \begin{array}{l} P_v = \rho_v R_v T \\ P_a = \rho_a R_a T \end{array} \right. \quad (\text{A.11})$$

A.2 Milieu fluide

L'écoulement est considéré monophasique biconstituant : air sec et vapeur d'eau, gaz supposés parfaits. Les écoulements d'air humide et les transferts de masse et de chaleur sont régis par les équation générales de la mécanique des fluides, pondérés comme précédemment par les coefficients de présence des constituants.

Equation de conservation de la masse

Traduit le bilan de masse de vapeur et d'air sec dans le volume :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho_m \mathbf{V}_m) = 0 \quad (\text{A.12})$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

Identique à l'équation (2.5), elle est ici appliquée au mélange gazeux :

$$\left. \begin{array}{l} \text{TM} \\ \text{TM} \end{array} \right\} \frac{\partial (\rho_m \mathbf{V}_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{V}_m \otimes \mathbf{V}_m) = -\nabla P_m + \nabla \cdot \underline{\underline{\tau}} + \rho_m \mathbf{g} + S_q \quad (\text{A.13})$$

Transport de la vapeur d'eau :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_v) + \nabla \cdot (\mathbf{V}_m \rho_v) = \nabla \cdot (D \nabla (\rho_v)) + S_V - \mathfrak{R} \quad (\text{A.14})$$

- avec S terme source, et \mathfrak{R} le terme de rappel à la saturation défini dans le chapitre 2 tel que $\mathfrak{R} = \alpha(\rho_v - \rho_{vsat})$, avec α le coefficient de pénalisation, égal à 10^{10} si $\rho_v > \rho_{vsat}$ (apparition du phénomène de condensation), et nul sinon.

Equation de conservation de l'énergie

A la différence du modèle proposé chapitre 2, on opte ici pour la formulation enthalpique classique, déjà employée pour la modélisation du milieu poreux.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\theta_v \rho_v h_v + \theta_a \rho_a h_a) \\ + \bar{\nabla} \cdot ((\rho_v h_v + \rho_a h_a) \mathbf{V}_g) = \bar{\nabla} \cdot (\lambda'_{eq} \nabla T) + \mathfrak{R} L_v + S_T \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

avec λ'_{eq} défini par la relation (2.38), S_T terme source de chaleur, $\Delta h_i = C p_i \Delta T$ l'enthalpie de la phase i , et L_v le terme de chaleur latente défini dans (A.7).

Loi d'état

- Loi de Dalton

$$\begin{cases} \rho_g = \rho_v + \rho_a \\ p_g = p_v + p_a \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

- Loi des gaz parfaits :

$$\begin{cases} p_v = \rho_v R_v T \\ p_a = \rho_a R_a T \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

A.3 Conditions aux limites

Les systèmes fluide et poreux étant couplés, les conditions aux limites sur leur interface commune sont dépendantes des calculs et varient en fonction du temps. Les résultats obtenus

par la modélisation en milieu fluide sont imposés en tant que conditions aux limites du calcul en milieu poreux, et vice-versa.

A.3.1 Milieu poreux

- P_a, P_v pressions partielles d'air sec et de vapeur d'eau imposées,
- flux de chaleur, condition de type Neumann : $\varphi_T = \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = h_T \Delta T$, avec h_T coefficient d'échange thermique local et \mathbf{n} normale sortante à la paroi,
- $V_i = 0$ pour tout constituant i .

A.3.2 Milieu fluide

- Flux de masse :
 - de mélange : $\varphi_m = \dot{m}_m$,
 - de vapeur : $\varphi_v = \dot{m}_v$,
- condition de type Dirichlet en température,
- $V_m = 0$.

ANNEXE B

DISCRÉTISATION SPATIALE DU TERME DE CONVECTION

Nous présentons ici les schémas numériques utilisés dans *Code_Saturne* pour le terme de convection.

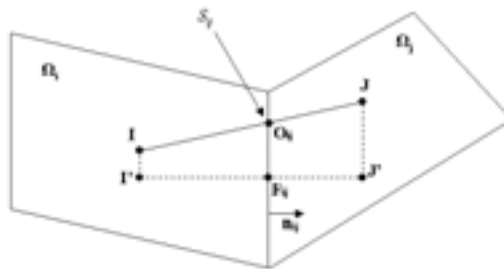


figure 1 : face de discrétisation.

Pour une maille strictement interne,

$$\int_{\Omega_i} \bar{\nabla} \cdot (\mathbf{Q}^n \otimes \mathbf{V}) d\Omega = \sum_{j \in \text{Vois}(i)} \bar{F}_{ij}(\mathbf{Q}^n, \mathbf{V})_{ij}$$

avec $\bar{F}_{ij}(\mathbf{Q}^n, \mathbf{V}) = (\mathbf{Q}_{ij}^n \cdot \mathbf{n}_{ij}) \cdot \mathbf{V}_{ij}$, \bar{F}_{ij} dépendant du schéma de discrétisation spatiale choisi :

- Centré, d'ordre 2

$$\overline{F}_{ij}(\mathbf{Q}^n, \mathbf{V}) = \overline{F}_{ij}^{centre}(\mathbf{Q}^n, \mathbf{V})$$

$$\text{avec } \mathbf{V}_{ij} = \eta_{ij} \mathbf{V}_I + (1 - \eta_{ij}) \mathbf{V}_J, \text{ où } \eta_{ij} = \frac{\overline{F}_J}{\overline{F}_I + \overline{F}_J}$$

- Upwind (décentré amont d'ordre 1)

$$\overline{F}_{ij}(\mathbf{Q}^n, \mathbf{V}) = \overline{F}_{ij}^{upwind}(\mathbf{Q}^n, \mathbf{V})$$

$$\text{avec } \mathbf{V}_{ij} = \begin{cases} \mathbf{V}_I & \text{si } \mathbf{Q}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij} \geq 0 \\ \mathbf{V}_J & \text{si } \mathbf{Q}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij} < 0 \end{cases}$$

- S.O.L.U. (décentré amont d'ordre 2)

$$\overline{F}_{ij}(\mathbf{Q}^n, \mathbf{V}) = \overline{F}_{ij}^{SOLU}(\mathbf{Q}^n, \mathbf{V})$$

$$\text{avec } \mathbf{V}_{ij} = \begin{cases} \mathbf{V}_I + \overline{IF} \cdot (\overline{\overline{\mathbf{V}} \cdot \mathbf{V}})_I & \text{si } \mathbf{Q}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij} \geq 0 \\ \mathbf{V}_J + \overline{JF} \cdot (\overline{\overline{\mathbf{V}} \cdot \mathbf{V}})_J & \text{si } \mathbf{Q}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij} < 0 \end{cases}$$

En schéma centré et S.O.L.U., un panachage est possible par l'introduction d'une variable $\sigma \in [0,1]$:

$$\mathbf{V}_{ij}^{centré / SOLU} = \sigma \mathbf{V}_{ij}^{centré / SOLU} + (1 - \sigma) \mathbf{V}_{ij}^{upwind}$$

Le test de pente

Lorsque les schémas centré et S.O.L.U. sont choisis, un test de pente est effectué sur chaque variable. En cas de forte instabilité, il permet de basculer automatiquement, ponctuellement et localement, par calcul d'un gradient dans deux mailles voisines, vers un schéma upwind de premier ordre.

BIBLIOGRAPHIE

- [Adjout 02] Adjout L., Imine O., Azzi A., Belkadi M., *Laminar natural convection in an inclined cavity with a wavy wall*, Int. J. Heat Mass Transfer, 45, pp. 2141-2152 (2002).
- [Bassier 66] Bassier C., Document interne, archives de la grotte de Lascaux, déposé au Centre Départemental des Archives de la Dordogne (1966).
- [Battaglia 95] Battaglia J.L., *Recherche de modèle simplifiés pour le comportement thermique et hygrothermique d'un bâtiment vinicole*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I (1995).
- [Bear 90] Bear J., Yehuda B., *Introduction to modelling of transport phenomena in porous media*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands (1990).
- [Bejan 85] Bejan A., *Mass and Heat transfer by natural convection un a vertical cavity*, Int. J. Heat Fluid Flow, 6, pp. 149-159 (1985).
- [Benet 81] Benet J.C., *Contribution à l'étude thermodynamique des milieux poreux non saturés avec changement de phase*, Thèse d'état, Académie de Montpellier (1981).
- [Bories 82] Bories S., *Recent advances in modelisation of coupled heat and mass transfer in capillary-porous bodies*, 6th international drying symposium, 1, pp. 47-61 (1988).

- [Brau 83] Brau J., Achard G., Allard F., Pallier J.M., *Comparison of different thermal models for buildings with experiments in artificial climatic conditions*, ASHRAE Transactions, 89, part 1A, pp. 23-34 (1983).
- [Cadiergues 78] Cadiergues R., *Propriétés de l'air humide et de l'eau – Justification de nouveaux choix*, Promoclim (1978).
- [Cheesewright 86] Cheesewright R., King K.J., Ziai S., *Experimental data for the validation of computer codes for the prediction of two-dimensional buoyant cavity flows*, ASME Winter Annual Meeting, HTD-60, pp 75-81 (1986).
- [Chen 80] Chen T.S., Yuh C.F., *Combined heat and mass transfer in natural convection along a vertical cylinder*, Int. J. Heat. Mass Transfer, 23, pp. 451-461 (1980).
- [Chorin 68] Chorin A., *Numerical solution of the Navier-Stokes equations*, Math. Comput, 22, pp. 745-762 (1968).
- [Crausse 81] Crausse P., Bacon G., Bories S., *Etude fondamentale des transferts couplés chaleur-masse en milieu poreux*, Int. J. Heat Mass Transfer, 24, n°6, pp. 991-1004 (1981).
- [Delluc 84] Delluc B. et G., *Lascaux, art et archéologie*, éditions du Périgord Noir (1984).
- [De Vahl Davis 83] De Vahl Davis G., *Natural convection of air in a square cavity : a benchmark numerical solution*, Int. J. Num. Meth. Fluids, 3, pp. 249-264 (1983).
- [DeVries 57] DeVries D.A., Philip J., *Moisture movement in porous materials under temperature gradients*, Trans. Am. Geophys. Union, 38, pp. 222-232 (1957).
- [Ferodov 90] Ferodov A.G., Viskanta R., Mohamad A.A., *Turbulent heat and mass transfer in an asymmetrically heated, vertical parallel channel*, Int. J. Heat Fluid Flow, 18, pp. 307-315 (1990).
- [Fulgosi 01] Fulgosi M., *DNS of condensation of steam-air mixture in water across a free-deforming interface. Mathematical formalism*, Report n° LKT-03-01, Laboratorium für Kerntechnik, Institut für Energietechnik, ETH Zürich (2001).

- [Gebhart 71] Gebhart B., Pera L., *The nature of vertical natural convection flows resulting from the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion*, Int. J. Heat. Mass Transfer, 14, pp. 2025-2050 (1971).
- [Gest 02] Gest B., Archambeau F., Béchaud C., Benhamadouche S., Sakiz M., *Documentation théorique et informatique du noyau de Code_Saturne 1.1*, note interne EDF-R&D, HI-83/02/008/A (2002).
- [Glaser 59] Glaser H., *Grafisches Verfahren zur Untersuchung von Diffusionsvorgängen*, Kältetechnik, 11, pp. 345-355 (1959).
- [Hasan 84] Hasan M., Mujumdar A.S., *Coupled heat and mass transfer in natural convection under flux condition along a vertical cone*, Int. Comm. Heat Mass Transfer, 11, pp. 157-172 (1984).
- [Icem-cfd] site web <http://www.icemcfd.fr/icemcfd>.
- [Inard 96] Inard D., Bouia H., Dalicieux P., *Prediction of air temperature distribution in buildings with a zonal model*, Energy and Buildings, 24, n°2, pp. 125-132 (1996).
- [ISO 7730 94] Ambiances thermiques modérées, norme AFNOR NF X35-203/ISO 7730 (1994).
- [Kolbut 91] Kolbut K., Tuomaala P., Siren K., Seppanen O., *Simultaneous calculation of airflows, temperatures and contaminant concentrations in multi-zone buildings*, In 12th AIVC conference, Ottawa (Canada), 24-27 September, pp. 103-122 (1991).
- [Krischer 78] Krischer O., Kroll K., *Technique du séchage*, Centre Technique des Industries Aérauliques et Thermiques, ORSAY (1978).
- [Leroi-Gourhan 79] Leroi-Gourhan A., Allain J., *Lascaux inconnu*, 12^{ième} supplément à Gallia-Préhistoire, édition C.N.R.S. (1979)
- [Lewis 21] Lewis W.K., *The rate of drying of solids materials*, Ind. Eng. Chem., 13, n°5, pp. 427-432 (1921).

- [Luikov 66] Luikov A.V., *Heat and mass transfer in capillary porous bodies*, Pergamon Press (1966).
- [Malaurent 03] Malaurent P., Brunet J., *Colligé*, Document interne C.D.G.A. et L.R.M.H (2003).
- [Patankar 80] Patankar S.V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Corporation, New-York (1980).
- [Perrin 88] Perrin B., Darolles D., *Couplage entre transferts de chaleur et de masse à la surface de matériaux poreux utilisés en génie civil*, Rev. Gén. Therm. Fr., 323, pp. 585-590 (1988).
- [Quintard 93] Quintard M., Whitaker S., *Transport in ordered and disordered porous media: volume-averaged equations, closure problems and comparisons with experiments*, Chem. Eng. Sci., 48, pp. 2537-2564 (1993).
- [Raviart 93] Raviart P.A., Thomas J.M., *Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles*, édition Dunod (1993).
- [Rhie 83] Rhie C.M., Chow W.L., *Numerical study of a turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation*, AIAA Journal, 21, n°11, pp. 1525-1532 (1983).
- [Roldan 85] Roldan A., *Etude thermique et aéraulique des enveloppes de bâtiment. Influence des couplages intérieurs et du multizonage*. Thèse de Doctorat, INSA, Lyon, 310 p. (1985).
- [Saccadura 82] Saccadura J.F., *Initiation aux transferts thermiques*, Technique et documentation, INSA, Lyon, Lavoisier (1982).
- [Schoëller 72] Schoëller H., *Conduite de l'étude hydrogéologique et géologique des grottes descendantes*, Spelunca, Actes VII, Congrès National de Spéléologie de Bordeaux, pp. 76-93 (1972).
- [site web conservation] Brunet J., Malaurent P., Vouvé J., *Conservation et protection de l'art préhistorique*, <http://www.culture.fr/culture/conservation/fr/grottes/Accueil.htm>.

- [Sanchez-Palencia 80] Sanchez-Palencia E., *Non homogeneous media and vibration theory*, Lecture Notes in Physics, 127, Springer, Berlin, 398 pages (1980).
- [Taine 95] Taine J., Petit J.P., *Transferts thermiques, mécanique des fluides anisothermes, cours et données de base*, édition Dunod (1995).
- [Van der Vorst 92] Van der Vorst H.A., *A fast and smoothly converging variant of bi-cg for the solution of non symmetric linear system*, SIAM J. Sci. Statis. Comput., 13, pp. 631-644 (1992).
- [Vasile 98] Vasile C., Lorente S., Perrin B., *Study of convective phenomena inside cavities coupled with heat and mass transfer through porous media – Application to vertical hollow bricks – a first approach*, Energy and Buildings, 28, pp. 229-235 (1998).
- [Vos 75] Vos B.H., Tammes E., *condensation in structures (general aspects)*, Build. Int., 8, pp. 467-477 (1975).
- [Whitaker 77] Whitaker S., *Simultaneous heat and mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying*, Advances in Heat Transfer, Academic Press, 13, pp. 119-203 (1977).
- [Wurtz 99] Wurtz E., Musy M., Mora L., *Description des écoulements d'air à l'aide de la méthode zonale : influence de panaches, jets d'air et de couches limites*, actes du IV^e colloque inter Universitaire Franco-Québécois, Montréal (Canada), pp. 261-266 (1999).
- [Yan 90] Yan W.M., Lin T.F., Chang C.J., *Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical parallel plates with film evaporation*, Int. J. Heat Mass Transfer, 33 (3), pp. 529-541 (1990).
- [Yan 95] Yan W.M., Soong C.Y., *Convective heat and mass transfer along an inclined heated plate with film evaporation*, Int. J. Heat. Mass Transfer, 38 (7), pp. 1261-1269 (1995).

Résumé :

Les peintures de la Grotte de Lascaux sont soumises depuis leur découverte à de nombreuses perturbations d'origine climatique, humaine ou biologique. Depuis la fermeture du site, leur préservation est assurée par un système de régulation de l'air et par une surveillance quotidienne de la cavité. Dans le cadre d'un partenariat entre EDF R&D et le Ministère de la Culture, soutenu par la fondation EDF, une étude par modélisation numérique est menée afin de mieux comprendre l'équilibre hygrothermique de la Grotte de Lascaux en interaction avec son environnement. Ce mémoire présente une première approche des phénomènes physiques en milieu fluide, permettant par exemple d'identifier les zones à fort risque de condensation, ce processus constituant un des principaux facteurs d'altération des peintures. Le premier chapitre est consacré à la présentation générale de la cavité sous différents aspects et à la description des observations effectuées sur le site depuis sa fermeture. Le deuxième chapitre présente le modèle physique utilisé, une attention particulière ayant été accordée au traitement de l'humidité en paroi. Dans le troisième chapitre, les méthodes numériques utilisées sont détaillées, avec notamment l'étape de création du maillage de la grotte. Enfin, le dernier chapitre est consacré aux simulations numériques de trois scénarios choisis, afin de représenter les mouvements d'air et les variations de température et d'humidité au sein de la cavité en présence ou non de perturbations extérieures. Une méthodologie est ainsi mise en place, permettant une meilleure connaissance du comportement hygrothermique et aéraulique de la grotte de Lascaux et apportant des éléments de réponse quant à la conservation des peintures rupestres.

Mots clés : conservation, Lascaux, grotte, hygrothermie, aéraulique, modélisation, simulation numérique, air humide, altérations, condensation, peintures rupestres.

Summary :

Since their discovery, the paintings of the Cave of Lascaux have been subjected to many climatical, human or biological disturbances. Their safeguarding has been ensured by a daily monitoring of the cave and by an air-conditioning system. In the framework of a partnership between EDF R&D and the French Ministry of Culture, backed by EDF Foundation, studies of the movements of air inside the cave are carried out in order to better understand the hygrothermal balance of the Cave of Lascaux interacting with its surroundings. Apparition of moisture at the walls, in particular, is bound to endanger the rock paintings.

This work presents a first approach of the physical phenomena occurring in the fluid medium allowing to identify, amongst other things, areas subjected to stronger condensation effects. The first chapter is dedicated to the general aspects of the Cave and to the observations carried out since the closing. The second chapter presents the physical model with specific attention devoted to moisture presence on the walls. In the third chapter we detail the numerical methods, and more particularly the generation of the mesh used to discretize the Cave. The last chapter is dedicated to numerical simulations of three scenarios in order to describe the movements of air and the variations of moisture and temperature in the Cave, submitted to perturbations or not. Finally, these results lead to better know hygrothermal and aeraulic behaviour of the Cave, and thus to take a part in the safeguarding of the rock paintings.

Key words : safeguarding, Lascaux, cave, hygrothermy, aeraulic, modeling, computational fluid dynamics, numerical simulation, moist air, disturbances, condensation, rock paintings.