



## **Modélisation semi-analytique par approche énergétique du procédé de perçage de matériaux monolithiques.**

Le but de ce travail est d'analyser et de modéliser les phénomènes ayant lieu lors d'une opération de perçage de façon à fournir des résultats utilisables pour d'autres modèles d'étude des outils coupants. Le modèle présenté permet donc d'obtenir, le torseur des actions mécaniques et également les champs de contrainte et de température pour toutes les surfaces actives du foret.

La modélisation proposée comprend la modélisation de la géométrie de l'outil ainsi que la modélisation complète des phénomènes thermomécaniques présents en perçage, incluant, en outre des phénomènes de coupe, l'influence de l'acuité d'arête et de l'âme du foret. Les principes de la modélisation utilisés permettront d'adapter ce modèle à de nombreux matériaux à partir d'un minimum de paramètres.

Les moyens expérimentaux originaux mis en place ont permis d'étudier la validité du modèle. Grâce à l'étude approfondie qui en a découlée, l'origine des sources d'erreurs a pu être mise en évidence. Ceci a montré les limitations de la loi de comportement utilisée pour des applications en usinage.

Les résultats que le modèle permet de déterminer ouvrent de nombreuses perspectives sur l'étude de la prévision du comportement des outils coupants.

**Mots-clés** : Perçage, Modélisation analytique, Modèle géométrique, Modèle thermomécanique, Acuité d'arête, Ame

## **Semi Analytical modelling with an energetic approach of metal drilling.**

The aim of this work is to model the phenomena occurring during a drilling operation in order to give results that can be used in other models for the study of cutting tools. Beside mechanical actions, the presented model gives stress and temperature fields on every active surface of the drill.

The proposed modelling include the geometrical modelling of the tool and the complete modelling of drilling phenomena, taking into account cutting, tool acuity and the chisel edge. Modelling principles allows adapting the model to various materials with a minimum input dataset.

Original experimental setups where used for the study of model validity. It allowed an extended study that has bring to evidence the causes of errors. This has showed the limitation of the constitutive law for machining applications.

The data that can be calculated with this model enable numerous perspectives on the prevision of cutting tool behaviour.

**Keywords:** Drilling, Analytical modelling, Geometric model Thermomechanical model, Tool acuity, Chisel

**Laboratoire de Génie Mécanique et Matériaux de Bordeaux**

IUT Bordeaux I  
Domaine Universitaire  
33405 Talence Cedex

**Laboratoire de Mécanique Physique**

Université Bordeaux I  
Domaine Universitaire

N° d'ordre : 3216

# THESE

Présentée à

L'UNIVERSITE BORDEAUX I

ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES

ET DE L'INGENIEUR

par **Frédéric DARGNAT**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR**

Spécialité : **MECANIQUE**

\*\*\*\*\*

Modélisation semi-analytique par approche énergétique du  
procédé de perçage de matériaux monolithiques.

\*\*\*\*\*

Soutenue le 20 septembre 2006

Rapporteurs :

M. P. LAGARRIGUE, Professeur, C. U. F. R. Jean François Champollion

M. H. PARIS, Professeur, I.N.P. Grenoble

Membres du Jury :

M. A. GERARD, Professeur, Université Bordeaux I

M. P. LAGARRIGUE, Professeur, C. U. F. R. Jean François Champollion

M. H. PARIS, Professeur, Université Joseph Fourier Grenoble I

M. M. DANIS, Professeur, I.U.T. Bordeaux I

M. O. CAHUC, Maitre de conférence, Université Bordeaux I

M. Ph. DARNIS, Maitre de conférence, I.U.T. Bordeaux I

Président  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur

---

---

---

## Remerciements.

Ce travail a été réalisé au sein d'une équipe de recherche regroupant deux laboratoires de l'Université de Bordeaux I : le Laboratoire de Génie Mécanique et Matériau de Bordeaux et le Laboratoire de Mécanique Physique. Je remercie les directeurs de ces laboratoires, Michel Danis et Didier Desjardins, pour m'avoir accueilli au sein de leurs laboratoires et pour avoir mis à disposition les moyens matériels et humains de ces laboratoires. Je remercie donc aussi tous les personnels de ces deux laboratoires, tous les collègues enseignants, enseignants chercheurs, techniciens des départements IUT GMP et SGM, du Département de Mécanique de l'Université.

Plus particulièrement, je voudrais saluer Véronique pour m'avoir délesté de nombreuses tâches administratives, mais aussi Laurent, F.X., Arthur, Stéphane (les deux) et Olivier pour les moments de détente en salle de détente... ou pas.

Parce qu'il a aussi fallu travailler, je tiens à remercier Olivier Cahuc et Philippe Darnis pour m'avoir encadré tout au long de la réalisation de cette thèse en étant efficaces et disponibles, malgré leurs charges d'enseignement et de recherche. Ils ont su me guider sans me brider dans mon travail au sein de l'équipe de recherche en usinage : Raynald, Sylvain, Claudiu, Mehdi, Guillaume, Jean Yves et M. Yves Couétard que je remercie pour leur aide.

J'aimerais remercier les rapporteurs, pour avoir pris sur leur temps pour lire et corriger ce manuscrit et les membres du jury pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Merci à mes parents, mes familles et mes amis pour m'avoir soutenu et m'avoir permis de changer d'air, mais pas trop souvent.

J'aimerais enfin remercier Alice pour avoir réussi à supporter mes sautes d'humeur durant ces quatre années et particulièrement durant la période de rédaction de ce manuscrit.



Sommaire

Chapitre I - Présentation de la problématique.....	9
I - 1 - Généralités.....	12
I - 1 - 1 - Mise en forme et usinage. ....	12
I - 1 - 2 - Cas du perçage. ....	12
I - 1 - 3 - Intérêt de la modélisation des actions de coupe.....	13
I - 1 - 4 - Modélisation du perçage. ....	14
I - 2 - Grandeurs et paramètres liés à la coupe en perçage.....	15
I - 2 - 1 - Modèle géométrique du foret.....	15
I - 2 - 2 - Mouvements générateurs de la coupe. ....	19
I - 2 - 3 - Section du copeau. ....	19
I - 2 - 4 - Actions de coupe.....	21
I - 3 - Représentation et schématisation du phénomène de coupe. ....	23
I - 3 - 1 - Représentation.....	23
I - 3 - 2 - Zone de cisaillement primaire.....	24
I - 3 - 3 - Zone de cisaillement secondaire. ....	25
I - 3 - 4 - Zone en dépouille.....	25
I - 3 - 5 - Zone morte. ....	26
I - 3 - 6 - Modélisations des phénomènes de coupe. ....	26
I - 4 - Conclusions. ....	34
I - 5 - Références :.....	36
 Chapitre II - Modélisation géométrique du foret.....	 41
II - 1 - Préambule. ....	45
II - 2 - Modélisation des goujures. ....	45
II - 2 - 1 - Modèle direct.....	46
II - 2 - 2 - Recomposition de la section du foret et extrusion.....	53
II - 2 - 3 - Modèle inverse.....	54
II - 2 - 4 - Validation des modèles direct et inverse. ....	56
II - 3 - Modélisation de la pointe du foret. ....	58
II - 3 - 1 - Caractérisation et mise en équation de la surface en dépouille. ....	58
II - 3 - 2 - Positionnement des surfaces en dépouille dans le repère du foret.....	59
II - 3 - 3 - Calcul des intersections entre les faces en dépouille et les goujures.....	60
II - 3 - 4 - Calcul des intersections entre les surfaces en dépouille. ....	61
II - 4 - Validation de la géométrie complète. ....	62
II - 4 - 1 - Cas du foret de géométrie "classique". ....	62
II - 4 - 2 - Géométrie hélicoïdale avec amincissement d'âme. ....	63
II - 5 - Détermination des angles d'outil.....	64
II - 5 - 1 - Calcul du vecteur normal à chaque surface. ....	64
II - 5 - 2 - Plan de calcul et angles d'outil.....	67
II - 5 - 3 - Validation des angles d'outil.....	69
II - 6 - Conclusion. ....	71
II - 7 - Références.....	73

## Sommaire

---

Chapitre III - Modèle appliqué aux matériaux monolithiques.....	75
III - 1 - Principes de la modélisation du perçage.....	81
III - 1 - 1 - Discrétisation.....	81
III - 1 - 2 - Principe de calcul des actions thermomécaniques. ....	82
III - 1 - 3 - Minimisation de la puissance. ....	88
III - 2 - Modèle de coupe.....	89
III - 2 - 1 - Description de la zone de cisaillement primaire. ....	89
III - 2 - 2 - Description de la zone de cisaillement secondaire.....	100
III - 2 - 3 - Equilibre du copeau.....	114
III - 2 - 4 - Description de la zone en dépouille. ....	115
III - 2 - 5 - Effort sur l'outil. ....	119
III - 2 - 6 - Détermination des variables internes. ....	119
III - 3 - Modèle appliqué à l'âme du foret. ....	120
III - 3 - 1 - Caractéristiques de l'âme.....	120
III - 3 - 2 - Modèle d'écoulement plastique.....	122
III - 3 - 3 - Détermination des grandeurs thermomécaniques.....	125
III - 3 - 4 - Efforts sur l'outil.....	127
III - 4 - Conclusion.....	128
III - 5 - Références.....	129
Chapitre IV - Techniques expérimentales et validation.....	133
IV - 1 - Problèmes et solutions liés aux particularités du perçage. ....	136
IV - 2 - Essais en rabotage, validation du modèle de coupe. ....	136
IV - 2 - 1 - Mesure des variables internes.....	137
IV - 2 - 2 - Mesure des actions mécaniques.....	138
IV - 2 - 3 - Dispositif et expérimentations.....	139
IV - 2 - 4 - Méthodes d'analyse des résultats.....	141
IV - 2 - 5 - Résultats et analyses.....	144
IV - 3 - Essais en perçage, validation du modèle complet.....	151
IV - 3 - 1 - Principe des essais.....	151
IV - 3 - 2 - Dispositif expérimental.....	152
IV - 3 - 3 - Etude des actions mécaniques.....	154
IV - 3 - 4 - Résultats et analyses.....	155
IV - 4 - Remarques générales.....	160
IV - 4 - 1 - Températures.....	160
IV - 4 - 2 - Influence du listel.....	162
IV - 4 - 3 - Loi de comportement.....	163
IV - 5 - Conclusion.....	165
IV - 6 - Références.....	167
Chapitre V - Conclusion générale.....	171
V - 1 - Conclusions.....	172
V - 1 - 1 - Modèle géométrique.....	172
V - 1 - 2 - Modèle thermomécanique.....	172
V - 1 - 3 - Techniques expérimentales.....	174
V - 2 - Perspectives.....	174
V - 2 - 1 - Modèle de prévision des actions thermomécaniques.....	174
V - 2 - 2 - Expérimentations.....	175
V - 2 - 3 - Perspectives à long terme.....	176
V - 3 - Références.....	177

---

## Sommaire

---

Annexe A : Calcul des déformations et vitesses de déformation.....	181
A - 1 - Zone de cisaillement primaire. ....	182
A - 1 - 1 - Trajectoires et champ des vitesses.....	182
A - 1 - 2 - Détermination des déplacements.....	183
A - 1 - 3 - Tenseur des déformations.....	184
A - 1 - 4 - Tenseur des vitesses de déformation. ....	185
A - 2 - Zone de cisaillement secondaire.....	186
A - 2 - 1 - Vitesse supposée dans la zone de cisaillement secondaire.....	186
A - 2 - 2 - Détermination des déplacements.....	186
A - 2 - 3 - Détermination des déformations. ....	187
A - 2 - 4 - Détermination des vitesses de déformation.....	188
A - 3 - Zone en dépouille et acuité d'arête.....	189
A - 3 - 1 - Trajectoires et champ des vitesses.....	189
A - 3 - 2 - Détermination des déplacements.....	190
A - 3 - 3 - Tenseur des déformations.....	191
A - 3 - 4 - Tenseur des vitesses de déformation. ....	191
Annexe B : Résultats expérimentaux et résultats de calculs.....	193
B - 1 - Essais de rabotage. ....	194
B - 1 - 1 - Conditions de coupe. ....	194
B - 1 - 2 - Résultats expérimentaux.....	195
B - 1 - 3 - Résultats de calculs.....	196
B - 2 - Essais de perçage. ....	197
B - 2 - 1 - Foret de diamètre 20 mm.....	197
B - 2 - 2 - Foret de diamètre 16 mm.....	204



**Chapitre I - Présentation de la problématique.**

I - 1 - Généralités.....	12
I - 1 - 1 - Mise en forme et usinage. ....	12
I - 1 - 2 - Cas du perçage. ....	12
I - 1 - 3 - Intérêt de la modélisation des actions de coupe.....	13
I - 1 - 4 - Modélisation du perçage. ....	14
I - 2 - Grandeurs et paramètres liés à la coupe en perçage.....	15
I - 2 - 1 - Modèle géométrique du foret.....	15
I - 2 - 1 - 1 - Géométrie d'un foret. ....	15
I - 2 - 1 - 2 - But de la modélisation géométrique du foret.....	17
I - 2 - 2 - Mouvements générateurs de la coupe. ....	19
I - 2 - 3 - Section du copeau. ....	19
I - 2 - 4 - Actions de coupe.....	21
I - 3 - Représentation et schématisation du phénomène de coupe. ....	23
I - 3 - 1 - Représentation.....	23
I - 3 - 2 - Zone de cisaillement primaire.....	24
I - 3 - 3 - Zone de cisaillement secondaire. ....	25
I - 3 - 4 - Zone en dépouille.....	25
I - 3 - 5 - Zone morte. ....	26
I - 3 - 6 - Modélisations des phénomènes de coupe. ....	26
I - 3 - 6 - 1 - Coupe orthogonale.....	26
I - 3 - 6 - 1 - 1  Modèle de la coupe de MERCHANT.....	26
I - 3 - 6 - 1 - 2  Modèle d'OXLEY et TAY.....	28
I - 3 - 6 - 1 - 3  Modèle de GILORMINI et al. ....	29
I - 3 - 6 - 2 - Coupe 3D.....	29
I - 3 - 6 - 2 - 1  Coupe oblique. ....	29
I - 3 - 6 - 2 - 2  Modèle de TOULOUSE. ....	31
I - 3 - 6 - 2 - 3  Modèle 3D de LAHEURTE.....	32
I - 3 - 6 - 3 - Modèles de perçage. ....	32
I - 3 - 6 - 3 - 1  Modèles expérimentaux.....	32
I - 3 - 6 - 3 - 2  Utilisation du modèle d'OXLEY.....	33
I - 3 - 6 - 3 - 3  Modèles numériques. ....	34
I - 4 - Conclusions.....	34
I - 5 - Références : .....	36

## Nomenclature

### Lettres latines :

$A$  : section de matériau coupée [ $\text{mm}^2$ ]

$a_f, a_n$  : Coefficients de loi expérimentale [Yang, 2002] [sans unité]

$b_f, b_n$  : Coefficients de loi expérimentale [Yang, 2002] [sans unité]

$a_p$  : profondeur de passe [mm]

$c_f, c_n$  : Coefficients de loi expérimentale [Yang, 2002] [sans unité]

$C_f, C_n$  : Coefficients de loi expérimentale [Yang, 2002] [sans unité]

$D_{vol}$  : débit volumique de matière [ $\text{mm}^3/\text{s}$ ]

$f$  : avance par tour [mm/tour]

$f_z$  : avance par dent [mm/dent]

$F_C$  : effort de coupe [N]

$F_f$  : effort d'avance [N]

$F_p$  : effort de pénétration [N]

$F_z$  : effort de poussée [N]

$h$  : épaisseur du copeau [mm]

$h_1$  : épaisseur de la zone de cisaillement primaire [mm]

$k_c$  : pression spécifique de coupe [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]

$K_f, K_n$  : pression spécifique de coupe de loi expérimentale [Yang, 2002] [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]

$l_c$  : longueur de contact entre l'outil et le copeau [mm]

$L_c$  : longueur de contact entre la face en dépouille et la pièce [mm]

$M_C$  : moment dans la direction de coupe [Nm]

$M_f$  : moment dans la direction d'avance [Nm]

$M_p$  : moment dans la direction de pénétration [Nm]

$M_z$  : moment de coupe [Nm]

$N$  : vitesse de rotation [tour/min]

$r$  : distance à l'axe de rotation ; rayon [mm]

$R_e$  : rayon extérieur ; rayon de l'outil [mm]

$R_i$  : rayon intérieur [mm]

$R_a$  : rayon d'acuité ; rayon d'arête [mm]

$R_\varepsilon$  : rayon de bec [mm]

$V_C$  : Vitesse de coupe [m/min]

$V_{cop}$  : vitesse de corps solide du copeau par rapport à l'outil [m/min]

$V_f$  : Vitesse d'avance [mm/min]

$V_g$  : Vitesse de glissement à l'interface outil copeau [m/min]

$w$  : largeur de coupe [mm]

$z$  : nombre de dents [sans unité]

Lettres grecques :

$\alpha$  : angle de dépouille, exprimé dans le plan de calcul [deg]

$\gamma_c$  : angle de coupe, exprimé dans le plan de calcul [deg]

$\delta$  : part du copeau affectée par la zone de cisaillement secondaire [sans unité]

$\eta_c$  : angle d'écoulement du copeau [deg]

$\kappa_r$  : angle d'attaque [deg]

$\lambda_s$  : angle d'inclinaison d'arête [deg]

$\phi$  : angle de cisaillement primaire [deg]

## I - 1 - Généralités

### I - 1 - 1 - Mise en forme et usinage.

La fabrication de systèmes mécaniques nécessite la production de pièces ayant des dimensions (cotes) correspondant aux besoins du mécanisme. Ces dimensions sont obtenues par une série d'étapes, à partir d'une forme brute. Il existe différents procédés de mise en forme permettant d'obtenir ou de se rapprocher des dimensions finales voulues de la pièce. Ils peuvent être divisés en trois grandes catégories : le moulage (mise en forme à l'état liquide), le forgeage (déformation plastique de la matière), et les procédés par enlèvement de matière. Pour cette dernière catégorie, les procédés les plus couramment utilisés sont le meulage (ou rectification), l'usinage (avec formations de copeaux), le découpage LASER, le découpage au jet d'eau, l'électroérosion, l'usinage chimique...

L'usinage est un procédé de mise en forme de pièces mécaniques par enlèvement de matière. Cette méthode consiste à obtenir la forme voulue de la pièce en détachant de la matière de la pièce à l'aide d'outils. Cette technique, dont on pourrait trouver les origines dans la pierre taillée, a connu un essor important avec l'apparition du moteur au 19<sup>e</sup> siècle. L'électricité a permis de fournir l'énergie nécessaire au travail des métaux, là où la force musculaire se limitait principalement au bois. Le 20<sup>e</sup> siècle a vu l'essor des différentes techniques d'usinage, jusqu'à aboutir aux machines à commande numérique et à l'usinage à grande vitesse.

Les procédés d'usinage regroupent le rabotage, le tournage, le fraisage, le perçage, l'alésage, le brochage. Pour chacune de ces techniques d'usinage, l'enlèvement de matière se fait par formation d'un copeau qui se détache de la pièce au contact d'un outil ; seuls changeront la géométrie de l'outil utilisé ainsi que les mouvements relatifs entre l'outil et la pièce.

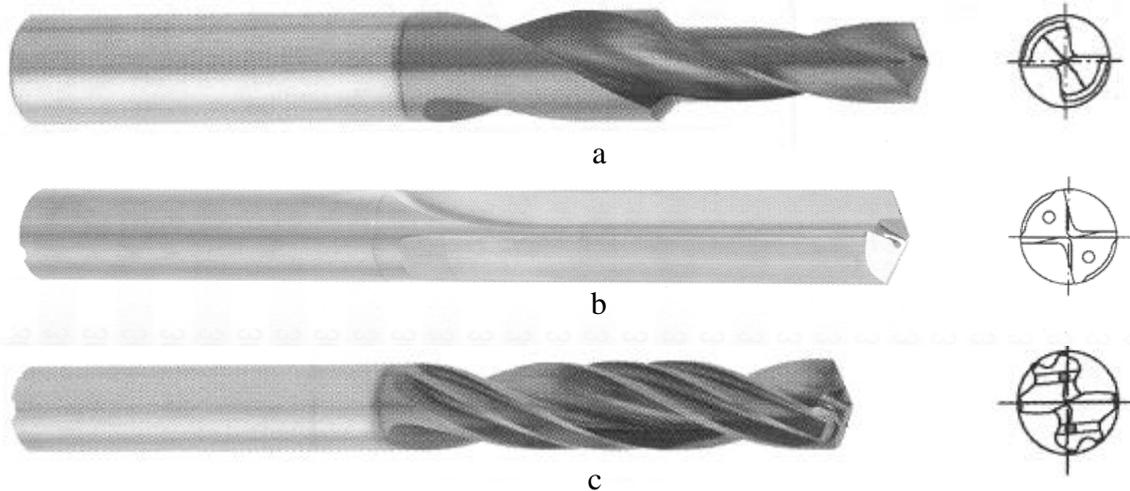
### I - 1 - 2 - Cas du perçage.

Le terme de perçage regroupe les méthodes permettant de réaliser des trous cylindriques (débouchant ou non) par enlèvement de copeaux. Différentes opérations correspondant au perçage peuvent être distinguées : le perçage de trous courts, le forage de trous profonds, le trépannage, l'alésage, le calibrage, tous ces procédés ayant comme point commun l'utilisation

---

d'un outil rotatif avançant dans la direction de son axe de rotation.

Le perçage est l'opération d'usinage la plus couramment utilisée, car nécessaire dans tous les assemblages vissés et rivetés. La majorité des trous ont un diamètre entre 5 mm et 20 mm [Sandvik, 2000]. Ces constatations justifient l'intérêt porté au perçage par les industriels, notamment par ceux du secteur aéronautique. Un airbus A380 compte environ 2 000 000 de perçages pour l'assemblage riveté des différents éléments. Les études menées sur le perçage ont conduit aux récentes évolutions des géométries des forets (Figure I-1). Les outils modernes de perçage permettent une augmentation de la productivité (diminution du nombre d'opérations nécessaires) et une amélioration de la qualité des trous réalisés qui nécessite une diminution des efforts de coupe [Laporte, 2005].



**Figure I-1 : Exemples de géométries modernes de forets (catalogue WNT).**

Des études telles que le projet MEDOC (Maîtrise de l'Endommagement Des Outils Coupants) [MEDOC] permettent des avancées sur la compréhension expérimentale des phénomènes liés aux perçages tels que l'usure des outils ou les causes des défauts des trous réalisés. Cependant, la modélisation théorique est nécessaire afin de représenter et de quantifier les phénomènes physiques mis en jeu.

### I - 1 - 3 - Intérêt de la modélisation des actions de coupe.

Dans l'optique d'une optimisation des moyens à mettre en œuvre afin de réaliser une pièce mécanique, il est nécessaire de dimensionner les capacités des machines outils et de ses équipements. Pour dimensionner les machines outils, les efforts mis en jeu lors des opérations seront à déterminer. Les actions de coupe ont une influence directe sur la qualité des surfaces

---

obtenues à la suite de l'opération d'usinage et sur l'usure de l'outil [Laporte, 2005].

L'étude des actions de coupe a donc été abordée depuis longtemps de façon expérimentale. L'utilisation de modèles analytiques ou numériques de prévision des actions de coupe a pour principal intérêt de limiter le nombre des essais dans un processus expérimental. Il sera donc possible d'étudier l'influence de diverses conditions de coupe et géométries de coupe sur les actions thermomécaniques sans avoir à réaliser des outils ou à effectuer un grand nombre d'essais, ce qui limite le coût de l'étude.

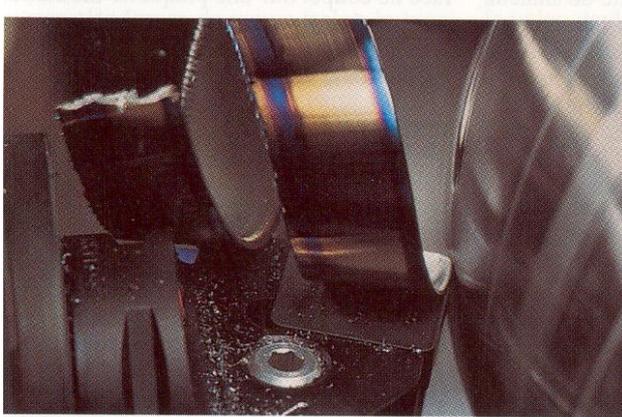
L'objectif des modèles de coupe est de prédire les actions de coupe à partir d'un minimum de données. Les informations nécessaires sont le comportement des matériaux, la géométrie des outils et les conditions de coupe.

#### I - 1 - 4 - Modélisation du perçage.

Si la formation du copeau est similaire pour tous les procédés d'usinage par outil coupant, le cas du perçage se différencie des autres techniques par une évacuation des copeaux plus difficile due au confinement des phénomènes de coupe. Contrairement à d'autres techniques d'usinage (tournage Figure I-2-a ; fraisage Figure I-2-b) où le copeau peut s'évacuer facilement, pour le perçage (Figure I-2-c) le copeau n'a qu'une direction possible pour sortir et il doit s'insérer dans la goujure du foret pour être évacué. Les dimensions limitées de la goujure sont le résultat du compromis entre la raideur du foret et la capacité à évacuer le copeau dans de bonnes conditions. Cette difficulté d'évacuation du copeau est d'autant plus marquée que le trou réalisé est long.

La géométrie complexe du foret et la vitesse de coupe évoluant le long des arêtes de l'outil entraînent une variation importante des conditions de formation du copeau (conditions de coupe) tout au long des différentes arêtes de l'outil, ce qui a pour effet de complexifier la modélisation de la coupe en perçage en augmentant les plages de variations des différents paramètres rentrant en compte.

L'étude scientifique du procédé de perçage est également difficile car le confinement du copeau occulte sa formation. Aucune observation directe n'étant possible, il est donc très difficile d'établir ou de vérifier des conjectures faites sur ce processus.



**a - tournage**



**b - fraisage**



**c - perçage**

**Figure I-2 : Formation et évacuation du copeau [Sandvik, 2000].**

Cependant, les phénomènes thermomécaniques de la formation du copeau seront les mêmes pour toutes les techniques d'usinage et une base commune de modélisation peut être adaptée à chacune de ces techniques. L'adaptation de cette base commune au cas spécifique du perçage nécessite de prendre en compte les spécificités du perçage telles que la géométrie ou les mouvements de l'outil.

### I - 2 - Grandeurs et paramètres liés à la coupe en perçage.

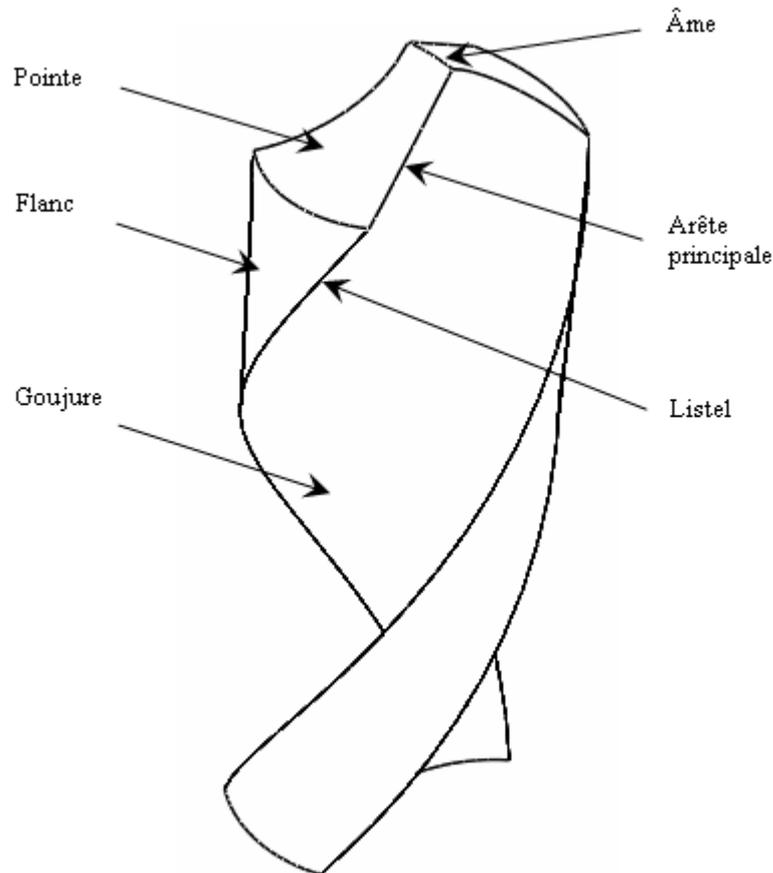
#### I - 2 - 1 - Modèle géométrique du foret.

##### I - 2 - 1 - 1 - Géométrie d'un foret.

S'il existe une variété de géométries de foret de plus en plus importante, tout foret comprend un groupe de surfaces essentielles qui lui permettent de générer les copeaux ainsi que la géométrie du trou réalisé. Ce groupe de surfaces peut être répété plusieurs fois (au moins deux, Figure I-3), multipliant ainsi le nombre d'arêtes de coupe. Chaque groupe de surfaces comporte au moins trois surfaces utiles : le flanc, la goujure et la pointe. Chacune de ces surfaces peut avoir des formes variées et des surfaces supplémentaires peuvent permettre d'améliorer les performances du foret. Les différentes arêtes du foret sont les intersections des

---

différentes surfaces constituant le foret (Figure I-3). L'arête principale correspond à l'intersection de la goujure et de la pointe ; l'arête de l'âme du foret correspond à l'intersection entre deux pointes ; le listel est l'intersection entre le flanc et la goujure.



**Figure I-3 : Surfaces et arêtes d'un foret.**

La forme de la goujure d'un foret doit permettre une évacuation efficace des copeaux. Les goujures sont généralement hélicoïdales (Figure I-1-a) mais l'on trouve aussi des forets à goujure droite (Figure I-1-b), notamment pour le perçage des matériaux composites et à plusieurs listels, pour un meilleur guidage en perçage grande vitesse (Figure I-1-c).

Avec différentes études visant à optimiser le perçage en cherchant soit à améliorer la qualité des trous [Giro, 2002], diminuer les actions de coupe [Paul, 2005], augmenter la durée de vie des outils, augmenter la productivité, de nouvelles géométries de forets ont été développées. Les évolutions de la géométrie peuvent porter sur la forme de la pointe, la forme des goujures ou le nombre de goujures.

Les formes des forets se sont multipliées. Il est donc important d'avoir un modèle

---

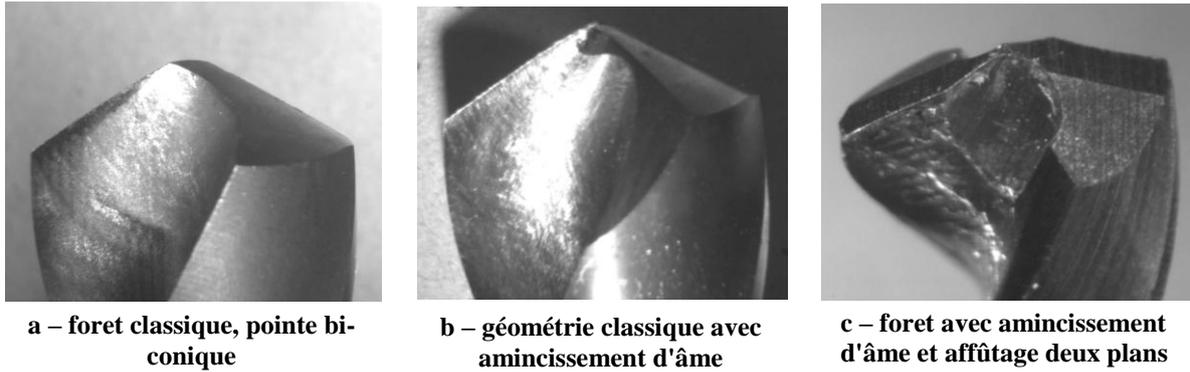


Figure I-4 : Exemples de différentes géométries de foret.

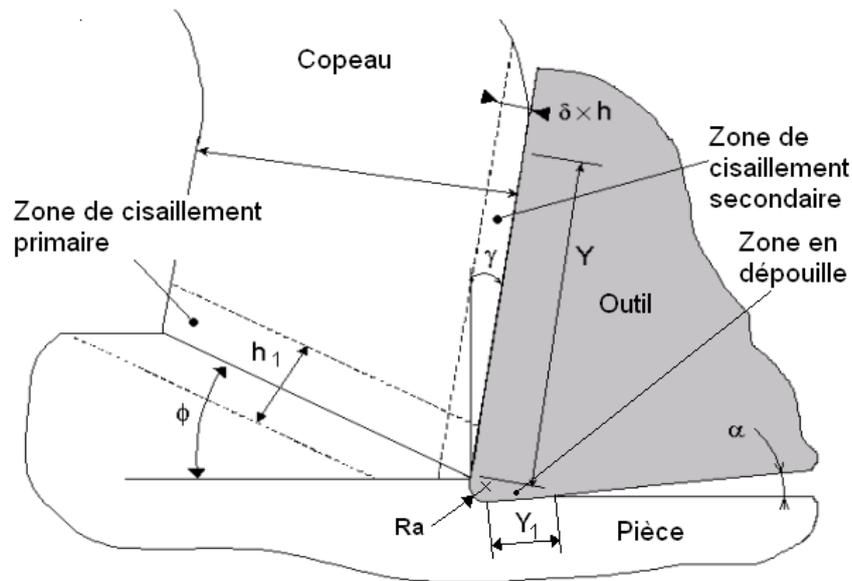
géométrique de foret capable de s'adapter au plus grand nombre de géométries de foret. Ceci permet d'estimer les actions thermomécaniques de la coupe pour des géométries de foret très variées.

#### I - 2 - 1 - 2 -But de la modélisation géométrique du foret.

Le calcul des actions thermomécaniques de coupe nécessite de connaître les formes de l'outil afin de déterminer les angles caractéristiques d'une arête de coupe en chaque point. Les angles de coupe sont pris en compte comme variables dans les modèles de coupe orthogonale, oblique ou 3D [Tay, 1974 ; Tay, 1976 ; Oxley, 1988 ; Toulouse, 1998 ; Yang, 2002] ; ils sont indispensables pour modéliser les actions thermomécaniques du procédé de perçage.

La modélisation géométrique du foret permet de déterminer les angles d'outils utiles au modèle de prédiction des efforts, en chaque point de l'arête. La position de chacun des points aura une influence sur le calcul des moments déduits du transport du torseur des actions mécaniques à la pointe du foret.

Les différents modèles de calcul des efforts de coupe en perçage [Elhachimi, 1999a ; Elhachimi, 1999b ; Yang, 2002] utilisent des grandeurs relatives à la géométrie de l'outil telles que les angles d'outils permettant de mettre en place le profil de l'outil de coupe dans un plan donné (Figure I-5). Dans certaines études de prédictions des efforts en perçage, les angles de coupe sont calculés de manière analytique. Cependant les applications de ces études sont limitées à un nombre restreint de géométries de forets [Elhachimi, 1999a ; Elhachimi, 1999b ; Yang, 2002]. Afin de pouvoir déterminer les angles d'outils pour une grande variété de géométries de forets, il est préférable de s'intéresser à une méthode issue d'une description mathématique des différentes surfaces constitutives de l'outil.



**Figure I-5 : Mise en place de la géométrie de l'outil dans le plan de calcul utilisé pour le cas de la modélisation selon Toulouse [Toulouse, 1998].**

Plusieurs méthodes de description de la géométrie des outils ont été proposées [Kang, 1996a ; Kang, 1996b ; Chwang, 2001 ; Hsieh, 2002]. Toutes utilisent le lien entre la forme de l'outil et les paramètres des opérations de finition du foret. Les formes d'un foret monobloc sont obtenues à partir d'une forme brute : le corps du foret, en enlevant de la matière lors des différentes phases de fabrication. Les différentes surfaces constituant le foret sont le résultat des opérations de finition. Seules ces opérations sont importantes pour déterminer le modèle géométrique du foret.

Un foret est constitué d'un groupe de surfaces répété plusieurs fois. Le foret aura autant d'arêtes principales et secondaires que de groupes de surfaces (cf. Figure I-1, Figure I-3 et Figure I-4). Ces arêtes correspondent aux intersections entre les différentes surfaces d'un groupe. Les arêtes de l'âme du foret, sont également les intersections entre les surfaces de la pointe du foret et appartiennent aux différents groupes de surfaces.

Il sera donc nécessaire de s'intéresser à la modélisation de la géométrie d'un groupe de surfaces, afin d'obtenir la modélisation d'un foret complet. Les différentes surfaces constituant un groupe de surfaces seront modélisées indépendamment.

I - 2 - 2 - Mouvements générateurs de la coupe.

Deux mouvements permettant d'obtenir la forme désirée sont présents dans les techniques d'usinage les plus courantes (tournage, fraisage, perçage, alésage) : le mouvement de coupe et le mouvement d'avance. Dans le cas du perçage, le mouvement de coupe est dû à la rotation de l'outil autour de son axe (Figure I-6). Il est défini par la vitesse de rotation de l'outil, notée  $N$ . Le mouvement d'avance correspond à la translation de l'outil dans la direction de son axe de rotation. Il est défini par la distance parcourue par l'outil au cours d'une révolution : l'avance par tour, notée  $f$ . A ces deux mouvements est associée une décomposition de la vitesse de chaque point de l'outil : la vitesse de coupe, notée  $V_c$ , correspond à la partie due au mouvement de coupe de l'outil ; la vitesse d'avance, notée  $V_f$ , est due au mouvement d'avance. Pour le perçage, la vitesse de coupe est due à un mouvement de rotation et dépend donc de la distance du point considéré à l'axe de rotation, notée  $r$ . Etant due à une translation, la vitesse d'avance est la même en tout point de l'outil. Ces deux vitesses se calculent en fonction de la vitesse de rotation et de l'avance :

$$V_c(r) = 2\pi \cdot N \cdot r \quad (1.1)$$

$$V_f = f \cdot N \quad (1.2)$$

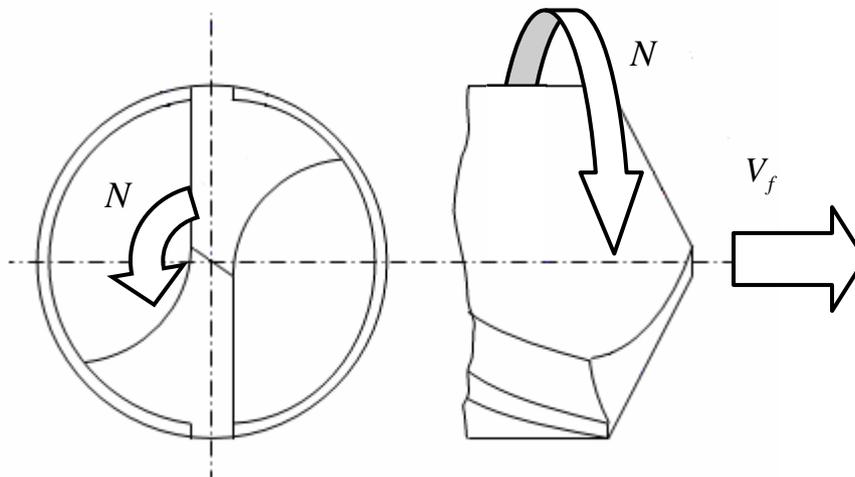


Figure I-6 : Mouvements de coupe en perçage.

I - 2 - 3 - Section du copeau.

Afin de déterminer le débit de matière enlevée, il est nécessaire de définir la section de matière coupée (Figure I-7). Dans l'hypothèse où le foret est géométriquement parfait, cette aire se détermine perpendiculairement à la vitesse de coupe et est fonction de l'avance et de la

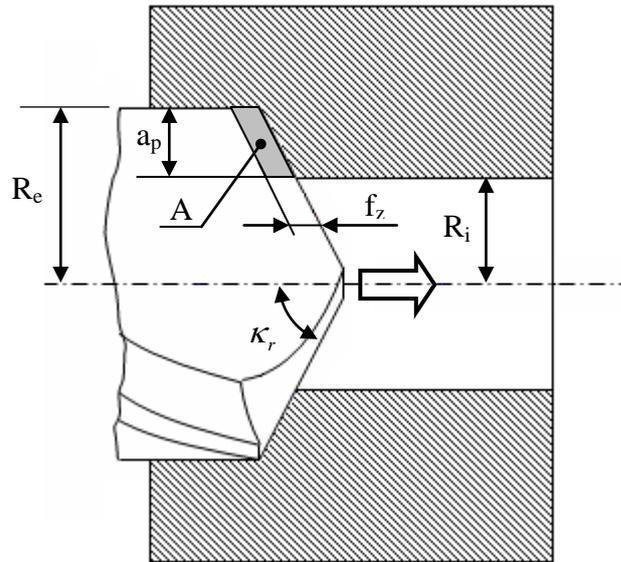


Figure I-7 : Détermination de la section du copeau.

largeur de coupe (profondeur de passe). L'avance par dent, notée  $f_z$ , correspond à la distance parcourue par le foret entre deux arêtes consécutives, ce qui correspond à un demi-tour pour le cas d'un foret à deux arêtes.

$$f_z = \frac{f}{z} \quad (1.3)$$

où  $z$  est le nombre d'arêtes du foret.

La largeur de coupe, notée  $a_p$ , est la longueur maximale du copeau perpendiculairement à l'avance.

$$a_p = R_e - R_i \quad (1.4)$$

où  $R_e$  correspond au diamètre du foret et  $R_i$  correspond au diamètre de l'avant trou (s'il existe).

La surface de matière coupée par une arête, notée  $A$ , s'obtient alors :

$$A = f_z \cdot a_p \quad (1.5)$$

Le débit de matière sera alors calculé comme étant le volume de matière enlevé par le foret dans le temps correspondant à une révolution de l'outil :

$$D_{vol/tour} = (z \cdot A) \cdot (2 \cdot \pi) \cdot \frac{R_i + R_e}{2} \quad (1.6)$$

Ce débit volumique sera à optimiser afin d'augmenter la productivité. Toutefois, une

augmentation du débit de copeaux va entraîner une augmentation des efforts de coupe, de la puissance de coupe et donc de l'usure de l'outil et pourra induire une dégradation de la qualité de la pièce.

I - 2 - 4 - Actions de coupe.

Pour le cas d'un outil à arête de coupe unique, comme c'est le cas en tournage, le torseur des actions de coupe, exprimé à la pointe de l'outil, comprend trois efforts et trois moments mesurables (Figure I-8). La résultante et le moment du torseur des actions mécaniques se décomposent suivant les trois directions du repère orthonormé lié à la coupe : suivant la direction de la vitesse de coupe, l'effort de coupe  $F_c$  et le moment  $M_c$  ; suivant la direction de la vitesse d'avance, l'effort d'avance  $F_f$  et le moment  $M_f$  ; suivant la direction orthogonale aux deux précédentes, l'effort de pénétration  $F_p$  et le moment  $M_p$ . Les moments de coupe, s'ils sont généralement omis, existent et ont été mis en évidence par des études expérimentales en tournage [Toulouse, 1998 ; Darnis, 2000]. La notation utilisée pour décrire les composantes du vecteur moment reprend celle de la résultante et le torseur des actions de coupe s'écrit, exprimé en O, à la pointe de l'outil :

$$\left\{ T_{\text{outil / pièce}} \right\} = \begin{cases} \vec{F} = F_p \cdot \vec{x} + F_c \cdot \vec{y} + F_f \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_O = M_p \cdot \vec{x} + M_c \cdot \vec{y} + M_f \cdot \vec{z} \end{cases} \quad (1.7)$$

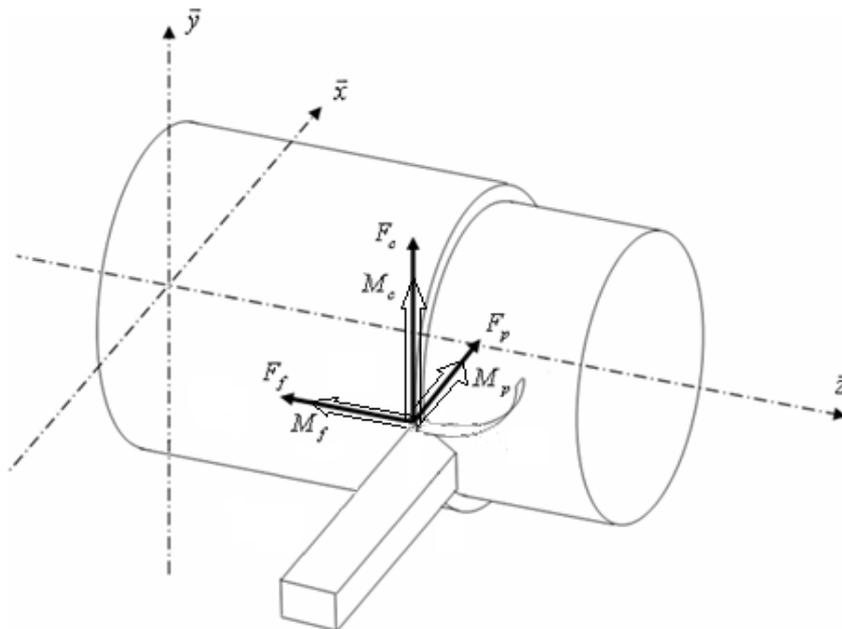


Figure I-8 : Repères et actions mécaniques en tournage.

Du fait de la symétrie axiale du perçage, certaines composantes du torseur des actions mécaniques sont compensées entre les différentes arêtes (Figure I-9), si l'on considère que le foret est parfaitement symétrique et ne possède pas de défaut de coaxialité avec le porte outil. Le torseur global des actions de l'outil sur la pièce ne comprend alors que les composantes d'effort et de moment portées par l'axe de rotation de l'outil (axe  $\vec{z}_f$ ) :  $F_z$  et  $M_z$ . Ces composantes sont respectivement appelées effort de poussée et moment de coupe.

Afin de pouvoir dimensionner les systèmes de production et les outils, des modèles simples de détermination des actions mécaniques sont utilisés. Ces modèles [Sandvik, 2000], donnent les actions de coupe en fonction de la section du copeau, de la pression spécifique de coupe et des conditions de coupe. Dans ce modèle, l'effort de poussée s'écrit :

$$F_z = \frac{1}{2} \cdot k_c \cdot A \cdot z \cdot \sin(\kappa_r) \quad (1.8)$$

avec  $k_c$  la pression spécifique de coupe et  $\kappa_r$  l'angle d'attaque (Figure I-7) qui correspond au demi-angle de pointe du foret ; le moment de coupe s'écrit :

$$M_z = k_c \cdot A \cdot z \cdot \frac{R_e + R_i}{2} \quad (1.9)$$

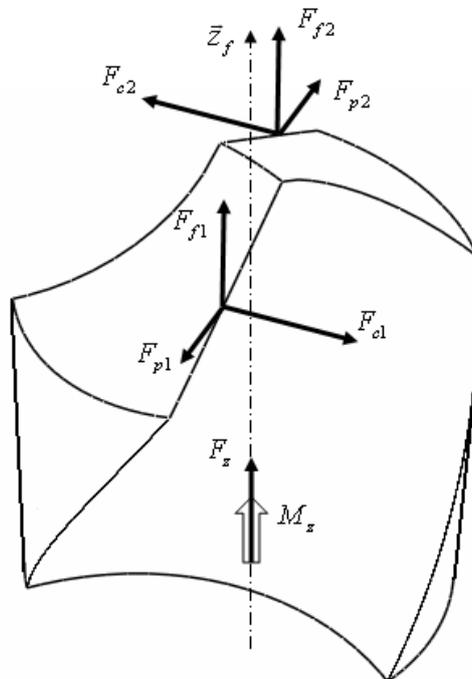


Figure I-9 : Efforts de coupe appliqués par le foret sur la pièce.

La valeur de la pression spécifique de coupe dépend de la géométrie de l'outil, de la vitesse de coupe utilisée, du matériau de l'outil et du matériau usiné. Les valeurs utiles de  $k_c$  sont issues d'abaques, ou peuvent être déterminées expérimentalement.

Ce type de modèle expérimental est très utilisé par l'industrie, car il permet d'obtenir rapidement un ordre de grandeur des actions mécaniques de coupe. Cependant, il nécessite une base de données importante ou de nombreuses expérimentations, afin de déterminer la pression spécifique de coupe  $k_c$ . Ces modèles expérimentaux permettent une approche globale du procédé de perçage mais ils occultent les phénomènes thermomécaniques mis en jeu lors du perçage.

Pour palier à ces inconvénients, des modèles plus généralistes cherchant à décrire les phénomènes physiques mis en jeu lors de la coupe ont été développés, dès la première moitié du 20<sup>ième</sup> siècle [Merchant, 1945] . Ce type de modèle a pour objectif de calculer les actions thermomécaniques de la coupe avec un minimum de données expérimentales.

### I - 3 - Représentation et schématisation du phénomène de coupe.

#### I - 3 - 1 - Représentation.

Les différentes zones de sollicitation lors de la formation du copeau sont généralement représentées dans le plan orthogonal à l'arête de l'outil étudié (Figure I-10). Le phénomène de formation du copeau s'identifie en quatre zones, dans lesquelles les modes de sollicitations sont différents :

- ① : Zone morte.
- ② : Zone de cisaillement primaire.
- ③ : Zone de cisaillement secondaire.
- ④ : Zone de dépouille.

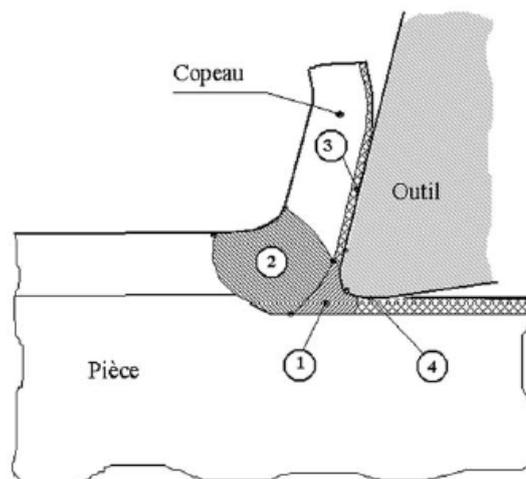


Figure I-10 : Représentation des différentes zones de la coupe.

---

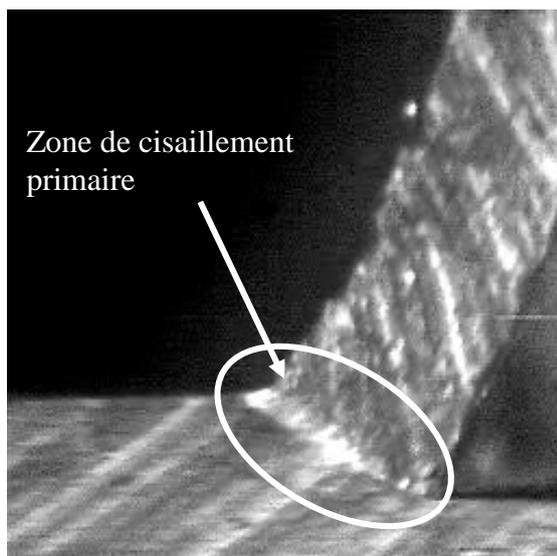
Les différents modèles de coupe développés (présentés au Chapitre III) sont basés sur cette description et cherchent à représenter les phénomènes présents dans les différentes zones. Chacune de ces zones a une influence sur la formation du copeau et elles sont généralement modélisées séparément, puis assemblées pour le calcul des actions de coupe.

### I - 3 - 2 - Zone de cisaillement primaire.

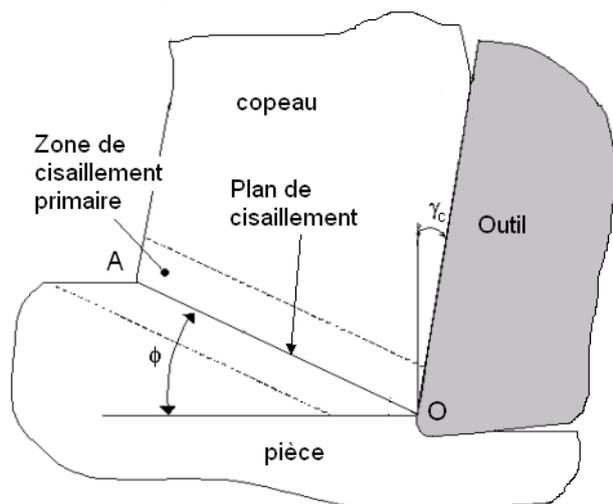
C'est dans la zone de cisaillement primaire que se forme le copeau. Sous l'action de l'outil, une partie de la matière change brutalement de direction, elle est alors détachée du reste de la pièce et forme le copeau. Ce changement de direction provoque de fortes déformations de la matière à des vitesses très élevées. Ce phénomène brutal est à l'origine d'une puissance mécanique importante, qui est évacuée sous forme de chaleur dans un espace très réduit, provoquant une augmentation importante de la température de la matière.

A l'observation de la formation du copeau, grâce à des essais de coupe interrompue ou des images issues de films à haute vitesse (Figure I-11-a), il a été remarqué que le copeau se forme parallèlement au plan de cisaillement primaire [Merchant, 1945] (Figure I-11-b), incliné d'un angle de cisaillement par rapport à la vitesse de coupe, noté  $\phi$  (Figure I-11-b).

A la sortie de la zone de cisaillement primaire, le copeau n'est pratiquement plus sollicité, en dehors d'une zone située à l'interface outil copeau : la zone de cisaillement secondaire.



a – Formation du copeau

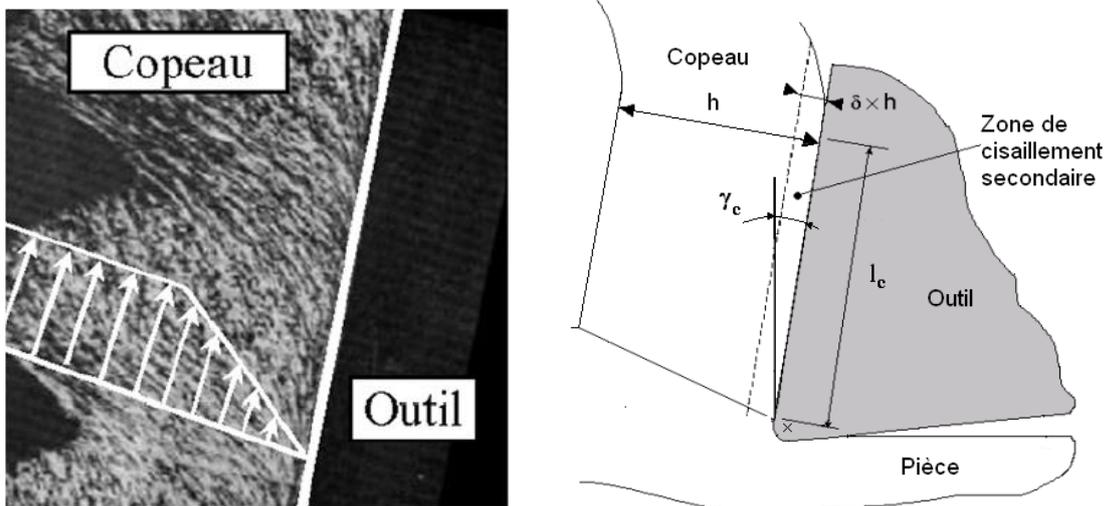


b – Schématisation

Figure I-11 : Zone de cisaillement primaire et sa représentation.

I - 3 - 3 - Zone de cisaillement secondaire.

A l'interface entre l'outil et le copeau et sous l'effet des frottements à de fortes pressions et fortes températures, se crée une zone de déformation locale appelée zone de cisaillement secondaire (Figure I-12). A cet endroit, il existe sur une faible épaisseur du copeau, un gradient de vitesse. La vitesse d'un point du copeau augmente en s'éloignant de l'interface jusqu'à atteindre la vitesse du copeau. Le gradient de vitesse à l'intérieur de la zone de cisaillement secondaire entraîne des déformations dans cette zone du copeau, visibles sur la Figure I-12-a. La détermination des actions de la matière sur l'outil est issue de l'intégration des pressions à l'interface outil/copeau. Cependant, dans la zone en dépouille, il y a également contact entre l'outil et la matière.



a – Champ des vitesses [Laheurte, 2004].

b – Schématisation

Figure I-12 : Cisaillement secondaire.

I - 3 - 4 - Zone en dépouille.

Le raccordement entre la face de coupe et la face en dépouille n'étant pas parfait, il existe un rayon, nommé rayon d'acuité ( $R_a$ , Figure I-13-b) entre ces deux surfaces. Du fait de cette acuité non parfaite de l'outil, une partie de la matière arrivant au contact avec l'outil ne va pas passer dans le copeau mais sous l'outil (Figure I-13-a) et subit une importante déformation. Après le passage de l'acuité d'arête, l'élasticité du matériau génère une zone de contact entre l'outil et le matériau sur la face en dépouille.

Les déformations élastoplastiques subies par la matière dans la zone en dépouille (acuité et face en dépouille) seront à l'origine d'un effort sur l'outil et des contraintes résiduelles, d'origines mécanique et thermique, présentes en surface de la pièce après usinage.

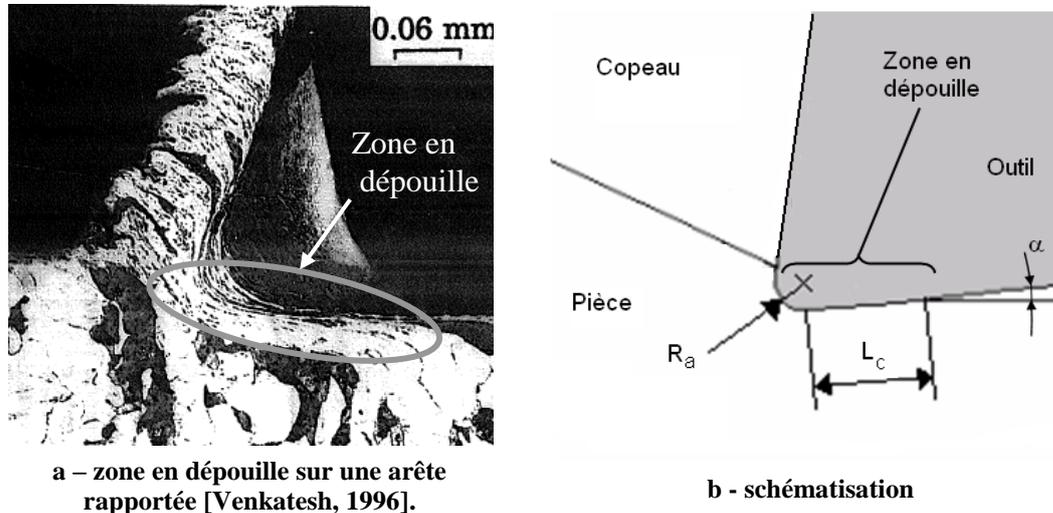


Figure I-13 : Zone en dépouille

#### I - 3 - 5 - Zone morte.

En avant de l'arête de l'outil, existe une zone dans laquelle la matière coupée stagne (zone 1, Figure I-10). En fonction des conditions de coupe et du matériau, les dimensions de la zone morte peuvent varier et engendrer la formation d'une arête rapportée à la pointe de l'outil. Cette arête rapportée occasionne une modification des conditions de coupe ainsi qu'un déplacement de la partie coupante et est instable. L'arête rapportée va s'évacuer soit en passant du côté du copeau, soit en passant du côté de la pièce, avec pour conséquence une détérioration de la qualité de la surface réalisée.

Pour le cas des différentes modélisations de la coupe qui seront présentées, l'influence de la zone morte sur la coupe est négligée, par hypothèse.

#### I - 3 - 6 - Modélisations des phénomènes de coupe.

##### I - 3 - 6 - 1 - Coupe orthogonale.

##### I - 3 - 6 - 1 - 1 Modèle de la coupe de MERCHANT.

A l'origine des différentes modélisations de la coupe développées aujourd'hui, se trouve la description de MERCHANT [Merchant, 1945]. Ce modèle de coupe orthogonale suppose que la formation du copeau est un phénomène plan du à un changement brutal de la direction de la

vitesse d'un point matériel au passage d'un plan. Ce plan appelé plan de cisaillement est supposé être incliné par rapport à la vitesse de coupe d'un angle noté  $\phi$  et appelé angle de cisaillement.

Les hypothèses liées à cette modélisation sont :

- l'opération d'usinage modélisée est de la coupe orthogonale ;
- l'avance est grande devant la taille de la structure cristalline du matériau coupé ;
- le rayon d'acuité est nul ;
- le régime de la coupe est stationnaire : pas de variation de l'épaisseur du copeau ;
- la zone morte est négligée ;
- le copeau se forme par glissement dans des plans parallèles (plans de cisaillement) à volume constant ;
- le frottement à l'interface outil/copeau correspond à un frottement de Coulomb ;
- le matériau usiné à un comportement plastique parfait.

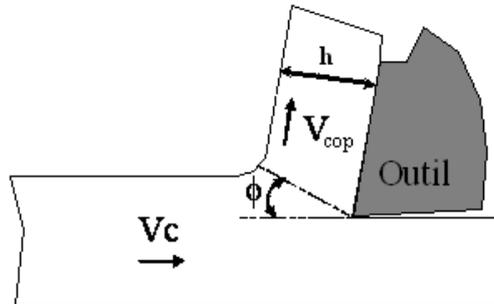


Figure I-14 : Schématisation de la coupe selon Merchant

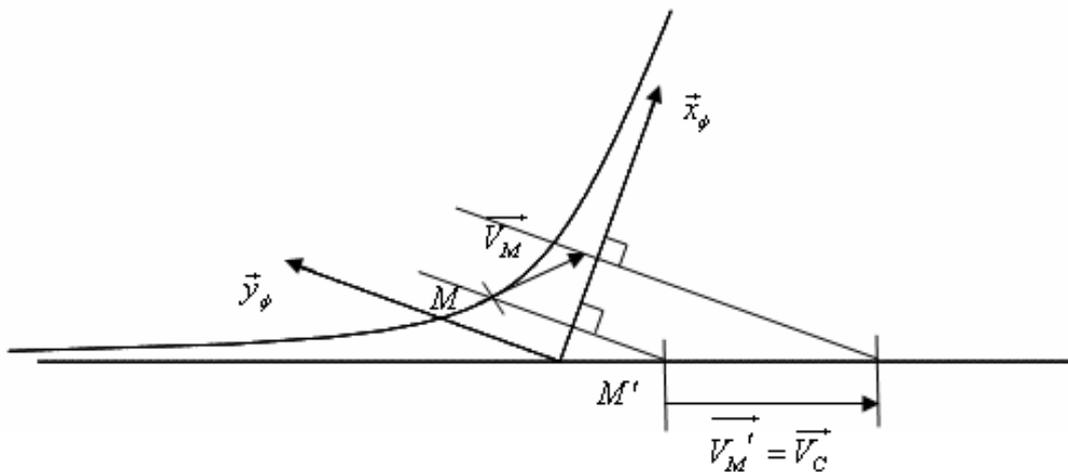
A partir de ces hypothèses et de la description géométrique, MERCHANT détermine les efforts appliqués au copeau et l'angle de cisaillement par une minimisation de l'énergie de déformation. L'épaisseur du copeau est alors déduite de considérations géométriques et est fonction de l'angle de cisaillement primaire et de l'angle de coupe.

Ce modèle simple permet uniquement le calcul des efforts et de la contrainte d'écoulement dans le plan de cisaillement primaire. Il ne tient pas compte de l'influence de la température et le contact à l'interface outil copeau est pris en compte par une loi de frottement sec de type coulomb. Cette modélisation ne permet donc pas de déterminer la répartition des contraintes au niveau de l'interface outil/copeau.

---

*I - 3 - 6 - 1 - 2* Modèle d'OXLEY et TAY.

A partir de la description géométrique de MERCHANT [Merchant, 1945], OXLEY et TAY [Tay, 1976 ; Oxley, 1988] proposent un modèle thermomécanique pour le calcul des efforts de coupe et de la température. La trajectoire suivie par une particule de matière est modélisée par une hyperbole dont les asymptotes sont portées par la direction de coupe et la face de coupe (Figure I-15). La projection de la vitesse d'un point sur la normale au plan de cisaillement ( $\vec{x}_\phi$ ) est également supposée constante (Figure I-15). Ces deux hypothèses permettent de calculer la vitesse de déformation tout au long de la trajectoire, les déformations étant obtenues par intégration temporelle.



**Figure I-15 : Trajectoire hyperbolique et projection des vitesses.**

Les valeurs de déformation et vitesse de déformation généralisées, selon l'expression de VON MISES, dans le plan de cisaillement sont alors utilisées pour déterminer la contrainte de cisaillement. Cette contrainte permet alors de déterminer les efforts dans le plan de cisaillement ainsi que la puissance mécanique qui sera dissipée sous forme de chaleur.

Dans la zone de cisaillement secondaire, la vitesse évolue de la vitesse de glissement à l'interface à la vitesse du copeau en variant linéairement. Il en découle une vitesse de déformation constante. La déformation est elle aussi considérée comme constante.

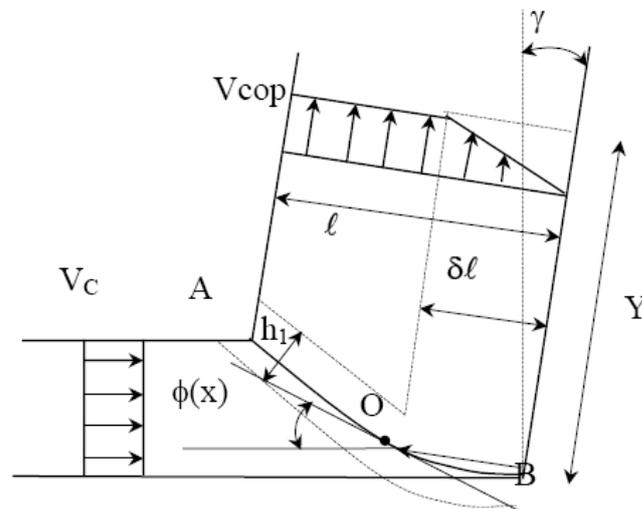
Les relations entre puissance thermique, température, contrainte et puissance de déformation, ainsi que la minimisation de la puissance de déformation, impliquent l'utilisation d'algorithmes d'optimisation.

Dans cette modélisation, le calcul des actions de coupe passe par une description du champ des vitesses et des déplacements, mais l'hypothèse de linéarisation de la déformation entraîne

une minimisation de la vitesse de déformation qui est considérée constante dans la zone de cisaillement primaire. Ceci conduit à une sous évaluation de la contrainte et de la puissance mécanique, donc à une sous évaluation des efforts de coupe.

*I - 3 - 6 - 1 - 3 Modèle de GILORMINI et al.*

Dans son étude, GILORMINI [Gilormini, 1982] modélise la zone commune entre le cisaillement primaire et secondaire. Grâce à un profil des vitesses original, il calcule la puissance dissipée sur le segment AOB et montre que l'influence de la zone commune (OB, Figure I-16) est négligeable (inférieure à 2%) si l'épaisseur du cisaillement secondaire est faible devant celle du copeau.



**Figure I-16 : Modélisation des zones de cisaillement**

Il calcule la contrainte d'écoulement plastique pour le cisaillement primaire en tenant compte de la température. Le champ des températures en amont de la zone de cisaillement primaire et dans le copeau est déterminé à partir de résultats théoriques [Baque, 1973] sur la quantité de chaleur passant de chaque côté d'une source plane en déplacement.

Dans ce modèle, la température est implicitement fonction d'elle-même puisque dans le cas d'un couplage, la contrainte d'écoulement est aussi fonction de la température.

*I - 3 - 6 - 2 - Coupe 3D.*

*I - 3 - 6 - 2 - 1 Coupe oblique.*

Afin de faire évoluer les modèles orthogonaux de la coupe vers des opérations d'usinage réelles, la première étape est la coupe oblique. Dans ce cas, l'arête de coupe n'est plus orthogonale à la vitesse de coupe, ce qui modifie la direction de l'évacuation du copeau ainsi

---

que celle des efforts de coupe. L'angle d'inclinaison d'arête, noté  $\lambda_s$  (Figure I-17) selon la norme, est alors non nul et l'écoulement du copeau se fait suivant un angle  $\eta_c$  avec la projection de la vitesse de coupe dans le plan de la face de coupe. Une bonne approximation de l'angle d'écoulement consiste à considérer que la vitesse d'écoulement du copeau reste perpendiculaire à l'arête de coupe. L'angle d'écoulement du copeau est donc égal à l'angle d'inclinaison d'arête.

Les actions mécaniques dans le cas de la coupe oblique sont généralement issues d'un modèle plan indentique au cas de la coupe orthogonale. Cependant, le plan dans lequel se font les calculs contient la vitesse de coupe et la direction d'écoulement du copeau. Dans ce plan, l'écoulement de la matière correspond à un état de déformation plane [Oxley, 1988] et la résultante des actions mécaniques dues à la coupe appartient à ce plan.

Dans le cas où deux arêtes de coupe sont actives (Figure I-18), la direction d'écoulement est supposée correspondre à la direction moyenne des directions d'écoulement de chacune des arêtes actives. La direction d'écoulement correspondant à une arête active est orthogonale à l'arête considérée.

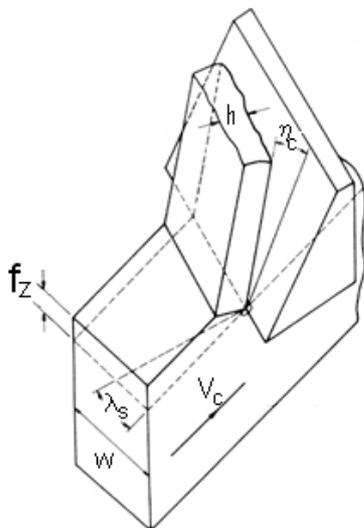


Figure I-17 : Paramètres de la coupe oblique [Oxley, 1988].

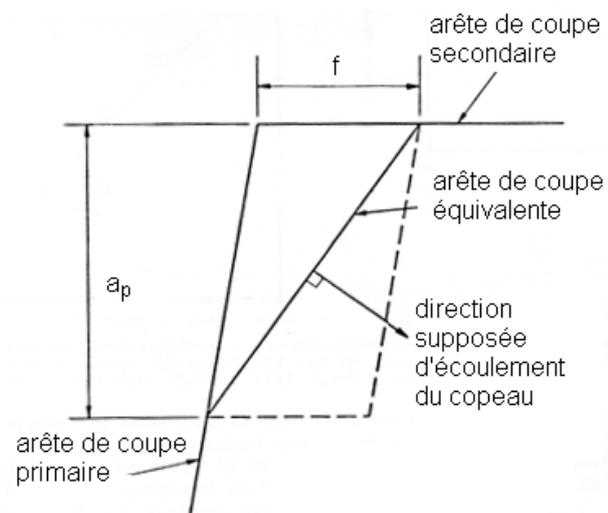


Figure I-18 : Coupe oblique avec deux arêtes sécantes [Oxley, 1988].

Cette modélisation permet de calculer les efforts de coupe en tournage pour le cas où l'arête de coupe est vive et le rayon de bec nul. Ces deux paramètres ne sont généralement pas nuls pour les outils à plaquettes actuels. Cependant, le principe du passage de la coupe orthogonale vers la coupe oblique peut être appliqué à d'autres modèles de coupe.

I - 3 - 6 - 2 - 2 *Modèle de TOULOUSE.*

Ce modèle [Toulouse, 1998] reprend les bases de la description du modèle de TAY et OXLEY [Tay, 1974 ; Oxley, 1988] et ajoute une méthode permettant de prendre en compte l'acuité de l'outil. Les déformations de la zone de cisaillement secondaire sont calculées en supposant que la vitesse croît linéairement dans la direction  $\vec{y}_c$ , au travers de l'épaisseur de la zone de cisaillement secondaire et reste constante dans la direction d'écoulement du copeau  $\vec{x}_c$  (cf. Figure I-19).

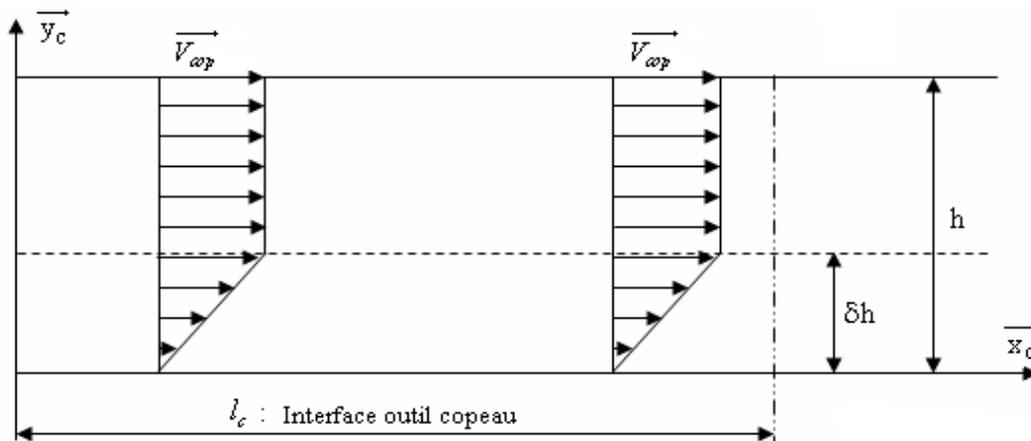


Figure I-19 : Champs des vitesses dans le cisaillement secondaire [Toulouse, 1998].

Ce modèle permet également de calculer la pression hydrostatique dans le cisaillement primaire. Pour cela, un élément de matière situé autour du plan de cisaillement primaire est isolé et son équilibre statique est réalisé, les effets d'inertie étant négligeables devant les actions mécaniques dues à la déformation de la matière.

L'influence de l'acuité de l'arête de l'outil est prise en compte en considérant qu'une partie de la matière passe sous l'outil et est déformée élastiquement (segment *IJ*, Figure I-20). Le retour élastique sur la face en dépouille (segment *JK*, Figure I-20) est pris en compte et l'effort dans la direction de l'avance est déduit d'une analyse statique par éléments finis. L'effort dans la direction de coupe provient du frottement de la matière déformée sous l'outil.

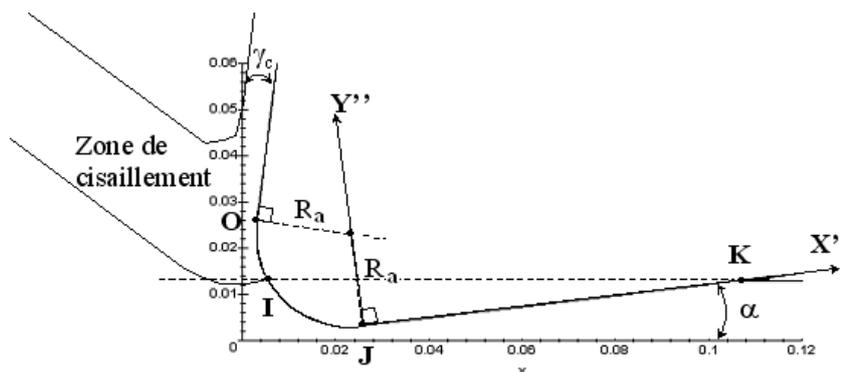
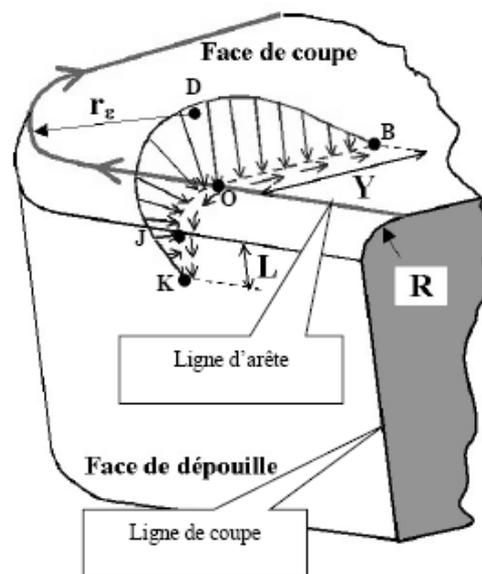


Figure I-20 : Modèle élastique pour l'acuité [Toulouse, 1998].

*I - 3 - 6 - 2 - 3    Modèle 3D de LAHEURTE.*

Ce modèle [Laheurte, 2004], est basé sur le modèle de TOULOUSE [Toulouse, 1998] pour la partie calcul des déformations, vitesses de déformations et contraintes et la description de PUIGSEGUR [Puigsegur, 2002] pour les phénomènes thermiques. Il intègre aussi un rayon de bec non nul et un rayon d'acuité d'arête non nul ( $R_e$  et  $R_a$  Figure I-21). La direction d'écoulement du copeau est donnée comme la direction moyenne des directions d'écoulement locales, ce qui rejoint la modélisation d'OXLEY et TAY présentée plus haut pour le cas de deux arêtes actives.



**Figure I-21 : Géométrie de l'outil de tournage pour LAHEURTE [Laheurte, 2004].**

*I - 3 - 6 - 3 - Modèles de perçage.*

*I - 3 - 6 - 3 - 1    Modèles expérimentaux.*

Le plus simple des modèles couramment utilisé pour prédire les efforts de coupe en perçage utilise la pression spécifique de coupe. L'effort dû à une arête sera alors le produit du coefficient spécifique de coupe par la surface de matière coupée (cf. paragraphe I-2-4). Ce modèle ne prenant pas en compte l'influence de la vitesse de coupe, de la matière usinée et de la géométrie, le coefficient spécifique doit être déterminé à partir d'abaques établis à partir de campagnes d'essais. Un tel modèle est très limité et nécessite un grand nombre d'essais de perçage pour la réalisation des abaques.

Une évolution de ce modèle proposée par Yang et al. [Yang, 2002] utilise deux coefficients spécifiques de coupe qui sont fonction de la vitesse d'avance, de la vitesse de coupe et de

l'angle de coupe. Les arêtes du foret sont alors discrétisées afin de tenir compte des variations de ces différents paramètres. Les différents éléments sont considérés indépendants, et les variables sont considérées constantes sur un élément. L'effort produit par chaque élément correspond alors à un cas de coupe oblique. Les coefficients spécifiques de coupe sont représentés par des lois puissances :

$$\begin{aligned} K_n &= C_n \cdot f_z^{an} \cdot V_c^{bn} \cdot (1 - \cos(\gamma_c))^{cn} \\ K_f &= C_f \cdot f_z^{af} \cdot V_c^{bf} \cdot (1 - \cos(\gamma_c))^{cf} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Les efforts de coupe et d'avance sont déterminés respectivement à partir de  $K_n$  et  $K_f$ . Les autres paramètres dépendent du matériau utilisé et sont déterminés expérimentalement.

Le modèle de coupe oblique est appliqué à l'arête principale de coupe et à la partie extérieure de l'arête de l'âme. Pour la partie centrale de l'âme, nommée zone d'indentation, un modèle de déformation plastique est utilisé. Ce modèle tient compte de l'avance de l'outil et d'une géométrie simplifiée de l'âme du foret.

Cette modélisation permet de tenir compte des petits déplacements de l'outil, causés par des défauts de mise en position ou des déformations. Cependant, les températures et pressions ne sont pas calculables, ce qui diminue le champ d'application du modèle, notamment pour l'étude de l'usure des outils.

#### *1 - 3 - 6 - 3 - 2 Utilisation du modèle d'OXLEY.*

Une adaptation du modèle de coupe d'OXLEY et TAY au cas du perçage a été mise en place par ELHACHIMI et al [Elhachimi, 1999a ; Elhachimi, 1999b]. Dans ce modèle aussi, l'arête de coupe est découpée en éléments qui sont supposés indépendants. Pour les éléments de l'arête de coupe principale, le modèle de coupe oblique est utilisé.

Les évolutions de l'angle de coupe et de l'angle d'inclinaison d'arête sont déterminées pour le cas d'un foret hélicoïdal à arête droite. Cependant l'utilisation du modèle de coupe oblique d'OXLEY permettrait l'adaptation à d'autres géométries de forets.

Pour la partie extérieure de l'âme du foret, le modèle de coupe orthogonal est employé et les actions produites par la partie centrale de l'âme sont négligées. C'est pourtant dans cette zone qu'est produite une très large partie de l'effort de poussée [Dargnat, 2005].

*I - 3 - 6 - 3 - 3 Modèles numériques.*

Avec le développement des moyens de calcul informatiques, de nombreuses méthodes discrètes sont apparues (différences finies, volumes finis ou éléments finis) utilisant une formulation Lagrangienne, Eulérienne ou mixte (A.L.E.). Dans ce type de méthode, le problème n'est plus abordé de manière globale, mais on cherchera à décrire les sollicitations, mécaniques et thermiques, localement.

Une première étude éléments finis appliquée à la modélisation de la coupe effectuée par TAY [Tay, 1974] a permis d'établir une cartographie thermique de la zone de cisaillement primaire à partir de la mesure expérimentale des efforts de coupe et de la description des déformations et vitesses de déformations utilisées par OXLEY [Oxley, 1988].

De nombreuses études se sont ensuite concentrées sur la modélisation des phénomènes de coupe du point de vue thermique mais aussi mécanique, par le calcul des déformations, vitesses de déformations et contraintes en chaque point de la discrétisation. Généralement, ces méthodes nécessitent de faire des hypothèses sur la géométrie du copeau ou de réaliser des itérations de sorte à atteindre un régime permanent. Le développement des méthodes numériques permet d'étudier des cas plus complexes comme la présence d'un brise copeau sur la face de l'outil [Komvopoulos, 1991] ou la formation d'un copeau festonné (exemple Figure I-12-a) [Uhlmann, 2004].

Récemment sont apparus des logiciels avec des applications dédiées à la simulation de la coupe, tels que THIRD WAVE SYSTEMS AdvanEdge [AdvanEdge]. Ces logiciels comprennent une base de données matériau intéressante, mais il n'est pas toujours possible de modifier les lois de comportement. Ces logiciels font l'objet d'applications industrielles, comme par exemple, la validation de conditions de coupe. Les résultats obtenus sont fortement liés au domaine de validité du modèle et nécessitent parfois d'être confrontés à une approche expérimentale. D'autre part, ces logiciels sont dit "fermés" et n'autorisent aucune modification même pas pour les lois de comportement des matériaux usinés.

I - 4 - Conclusions.

Un modèle semi analytique a pour but de déterminer les actions thermomécaniques de coupe à partir d'un minimum de données expérimentales. Les données servant de point de départ aux calculs définissent l'opération d'usinage que l'on veut simuler. Ces données seront

---

donc les conditions de coupe, la géométrie de l'outil et la loi de comportement du matériau ainsi que les grandeurs thermiques correspondant aux matériaux de la pièce et de l'outil. Du point de vue de l'utilisateur final, seuls sont connus les conditions de coupe, l'outil utilisé mais pas nécessairement sa description géométrique exacte, ainsi que le matériau par sa désignation. Le modèle devra donc être capable de connaître la description géométrique de l'outil, la loi de comportement et les coefficients correspondant au matériau usiné ainsi que les grandeurs thermiques nécessaires aux calculs.

La modélisation des phénomènes liés à la coupe, ayant lieu dans les différentes zones présentées au paragraphe précédent, nécessite la connaissance de divers paramètres. En plus des conditions de coupe globales (vitesse de rotation  $N$  et avance par tour  $f$ ) ou locales (vitesse de coupe  $V_c$  et vitesse d'avance  $V_f$ ), des équations et paramètres définissant le comportement du matériau usiné, il est nécessaire de pouvoir définir les paramètres géométriques de l'outil comme l'angle de coupe, l'angle de dépouille et l'acuité d'arête.

Les angles de coupe sont directement liés à la géométrie de l'outil utilisé. Afin de pouvoir mettre en place un modèle de calcul des actions mécaniques, il est nécessaire d'avoir une description de la géométrie de l'outil. Dans le cas du perçage, nous avons vu que la géométrie d'un foret est complexe (nombreuses surfaces) et qu'il existe une grande variété de géométries de foret. C'est pour ces raisons que pour le modèle de prédiction des actions de coupe, le calcul des angles d'outils est basé sur une description mathématique de la géométrie de l'outil. Cette description mathématique de l'outil repose sur les paramètres de la fabrication du foret (formes des outils et trajectoires) et est donc applicable à une très large gamme de géométries d'outils monoblocs. Le chapitre II décrit le modèle géométrique du foret qui est utilisé pour le calcul des actions thermomécaniques de perçage. Le chapitre III présente la modélisation utilisée pour représenter les phénomènes de coupe.

I - 5 - Références :

[AdvanEdge]

AdvanEdge, "Third wave systems advantedge". site internet:<http://www.thirdwavesys.com/>

[Baque, 1973]

P. Baque, F. E., H. J. and A. E., "Mise en forme des métaux: Calculs par la plasticité." 1973.

[Chwang, 2001]

G. Chwang, Wang, K.-H. Fuh and B. H. Yan, "A new mathematical model for multifacet drills derived by using angle-solid model". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2001, 103-132.

[Dargnat, 2005]

F. Dargnat, P. Darnis and O. Cahuc, "Energetical approach for semi-analytical drilling modelling". CIRP. 8th CIRP Workshop on Modeling of Machining Operations, 2005, 183-190.

[Darnis, 2000]

P. Darnis, O. Cahuc and Y. Couétard, "Energy balance with mechanical actions measurement during turning process". CIRP. International Seminar on Improving Machine Tool Performance, 2000.

[Elhachimi, 1999a]

M. Elhachimi, S. Torbaty and P. Joyot, "Mechanical modelling of high speed drilling. 1: Predicting torque and thrust". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 1999a, 553-568.

[Elhachimi, 1999b]

M. Elhachimi, S. Torbaty and P. Joyot, "Mechanical modelling of high speed drilling. 2: Predicted and experimental results". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 1999b, 569-581.

[Gilormini, 1982]

P. Gilormini, "Contribution à la modélisation de la formation du copeau en usinage des métaux." Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris, n° 1982.

[Giro, 2002]

F. Giro and D. Géhin, "Perçage à sec des alliages d'aluminium aéronautique". Mécanique et industrie. 2002, 301-313.

[Hsieh, 2002]

J. F. Hsieh and P. D. Lin, "Mathematical model of multiflute drill point". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2002, 1181-1193.

[Kang, 1996a]

S. K. Kang, K. F. Ehmann and C. Lin, "A cad approach to helical groove machining - 1. Mathematical model and model solution". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 1996a, 141-153.

---

[Kang, 1996b]

S. K. Kang, K. F. Ehmann and C. Lin, "A cad approach to helical groove machining - 2. Numerical evaluation and sensivity analysis". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 1996b, 101-117.

[Komvopoulos, 1991]

K. Komvopoulos and S. A. Erpenbeck, "Finite element modeling of orthogonal metal cutting." Journal of Engineering for Industry. 1991, 113, 253-267.

[Laheurte, 2004]

R. Laheurte, "Application de la théorie du second gradient à la coupe des matériaux." Thèse de doctorat de mécanique, Université Bordeaux 1, France, n° 2935, 2004.

[Laporte, 2005]

S. Laporte, "Modélisation des phénomènes physiques impliqués dans la coupe : Application au perçage des matériaux monolithiques". Thèse de doctorat de mécanique, Université de Bordeaux 1, France, n° 3088, 2005.

[MEDOC]

MEDOC, "Project medoc ; rnmp". site internet:<http://www.reseau-materiaux.com.fr/>

[Merchant, 1945]

E. Merchant, "Mechanics of the metal cutting process. I. Orthogonal cutting an type 2 chip." Journal of Applied Physics. 1945, 16, 267-275.

[Oxley, 1988]

P. L. B. Oxley, "Modelling machining processes with a view to their optimization". Robotics and Computer Integrated Manufacturing. 1988, 103-119.

[Paul, 2005]

A. Paul, S. G. Kapoor and R. E. DeVor, "Chisel edge and cutting lip shape optimization for improved twist drill point design". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2005, 421 - 431.

[Puigsegur, 2002]

L. Puigsegur, "Caractérisation thermique d'un procédé d'usinage par tournage. Approche analytique et par identification de systèmes non entiers." Thèse de doctorat de mécanique, Université Bordeaux 1, France, n° 2002.

[Sandvik, 2000]

Sandvik and Coromant, "Techniques avancées d'usinage". 2000.

[Tay, 1974]

A. O. Tay and M. G. Stevenson, "Using the finite element method to determine temperature distribution in orthogonal machining". Proc Instn Mech Engrs. 1974, 188, 627-638.

[Tay, 1976]

A. O. Tay, M. G. Stevenson, G. d. V. Davis and P. L. B. Oxley, "A numerical method for calculating temperature distributions in machining, from forces and shear angle measurements." *International Journal of Machine Tool Design Reserch*. 1976, 16, 335-349.

[Toulouse, 1998]

D. Toulouse, "Contribution à la modélisation et à la métrologie de la coupe dans le cas d'un usinage tridimensionnel." Thèse de doctorat de mécanique, Université Bordeaux 1, France, n° 1925, 1998.

[Uhlmann, 2004]

E. Uhlmann, R. Zettier, R. Sievert and R. Clos, "Fe simulation of high-speed turning of inconel 718". *CIRP. 7th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations*, 2004, 1, 67-74.

[Venkatesh, 1996]

V. C. Venkatesh and W. Xue, "A study of the built-up edge in drilling with indexable coated carbide inserts". *Journal of Materials Processing Technology*. 1996, 379-384.

[Yang, 2002]

J. A. Yang, V. Janagathan and R. Du, "A new dynamic model for drilling and reaming processes". *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2002, 299-311.





**Chapitre II - Modélisation géométrique du foret**

II - 1 - Préambule. ....	45
II - 2 - Modélisation des goujures. ....	45
II - 2 - 1 - Modèle direct. ....	46
II - 2 - 1 - 1 - Caractérisation des surfaces utiles de la meule. ....	46
II - 2 - 1 - 2 - Position et mouvements de la meule lors de la finition. ....	47
II - 2 - 1 - 3 - Intersections de la meule avec le plan de référence. ....	50
II - 2 - 1 - 4 - Calcul des coordonnées de points sur la courbe enveloppe. ....	51
II - 2 - 2 - Recomposition de la section du foret et extrusion. ....	53
II - 2 - 3 - Modèle inverse. ....	54
II - 2 - 4 - Validation des modèles direct et inverse. ....	56
II - 3 - Modélisation de la pointe du foret. ....	58
II - 3 - 1 - Caractérisation et mise en équation de la surface en dépouille. ....	58
II - 3 - 2 - Positionnement des surfaces en dépouille dans le repère du foret. ....	59
II - 3 - 3 - Calcul des intersections entre les faces en dépouille et les goujures. ....	60
II - 3 - 4 - Calcul des intersections entre les surfaces en dépouille. ....	61
II - 4 - Validation de la géométrie complète. ....	62
II - 4 - 1 - Cas du foret de géométrie "classique". ....	62
II - 4 - 2 - Géométrie hélicoïdale avec amincissement d'âme. ....	63
II - 5 - Détermination des angles d'outil. ....	64
II - 5 - 1 - Calcul du vecteur normal à chaque surface. ....	64
II - 5 - 1 - 1 - Vecteur normal à la goujure. ....	64
II - 5 - 1 - 2 - Vecteur normal à la pointe. ....	66
II - 5 - 2 - Plan de calcul et angles d'outil. ....	67
II - 5 - 3 - Validation des angles d'outil. ....	69
II - 6 - Conclusion. ....	71
II - 7 - Références. ....	73

## Nomenclature

### Points

$O_m$  : centre de l'outil de finition (meule).

$O$  : centre du foret.

$O_p$  : centre de la surface de la pointe du foret.

$M$  : point courant sur la meule.

$M'$  : projeté de  $M$  sur l'axe  $(O, \vec{z}_f)$ .

### Bases

$(\vec{x}_m, \vec{y}_m, \vec{z}_m)$  : base liée à la meule.

$(\vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)$  : base liée au foret.

$(\vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$  : base liée à la pointe du foret.

$(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$  : base liée à l'arête principale du foret.

$(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  : base liée au plan de calcul.

### Fonctions

$\overline{F(u, v)}$  : fonction paramétrique de la surface de la meule dans le repère  $(O_m, \vec{x}_m, \vec{y}_m, \vec{z}_m)$ .

$\overline{G(u, v)}$  : fonction paramétrique de la surface de la meule dans le repère  $(O_f, \vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)$ .

$\overline{F_{\text{int}}(u, \theta_z)}$  : fonction des intersections de la meule dans le repère  $(O, \vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)$ .

$\overline{F_{\text{env}}(\theta_z)}$  : fonction paramétrique de la courbe enveloppe dans le plan  $(O, \vec{x}_f, \vec{y}_f)$ .

$\overline{F_p(s, \theta_p)}$  : fonction paramétrique de la pointe meule dans le repère  $(O_p, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$ .

$f(u), g(u)$  : fonctions paramétriques du profil de la meule dans le plan  $(O_m, \vec{y}_m, \vec{z}_m)$ .

$h(f(u), g(u), \theta_z)$  : fonction d'intersection entre la meule et le plan de référence.

$h_2(\theta_z)$  : fonction de la courbe enveloppe

$f_x$  : coordonnée de la courbe enveloppe suivant  $\vec{x}_f$ .

$f_y$  : coordonnée de la courbe enveloppe suivant  $\vec{y}_f$ .

$f_p(s), g_p(s)$  : fonctions paramétriques du profil de la pointe dans le plan  $(O_p, \vec{y}_p, \vec{z}_p)$ .

Variables et constantes

$u$  : coordonnée paramétrique [mm].

$v$  : coordonnée paramétrique [deg].

$\alpha_f$  : angle de dépinçage de la meule [deg].

$\beta_f$  : angle d'inclinaison de la meule [deg].

$t_a$  : rayon de l'âme du foret [mm].

$R_0$  : rayon extérieur du foret [mm].

$dec_x$  : coordonnée de  $\overline{OO_m}$  suivant  $\vec{x}_f$  [mm].

$dec_y$  : coordonnée de  $\overline{OO_m}$  suivant  $\vec{y}_f$  [mm].

$k$  : constante [sans unités].

$\delta_0$  : angle d'hélice du foret [deg].

$\theta_z$  : paramètre de rotation dans la trajectoire hélicoïdale [deg].

$s$  : coordonnée paramétrique [mm].

$\theta_p$  : abscisse curviligne de rotation pour la surface de la pointe [deg].

$\delta_p$  : angle d'hélice de la surface de la pointe [deg].

$R_p$  : rayon de la trajectoire de la surface de la pointe [mm].

$\omega_p$  : angle d'inclinaison de la pointe dans le repère du foret [deg].

$\lambda_p$  : angle de rotation propre de la pointe [deg].

$\psi$  : angle des coordonnées cylindriques [deg].

$\omega$  : angle d'inclinaison de l'âme [deg].

$r_l$  : demie longueur de l'arête de l'âme [mm].

Matrices

$[M_\alpha]$  : matrice de rotation autour de l'axe  $\vec{x}_f$  et d'angle  $\alpha_f$ .

$[M_\beta]$  : matrice de rotation autour de l'axe  $\vec{y}_f$  et d'angle  $\beta_f$ .

$[M_t]$  : matrice de rotation autour de l'axe  $\vec{z}_f$  et d'angle  $\theta_z$ .

$[M_a]$  : matrice de passage de la base liée au foret vers la base liée à l'arête.

$[M_\lambda]$  : matrice de rotation autour de l'arête et d'angle  $\lambda_p$ .

Vecteurs

$\overrightarrow{n(M)}$  : vecteur normal à la surface de la meule.

$\overrightarrow{V}_a$  : vecteur global de direction d'arête.

$\overrightarrow{T}_{hélice}$  : premier vecteur tangent à la goujure.

$\overrightarrow{T}_{section}$  : deuxième vecteur tangent à la goujure.

$\overrightarrow{N}_{gouj}$  : vecteur normal à la goujure.

$\overrightarrow{T}_s$  : premier vecteur tangent à la pointe.

$\overrightarrow{T}_t$  : deuxième vecteur tangent à la pointe.

$\overrightarrow{N}_{pointe}$  : vecteur normal à la pointe.

$\overrightarrow{N}_d$  : projection du vecteur normal à la pointe dans le plan de calcul.

$\overrightarrow{N}_c$  : projection du vecteur normal à la goujure dans le plan de calcul.

$\overrightarrow{n}_a$  : vecteur local, normé, de direction d'arête.

### II - 1 - Préambule.

Dans le cadre d'une étude sur la modélisation des actions thermomécaniques de la coupe, la modélisation géométrique du foret doit fournir les informations nécessaires aux calculs des efforts et températures tels que les angles d'outil. Les phénomènes de coupe ayant lieu dans une zone de dimensions réduites à proximité des arêtes de coupe, les modèles usuels utilisent une géométrie simplifiée de cette zone [Elhachimi, 1999 ; Yang, 2002] et l'influence de la courbure de la face en dépouille et de la face de coupe est négligée. Dans ce cas, la connaissance des angles en tout point des différentes arêtes de coupe est suffisante pour fournir les informations nécessaires à la résolution du modèle de coupe.

Le calcul des angles d'outil utilisés dans la modélisation des phénomènes de coupe nécessite de connaître les différentes surfaces constituant le foret (cf. paragraphe I-2) dans les zones proches des arêtes qui correspondent aux intersections de ces surfaces. Les propriétés mathématiques de ces différentes surfaces (équations, vecteurs normaux, courbures) peuvent être obtenues de manière indépendante.

Pour modéliser la géométrie d'un foret, il est nécessaire de connaître les paramètres de fabrication du foret : trajectoires et forme des outils utilisés. Dans le cas contraire, ces paramètres devront être retrouvés. Le premier cas correspond au modèle directe et le second correspond au modèle inverse. L'objectif du modèle inverse est donc de déterminer la géométrie de la meule de finition à partir d'une section de goujure, choisie ou mesurée, et d'un placement de l'axe de la meule déterminé.

Ce chapitre présente la méthode utilisée pour modéliser l'outil et déterminer les grandeurs nécessaires au modèle de coupe, en partant de la description mathématique de chacune des surfaces constituant l'outil, jusqu'au calcul des angles d'outil en tout point des arêtes d'un foret.

### II - 2 - Modélisation des goujures.

Lors de la fabrication d'un foret, la goujure est obtenue à l'aide d'une meule de forme ou d'une fraise par une succession de passes. Nous nous intéresserons plus particulièrement à l'opération de finition qui génère la surface définitive de l'outil. La surface finale d'une goujure correspond alors à la surface enveloppe du mouvement de l'outil lors de la passe de finition (qui est supposée contenir toutes les passes précédentes). Cette surface enveloppe

---

peut être déterminée à partir de la forme et de la trajectoire de l'outil utilisé pour l'opération de finition de la goujure [Kang, 1996a ; Kang, 1996b ; Chwang, 2001 ; Hsieh, 2002]. Afin de déterminer la surface enveloppe, il est nécessaire de faire une description mathématique de l'outil et de sa trajectoire.

La goujure peut également être décrite à l'aide de sa section dans un plan de référence et d'une trajectoire d'extrusion. La section de la goujure [Venkatesh, 1996] sera alors l'enveloppe des différentes intersections de l'outil de finition avec le plan de référence pour l'ensemble des positions de l'outil au cours de la fabrication. La trajectoire d'extrusion permettant de générer la surface correspond au mouvement de l'outil de finition lors de la fabrication du foret.

### II - 2 - 1 - Modèle direct.

#### II - 2 - 1 - 1 -Caractérisation des surfaces utiles de la meule.

La forme utile de l'outil à modéliser mathématiquement correspond à l'enveloppe de l'outil pour une révolution, en ne tenant compte que du mouvement de coupe. Dans le cas où l'outil utilisé est une meule, la surface correspond à la surface de la meule, les meules ayant pour axe de symétrie leur axe de rotation. Pour le cas d'une fraise, la surface utile correspond à la surface balayée par une arête sur un tour (Figure II-1).

Ces surfaces peuvent être définies par des fonctions paramétriques continues par morceaux et dépendent de deux paramètres, ce qui peut s'écrire dans un repère lié à l'outil de finition  $(\overline{O_m}, \overline{x_m}, \overline{y_m}, \overline{z_m})$  pour un point M appartenant à la surface utile :

$$\overline{O_m M} = \overline{F(u, v)} \quad (2.1)$$

Toutes les surfaces utiles seront des surfaces de révolution, car elles sont liées au mouvement de coupe qui est un mouvement de rotation. Les fonctions définissant la surface peuvent alors s'exprimer sous la forme :

$$\overline{F(u, v)} = \begin{cases} g(u) \cdot \cos(v) \\ g(u) \cdot \sin(v) \\ f(u) \end{cases} \quad (2.2)$$

Dans ce cas, l'axe de rotation de l'outil de finition est  $(\overline{O_m}, \overline{z_m})$ .

---

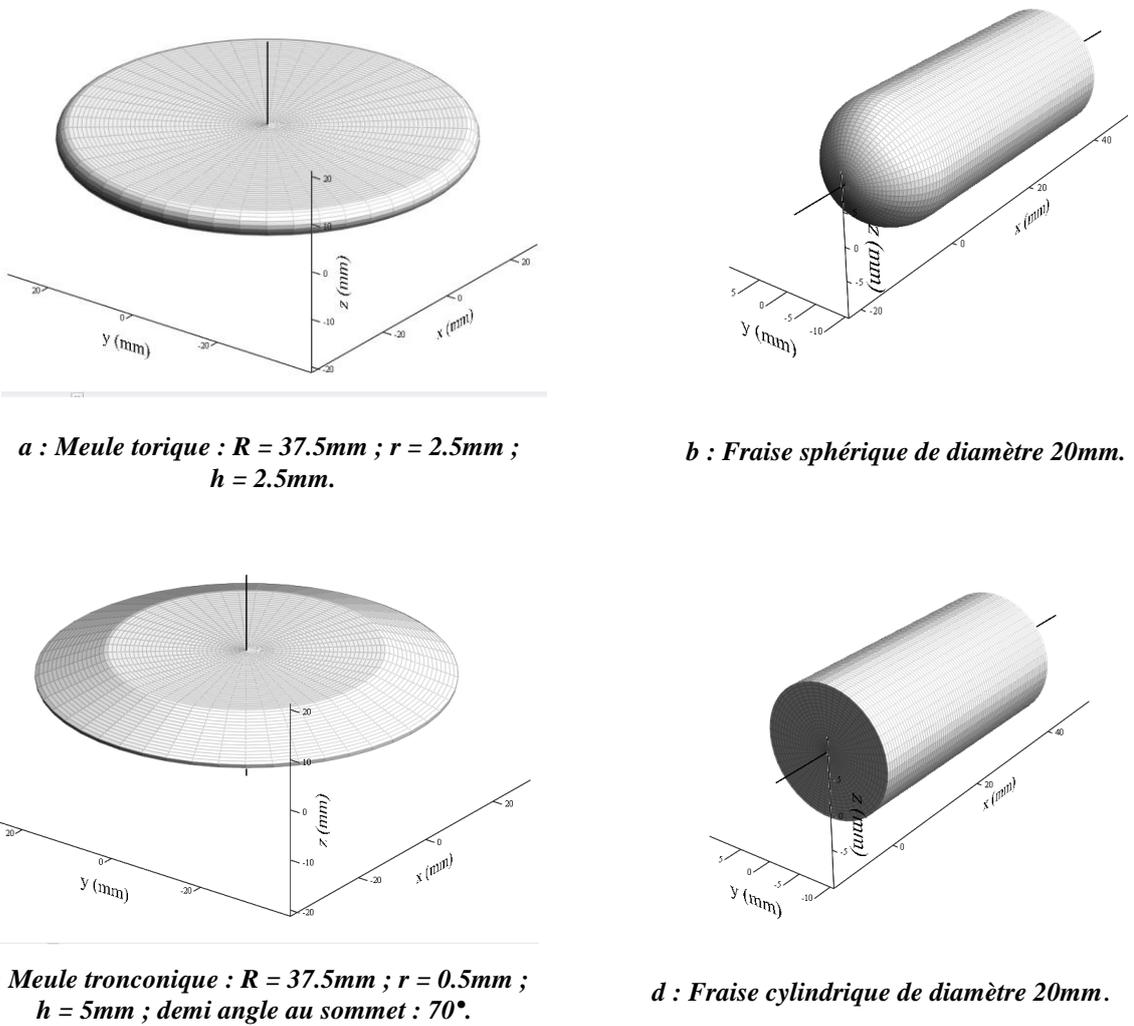


Figure II-1: Exemples de formes d'outils de finition utilisables.

II - 2 - 1 - 2 -Position et mouvements de la meule lors de la finition.

La position relative entre l'outil de finition et le foret est définie en plaçant un point caractéristique de l'outil de finition, (sommet ou centre) dans le plan qui servira de référence pour l'opération de finition, et en orientant son axe de rotation. Ceci revient donc à définir le repère de l'outil de finition par rapport au repère du foret (Figure II-2).

Si on note  $O$ , le centre du repère lié au foret et  $O_m$  le centre du repère lié à l'outil de finition, le décalage entre les deux repères peut s'exprimer dans le repère lié au foret en projection dans le plan de référence  $(O, \vec{x}_f, \vec{y}_f)$  par :

$$\overrightarrow{OO_m} - (\overrightarrow{OO_m} \cdot \vec{z}_f) \cdot \vec{z}_f = dec_x \cdot \vec{x}_f + dec_y \cdot \vec{y}_f \quad (2.3)$$

L'orientation du repère lié à l'outil de finition dans le repère lié au foret peut se définir par

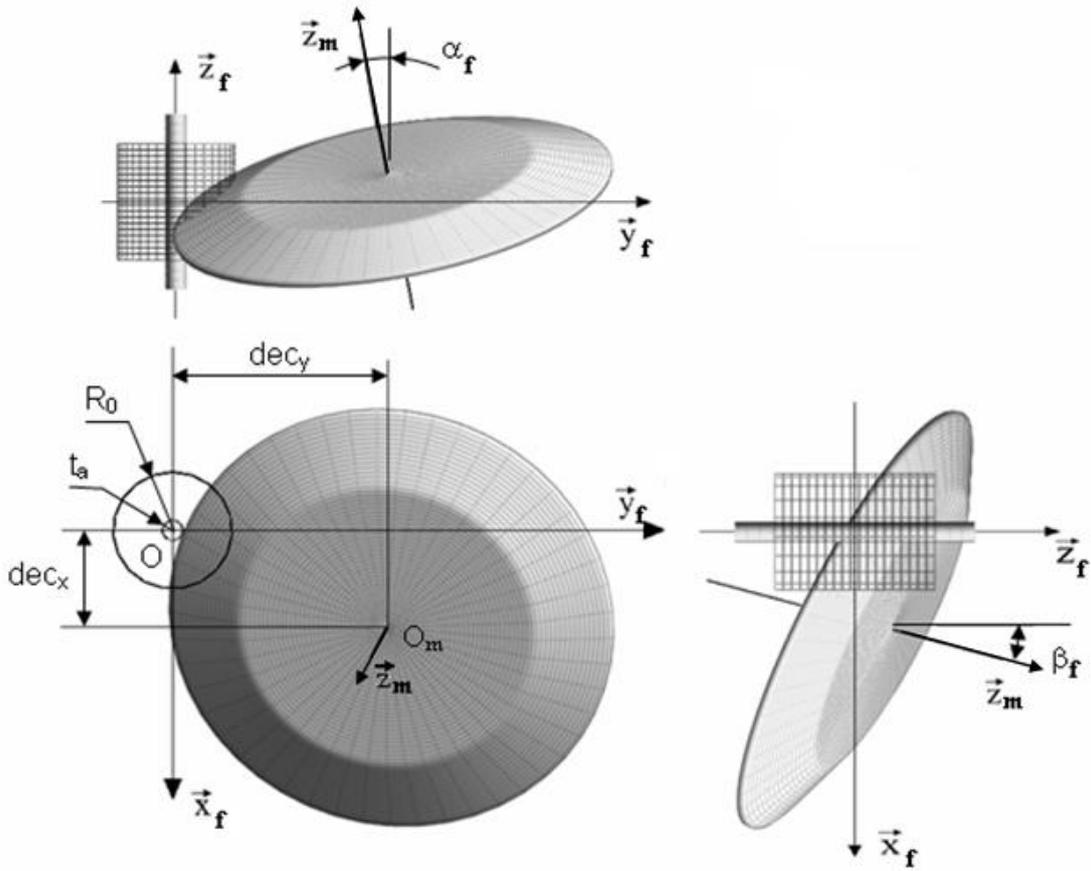


Figure II-2 : Placement de la meule dans le repère outil.

deux rotations successives : une rotation d'angle  $\alpha$  autour du vecteur  $\overline{x_f}$  puis une rotation d'angle  $\beta$  autour du vecteur  $\overline{y_f}$ . L'équation vectorielle de la surface utile de l'outil de finition peut alors s'écrire dans le repère lié au foret :

$$\overline{OM} \Big|_{(O, \overline{x_f}, \overline{y_f}, \overline{z_f})} = \overline{G(u, v)} = [M_\beta] \cdot ([M_\alpha] \cdot \overline{F(u, v)}) + dec_x \cdot \overline{x_f} + dec_y \cdot \overline{y_f} \quad (2.4)$$

où  $[M_\alpha]$  et  $[M_\beta]$  sont les deux matrices de rotation définissant le passage de la base  $(\overline{x_m}, \overline{y_m}, \overline{z_m})$  vers la base  $(\overline{x_f}, \overline{y_f}, \overline{z_f})$ .

La demi-épaisseur d'âme ( $t_a$ , Figure II-2), définie comme le rayon du cylindre inscrit à la surface de la goujure, correspond alors à la distance entre l'axe du foret et le point de l'outil de finition le plus proche de l'axe. Ce point est donc le point de tangence entre le cylindre d'axe  $\overline{z_f}$  et de rayon  $t_a$ . En conséquence, les vecteurs normaux aux deux surfaces sont colinéaires. Il vient alors que la droite passant par le point de contact et dirigée par le vecteur normal à la surface de la meule est alors perpendiculaire à l'axe du foret (orthogonale à l'axe et dans un même plan).

Soit  $(O, \overline{z_f})$  l'axe du foret,  $M$  un point de la surface de l'outil,  $M'$  le projeté de  $M$  sur

$(O, \vec{z}_f)$ , alors :

$$\overline{OM'} = \left( \overline{OM} \cdot \vec{z}_f \right) \cdot \vec{z}_f \quad (2.5)$$

Soit :  $\overline{n(M)}$  le vecteur normal unitaire à la surface au point M, ce point est le point de la surface le plus proche de l'axe si :

$$\overline{MM'} = k \cdot \overline{n(M)} \text{ avec } k \in \mathfrak{R} \quad (2.6)$$

Si on note  $t_a$  la demi-épaisseur d'âme :  $|k| = t_a$ .

La position de l'outil de finition est donc conditionnée par un paramètre géométrique du foret, les formes et l'orientation de l'outil de finition.

La trajectoire de l'outil de finition permet de créer un faisceau de surfaces à partir de la définition de la surface utile de l'outil de finition et de sa position de référence. Le mouvement de l'outil lors de l'opération de finition est constitué d'une translation et d'une rotation combinées, ce qui correspond à une trajectoire hélicoïdale. Au cours du mouvement, la trajectoire du point  $O_m$  s'écrit :

$$\overline{OO_m} \Big|_{(\vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)} = \begin{pmatrix} (dec_x \cdot \cos(\theta_z) - dec_y \cdot \sin(\theta_z)) \\ (dec_y \cdot \cos(\theta_z) + dec_x \cdot \sin(\theta_z)) \\ R_0 \cdot \cot(\delta_0) \cdot \theta_z \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

avec  $\theta_z$ , le paramètre correspondant à l'angle de rotation autour de l'axe du foret pour un point sur la trajectoire hélicoïdale,  $\delta_0$  l'angle d'hélice de la trajectoire et  $R_0$  le rayon extérieur du foret.

Afin de prendre en compte la rotation de la meule autour de l'axe du foret lors du mouvement hélicoïdal de l'opération de finition, on définit la matrice représentant la rotation d'angle  $\theta_z$  autour de l'axe  $(O, \vec{z}_f)$  :  $[M_t]$ . L'équation définissant la position d'un point M appartenant au faisceau de surfaces s'écrit alors :

$$\overline{OM} \Big|_{(O, \vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)} = [M_t(\theta_f)] \cdot \overline{G(u, v)} + R_0 \cdot \cot(\delta_0) \cdot \theta_f \cdot \vec{z}_f \quad (2.8)$$

La surface de la goujure est la surface enveloppe de ce faisceau de surfaces. Le faisceau de surfaces étant hélicoïdal, son enveloppe est une surface hélicoïdale, pouvant être définie par une courbe et la trajectoire d'extrusion hélicoïdale correspondant à la trajectoire de la meule. Les équations du mouvement de finition étant connues, seule la section reste à déterminer.

II - 2 - 1 - 3 -Intersections de la meule avec le plan de référence.

La courbe enveloppe de l'opération de finition peut être définie mathématiquement grâce à la connaissance d'une section et de la trajectoire d'extrusion. La trajectoire étant celle de l'outil de finition lors de l'opération. Pour simplifier l'expression du résultat des calculs qui vont suivre, la section choisie est une section droite, dans un plan orthogonal à l'axe du foret. Ces résultats seront comparés à des mesures présentées au chapitre II-2-4. Dans ce plan, la courbe représentant la section de la goujure correspond à la courbe enveloppe des intersections entre la surface utile de l'outil de finition et le plan de la section pour les différentes positions de l'outil de finition au cours de l'opération de finition.

La détermination de l'intersection de la surface est alors définie par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \overline{OM} \Big|_{(O, \overline{x_f}, \overline{y_f}, \overline{z_f})} = [M_t(\theta_z)] \cdot \overline{G(u, v)} + R_0 \cdot \cot(\delta_0) \cdot \theta_z \cdot \overline{z_f} \\ \overline{OM} \cdot \overline{z} = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

La condition d'appartenance du point M au plan  $(O, \overline{x_f}, \overline{y_f})$  peut être mise sous la forme d'une relation entre  $u$  et  $v$  pour une position donnée de la meule ( $\theta_z$  fixé). Cette relation peut être mise sous la forme d'une fonction que l'on note  $h$ , définissant la valeur de  $v$  pour laquelle  $M$  est dans le plan de référence pour des valeurs données de  $f(u)$ ,  $g(u)$  et  $\theta_z$ . Le système (2.9) devient alors :

$$\begin{cases} \overline{OM} \Big|_{(O, \overline{x_f}, \overline{y_f}, \overline{z_f})} = [M_t(\theta_z)] \cdot \overline{G(u, v)} + R_0 \cdot \cot(\delta_0) \cdot \theta_z \cdot \overline{z_f} \\ v = h(g(u), f(u), \theta_z) \end{cases} \quad (2.10)$$

Cette procédure faite pour une seule position de la meule (Figure II-3) peut être appliquée pour toutes les positions ayant une intersection avec le plan  $(O, \overline{x_f}, \overline{y_f})$  en prenant  $u$  et  $\theta_z$  comme variables. Ceci définit une surface dans le plan de référence correspondant à la surface de matière enlevée lors de la fabrication de la goujure dont l'équation est :

$$\overline{OM} \Big|_{(O, \overline{x_f}, \overline{y_f}, \overline{z_f})} = \overline{F_{int}(u, \theta_z)} = [M_t(\theta_z)] \cdot \overline{G(u, h(g(u), f(u), \theta_z))} + R_0 \cdot \cot(\delta_0) \cdot \theta_z \cdot \overline{z_f} \quad (2.11)$$

Le périmètre de cette surface correspond à la section de la goujure dans ce plan et peut être défini comme la courbe enveloppe du faisceau des intersections de la meule avec le plan de référence.

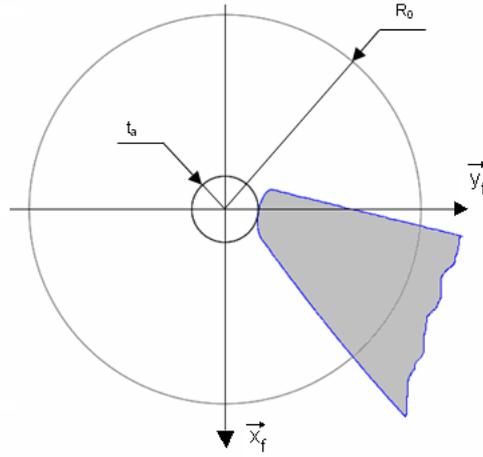


Figure II-3 : Intersection d'une meule tronconique avec le plan de référence.

II - 2 - 1 - 4 -Calcul des coordonnées de points sur la courbe enveloppe.

La courbe enveloppe d'un faisceau de courbes peut être déterminée à l'aide d'une condition mathématique. Considérons un point M appartenant à la courbe enveloppe : ce point appartient aussi à l'intersection d'une position de l'outil de finition avec le plan de la section droite. Les tangentes à la courbe enveloppe et à la courbe intersection seront colinéaires ; leur produit vectoriel sera donc nul. Cette condition peut être mise en équation sous la forme :

$$\frac{d\overline{F_{Env}}(\theta_z)}{d\theta_z} \wedge \frac{d\overline{F_{Int}}(u, \theta_z)}{du} = \vec{0} \quad (2.12)$$

Afin d'éviter de résoudre cette équation différentielle de manière analytique pour chacun des types de forets que l'on voudra modéliser, une méthode numérique permettant de résoudre cette équation a été développée. La courbe enveloppe représentative de la section de la goujure du foret sera alors discrétisée et définie par une série de points.

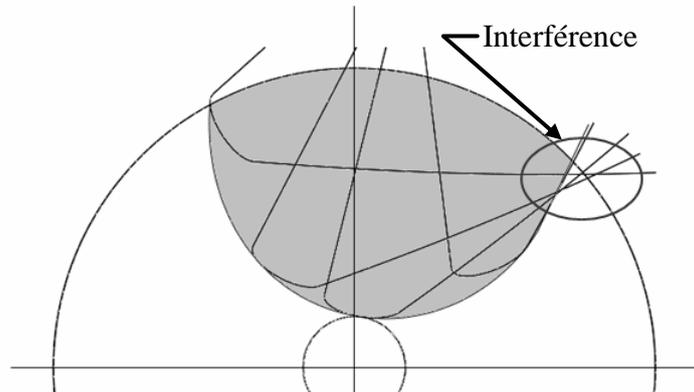
De façon à être exploitée numériquement, l'équation (2.12) peut être exprimée sous la forme suivante :

$$\overline{P_{i+1}P_i} \wedge \left[ \frac{1}{2} \cdot \left( \left. \frac{d\overline{F_{Int}}(u, \theta_z)}{du} \right|_{P_{i+1}} + \left. \frac{d\overline{F_{Int}}(u, \theta_z)}{du} \right|_{P_i} \right) \right] = \vec{0} \quad (2.13)$$

Avec  $P_i$  et  $P_{i+1}$  deux points consécutifs sur la courbe enveloppe par passage à la limite. L'écart entre  $P_i$  et  $P_{i+1}$  tend vers zéro, l'équation (2.13) tend vers l'équation (2.12). En commençant par le point de tangence au cylindre représentant l'âme du foret, les points de la courbe enveloppe sont déterminés de proche en proche.

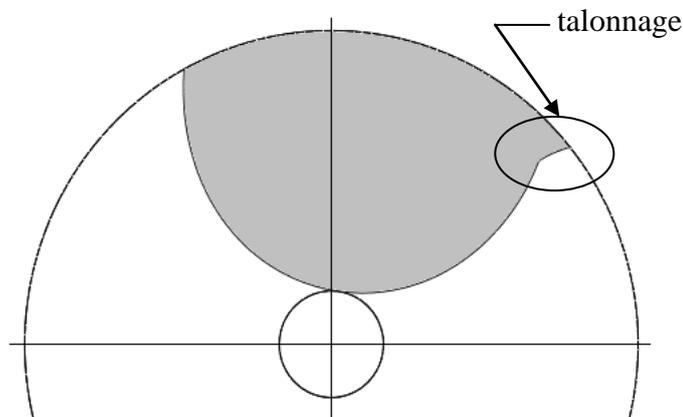
Comme cela est le cas sur la Figure II-4, il est possible qu'un phénomène de talonnage se produise. Dans ce cas, une partie autre que la partie active de l'outil de finition entre en contact avec le foret. La méthode précédente n'est plus suffisante pour définir la section de la goujure. Pour une même position de l'outil de finition (même valeur de la variable  $\theta_z$ ), plusieurs zones discontinues enlèvent de la matière au foret. Afin de compléter la courbe enveloppe avec la zone de talonnage, les autres portions de la courbe enveloppe sont recherchées en commençant par le point de sortie de la goujure. Ce point de départ est déterminé en comparant les points d'intersection entre la trace de l'outil de finition dans le plan de référence et la trace du corps du foret, pour toutes les positions de l'outil de finition au cours de la fabrication de la goujure.

La section de la goujure dans un plan de référence est enfin obtenue (Figure II-5), en



**Figure II-4 : Courbe enveloppe des intersections de l'outil de finition avec le plan de référence.**

assemblant les deux courbes enveloppes : celle correspondant à la goujure et celle



**Figure II-5 : Section de la goujure complète, prenant en compte le talonnage.**

correspondant à la zone de talonnage.

---

II - 2 - 2 - Recomposition de la section du foret et extrusion.

La section complète du foret est déterminée en copiant la section d'une goujure et en appliquant une rotation autour de l'axe du foret à chaque copie. Les différentes sections de goujures sont ensuite reliées par des courbes représentant la géométrie du corps du foret (Figure II-6). Ces courbes sont généralement des cercles, si l'on ne tient pas compte de l'angle de dépouille du listel. La géométrie du listel n'ayant pas d'influence sur celle de l'arête principale de coupe, cette simplification peut être faite.

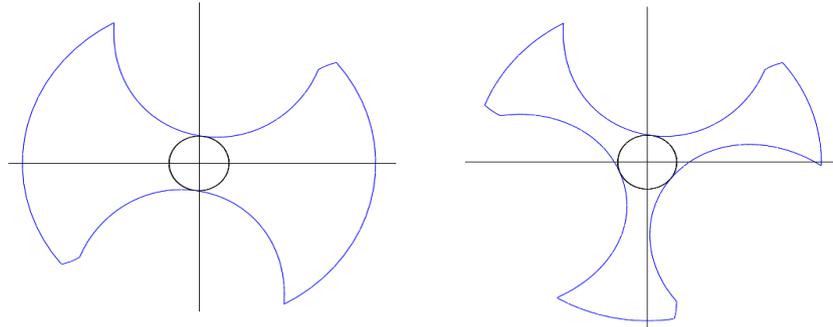


Figure II-6 : Section complète du foret, configuration à 2 et 3 goujures.

La dernière étape de la construction des goujures est l'extrusion hélicoïdale de la section plane (Figure II-7). La trajectoire suivie par la section correspond à la trajectoire suivie par l'outil de finition (2.7).

L'équation du corps du foret avec les goujures peut alors se mettre sous la forme :

$$\overline{OM} \Big|_{(\vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)} = \begin{cases} f_x(s) \cdot \cos(\theta_z) - f_y(s) \cdot \sin(\theta_z) \\ f_x(s) \cdot \sin(\theta_z) + f_y(s) \cdot \cos(\theta_z) \\ R_0 \cdot \cot(\delta_0) \cdot \theta_z \end{cases} \quad (2.14)$$

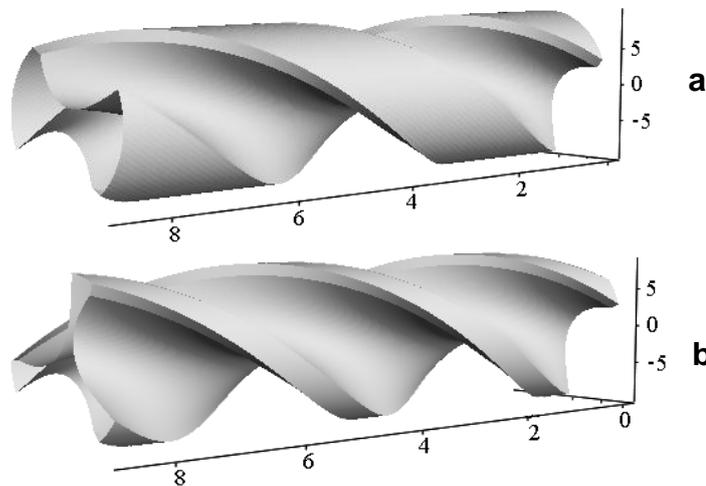


Figure II-7 : Corps d'un foret de diamètre 20 mm, à deux goujures (a) et à trois goujures (b) ; distances en mm.

II - 2 - 3 - Modèle inverse.

Le but du modèle inverse est de déterminer la forme de la meule pour une section de goujure connue. Ceci à pour intérêt de fournir aux affuteurs la géométrie de meule et les paramètre d'affûtage nécessaire la réalisation d'un outil dont la géométrie est définie.

Afin de conduire le calcul, il est nécessaire d'avoir une description mathématique de la section de goujure à étudier. Si celle-ci n'est pas connue à priori, la première étape du modèle inverse sera d'interpoler la section à l'aide de polynômes ou de courbes de BEZIER. Cette représentation est rendue nécessaire par l'utilisation du vecteur normal à la surface de la goujure dans la modélisation inverse. La surface de la goujure est ensuite obtenue par extrusion hélicoïdale de la section de la meule :

$$G(u, v) = \begin{pmatrix} f_1(u) \cdot \cos(v) + f_2(u) \cdot \sin(v) \\ f_1(u) \cdot \sin(v) + f_2(u) \cdot \cos(v) \\ v \cdot R_0 \cdot \cot(\delta_0) \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

avec  $f_1(u)$  et  $f_2(u)$  les équations paramétriques de la section de la goujure obtenues par mesure de l'outil à modéliser.

La recherche des points de contact entre la meule et la goujure se fait pour une position de l'axe de la meule, définie par un point et un vecteur directeur. Un point de la goujure sera en contact avec la meule si les plans tangents des deux surfaces sont confondus, ce qui est équivalent à avoir les vecteurs normaux colinéaires. Une description mathématique de la section étant connue, les vecteurs tangents et normaux sont obtenus par dérivation des équations de la goujure :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{dG_u}(u, v) &= \begin{pmatrix} df_1(u) \cdot \cos(v) + df_2(u) \cdot \sin(v) \\ df_1(u) \cdot \sin(v) - df_2(u) \cdot \cos(v) \\ 0 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{dG_v}(u, v) &= \begin{pmatrix} -f_1(u) \cdot \sin(v) + df_2(u) \cdot \cos(v) \\ df_1(u) \cdot \cos(v) + df_2(u) \cdot \sin(v) \\ R_0 \cdot \cot(\delta_0) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.16)$$

avec  $\overrightarrow{dG_u}(u, v)$  et  $\overrightarrow{dG_v}(u, v)$  les vecteurs tangents à la goujure, la normale étant le produit vectoriel des deux vecteurs tangents.

La géométrie de la meule n'étant pas connue, les vecteurs normaux à sa surface ne peuvent être déterminés. Cependant, la surface de la meule est une surface de révolution, ce qui

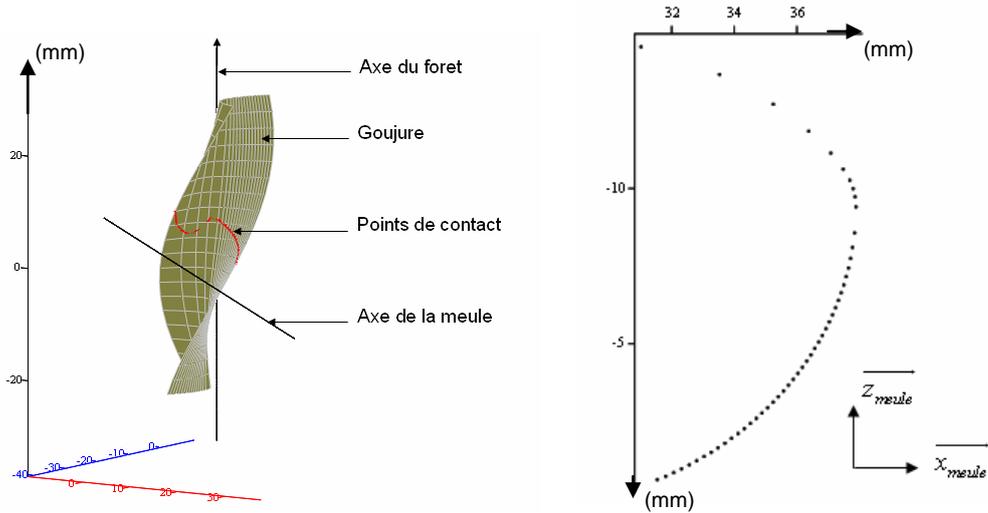


Figure II-8 : Points de contact dans le repère du foret et dans le repère de la meule.

implique que le vecteur normal à la surface correspond au vecteur normal à la courbe plane qui permet de décrire la surface. Ce vecteur normal à la goujure est alors dans le plan de la courbe génératrice. Un vecteur normal à ce plan peut être défini par :

$$\overline{M_{contact} O_m} \wedge \vec{z}_m \quad (2.17)$$

avec  $M_{contact}$ , un point de contact entre la meule et la goujure.

Par définition, les vecteurs normaux des surfaces de la meule et de la goujure (surface enveloppe) sont identiques. Pour une position donnée de la meule, il est alors possible de déterminer si un point de la goujure est un point de contact entre la meule et la goujure. Dans ce cas, le point de la goujure est en contact avec la surface de la meule si, en ce point, le vecteur normal à la meule est dans le plan défini par l'axe de la meule et le point considéré :

$$\left( \overline{M_{contact} O_m} \wedge \vec{z}_m \right) \cdot \overline{N_{Gouj} (M_{contact})} = 0 \quad (2.18)$$

avec  $\overline{N_{Gouj}}$ , le vecteur normal à la goujure, défini par :

$$\overline{N_{Gouj} (u, v)} = \overline{dG_u (u, v)} \wedge \overline{dG_v (u, v)} \quad (2.19)$$

Pour une position donnée de la meule, un point de contact est aussi un point de la surface de la meule. Les coordonnées des points de contact étant obtenus dans le repère du foret, ils doivent être exprimés dans le repère lié à l'axe de la meule. Les positions des points de la section de la meule dans un même plan sont obtenues en calculant la distance d'un point de contact à l'axe de la meule et en déterminant la distance entre la projection du point de contact sur l'axe de la meule et le point de référence de l'axe de la meule.

$$\begin{aligned} z_{meule} &= \overline{M_{contact} O_m} \cdot \vec{z}_m \\ r_{meule} &= \overline{M_{contact} O_m} - \left( \overline{M_{contact} O_m} \cdot \vec{z}_m \right) \cdot \vec{z}_m \end{aligned} \quad (2.20)$$

Enfin, une interpolation des points de la partie active de la meule est faite par une courbe de BEZIER. Cette courbe interpolée permet de définir la géométrie de la meule de finition et peut être introduite dans le modèle direct afin de vérifier la cohérence des modèles directs et indirects.

Le modèle inverse suppose de connaître, ou de faire des hypothèses sur, la position et l'orientation de l'axe de la meule. L'angle d'hélice ( $\delta_0$ ) doit également être connu. Quatre paramètres sont alors impliqués :  $dec_x$  et  $dec_y$  (Figure II-2) pour la position du centre de la meule dans le repère du foret ;  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  (Figure II-2) pour définir l'orientation de l'axe de la meule. Différentes solutions pourront alors être trouvées en fonction des valeurs choisies pour ces quatre paramètres. Cependant, les plages de variation de ces paramètres sont limitées : toutes les solutions ne sont pas physiquement réalisables car elles peuvent présenter des discontinuités.

#### II - 2 - 4 - Validation des modèles direct et inverse.

La section de la goujure utilisée pour cette validation est obtenue à partir d'une meule tronconique présentée Figure II-1-c avec les paramètres de placements décrits dans le Tableau II-1.

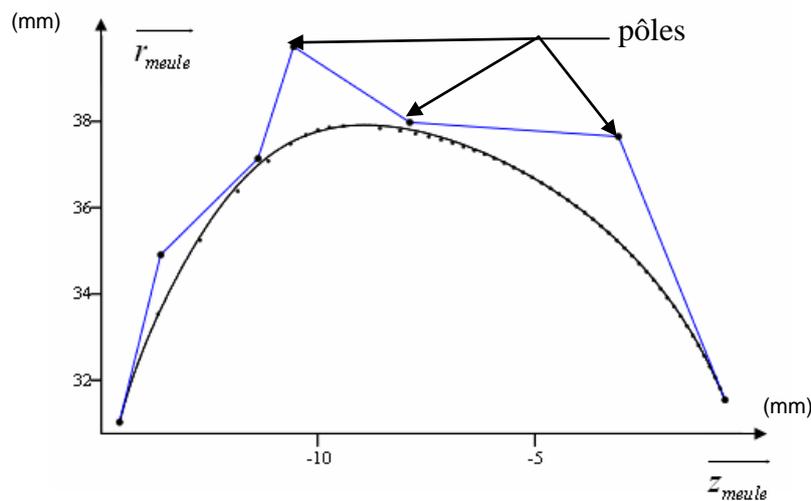


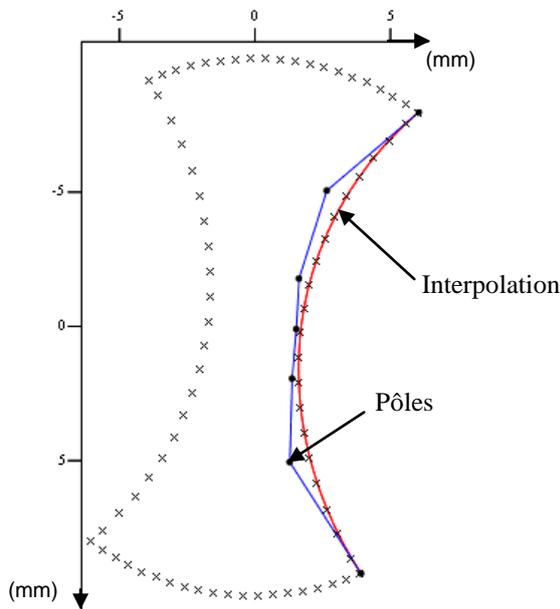
Figure II-9 : Interpolation du profil de la meule par une courbe de BEZIER.

Le foret réalisé a un diamètre de 20 mm et un angle d'hélice  $\delta_0$  de 30 degrés. La goujure obtenue grâce au modèle direct avec ces paramètres est présentée Figure II-11-a. Une

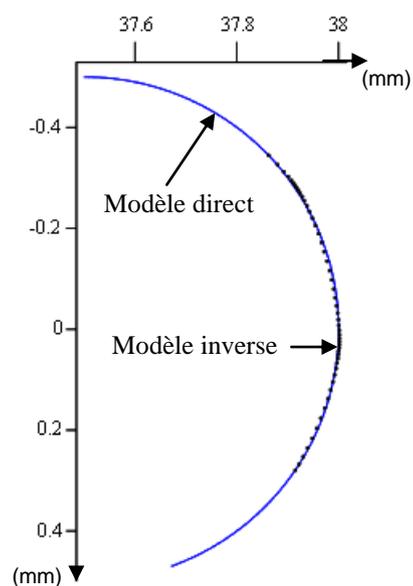
interpolation est alors faite à l'aide d'une courbe de BEZIER à sept pôles qui est ensuite introduite dans le modèle inverse. La comparaison de la forme de la meule ainsi obtenue et de la meule utilisée par le modèle direct est illustrée Figure II-11-b.

<i>Décalage suivant <math>\bar{x}_f</math></i>	$dec_x = 16,13 \cdot mm$
<i>Décalage suivant <math>\bar{y}_f</math></i>	$dec_y = 36,97 \cdot mm$
<i>Rotation autour de l'axe <math>\bar{x}_m</math></i>	$\alpha_f = 15^\circ$
<i>Rotation autour de l'axe <math>\bar{y}_m</math></i>	$\beta_f = 18^\circ$

**Tableau II-1 : paramètres de position et d'orientation de la meule.**



**Figure II-11-a : Section de la goujure**  
**Croix : résultats modèle direct ;**  
**Interpolation : courbe ; pôles : points.**

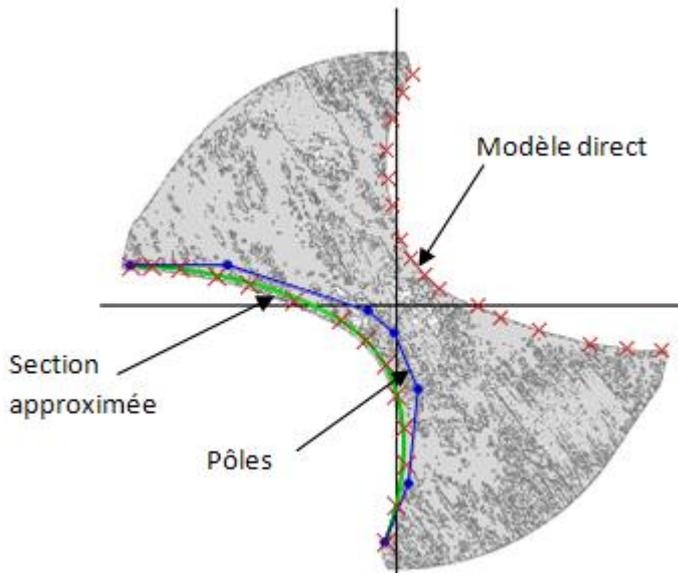


**Figure II-11-b : Section de la meule ;**  
**courbe : modèle direct ;**  
**points : résultats modèle inverse.**

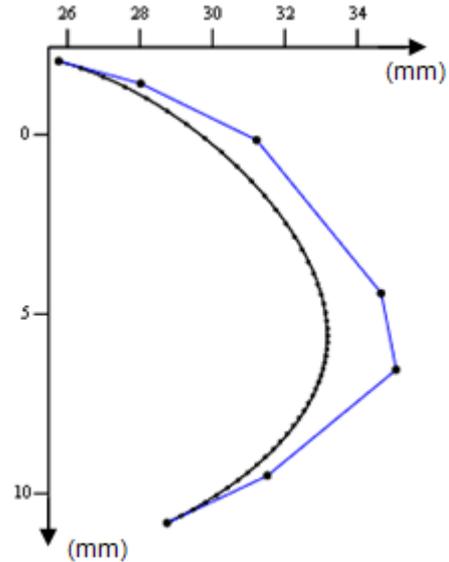
L'écart moyen entre la section de la goujure et l'interpolation est de 2.046  $\mu m$  et l'écart moyen entre la section de la meule et les points résultats du modèle inverse est de 2.043  $\mu m$ . La forme de la meule déterminée par le modèle inverse correspond donc bien à celle qui a été utilisée par le modèle direct.

De la même façon, il est possible de faire cette étude à partir d'une forme de goujure donnée et de vérifier que le résultat du modèle direct correspond à celui du modèle inverse. En partant d'une section de goujure réelle d'un foret hélicoïdal classique de diamètre 20mm

sur laquelle des mesures ont été faites afin d'obtenir la géométrie de la section (Figure II-12), la géométrie de la meule correspondante est déterminée grâce au modèle inverse (Figure I-11 et Figure II-13). Cette meule est ensuite utilisée dans le modèle direct et permet de retrouver la section du foret (Figure II-12).



**Figure II-12: Section de la goujure ; Croix : mesures ; Courbes : interpolations et résultat du modèle direct ; Points : pôles de l'interpolation.**



**Figure II-13 : Partie utile de la meule et interpolation, résultat du modèle indirect.**

### II - 3 - Modélisation de la pointe du foret.

Tout comme pour la géométrie des goujures, la géométrie de la pointe du foret peut être déduite des paramètres de finition liés à sa fabrication. Les expressions mathématiques des surfaces constituant la pointe du foret peuvent donc être déterminées à partir de la géométrie de l'outil utilisé et des mouvements relatifs de cet outil par rapport au foret. Les géométries utilisées pour la pointe du foret sont simples et leurs équations peuvent donc être obtenues directement.

#### II - 3 - 1 - Caractérisation et mise en équation de la surface en dépouille.

Les géométries les plus utilisées pour les pointes de foret sont les formes de révolution [Paul, 2005] (cylindre, cône, hyperboloïde, ellipsoïde) et les formes hélicoïdales [Hsieh, 2005]. Dans les deux cas, les équations de la surface sont constituées d'une courbe plane génératrice et d'une courbe trajectoire (cercle ou ellipse). Pour les surfaces de révolution, la trajectoire est un cercle et pour les surfaces hélicoïdales, la trajectoire est une hélice. On peut donc réduire ces deux cas à un seul, la trajectoire circulaire correspondant à une hélice ayant

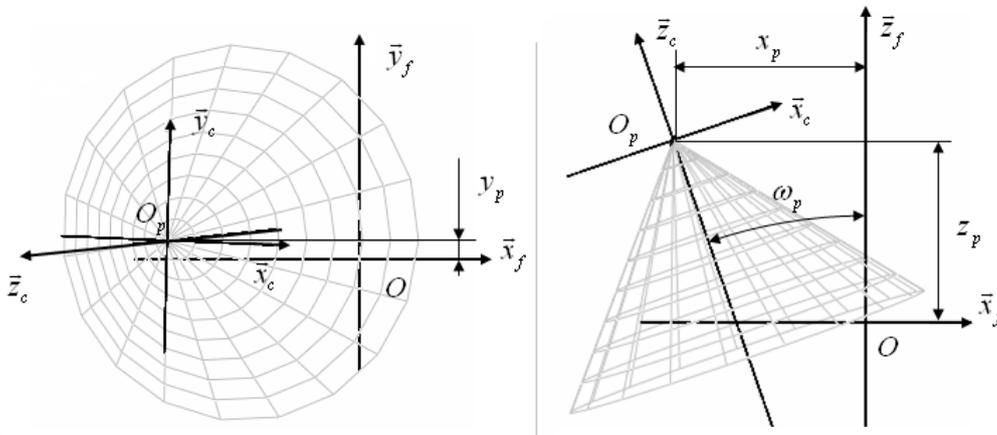
un pas nul, ou un angle d'inclinaison de  $90^\circ$ . Les surfaces générant la pointe de l'outil peuvent s'exprimer dans le repère  $(O_p, \bar{x}_c, \bar{y}_c, \bar{z}_c)$ , lié à la pointe du foret par :

$$\overline{O_p M} \Big|_{(\bar{x}_c, \bar{y}_c, \bar{z}_c)} = \overline{F_p(s, \theta_p)} = \begin{cases} f_p(s) \cdot \cos(\theta_p) \\ f_p(s) \cdot \sin(\theta_p) \\ g_p(s) + R_p \cdot \cot(\delta_p) \cdot \theta_p \end{cases} \quad (2.21)$$

avec  $s$  l'abscisse curviligne de la génératrice,  $\theta_p$  l'abscisse curviligne de la trajectoire,  $R_p$  le rayon de base de l'hélice,  $\delta_p$  l'angle d'hélice. Les fonctions  $g_p(s)$  et  $f_p(s)$  définissent la courbe génératrice dans le plan de section.

### II - 3 - 2 - Positionnement des surfaces en dépouille dans le repère du foret.

Le positionnement du repère lié à la pointe du foret dans le repère lié au foret se définit par une translation et deux rotations (Figure II-14). La première rotation autour de l'axe  $\bar{y}_f$  et d'angle  $\omega_p$  permet de définir l'angle de pointe du foret. La deuxième rotation, autour de l'arête principale de coupe et d'angle  $\lambda_p$ , permet de définir l'angle de dépouille de l'arête principale.



**Figure II-14 : Définition de la surface générant la pointe du foret ; dans les plans  $(O, \bar{x}_f, \bar{y}_f)$  et  $(O, \bar{x}_f, \bar{z}_f)$ .**

Pour appliquer cette rotation, il faut déterminer deux points caractéristiques sur l'arête principale qui définissent la direction de cette arête. Si ce vecteur est noté  $\bar{V}_a$ , une base orthonormée liée à ce vecteur peut être définie :

$$(\bar{x}_a, \bar{y}_a, \bar{z}_a) = \left( \frac{\bar{V}_a \wedge (\bar{V}_a \wedge \bar{x}_f)}{\|\bar{V}_a \wedge (\bar{V}_a \wedge \bar{x}_f)\|}, \frac{\bar{V}_a}{\|\bar{V}_a\|}, \frac{\bar{V}_a \wedge \bar{x}_f}{\|\bar{V}_a \wedge \bar{x}_f\|} \right) \quad (2.22)$$

Une matrice de changement de repère peut être définie à partir de ces trois vecteurs. La rotation autour de l'arête se traduit alors par la transformation suivante :

$$\overline{O_p M} = [M_a]^{-1} \cdot ([M_\lambda] \cdot ([M_a] \cdot \overline{O_p M'})) \quad (2.23)$$

avec  $[M_a]$  la matrice de passage de la base liée au foret à la base liée à l'arête et  $[M_\lambda]$ , la matrice de rotation autour de l'arête. Dans la base liée à l'arête, cette matrice s'écrit :

$$[M_\lambda] = \begin{pmatrix} \cos(\lambda_p) & -\sin(\lambda_p) & 0 \\ \sin(\lambda_p) & \cos(\lambda_p) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

La translation entre le repère du foret et le repère lié à la surface de la pointe s'écrit :

$$\overline{OO_p} = x_p \cdot \vec{x}_f + y_p \cdot \vec{y}_f + z_p \cdot \vec{z}_f \quad (2.25)$$

### II - 3 - 3 - Calcul des intersections entre les faces en dépouille et les goujures.

Pour déterminer les intersections entre la surface de coupe (goujure) et la surface en dépouille (pointe du foret), la position des points aux intersections est paramétrée en fonction de leur distance à l'axe de rotation du foret, notée  $r$ . Afin de distinguer deux points ayant une même valeur de rayon, on considère un changement de signe de part et d'autre du point de contact avec l'âme du foret pour une valeur du rayon égale à l'épaisseur d'âme (Figure II-15). La position du point sur la courbe représentant la section du foret peut alors être déterminée en fonction de la distance à l'axe du foret. A partir de ce point sur la section, une hélice correspondant à la trajectoire d'extrusion de la goujure est construite. Le point recherché est alors la première intersection de l'hélice avec une des surfaces constitutives de la pointe du foret (Figure II-16). L'intersection d'une goujure avec les surfaces de la pointe du foret peut alors être construite point par point.

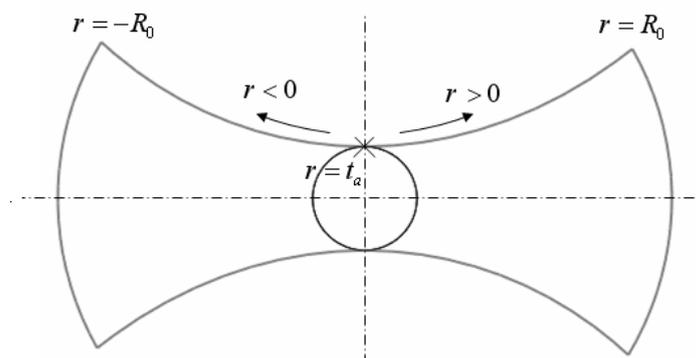


Figure II-15 : Paramétrage en fonction de la distance à l'axe du foret

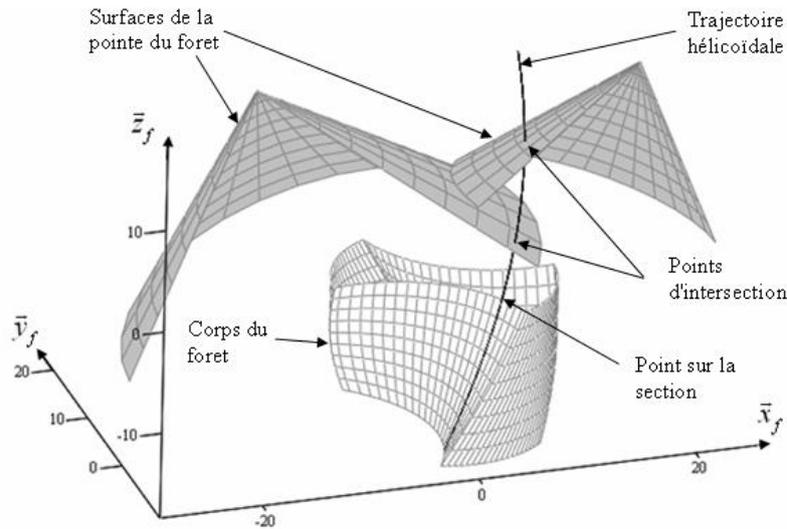


Figure II-16 : Construction de l'intersection entre le corps du foret et la pointe.

II - 3 - 4 - Calcul des intersections entre les surfaces en dépouille.

Un paramétrage cylindrique est utilisé dans le calcul des intersections. Chaque couple de valeurs du rayon et du paramètre angulaire ( $\psi$ , Figure II-17) définit la position d'un point dans le plan  $(O, \bar{x}_f, \bar{y}_f)$ . Par chaque point passe une droite parallèle à l'axe du foret dirigé par le vecteur  $\bar{z}_f$ . Chacune de ces droites possède une intersection avec les différentes surfaces formant la pointe de l'outil. Un couple de valeurs  $(r, \psi)$  correspond à un point sur une arête si au moins deux intersections entre la droite du point et une surface de la pointe sont confondues. Pour des forets avec plus de trois goujures, il est possible d'avoir plusieurs solutions distinctes pour une même valeur de la distance à l'axe du foret. Dans ce cas, c'est la solution de plus faible valeur sur l'axe  $\bar{z}_f$  qui sera choisie.

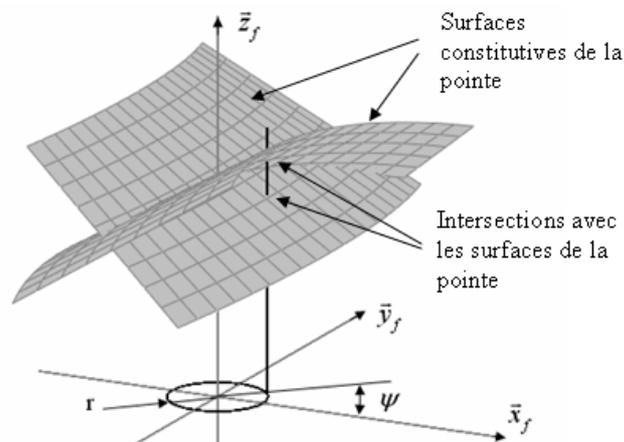


Figure II-17 : Construction de l'arête de l'âme.

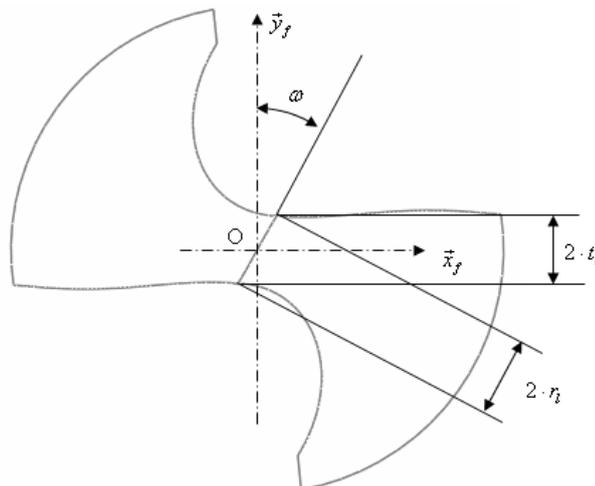
II - 4 - Validation de la géométrie complète.

Afin de valider la modélisation géométrique complète du foret, une comparaison à partir de mesures et d'observations au microscope est réalisée.

II - 4 - 1 - Cas du foret de géométrie "classique".

Pour le cas des forets hélicoïdaux "classiques", l'arête principale de coupe est rectiligne et son orientation est connue. Les paramètres de la fabrication de la goujure n'étant pas connus pour le cas d'un foret classique, c'est à partir d'une coupe de l'outil que la section est déduite. Les résultats présentés Figure II-11-a, Paragraphe II - 2 - 4 - sont utilisés pour la validation du modèle géométrique complet.

La Figure II-18 présente les courbes, représentant les différentes intersections, obtenues par cette méthode pour le cas d'un foret classique à deux goujures de diamètre 20 mm. Pour le foret représenté ici, le demi angle de pointe, noté  $p$ , est de  $59^\circ$  et l'épaisseur d'âme, notée  $t_a$ , de 1,6 mm. L'outil de finition, pour la goujure, correspond à la meule tronconique présentée Figure II-1-c ; les surfaces constituantes de la pointe du foret sont des cônes. Les différents paramètres utilisés pour la modélisation de se foret sont présentés dans le Tableau II-2.



**Figure II-18 : Foret vu de dessus et paramétrage de la pointe de l'outil.**

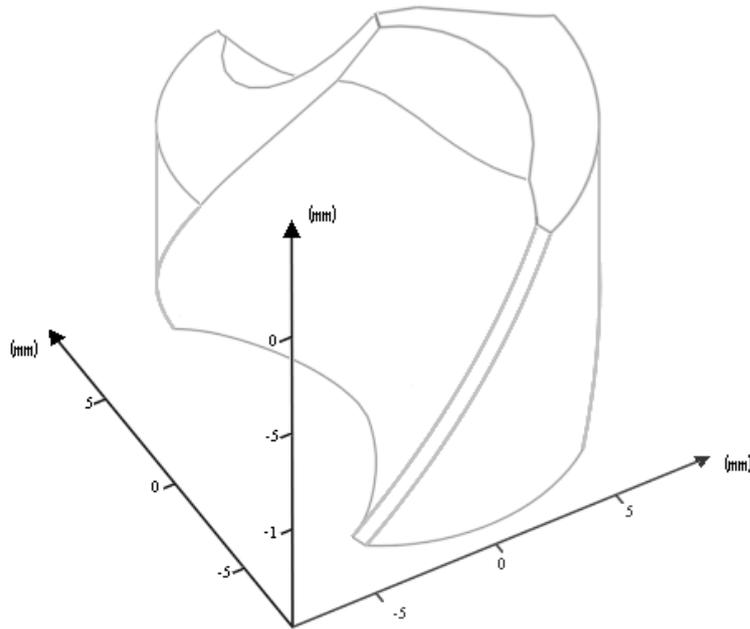
Il est à remarquer que la longueur de l'arête de l'âme, notée  $2 \cdot r_i$  Figure II-18, est différente de l'épaisseur de l'âme ( $2 \cdot t_a$ ). Cette longueur correspond à une zone dans laquelle le foret ne coupe pas du fait des angles d'outils trop négatifs et des vitesses trop faibles. Elle aura une forte influence sur l'effort de poussée ( $F_z$ ) et pourra être optimisée. La variable  $2 \cdot r_i$  dépend de l'épaisseur d'âme, de la position et de la forme des surfaces constituant la pointe du foret.

<i>Paramètres de placement de l'outil de finition</i>	
<i>Décalage suivant <math>\vec{x}_f</math></i>	$dec_x = 16,13 \cdot mm$
<i>Décalage suivant <math>\vec{y}_f</math></i>	$dec_y = 36,97 \cdot mm$
<i>Rotation autour de l'axe <math>\vec{x}_m</math></i>	$\alpha = 15^\circ$
<i>Rotation autour de l'axe <math>\vec{y}_m</math></i>	$\beta = 18^\circ$
<i>Paramètres dimensionnels des cônes constituant la pointe</i>	
<i>Demi angle au sommet</i>	$\omega_c = 30^\circ$
<i>Paramètres de positionnement des cônes</i>	
<i>Position du point <math>O_p</math>, dans le repère <math>(O, \vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)</math></i>	$x_p = -17,15 \cdot mm$ $y_p = 1,7 \cdot mm$ $z_p = 16,22 \cdot mm$
<i>Rotation autour de l'axe <math>\vec{y}_f</math></i>	$\omega_p = 29^\circ$
<i>Inclinaison du cône</i>	$\lambda_p = -3^\circ$

**Tableau II-2 : Paramètres de définition de la géométrie d'un foret hélicoïdal à pointe "biconique".**

II - 4 - 2 - Géométrie hélicoïdale avec amincissement d'âme.

Les affûtages de foret avec un amincissement d'âme (Figure II-19) sont de plus en plus courants. L'amincissement de l'âme du foret revient à diminuer la zone du foret où la matière n'est pas coupée, mais repoussé, ce qui permet de diminuer les efforts de coupe, notamment l'effort de poussée. Pour le cas simple qui est présenté dans ce paragraphe, la fabrication du foret comprend une opération de plus que pour le cas du foret hélicoïdal présenté dans le paragraphe précédent. Le changement de géométrie lié à cette opération peut être déterminé de la même façon que pour la réalisation des goujures. Cela nécessite de connaître la géométrie, l'orientation et la trajectoire de la meule utilisée. A partir de ces données, la courbe enveloppe de la trajectoire de la meule, puis ses intersections avec les différentes surfaces, peuvent être déterminées.



**Figure II-19 : Exemple de géométrie de foret avec amincissement d'âme.**

Pour une majorité des forets utilisés dans l'industrie, la géométrie et les paramètres d'affûtages ne sont connus que des fabricants d'outil. Dans le cas où le foret n'est pas connu a priori, une méthode de mesure permettant la reconstitution du foret doit être développée.

#### II - 5 - Détermination des angles d'outil.

Cette méthode se base sur le calcul de l'angle entre deux vecteurs en un point donné. Dans le plan utilisé pour le calcul des actions de coupe, la section de l'outil correspond à la trace (aux intersections) des différentes surfaces du foret dans (avec) le plan de calcul considéré. Les angles d'outils dans ce plan sont alors les angles entre les vecteurs tangents aux courbes (traces / intersections) délimitant la section de l'outil. Ces angles peuvent aussi être déduits des vecteurs normaux aux surfaces projetées dans le plan de calcul. Les vecteurs tangents ou normaux sont calculables grâce à la définition mathématique de la géométrie de l'outil.

##### II - 5 - 1 - Calcul du vecteur normal à chaque surface.

##### II - 5 - 1 - 1 - Vecteur normal à la goujure.

Le vecteur normal à la goujure est déterminé à partir de deux vecteurs tangents à la goujure au point  $M$  considéré, de coordonnées  $(x_M, y_M, z_M)$  dans le repère lié au foret. Le premier vecteur tangent à la goujure est obtenu par dérivation de la trajectoire hélicoïdale de l'outil de finition, qui est aussi celle utilisée pour l'extrusion de la section du foret. L'hélice partant d'un

---

point de coordonnées  $(x, y, 0)$  dans le repère lié au foret est définie par :

$$\overline{OM} \Big|_{(\bar{x}_f, \bar{y}_f, \bar{z}_f)} = \begin{cases} x \cdot \cos(s) - y \cdot \sin(s) \\ x \cdot \sin(s) + y \cdot \cos(s) \\ R_0 \cdot \cot(\delta_0) \cdot s \end{cases} \quad (2.26)$$

Les valeurs  $x$  et  $y$  correspondent à la position, en  $s = 0$  (i.e. dans le plan  $(0, \bar{x}_f, \bar{y}_f)$ ) du point sur l'hélice passant par  $M$ . Ils peuvent être déterminés en fonction des coordonnées du point  $M$  :

$$\begin{cases} x = x_M \cdot \cos\left(\frac{z_M}{R_0 \cdot \cot(\delta_0)}\right) + y_M \cdot \sin\left(\frac{z_M}{R_0 \cdot \cot(\delta_0)}\right) \\ y = -x_M \cdot \sin\left(\frac{z_M}{R_0 \cdot \cot(\delta_0)}\right) + y_M \cdot \cos\left(\frac{z_M}{R_0 \cdot \cot(\delta_0)}\right) \\ s = \frac{z_m}{R_0 \cdot \cot(\delta_0)} \end{cases} \quad (2.27)$$

La dérivation par rapport à la variable  $s$  de l'équation de l'hélice (2.26) permet de déterminer le vecteur tangent à cette courbe :

$$\overline{T}_{hélice} \Big|_{(\bar{x}_f, \bar{y}_f, \bar{z}_f)} = \begin{cases} -x \cdot \sin(s) - y \cdot \cos(s) \\ x \cdot \cos(s) - y \cdot \sin(s) \\ R_0 \cdot \cot(\delta_0) \end{cases} \quad (2.28)$$

Le second vecteur tangent à la goujure, utilisé pour le calcul du vecteur normal, est le vecteur tangent à la section du foret. Ce vecteur a déjà été calculé pour la résolution de la courbe enveloppe, au paragraphe II - 2 - 1 - 4 -. Il peut être exprimé à l'aide des dérivées des fonctions servant à décrire la forme de l'outil de finition (2.2), des différents paramètres d'orientation de cet outil et de sa trajectoire hélicoïdale.

En développant les équations du paragraphe II – 2 – 1, la position d'un point M sur la section de l'outil, dans le plan de référence, est définie par les équations :

$$\begin{cases} \overline{OM} = [M_t(\theta_z)] \cdot \left( [M_\beta] \cdot [M_\alpha] \cdot \overline{F(u, v)} + dec_x \cdot \bar{x}_f + dec_y \cdot \bar{y}_f \right) + \frac{R_0 \cdot \theta_z}{\tan(\delta_0)} \cdot \bar{z}_f \\ v = h(g(u), f(u), \theta_z) \\ u = h_2(\theta_z) \end{cases} \quad (2.29)$$

La fonction  $h_2$  donne la relation entre  $u$  et  $\theta_z$  pour les points de la courbe enveloppe. Le

vecteur tangent à la courbe enveloppe est obtenu en dérivant le vecteur  $\overline{OM}$  par rapport à  $\theta_z$  :

$$\frac{d\overline{OM}}{d\theta_z} = \frac{\partial\overline{OM}}{\partial\theta_z} + \frac{\partial u}{\partial\theta_z} \cdot \frac{\partial\overline{OM}}{\partial u} + \frac{\partial v}{\partial\theta_z} \cdot \frac{\partial\overline{OM}}{\partial v} \quad (2.30)$$

Le vecteur tangent obtenu par cette dérivation est le vecteur tangent à la section du foret dans le plan de référence, pour  $s = 0$ . Ce vecteur tangent doit donc être ramené dans le plan du point considéré. Le vecteur subit alors une rotation autour de l'axe  $\vec{z}_f$  d'angle  $s$  calculée en fonction de la position du point M par l'équation (2.27) :

$$\overline{T}_{section} = [M_t] \left( \begin{array}{c} z_M \\ R_0 \cdot \cot(\delta_0) \end{array} \right) \cdot \frac{d\overline{OM}}{d\theta_z} \quad (2.31)$$

Le vecteur normal à la goujure est le produit vectoriel des deux vecteurs tangents :

$$\overline{N}_{goujure} = \overline{T}_{section} \wedge \overline{T}_{hélice} \quad (2.32)$$

La Figure II-20 présente un exemple de mise en place des vecteurs tangent et normal déterminés par la méthode précédente.

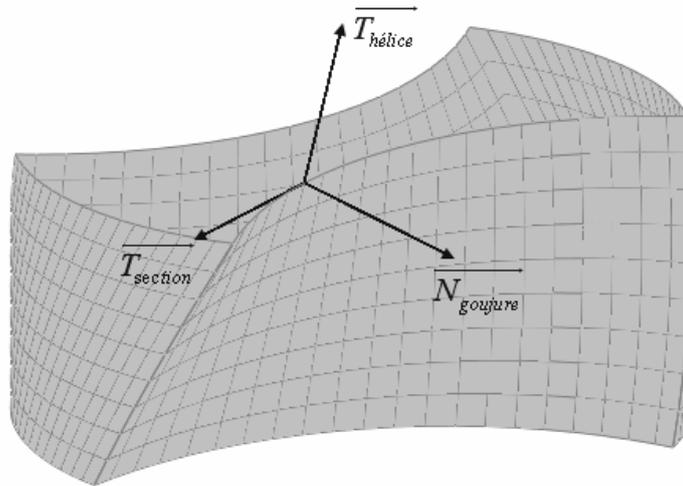


Figure II-20 : Vecteurs tangents et vecteur normal à la goujure.

#### II - 5 - 1 - 2 - Vecteur normal à la pointe.

Comme pour la goujure, le vecteur normal à la surface de la pointe (Figure II-21) est calculé en passant par les vecteurs tangents. Dans ce cas, ces deux vecteurs sont obtenus par dérivation des équations de la surface (2.21) par rapport aux variables  $s$  et  $\theta_p$ . Dans le repère lié à la surface de la pointe, les vecteurs tangents s'écrivent :

$$\overline{T_s(s, \theta_p)} \Big|_{(\bar{x}_c, \bar{y}_c, \bar{z}_c)} = \frac{d\overline{F_p(s, \theta_p)}}{ds} = \begin{vmatrix} \frac{df_p(s)}{ds} \cdot \cos(\theta_p) \\ \frac{df_p(s)}{ds} \cdot \sin(\theta_p) \\ \frac{dg_p(s)}{ds} + R_p \cdot \cot(\delta_p) \cdot \theta_p \end{vmatrix} \quad (2.33)$$

$$\overline{T_t(s, \theta_p)} \Big|_{(\bar{x}_c, \bar{y}_c, \bar{z}_c)} = \frac{d\overline{F_p(s, \theta_p)}}{d\theta_p} = \begin{vmatrix} -f_p(s) \cdot \sin(\theta_p) \\ f_p(s) \cdot \cos(\theta_p) \\ g_p(s) + R_p \cdot \cot(\delta_p) \end{vmatrix} \quad (2.34)$$

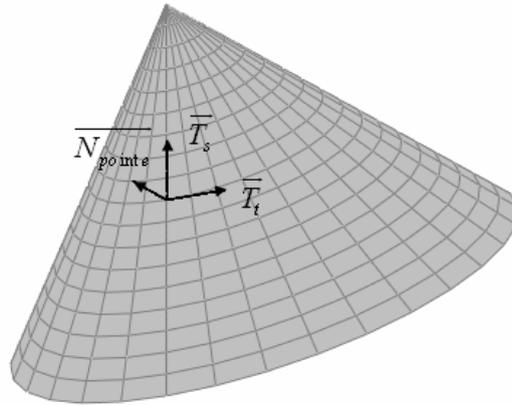


Figure II-21 : Vecteurs tangent et normal à une surface de la pointe.

Le vecteur normal est le produit vectoriel des deux vecteurs tangents :

$$\overline{N_{pointe}(s, \theta_p)} = \overline{T_s(s, \theta_p)} \wedge \overline{T_t(s, \theta_p)} \quad (2.35)$$

Ce vecteur doit être exprimé dans le repère lié au foret en lui appliquant les deux rotations, d'angles  $\omega_p$  et  $\lambda_p$  (paragraphe II – 3 – 2).

Comme pour la goujure, il est nécessaire de connaître les 2 variables  $s$  et  $\theta_p$  du point pour calculer le vecteur normal. Il faut donc inverser les équations des surfaces pour retrouver les variables  $s$  et  $t$  en partant de la position du point considéré.

#### II - 5 - 2 - Plan de calcul et angles d'outil.

Selon la norme NF E 66 500, les angles d'outils sont définis dans un plan de projection. Pour l'étude de la modélisation du perçage, les angles d'outils seront définis dans le plan utilisé pour la résolution du modèle. Dans le plan de calcul, Figure II-22, les angles de coupe  $\gamma_c$  et de dépouille  $\alpha_c$ , nécessaires au calcul, sont déterminés grâce aux projections des vecteurs normaux aux surfaces et des vecteurs vitesse de coupe  $\overline{V_c}$  et vitesse d'avance  $\overline{V_f}$ .

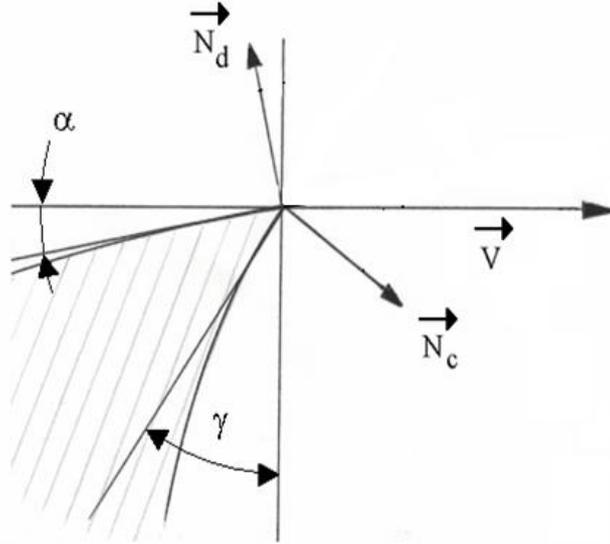


Figure II-22 : Mise en place des angles de coupe et de dépouille dans le plan de calcul.

L'angle entre deux vecteurs du plan est ensuite obtenu par le calcul du produit scalaire entre les deux vecteurs :

$$\gamma_c = \arccos \left( \frac{\overline{N_c} \cdot \overline{V}}{\|\overline{N_c}\| \cdot \|\overline{V}\|} \right) \quad (2.36)$$

$$\alpha_c = \arccos \left( \frac{\overline{N_d} \cdot \overline{V}}{\|\overline{N_d}\| \cdot \|\overline{V}\|} \right) - \frac{\pi}{2} \quad (2.37)$$

avec  $\overline{N_d}$  la projection du vecteur normal à la surface en dépouille ( $\overline{N_{pointe}}$ ), dans le plan de calcul et  $\overline{N_c}$ , la projection du vecteur normal à la face de coupe ( $\overline{N_{gouj}}$ ), dans le plan de calcul.  $\overline{V}$  est la projection de la somme des vitesses d'avance et de coupe au point de l'arête considérée.

Localement, la direction d'évacuation du copeau se fait perpendiculairement à l'arête de coupe [Oxley, 1988]. En conséquence, le plan de calcul utilisé est perpendiculaire à l'arête au point considéré. Le vecteur local de direction d'arête est le vecteur commun des plans tangents à la face en dépouille et à la face de coupe. Il est donc orthogonal au vecteur normal à la surface de la pointe et au vecteur normal à la goujure :

$$\overline{n_a(M)} = \frac{\overline{N_{goujure}(M)} \wedge \overline{N_{pointe}(M)}}{\|\overline{N_{goujure}(M)} \wedge \overline{N_{pointe}(M)}\|} \quad (2.38)$$

où  $\overline{n_a(M)}$  est le vecteur de direction d'arête, normé et correspondant au vecteur normal au plan de calcul. La base orthonormée liée au plan de calcul peut ensuite être déterminée en

prenant  $\vec{V}$  comme première référence :

$$(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = \left( \frac{-\vec{V}}{\|\vec{V}\|}, \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} \wedge \vec{n}_a, \vec{n}_a \right) \quad (2.39)$$

L'évolution des angles de coupe et de dépouille dans le plan de calcul, est présentée Figure II-23. Ce calcul correspond au cas du foret dont les caractéristiques sont présentées dans le tableau II-1. Les deux arêtes se distinguent sur ce graphique par le saut de valeur des deux angles d'outil, à 1.9 mm de l'axe du foret. L'angle de coupe et l'angle de dépouille ont de grandes variations le long des arêtes de coupe, ce qui nécessite un modèle de coupe dont le domaine de validation doit englober toute la plage de variation des angles du foret. Au centre de l'âme, il existe une zone dans laquelle l'angle de dépouille est négatif, ce qui entraîne un phénomène de talonnage, dont l'importance augmente avec la vitesse d'avance. Ce phénomène de talonnage induit le développement d'un modèle intégrant des phénomènes autres que la coupe des matériaux tels que l'extrusion de la matière qui apparaît lorsque l'angle de dépouille est négatif ou lorsque l'angle de coupe est fortement négatif ( $\leq -40$  deg).

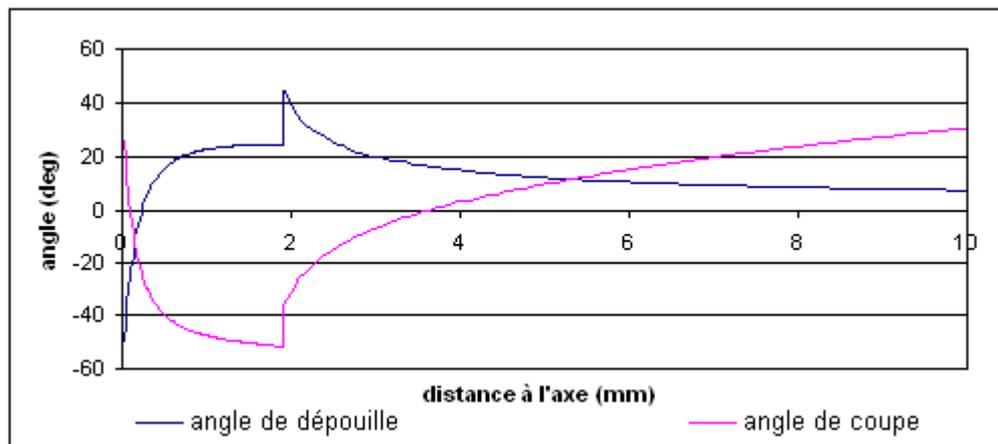


Figure II-23 : Angles d'outil en travail, en fonction de la distance à l'axe pour un foret de 20 mm avec  $N = 500$  tour / min et  $f = 1.5$  mm / tour.

### II - 5 - 3 - Validation des angles d'outil

Afin de vérifier la cohérence du modèle de calcul des angles d'outil, un rugosimètre 3D AltiSurf® 500 a été utilisé pour obtenir une image des surfaces liées aux arêtes d'un foret de diamètre 20 mm avec un amincissement d'âme (présenté dans le paragraphe II - 4 - 2 - ). Le rugosimètre effectue une mesure discrète de la surface à l'aide d'un palpeur optique et fournit les coordonnées des points mesurés (exemple de la face de coupe, Figure II-24). Le logiciel

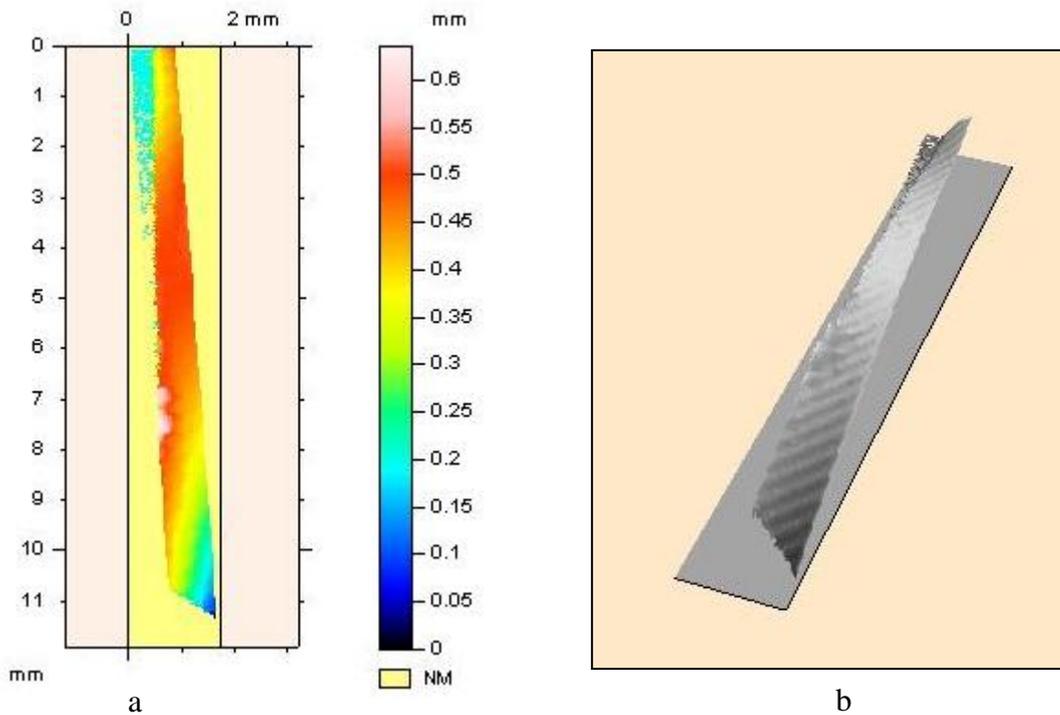


Figure II-24 : Résultats de mesure de la face de coupe du foret de diamètre 20 mm.

d'analyse des mesures permet d'extraire des coupes correspondant à la trace de la surface dans un plan donné. L'inclinaison de la trace peut être mesurée, ce qui permet d'obtenir les variations des angles d'outil le long des différentes arêtes du foret. Ces angles sont calculés ou mesurés dans le plan perpendiculaire à l'arête de l'outil, par rapport à la projection de l'axe du foret dans ce plan.

Les résultats des mesures sont ensuite comparés à ceux obtenus par le modèle géométrique pour un foret hélioïdale de diamètre 20mm (Figure II-25) et pour un foret hélicoïdal de

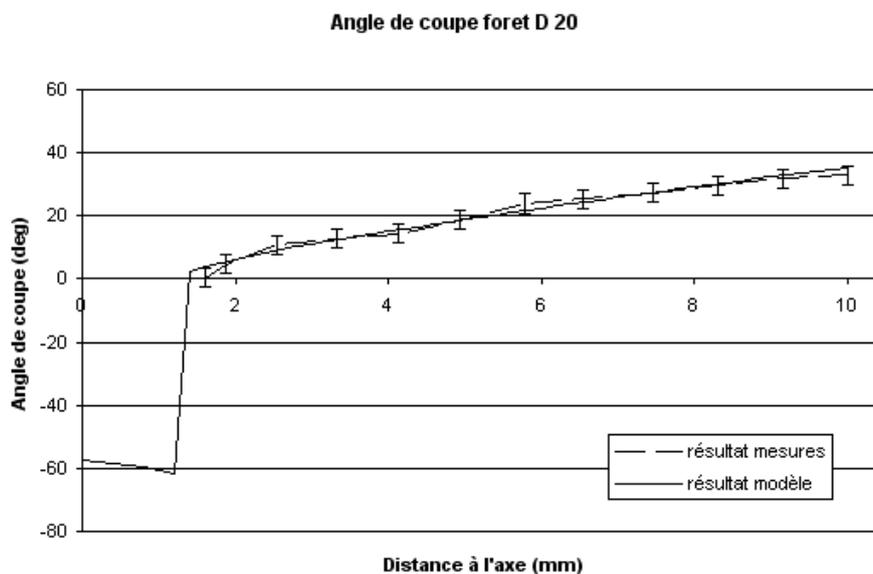
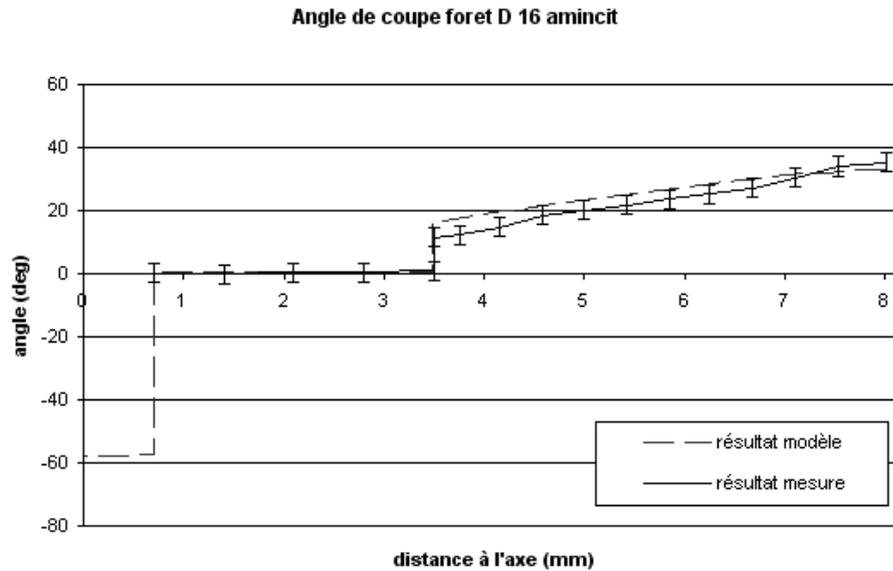


Figure II-25 : Comparaison entre les angles de coupe mesuré et calculé par le modèle pour un foret hélicoïdal de diamètre 20 mm.



**Figure II-26 : Comparaison entre les angles de coupe mesuré et calculé pour un foret de diamètre 16 mm avec amincissement d'âme.**

diamètre 16mm avec amincissement d'âme (Figure II-26). Les résultats obtenus par le modèle géométrique présentent une bonne corrélation avec les mesures effectuées pour les deux géométries de forets étudiées, la principale erreur de mesure étant liée à la rugosité des forets.

Les principales causes des écarts entre le modèle géométrique et la géométrie réelle d'un foret seront les défauts dûs à la fabrication foret pour un foret neuf et l'usure normale pour un foret ayant déjà servi. Ces défauts pourront engendrer une dissymétrie des arêtes et donc un déséquilibre des actions mécaniques lors du perçage.

#### II - 6 - Conclusion.

Le modèle géométrique de l'outil présenté dans ce chapitre et inspiré de travaux antérieurs [Kang, 1996a ; Kang, 1996b ; Chwang, 2001 ; Hsieh, 2002 ; Hsieh, 2003 ; Hsieh, 2005] permet une description mathématique d'un foret à partir de la connaissance de la finition des différentes surfaces de l'outil considéré. Cette méthode est applicable à toutes les géométries de forets monoblocs, même si elle n'est présentée que pour des cas simples.

Grâce à cette description mathématique de la géométrie du foret, il est possible de déterminer la position de tous les points de l'arête de coupe principale et de l'âme, ainsi que les différents vecteurs tangents, normaux aux surfaces. De la connaissance de ces vecteurs découle le calcul des angles d'outil nécessaires pour déterminer les actions thermomécaniques induites lors du perçage.

Le modèle inverse mis en place permet de déterminer les paramètres de fabrication d'un foret, s'ils sont inconnus. Il est alors possible de modéliser la géométrie de foret et de calculer les angles de coupe lui correspondant.

Ces angles d'outil sont connus en tout point des arêtes et même en tout point des faces de coupe et de dépouille du foret. Le calcul des angles d'outil en travail utilisés dans le modèle de coupe peut intégrer des défauts de mise en position du foret et permettre le calcul des actions de coupe. Il suffit pour cela de modifier le champ des vitesses décrivant le mouvement de l'outil par rapport à la pièce au cours de l'opération d'usinage . Les autres défauts, tels que ceux liés à l'usure, ne sont pas pris en compte dans ce modèle géométrique qui fournit une géométrie théorique de l'outil, ils pourront cependant être intégrés au modèle de coupe. Grâce à cette description de la géométrie des outils, il est possible d'appliquer un modèle de prédiction des actions thermomécaniques de coupe pour une grande variété de forets.

II - 7 - Références

[Chwang, 2001]

G. Chwang, Wang, K.-H. Fuh and B. H. Yan, "A new mathematical model for multifacet drills derived by using angle-solid model". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2001, 103-132.

[Elhachimi, 1999]

M. Elhachimi, S. Torbaty and P. Joyot, "Mechanical modelling of high speed drilling. 1: Predicting torque and thrust". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 1999, 553-568.

[Hsieh, 2002]

J. F. Hsieh and P. D. Lin, "Mathematical model of multiflute drill point". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2002, 1181-1193.

[Hsieh, 2003]

J. F. Hsieh and P. D. Lin, "Production of multifluted drills on six axis cnc tool grinding". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2003, 1117-1127.

[Hsieh, 2005]

J.-F. Hsieh, "Mathematical model for helical drill point". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2005, 967 - 977.

[Kang, 1996a]

S. K. Kang, K. F. Ehmann and C. Lin, "A cad approach to helical groove machining - 1. Mathematical model and model solution". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 1996a, 141-153.

[Kang, 1996b]

S. K. Kang, K. F. Ehmann and C. Lin, "A cad approach to helical groove machining - 2. Numerical evaluation and sensivity analysis". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 1996b, 101-117.

[Oxley, 1988]

P. L. B. Oxley, "Modelling machining processes with a view to their optimization". Robotics and Computer Integrated Manufacturing. 1988, 103-119.

[Paul, 2005]

A. Paul, S. G. Kapoor and R. E. DeVor, "Chisel edge and cutting lip shape optimization for improved twist drill point design". Machine tools and manufacture. 2005, 421-431.

[Venkatesh, 1996]

V. C. Venkatesh and W. Xue, "A study of the built-up edge in drilling with indexable coated carbide inserts". Journal of Materials Processing Technology. 1996, 379-384.

[Yang, 2002]

J. A. Yang, V. Janagathan and R. Du, "A new dynamic model for drilling and reaming processes". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2002, 299-311.



**Chapitre III - Modèle appliqué aux matériaux monolithiques.**

III - 1 - Principes de la modélisation du perçage.....	81
III - 1 - 1 - Discrétisation.....	81
III - 1 - 2 - Principe de calcul des actions thermomécaniques. ....	82
III - 1 - 2 - 1 - Calcul des déformations et vitesses de déformation. ....	83
III - 1 - 2 - 2 - Loi de comportement. ....	84
III - 1 - 2 - 3 - Calcul des températures. ....	86
III - 1 - 3 - Minimisation de la puissance. ....	88
III - 2 - Modèle de coupe.....	89
III - 2 - 1 - Description de la zone de cisaillement primaire. ....	89
III - 2 - 1 - 1 - Déformations et vitesses de déformation.....	89
III - 2 - 1 - 2 - Calcul des contraintes. ....	95
III - 2 - 1 - 3 - Calcul des températures. ....	96
III - 2 - 2 - Description de la zone de cisaillement secondaire.....	100
III - 2 - 2 - 1 - Déformations et vitesses de déformation.....	100
III - 2 - 2 - 2 - Calcul des contraintes.....	112
III - 2 - 2 - 3 - Calcul des températures.....	112
III - 2 - 3 - Equilibre du copeau.....	114
III - 2 - 4 - Description de la zone en dépouille. ....	115
III - 2 - 4 - 1 - Déformations et vitesses de déformation.....	115
III - 2 - 4 - 2 - Calcul des contraintes. ....	117
III - 2 - 4 - 3 - Calcul des températures. ....	118
III - 2 - 5 - Effort sur l'outil. ....	119
III - 2 - 6 - Détermination des variables internes. ....	119
III - 3 - Modèle appliqué à l'âme du foret. ....	120
III - 3 - 1 - Caractéristiques de l'âme. ....	120
III - 3 - 2 - Modèle d'écoulement plastique. ....	122
III - 3 - 3 - Détermination des grandeurs thermomécaniques. ....	125
III - 3 - 3 - 1 - Déformations et vitesses de déformation.....	125
III - 3 - 3 - 2 - Calcul des contraintes. ....	126
III - 3 - 3 - 3 - Calcul des températures.....	126
III - 3 - 4 - Efforts sur l'outil.....	127
III - 4 - Conclusion. ....	128
III - 5 - Références. ....	129

## Nomenclature

$r$  : distance d'un point à l'axe du foret [mm]

$dr$  : largeur d'une tranche du foret [mm]

$V_c$  : vitesse de coupe [ $\text{m}\cdot\text{min}^{-1}$ ]

$V_f$  : vitesse d'avance [ $\text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$ ]

### Zone de cisaillement primaire [ZC1]

$x_\phi, y_\phi$  : coordonnées du point  $M$  sur la trajectoire hyperbolique dans  $(O, \bar{x}_\phi, \bar{y}_\phi, \bar{z})$  [m]

$s$  : variable du paramétrage de la trajectoire hyperbolique [m]

$k$  : paramètre définissant la courbure de la trajectoire hyperbolique [ $\text{m}^2$ ]

$y_0$  : asymptote en  $s \rightarrow -\infty$  d'une trajectoire hyperbolique, dans le repère  $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  [m]

$R_{min}$  : rayon de courbure minimal de la trajectoire hyperbolique [m]

$M$  : point sur la trajectoire hyperbolique

$M'$  : point sur la trajectoire non déformée

$\overrightarrow{V_M}$  : vitesse du point  $M$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

$\overrightarrow{V_{M'}}$  : vitesse du point  $M'$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

$x_{nd}, y_{nd}$  : coordonnées du point  $M'$  dans le repère  $(O, \bar{x}_\phi, \bar{y}_\phi, \bar{z})$  [m]

$\overrightarrow{U_\phi(s)}$  : vecteur déplacement au point  $M$  dans le repère  $(O, \bar{x}_\phi, \bar{y}_\phi, \bar{z})$  [m]

$\underline{\underline{\varepsilon_\phi}}$  : tenseur des déformations exprimé dans le repère  $(O, \bar{x}_\phi, \bar{y}_\phi, \bar{z})$  [def]

$\varepsilon_{x_\phi, y_\phi}$  : cisaillement dans la directions  $x_\phi y_\phi$

$\gamma$  : angle de coupe [deg]

$\alpha$  : angle de dépouille [deg]

$\phi$  : angle de cisaillement primaire [deg]

$\overrightarrow{V_\phi(s)}$  : vitesse du point  $M$  exprimée dans le repère  $(O, \bar{x}_\phi, \bar{y}_\phi, \bar{z})$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

$\dot{\varepsilon}_{x_\phi, y_\phi}$  : vitesse de cisaillement dans la directions  $x_\phi y_\phi$  [ $\text{s}^{-1}$ ]

$X_{OA}, Y_{OA}$  : projections de l'effort sur le copeau dans la base  $(O, \bar{x}_c, \bar{y}_c, \bar{z})$  [N]

---

Zone de cisaillement secondaire (ZC2)

$x_c, y_c$  : coordonnées du point  $M$  ( $O, \bar{x}_c, \bar{y}_c, \bar{z}$ ) [m]

$V_g$  : vitesse de glissement entre l'outil et le copeau sur la face de coupe [m.s<sup>-1</sup>]

$V_{copeau}$  : vitesse du copeau en dehors de la zone de cisaillement secondaire [m.s<sup>-1</sup>]

$l_c$  : longueur de contact entre l'outil et le copeau [m]

$\delta$  : fraction du copeau cisailée [sans unité]

$h_{copeau}$  : épaisseur du copeau [m]

$\xi, \psi, \zeta$  : paramétrage adimensionnel de la ZC2 [Marinov, 2001]

$V_x$  : vitesse d'un point suivant  $\bar{x}_c$  [m.s<sup>-1</sup>]

$t$  : temps [s]

$\vec{U}_c$  : vecteur déplacement au point  $M$  dans le repère ( $O, \bar{x}_c, \bar{y}_c, \bar{z}$ ) [m]

$V_{g0}$  : vitesse de glissement à l'entrée de la zone de cisaillement secondaire [m.s<sup>-1</sup>]

$f_\xi, f_\zeta$  : fonctions définissant le champ des vitesses

$\varepsilon_{x_c, x_c}, \varepsilon_{x_c, y_c}$  : termes du tenseur des déformations dans la ZC2 [def]

$\dot{\varepsilon}_{x_c, x_c}, \dot{\varepsilon}_{x_c, y_c}$  : termes du tenseur des vitesses de déformation dans la ZC2 [s<sup>-1</sup>]

$\eta_\xi, \eta_\zeta$  : coefficients des lois puissance des fonctions  $f_\xi, f_\zeta$  [sans unité]

$\eta$  : coefficient de la loi puissance pour la pression à l'interface [sans unité]

$X_{OB}, Y_{OB}$  : projections de l'effort sur le copeau dans la base ( $O, \bar{x}_c, \bar{y}_c, \bar{z}$ ) [N]

Zone en dépouille

$x_a, y_a$  : coordonnées d'un point dans la zone en dépouille [m]

$d_m$  : épaisseur de la matière affectée par la déformation plastique [m]

$R_h$  : paramètre lié au rayon de la trajectoire hyperbolique [m]

$R_a$  : rayon d'acuité [m]

$y_{int}$  : fonction définissant la trajectoire en coordonnées cartésiennes [m]

$y_d$  : ordonnée initiale d'un point de la zone en dépouille [m]

---

$\vec{U}_a$  : déplacement en un point dans le repère  $(O, \vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z})$  [m]

$dF_{tan}$  : effort surfacique tangentiel à l'interface outil/matière [ $N.m^{-2}$ ]

$dF_{norm}$  : effort surfacique normal à l'interface outil/matière [ $N.m^{-2}$ ]

$d\dot{Q}_{fr}$  : densité surfacique de puissance de frottement [ $W.m^{-2}$ ]

$V_{o/m}$  : vitesse de glissement à l'interface outil/matière [ $m.s^{-1}$ ]

#### Lois de comportement

$\bar{\sigma}$  : contrainte généralisée [MPa]

$\bar{\varepsilon}$  : déformation généralisée [def]

$\dot{\bar{\varepsilon}}$  : vitesse de déformation généralisée [ $s^{-1}$ ]

$\dot{\varepsilon}_0$  : vitesse de déformation de référence [ $s^{-1}$ ]

$T$  : température dans le matériau [K]

$T_0$  : température initiale du matériau [K]

$T_{fusion}$  : température de fusion du matériau coupé [K]

$A, B, C$  : paramètres de la loi de Johnson Cook [MPa]

$n, m$  : paramètres de la loi de Johnson Cook [sans unité]

$A_k, B_k$  : paramètres de la loi KHL [MPa]

$C_k, n_1, n_2, m_k$  : paramètres de la loi KHL [sans unité]

$D_o^p$  : vitesse de déformation de référence de la loi KHL [ $s^{-1}$ ]

$c_1, c_2, c_5$  : coefficients de la loi Zirelli Armstrong [MPa]

$c_3, c_4$  : coefficients de la loi Zirelli Armstrong [ $K^{-1}$ ]

$\Delta\sigma'_G$  : contrainte liée aux solutés dans la loi Zirelli Armstrong [MPa]

$k \cdot l^{-1/2}$  : partie de la contrainte liée aux joints de grain [MPa]

#### Calcul de la température

$\phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{21}, \phi_{31}, \phi_{32}$  : flux de chaleur [ $W.m^{-2}$ ]

$\dot{Q}$  : puissance thermique [W]

$d\theta$  : élévation de température due à une source élémentaire [K]

$\Delta\theta$  : élévation de température due à l'ensemble des sources élémentaires [K]

$q_l$  : densité de flux thermique d'une source ponctuelle [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ]

$\lambda$  : conductibilité thermique [ $\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ ]

$a$  : diffusivité thermique [ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ]

$V$  : vitesse de déplacement de la source [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

$X, z$  : coordonnées dans le repère lié à la source de chaleur [m]

$R$  : distance d'un point à une source élémentaire de chaleur [m]

$R'$  : distance d'un point à une source image élémentaire de chaleur [m]

$l_i$  : abscisse curviligne d'une source élémentaire [m]

$\varphi$  : angle entre le plan des sources et la vitesse de déplacement des sources [deg]

$K_0$  : fonction de Bessel du deuxième type à l'ordre 0

$B$  : part du flux thermique due au cisaillement primaire passant dans le copeau [sans unité]

$B_2$  : part du flux thermique due au cisaillement secondaire passant dans le copeau [sans unité]

$w$  : largeur de la zone de coupe [m]

#### âme du foret

$r_0$  : rayon limite de la zone non coupante de l'âme [m]

$p$  : demi angle au sommet de la pointe du foret [deg]

$\psi$  : angle d'inclinaison de l'âme [Elhachimi, 1999a] [deg]

$F_{\text{indentation}}$  : effort de poussée dû à l'âme [Elhachimi, 1999a] [N]

$T_{\text{indentation}}$  : moment de coupe dû à l'âme [Elhachimi, 1999a] [N.m]

$\varepsilon$  : orientation de la ligne d'écoulement plastique [Elhachimi, 1999a] [deg]

$\alpha_{ch}$  : angle de coupe de l'âme [Elhachimi, 1999a] [deg]

$K_s$  : limite élastique du matériau coupé [Elhachimi, 1999a] [MPa]

$M_i, M_{i-1}$  : points sur un trajet de déformation

$M_{Ri}$  : position théorique d'un point sur le trajet de déformation

$dU$  : déplacement élémentaire [m]

$k_1, k_2$  : constantes définissant le trajet de déformation [sans unité]

$d_{m1}, d_{m2}$  : profondeur des zones affectées par la déformation plastique [mm]

$dP_{méca}$  : densité de puissance mécanique de déformation [ $\text{W.m}^{-2}$ ]

$dF_{fr}$  : effort surfacique élémentaire de frottement [ $\text{N.m}^{-2}$ ]

$dF_{pres}$  : effort surfacique élémentaire de pression sur l'interface outil/matière [ $\text{N.m}^{-2}$ ]

### Repères

$(O, \vec{x}_\phi, \vec{y}_\phi, \vec{z})$  : repère lié au plan de cisaillement primaire

$(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  : repère lié à la vitesse de la pointe de l'outil

$(O, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z})$  : repère lié à la zone de cisaillement secondaire

$(O_a, \vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z})$  : repère lié à la zone en dépouille

$(O, \vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)$  : repère lié au foret

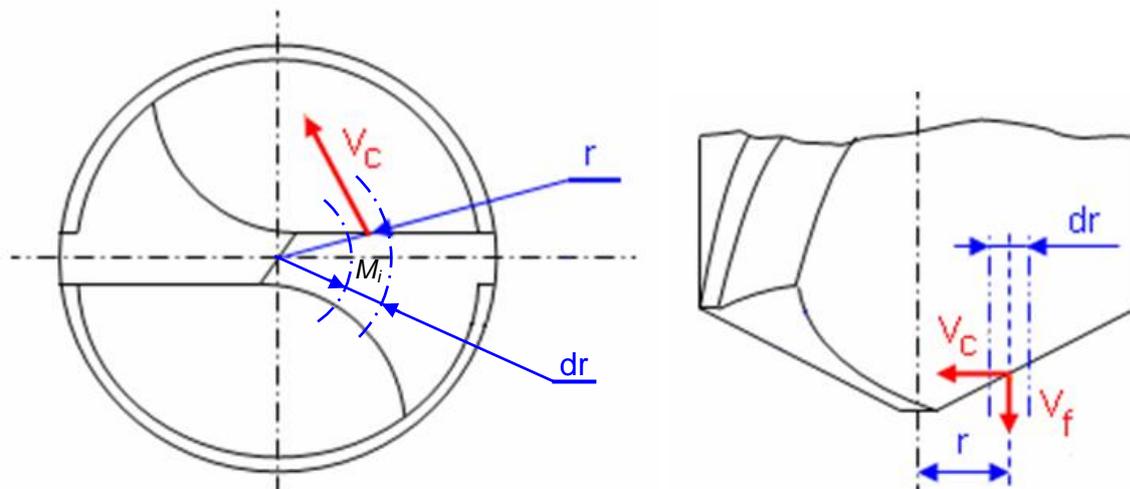
$(M, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$  : repère local, lié à l'interface outil/matière pour l'âme

Préambule : Ce chapitre concerne la modélisation des phénomènes ayant lieu lors de la coupe de matériaux monolithiques. Nous nous intéresserons donc au cas de matériaux homogènes et isotropes ayant un comportement viscoplastique. Les principes de la modélisation seront donc transposables aux matériaux métalliques.

### III - 1 - Principes de la modélisation du perçage.

#### III - 1 - 1 - Discrétisation.

La géométrie du foret décrite au chapitre précédent met en avant de grandes différences de conditions de coupe entre les différentes arêtes du foret et à l'intérieur même de ces zones : les angles de coupe évoluent tout au long des différentes arêtes et la vitesse de coupe décroît à mesure que l'on se rapproche de l'axe de rotation de l'outil. Ces grandes variations des conditions de coupe nuisent à l'adaptation directe d'un modèle de coupe classique (orthogonal ou oblique) à l'ensemble du foret. Les différentes arêtes seront donc traitées séparément et elles seront discrétisées de façon à appliquer des modèles simples aux tranches ainsi isolées.



**Figure III-1 : discrétisation du foret.**

Un élément ou tranche du foret sera repéré par sa distance moyenne à l'axe du foret, notée  $r$  et sa largeur notée  $dr$  (Figure III-1). Les conditions de coupe considérées pour un élément seront les angles et vitesses de coupe calculés au point moyen de la tranche ( $M_i$ ). Par hypothèse, les tranches sont supposées ne pas avoir d'interaction thermique ou mécanique entre elles. Cependant, nous vérifierons qu'il n'y a pas d'importantes discontinuités sur l'évolution des valeurs des températures et des efforts le long des différentes arêtes du foret.

En fonction de la position de l'élément, définie par la distance à l'axe du point moyen de

l'élément, les conditions de l'enlèvement de matière seront différentes, car la géométrie et la vitesse du point moyen seront différentes. Le modèle géométrique permet de montrer et de calculer les évolutions des angles d'outil le long des arêtes et la vitesse du point est le résultat de la composition des mouvements d'avance et de coupe du foret. La vitesse de coupe, liée au mouvement de coupe est directement proportionnelle à la distance du point à l'axe de rotation du foret. A mesure que l'élément s'approche de l'axe, la norme du vecteur vitesse diminue et sa direction devient parallèle à l'axe qui porte le mouvement d'avance.

Ces variations des conditions d'enlèvement de matière obligent à utiliser deux modèles différents servant à représenter deux phénomènes différents. Sur l'arête principale, à l'extérieur du foret, la vitesse de coupe est grande et l'angle de coupe très positif ; la matière y est donc détachée de la pièce par formation d'un copeau et le modèle de coupe sera utilisé pour représenter ce phénomène. Quand l'élément de calcul se rapproche de l'axe de rotation du foret, la vitesse de coupe devient trop faible et l'angle de coupe trop négatif. Dans ce cas, qui correspond à l'arête de l'âme du foret, par hypothèse, la matière est supposée ne plus être coupée, mais s'écouler le long des surfaces de la pointe. Dans la partie centrale de l'âme du foret, l'angle de dépouille devient négatif et il y a donc talonnage ; la matière s'écoule plastiquement le long de la face en dépouille et plus uniquement le long de la face de coupe. Le phénomène ayant lieu dans cette zone peut être assimilé à de l'indentation et peut être comparé à ce que subit la matière lors d'une opération d'extrusion.

#### III - 1 - 2 - Principe de calcul des actions thermomécaniques.

Le but de cette modélisation du perçage est de déterminer le torseur des actions mécaniques appliquées sur l'outil ainsi que la température dans la matière ou l'outil. Même si les phénomènes dans les deux zones de coupe sont différents, les modèles utilisés pour les représenter utilisent des structures similaires.

Le calcul des actions mécaniques nécessite de connaître le champ des contraintes aux interfaces entre l'outil et la matière dans les différents éléments de la discrétisation. La contrainte en un point donné est déterminée en utilisant une loi de comportement, ce qui nécessite de connaître la déformation ( $\varepsilon$ ), la vitesse de déformation ( $\dot{\varepsilon}$ ) et la température ( $T$ ) au point considéré. La détermination des températures se fait à partir des différents flux thermiques passant dans la pièce, l'outil et le copeau. Les flux thermiques sont obtenus en

faisant l'hypothèse que l'ensemble de la puissance mécanique est transformée en puissance thermique [Cahuc, 2001]. Cette puissance s'exprime sous la forme :

$$P_{mécanique} = P_{thermique} = \iiint_{M \in \text{Système}} \sigma(M) \cdot \dot{\varepsilon}(M) dv(M) \quad (3.1)$$

Le calcul de la température nécessite alors la connaissance de la contrainte et de la vitesse de déformation. Le comportement des matériaux monolithiques est fortement influencé par les conditions de température et il existe une forte interdépendance entre la contrainte et la température. Il est alors nécessaire de commencer par déterminer les déformations et vitesses de déformation en chaque point.

### III - 1 - 2 - 1 - Calcul des déformations et vitesses de déformation.

La construction du modèle commence par des hypothèses sur l'écoulement de la matière qui est représenté par le champ des vitesses à l'intérieur de la matière et les trajectoires correspondantes. Nous déterminons le déplacement de la matière ( $\overline{U}$ ) en chaque point des trajectoires. Ce déplacement correspond à la différence entre la position d'un point sur la trajectoire d'écoulement ( $M$ , voir exemple pour le cas du cisaillement primaire, Figure III-5, page 91) et la position, au même instant, du point correspondant sur la trajectoire non déformée ( $M'$ ). La trajectoire non déformée correspond au mouvement de la pièce par rapport à l'outil : composition des mouvements de coupe et d'avance. Le vecteur déplacement s'écrit alors :

$$\overline{U} = \overline{OM} - \overline{OM}' = \overline{MM}' \quad (3.2)$$

Le tenseur des déformations peut alors être déterminé à partir du champ des déplacements, en appliquant l'opérateur de dérivation spatiale correspondant à la définition classique de la déformation :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \cdot \left( \overline{grad}(\overline{U}) - \overline{grad}(\overline{U})^T \right) \quad (3.3)$$

où  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  est la déformation et  $\overline{grad}$ , l'opérateur de dérivation spatiale. Cette définition peut aussi être écrite sous forme indicielle, dans un repère choisi :

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{d(\overline{U} \cdot \vec{e}_j)}{dx_i} - \frac{d(\overline{U} \cdot \vec{e}_i)}{dx_j} \right) ; \quad i, j \in \{1, 2, 3\} \quad (3.4)$$

où  $\varepsilon_{i,j}$  est un terme du tenseur des déformations,  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  sont les vecteurs du repère

---

choisi et  $(x_1, x_2, x_3)$  les coordonnées d'espace correspondantes.

Du fait des grandes déformations subies par la matière, l'hypothèse simplificatrice des petites déformations et petits déplacements n'est pas applicable. Cette hypothèse qui permet de déterminer la vitesse de déformation comme étant la dérivée temporelle de la déformation ne sera donc pas utilisée. Le tenseur des vitesses de déformation est alors obtenu par dérivation spatiale du champ des vitesses ( $\bar{V}$ ). L'opérateur utilisé est le même que pour le calcul des déformations. La vitesse de déformation s'écrit alors :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} = \frac{1}{2} \cdot \left( \overline{\text{grad}}(\bar{V}) - \overline{\text{grad}}(\bar{V})^T \right) \quad (3.5)$$

et sous forme indicielle :

$$\dot{\varepsilon}_{i,j} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{d(\bar{V} \cdot \bar{e}_j)}{dx_i} - \frac{d(\bar{V} \cdot \bar{e}_i)}{dx_j} \right) ; \quad i, j \in \{1, 2, 3\} \quad (3.6)$$

### III - 1 - 2 - 2 -Loi de comportement.

La représentation du comportement du matériau usiné permettant de calculer la contrainte d'écoulement plastique doit tenir compte de l'influence de trois grandeurs : la déformation, la vitesse de déformation et la température au point considéré. Ces trois grandeurs prennent des valeurs extrêmes lors de la formation du copeau. La loi de comportement devra donc représenter correctement le comportement thermo viscoplastique du matériau sur ces très larges plages de variation. Plusieurs lois de comportement, utilisées pour des applications de modélisation de la coupe, sont présentées dans les paragraphes suivants. Les résultats donnés par le modèle en utilisant ces différentes lois seront commentés dans le chapitre IV.

#### III - 1 - 2 - 2 - 1 Loi de JOHNSON COOK

La loi de JOHNSON COOK [Rule, 1998] est une loi couramment utilisée pour la modélisation de la coupe, notamment dans une évolution du modèle d'OXLEY. Elle permet de déterminer la contrainte d'écoulement plastique d'un matériau monolithique en tenant compte de la déformation, de la vitesse de déformation et de la température dans le matériau. Cette loi s'écrit sous la forme :

$$\bar{\sigma} = (A + B\bar{\varepsilon}^n) \cdot \left[ 1 - C \ln \left( \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0} \right) \right] \cdot \left[ 1 - \left( \frac{T - T_0}{T_{fusion} - T_0} \right)^m \right] \quad (3.7)$$

Dans cette équation,  $\bar{\sigma}$  représente la contrainte généralisée, la forme utilisée étant celle de Von Mises (équation (3.8));  $\bar{\varepsilon}$  et  $\dot{\bar{\varepsilon}}$  sont effectivement les déformations et vitesses de déformation généralisées ;  $\dot{\bar{\varepsilon}}_0$  est une valeur de référence servant à adimensionner la vitesse de déformation ;  $T$  est la température au sein de la matière ;  $T_{fusion}$  correspond à la température de fusion du matériau étudié et  $T_0$  est la température ambiante ou température initiale du matériau. La fonction utilisée pour passer d'une grandeur tensorielle à la grandeur généralisée s'écrit, pour l'exemple de la déformation :

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{3} trace(\underline{\underline{\varepsilon}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}})} \quad (3.8)$$

Cette loi nécessite de connaître cinq constantes liées au matériau :  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $n$ ,  $m$ . La loi de JOHNSON COOK étant couramment utilisée, ces paramètres ont déjà été déterminés pour différents aciers, alliages d'aluminium et alliages de titane [Shalta, 2001 ; Ozel, 2004].

### III - 1 - 2 - 2 - 2 Loi de KHAN, HUANG et LIANG (KHL)

La loi de comportement proposée par KHAN et al. [Khan, 1999] possède une formulation proche de celle de Johnson Cook, mais cherche à mieux représenter l'influence de la vitesse de déformation et le couplage entre déformation et vitesse de déformation :

$$\bar{\sigma} = \left[ A_k + B_k \left( 1 - \frac{\ln\left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0}\right)}{\ln\left(\frac{D_0^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0}\right)} \right)^{n_1} \bar{\varepsilon}^{n_0} \right] \cdot \left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0}\right)^{C_k} \cdot \left[ 1 - \left(\frac{T - T_0}{T_{melt} - T_0}\right)^{m_k} \right] \quad (3.9)$$

avec  $\bar{\sigma}$  la contrainte généralisée ;  $\bar{\varepsilon}$  et  $\dot{\bar{\varepsilon}}$  sont la déformation et la vitesse de déformation généralisées.  $\dot{\bar{\varepsilon}}_0$  et  $D_0^p$  sont des vitesses de déformations indépendantes du matériau, choisies arbitrairement et valant  $1 \text{ m.s}^{-1}$  et  $10^6 \text{ m.s}^{-1}$ . Cette loi nécessite de connaître 6 constantes liées au matériau :  $A_k$ ,  $B_k$ ,  $C$ ,  $n_0$ ,  $n_1$ ,  $m_k$  déterminées expérimentalement. Mais contrairement à la loi de JOHNSON COOK, il n'existe, dans la littérature, que très peu de données établies même pour des matériaux courants. Cette loi de comportement est très proche de celle de JOHNSON COOK et donne des résultats similaires [Meyer, 2005].

### III - 1 - 2 - 2 - 3 Loi de ZIRELLI et ARMSTRONG

A partir de considérations sur la mécanique des dislocations, ZIRELLI et ARMSTRONG [Zirelli, 1986] ont construit une loi d'écoulement plastique pour les matériaux à structure

cubique face centrée ou cubique centré. Ce modèle utilise l'expression de l'énergie d'activation des dislocations. Cette méthode permet de prendre en compte les influences couplées de la température et de la vitesse de déformation. La contrainte généralisée est exprimée comme une fonction de la déformation généralisée, de la vitesse de déformation généralisée et de la température du matériau en utilisant l'équation (3.10) pour le cas d'une structure cubique centré et en utilisant l'équation (3.11) pour une structure cubique face centrée :

$$\bar{\sigma} = \Delta\sigma'_G + c_1 \cdot \exp \left[ -c_3 \cdot T + c_4 \cdot T \cdot \ln \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0} \right) \right] + c_5 \cdot \bar{\epsilon}^n + k \cdot l^{-1/2} \quad (3.10)$$

$$\bar{\sigma} = \Delta\sigma'_G + c_2 \bar{\epsilon}^{1/2} \cdot \exp \left[ -c_3 \cdot T + c_4 \cdot T \cdot \ln \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0} \right) \right] + k \cdot l^{-1/2} \quad (3.11)$$

avec  $\Delta\sigma'_G$  représentant l'influence du soluté et le terme  $k \cdot l^{-1/2}$  les concentrations de contrainte dans les joints de grain,  $l$  étant le diamètre moyen d'un grain et  $k$  une intensité de contrainte au niveau des joints de grain.  $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$  et  $n$  sont des constantes dépendantes du matériau. Parmi ces valeurs, seule la dimension moyenne des grains peut être mesurée directement, à partir d'observations microscopiques, les autres doivent être déterminées expérimentalement.

Cette formulation, moins empirique que les deux précédentes, est basée sur des considérations de mécanique de la dislocation. Cependant, elle nécessite la connaissance de grandeurs liées à la structure micrographique du métal étudié. Egalement, les constantes de cette loi n'ont pas été déterminées pour de nombreux matériaux, contrairement à la loi de JOHNSON et COOK.

### III - 1 - 2 - 3 -Calcul des températures.

Le processus de coupe étant un phénomène irréversible (donc entropique), la puissance mécanique produite par les déformations plastiques dans les différentes zones doit s'évacuer sous forme thermique. La puissance mécanique est alors transformée, quasiment intégralement, en puissance thermique, créant des flux de chaleur à l'origine des augmentations de température dans la pièce, le copeau et l'outil. Du fait des vitesses de transformation rapides, le système est supposé adiabatique [Puigsegur, 2002] (Figure III-2). En conséquence, toute la puissance mécanique de déformation plastique est supposée se transformer en puissance thermique [Cahuc, 2001] et se dissiper dans le copeau, la pièce et

---

l'outil, sans échange avec le milieu extérieur (milieu ambiant) :

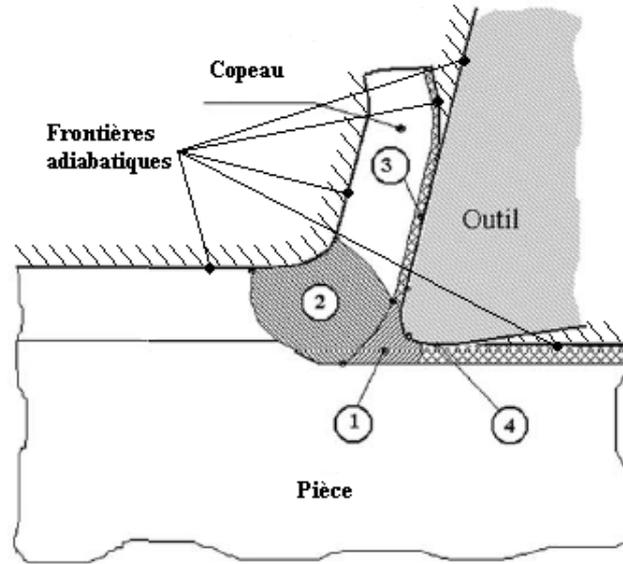


Figure III-2 : Frontières du système thermique étudié.

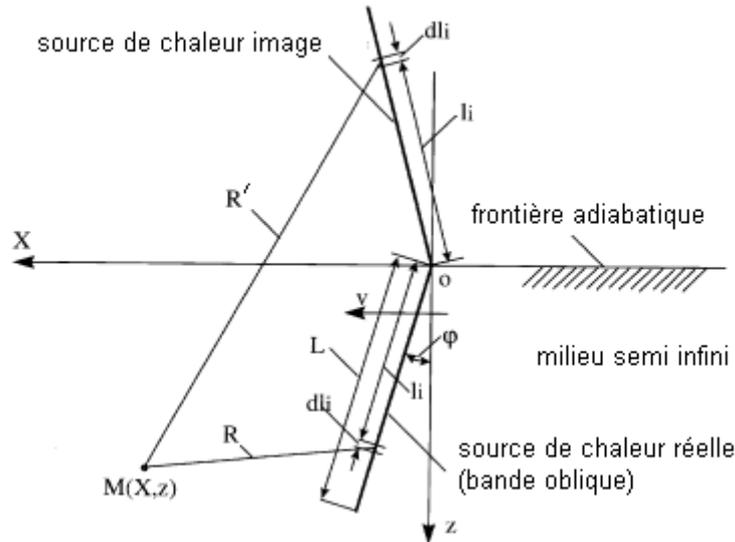
$$P_{mécanique} = P_{thermique} = \iiint_{M \in \text{Système}} \sigma(M) \cdot \dot{\epsilon}(M) dv(M) \quad (3.12)$$

La contrainte étant dépendante de la température et calculée en tout point du matériau, il est nécessaire que la variation de température soit définie pour chaque point des zones étudiées. De nombreux modèles calculent la température moyenne au niveau des interfaces : plan de cisaillement primaire et face de coupe pour le cisaillement secondaire. KOMANDURI et HOU [Komanduri, 2000 ; Komanduri, 2001a ; Komanduri, 2001b] proposent un modèle permettant de déterminer la température en tout point de la pièce, du copeau et de l'outil.

L'augmentation de température due à une source est alors calculée en considérant chaque source de chaleur comme un ensemble de sources linéaires (orthogonales au plan de calcul) qui contribuent à l'augmentation de température de chaque point de l'espace. Dans ce cas, la contribution d'une source élémentaire se déplaçant dans un milieu infini s'écrit :

$$d\theta(M) = \frac{q_l}{2\pi\lambda} \cdot e^{-\frac{X \cdot V}{2a}} \cdot K_0\left(\frac{R \cdot V}{2a}\right) \quad (3.13)$$

où  $V$  désigne la vitesse de déplacement de la source,  $R$  la distance entre la source et le point  $M$  et  $X$  la projection de cette distance dans la direction du mouvement.  $\lambda$  représente la conductivité thermique du matériau,  $a$  sa diffusivité thermique et  $q_l$  est la quantité de chaleur produite par la source élémentaire.



**Figure III-3 : Paramétrage pour le cas d'une source de chaleur oblique dans un milieu semi infini**

Les élévations de température dues aux différentes zones de déformations mécaniques sont alors déterminées séparément en utilisant les hypothèses présentées ci-dessus. Les sources de chaleur "images" permettent de calculer l'élévation de température dans un milieu semi infini. Elles sont le symétrique de la source réelle par rapport à la limite du milieu représenté comme une frontière adiabatique. L'élévation de température en un point est alors la somme des élévations de températures (éq. (3.13)) dues à toutes les sources élémentaires de la source réelle et de son image (cf. Figure III-3) :

$$\Delta\theta(M) = \int \frac{q_l}{2\pi\lambda} \cdot e^{-\frac{X \cdot V}{2a}} \cdot \left[ K_0 \left( \frac{R \cdot V}{2a} \right) + K_0 \left( \frac{R' \cdot V}{2a} \right) \right] \cdot dl_i \quad (3.14)$$

avec  $R$  la distance entre le point  $M$  et le point considéré de la source réelle ;  $R'$  la distance entre le point  $M$  et le point considéré de la source image (symétrique de la source réelle).

Ces principes de calcul seront appliqués à chacune des différentes zones du modèle, en tenant compte de leurs particularités.

### III - 1 - 3 - Minimisation de la puissance.

La minimisation des puissances produites dans les différentes zones étudiées est effectuée de manière indépendante. Cependant, le cisaillement primaire aura une influence sur la zone de cisaillement secondaire et sur la zone en dépouille car le flux thermique, produit par la

déformation du matériau dans cette zone, augmente la température du matériau avant l'entrée dans les autres zones. L'augmentation de température induite par le flux thermique influe sur la contrainte d'écoulement plastique qui intervient dans le calcul des puissances dans les zones de cisaillement secondaire et en dépouille.

Le critère de fonctionnement à puissance minimale dans la zone de cisaillement primaire permet de déterminer la valeur optimale d'une variable interne pour chacune des zones. Dans la théorie de Merchant [Merchant, 1945], c'est la valeur de l'angle de cisaillement qui est déterminée grâce à cette méthode.

### III - 2 - Modèle de coupe.

Comme pour le modèle de Toulouse [Toulouse, 1998] présenté dans le paragraphe I-3-5-2-2, le modèle de calcul des actions thermomécaniques de coupe, développé ici, tient compte de trois des zones présentées Figure I-10. Seule la zone morte, qui est supposée générer peu d'effort, sera négligée. A partir des descriptions des champs de déformation et des vitesses de déformation dans les différentes zones, une loi de comportement représentant le matériau usiné est utilisée afin de déterminer les contraintes. Les variations de température sont alors déduites de la dissipation de la puissance mécanique supposée dégradée en puissance calorifique [Cahuc, 2001].

Comme pour les différentes modélisations présentées précédemment, deux zones de déformations sont distinguées pour modéliser le processus de formation du copeau : la zone de cisaillement primaire dans laquelle une partie du matériau est détachée de la pièce et devient le copeau ; la zone de déformation secondaire, qui permet de modéliser le contact entre le copeau et la face de coupe de l'outil. La troisième zone considérée, appelée la zone en dépouille ne contribue pas à la formation du copeau, mais sert à modéliser l'influence de la partie de la matière qui passe sous l'outil. La description des déformations et vitesses de déformation, utilisée pour les modèles présentés précédemment, se fait dans le plan contenant la vitesse de coupe et la vitesse d'avance.

#### III - 2 - 1 - Description de la zone de cisaillement primaire.

##### III - 2 - 1 - 1 - Déformations et vitesses de déformation

La description des déformations et des vitesses de déformation utilisée pour la zone de

---

cisaillement primaire est issue des travaux de Tay et Oxley [Tay, 1974 ; Oxley, 1988]. Un élément de matière passant de la pièce au copeau est donc supposé suivre une trajectoire hyperbolique (Figure III-4) et la composante de la vitesse parallèlement au plan de cisaillement est, par hypothèse, constante tout au long de la trajectoire de l'élément de matière. Pour déterminer les contraintes, les définitions complètes des déformations et vitesses de déformations seront conservées. La zone de cisaillement primaire ne sera donc pas limitée à entre deux plans parallèles au plan de cisaillement primaire, mais l'épaisseur de la zone de cisaillement primaire définie par Oxley [Oxley, 1988] pourra être reliée à la courbure minimum de l'hyperbole.

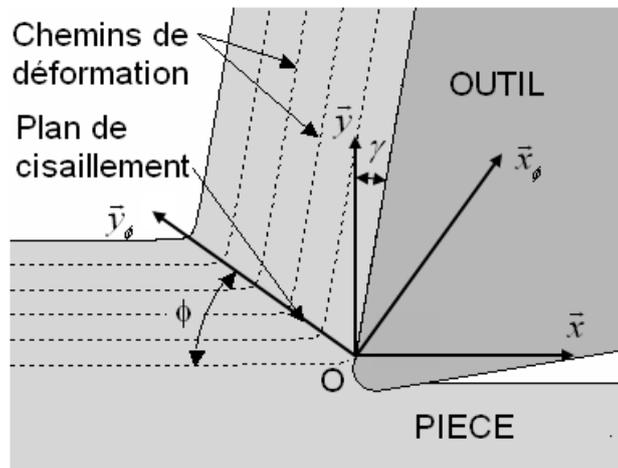


Figure III-4 : Trajectoires et repères de calcul.

Afin de simplifier les calculs qui vont être développés dans ce paragraphe, l'hyperbole est mise en équation dans le repère lié au plan de cisaillement, Figure III-4, noté  $(O, \bar{x}_\phi, \bar{y}_\phi)$ . Dans ce repère, les équations paramétriques s'écrivent :

$$\begin{aligned} x_\phi(s) &= s \cdot \cos(\phi - \gamma) - \frac{k \cdot \sin(\phi)}{s} \\ y_\phi(s) &= s \cdot \sin(\phi - \gamma) + \frac{y_0}{\sin(\phi)} + \frac{k \cdot \cos(\phi)}{s} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Dans ces équations, la demi hyperbole est décrite quand le paramètre  $s$  varie entre 0 et  $+\infty$ . La variable  $k$  est liée au rayon de courbure minimum de l'hyperbole et la variable  $y_0$  place la trajectoire dans l'épaisseur du copeau. Le rayon de courbure minimum de l'hyperbole est déterminé par :

$$R_{\min} = \frac{\sqrt{2 \cdot k} \cdot (1 + \sin(\gamma))^{3/2}}{\cos(\gamma)} \quad (3.16)$$

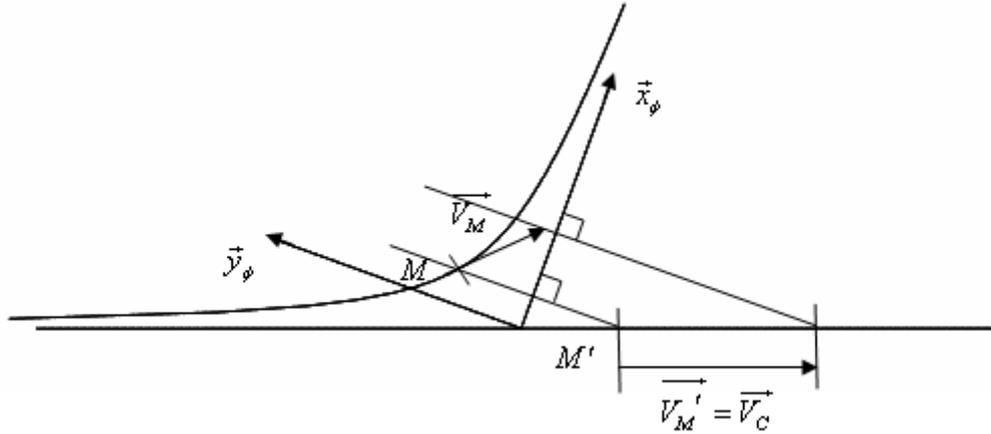


Figure III-5 : Trajectoires déformée et non déformée et projection des vitesses.

Ce rayon de courbure minimum est lié à l'épaisseur du cisaillement primaire définie par Oxley [Oxley, 1988].

Le calcul des déformations nécessite de connaître les déplacements. Pour les déterminer, il faut évaluer pour chaque point sa position déformée et sa position non déformée. L'ensemble des positions déformées est donné par les équations paramétriques (3.15). Les positions non déformées sont portées par les droites  $y=y_0$  correspondant aux asymptotes des hyperboles en  $s=0$ . La correspondance entre la position déformée et la position non déformée est issue de l'hypothèse sur les vitesses proposée par Oxley [Oxley, 1988]. Pour les trajectoires déformées (hyperbole Figure III-5), la projection de la vitesse perpendiculairement au plan de cisaillement est constante (Figure III-5). Pour les trajectoires non déformées, la vitesse est constante et égale à la vitesse de coupe :

$$\begin{aligned} \overline{V_M} \cdot \vec{x}_\phi &= cste \\ \overline{V_{M'}} &= \overline{V_C} \end{aligned} \quad (3.17)$$

où  $V_M$  est la vitesse du point  $M$  sur la trajectoire déformée, et  $V_{M'}$  la vitesse en  $M'$ , correspondant à la position non déformée du point  $M$ .  $\overline{V_{M'}}$  étant constante, sa projection sur la direction  $\vec{x}_\phi$  l'est aussi. Quand le paramètre  $s$  tend vers zéro, les positions déformées et non déformées se rejoignent également ; les vitesses sur les trajectoires déformées et non déformées tendent alors à être égales. En conséquence, pour tout couple de points  $M$  et  $M'$  il y a égalité de la projection de la vitesse sur la direction  $\vec{x}_\phi$  :

$$\overline{V_M} \cdot \vec{x}_\phi = \overline{V_{M'}} \cdot \vec{x}_\phi \quad (3.18)$$

Ceci revient à dire qu'à chaque instant, tout point déformé possède la même coordonnée

sur l'axe  $(O, \bar{x}_\phi)$  que le point non déformé correspondant. Les équations du faisceau des droites représentant les trajectoires non déformées peuvent alors s'écrire en fonction du paramètre  $s$  et dans le repère  $(O, \bar{x}_\phi, \bar{y}_\phi)$  sous la forme :

$$\begin{aligned} x_{nd}(s) &= s \cdot \cos(\phi - \gamma) - \frac{k \cdot \sin(\phi)}{s} \\ y_{nd}(s) &= \cotan(\phi) \cdot \left( s \cdot \cos(\phi - \gamma) - \frac{k \cdot \sin(\phi)}{s} \right) + \frac{y_0}{\sin(\phi)} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Le vecteur déplacement peut alors être exprimé, en fonction du paramètre  $s$ , comme la différence entre la position déformée et la position non déformée. Dans le repère lié au plan de cisaillement primaire, ce vecteur s'écrit :

$$\overline{U}_\phi(s) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{s \cdot \cos(\gamma)}{\sin(\phi)} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Le champs des déformations est ensuite déduit par dérivation spatiale du champ des déplacements en utilisant l'équation (3.3). Après dérivation du champ des déplacements en fonction des coordonnées d'espace (cf. détails des calculs en annexe A), la seule composante du tenseur des déformations non nulle est la composante de cisaillement :

$$\varepsilon_{x_\phi, y_\phi} = \frac{\cos(\gamma) \cdot \left( x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)} \right)}{4 \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi) \cdot \sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)}} \quad (3.21)$$

Dans le plan de cisaillement, en  $x_\phi = 0$ , la déformation a pour valeur la moitié de la déformation totale, quand  $x_\phi \rightarrow \infty$ , et ces valeurs correspondent bien à celles utilisées par OXLEY [Oxley, 1988] :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x_\phi, y_\phi} (x_\phi = 0) &= \frac{\cos(\gamma)}{4 \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\phi - \gamma)} \\ \varepsilon_{x_\phi, y_\phi} (x_\phi \rightarrow +\infty) &= \frac{\cos(\gamma)}{2 \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\phi - \gamma)} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Le déplacement devenant infini pour  $s \rightarrow \infty$ , il n'est plus possible de faire l'hypothèse des petits déplacements et la vitesse de déformation ne peut être déduite de la déformation par dérivation. Le calcul se fait donc à partir du champ des vitesses qui sera dérivé de la même façon que le champ des déplacements (cf. équation (3.5)).

Le champ des vitesses est construit à partir des trajectoires hyperboliques : la direction du

vecteur vitesse est donnée par la tangente. La norme est déterminée grâce à l'hypothèse de vitesse constante orthogonalement au plan de cisaillement :

$$\overline{V_\phi(s)} = V_c \cdot \sin(\phi) \cdot \left( \bar{x}_\phi + \frac{\sin(\phi - \gamma) \cdot s^2 - k \cdot \cos(\phi)}{\cos(\phi - \gamma) \cdot s^2 + k \cdot \sin(\phi)} \cdot \bar{y}_\phi \right) \quad (3.23)$$

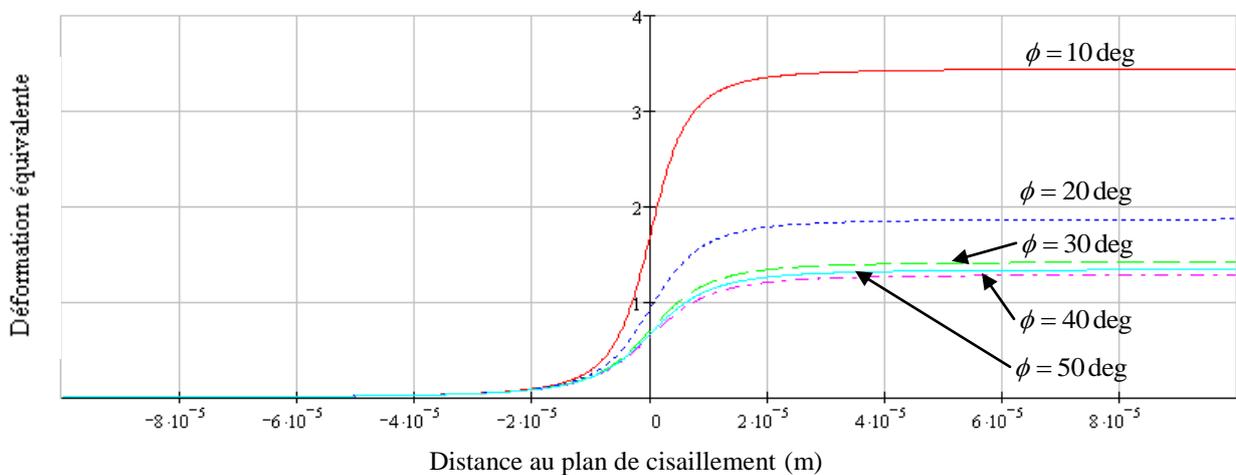
L'application de l'équation (3.5) à ce champ vectoriel permet d'exprimer la vitesse de cisaillement, seule composante non nulle du tenseur des vitesses de déformation dans le repère lié au plan de cisaillement :

$$\dot{\epsilon}_{x_\phi, y_\phi} = \frac{8kV_c \sin(\phi) \cos(\gamma) \cdot \left( x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4k \cos(\phi - \gamma) \sin(\phi)} \right)^2}{\sqrt{x_\phi^2 + 4k \cos(\phi - \gamma) \sin(\phi)} \cdot \left[ \left( x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4k \cos(\phi - \gamma) \sin(\phi)} \right)^2 + 4k \cos(\phi - \gamma) \sin(\phi) \right]} \quad (3.24)$$

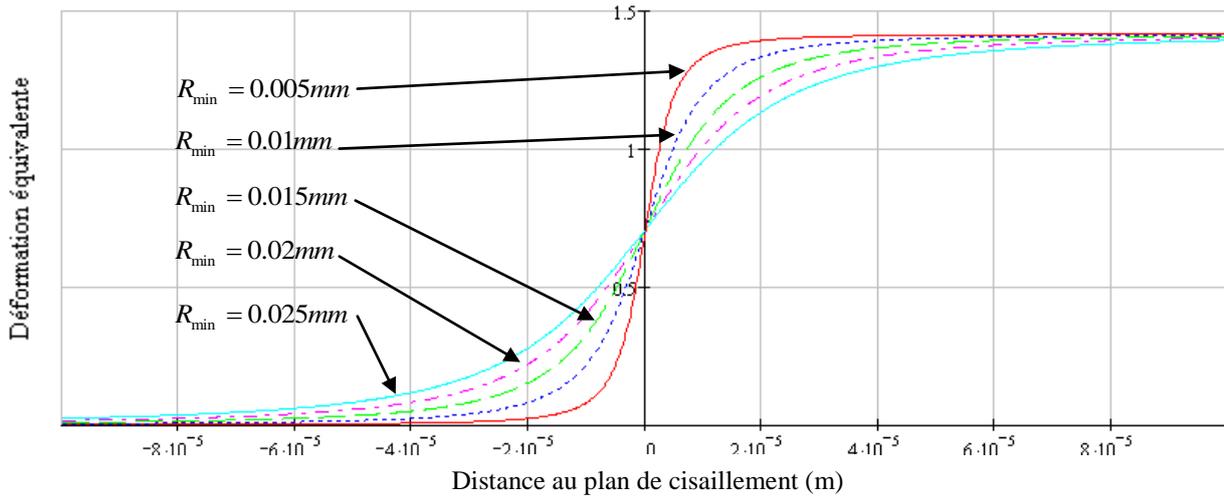
Le maximum de la vitesse de cisaillement est bien obtenu au passage du plan de cisaillement, pour  $x_\phi = 0$  :

$$\dot{\epsilon}_{x_\phi, y_\phi} (x_\phi = 0) = \frac{V_c \cos(\gamma) \sqrt{4k \sin(\phi)}}{\sqrt{\cos(\phi - \gamma)}} \quad (3.25)$$

Les évolutions de la déformation et de la vitesse de déformation équivalentes en fonction de la distance au plan de cisaillement sont présentées Figure III-6 à Figure III-9. La déformation et la vitesse de déformation dans le plan de cisaillement possèdent des minima en fonction de l'angle de cisaillement. Pour le cas présenté, ce minimum se situe autour de 40 degrés pour la déformation et de 20 degrés pour la vitesse de déformation. La présence de ces deux minima liés à l'angle de cisaillement montre qu'un minimum existera aussi pour la contrainte, ainsi que pour l'énergie et la puissance de déformation.

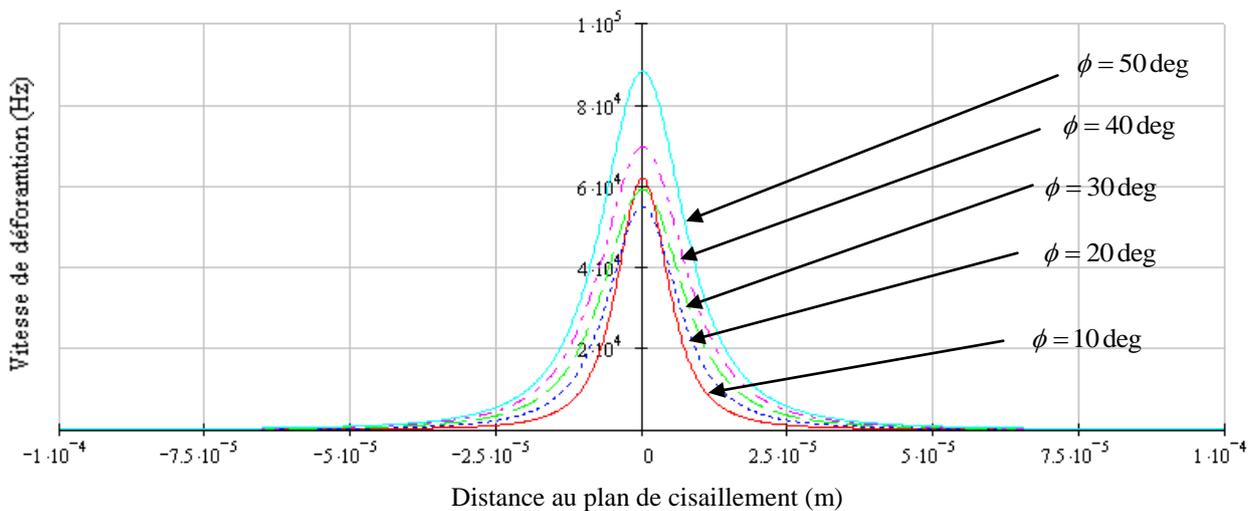


**Figure III-6 : Déformation en fonction de la distance au plan de cisaillement primaire pour différentes valeurs de l'angle de cisaillement.  $\gamma = -6$ deg ;  $V_c = 80$  m/min ;  $R_{min} = 0.01$  mm.**

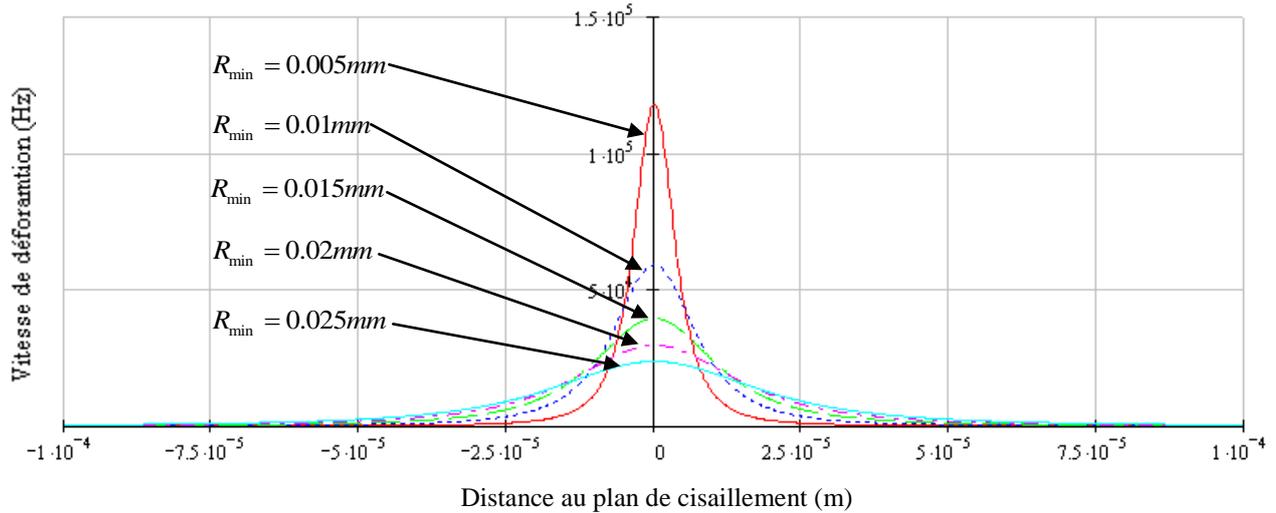


**Figure III-7 : Déformation en fonction de la distance au plan de cisaillement pour différentes valeurs du rayon de courbure minimal de l'hyperbole.  $\gamma = -6\text{deg}$  ;  $V_c = 80\text{ m/min}$  ;  $\phi = 30\text{ deg}$ .**

La variation du rayon de courbure minimum des hyperboles ne fait varier ni la valeur de la déformation dans le plan de cisaillement, ni la valeur de la déformation finale. Cependant, le maximum de la vitesse de déformation dépend de la courbure de l'hyperbole, ce qui influencera la contrainte d'écoulement et la puissance dissipée. Le rayon de courbure minimum est directement lié à la largeur de la zone affectée par la déformation. Deux phénomènes antagonistes influencent alors la valeur de la puissance ou de l'énergie de déformation et sont à l'origine d'extremums : la diminution du rayon de courbure minimum tend à augmenter le maximum de vitesse de déformation et donc la puissance de déformation, mais il diminue la largeur de la zone affectée, ce qui tend à faire diminuer la puissance de déformation totale.



**Figure III-8 : Vitesse de déformation en fonction de la distance au plan de cisaillement pour différentes valeurs de l'angle de cisaillement.  $\gamma = -6\text{deg}$  ;  $V_c = 80\text{ m/min}$  ;  $R_{min} = 0.01\text{ mm}$ .**



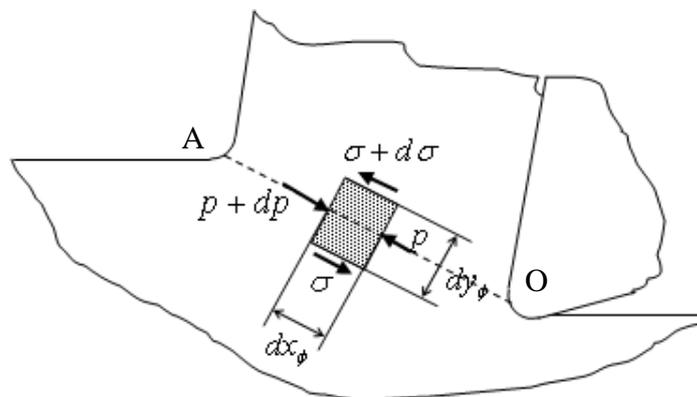
**Figure III-9 : Vitesse de déformation en fonction de la distance au plan de cisaillement pour différentes valeurs du rayon de courbure minimal de l'hyperbole  $\gamma = -6\text{deg}$  ;  $Vc = 80 \text{ m/min}$  ;  $\phi = 30 \text{ deg}$ .**

III - 2 - 1 - 2 -Calcul des contraintes.

La contrainte de cisaillement est obtenue directement en utilisant une loi de comportement. Cependant, les lois de comportement présentées au chapitre III - 1 - 2 - 2 - fournissent une grandeur généralisée et le tenseur des contraintes est incomplet.

Afin d'obtenir la résultante complète des efforts entre la matière et le copeau dans la zone de cisaillement primaire, il est nécessaire de déterminer la pression hydrostatique. En reprenant la méthode proposée par Toulouse [Toulouse, 1998], un élément de matière se situant autour du plan de cisaillement est isolé (Figure III-10). Il est alors possible d'écrire son équilibre statique :

$$-dp dy_\phi + d\sigma dx_\phi = 0 \tag{3.26}$$



**Figure III-10 : Equilibre d'un élément de matière autour de la zone de cisaillement primaire.**

Par passage à la limite, on peut écrire la variation de pression hydrostatique en fonction des variations de la contrainte, de la déformation, de la vitesse de déformation et de la température au passage du plan de cisaillement :

$$\frac{dp}{dx_\phi} = \frac{d\sigma}{dy_\phi} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dy_\phi} + \frac{d\sigma}{d\dot{\varepsilon}} \cdot \frac{d\dot{\varepsilon}}{dy_\phi} + \frac{d\sigma}{T} \cdot \frac{T}{dy_\phi} \quad (3.27)$$

Dans le plan de cisaillement primaire, la vitesse de déformation est maximum, sa dérivée est donc nulle. La part des variations de pression hydrostatique due à la température est elle aussi négligée.

Pour pouvoir intégrer l'équation (3.27) afin de déterminer la pression hydrostatique (notée  $p$ ), une constante d'intégration reste à déterminer. Cette condition aux limites est déterminée au point A (Figure III-10) ; La projection du vecteur contrainte en ce point suivant la normale à la surface limite du copeau est nulle :

$$\left( \underline{\underline{\sigma}} \cdot \overline{n(x_\phi, y_\phi)} \right) \cdot \overline{n(x_\phi, y_\phi)} = 0 \quad ; \quad \underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} p & \sigma & 0 \\ \sigma & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

où  $\overline{n(x_\phi, y_\phi)}$  est le vecteur normal à la surface limite et  $\underline{\underline{\sigma}}$  le tenseur des contraintes.

La pression hydrostatique au point A peut donc s'écrire en fonction de la contrainte en ce point et des composantes du vecteur normal :

$$p_{ext} = \frac{2n_{\phi x} n_{\phi y} \sigma_{ext}}{(n_{\phi x}^2 + n_{\phi y}^2)} \quad (3.29)$$

Les variations de pression hydrostatique peuvent alors être intégrées le long du plan de cisaillement, partant du point A, jusqu'au point considéré. La pression s'écrit alors :

$$p(y_\phi) = \int_{y=y_A}^{y_\phi} dp(y) dy + p_{ext} \quad (3.30)$$

$y_A$  étant l'ordonnée du point A dans le repère  $(O, \bar{x}_\phi, \bar{y}_\phi)$ .

### III - 2 - 1 - 3 -Calcul des températures.

Le flux thermique produit par les déformations de la matière dans la zone de cisaillement primaire se divise en deux ( $\phi_{11}$  et  $\phi_{12}$  Figure III-11, [Komanduri, 2000]). Une partie est dissipée dans la pièce ( $\phi_{11}$ ) et l'autre partie ( $\phi_{12}$ ) est dissipée dans le copeau.

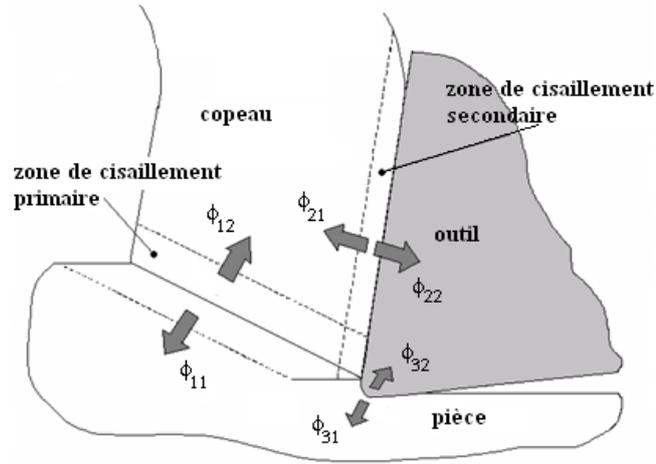


Figure III-11 : Flux thermiques dans la pièce, l'outil et le copeau.

$$\dot{Q}(\phi_{11}) + \dot{Q}(\phi_{12}) = \iiint_{\text{Primaire}} \sigma(M) \cdot \dot{\varepsilon}(M) dv(M) \quad (3.31)$$

La modélisation de l'échauffement dans la pièce et dans le copeau due à l'évacuation de la puissance mécanique sous forme de puissance thermique ne se produit, par hypothèse, que dans le plan de cisaillement. Les sources de chaleur considérées seront donc toutes dans le plan de cisaillement primaire. La puissance thermique produite par chaque source est calculée en considérant la puissance totale produite par l'ensemble des sources égale à la puissance mécanique due au cisaillement primaire et en considérant que chaque source élémentaire produit la même puissance thermique élémentaire (flux de chaleur élémentaire) :

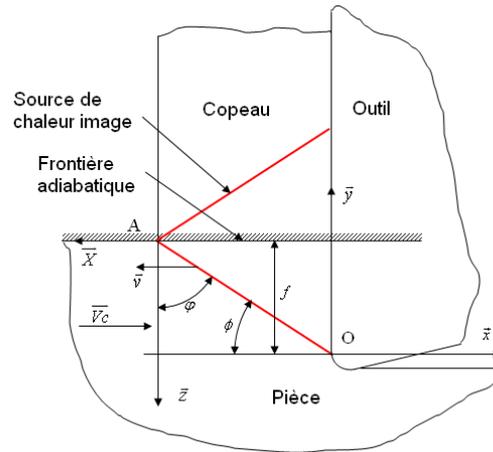
$$q_l(\phi_{11}) + q_l(\phi_{12}) = \frac{1}{OA \cdot w} \cdot \iint_{\text{Primaire}} \sigma(M) \cdot \dot{\varepsilon}(M) ds(M) \quad (3.32)$$

Le flux de chaleur ( $q_l$ ) produit par une source élémentaire de chaleur dans le cisaillement primaire est déterminé comme étant la densité de puissance surfacique. Les expressions de la contrainte et de la déformation étant indépendantes de la largeur de coupe  $w$ , les expressions des flux de chaleur élémentaires s'écrivent :

$$q_l(\phi_{11}) = \frac{B}{OA \cdot w} \cdot \iint_{\text{Primaire}} \sigma(M) \cdot \dot{\varepsilon}(M) ds(M) \quad (3.33)$$

$$q_l(\phi_{12}) = \frac{(1-B)}{OA \cdot w} \cdot \iint_{\text{Primaire}} \sigma(M) \cdot \dot{\varepsilon}(M) ds(M)$$

où  $B$ , est la part du flux thermique due à la zone de cisaillement primaire dissipée dans la pièce. Sa valeur est déterminée de sorte à obtenir la même température moyenne, calculée dans le plan de cisaillement, côté pièce et côté copeau.



**Figure III-12 : Repères et paramètres pour le calcul de l'élévation de température due à la zone de cisaillement primaire, coté pièce.**

Pour le cas de l'élévation de température dans la pièce due au cisaillement primaire, les paramètres  $X$ ,  $R$  et  $R'$  de l'équation (3.14) s'écrivent en utilisant le paramétrage présenté Figure III-12 :

$$X(x) = \frac{f}{\tan(\phi)} - x \quad ; \quad z(y) = f - y$$

$$R(l_i, x, y) = \sqrt{\left( X(x) - l_i \cdot \sin\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right) \right)^2 + \left( z(y) - l_i \cdot \cos\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right) \right)^2} \quad (3.34)$$

$$R'(l_i, x, y) = \sqrt{\left( X(x) - l_i \cdot \sin\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right) \right)^2 + \left( z(y) + l_i \cdot \cos\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right) \right)^2}$$

avec  $x$ ,  $y$  les coordonnées du point  $M$  dans le repère lié à la pièce,  $l_i$  la distance entre une source élémentaire et le point A dans le plan de cisaillement et  $v$  correspondant à la vitesse de coupe ( $Vc$ ).

Pour la chaleur due au cisaillement primaire évacuée dans le copeau, le calcul se fait dans le repère lié à la vitesse du copeau, ce qui correspond à un repère parallèle au repère lié à la face de coupe. Dans ce cas,  $v$  correspond à la vitesse du copeau, les paramètres  $X$ ,  $R$  et  $R'$  de l'équation (3.14) s'écrivent en utilisant le paramétrage présenté Figure III-13 :

$$X(x, y) = \frac{f \sin(\phi - \gamma)}{\sin(\phi)} - x \sin(\gamma) - y \cos(\gamma); \quad z(x, y) = \frac{f \cos(\phi - \gamma)}{\sin(\phi)} + x \cos(\gamma) - y \sin(\gamma)$$

$$R(l_i, x, y) = \sqrt{\left( X(x, y) - l_i \cdot \sin(\phi - \gamma) \right)^2 + \left( z(x, y) - l_i \cdot \cos(\phi - \gamma) \right)^2} \quad (3.35)$$

$$R'(l_i, x, y) = \sqrt{\left( X(x, y) - l_i \cdot \sin(\phi - \gamma) \right)^2 + \left( z(x, y) + l_i \cdot \cos(\phi - \gamma) \right)^2}$$

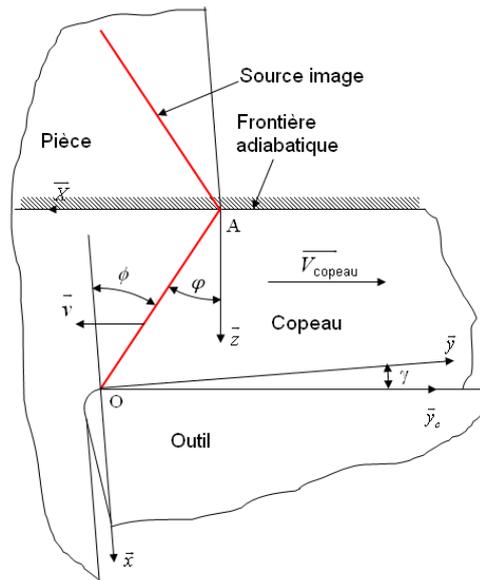


Figure III-13 : Repères et paramètres pour le calcul de la température due au cisaillement primaire, côté copeau.

La connaissance de la puissance thermique dissipée permet de déterminer le champ des températures dans le matériau, qui à leur tour interviennent dans la détermination de la contrainte d'écoulement plastique (voir paragraphe III - 1 - 2 - 2 -) et donc dans le calcul de la puissance thermique (cf. équation(3.1)). Cette interdépendance entre température et contrainte impose de déterminer la valeur de la puissance pour laquelle il y a correspondance entre

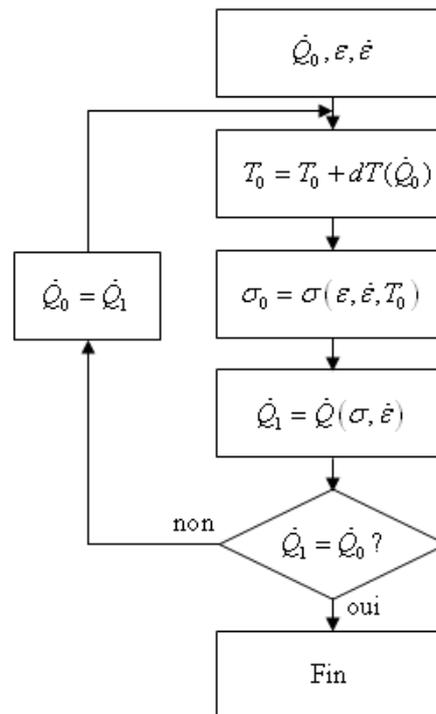


Figure III-14 : Détermination de la puissance thermique.

contrainte et température (cf. algorithme Figure III-14). La complexité de l'expression de la température ne permet pas de trouver de solution explicite à cette boucle qui devra donc être résolue numériquement. La même récurrence se retrouve dans la détermination des puissances dissipées dans les autres zones.

### III - 2 - 2 - Description de la zone de cisaillement secondaire.

#### III - 2 - 2 - 1 -Déformations et vitesses de déformation.

Les déformations dans la zone de cisaillement secondaire sont dues au comportement tribologique de l'interface entre l'outil et le copeau. Les frottements du copeau (en mouvement) sur la face de coupe de l'outil (fixe) vont entraîner une déformation de la matière dans le copeau à proximité de cet interface. Ces déformations sont issues de la variation du champ des vitesses, due à la différence entre la vitesse de glissement à l'interface et la vitesse globale du copeau. C'est à partir de ce champ des vitesses, comme cela a été fait pour le cisaillement primaire, que le calcul des déformations et vitesses de déformation dans le cisaillement secondaire est réalisé.

Différentes hypothèses ont déjà été proposées pour décrire le champ des vitesses dans la zone de cisaillement primaire mais pour toutes, les trajectoires déformées et non déformées sont supposées être identiques.

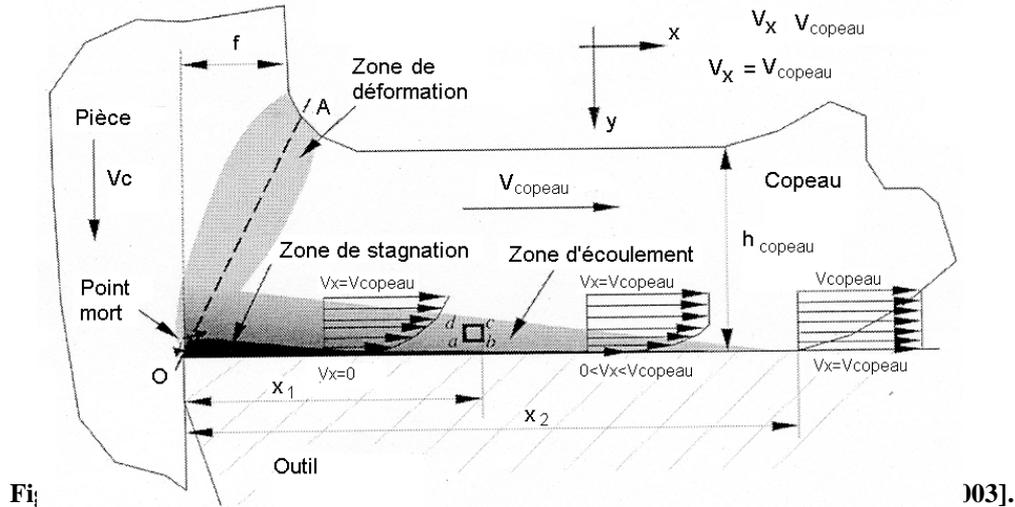
#### III - 2 - 2 - 1 - 1 Hypothèse d'Oxley

Dans leur étude sur la modélisation de la coupe orthogonale, Oxley et Tay [Tay, 1976] considèrent que la zone de cisaillement secondaire est de forme triangulaire et que la vitesse de glissement à l'interface décroît à mesure que l'on s'éloigne du plan de cisaillement primaire. Dans l'épaisseur du copeau, la décroissance est supposée linéaire. La vitesse minimum dans le copeau vaut un tiers de la vitesse du copeau et elle est située à l'intersection du plan de cisaillement primaire avec la face de coupe (interface outil/copeau). La vitesse de glissement à l'interface outil copeau s'écrit alors :

$$V_g(x_c) = \frac{V_{\text{copeau}}}{3} \sqrt{1 + 8 \frac{x_c}{l_c}} \quad (3.36)$$

$V_{\text{copeau}}$  représente la vitesse du copeau en dehors de la zone de cisaillement secondaire,  $x_c$  est la position du point considéré de l'interface et  $l_c$  la longueur de contact entre l'outil et le

---



copeau. Toutefois, cette modélisation ne permet pas d'appliquer la méthode décrite au paragraphe III – 1 – 2 pour le calcul des déformations et vitesses de déformation. Les évolutions des vitesses proposées ici ne concernent que la vitesse de glissement à l'interface et le champ des vitesses n'est donc pas défini pour toute la zone de cisaillement secondaire.

#### III - 2 - 2 - 1 - 2 Hypothèse de Qi

La représentation de la zone de cisaillement secondaire proposée par Qi et Mills [Qi, 2003] décrit de façon plus précise les évolutions de la vitesse au voisinage de l'interface outil/copeau. Deux zones sont distinguées : une zone de stagnation à l'intérieur de laquelle la vitesse à l'interface est nulle, et une zone d'écoulement le long de laquelle la vitesse à l'interface augmente jusqu'à être égale à la vitesse du copeau (Figure III-15).

L'évolution de la vitesse dans l'épaisseur du copeau est supposée quadratique avec une zone de transfert au niveau de l'interface qui permet la continuité de la dérivée spatiale de la vitesse, et donc la continuité de la vitesse de déformation. Cependant, le champ des vitesses n'est pas défini explicitement et cette description n'est donc pas applicable à notre modélisation.

#### III - 2 - 2 - 1 - 3 Hypothèse de MARINOV

La description du cisaillement secondaire proposée par MARINOV [Marinov, 2001] est similaire à la précédente. Le contact entre la face de coupe et le copeau est divisé en trois parties. Sur la première zone, la vitesse à l'interface est nulle, puis elle augmente jusqu'à atteindre la vitesse du copeau dans la seconde zone et devient constante dans la troisième (Figure III-16). Ce champ des vitesses peut être décrit mathématiquement sous la forme :

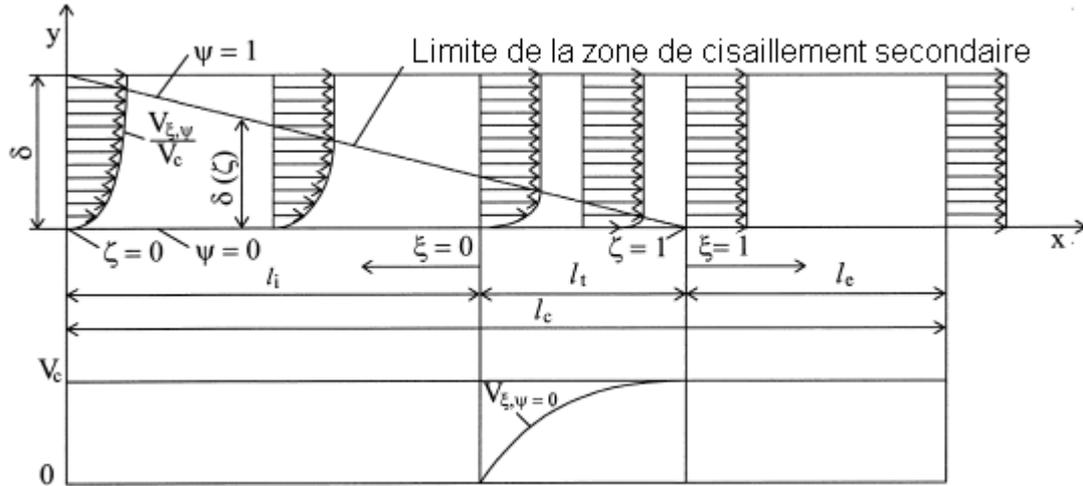


Figure III-16 : Champ des vitesses dans la zone de cisaillement secondaire selon MARINOV

$$V = V_{\text{copeau}} \cdot (\xi - \xi \cdot \psi + \psi)^{1/4}, 0 \leq x_c \leq l_c, 0 \leq y_c \leq \delta$$

$$\psi = \frac{y_c}{\delta(1-\zeta)}, \zeta = \frac{x_c}{l_c} \text{ pour } l_i \leq x_c \leq l_i + l_t \quad (3.37)$$

Cette mise en équation a pour avantage de ne compter qu'une seule discontinuité au passage entre la deuxième et la troisième zone pour  $x_c = l_i$ . Cette discontinuité sur la variation de la vitesse de glissement entraîne une discontinuité sur le champ des vitesses de déformation. La vitesse de glissement étant nulle quand  $\xi = 0$ , la déformation est infinie dans cette zone. Ce modèle ne permet donc pas le calcul explicite des déformations et vitesses de déformation et ne peut donc pas être appliqué à la construction de notre modèle analytique.

### III - 2 - 2 - 1 - 4 Modélisation proposée

Le calcul explicite des déformations nécessite de connaître le champ des déplacements qui doit être continu et dérivable. Le champ des vitesses proposé dans ce paragraphe est semblable à celui proposé par Marinov [Marinov, 2001] mais permet le calcul analytique des champs de déformation et des vitesses de déformation. Pour obtenir le champ des déplacements à partir du champ des vitesses, ce dernier doit être intégré par rapport au temps, dans la mesure où le déplacement en un point s'écrit sous la forme :

$$\overline{U_c(x_c, y_c)} = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} V_{\text{copeau}} \cdot t \\ y_c \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

$x_c$  et  $y_c$  sont les coordonnées du point dans le repère lié à la face de coupe et  $t$  représente le temps écoulé entre le passage du plan de cisaillement secondaire et la position du point considéré. Dans ce cas, l'abscisse du point non déformé correspond au produit de la vitesse du

copeau par le temps  $t$ . Le déplacement d'un élément de matière dans la zone de cisaillement secondaire correspond à l'intégration de l'équation différentielle suivante :

$$dx_c = V_x(x_c, y_c) \cdot dt, \quad y_c = cste \quad (3.39)$$

Le temps correspondant à chaque position est déterminé en inversant cette équation puis en l'intégrant :

$$t(x_c) = \int_{s=\hat{a}}^{x_c} \frac{1}{V_c(x_c, y_c)} \cdot dx_c \quad (3.40)$$

Cette intégration ne pourra se faire que si la vitesse du point n'est jamais nulle. Les champs des vitesses pour lesquels il existe des zones où la vitesse est nulle à l'interface vont alors avoir de fortes discontinuités entraînant une déformation qui tend vers l'infini au niveau de l'interface. D'autre part, la représentation choisie du champ des vitesses doit permettre d'intégrer l'équation (3.40) analytiquement.

Les conditions aux limites pour le choix des vitesses sont présentées Figure III-17 pour le cas où la zone de cisaillement secondaire est de forme triangulaire, comme cela est proposé par Oxley [Oxley, 1988], Qi [Qi, 2003] et Marinov [Marinov, 2001]. En reprenant le changement de variables utilisé par Marinov [Marinov, 2001], équations (3.37), le champ des vitesses peut se mettre sous la forme suivante :

$$V_x(\xi, \zeta) = V_{copeau} \cdot \left[ 1 - f_\zeta(\zeta) \cdot f_\xi(\xi) \cdot \left( 1 - \frac{V_{g0}}{V_{copeau}} \right) \right] \quad (3.41)$$

$$\xi = \frac{x_c}{l_c} \quad ; \quad \zeta = \frac{y_c}{\delta \cdot h_{copeau} \cdot (1 - \xi)}$$

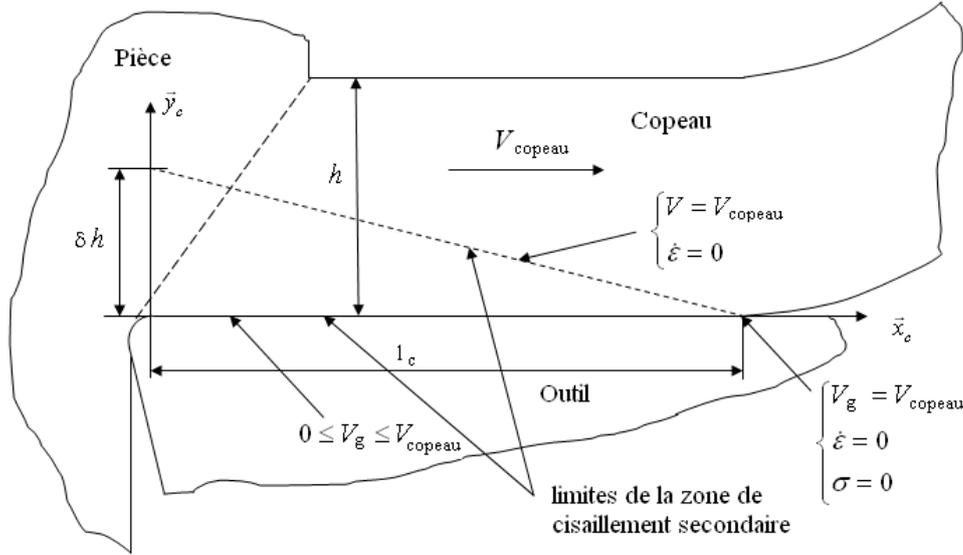
$V_{g0}$  est la vitesse initiale de glissement entre le copeau et la face de coupe de l'outil. Pour respecter les conditions aux limites en terme de vitesse, les fonctions  $f_\xi$  et  $f_\zeta$  sont telles que :

$$f_\xi(\xi = 0) = 1 \quad ; \quad f_\xi(\xi = 1) = 0 \quad ; \quad f_\zeta(\zeta = 0) = 1 \quad ; \quad f_\zeta(\zeta = 1) = 0 \quad (3.42)$$

Ces fonctions devront également être continues et monotones sur l'intervalle [0;1].

La condition aux limites sur les vitesses de déformation qui devront être nulles à la limite supérieure de la zone de cisaillement secondaire permet la continuité de la vitesse de déformation à l'intérieur du copeau. Cette condition aux limites donne des contraintes sur les

---



dérivées spatiales du champ des vitesses. Le tenseur des vitesses de déformation se calcule par la même méthode que pour le cisaillement primaire, en utilisant la forme présentée pour les déformations, équation (3.5). En développant les termes non nuls de ce tenseur, dans le repère lié à la face de coupe, la condition aux limites devient :

$$\dot{\epsilon}_{x_c, y_c} = \frac{1}{2} \left( \frac{dV_x}{dy_c} \right) = 0 ; \quad \dot{\epsilon}_{x_c, x_c} = \left( \frac{dV_x}{dx_c} \right) \quad (3.43)$$

En dérivant l'expression de la vitesse proposée équation (3.41) par rapport aux deux coordonnées d'espace, les relations suivantes sont obtenues :

$$\frac{dV_x}{dx_c} = -V_{\text{copeau}} \left( 1 - \frac{V_{g0}}{V_{\text{copeau}}} \right) \left\{ \left[ f_\zeta \frac{df_\xi}{d\xi} + f_\xi \frac{d\zeta}{d\xi} \frac{df_\zeta}{d\zeta} \right] \frac{d\xi}{dx_c} + f_\xi \frac{df_\zeta}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dx_c} \right\} = 0 \quad (3.44)$$

$$\frac{dV_x}{dy_c} = -V_{\text{copeau}} \left( 1 - \frac{V_{g0}}{V_{\text{copeau}}} \right) f_\xi \frac{df_\zeta}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dy_c} = 0$$

Sur les frontières concernées par cette équation aux limites,  $\xi$  ou  $\zeta$  ont pour valeur 1. En conséquence,  $f_\xi$  ou  $f_\zeta$  valent 0 ; des simplifications en découlent :

$$\xi = 1 \Rightarrow f_\xi = 0 \Rightarrow \frac{df_\xi}{d\xi} (\xi = 1) = 0 \quad (3.45)$$

$$\zeta = 1 \Rightarrow f_\zeta = 0 \Rightarrow \frac{df_\zeta}{d\zeta} (\zeta = 1) = 0$$

Les deux fonctions  $f_\xi$  et  $f_\zeta$  permettant de mettre en équations le champ des vitesses doivent alors satisfaire les conditions exprimées par les équations (3.42) et (3.45). En reprenant l'expression du champ des déplacement (3.38) et le calcul du temps à partir du champ des

vitesse donné par l'équation (3.40), les termes non nuls du champ des déformations se calculent en appliquant l'équation (3.3) utilisée pour la zone de cisaillement primaire :

$$\varepsilon_{x_c, y_c} = \frac{1}{2} \left( \frac{d\bar{U}_c \cdot \bar{x}_c}{dy_c} + \frac{d\bar{U}_c \cdot \bar{y}_c}{dx_c} \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dy_c} \left( x_c - V_{copeau} \cdot \int_{s=0}^{s=x_c} \frac{ds}{V_x(x_c, y_c)} \right) \quad (3.46)$$

$$\varepsilon_{x_c, x_c} = \left( \frac{d\bar{U}_c \cdot \bar{x}_c}{dx_c} \right) = \frac{d}{dx_c} \left( x_c - V_{copeau} \cdot \int_{s=0}^{s=x_c} \frac{ds}{V_x(x_c, y_c)} \right) \quad (3.47)$$

Sous certaines conditions, la dérivation et l'intégration peuvent être inversées. Pour cela, la fonction intégrée doit être définie, continue et dérivable sur tout l'intervalle d'intégration. D'autre part, cette fonction doit être bornée sur l'intervalle d'intégration et enfin, l'intervalle d'intégration doit être fini. Les équations (3.46) et (3.47) deviennent alors :

$$\varepsilon_{x_c, y_c} = \frac{V_{copeau}}{2} \left[ - \int_{s=0}^{s=x_c} \left( \frac{d}{dy_c} \frac{1}{V_x(x_c, y_c)} \right) ds \right] = \frac{V_{copeau}}{2} \left[ \int_{s=0}^{s=x_c} \left( \frac{dV_x(x_c, y_c)}{dy_c} \frac{1}{dV_x(x_c, y_c)^2} \right) ds \right] \quad (3.48)$$

$$\varepsilon_{x_c, x_c} = \left( 1 - V_{copeau} \cdot \frac{1}{V_x(x_c, y_c)} \right) \quad (3.49)$$

Une solution simple de ce problème peut résider dans le choix d'une loi puissance :

$$f_\xi(\xi) = (1 - \xi)^{n_\xi} \quad ; \quad f_\zeta(\zeta) = (1 - \zeta)^{n_\zeta} \quad (3.50)$$

avec  $n_\xi$  et  $n_\zeta$  deux constantes supérieures à 1. Pour simplifier les calculs, ces constantes seront choisies dans l'ensemble des entiers. Pour le cas où  $n_\xi = n_\zeta$ , le champ des vitesses, équation (3.41), peut se mettre sous la forme :

$$V_x(\xi, \zeta) = V_{copeau} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{copeau}} \right)^{n_\xi} \cdot \left( 1 - \frac{V_{g0}}{V_{copeau}} \right) \right] \quad (3.51)$$

Les termes non nuls du tenseur des déformations peuvent alors être calculés grâce aux équations (3.48) et (3.49)

$$\varepsilon_{x_c, y_c} = 1 - \frac{1}{1 - \left( 1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta h_{copeau}} \right)^{n_\xi} \left( 1 - \frac{V_{g0}}{V_{copeau}} \right)} \quad (3.52)$$

$$\varepsilon_{x_c, y_c} = \frac{1}{2} \frac{l_c / \delta h_{\text{copeau}}}{1 - \left(1 - \frac{V_{g0}}{V_{\text{copeau}}}\right) \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta h_{\text{copeau}}}\right)^{n_\xi}} - \frac{1}{2} \frac{l_c / \delta h_{\text{copeau}}}{1 - \left(1 - \frac{V_{g0}}{V_{\text{copeau}}}\right) \left(1 - \frac{y_c}{\delta h_{\text{copeau}}}\right)^{n_\xi}} \quad (3.53)$$

De même, les vitesses de déformation sont déterminées par dérivation spatiale du champ des vitesses (équation (3.41)). Les termes non nuls du tenseur des vitesses de déformation, dans le repère lié à la face de coupe seront alors :

$$\dot{\varepsilon}_{x_c, y_c} = V_{\text{copeau}} \left(1 - \frac{V_{g0}}{V_{\text{copeau}}}\right) \frac{n_\xi}{l_c} \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{\text{copeau}}}\right)^{n_\xi - 1} \quad (3.54)$$

$$\dot{\varepsilon}_{x_c, y_c} = V_{\text{copeau}} \left(1 - \frac{V_{g0}}{V_{\text{copeau}}}\right) \frac{n_\xi}{\delta \cdot h_{\text{copeau}}} \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{\text{copeau}}}\right)^{n_\xi - 1} \quad (3.55)$$

Le champ des déplacements n'a de solution simple que pour le cas  $n_\xi = n_\zeta = 2$ . Pour les autres cas, le champ des déplacements peut être déterminé numériquement.

### III - 2 - 2 - 1 - 5 Analyse des solutions proposées.

Le but de ce paragraphe est d'étudier l'influence de différents paramètres sur le champ des vitesses, les déformations, les vitesses de déformation et du champ de déplacement. Cette étude est dédiée aux solutions de type loi puissance pour lesquelles  $n_\xi = n_\zeta$ .

Les différents paramètres étudiés sont : l'exposant de la loi puissance,  $n_\xi$  ; l'épaisseur du cisaillement secondaire,  $\delta$  ; la vitesse de glissement à l'entrée de la zone de cisaillement secondaire,  $V_{g0}$  ; et la longueur de contact outil/copeau,  $l_c$ . La Figure III-18 présente le champ

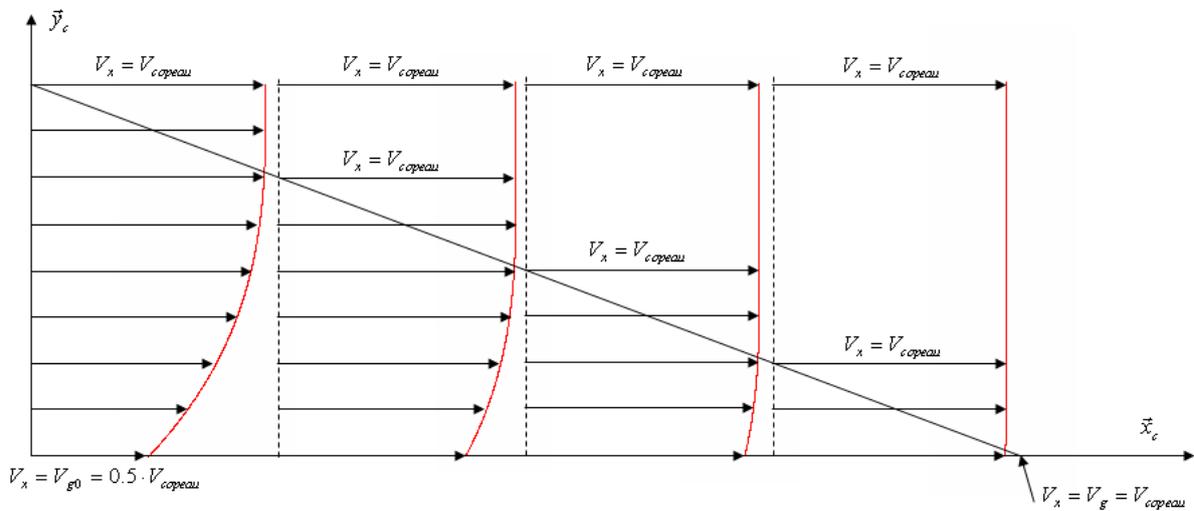


Figure III-18 : Champs des vitesses dans la zone de cisaillement secondaire.

$V_c = 10 \text{ m/min}$  ;  $f = 0.1$  ;  $\gamma_c = -6 \text{ deg}$  ;  $\phi = 28 \text{ deg}$  ;  $l_c = 0.3 \text{ mm}$  ;  $\delta = 0.1$  ;  $V_{g0} = 0.5 \cdot V_{\text{copeau}}$  ;  $n_\xi = 3$

des vitesses dans la zone de cisaillement secondaire. Ce champ respecte bien les conditions aux limites présentées Figure III-17 : la vitesse augmente en s'éloignant de l'interface outil/copeau et du plan de cisaillement jusqu'à atteindre la vitesse globale du copeau à la sortie de la zone de cisaillement secondaire.

Les évolutions de la vitesse à l'interface outil/copeau ainsi que de la vitesse dans l'épaisseur du copeau pour différentes valeurs de  $n_\xi$  sont présentées Figure III-19 et Figure III-20. Quand la valeur de  $n_\xi$  augmente, la vitesse de glissement augmente plus vite et la vitesse du copeau semble atteinte avant la fin de la zone de cisaillement secondaire, ce qui se rapproche de l'hypothèse de MARINOV [Marinov, 2001]. La vitesse de glissement atteint 99% de la vitesse du copeau à  $0.86.l_c$  pour  $n_\xi = 2$  et dès  $0.54.l_c$  pour  $n_\xi = 5$ . L'évolution de la vitesse dans l'épaisseur du copeau est similaire à celle de la vitesse de glissement.

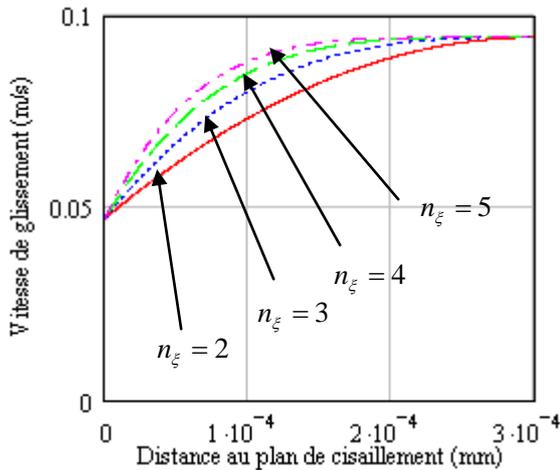


Figure III-19 : Evolution de la vitesse de glissement en fonction de la distance au plan de cisaillement primaire.

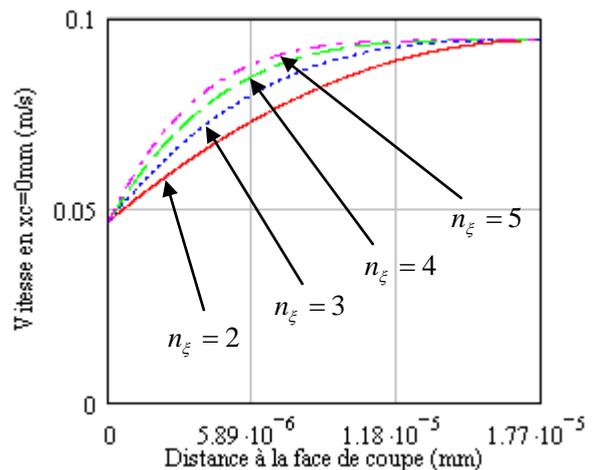
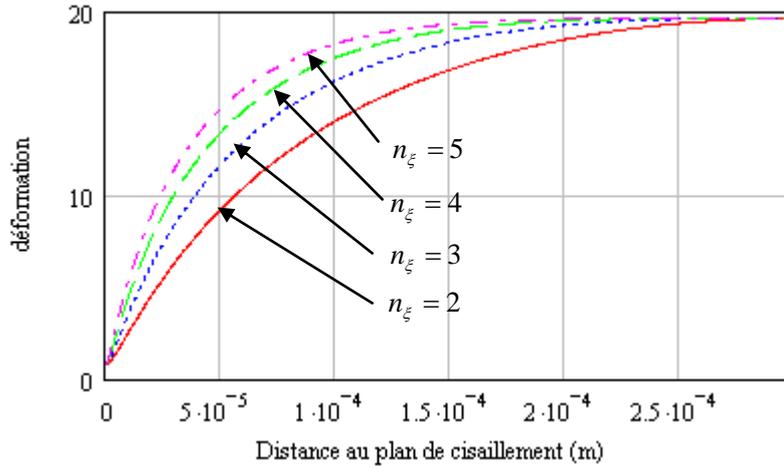


Figure III-20 : Evolution de la vitesse à l'entrée de la zone de cisaillement secondaire en fonction de la distance à l'interface outil/copeau.

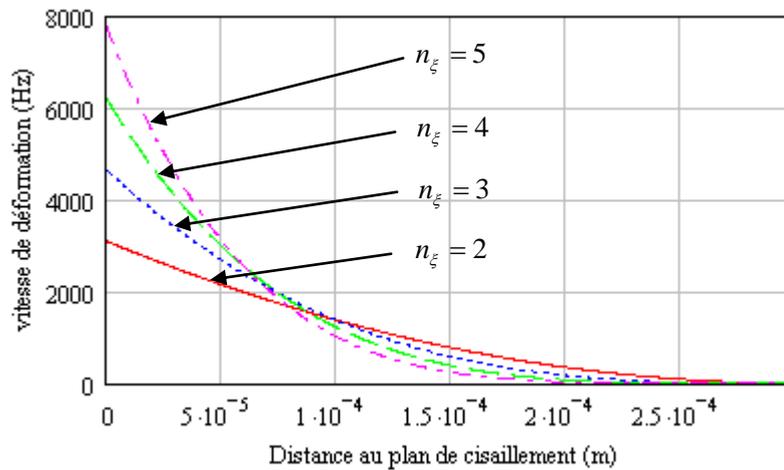
La valeur maximale de la déformation à l'interface outil/copeau (Figure III-21) n'est pas influencée par la valeur de  $n_\xi$  ; seule la distance pour atteindre le maximum change. Elle diminue quand  $n_\xi$  augmente, la déformation moyenne augmente donc aussi. Comme pour la vitesse de glissement, 99% du maximum de la déformation est atteint dès le passage de la moitié de la longueur du contact outil/copeau.

Le maximum de la déformation est très élevé, et supérieur à la déformation à rupture, à température ambiante, d'une très large majorité des métaux. De telles déformations ne peuvent être atteintes que si le matériau se trouve dans un état de ductilité importante due à une température proche de son point de fusion.



**Figure III-21 : Déformation à l'interface outil/copeau en fonction de la distance au plan de cisaillement.**

L'évolution de la vitesse de déformation (Figure III-22) en fonction de  $n_\xi$  est directement liée à celle de la déformation. La déformation maximale étant atteinte plus vite quand  $n_\xi$  augmente, la vitesse de déformation à l'entrée de la zone de cisaillement secondaire augmente avec  $n_\xi$ . Cependant sa décroissance est plus rapide et elle devient quasi nulle plus rapidement. Plus  $n_\xi$  est grand, plus la zone produisant le cisaillement (vitesse de déformation non nulle) semble se réduire, faisant apparaître une zone de glissement sans déformation entre l'outil et le copeau : 0.07 mm pour  $n_\xi=5$  et seulement 0.03 mm pour  $n_\xi=2$  (Figure III-22).



**Figure III-22 : Vitesse de déformation à l'interface en fonction de la distance au plan de cisaillement.**

Les variations dues à la valeur de l'épaisseur du cisaillement secondaire  $\delta$  seront étudiées en fonction de la variable  $\zeta$ , entre 0 et 1 quelle que soit la valeur de  $\delta$ . Exprimé en fonction de  $\zeta$ , le champ des vitesses est indépendant de  $\delta$ . En effet, l'équation (3.51) devient :

$$V_x = V_{\text{copeau}} \cdot \left[ 1 - \left( \zeta - \frac{x_c}{l_c} \right)^{n_\xi} \cdot \left( 1 - \frac{V_{g0}}{V_{\text{copeau}}} \right) \right] \quad (3.56)$$

La Figure III-23 présente les évolutions de la déformation à l'interface outil/copeau en fonction de la distance au plan de cisaillement primaire pour différentes valeurs de l'épaisseur de cisaillement secondaire. Une diminution de l'épaisseur du cisaillement secondaire entraîne une forte augmentation de la déformation en sortie de la zone de cisaillement secondaire qui correspond au maximum de déformation atteint pour une valeur donnée de  $\zeta$ .

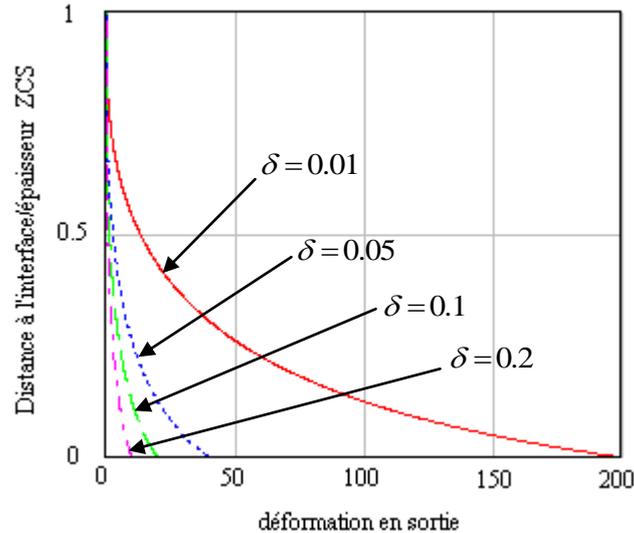
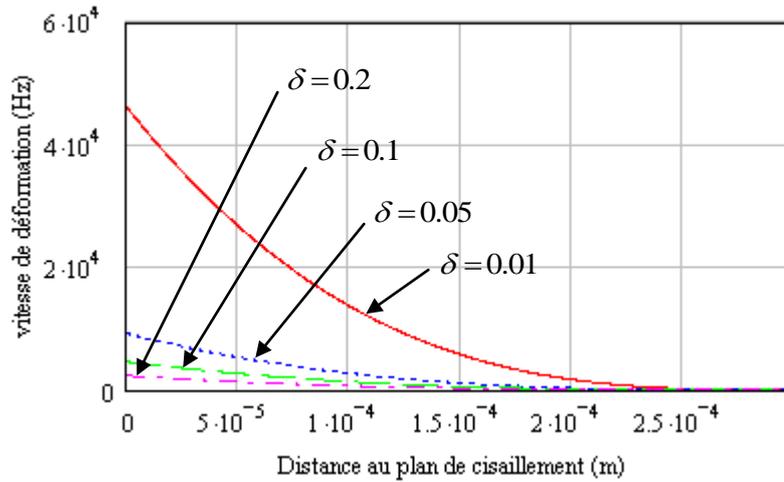


Figure III-23 : Déformation en sortie de la zone de cisaillement secondaire.

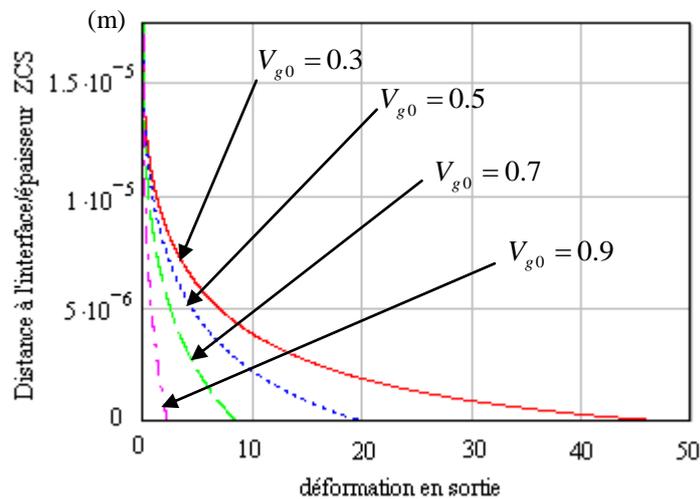
Le maximum de la déformation en sortie est obtenu au niveau de l'interface outil/copeau. Ce maximum tend vers l'infini quand l'épaisseur de la zone de cisaillement secondaire devient nulle, ce qui imposera certainement une borne inférieure afin de limiter la déformation maximale. L'épaisseur de la zone de cisaillement secondaire est majorée afin de respecter l'hypothèse d'indépendance entre les zones de cisaillements primaire et secondaire, comme l'a montré GILORMINI [Gilormini, 1982].

La diminution de  $\delta$  entraînant une augmentation de la déformation et une diminution de la largeur de la zone de cisaillement secondaire, elle est logiquement liée à une augmentation de la vitesse de déformation (Figure III-24). L'augmentation conjointe de la déformation et de la vitesse de déformation sera nécessairement liée à une augmentation des densités d'énergie et de puissance. Cependant, cette augmentation est compensée par la diminution de la surface de la zone de cisaillement secondaire dans le calcul de l'énergie ou de la puissance globale.



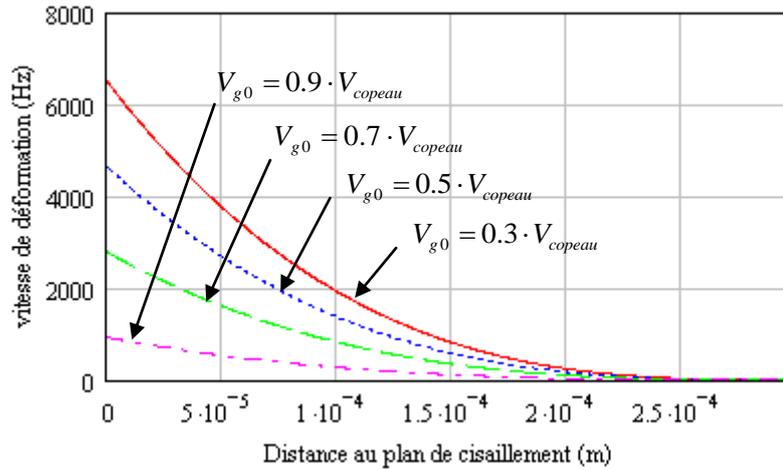
**Figure III-24 : Vitesse de déformation dans le cisaillement secondaire au niveau de l'interface outil/copeau .**

Une baisse de la vitesse de glissement initiale ( $V_{g0}$ ) diminuant la vitesse en chaque point de la zone de cisaillement secondaire, le temps mis par un élément de matière pour traverser cette zone est plus long. Ceci entraîne un déplacement en chaque point matériel et donc une valeur plus grande de la déformation (cf. Figure III-25).



**Figure III-25 : Déformation en sortie de la zone de cisaillement pour différentes valeurs de la vitesse de glissement initiale.**

D'autre part, une augmentation de la vitesse de glissement initiale faisant augmenter la vitesse en chaque point de la zone de cisaillement secondaire est à l'origine de plus faibles variations du champ des vitesses. Ceci explique les plus faibles valeurs de la vitesse de déformation, quand  $V_{g0}$  augmente (Figure III-26).



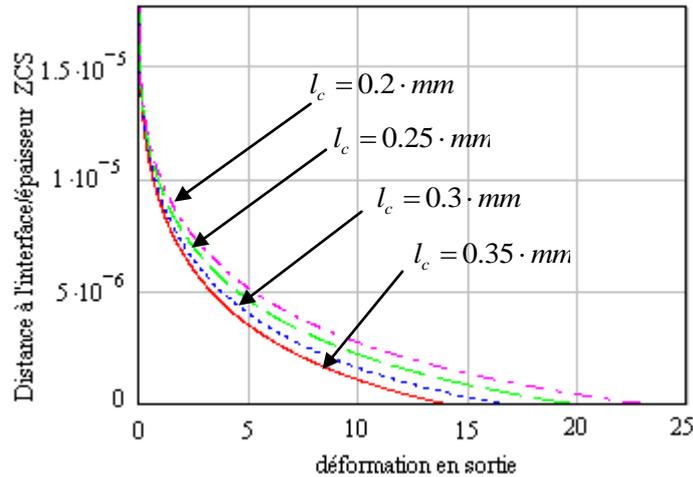
**Figure III-26 : Vitesse de déformation à l'interface outil/copeau pour différentes valeurs de la vitesse de glissement initiale.**

L'effet couplé de l'augmentation de la vitesse de déformation et de la déformation pour des valeurs plus faibles de la vitesse de glissement initiale conduit à une augmentation de l'énergie de déformation et de la puissance de déformation. Une vitesse de glissement initiale nulle conduirait à des valeurs infinies (localement) pour la déformation et la vitesse de déformation à l'interface outil/copeau. Les contraintes à l'interface ainsi que les actions mécaniques entre l'outil et le copeau qui en découlent ne pourraient alors pas être déterminées.

L'influence de la longueur de contact entre l'outil et le copeau  $l_c$ , est étudiée en utilisant la variable  $\xi$ , à la place de la variable  $x_c$ . Le champ des vitesses s'écrit alors :

$$V_x = V_{copeau} \cdot \left[ 1 - \left( \xi - \frac{y_c}{\delta h_{copeau}} \right)^{n_\xi} \cdot \left( 1 - \frac{V_{g0}}{V_{copeau}} \right) \right] \quad (3.57)$$

En conséquence, le champ des vitesses conserve la même forme quelle que soit la valeur de  $l_c$ . Les variations de la déformation en sortie de la zone de cisaillement secondaire (Figure III-27) sont faibles, en regard de l'influence des autres paramètres et de l'influence sur les vitesses de déformation quasi nulles. Toutefois, la diminution de la déformation due à une augmentation de la longueur de contact sera compensée dans le calcul des énergies et puissances globales, ainsi que pour le calcul de l'effort entre l'outil et le copeau, par l'augmentation de la dimension de la zone de cisaillement secondaire.



**Figure III-27 : Déformation en sortie de la zone de cisaillement secondaire pour différentes valeurs de la longueur de contact entre l'outil et le copeau.**

### III - 2 - 2 - 2 -Calcul des contraintes

Les déformations dans la zone de cisaillement secondaire n'étant pas assimilables à du cisaillement simple comme cela est le cas pour la zone de cisaillement primaire, la pression hydrostatique ne peut être calculée de la même manière. Une loi puissance telle que celle proposée par Moufki et al. [Moufki, 2004], permet de reproduire un profil de pression corrélé par des constatations expérimentales :

$$P_{\text{int}}(x_c) = P_O \left( 1 - \frac{x_c}{l_c} \right)^\eta \quad (3.58)$$

où  $P_O$  est la pression hydrostatique au point  $O$  et  $l_c$  la longueur de contact entre l'outil et le copeau. Le coefficient  $\eta$  de la loi puissance est déterminé de manière à équilibrer les efforts appliqués au copeau.

### III - 2 - 2 - 3 -Calcul des températures.

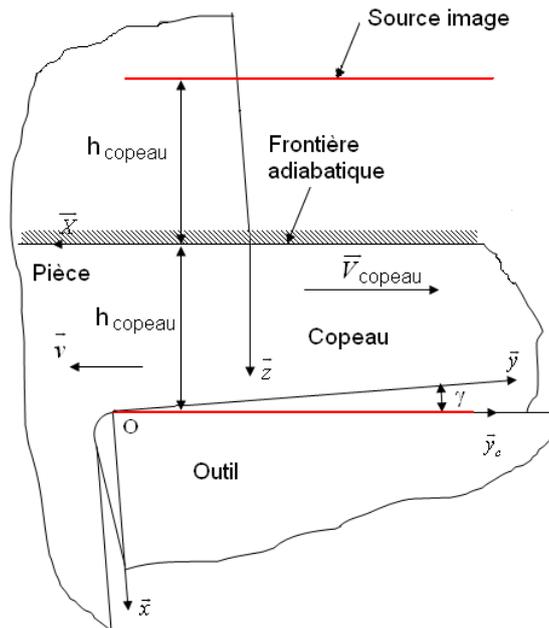
Tout comme pour le cisaillement primaire, toute la chaleur produite par la zone de cisaillement secondaire est supposée être initiée par des sources de chaleur situées à l'interface outil/copeau. Le flux de chaleur est décomposé : un flux se dissipant dans le copeau ( $\phi_{21}$  Figure III-11) et un flux se dissipant dans l'outil ( $\phi_{22}$  Figure III-11). Les puissances thermiques dissipées dans la pièce et dans le copeau peuvent s'écrire en fonction de la puissance de déformation mise en jeu dans la zone de cisaillement secondaire et en fonction de la fraction de chaleur passant dans le copeau ( $B_2$ ). Elles s'écrivent alors de manière similaire au cas du cisaillement primaire (équation (3.33)).

Pour calculer l'élévation de température côté copeau (Figure III-28), l'équation (3.14) peut être utilisée. La vitesse des sources de chaleur correspond alors à la vitesse du copeau et les paramètres  $X$ ,  $R$  et  $R'$  s'expriment dans le repère lié à la face de coupe :

$$X = l_c - y_c \quad ; \quad z = -x_c$$

$$R(l_i) = \sqrt{(X - l_i)^2 + (z - h_{\text{copeau}})^2}$$

$$R'(l_i) = \sqrt{(X - l_i)^2 + (z + h_{\text{copeau}})^2}$$
(3.59)



**Figure III-28 : Repères et paramètres pour le calcul de la température due au cisaillement secondaire, coté copeau**

Pour le flux de chaleur passant dans l'outil, l'équation (3.14) ne peut être utilisée car la vitesse de déplacement des sources est nulle. Les sources de chaleur situées à l'interface outil/copeau sont fixes par rapport à l'outil. Dans ce cas, Komanduri et Hou modélisent l'échauffement dans l'outil comme celui produit par une source plane correspondant au plan de l'interface outil/copeau dans un volume semi infini. Il est alors possible de déterminer l'échauffement dans l'outil :

$$\Delta\theta(M) = \iint \frac{q_i}{2\pi\lambda} \cdot \left[ \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right] \cdot dx_i \cdot dy_i$$
(3.60)

Cette formulation ayant été écrite pour une application en rabotage fait intervenir la largeur de matière coupée par l'intégration suivant  $y$  dans le repère défini par Komanduri et Hou [Komanduri, 2001a]. Le calcul n'est alors plus plan et la température dans l'outil dépend donc de la largeur de l'intégration qui, dans le cas du perçage correspond à la largeur des éléments

de discrétisation. La température dans le copeau ne peut donc pas être calculée pour une application au perçage par cette méthode. La part du flux passant dans le copeau ( $B_2$ ) est fixée arbitrairement à une valeur de 0.9 estimée à partir de résultats expérimentaux [Puigsegur, 2002].

### III - 2 - 3 - Equilibre du copeau.

Les calculs des déformations, des vitesses de déformation, des contraintes et des températures présentés dans les paragraphes précédents pour les zones de cisaillement primaire et secondaire permettent de déterminer les contraintes à l'interface entre le copeau et la pièce (zone de cisaillement primaire) ainsi qu'à l'interface entre le copeau et l'outil (zone de cisaillement secondaire). L'intégration de ces contraintes le long des interfaces permet de calculer les efforts appliqués au copeau.

Pour chacun des interfaces, plan de cisaillement primaire, face de coupe de l'outil, et interface outil/matière sur la zone en dépouille, l'effort normal et l'effort tangentiel appliqués au copeau sont calculés par intégration de la pression hydrostatique et de la contrainte de cisaillement. Les efforts appliqués sur le copeau sont ensuite projetés dans le repère  $(O, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z})$ , lié à la face de coupe. L'équilibre des efforts appliqués sur le copeau s'écrit alors dans ce repère :

$$\begin{aligned} X_{OA} &= X_{OB} \\ Y_{OA} &= Y_{OB} \end{aligned} \quad (3.61)$$

où  $X_{OA}$  et  $Y_{OA}$  sont les projections des efforts dus à la zone de cisaillement primaire et  $X_{OB}$  et  $Y_{OB}$  sont les projections des efforts dus à la zone de cisaillement secondaire.

La vérification de cet équilibre statique permet de déterminer les valeurs optimales de la longueur de contact entre l'outil et le copeau ( $l_c$ , Figure III-17) et du coefficient de la loi puissance pour la pression de contact sur la face de coupe ( $\eta$ , équation (3.58)). L'intégration de la pression de contact ayant un résultat explicite simple, le coefficient  $\eta$  peut être calculé analytiquement :

$$\begin{aligned} Y_{OA} = Y_{OB} &= \frac{P_o \cdot l_c}{\eta + 1} \\ \Rightarrow \eta &= \frac{Y_{OA}}{P_o \cdot l_c} - 1 \end{aligned} \quad (3.62)$$

La valeur optimale de  $l_c$  est obtenue de façon numérique en cherchant à égaliser les projections des efforts sur la direction  $x_c$ .

### III - 2 - 4 - Description de la zone en dépouille.

#### III - 2 - 4 - 1 -Déformations et vitesses de déformation.

La zone en dépouille permet de représenter le fait que toute la matière qui arrive devant l'outil n'est pas coupée. A cause de l'acuité non parfaite de l'outil, une partie de la matière arrivant devant l'outil ne passe pas le long de la face de coupe de l'outil (donc dans le copeau), mais le long de la face en dépouille. Le matériau subit alors une déformation plastique et est évacué le long de la face en dépouille et un retour (une détente) élastique de la matière se produit alors. Ce phénomène est à l'origine d'un écrouissage et d'une augmentation de la température de la surface de la pièce après usinage et donc de contraintes résiduelles d'origines thermique et mécanique.

Comme cela a été fait pour le cisaillement primaire, les calculs des déformations et des vitesses de déformation sont conduits à partir d'une hypothèse sur le champ des déplacements dans cette zone. Afin d'avoir une continuité "mathématique" entre la face de coupe et la face en dépouille, la section de l'outil dans le plan de calcul est représentée par une hyperbole dont les deux asymptotes sont les deux faces de l'outil et pour laquelle le rayon de courbure minimum correspond au rayon d'acuité d'arête :

$$R_h^2 = (d_m + x_a \cdot \cot(\gamma) - y_a) \cdot (d_m - x_a \cdot \tan(\alpha) - y_a) \quad (3.63)$$

$d_m$  est la profondeur de la zone déformée plastiquement et  $R_h$  est le paramètre lié au rayon d'acuité. Ce paramètre peut se calculer en déterminant le rayon de courbure minimum de cette hyperbole :

$$R_h = \frac{R_a \cdot (\cot(\gamma) + \tan(\alpha))^2}{4} \quad (3.64)$$

L'équation de l'hyperbole est transformée de façon à obtenir  $y_a$  au niveau de l'interface outil matière en fonction de  $x_a$  :

$$y_{\text{int}}(x_a) = \frac{[2 \cdot d_m + x_a \cdot (\cot(\gamma) - \tan(\alpha))] + \sqrt{[x_a \cdot (\cot(\gamma) - \tan(\alpha))]^2 + 4 \cdot R_a^2}}{2} \quad (3.65)$$

Dans l'épaisseur de la zone déformée plastiquement, la vitesse verticale (suivant  $\bar{y}_a$ ) est

---

supposée décroître de manière quadratique à mesure que l'on s'éloigne de l'interface outil/matière pour devenir nulle à la frontière de la zone affectée par la déformation plastique ( $y_a=0$ ). La vitesse horizontale (suivant  $\bar{x}_a$ ) reste constante et égale à la vitesse de coupe. Le champ des vitesses devient alors :

$$\overline{V}_a(x_a, y_a) = -V_c \cdot \left( \bar{x}_a + \frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{\text{int}}(x_a)} \right)^2 \cdot \bar{y}_a \right) \quad (3.66)$$

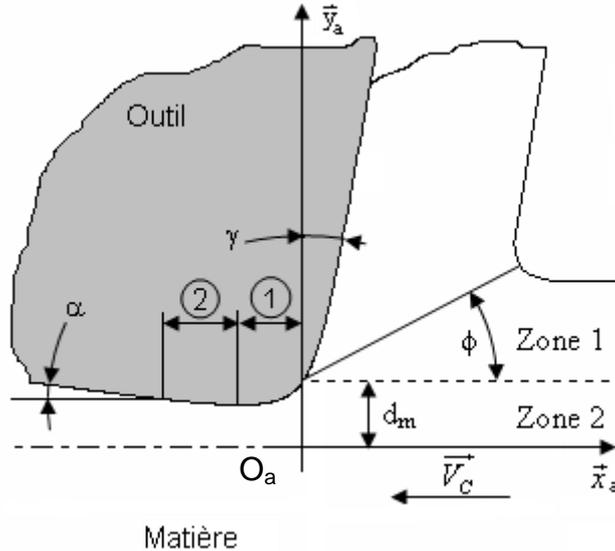


Figure III-29 : Géométrie de la zone d'acuité.

Les trajectoires de déformation sont ensuite calculées par intégration du champ des vitesses. L'ordonnée de chaque point peut être définie en fonction de son abscisse ainsi que de l'ordonnée du point de départ de la trajectoire notée  $y_d$  :

$$y_a(x_a, y_d) = \frac{y_d \cdot y_{\text{int}}(x_a) \cdot (f + d_m)}{y_d \cdot (f + d_m) - y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_d - (f + d_m))} \quad (3.67)$$

Une trajectoire de déformation correspond à l'évolution de  $y_a$  en fonction de  $x_a$  pour une valeur constante de la variable  $y_d$ . Cette égalité peut être inversée, ce qui permet d'écrire le vecteur déplacement en fonction des deux coordonnées d'espace :

$$y_d(x_1, x_2) = \frac{y_a \cdot y_{\text{int}}(x_a) \cdot (f + d_m)}{y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_a + (f + d_m)) - y_a \cdot (f + d_m)} \quad (3.68)$$

$$\overline{U}_a(x_a, y_a) = \left( \frac{y_a^2 \cdot (y_{\text{int}}(x_a) - (f + d_m))}{y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_a + (f + d_m)) - y_a \cdot (f + d_m)} \right) \cdot \bar{y}_a \quad (3.69)$$

Les déformations sont obtenues en appliquant la formule (3.3) au champ des déplacements

présentée pour le cisaillement primaire équation (3.69). De même, les vitesses de déformation sont obtenues en appliquant la formule (3.5) au champ des vitesses, équation (3.66). Le développement des calculs est présenté en annexe A. Les éléments non nuls des tenseurs des déformations et des vitesses de déformation ainsi obtenus s'écrivent :

$$\varepsilon_{x_a, y_a} = \frac{1}{2} \left( \frac{y_a^2 \cdot \left( \frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} \right) (f + d_m)^2}{\left( y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_a + (f + d_m)) - y_a \cdot (f + d_m) \right)^2} \right) \quad (3.70)$$

$$\varepsilon_{y_a, y_a} = 1 - \frac{\left( y_{\text{int}}(x_a) \right)^2 (f + d_m)^2}{\left( y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_a + (f + d_m)) - y_a \cdot (f + d_m) \right)^2} \quad (3.71)$$

$$\dot{\varepsilon}_{x_a, y_a} = \frac{-V_c}{2} \left( \frac{d^2 y_{\text{int}}(x_a)}{dx_a^2} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{\text{int}}(x_a)} \right)^2 - \left( \frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} \right)^2 \cdot \frac{y_a^2}{\left( y_{\text{int}}(x_a) \right)^3} \right) \quad (3.72)$$

$$\dot{\varepsilon}_{y_a, y_a} = -V_c \cdot \frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} \cdot \frac{2 \cdot y_a}{\left( y_{\text{int}}(x_a) \right)^2} \quad (3.73)$$

### III - 2 - 4 - 2 -Calcul des contraintes.

La contrainte d'écoulement dans la zone en dépouille est déterminée par la loi de comportement qui utilise des grandeurs généralisées (cf. équation (3.8)) pour la déformation et la vitesse de déformation. Le calcul de l'effort tangentiel à l'interface outil/matière est réalisé en supposant que la puissance mécanique de frottement est égale à la puissance mécanique de déformation. Cette dernière est obtenue par application de l'équation (3.1) au cas de la zone en dépouille. Localement, la puissance de frottement s'écrit :

$$d\dot{Q}_{fr} = dF_{\text{tan}} \cdot V_{o/m} \quad (3.74)$$

où  $d\dot{Q}_{fr}$  est la puissance de frottement,  $dF_{\text{tan}}$  l'effort tangentiel et  $V_{o/m}$  la vitesse de glissement à l'interface outil/matière.

L'effort normal est lié à l'effort tangentiel en utilisant un coefficient de frottement :

$$dF_{\text{norm}} = dF_{\text{tan}} \cdot f_{fr} \quad (3.75)$$

avec  $dF_{\text{norm}}$  l'effort normal et  $f_{fr}$  le coefficient de frottement.

III - 2 - 4 - 3 -Calcul des températures.

Pour la zone en dépouille, l'interface entre la matière et l'outil peut être assimilée à une hyperbole (cf. paragraphes III – 2 – 4 – 1). La température est alors déterminée en intégrant l'influence des sources de chaleur réparties au niveau de l'interface entre l'outil et la pièce. La quantité de chaleur produite par chaque source correspond à la quantité de chaleur moyenne produite dans la zone de déformation. Une part de ce flux de chaleur est libérée dans la matière, le reste est libéré dans l'outil. La quantité de chaleur libérée dans la matière par une source élémentaire s'écrit :

$$dq_l(\phi_{31}) = \frac{B_3}{l_3} \cdot \iiint_{\text{acuité}} \sigma(M) \cdot \dot{\epsilon}(M) dv(M) \quad (3.76)$$

avec  $\phi_{31}$  le flux de chaleur libéré dans la matière ;  $B_3$  la part libérée dans la matière du flux total de chaleur dans la zone d'acuité ;  $l_3$  la longueur du contact entre l'outil et la matière.

Pour calculer l'élévation de température côté matière (Figure III-30), l'équation (3.14) peut être utilisée. La vitesse des sources de chaleur correspond alors à la vitesse de coupe et les paramètres  $X$ ,  $R$  et  $R'$  s'expriment dans le repère lié à la face de coupe :

$$\begin{aligned} X &= x_a \quad ; \quad z = -y_a + d_m \\ R(l_i) &= \sqrt{(X - l_i)^2 + (z + y_{\text{int}}(l_i) - d_m)^2} \\ R'(l_i) &= \sqrt{(X - l_i)^2 + (z - y_{\text{int}}(l_i) - 3 \cdot d_m)^2} \end{aligned} \quad (3.77)$$

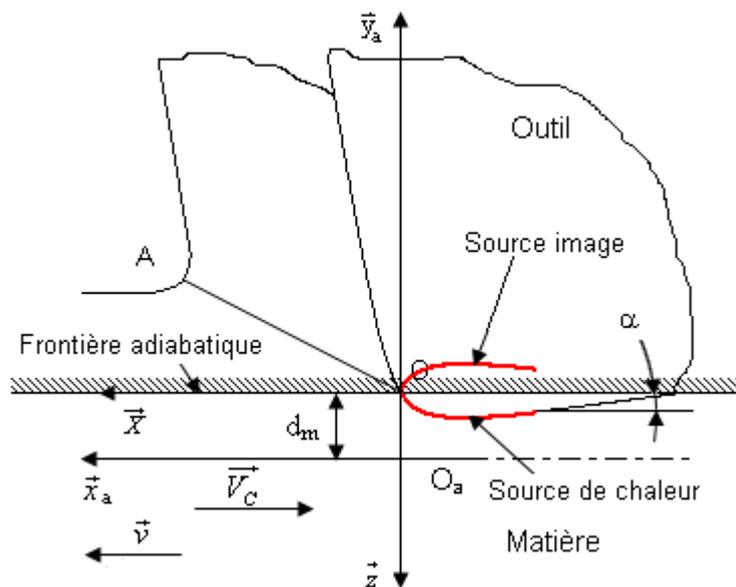


Figure III-30 : Repères et paramètres pour le calcul de l'élévation de température due à la zone de cisaillement primaire, côté pièce.

La température dans la matière est alors obtenue en ajoutant l'élévation de température due à la zone d'acuité à celle due à la zone de cisaillement primaire.

### III - 2 - 5 - Effort sur l'outil.

L'effort élémentaire appliqué sur l'outil correspond à la somme vectorielle de la pression de contact (normale à la surface) et de la contrainte de cisaillement calculées au niveau de l'interface (tangente à la surface). Cet effort élémentaire est ensuite projeté dans le repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  lié à l'outil. L'effort appliqué sur l'outil est la somme des efforts élémentaires le long de l'interface outil/copeau (la zone de cisaillement secondaire) et le long de l'interface outil matière (la zone en dépouille). Le torseur des efforts appliqués sur le foret est déterminé en déplaçant la résultante ainsi obtenue pour un élément à la pointe de l'outil.

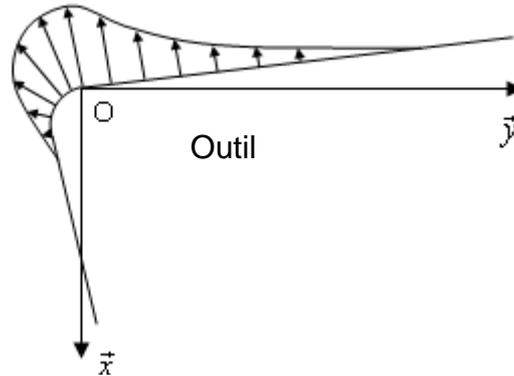


Figure III-31 : Répartition de la pression sur la surface de l'outil.

### III - 2 - 6 - Détermination des variables internes.

La résolution du modèle de coupe oblique utilisé pour les arêtes principales du foret emploie cinq paramètres d'entrée : les vitesses de coupe et d'avance, les angles de coupe et de dépouille et le rayon d'acuité d'arête. La description proposée utilise quatre variables internes : deux pour la zone de cisaillement ( $\phi$  et  $r_h$ ), deux pour la zone de cisaillement secondaire ( $\delta$ ,  $l_c$ ) et une pour la zone en dépouille ( $d_m$ ). Les valeurs de l'angle de cisaillement, du rayon des hyperboles de l'épaisseur de la zone de cisaillement secondaire et de l'épaisseur de matière déformée sont optimisées de façon à minimiser la puissance de déformation dans les zones de cisaillement primaire, de cisaillement secondaire et en dépouille. La valeur de la longueur de contact est déterminée de façon à équilibrer les efforts sur le copeau. La résolution se fait en deux temps : un algorithme pour la formation du copeau (zones de cisaillement primaire et secondaire) et un algorithme pour la zone en dépouille (cf. Figure III-32).

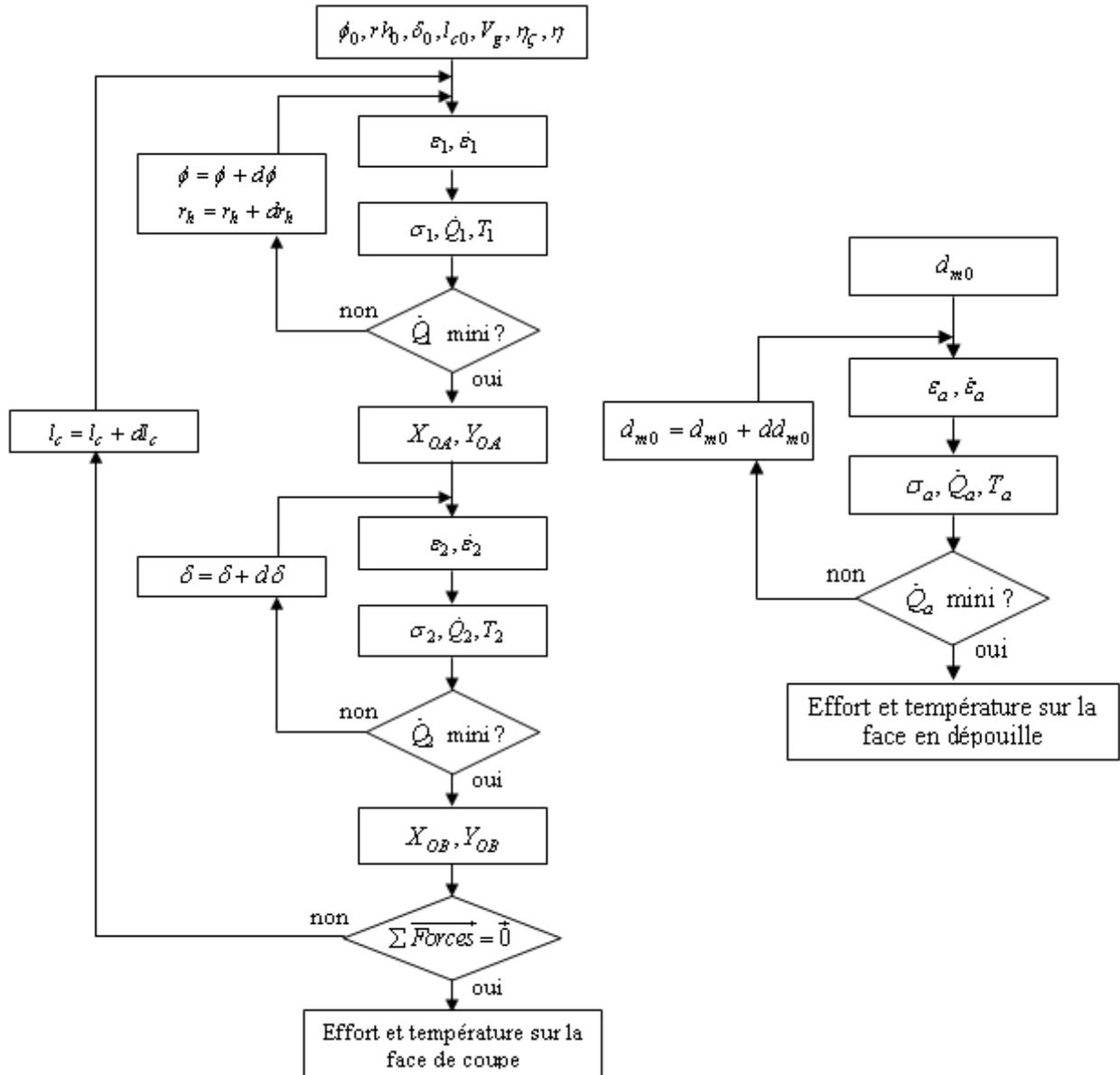


Figure III-32 : Algorithmes pour le modèle de coupe.

III - 3 - Modèle appliqué à l'âme du foret.

III - 3 - 1 - Caractéristiques de l'âme.

La partie centrale du foret, couramment nommée âme du foret, est une zone problématique en perçage. C'est en effet la partie qui produit la plus grande fraction de l'effort de poussée et qui produit une grande quantité de chaleur [Dargnat, 2005]. Ceci est la raison pour laquelle de nombreuses géométries de forets évolués cherchent à réduire les dimensions de cette zone. Pour le perçage de trous de grand diamètre, des avant trous de plus petit diamètre sont généralement réalisés pour réduire ces efforts.

La vitesse de coupe tendant vers zéro lorsque l'on se rapproche de l'axe de l'outil, la coupe

n'est plus possible. La matière en avant du foret est alors déplacée par un phénomène d'extrusion que l'on peut aussi assimiler à du fluo perçage. Pour la zone extérieure de l'âme, la présence d'angles de coupe très négatifs et d'angles de dépouille très faibles est à l'origine de l'effort de poussée important.

La modélisation des efforts générés se fait généralement en deux parties (Figure III-33) : une partie de la matière est coupée, sur la partie extérieure et une partie proche de l'axe où la matière est repoussée.

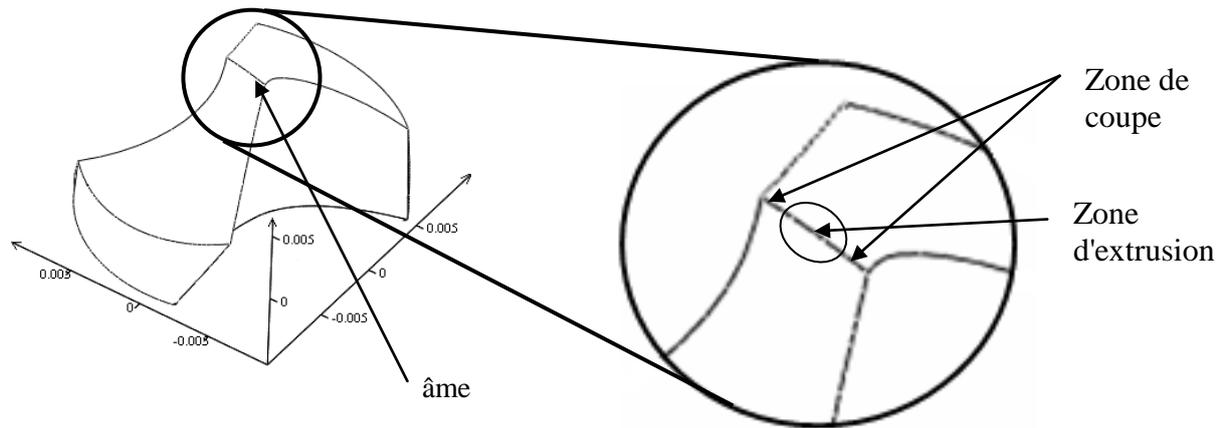


Figure III-33 : Identification des zones actives sur la partie centrale d'un foret.

Pour Elhachimi et al. [Elhachimi, 1999a ; Elhachimi, 1999b] la partie centrale est négligée, la zone extérieure étant modélisée à l'aide du modèle de coupe orthogonale d'Oxley [Oxley, 1988]. Le rayon limite pour le passage d'une zone à l'autre est placé à l'endroit où l'angle de dépouille devient négatif. Dans le cas où l'on représente l'âme comme un prisme, le rayon limite s'écrit alors :

$$r_o = \frac{f \cdot \tan(p) \cdot \cos(\psi)}{2 \cdot \pi} \quad (3.78)$$

$\psi$  désigne l'angle d'inclinaison de l'âme par rapport à l'arête principale de coupe.

Pour Yang et al. [Yang, 2002], le modèle de coupe utilisé pour l'arête principale est appliqué à la partie "coupante" de l'âme. La limite entre les deux zones de l'âme est calculée de façon similaire au modèle d'Elhachimi et al. La partie centrale de l'âme n'est pas négligée et l'effort et le couple sont calculés en utilisant un modèle d'indentation pour le cas d'une âme de géométrie prismatique :

$$F_{indentation} = \frac{4 \cdot K_s \cdot (1 + \varepsilon) \cdot f \cdot R_o \cdot \sin(\alpha_{ch})}{\cos(\alpha_{ch}) - \sin(\alpha_{ch} - \varepsilon)} \quad (3.79)$$

$$T_{indentation} = \frac{2 \cdot K_s \cdot (1 + \varepsilon) \cdot f \cdot R_o^2 \cdot \sin(\alpha_{ch})}{\cos(\alpha_{ch}) - \sin(\alpha_{ch} - \varepsilon)} \quad (3.80)$$

où  $F_{indentation}$  et  $T_{indentation}$  sont respectivement l'effort et le moment générés par l'extrusion de la matière,  $K_s$  est la limite élastique du matériau (comportement plastique parfait) et  $\alpha_{ch}$  correspond à l'angle de coupe de l'âme.  $\varepsilon$  correspond à l'orientation de la ligne de plus grande pente suivie par le matériau lors de son écoulement plastique.

Le modèle d'extrusion présenté au paragraphe suivant permet de tenir compte d'une loi de comportement du matériau plus réaliste ainsi que de la géométrie réelle de la pointe du foret.

### III - 3 - 2 - Modèle d'écoulement plastique.

Tout comme pour la modélisation de la coupe, la première étape consiste à déterminer les trajectoires suivies par la matière lors de sa déformation plastique. Un principe simple pour la détermination de ces trajectoires est de chercher le chemin le moins coûteux en énergie. C'est à dire, le chemin de déformation qui minimise l'énergie de déformation nécessaire à un élément de matière, de sa position initiale jusqu'à son évacuation avec le copeau dans la goujure.

$$W = \iiint \sigma \cdot \varepsilon \cdot dv \quad (3.81)$$

La minimisation de cette énergie par rapport au chemin suivi nécessite alors un calcul itératif d'autant plus long que l'expression de la contrainte prend en compte la vitesse de déformation et la température. Afin de simplifier la détermination des lignes d'écoulement de la matière le long des deux faces de l'âme, les critères de minimisation sont établis à partir d'une définition locale de la déformation corrélée avec des constatations expérimentales.

L'observation de la pointe d'un foret ayant usiné un alliage d'aluminium a mis en évidence des traces partant du centre de l'âme du foret jusque dans la goujure. L'observation de ce même foret au microscope électronique à balayage (cf. Figure III-34) a confirmé la présence de ces traces et une analyse EDS (spectrométrie à sélection d'énergie, cf. Figure III-35) a montré qu'au même endroit existait une fine couche d'aluminium déposée à la surface de l'outil. Ceci met en évidence une zone de contact entre l'outil et la pièce sur laquelle le matériau usiné (alliage d'aluminium) a subi de fortes pressions dues aux phénomènes d'extrusion ayant lieu à la pointe de l'outil.

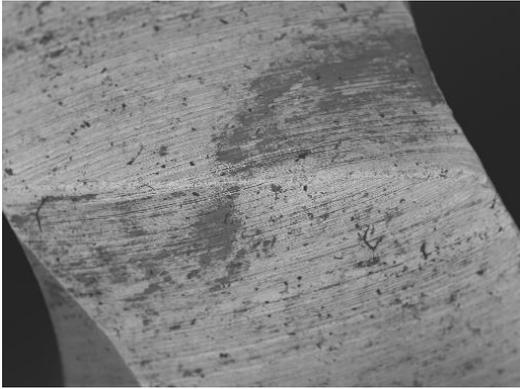


Figure III-34 : Image MEB de la pointe du foret.

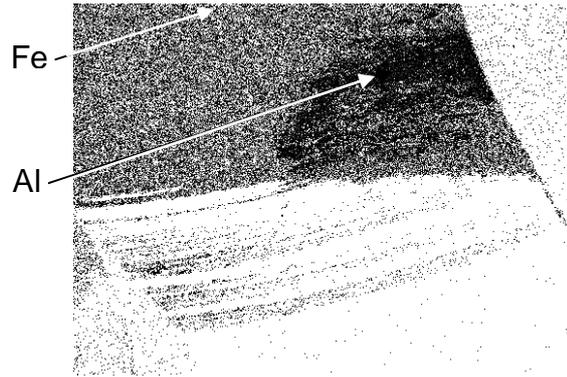


Figure III-35 : Analyse EDS.

Le trajet suivi par un élément de matière arrivant au niveau de l'arête de l'âme est déterminé de proche en proche en cherchant le point suivant qui minimise un déplacement de la matière défini localement. Le déplacement local représente le fait qu'en un point situé sur la face en dépouille, sa vitesse théorique, due au mouvement de coupe et au mouvement d'avance du foret, est telle que la position suivante du point se trouverait sous la surface de contact outil/matière (Figure III-36). La position réelle du point après un intervalle de temps  $dt$  se situe sur la surface en dépouille ; l'écart entre la position théorique et la position réelle du point représente le déplacement local lié à la déformation du matériau (Figure III-36).

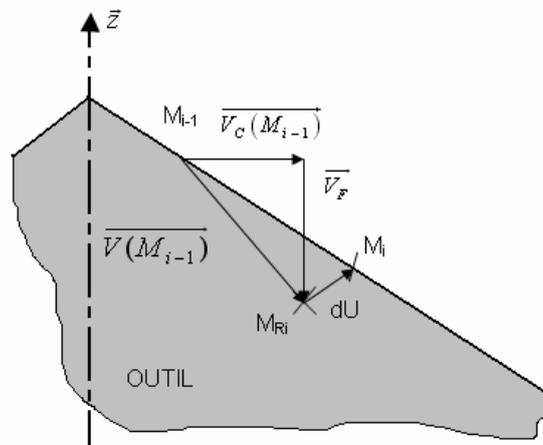


Figure III-36 : Construction itérative du trajet de la matière.

L'expression de ce déplacement local a été choisie de façon à reproduire la forme de cette zone de contact. Cette expression étant locale, elle fait intervenir deux points consécutifs sur un chemin de déformation :

$$dU = k_1 \left\| \overrightarrow{M_i M_{Ri}} \right\| - k_2 \cdot \left\| z_i - z_{Ri} \right\| \quad (3.82)$$

$$M_{Ri} = M_{i-1} + \overrightarrow{V(M_{i-1})}$$

où  $M_i$  est la nouvelle position du point  $M_{i-1}$  après un intervalle de temps  $dt$ ,  $k_1$  et  $k_2$  étant deux constantes.

Le déplacement local peut s'exprimer comme la différence entre la nouvelle position du point et sa position théorique en ne tenant compte que de la vitesse de l'outil au point  $M_{i-1}$ . C'est cette valeur du déplacement local  $dU$  qui doit être minimisée. Le chemin de déformation le long de l'outil peut alors être déterminé de proche en proche en partant d'un point sur l'arête de l'âme. Cette formulation prend en compte la distance entre le point théorique et le point sur le chemin de déformation, pondérée par la constante  $k_1$ , et la "ligne de plus grande pente" pondérée par la constante  $k_2$ . Les valeurs de ces deux constantes sont alors déterminées de façon à obtenir des trajectoires cohérentes avec les observations microscopiques.

Les figures présentent respectivement, les résultats des calculs pour lesquels  $k_1$  et  $k_2$  prennent les valeurs suivantes : (1,0) ; (1,2) ; (0,1) (respectivement Figure III-37, a, b, c). La première proposition correspond au cas des moindres déplacements entre le point virtuel et le point sur l'interface outil/matière. La dernière présente le cas des lignes de plus grande pente.

Pour le cas où  $k_2$  est nul (Figure III-37-a) ou pour celui où  $k_1$  est nul (Figure III-37-c), toutes les trajectoires ne débouchent pas dans la goujure comme le montre les observations au M.E.B. Figure III-34. Pour le cas des lignes de plus grande pente ( $k_1=0$ ), le trajet est très long, ce qui va augmenter l'énergie de déformation nécessaire dans ce cas. C'est donc pour des valeurs intermédiaires de  $k_1$  et  $k_2$  que se situera le minimum de l'énergie de déformation. Dans notre modèle, en première approximation, les valeurs de  $k_1$  et  $k_2$  sont arbitrairement fixées à 1 et 2, ce qui correspond aux trajets débouchant dans la goujure présentés Figure III-37-b.

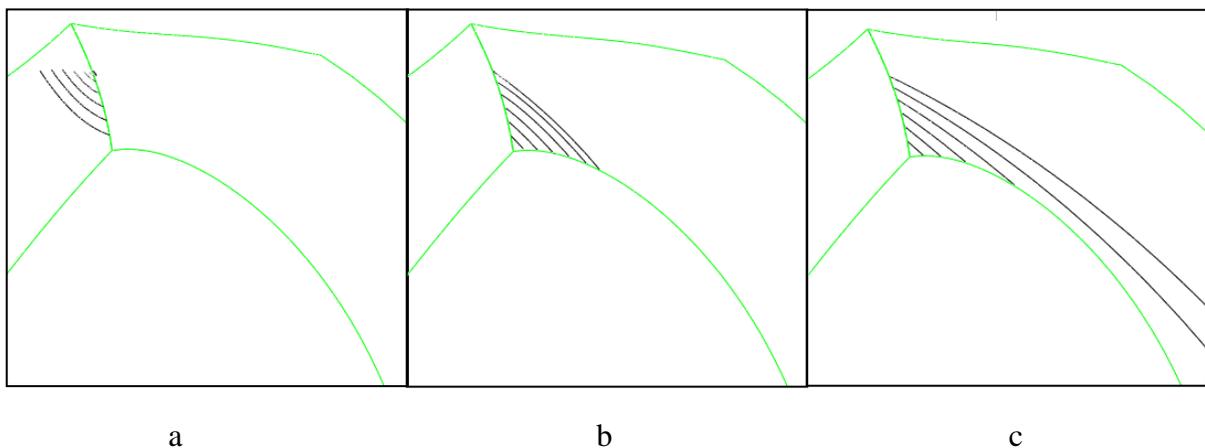


Figure III-37 : Hypothèses de trajectoires d'écoulement le long de l'âme

III - 3 - 3 - Détermination des grandeurs thermomécaniques.

III - 3 - 3 - 1 - Déformations et vitesses de déformation.

Les déformations et les vitesses de déformations sont déterminées à partir des trajectoires d'écoulement de la matière le long des surfaces de la pointe du foret. L'arête est discrétisée en segments et pour chacun, la trajectoire d'écoulement est déterminée pour le point moyen ainsi que pour deux points proches de part et d'autre du point moyen, ce qui permet le calcul du tenseur des déformations. De façon similaire au cas de la zone d'acuité d'arête, la zone affectée par la déformation est caractérisée par deux profondeurs de déformation notées,  $d_{m1}$  et  $d_{m2}$  Figure III-38.

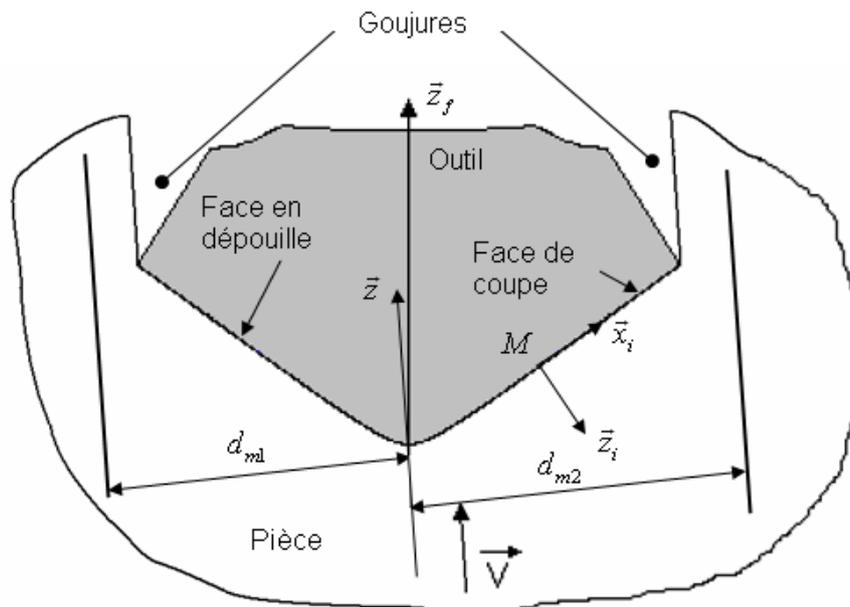


Figure III-38 : Zone de déformation autour de l'âme du foret.

En considérant un champ de déplacement diminuant de façon quadratique avec la distance à l'interface, et à partir du calcul des trajectoires d'écoulement, le déplacement en un point de la zone de déformation peut être déterminé. Le champ des vitesses est déterminé par dérivation temporelle du champ des déplacements. Les tenseurs de déformation et des vitesses de déformation sont obtenus en appliquant les équations (3.3) et (3.5).

Les vitesses, les déformations et les vitesses de déformation sont exprimées dans la base  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  liée à la vitesse à la pointe de l'outil ; en conséquence :  $\bar{e}_i, \bar{e}_j \in \{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\}$  et  $x_i, x_j \in \{x, y, z\}$ . Les champs de déformation et des vitesses de déformation permettent alors de déterminer la contrainte et les puissances mécaniques et thermiques.

III - 3 - 3 - 2 - Calcul des contraintes.

Le principe du calcul de la contrainte de cisaillement dans le matériau est le même que pour la modélisation de la coupe. La déformation généralisée et la vitesse de déformation généralisée sont calculées en utilisant la forme de Von Mises (équation (3.8)). La connaissance de ces grandeurs permet de déterminer la contrainte d'écoulement en utilisant la loi de comportement choisie.

L'effort surfacique élémentaire de frottement au niveau de l'interface outil/matière est déterminé en considérant que la puissance dissipée par frottement est égale à la puissance mécanique de déformation. L'effort élémentaire de frottement au point  $M$  à l'interface s'écrit alors :

$$\|dF_{fr}\| = \frac{dP_{méca}}{\|V_{int}\|} \quad (3.83)$$

$dF_{fr}$  désigne l'effort élémentaire de frottement,  $dP_{méca}$  désigne la puissance mécanique de déformation et  $V_{int}$  désigne la vitesse relative entre l'outil et le copeau.

L'effort élémentaire normal à la surface est ensuite déduit en considérant une loi de frottement de type Coulomb :

$$\|dF_{pres}\| = \frac{dF_{fr}}{f_{fr}} \quad (3.84)$$

$dF_{pres}$  et  $f_{fr}$  désignent respectivement l'effort surfacique élémentaire normal et le coefficient de frottement.

Le calcul des actions thermiques et mécaniques pour la pointe de l'outil utilise une variable interne pour chaque ligne d'écoulement, notées  $d_{m1}$  côté face de coupe et  $d_{m2}$  côté face en dépouille. La valeur de cette variable est optimisée de façon à minimiser la puissance mécanique de déformation mise en jeu.

III - 3 - 3 - 3 - Calcul des températures.

Les lignes d'écoulement n'étant pas des courbes planes, le calcul de l'augmentation de température due au flux thermique libéré dans la matière sera effectué sur une surface s'appuyant sur la ligne d'écoulement. Cette surface développable est construite à partir du faisceau de droites parallèles à la direction de l'axe de l'outil, (portée par  $\vec{z}_f$ ) et passant par

---

chacun des points de la ligne d'écoulement. La modélisation proposée par Komanduri et Hou [Komanduri, 2000] est appliquée, en utilisant le paramétrage  $(\varphi, \vec{X}, \vec{z})$  correspondant au schéma présenté (Figure III-39).

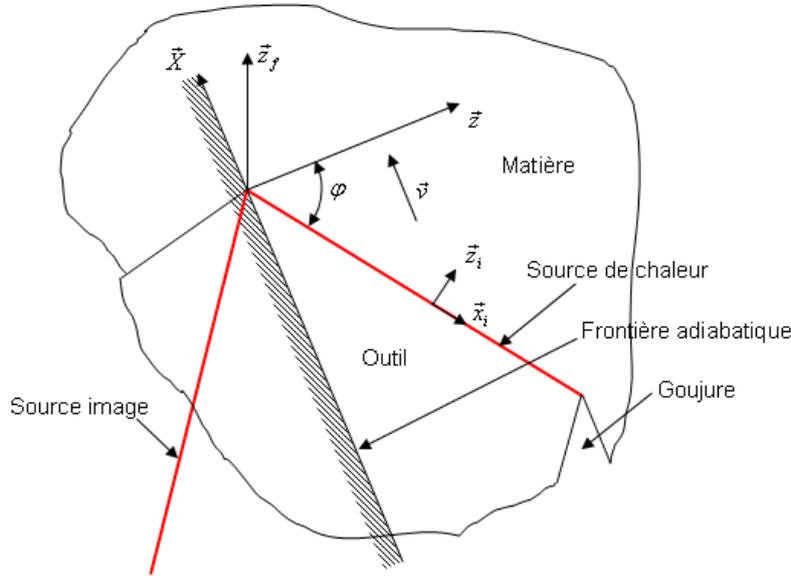


Figure III-39 : Repère et paramétrage pour le calcul de la température.

#### III - 3 - 4 - Efforts sur l'outil.

A partir des efforts élémentaires calculés en chaque point de discrétisation d'une ligne d'écoulement de la matière, le torseur élémentaire des actions mécaniques au point  $M$  peut être exprimé dans le repère local  $(M, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$  :

$$dT_{pièce/outil} = \left\{ \begin{array}{l} dF_{fr} \\ 0 \\ dF_{pres} \end{array} \right\}_{M, (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)} \quad (3.85)$$

$dT_{pièce/outil}$  désigne le torseur élémentaire des actions de la pièce sur l'outil et  $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$  désigne la base du repère local ;  $\vec{x}_i$  est colinéaire à la vitesse de glissement de la matière sur l'outil et  $\vec{z}_i$  est la normale à l'interface.

Ce torseur est ensuite projeté dans la base  $(\vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)$  liée à l'outil puis déplacé à la pointe de l'outil. Les actions mécaniques correspondant à une ligne d'écoulement sont alors la somme des torseurs élémentaires de chaque point de la ligne considérée. Le torseur des actions mécaniques de la pièce sur l'âme (torseur appliqué sur les surfaces constituant la pointe du foret) correspond à la somme des actions de chacune des lignes d'écoulement de la matière le long des surfaces de la pointe du foret.

III - 4 - Conclusion.

La modélisation des phénomènes ayant lieu en perçage présentée dans ce chapitre reprend les travaux de Tay et Oxley [Tay, 1974 ; Tay, 1976 ; Oxley, 1988] qui proposent une description des déformations et vitesses de déformation à partir des trajectoires suivies par la matière lors de la formation du copeau. En ne limitant pas la déformation dans la zone de cisaillement primaire entre deux plans, mais en considérant l'intégralité de la trajectoire hyperbolique, il nous a été possible d'obtenir une description continue des déformations et vitesses de déformations dans cette zone. L'utilisation d'une loi de comportement et l'application de la méthode de Komanduri et Hou [Komanduri, 2000 ; Komanduri, 2001a] permet alors d'obtenir les valeurs de la contrainte de cisaillement et de l'élévation de la température en chaque point. La description continue du champ des contraintes permet de déterminer l'effort appliqué à une interface telle que le plan de cisaillement primaire. L'application de la même méthode pour chacune des autres zones de calcul (cisaillement secondaire, zone en dépouille et âme du foret) permet de déterminer le champ des contraintes et le champ des températures aux différentes interfaces de l'outil (face de coupe et face en dépouille sur l'arête principale ainsi que sur l'âme du foret) à partir d'hypothèses faites sur les trajectoires d'écoulement de la matière.

Ce modèle utilise six variables internes : l'angle de cisaillement ( $\phi$ ), le rayon des trajectoires hyperboliques ( $R_{min}$ ), l'épaisseur de la zone de cisaillement secondaire ( $\delta$ ), la longueur de contact entre l'outil et le copeau ( $l_c$ ), les épaisseurs de matière déformée dans la zone en dépouille et pour l'âme ( $d_m$ ,  $d_{m1}$  et  $d_{m2}$ ). Les valeurs de ces variables internes sont optimisées par rapport à des critères de fonctionnement à puissance minimale ou de sorte à obtenir l'équilibre statique du copeau.

Pour pouvoir être résolu, ce modèle ne nécessite que la connaissance de la géométrie de l'outil employé, les conditions de coupe ainsi que les constantes relatives au comportement mécanique et thermique du matériau. A partir des résultats fournis, il nous sera possible de déterminer le torseur des actions mécaniques appliquées à l'outil ainsi que le champ des contraintes et températures au niveau des faces de coupe et des faces en dépouille du foret. Ces données pourront alors alimenter des modèles de prévision de l'usure ou de défaillance de l'outil.

III - 5 - Références.

[Cahuc, 2001]

O. Cahuc, P. Darnis, A. Gérard and J. Battaglia, "Experimental and analytical balance sheet in turning applications". *International Journal of Advanced Manufacturing Technologies*. 2001, 18, 648-656.

[Dargnat, 2005]

F. Dargnat, P. Darnis and O. Cahuc, "Energetical approach for semi-analytical drilling modelling". *CIRP*. 2005, 183-190.

[Elhachimi, 1999a]

M. Elhachimi, S. Torbaty and P. Joyot, "Mechanical modelling of high speed drilling. 1: Predicting torque and thrust". *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 1999a, 553-568.

[Elhachimi, 1999b]

M. Elhachimi, S. Torbaty and P. Joyot, "Mechanical modelling of high speed drilling. 2: Predicted and experimental results". *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 1999b, 569-581.

[Gilormini, 1982]

P. Gilormini, "Contribution à la modélisation de la formation du copeau en usinage des métaux." *Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris, n°Accession, Number 1982..*

[Khan, 1999]

A. S. Khan and R. Liang, "Behaviours of three bcc metal over a wide range of strain rates and temperatures: Experiments and modeling". *International Journal of Plasticity*. 1999, 15, 1089-1109.

[Komanduri, 2000]

R. Komanduri and Z. B. Hou, "Thermal modelling of the metal cutting process part i : Temperature rise distribution due to shear plane heat source". *International Journal of Mechanical Sciences*. 2000, 1715-1752.

[Komanduri, 2001a]

R. Komanduri and Z. B. Hou, "Thermal modelling of the metal cutting process -- part ii: Temperature rise distribution due to frictional heat source at the tool-chip interface". *International Journal of Mechanical Sciences*. 2001a, 57-88.

[Komanduri, 2001b]

R. Komanduri and Z. B. Hou, "Thermal modelling of the metal cutting process -- part iii : Temperature rise distribution due to the combined effects of shear plane heat source and the tool-chip interface frictional heat source". *International Journal of Mechanical Sciences*. 2001b, 89-107.

[Marinov, 2001]

V. R. Marinov, "Hybrid analytical / numerical solution for the shear angle in orthogonal metal cutting ; part i: Theoretical foundation". International Journal of Mechanical Sciences. 2001, 399-414.

[Merchant, 1945]

E. Merchant, "Mechanics of the metal cutting process. I. Orthogonal cutting an type 2 chip." Journal of Applied Physics. 1945, 16.

[Meyer, 2005]

L. W. Meyer, T. Halle and N. Herzig, "Determination of special material behaviour and developement of constitutive equations for numerical simulations of high speed cutting processes". CIRP. 2005, 131-139.

[Moufki, 2004]

A. Moufki, A. Devillez, D. Duzinski and A. Molinari, "Thermomechanical modelling of oblique cutting and expérimental validation". International Journal of Machine Tool & Manufacture. 2004, 44, 971-989.

[Oxley, 1988]

P. L. B. Oxley, "Modelling machining processes with a view to their optimization". Robotics and Computer Integrated Manufacturing. 1988, 103-119.

[Ozel, 2004]

T. Ozel and E. Zeren, "Determination of work material flow stress and friction for fea of machining using orthogonal cutting tests". Journal of Materials Processing Technology. 2004, 153-154, 1019-1025.

[Puigsegur, 2002]

L. Puigsegur, "Caractérisation thermique d'un procédé d'usinage par tournage. Approche analytique et par identification de systèmes non entiers." Thèse de doctorat de mécanique, Université Bordeaux 1, France, n° Accession, Number 2002.

[Qi, 2003]

H. S. Qi and B. Mills, "Modelling of the dynamic tool–chip interface in metal cutting". Journal of Materials Processing Technology. 2003, 138, 201-207.

[Rule, 1998]

W. K. Rule and S. E. Jones, "A revised form for the johnson-cook strength model". International Journal of Inpact Engenneering. 1998, 21, 609-624.

[Shalta, 2001]

M. Shalta, C. Kerk and T. Altan, "Process modelling in machining. Part i: Determination of flow stress data". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2001, 41, 1511-1534.

[Tay, 1974]

A. O. Tay and M. G. Stevenson, "Using the finite element method to determine temperature distribution in orthogonal machining". Proc Instn Mech Engrs. 1974, 188, 627-638.

[Tay, 1976]

A. O. Tay, M. G. Stevenson, G. d. V. Davis and P. L. B. Oxley, "A numerical method for calculating temperature distributions in machining, from forces and shear angle measurements." *International Journal of Machine Tool Design Reserch*. 1976, 16, 335-349.

[Toulouse, 1998]

D. Toulouse, "Contribution à la modélisation et à la métrologie de la coupe dans le cas d'un usinage tridimensionnel." Thèse de doctorat de mécanique, Université Bordeaux 1, France, n°Accession, Number 1998.

[Yang, 2002]

J. A. Yang, V. Janagathan and R. Du, "A new dynamic model for drilling and reaming processes". *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2002, 299-311.

[Zirelli, 1986]

F. J. Zirelli and R. W. Armstrong, "Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculation". *Journal of Applied Physics*. 1986, 65, 1816-1825.



**Chapitre IV - Techniques expérimentales et validation.**

IV - 1 - Problèmes et solutions liés aux particularités du perçage. ....	136
IV - 2 - Essais en rabotage, validation du modèle de coupe. ....	136
IV - 2 - 1 - Mesure des variables internes. ....	137
IV - 2 - 1 - 1 - Méthode de coupe interrompue. ....	137
IV - 2 - 1 - 2 - Acquisition vidéo haute fréquence. ....	138
IV - 2 - 2 - Mesure des actions mécaniques. ....	138
IV - 2 - 3 - Dispositif et expérimentations. ....	139
IV - 2 - 3 - 1 - Outils et conditions de coupe. ....	139
IV - 2 - 3 - 2 - Acquisition vidéo. ....	140
IV - 2 - 3 - 3 - Mesure des efforts. ....	141
IV - 2 - 4 - Méthodes d'analyse des résultats. ....	141
IV - 2 - 4 - 1 - Analyse du torseur d'efforts. ....	141
IV - 2 - 4 - 2 - Analyse des vidéos. ....	142
IV - 2 - 4 - 3 - Analyse micrographique des copeaux. ....	143
IV - 2 - 5 - Résultats et analyses. ....	144
IV - 2 - 5 - 1 - Efforts. ....	144
IV - 2 - 5 - 2 - Variables internes. ....	147
IV - 3 - Essais en perçage, validation du modèle complet. ....	151
IV - 3 - 1 - Principe des essais. ....	151
IV - 3 - 2 - Dispositif expérimental. ....	152
IV - 3 - 3 - Etude des actions mécaniques. ....	154
IV - 3 - 4 - Résultats et analyses. ....	155
IV - 3 - 4 - 1 - Actions mécaniques. ....	156
IV - 3 - 4 - 2 - Variables internes. ....	159
IV - 4 - Remarques générales. ....	160
IV - 4 - 1 - Températures. ....	160
IV - 4 - 2 - Influence du listel. ....	162
IV - 4 - 3 - Loi de comportement. ....	163
IV - 4 - 3 - 1 - Analyse critique. ....	163
IV - 4 - 3 - 2 - Méthode directe. ....	164
IV - 4 - 3 - 3 - Méthode inverse. ....	165
IV - 5 - Conclusion. ....	165
IV - 6 - Références. ....	167

## Nomenclature

### Conditions de coupe :

$V_c$  : vitesse de coupe [m.min<sup>-1</sup>]

$f$  : avance [mm]

$V_f$  : vitesse d'avance [mm.min<sup>-1</sup>]

$N$  : vitesse de rotation de la broche [tour.min<sup>-1</sup>]

$a_p$  : profondeur de passe [mm]

$\alpha$  : angle de dépouille [deg]

$\gamma$  : angle de coupe [deg]

$\lambda$  : angle d'inclinaison d'arête [deg]

$\kappa_r$  : angle d'attaque [deg]

$\phi_{foret}$  : diamètre du foret [mm]

$\phi_{avant-trou}$  : diamètre de l'avant-trou [mm]

$D_i$  : diamètre de l'avant-trou du i<sup>ème</sup> essai de perçage [mm]

$R_i$  : rayon de l'élément correspondant au i<sup>ème</sup> essai de perçage [mm]

### Paramètres vidéo :

$t_{exp}$  : temps d'exposition [ms]

$d$  : distance minimale de la zone d'observation [mm]

$n_p$  : nombre de pixels [sans unité]

### Actions mécaniques :

$F_x, F_y, F_z$  : efforts mesurés, dans le repère de la platine de mesure [N]

$M_x, M_y, M_z$  : moments mesurés, dans le repère de la platine de mesure [N.m]

$\{A_i\}$  : torseur des actions mécaniques du i<sup>ème</sup> essai de perçage

$T_{outil/copeau}$  : torseur des actions mécaniques entre l'outil et le copeau

$T_{mes}$  : torseur des actions mécaniques mesurées

$F_c$  : effort de coupe en rabotage [N]

$F_a$  : effort d'avance en rabotage [N]

$F_z$  : effort de poussée en perçage [N]

$M_z$  : moment de coupe en perçage [N.m]

Variables internes :

$l_c$  : longueur de contact outil/copeau [mm]

$h_{copeau}$  : épaisseur du copeau [mm]

$h$  : épaisseur de matière coupée [mm]

$R_h$  : rayon de courbure minimum des hyperboles [mm]

$\phi$  : angle de cisaillement primaire [deg]

$\delta$  : épaisseur du cisaillement secondaire [mm]

$V_0$  : vitesse de glissement à l'entrée de l'interface outil/copeau [m.s<sup>-1</sup>]

$\eta$  : facteur de la loi de vitesse dans la zone de cisaillement secondaire [sans unité]

Paramètres de la loi de Johnson Cook :

$T_0$  : température initiale du matériau [K]

$T_{fusion}$  : température de fusion du matériau coupé [K]

A, B, C : paramètres de la loi de Johnson Cook [MPa]

n, m : paramètres de la loi de Johnson Cook [sans unité]

A' : paramètre de la loi de comportement modifiée [MPa]

B' : paramètre de la loi de comportement modifiée [sans unité]

IV - 1 - Problèmes et solutions liés aux particularités du perçage.

Le modèle thermomécanique de perçage présenté au chapitre précédent permet de déterminer les grandeurs globales liées à la coupe telles que l'effort de poussée et le moment de coupe. Ce modèle permet, également, de calculer l'évolution des actions mécaniques et thermiques le long des différentes arêtes du foret. La validation doit donc permettre de comparer les actions mécaniques globales mais aussi grandeurs locales (pressions, contraintes). L'évaluation du modèle de coupe doit aussi permettre d'analyser un maximum de grandeurs liées à la coupe telles que l'angle de cisaillement primaire, la longueur du copeau ou l'épaisseur de copeau. Ces variables internes ont été déterminées soit analytiquement, soit numériquement afin de minimiser ou d'équilibrer des énergies ou actions mécaniques mises en jeu. La mesure expérimentale de ces grandeurs permet une meilleure analyse des écarts entre les résultats de calculs et les résultats expérimentaux.

Le perçage étant une opération confinée, l'observation directe de la formation du copeau est impossible, les variables internes ne pourront donc pas être mesurées lors d'un perçage. Comme le montrent les résultats du chapitre II, les angles d'outils varient fortement le long des arêtes du foret et leurs valeurs sortent largement des domaines déjà étudiés pour les modèles de coupe orthogonale, oblique ou de tournage. Ces constatations ont conduit à une validation en deux temps : une première phase de validation du modèle de coupe par des expérimentations en rabotage et une deuxième phase d'essais de perçage permettant d'évaluer le modèle dans son ensemble.

IV - 2 - Essais en rabotage, validation du modèle de coupe.

Les expérimentations en rabotage doivent permettre d'étudier et de valider le modèle avec pour objectif la prédiction des actions thermomécaniques en perçage. Il est nécessaire de se placer dans des conditions similaires à celles du perçage. Pour cela, différents essais ont été réalisés en utilisant des géométries d'outil (angle de coupe, angle de dépouille) et des conditions de coupe (vitesse de coupe, avance) comparables à celles que l'on pourrait trouver, localement, lors d'un perçage. Le choix des différents paramètres de coupe est présenté au paragraphe IV – 2 – 3 – 1.

La validation du modèle de coupe se fait par la mesure des actions mécaniques de coupe et des variables internes. Les grandeurs mesurées expérimentalement sont ensuite comparées

---

avec les résultats fournis par le modèle.

IV - 2 - 1 - Mesure des variables internes.

Pour les variables internes telles que l'angle de cisaillement, l'épaisseur du copeau et la longueur de contact entre l'outil et le copeau, deux solutions sont envisageables : les dispositifs de coupe interrompue (quick stop) et l'utilisation d'une caméra à haute fréquence d'acquisition.

IV - 2 - 1 - 1 - Méthode de coupe interrompue.

La méthode de coupe interrompue est couramment utilisée afin d'étudier la formation du copeau. Dans la majorité des cas, un système mécanique est utilisé afin de dégager l'outil du copeau le plus rapidement possible. Des exemples de tels dispositifs sont présentés Figure IV-1 a et b. Une autre solution proposée par SARTKULVANISH et al. [Sartkulvanich, 2003] est de détacher une partie de la pièce usinée qui est emportée avec l'outil Figure IV-1 c. La principale difficulté de ces méthodes est de s'assurer que le processus d'interruption de la coupe est suffisamment rapide pour ne pas modifier les paramètres de coupe au moment de l'interruption. C'est pourquoi les deux premiers exemples nécessitent l'emploi de systèmes

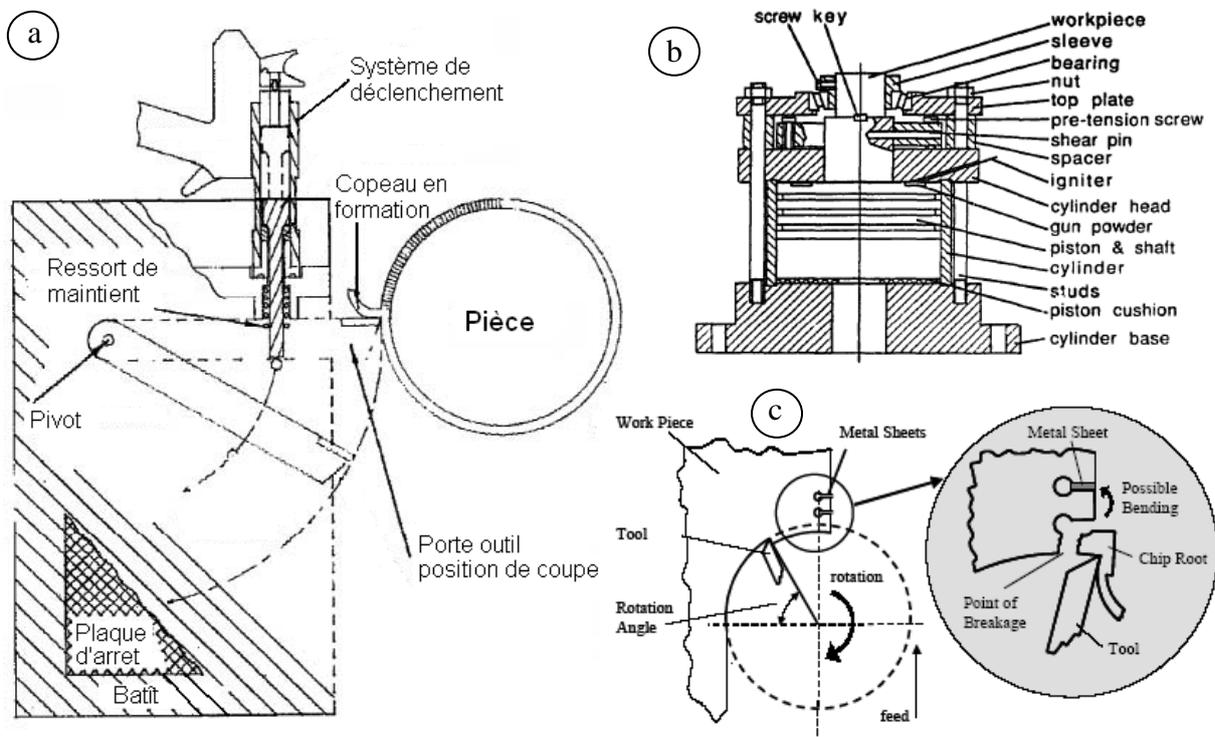


Figure IV-1 : Différents dispositifs de coupe interrompue ;  
a : tournage NABHANI [Nabhani, 2001] ; b : perçage VENKATESH et al. [Venkatesh, 1996] ; c : fraisage SARTKULVANICH et al. [Sartkulvanich, 2003].

complexes et à haute énergie utilisant des explosifs. Le dernier exemple est beaucoup plus simple de mise en œuvre mais n'est applicable qu'à des matériaux fragiles. Plus le matériau est ductile, plus sa déformation avant rupture entraînera une modification des conditions de coupe (vitesse de coupe effective diminuée) au moment de la rupture.

#### IV - 2 - 1 - 2 - Acquisition vidéo haute fréquence.

Comparé aux techniques de coupe interrompue, le principal avantage de l'observation directe de la formation du copeau grâce à une caméra à haute vitesse d'acquisition est de ne pas interrompre la coupe, et donc de ne pas modifier les conditions de coupe lors de l'observation. La dynamique de la coupe peut également être étudiée et les conditions de coupe effectives peuvent être évaluées. Les principaux inconvénients de cette méthode sont liés à des difficultés techniques, la première étant d'obtenir une image nette. La vitesse du défilement du copeau devant l'outil étant élevée, la vitesse d'obturation de la caméra doit être très importante de façon à avoir un temps de pause le plus faible possible. Diminuer le temps de pause diminue aussi l'éclairage apparent et nécessite donc des sources de lumière très concentrées. De plus, l'observation simultanée de la coupe dans son ensemble et d'un point de vue local nécessite une très grande résolution d'image. Toutefois, ce problème est résolu en réalisant deux essais dans les mêmes conditions de coupe et en changeant le grossissement de l'objectif.

Afin de ne pas modifier les conditions de la coupe lors de la mesure, la solution de la caméra haute vitesse a été préférée à un système d'interruption de la coupe. Les mesures vidéo ont été complétées par la mesure du torseur complet des actions mécaniques de coupe et par l'étude des copeaux, notamment par des observations aux microscopes.

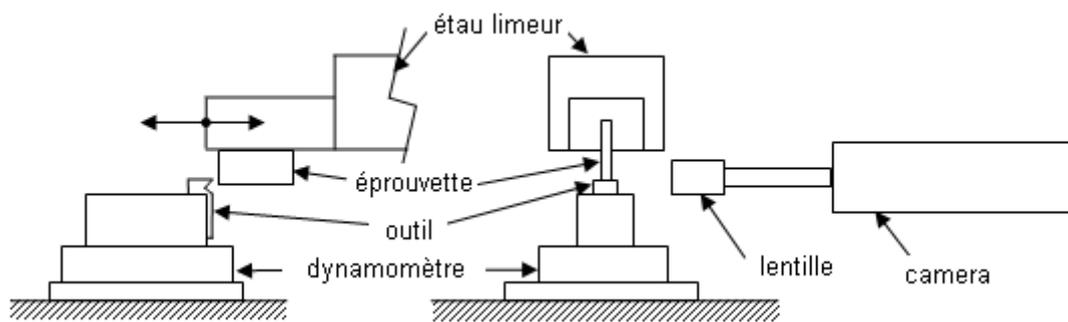
#### IV - 2 - 2 - Mesure des actions mécaniques.

Dans le cas de la coupe orthogonale, le torseur des actions mécaniques ne se compose, théoriquement, que de l'effort de coupe et de l'effort d'avance, et les moments de coupe sont généralement négligés. Cependant, une étude expérimentale menée par Cahuc et al. [Cahuc, 2001] a montré que la prise en compte des moments de coupe permet une meilleure évaluation de la puissance consommée. L'utilisation d'un dynamomètre mesurant les six composantes du torseur des actions mécaniques permet d'évaluer l'influence des défauts de

positionnement de l'outil et de la pièce, par la mesure des grandeurs théoriquement nulles. L'erreur de mesure liée à l'utilisation de ce dynamomètre est de 5% pour les efforts et 8% pour les moments sur la pleine échelle.

#### IV - 2 - 3 - Dispositif et expérimentations.

Le dispositif expérimental utilisé se compose d'un étau-limeur, d'un dynamomètre à six composantes et d'un dispositif d'acquisition vidéo haute vitesse. Le dispositif d'acquisition vidéo se compose de la caméra haute vitesse (jusqu'à 33000 images par seconde), d'un système de sauvegarde et d'une monture d'objectif permettant un grossissement important. La Figure IV-2 représente un schéma de principe du dispositif expérimental. Afin de simplifier le montage expérimental et l'exploitation des résultats, l'outil est fixé sur la table de la machine qui reste immobile. Les systèmes d'acquisition (dynamomètre et caméra) sont alors fixes par rapport à l'outil.



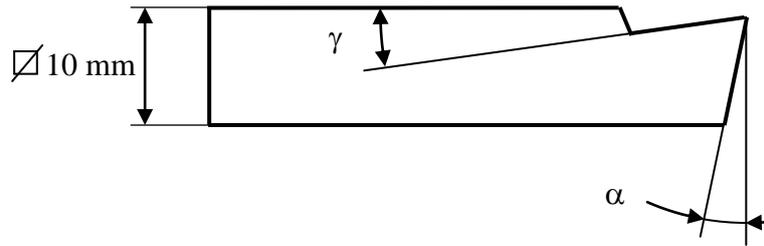
**Figure IV-2 : Schématisation du dispositif expérimental de rabotage.**

##### IV - 2 - 3 - 1 - Outils et conditions de coupe.

Les outils utilisés ont été fabriqués afin d'avoir des géométries similaires à celles de l'arête principale de coupe. Six outils ont été fabriqués en utilisant les angles de coupe et de dépouille (cf. Figure IV-3) correspondant à six points de l'arête de coupe d'un foret standard de diamètre 20 mm (Voir paragraphe II-4-1). Ces angles sont présentés Tableau IV-1. Les outils ont été réalisés en acier rapide supérieur au cobalt (HSS-Co).

Outil	1	2	3	4	5	6
Angle de coupe $\gamma$ (deg)	29.15	18.13	4.17	-10.95	-21.21	-32.26
Angle de dépouille $\alpha$ (deg)	3.81	6.98	10.4	15.2	18.98	25.14

**Tableau IV-1 : Angles de coupe et de dépouille pour les différents outils utilisés ;  $\lambda = 0$  deg.**



**Figure IV-3 : Géométrie des outils de rabotage.**

Pour chaque outil, deux vitesses de coupe (7 m/min et 10.5 m/min) et deux avances (0.2mm et 0.3mm) ont été testées. Au total, le processus de coupe a été observé dans 24 configurations différentes. Les expérimentations ont été effectuées sur des éprouvettes de 2.5 mm de largeur et 60 mm de longueur, en acier 42 Cr Mo 4, déjà utilisé pour la validation des modèles de coupe de Toulouse et Laheurte [Toulouse, 1998, Laheurte, 2004].

Composition Chimique	C	Si	Mn	Mo	S
Pourcentage massique	0.38-0.45	0.10-0.40	0.90-1.20	0.15-0.30	0.020-0.040

**Tableau IV-2 : Composition chimique du 42 Cr Mo 4.**

Au cours de ces 24 expérimentations, les actions mécaniques ont été mesurées et des films haute fréquence ont été réalisés.

#### IV - 2 - 3 - 2 - Acquisition vidéo.

Les acquisitions vidéo ont été réalisées à l'aide d'une caméra haute vitesse i-speed de la société Olympus. La résolution maximale de la caméra est de 800 pixels par 600 pixels et la vitesse d'acquisition maximale est de 1000 fps (frame per seconde => images par secondes) en résolution maximale et jusqu'à 33000 fps en résolution réduite, à cause de la limitation imposée par le taux de transfert (1.5Go/s) vers la mémoire interne de la caméra.

Les observations ont été réalisées à une fréquence d'acquisition de 4000 fps, avec une résolution d'image de 384x288. En effet, le taux de transfert des données du capteur vers la mémoire interne de la caméra limite la résolution pour les fréquences d'acquisition élevées. Dans ces conditions, le temps maximal utilisable pour réaliser une prise de vue (temps d'exposition) est de 25 μs. Des sources à arc de 120 W ont été utilisées, la lumière produite étant amenée grâce à un système de fibres optiques puis focalisée sur la zone à observer.

Le système d'optiques utilisé est constitué d'un système de réglage de la focale et de l'ouverture, sur lequel est monté un objectif de microscopie x5 ou x20. Ce dispositif permet

donc d'obtenir le grossissement voulu ainsi que le réglage du plan de focalisation désiré. Le cadrage (position de la zone filmée) est fait en déplaçant l'ensemble caméra et optiques à l'aide de guidages micrométriques suivant trois axes orthogonaux.

#### IV - 2 - 3 - 3 - Mesure des efforts.

Le dynamomètre six composantes a été fixé sur la table de l'étau limeur, l'axe x étant aligné avec le déplacement du bélier de la machine, et l'axe z vertical. Les actions de coupe ont été mesurées au centre de la platine ( $O_p$ , Figure IV-4) avec une fréquence d'acquisition de 5kHz. Le torseur ainsi obtenu doit ensuite être déplacé à la pointe de l'outil ( $O$ , Figure IV-4).

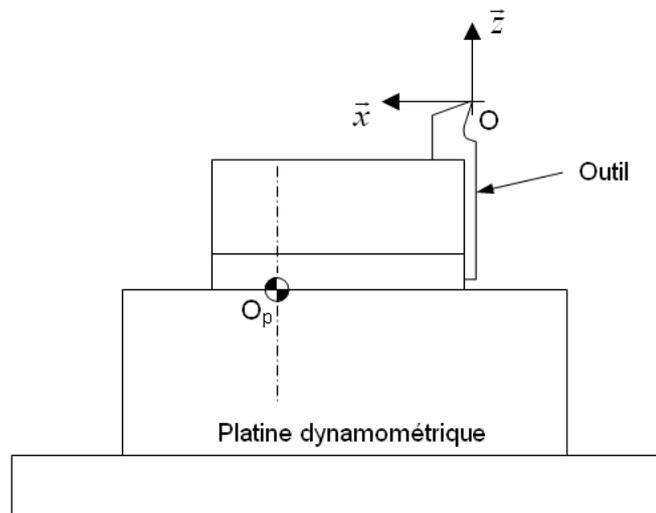


Figure IV-4 : Positionnement de la pointe outil dans le repère de la platine.

#### IV - 2 - 4 - Méthodes d'analyse des résultats.

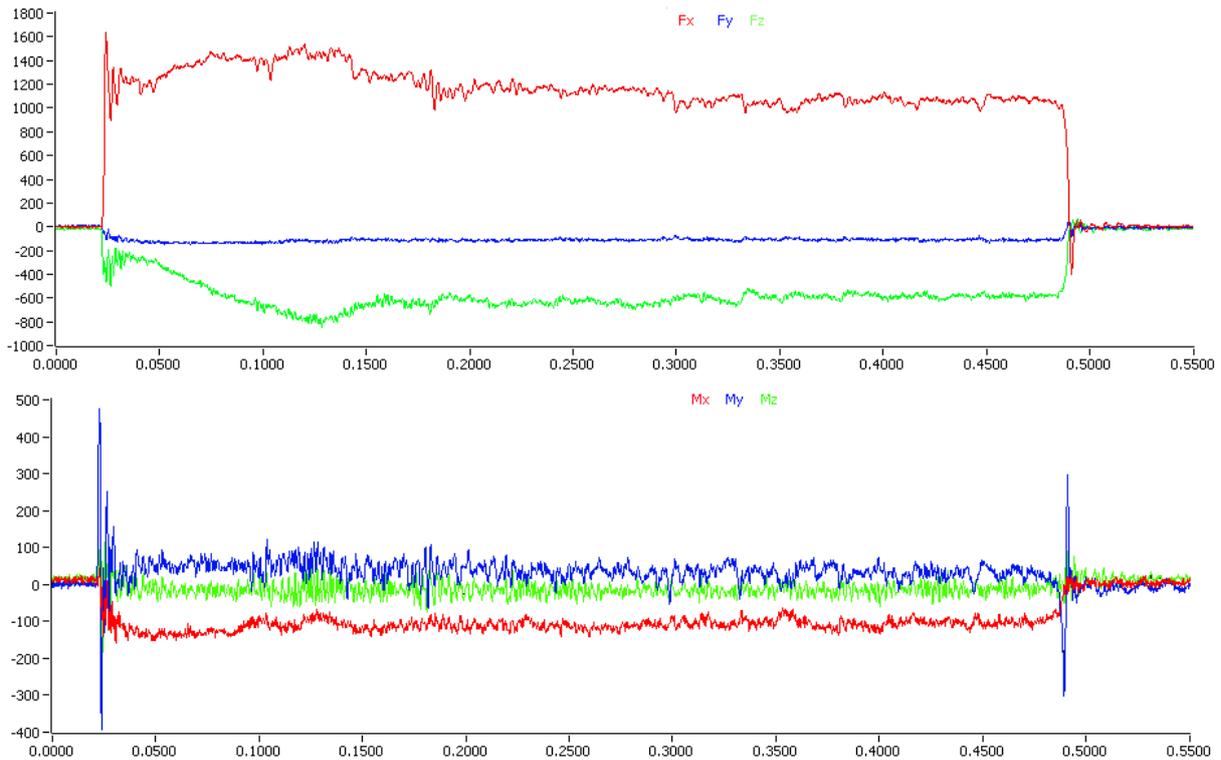
##### IV - 2 - 4 - 1 - Analyse du torseur d'efforts.

A partir des courbes de résultats des mesures des composantes du torseur des actions mécaniques exprimé à la pointe de l'outil (Figure IV-5), il est possible de calculer les valeurs moyennes des actions sur une zone choisie. Sachant que le copeau s'écoule perpendiculairement à l'arête de coupe et d'après l'hypothèse de problème plan, le torseur des actions mécaniques du copeau sur la pièce s'exprime dans le repère lié à la platine par :

$$T_{\text{copeau} \rightarrow \text{outil}} = \left\{ \begin{array}{c|c} F_c & 0 \\ 0 & M_y \\ F_a & 0 \end{array} \right\}_{P(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \quad (4.1)$$

Les mesures (voir exemple Figure IV-5) montrent l'existence d'une composante de la résultante des actions mécaniques sur l'axe y du repère de la platine non nulle ainsi que de

composantes du moment suivant les directions  $x$  et  $z$  non nulles. Ceci peut s'expliquer par la présence de défauts d'orientation de l'outil dans le repère de la machine. Ainsi l'angle d'inclinaison d'arête et l'angle d'attaque ne sont pas nuls. Ces défauts sont dus aux aléas de fabrication et de montage des différents éléments de la chaîne reliant la table de l'étau limeur à l'outil ainsi qu'au défaut d'alignement entre le bélier et l'éprouvette.



**Figure IV-5 : Exemple de courbes de mesure du torseur des actions mécaniques pour une opération de rabotage ; efforts en N, moments en Ndm en fonction du temps en s.**

Afin de compléter l'analyse des résultats de calculs, les images video ont été utilisées pour ajouter à la mesure des actions mécaniques, la mesure de grandeurs géométriques.

#### IV - 2 - 4 - 2 - Analyse des vidéos.

L'analyse des vidéos a pour objectif la mesure des paramètres effectifs de la coupe : épaisseur de matière coupée, angles d'outils en travail, ainsi que certaines variables internes de la coupe : angle de cisaillement, longueur de contact outil/copeau, trajectoire d'un point au passage de la zone de cisaillement primaire.

Les distances et les angles peuvent être mesurés sur chaque image extraite de la vidéo (cf. Figure IV-6), les valeurs moyennes peuvent ensuite être calculées et être comparées avec les valeurs déterminées par le modèle.

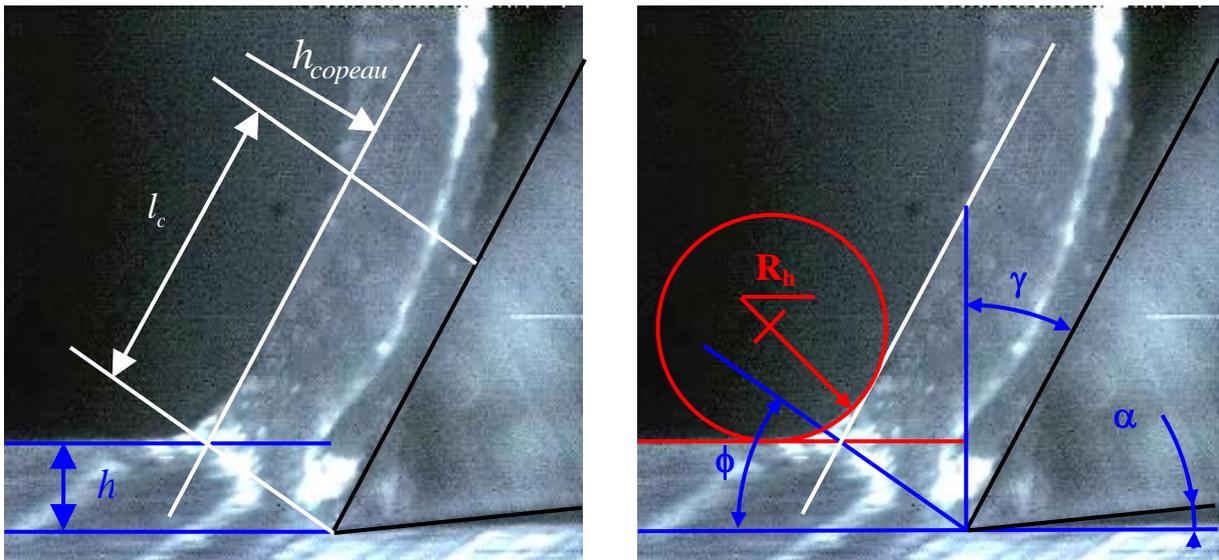


Figure IV-6 : Mesure des grandeurs liées à la coupe.

IV - 2 - 4 - 3 -Analyse micrographique des copeaux.

L'étude micrographique des copeaux permet d'étudier le phénomène de coupe à une échelle plus réduite que l'étude des images vidéo. La préparation du copeau (polissage + attaque chimique au nital) permet d'observer les déformations des grains de matière, et la déformation des bandes de cisaillement (Figure IV-7).

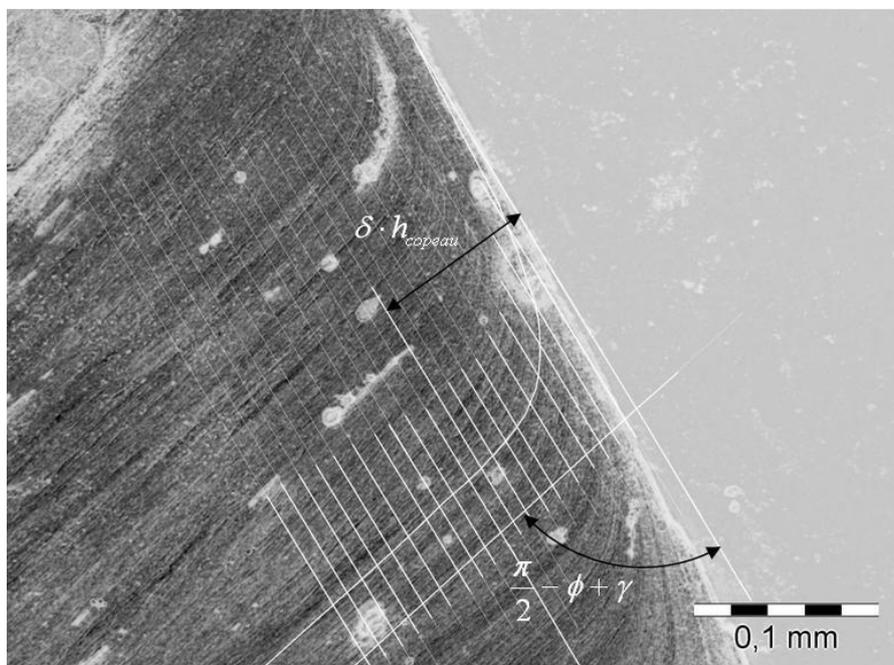


Figure IV-7 : Exemple d'analyse de la micrographie d'un copeau.

L'analyse des micrographies grâce au logiciel de mesure d'image ImageJ [ImageJ], permet de mesurer l'angle de cisaillement du copeau ( $\phi$ ), la largeur du copeau ( $h_{copeau}$ ), l'épaisseur de la zone cisailée ( $\delta h_{copeau}$ ), ainsi que la mesure des déplacements de la matière dus à la zone

de cisaillement secondaire (Figure IV-8). La mesure de la largeur du copeau permet de donner une échelle aux images obtenues à l'aide de la vidéo haute fréquence et permet de vérifier la valeur de l'épaisseur non déformée du copeau ( $h$ , Figure IV-6).

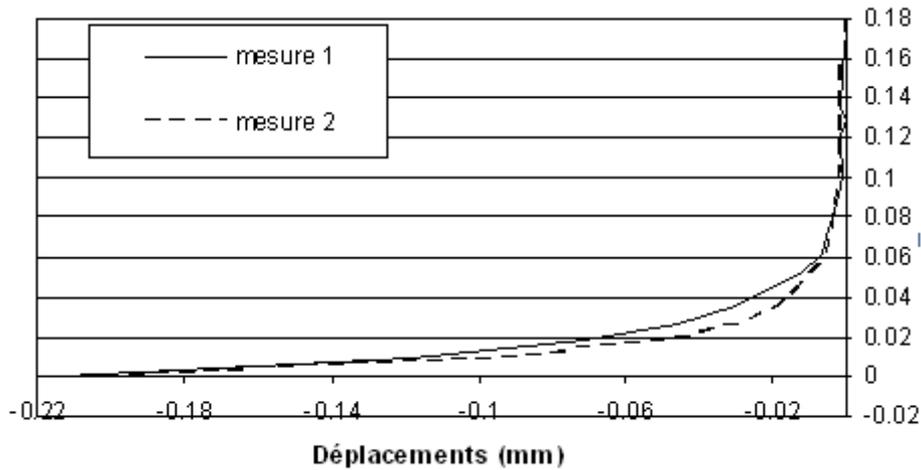


Figure IV-8 : Exemple de mesures des déplacements à partir d'une micrographie.

La valeur de l'angle de cisaillement primaire peut être obtenue expérimentalement par trois méthodes indépendantes :

i / par la mesure directe des images de la caméra haute vitesse,

ii / par la mesure de l'orientation des bandes de cisaillement sur les micrographies,

iii / par la comparaison entre l'épaisseur non déformée et l'épaisseur déformée du copeau.

Ceci permet de pallier aux difficultés de mesure de l'angle de cisaillement, à l'aide des images de la caméra haute vitesse, pour le cas des angles de coupe très négatifs.

#### IV - 2 - 5 - Résultats et analyses.

Les résultats complets pour chacun des essais de rabotage sont consignés dans l'annexe B. Ce paragraphe ne présente que la synthèse et l'analyse de ces résultats.

##### IV - 2 - 5 - 1 - Efforts.

Les résultats du modèle présenté ont été obtenus en utilisant la loi de Johnson Cook pour le calcul des contraintes de cisaillement. Les coefficients de la loi de comportement mécanique ainsi que les coefficients thermiques pour le matériau sont présentés (Tableau IV-3). Pour que la résolution du modèle puisse être faite, il a été nécessaire de fixer les paramètres décrivant le champ des vitesses dans la zone de cisaillement secondaire. Ces deux grandeurs ne peuvent pas être déterminées par le calcul dans la formulation actuelle du modèle de coupe. La vitesse

à l'interface outil/copeau en entrée de la zone de cisaillement primaire ( $V_0$ ) est fixée à la moitié de la vitesse du copeau. Le facteur de la loi de puissance ( $\eta$ ) décrivant les évolutions de la vitesse dans la zone de cisaillement primaire est fixé à 3. Les valeurs de toutes les autres variables internes sont déterminées lors de la résolution du modèle, en utilisant les

Coefficients de la loi de comportement mécanique de Johnson Cook		Coefficients thermiques	
A [MPa]	598	$\rho$ [kg m <sup>-3</sup> ]	7800
B [MPa]	768	$C_p$ [J K <sup>-1</sup> kg <sup>-1</sup> ]	450
C	0.137	K [W K <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> ]	46
n	0.209	a [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	1.3 10 <sup>-5</sup>
m	0.807	T <sub>fusion</sub> [K]	1773

Tableau IV-3 : Coefficients des lois de comportement du 42 Cr Mo 4.

algorithmes présentés dans le chapitre III.

Les résultats en efforts fournis par le modèle, sans la prise en compte de l'acuité d'arête, sont comparés aux résultats des mesures faites avec la platine six composantes lors des essais de rabotage. Pour l'effort de coupe, Figure IV-9 les résultats présentés présentent une surestimation globale qui augmente quand l'angle de coupe diminue. Ceci peut être lié à une surestimation de la contrainte de cisaillement pour la zone de cisaillement primaire ; quand l'angle de coupe diminue, la valeur de la déformation dans le plan de cisaillement primaire

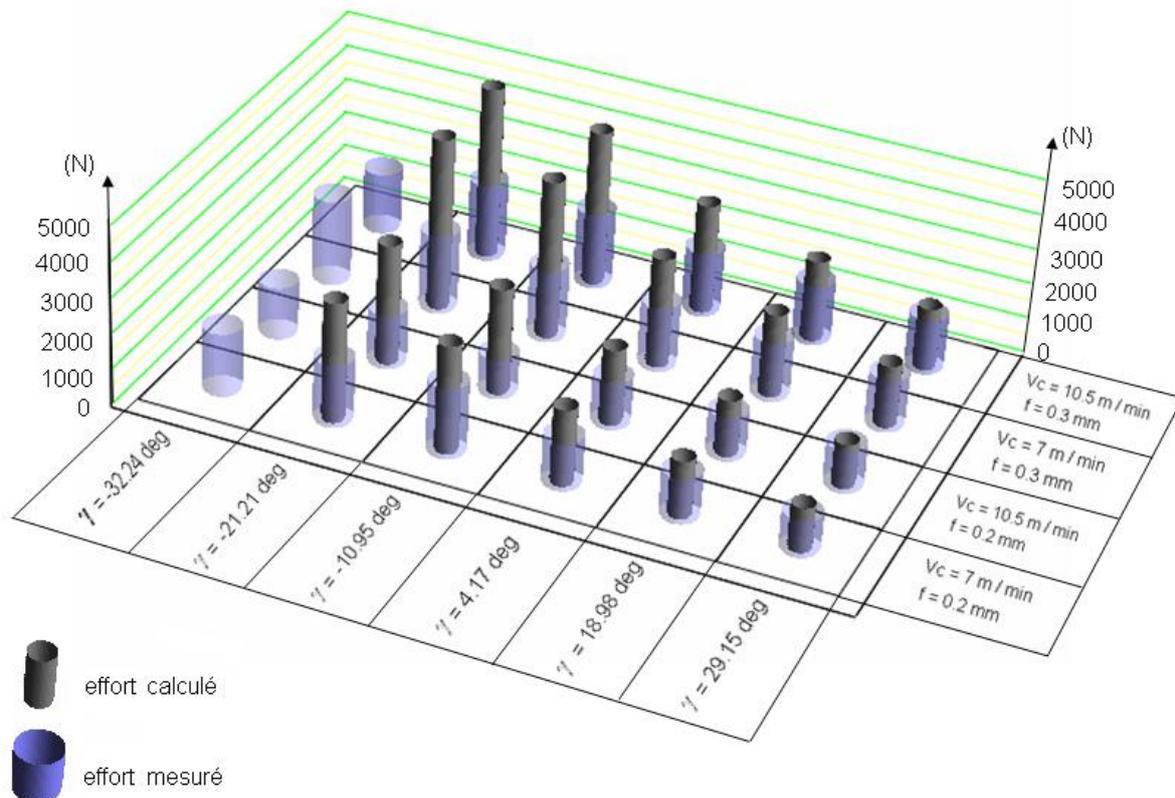
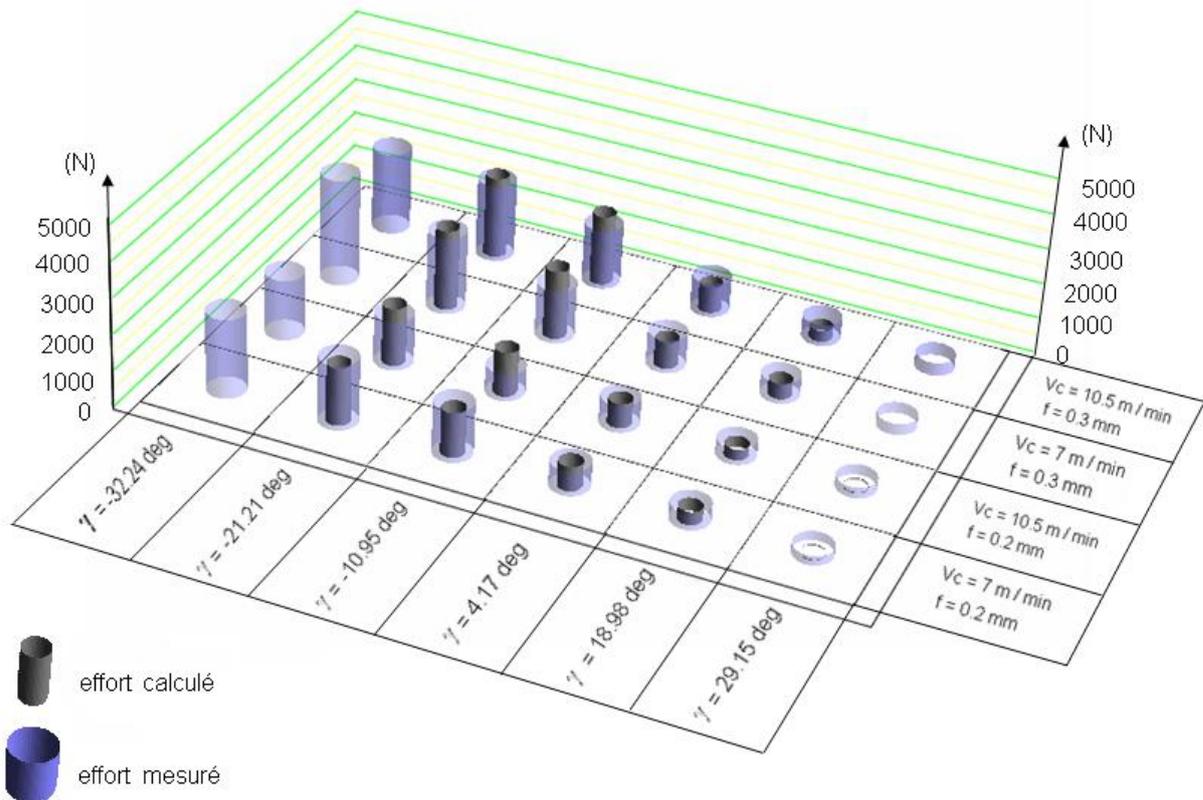


Figure IV-9 : Comparaison des efforts de coupe mesurés et calculés.

augmente (de 0.43 pour l'outil 1 jusqu'à 1.9 pour l'outil 6) ce qui fait donc augmenter la contrainte de cisaillement. D'autre part, la vitesse de déformation est maximale dans le plan de cisaillement primaire et pour le cas de l'outil 6 ( $\gamma_c = -32.24$  deg) elle atteint une valeur de l'ordre de  $1.5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ . La déformation et la vitesse de déformation atteignent des valeurs qui sont hors du domaine couvert par les dispositifs expérimentaux permettant la détermination des coefficients des lois de comportement par la méthode directe.



**Figure IV-10 : Comparaison des efforts d'avance mesurés et calculés.**

L'étude des résultats pour l'effort d'avance Figure IV-10 montre une meilleure corrélation que pour l'effort de coupe. Cependant, pour l'outil 1, l'effort d'avance devient très faible pour une avance de 0.2 mm et même négatif pour une avance de 0.3 mm. Ceci peut être expliqué en partie par le fait que l'acuité de l'arête n'est pas prise en compte pour ces calculs. En tenant compte de la partie de la matière passant sous le copeau, avec une acuité d'arête de 0.01mm, l'effort d'avance augmente. Par exemple, pour l'outil 1 avec  $V_c = 10.5 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$  et  $f = 0.3 \text{ mm}$ , il passe de -76 N à -49 N. Cependant, l'effort mesuré dans ce cas est de 388 N et la seule omission de l'acuité d'arête ne peut expliquer l'intégralité de l'écart entre les résultats de la mesure et du calcul. Une part de l'erreur est donc imputable à une valeur trop faible de la pression hydrostatique ou à un angle de cisaillement trop important. En effet, si l'on compare

les décompositions de l'effort présentées Figure IV-11 et Figure IV-12, on remarque, pour le cas d'un angle de coupe très négatif, que lequel l'effort d'avance est négatif (Figure IV-11). Une diminution de l'angle de cisaillement primaire (Figure IV-12 a) ou une augmentation de la pression hydrostatique (Figure IV-12 b) fait changer de signe l'effort d'avance, qui devient

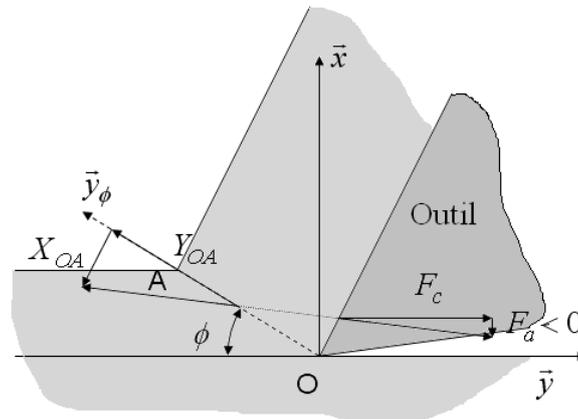


Figure IV-11 : Décompositions des forces dans le cas d'un angle de coupe très positif.

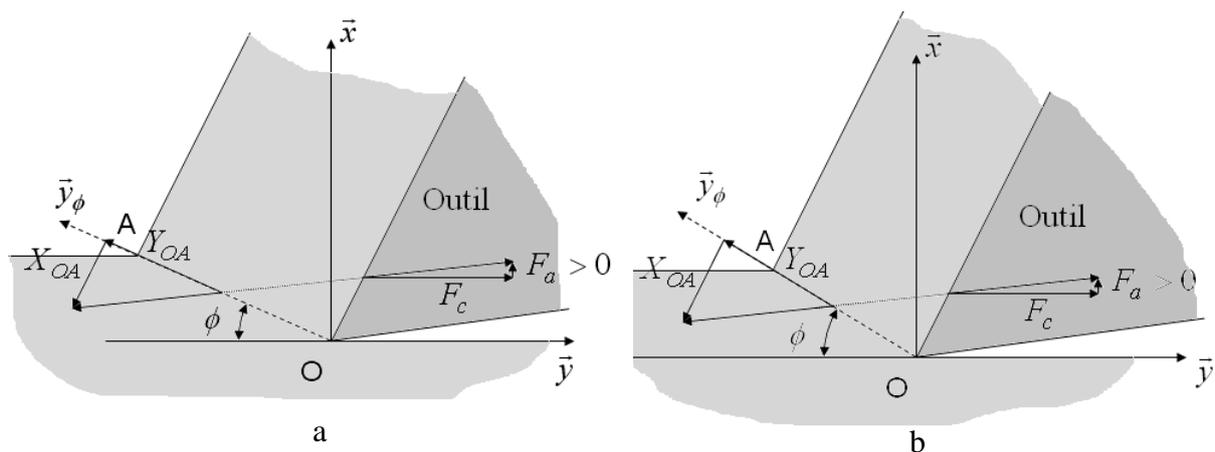


Figure IV-12 : Décomposition de l'effort ;  
a : angle de cisaillement plus faible ; b : pression hydrostatique plus importante.

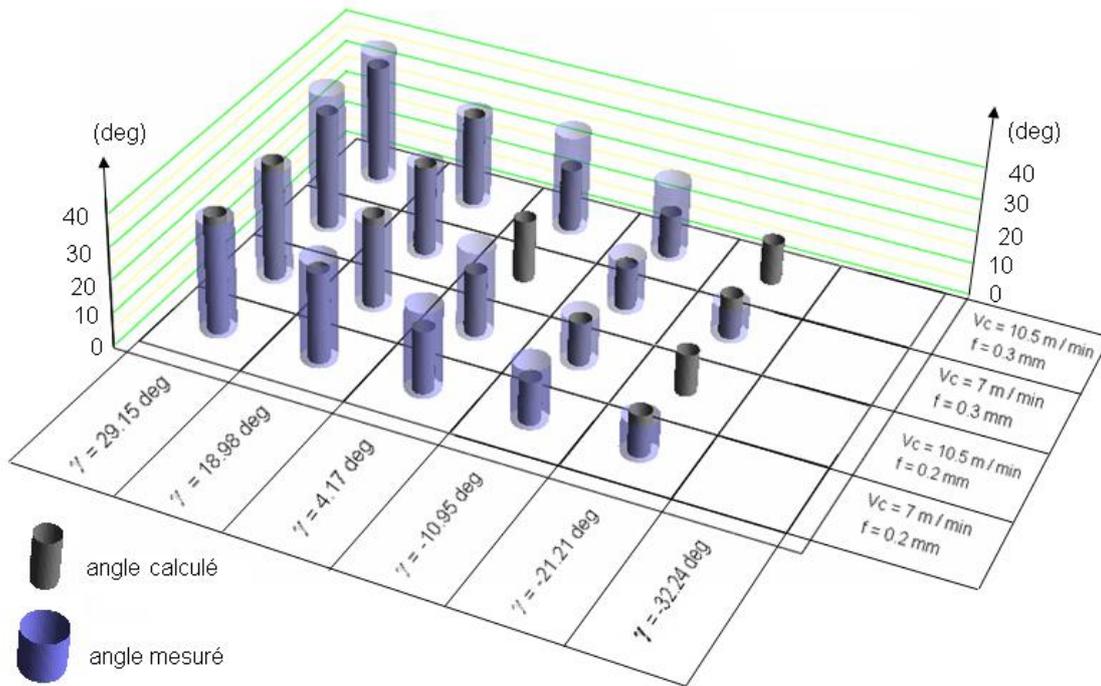
positif.

#### IV - 2 - 5 - 2 -Variables internes.

L'analyse des images issues des films de la caméra haute vitesse n'a pu être faite efficacement que pour la mesure de l'angle de cisaillement primaire ainsi que des angles effectifs de coupe et de dépouille, qui tiennent compte de la position et de l'orientation réelle de l'outil lors de l'usinage. Cependant, la longueur de contact entre l'outil et le copeau a pu être estimée pour certains essais et l'épaisseur de la zone de cisaillement secondaire est

mesurée à partir des micrographies des copeaux prélevés pendant les expérimentations (Figure IV-7).

Pour le cas de l'angle de cisaillement primaire (résultats présentés Figure IV-13), l'hypothèse de fonctionnement à puissance minimum permet d'obtenir une bonne corrélation



**Figure IV-13 : Comparaison de l'angle de cisaillement primaire mesuré et calculé.**

avec les mesures. Cependant, l'angle de cisaillement déterminé par le modèle est assez peu sensible aux variations des conditions de coupe, mais la tendance reste respectée.

Les résultats sur l'épaisseur du cisaillement secondaire (Figure IV-14) mettent en évidence les difficultés liées à sa mesure à l'aide des micrographies. D'une part, la limite entre la zone affectée par le contact entre l'outil et le copeau est difficile à placer du fait de la continuité des déformations subies par la matière dans le copeau (voir Figure IV-7). D'autre part, en observant l'allure de l'évolution de la déformation de la matière en sortie de la zone de cisaillement secondaire déterminée par le modèle (Figure IV-15), on observe que le déplacement calculé reste très faible pour la partie éloignée de la zone de cisaillement secondaire et que l'épaisseur du cisaillement secondaire apparaît donc plus faible que la valeur affichée par le modèle. Cette valeur, obtenue en utilisant le critère de fonctionnement à puissance minimale pour la zone de cisaillement secondaire augmente avec la valeur de la longueur de contact outil/copeau.

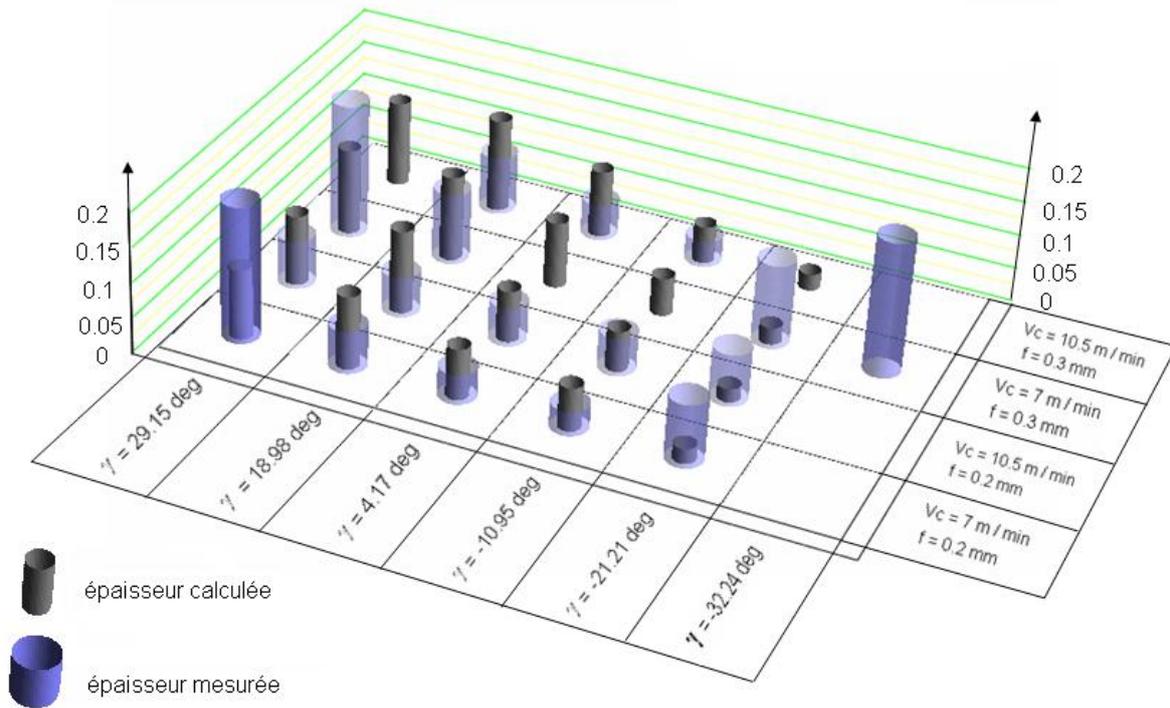


Figure IV-14 : Comparaison de l'épaisseur du cisaillement secondaire mesurée et calculée.

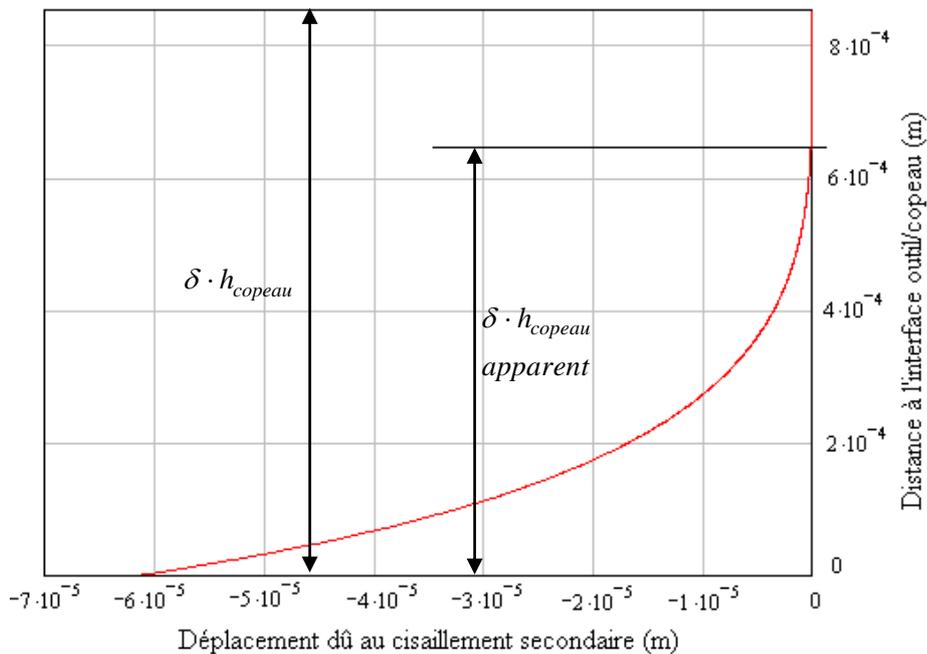


Figure IV-15 : Déplacements en fonction de la distance au plan de cisaillement secondaire.  
Outil 3 ;  $f = 0.3$  mm ;  $V_c = 10.5$  m min<sup>-1</sup>

On notera cependant, d'après les observations faites sur les micrographies (Figure IV-14), que la valeur de l'épaisseur de la zone de cisaillement secondaire augmente fortement quand l'angle de coupe devient négatif, ce qui est dû aux intenses frottements ayant lieu entre l'outil et le copeau. Dans ce cas, l'épaisseur du cisaillement secondaire mesurée est supérieure à 0.1

mm et l'on s'éloigne donc de l'hypothèse d'indépendance entre les zones de déformation primaire et secondaire telle que l'a exprimée GILORMINI [Gilormini, 1982].

La longueur de contact entre l'outil et le copeau déterminée par le modèle de façon à équilibrer les efforts appliqués par l'outil et la matière sur le copeau est globalement sous-estimée (Figure IV-16 ;  $l_c/f$  : rapport longueur de contact sur avance). Comme pour le cas de l'erreur sur la mesure de l'effort de coupe, cela peut être assimilé à une surestimation de la contrainte de cisaillement dans la zone de cisaillement secondaire. La diminution de la longueur de contact outil/copeau entraîne une diminution de l'effort tangentiel à la face de l'outil. Cette surestimation de la contrainte de cisaillement est probablement due à la déformation. En effet, dans cette zone la déformation est très importante et atteint des valeurs supérieures à 5. D'autre part, le profil des contraintes à l'interface outil/copeau (voir exemple Figure IV-17) ne correspond pas au modèle proposé par Zorev [Zorev, 1963] ou aux constatations expérimentales de Lee [Lee, 1994], pour lesquels la contrainte décroît en suivant une loi puissance et devient nulle à la sortie de la zone de cisaillement secondaire. On constate qu'avec la loi de comportement utilisée (Johnson Cook), la contrainte de cisaillement varie peu le long de l'interface outil/copeau, malgré les importantes variations de la vitesse de déformation qui devient nulle à la sortie de l'interface outil/copeau. L'influence de la vitesse

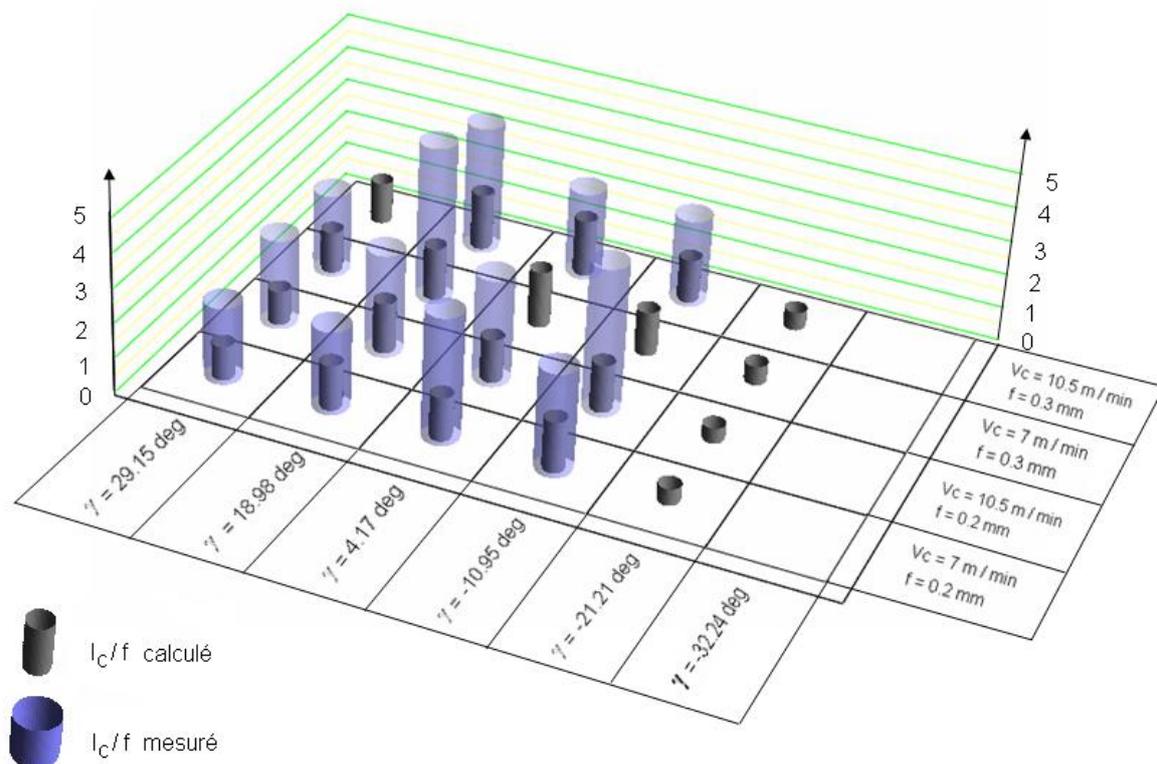
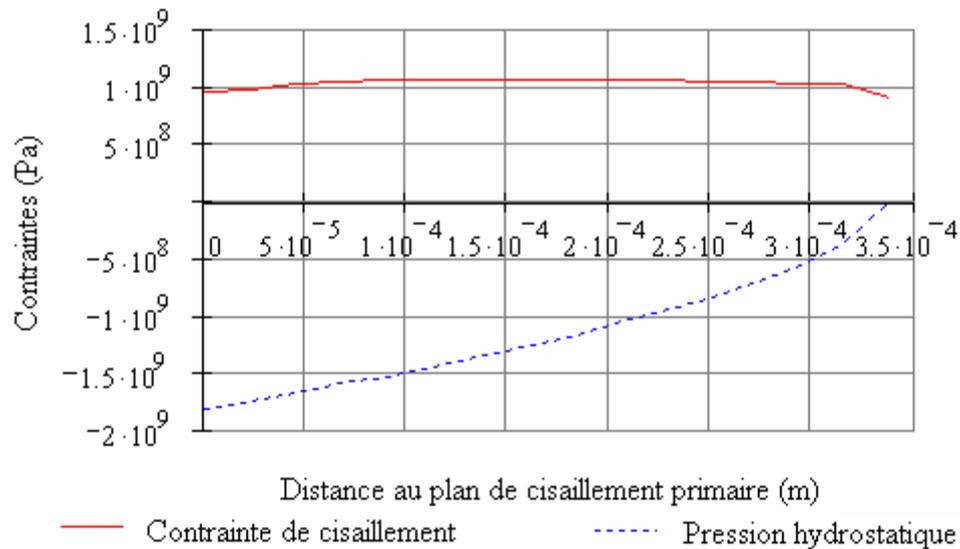


Figure IV-16 : Comparaison de la longueur de contact outil/copeau mesurée et calculée.

de déformation est contrebalancée par celle de la déformation qui augmente tout au long de l'interface (voir les figures du paragraphe III-3-2-1-4)



**Figure IV-17 : Exemple d'évolution des contraintes à l'interface outil/copeau.**

L'analyse du modèle de coupe grâce aux expérimentations de rabotage a permis de montrer les origines des écarts entre les efforts calculés et les efforts mesurés. A partir des conclusions faites dans ce paragraphe, l'utilisation du modèle de coupe pour une application en perçage peut être envisagée en différenciant les erreurs dues au modèle de coupe et celles liées aux hypothèses supplémentaires faites pour le perçage.

#### IV - 3 - Essais en perçage, validation du modèle complet

##### IV - 3 - 1 - Principe des essais.

La validation des modèles de perçage par des expérimentations en perçage sont généralement faites uniquement par la mesure de l'effort de poussée et du moment de coupe pour un perçage en pleine matière (sans avant trou). Différents essais sont ensuite réalisés en faisant varier les conditions de coupe (vitesse de rotation du foret et avance par dent) et le diamètre du foret. Ce type d'essai ne permet pas d'évaluer les évolutions des actions de coupe agissant localement sur les différentes arêtes et l'influence de l'âme du foret n'est pas étudiée.

A partir de cette constatation, un protocole d'essais de perçage a été construit de sorte à évaluer les évolutions des actions mécaniques le long des arêtes de coupe d'un foret. Pour un foret donné, une série d'essais est mise en place. Chaque essai consiste en un perçage avec un avant trou (cf. Figure IV-18), le diamètre de cet avant trou étant la seule variable sur une série

d'expérimentation. Au cours de chacun des essais, le torseur des actions de coupe ainsi que la position réelle de l'outil sont mesurés. Ces mesures permettent d'évaluer la contribution d'une tranche de l'outil par soustraction des actions mécaniques dues à deux essais différents (Figure IV-19).

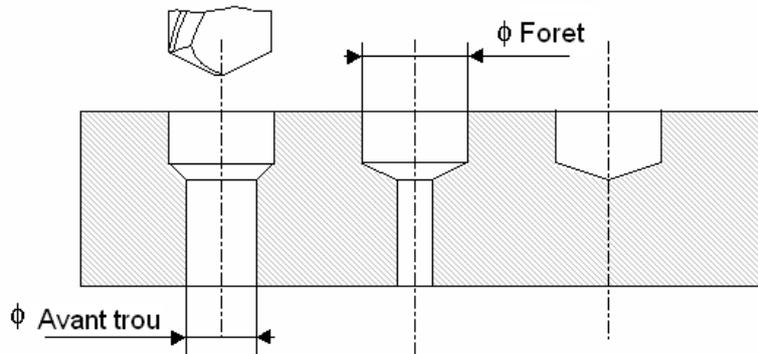


Figure IV-18 : Principe des essais de perçage avec avant-trou.

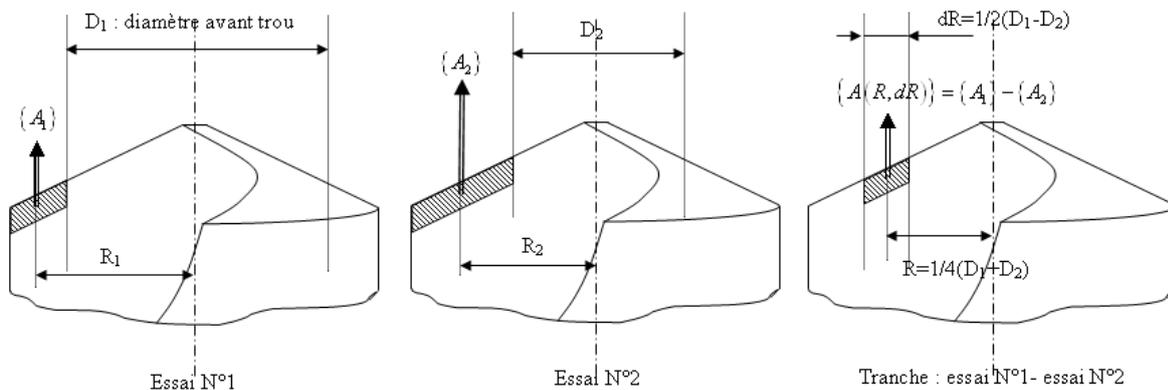


Figure IV-19 : Principe de calcul des actions dans une tranche.

Il devient alors possible de discrétiser l'arête principale de coupe, de mesurer l'effort local et d'obtenir une image de l'évolution des actions de coupe le long des arêtes du foret. Cependant, les conditions d'évacuation des copeaux et de la chaleur seront différentes de celles du perçage en pleine matière, entraînant de légères différences sur les actions mécaniques à produire pour former le copeau.

#### IV - 3 - 2 - Dispositif expérimental.

Sur ce principe, deux séries d'essais ont été conduites avec les deux forets présentés au Chapitre II, pour la validation du modèle géométrique. Un foret hélicoïdal de diamètre 20 mm en acier rapide a été utilisé pour la première série d'expérimentations. La vitesse de rotation de la broche ( $N$ ) utilisée pour chacun des essais correspond à une vitesse de coupe périphérique de  $30 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$  ; les conditions de coupe pour chaque essai et avant-trou sont présentées

Tableau IV-5. Pour la deuxième série d'essais, un foret hélicoïdal de diamètre 16 mm en carbure monobloc, avec amincissement d'âme, a été utilisé. Les conditions de coupe utilisées pour chacun des essais sont présentées Tableau IV-4 ; dans ce cas, la vitesse de rotation de la broche utilisée correspond à une vitesse de coupe périphérique de 50 m/min. Afin de vérifier la reproductibilité des mesures, chaque condition expérimentale a été reproduite trois fois pour les essais avec le foret de diamètre 20 et deux fois avec le foret de diamètre 16. Ces expérimentations de perçage ont été réalisées en utilisant le même acier que pour les essais de rabotage (42 Cr Mo 4, Tableau IV-2) dont les coefficients de la loi de comportement sont connus.

essai	Avant trou			Perçage D 20 mm		
	Diamètre	N (tr/min)	Vf (mm/min)	ap (mm)	N (tr/min)	Vf (mm/min)
1	18	530	80	1	500	75
2	16.25	600	90	1.875	500	75
3	14	700	105	3	500	75
4	12.1	800	80	3.95	500	75
5	10.2	950	95	4.9	500	75
6	8	1200	120	6	500	75
7	6	1600	120	7	500	75
8	4	1500	75	8	500	75
9	0	---	---	10	500	75

**Tableau IV-5 : Conditions de coupe des essais de perçage avec le foret D20.**

essai	Avant trou			Perçage D 16		
	Diamètre	N (tr/min)	Vf (mm/min)	ap (mm)	N (tr/min)	Vf (mm/min)
1	14	1136	182	1	994	160
2	12	1326	186	2	994	160
3	10	1591	223	3	994	160
4	8	1989	239	4	994	160
5	6	2652	319	5	994	160
6	4	3978	398	6	994	160
7	0	---	---	8	994	160

**Tableau IV-4 : Conditions de coupe des essais de perçage avec le foret D16.**

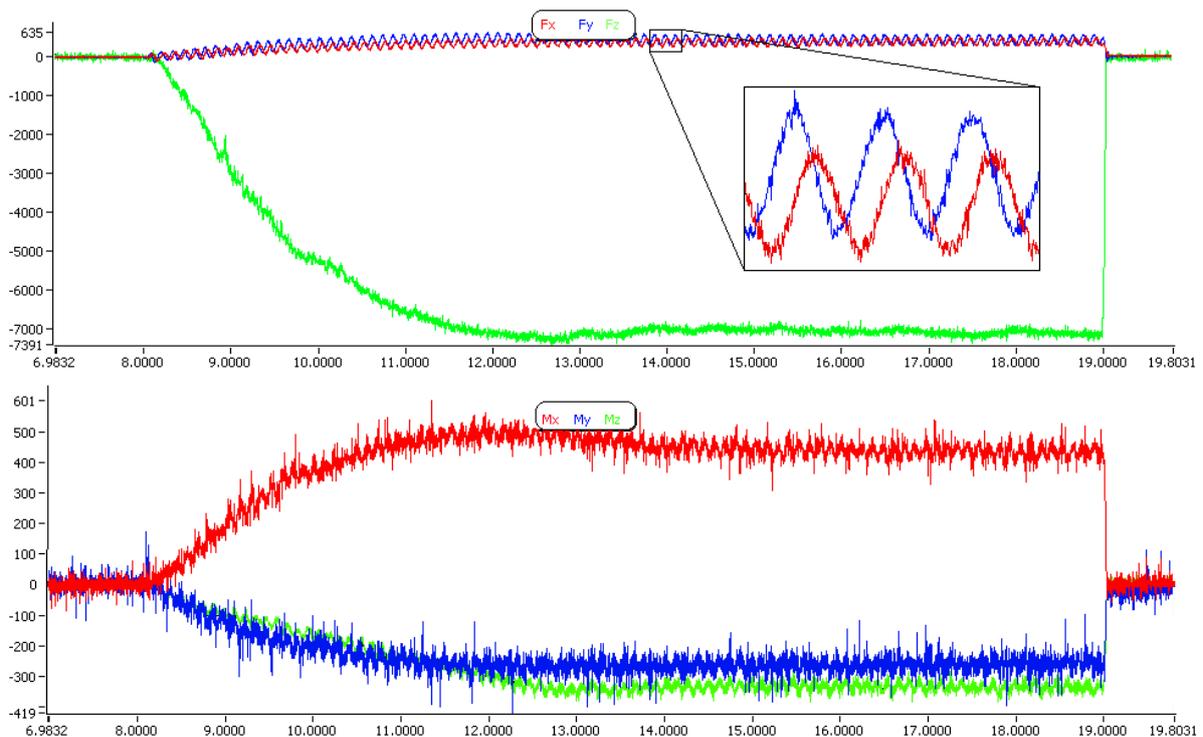
La mesure des actions mécaniques est faite avec un dynamomètre à six composantes à quartz permettant la mesure du torseur complet à une fréquence de 10 kHz. De plus, pour pouvoir exprimer ce torseur à la pointe de l'outil, qui est mobile par rapport à la platine dynamométrique, les déplacements réels des axes du centre d'usinage ont été enregistrés et synchronisés avec les signaux d'effort. Cette mesure se fait grâce à un boîtier de dérivation des signaux servant à la régulation des positions et vitesses des différents axes de la machine par la commande numérique [Busi, 2003]. Les vitesses effectives sont déterminées par dérivation des positions des axes et de la broche.

IV - 3 - 3 - Etude des actions mécaniques.

Les résultats de la mesure des actions mécaniques (Figure IV-20), exprimées à la pointe de l'outil, montre un signal très parasité qui doit être filtré avant d'être exploité. L'analyse fréquentielle fait ressortir la présence de la fréquence de rotation de la broche et de ces harmoniques : les fréquences propres de l'ensemble outil, porte outil, broche. En utilisant un filtre passe bas avec une fréquence de coupure à 50Hz, il est possible de faire ressortir les phénomènes dus aux seuls phénomènes de coupe.

La forme du torseur des actions mécaniques de coupe dans le cas du perçage est supposée uniquement constituée de l'effort de poussée et du moment de coupe. Les mesures montrent cependant que les efforts et moments radiaux ne sont pas nuls (cf. Figure IV-20). Ces actions sont dues aux différents défauts qui peuvent exister sur la géométrie de l'outil ou sur son positionnement et son orientation par rapport à l'axe de la broche. Les causes de la présence de ces défauts ainsi que leurs conséquences sur le comportement de l'outil ont été mises en évidence par Laporte [Laporte, 2005].

Les efforts radiaux, suivant les axes  $x$  et  $y$ , Figure IV-20, sont dus à des défauts sur la position et l'orientation de l'outil par rapport à la pièce et aux défauts d'affûtage des forets. La



**Figure IV-20 : Exemple de courbe de mesure du torseur des actions mécaniques pour une opération de perçage ; efforts en N, moments en Ndm en fonction du temps en s.**

partie causée par les défauts du foret et celle causée par la liaison entre l'outil et la broche sera constante d'un essai à l'autre, dans les mêmes conditions de coupe. La partie causée par le défaut d'alignement entre l'avant trou et le perçage au diamètre 20mm peut varier et sera d'autant plus importante que ce défaut sera grand. Ces efforts radiaux n'étant pas uniquement dépendant des conditions de coupe, aucune corrélation ne peut être faite sur ces efforts entre les différents essais. Cependant, ces défauts ont une faible influence sur les valeurs de l'effort de poussée et du moment de coupe qui présentent une bonne reproductibilité d'un essai à l'autre. Les écarts sont inférieurs à 9% sur la mesure des efforts et inférieurs à 12% sur la mesure des moments. Les résultats de tous les essais de perçage sont regroupés en Annexe B.

#### IV - 3 - 4 - Résultats et analyses.

Ce paragraphe présente la synthèse de la comparaison des résultats des calculs et des essais de perçage. Les résultats détaillés des calculs sont regroupés dans l'annexe B. Les calculs présentés ont été fait avec les mêmes hypothèses que ceux de la validation en rabotage : la loi de Johnson Cook est utilisée pour décrire le comportement mécanique du matériau usiné, la vitesse de glissement à l'entrée de l'interface outil/copeau ( $V_0$ ) vaut la moitié de la vitesse du copeau et le facteur de la loi de puissance ( $\eta$ ) décrivant les évolutions de la vitesse dans la zone de cisaillement primaire est fixé à 3. Pour la prise en compte de l'acuité d'arête, le rayon d'arête est supposé être égal à 0.01 mm.

Les résultats du modèle oblique ainsi obtenus dans le repère local de l'élément considéré sont ensuite transportés dans le repère lié au foret et le torseur est ensuite exprimé à la pointe du foret, ce qui permet de calculer le moment de coupe. Pour chaque élément, le repère de calcul associé à un élément est défini par le plan de base contenant le vecteur directeur de l'arête et la vitesse au point considéré. Le plan dans lequel est appliqué le modèle de coupe est le plan orthogonal au plan de base et contenant la vitesse du point considéré.

Les Figure IV-22 et Figure IV-21 présentent les évolutions des angles de coupe pour les différents points utilisés pour le calcul. Les variations de la vitesse de coupe, donc de la vitesse du point de calcul, le long des arêtes du foret entraînent une modification de l'orientation du plan de calcul. Ceci modifie donc les valeurs effectives de l'avance et de la largeur de coupe, déterminées dans le repère de calcul. L'avance dans le plan de calcul correspond à la projection de l'avance du foret (portée par l'axe  $z_f$  Figure I-9) sur l'axe  $y$  du plan de calcul

(Figure III-4) Pour le foret de diamètre 16 mm, l'avance varie de 0.048 mm/dent à la limite de l'âme jusqu'à 0.069 mm/dent à la limite du listel. La discontinuité observable sur les angles d'outils, pour un rayon de 3.4 mm, correspond au passage de l'arête de coupe primaire à l'arête de coupe de l'amincissement d'âme. Pour le foret de diamètre 20 mm, l'avance varie de 0.044 mm/dent à 0.068 mm/dent.

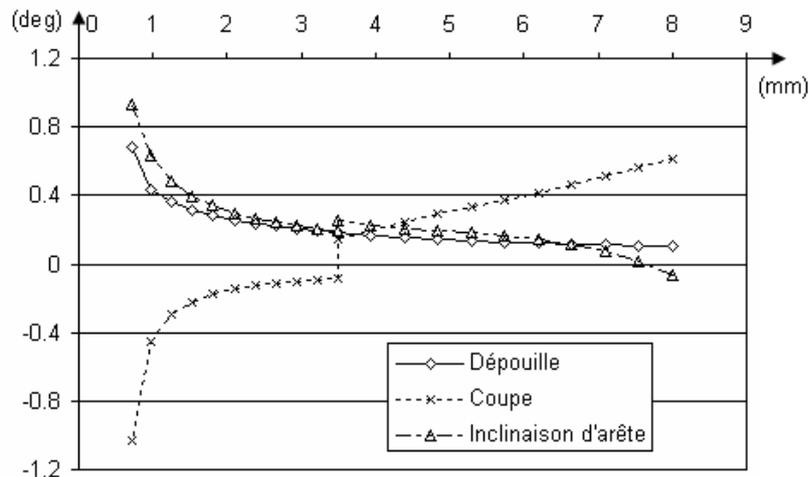


Figure IV-22 : Evolution des angles d'outils en travail en fonction de la distance à l'axe, pour le foret D16.

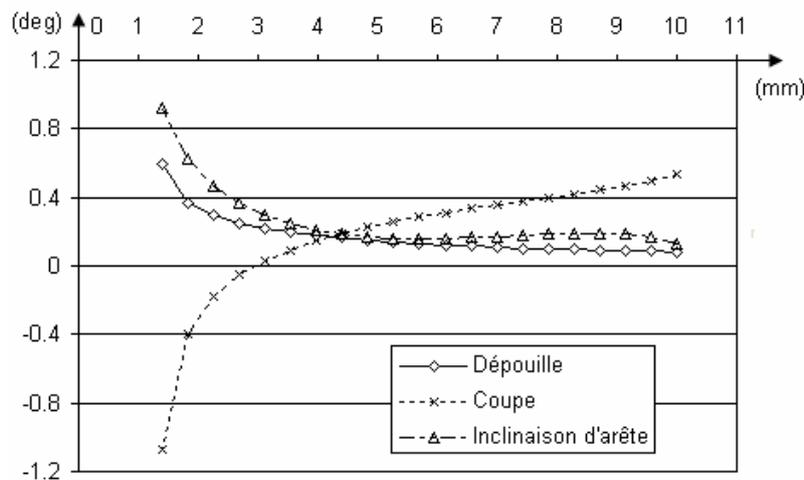


Figure IV-21 : Evolution des angles d'outils en travail en fonction de la distance à l'axe, pour le foret D20.

Pour les éléments où l'angle de coupe est trop négatif ( $< -25$  deg), le modèle n'a pu fournir de solution, les résultats en effort sont donc extrapolés à partir des résultats obtenus pour les autres éléments.

#### IV - 3 - 4 - 1 - Actions mécaniques.

La comparaison des résultats des mesures et des résultats calculés peut se faire sur l'effort (ou le moment) total produit par le foret ou sur l'évolution de la densité linéique d'effort (ou

densité linéique de moment). Les Figure IV-23 et la Figure IV-24 montrent les résultats pour l'effort de poussée, dans les cas des deux forets présentés dans le chapitre II de diamètre 16mm avec amincissement d'âme et de diamètre 20 mm. Les prédictions du modèle sont globalement proches des résultats expérimentaux. Pour le cas des angles de coupe positifs, on observe une majoration de la densité linéique d'effort qui est compensée lorsque l'angle de coupe décroît. L'écart important sur la densité d'effort pour la partie centrale du foret de diamètre 20 mm s'explique par l'influence de l'âme du foret, bien plus marquée pour ce foret. En effet, la courbe correspondant au modèle présente la densité d'effort uniquement pour l'arête de coupe, alors que la partie centrale rentre en compte dans la mesure correspondant à un rayon de 1 mm.

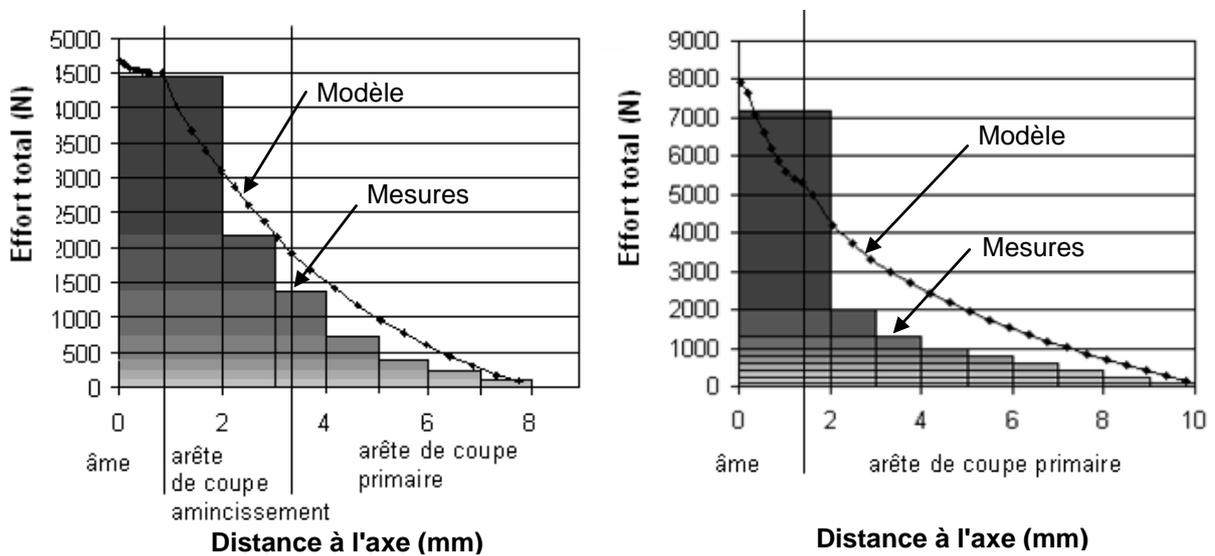


Figure IV-23 : Evolution de l'effort de poussée pour le foret D16 à gauche et pour le foret D20 à droite.

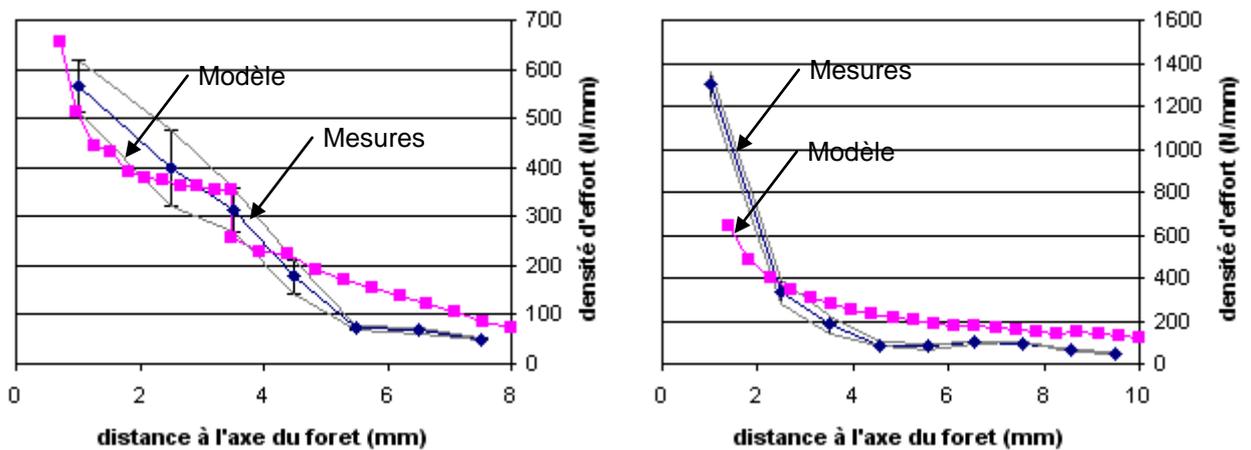


Figure IV-24 : Evolution de la densité d'effort de poussée pour le foret D16 à gauche et pour le foret D20 à droite.

Le calcul du moment autour de l'axe du foret est fait en déplaçant le torseur d'actions calculé pour un point donné. Le moment calculé ainsi ne dépend donc que des résultantes d'actions mécanique calculées pour chaque élément et le moment de coupe tel qu'il a été observé lors des essais de rabotage n'est pas pris en compte. L'écart entre les résultats des mesures et les résultats des calculs pour la densité linéique de moment (Figure IV-25) est du même type que celui observé pour l'effort de coupe en rabotage. C'est en effet l'effort de coupe qui contribue le plus fortement dans la création du moment autour de l'axe du foret en perçage. Le moment de coupe calculé est donc fortement surestimé. En conséquence, le cumul de ces erreurs engendre un écart très important sur les évolutions du moment total produit par le foret (Figure IV-26), ce qui reste cohérent avec les observations faites en rabotage.

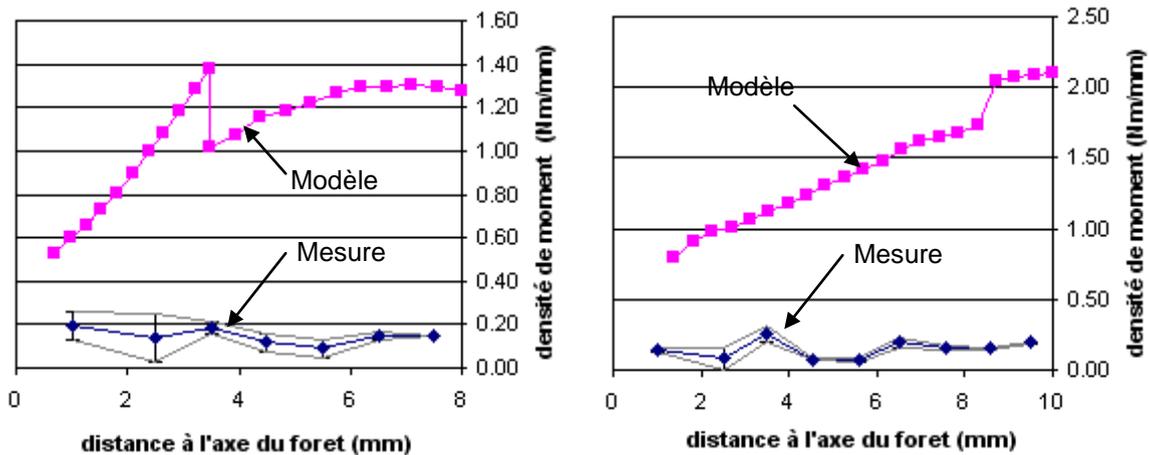


Figure IV-25 : Evolution de la densité de moment pour le foret D16 à gauche et pour le foret D20 à droite.

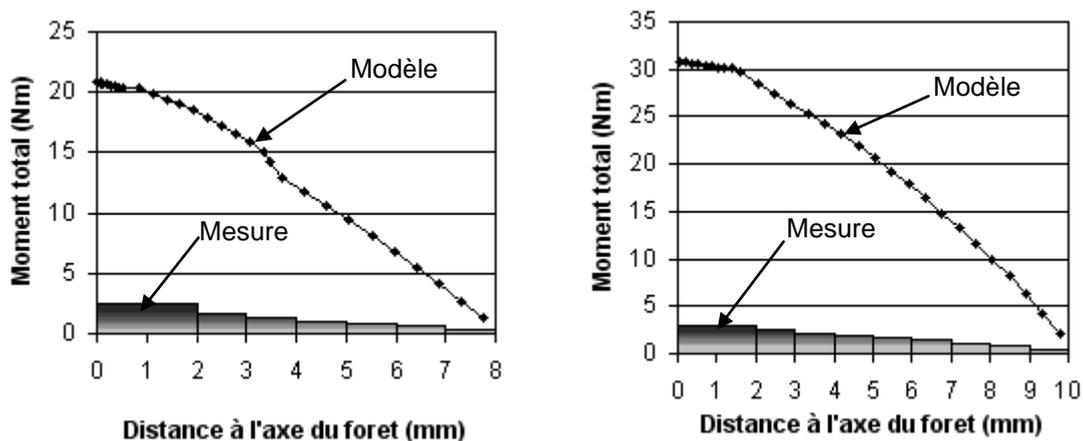


Figure IV-26 : Evolution du moment total pour le foret D16 à gauche et pour le foret D20 à droite.

En dehors des écarts entre les résultats de calculs et ceux des expérimentations, il est à noter que pour le cas du foret avec amincissement d'âme, la présence d'une discontinuité sur les densités linéiques des actions mécaniques correspond aux constatations faites par Laporte [Laporte, 2005] par l'utilisation d'un modèle expérimental de calcul des actions de coupe en perçage. Cette discontinuité, située à 3.4 mm de l'axe du foret, correspond au passage d'une arête de coupe à l'autre et correspond aux variations brutales des angles d'outil (Figure IV-22).

Bien qu'il soit difficile de conclure pour les actions produites par la partie centrale du foret, du fait des erreurs importantes sur les actions de coupe, les actions mécaniques calculées dans cette zone semblent présenter peu d'erreurs. Pour le cas du foret de diamètre 20mm, l'élément central (0 à 4 mm) ne comporte qu'une faible portion d'arête de coupe, et pour l'effort de poussée (Figure IV-23), l'écart entre les résultats de calculs et ceux des mesures augmente peu. L'analyse du moment de coupe (Figure IV-26) permet de faire la même constatation malgré l'erreur importante due à l'arête de coupe.

#### IV - 3 - 4 - 2 - Variables internes.

Afin d'analyser les résultats du modèle d'effort, nous avons étudié les évolutions de deux paramètres internes : l'angle de cisaillement et l'épaisseur du copeau. Les évolutions de l'épaisseur du copeau peuvent être déterminées à l'aide d'une macrographie d'un copeau obtenu en perçage. La macrographie (Figure IV-27) faite avec un copeau provenant d'un essai fait avec le foret de diamètre 16 mm montre de très faibles variations de l'épaisseur du copeau en fonction de la distance à l'axe, sauf dans les zones de transition entre les différentes arêtes. L'épaisseur du copeau calculée par le modèle (Figure IV-28) présente des variations plus marquées.

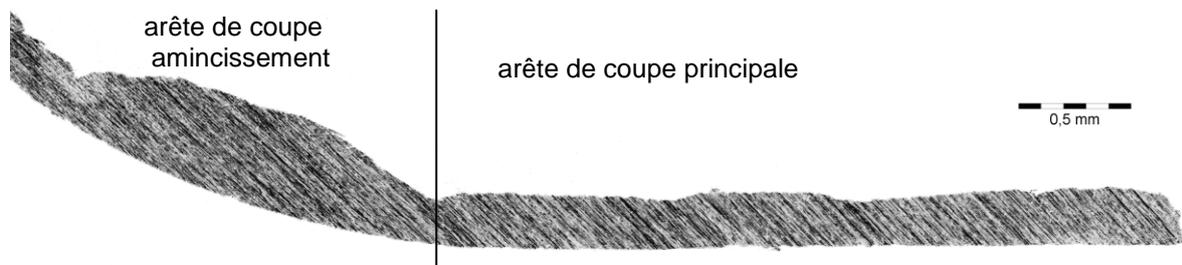


Figure IV-27 : Macrographie d'un copeau d'un essai de perçage D16.

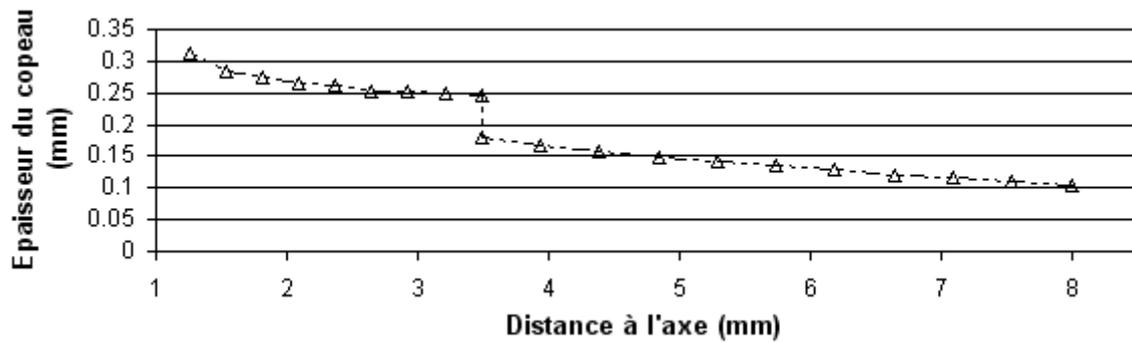


Figure IV-28 : Evolutions de l'épaisseur du copeau en fonction de la distance à l'axe, pour le foret D16.

L'épaisseur du copeau ne dépendant que de l'avance, de l'angle de coupe et de l'angle de cisaillement, ce résultat montre que l'erreur provient probablement de l'influence des interactions entre les éléments sur le calcul de l'angle de cisaillement primaire. La Figure IV-29 présente les variations de l'angle de cisaillement calculées par le modèle en cherchant le point de fonctionnement à puissance minimale.

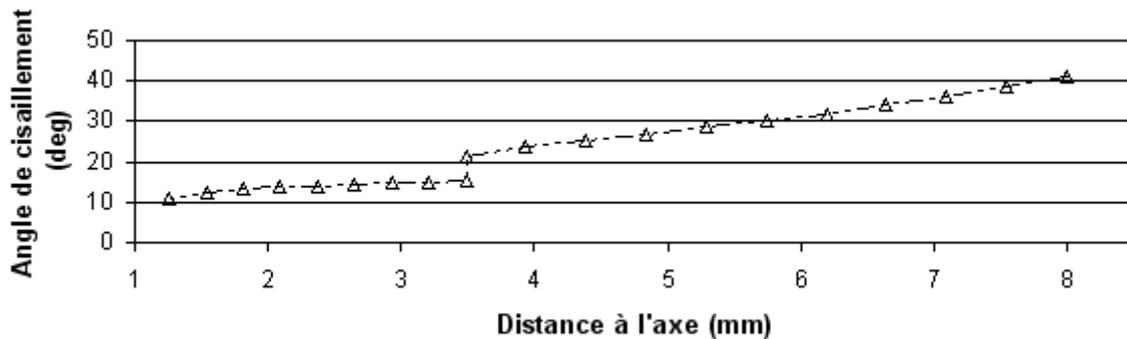


Figure IV-29 : Evolutions de l'angle de cisaillement en fonction de la distance à l'axe, pour le foret D16.

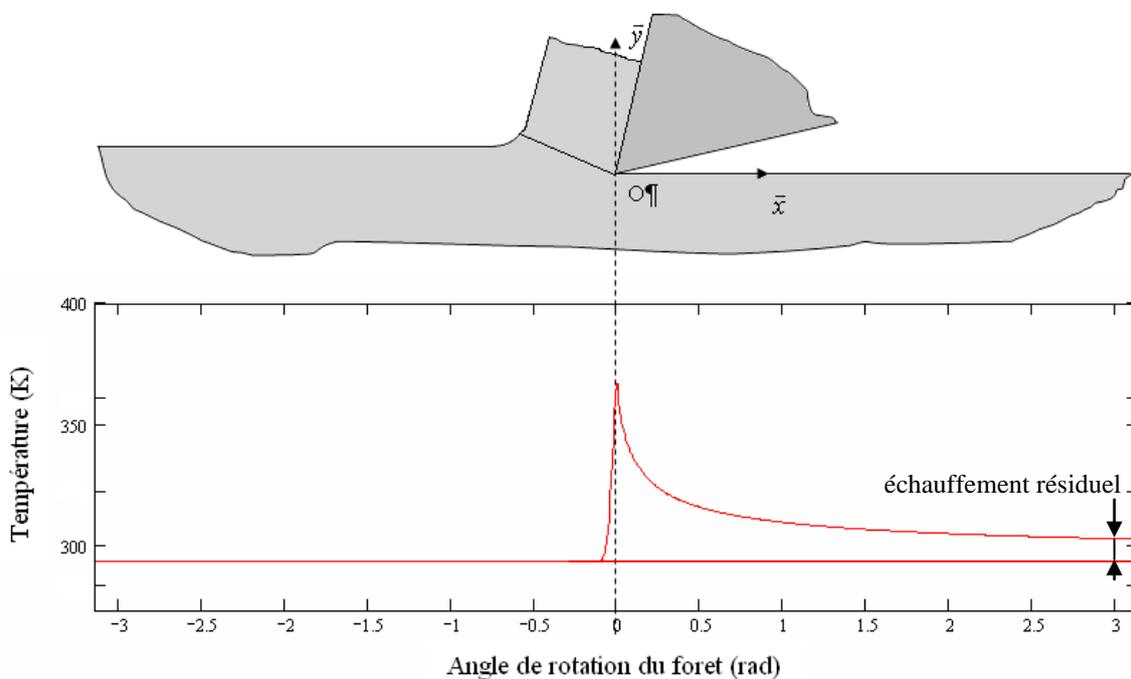
Toutefois, cela ne remet pas en cause l'hypothèse de minimisation de la puissance de déformation qui donne de bons résultats pour le cas du rabotage. L'erreur sur la détermination de l'angle de cisaillement peut être imputée à l'influence des interactions entre les éléments de discrétisation qui ont été négligées. La minimisation de la puissance mécanique peut être à prendre en compte de manière globale. Des variations trop rapides de l'angle de cisaillement ou de l'épaisseur du copeau peuvent être à l'origine de cisaillement entre les éléments de discrétisation du foret, augmentant la puissance mécanique totale.

#### IV - 4 - Remarques générales.

##### IV - 4 - 1 - Températures

Contrairement au cas du rabotage, du fraisage ou du tournage, la chaleur produite lors d'une opération de perçage ne peut s'évacuer que dans le matériau usiné et l'outil, du fait du confinement. De plus les arêtes du foret repassent au dessus d'un même point à chaque demi-

tour de l'outil. Lors du passage de l'outil, la température dans la pièce varie, avec un maximum de température lors du passage de la pointe de l'outil (Figure IV-30). Après le passage de l'outil, on constate que la température décroît, mais elle ne revient pas à sa valeur initiale avant le passage de l'arête suivante, après un demi-tour de l'outil. Cette élévation de la température en avant de l'arête peut être quantifiée à partir de la modélisation du champ des températures proposée par Komanduri et Hou [Komanduri, 2000]. Si les flux thermiques en dehors du plan de calcul sont considérés comme négligeables, la température avant le passage d'une arête peut être déterminée à partir de l'élévation de température due au passage de l'arête précédente.



**Figure IV-30 : Evolution de la température dans la pièce pour un tour du foret.**

Les résultats ainsi obtenus (Figure IV-31) montrent que si l'échauffement résiduel dû à un passage d'une arête reste faible, inférieur à 10 K (Figure IV-30), le cumul de ces échauffements fait fortement augmenter la température dans le matériau. L'échauffement calculé ici, pour 200 passages d'arête correspond à un perçage sur une profondeur de 15 mm, pour le cas de notre foret de diamètre 20mm. Le résultat présente l'évolution de la température pour un élément situé à 4 mm de l'axe du foret (Figure IV-31). Ce calcul ne tient pas compte des échanges de chaleur entre les différents éléments de discrétisation du foret ; la température est donc fortement majorée. Toutefois, cette augmentation de la température entraîne une diminution de la contrainte d'écoulement plastique et donc des actions mécaniques générées par la coupe.

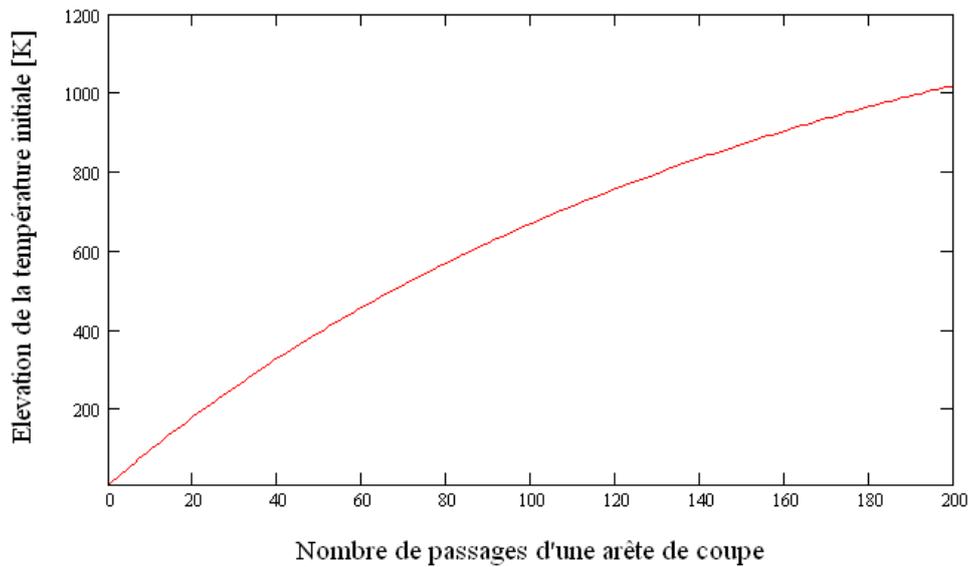


Figure IV-31 : Augmentation de la température initiale au cours d'un perçage.

#### IV - 4 - 2 - Influence du listel.

Le long de l'arête du listel, qui n'a pas été prise en compte dans le calcul, la matière n'est pas coupée. Cependant, des actions mécaniques sont dues à cette arête si l'on considère les dilatations du matériau. Après le passage de l'arête principale de coupe, la température du matériau a augmenté localement du fait de la dissipation du flux de chaleur lié aux phénomènes de coupe. Lorsque le foret continue à progresser, la température de la matière à la limite de la surface du trou va diminuer par diffusion de la chaleur. Le diamètre du trou va donc diminuer du fait de la contraction du matériau. Il en résulte donc d'importants frottements entre l'outil et la matière le long du listel. Les efforts liés aux frottements seront donc d'autant plus élevés que la puissance produite par la coupe est importante et que le trou est long. Ce qui correspond à l'augmentation de l'effort avec la progression du foret constaté pour certains essais (Figure IV-32).

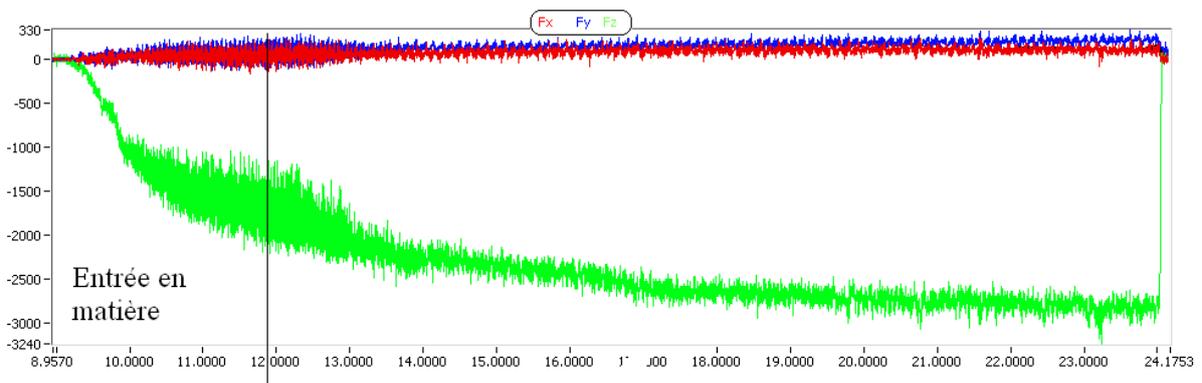


Figure IV-32 : Effort en perçage avec augmentation continue.

IV - 4 - 3 - Loi de comportement.

IV - 4 - 3 - 1 -Analyse critique.

Les résultats des expérimentations présentées dans les paragraphes précédents montrent que pour les vitesses de déformations importantes ( $>10^4 \text{ s}^{-1}$ ) et les déformations importantes ( $> 1$ ), la loi de comportement utilisée pour le calcul surestime la contrainte de cisaillement. Des modifications des lois de comportement sont alors envisageables de façon à mieux décrire le comportement du matériau.

Les lois de comportement les plus simples (comportement plastique parfait ou élastique plastique parfait) montrent une saturation de la contrainte avec l'augmentation de la déformation. La Figure IV-33 présente les évolutions qualitatives de la contrainte en fonction de la déformation pour les lois de Zirelli et Armstrong (ZA), Johnson Cook (JC) et une troisième loi mixte. La limitation de la contrainte, pour les grandes déformations, n'apparaît pas dans la loi de Johnson Cook [Rule, 1998]. Dans cette loi, la contrainte augmente continuellement avec la déformation. Avec les températures élevées dans les zones de cisaillement primaire et secondaire, le matériau a un comportement plus ductile et accepte donc des déformations importantes avec une contrainte limitée.

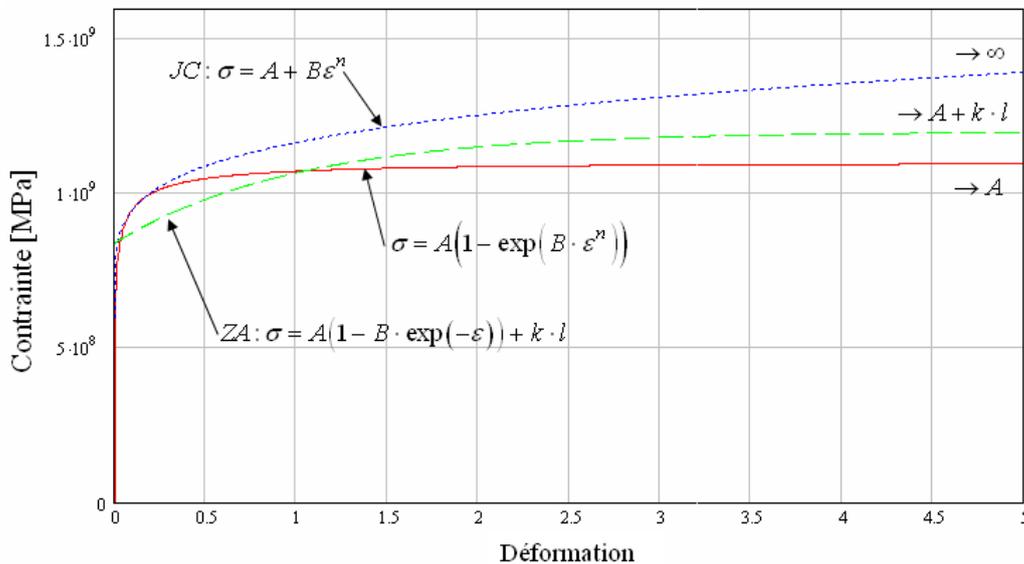


Figure IV-33 : Evolutions de la contrainte en fonction de la déformation.

D'autre part, pour chaque matériau, il existe une déformation à rupture qui dépend des valeurs de la température et de la vitesse de déformation. Si la déformation atteint la déformation à rupture, une fissure apparaît dans la matière. De telles fissures peuvent être

observées sur les copeaux festonnés obtenus en rabotage pour les angles de coupe très négatifs. Il sera cependant très difficile de prendre en compte la rupture du matériau et ses conséquences sur la formation du copeau dans un modèle analytique du fait des évolutions des différents paramètres dans le temps que cela implique.

Dans l'hypothèse où une nouvelle loi serait développée pour mieux décrire le comportement dans les conditions extrêmes de l'usinage, le principal problème résidera dans la détermination des constantes matériaux. Dans ce but, deux types de méthodes peuvent être utilisées : les méthodes directes et les méthodes inverses.

#### IV - 4 - 3 - 2 -Méthode directe.

Une méthode de calcul des coefficients d'une loi de comportement est dite directe quand elle utilise des essais mécaniques indépendants de l'utilisation pressentie. Ces essais doivent utiliser des modèles les plus simples (et si possible analytiques) pour déterminer les déformations et vitesses de déformation dans le matériau testé.

Les essais classiques de caractérisation mécanique (traction / compression, flexion et torsion) étant généralement limités en vitesse de chargement, ils ne permettent que de déterminer les coefficients des lois de comportement pour les faibles vitesses de déformation allant de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  à  $1 \text{ s}^{-1}$ . Ce type d'essais est aussi limité en déformation, sauf pour le cas du test de compression qui permet d'atteindre des déformations légèrement supérieures.

Pour les hautes vitesses de déformations, il existe les essais de choc tels que le test des barres de HOPKINSON utilisées par KHAN et al. [Khan, 1999] et le test de TAYLOR utilisé par ZIRELLI [Zirelli, 1986]. Les vitesses de chargement se situent entre  $200 \text{ s}^{-1}$  et  $10^5 \text{ s}^{-1}$  pour la première méthode et  $10^4 \text{ s}^{-1}$  à  $10^6 \text{ s}^{-1}$  pour la seconde. Ces tests ont également l'avantage de correspondre à des chargements en compression qui permettent d'obtenir des déformations plus importantes.

Ces expérimentations peuvent également généralement être couplées à des systèmes de chauffage permettant d'étudier l'influence de la température sur la contrainte d'écoulement du matériau.

Le principal inconvénient des méthodes directes est lié aux faibles déformations testées comparativement aux valeurs de déformations obtenues pour la zone de déformation primaire

---

ou secondaire. Un autre désavantage des méthodes directes est la complexité et le coût des expérimentations nécessaires. L'avantage évident est l'indépendance des résultats trouvés avec les applications visées.

#### IV - 4 - 3 - 3 -Méthode inverse

Les méthodes inverses permettent de déterminer les coefficients d'une loi de comportement pour un matériau donné à partir d'expérimentations d'usinage, réalisées en rabotage, tournage ou fraisage. Dans une étude de SHALTA et al. [Shalta, 2001], le modèle d'OXLEY de coupe orthogonale est utilisé afin de déterminer les coefficients de la loi de JOHNSON COOK pour deux aciers et un alliage d'aluminium. Les différents coefficients sont obtenus en minimisant l'écart entre les différents essais réalisés et les résultats du modèle d'OXLEY.

Ce type d'essais lie fortement les coefficients trouvés avec le modèle utilisé pour les obtenir, d'autant que les erreurs entre résultats expérimentaux et résultats du modèle ne sont pas négligeables (jusqu'à 15%). Les résultats qu'ils fournissent sont donc difficilement utilisables pour des applications dans d'autres modèles de coupe.

#### IV - 5 - Conclusion.

L'approche originale de l'évaluation du modèle de prévision des actions thermomécaniques de coupe a permis d'identifier les sources des écarts entre les résultats des calculs et les mesures.

L'étude faite sur le modèle de coupe orthogonale en utilisant des essais de rabotage a permis d'extraire de nombreuses informations sur les variables internes, malgré les limitations liées à la prise d'image haute fréquence. Ainsi, il a été possible d'observer les variations de l'angle de cisaillement et de confirmer la validité de l'hypothèse de minimisation de la puissance mécanique. Les estimations de la longueur de contact outil/copeau ont mis en évidence la surestimation de la partie due à la déformation de la contrainte de cisaillement dans la zone de cisaillement secondaire. Ces estimations sont à l'origine des valeurs faibles de la longueur de contact outil/copeau déterminées par le modèle. L'analyse des variables internes de la coupe ( $\phi$ ,  $\delta$ ,  $R_{min}$ ,  $l_c$ ) montrent les pistes à suivre pour l'amélioration des résultats fournis par le modèle.

L'étude faite en perçage a mis en évidence les évolutions des actions mécaniques le long

---

des arêtes d'un foret. L'étude des résultats de calcul montre les mêmes tendances pour les actions mécaniques en perçage que celles trouvées en rabotage. L'effort de poussée, majoritairement dû à l'effort d'avance produit par chaque élément de discrétisation, présente de bons résultats et le moment de coupe, fortement lié à l'effort de coupe, présente la même surestimation qu'en rabotage.

Cependant, les écarts importants sur les actions produites par les arêtes de coupe permettent difficilement de conclure sur la validité du modèle appliqué à l'âme du foret.

Ces expérimentations et l'analyse des résultats montrent qu'il sera important de prendre en compte l'influence des interactions entre les éléments de discrétisation. Le cisaillement entre deux éléments doit avoir une influence sur les variations des variables internes (angle de cisaillement primaire...) et donc avoir une influence sur le calcul des actions mécaniques. Il a aussi été vu qu'avant d'améliorer la prise en compte de la température et du listel, il est important d'améliorer les lois de comportement pour le cas des très grandes déformations et très grandes vitesses de déformations qui sont à l'origine de la plus grande part des écarts constatés entre les calculs et les expérimentations.

IV - 6 - Références.

[Busi, 2003]

C. Busi, "Obtention de données thermomécaniques pour un outil tournant". D.E.S., Université Bordeaux 1, Bordeaux, 2003.

[Cahuc, 2001]

O. Cahuc, P. Darnis, A. Gérard and J. Battaglia, "Experimental and analytical balance sheet in turning applications". International Journal of Advanced Manufacturing Technologies. 2001, 18, 648-656.

[Gilormini, 1982]

P. Gilormini, "Contribution à la modélisation de la formation du copeau en usinage des métaux." Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris, 1982.

[ImageJ]

ImageJ, "Imagej". site internet:<http://rsb.info.nih.gov/ij/>

[Khan, 1999]

A. S. Khan and R. Liang, "Behaviours of three bcc metal over a wide range of strain rates and temperatures: Experiments and modeling". International Journal of Plasticity. 1999, 15, 1089-1109.

[Komanduri, 2000]

R. Komanduri and Z. B. Hou, "Thermal modelling of the metal cutting process part i : Temperature rise distribution due to shear plane heat source". International Journal of Mechanical Sciences. 2000, 1715-1752.

[Laheurte, 2004]

R. Laheurte, "Application de la théorie du second gradient à la coupe des matériaux." Thèse de doctorat de mécanique, Université Bordeaux 1, France, n° 2935, 2004.

[Laporte, 2005]

S. Laporte, "Modélisation des phénomènes physiques impliqués dans la coupe : Application au perçage des matériaux monolithiques". Thèse de doctorat de mécanique, Université de Bordeaux 1, France, n°3088 2005.

[Lee, 1994]

L. C. Lee, X. D. Liu and K. Y. Lam, "Determination of stress distribution on the tool rake face using a composite tool". International Journal of Machine Tools & Manufacture. 1994, 35, 373-382.

[Nabhani, 2001]

F. Nabhani, "Machining of aerospace titanium alloys". Robotics and Computer Integrated Manufacturing. 2001, 99-106.

[Rule, 1998]

W. K. Rule and S. E. Jones, "A revised form for the johnson-cook strength model". International Journal of Impact Engineering. 1998, 21, 609-624.

[Sartkulvanich, 2003]

P. Sartkulvanich, F. Koppka and T. Altan, "Determination of flow stress for metal cutting simulation - a progress report". Journal of Materials Processing Technology. 2003, 2003.

[Shalta, 2001]

M. Shalta, C. Kerk and T. Altan, "Process modelling in machining. Part i: Determination of flow stress data". *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2001, 41, 1511-1534.

[Toulouse, 1998]

D. Toulouse, "Contribution à la modélisation et à la métrologie de la coupe dans le cas d'un usinage tridimensionnel." Thèse de doctorat de mécanique, Université Bordeaux 1, France, n°Accession, Number 1998.

[Venkatesh, 1996]

V. C. Venkatesh and W. Xue, "A study of the built-up edge in drilling with indexable coated carbide inserts". *Journal of Materials Processing Technology*. 1996, 379-384.

[Zirelli, 1986]

F. J. Zirelli and R. W. Armstrong, "Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculation". *Journal of Applied Physics*. 1986, 65, 1816-1825.

[Zorev, 1963]

N. Zorev, N., "Interrelationship between shear process occurring along the tool rake face and on the shear plane in metal cutting". 1963, 42-49.





**Chapitre V - Conclusion générale.**

V - 1 - Conclusions.....	172
V - 1 - 1 - Modèle géométrique.....	172
V - 1 - 2 - Modèle thermomécanique.....	172
V - 1 - 3 - Techniques expérimentales .....	174
V - 2 - Perspectives.....	174
V - 2 - 1 - Modèle de prévision des actions thermomécaniques.....	174
V - 2 - 2 - Expérimentations.....	175
V - 2 - 3 - Perspectives à long terme.....	176
V - 3 - Références.....	177

### V - 1 - Conclusions.

Ce travail a pour but de présenter une modélisation analytique du perçage permettant la prévision des actions mécaniques et thermiques liées aux phénomènes ayant lieu lors de la coupe. Ceci a été fait grâce à la mise en place d'une modélisation géométrique du foret fournissant les angles d'outils nécessaires pour l'application des modèles analytiques de calcul des actions thermomécaniques. Ces actions ont été calculées en dissociant les différents phénomènes. Le modèle comporte donc deux parties : une pour l'âme du foret et une pour les arêtes de coupe. Les résultats de ce modèle de perçage ont enfin été étudiés grâce à une approche originale qui permet une analyse plus fine des résultats.

#### V - 1 - 1 - Modèle géométrique.

Le but du modèle géométrique est de déterminer les angles d'outil en chaque point des arêtes du foret, ces données servant à l'application des modèles de calcul des actions thermomécaniques.

Le point de départ de ce modèle est la représentation mathématique des surfaces actives du foret. Ce principe de modélisation géométrique de l'outil est applicable à un très grand nombre de forets monoblocs, à la seule condition de connaître les paramètres de fabrication des surfaces de la meule. Dans ce cas, le modèle géométrique direct permet d'obtenir une description des surfaces de l'outil en déterminant l'enveloppe du volume balayé par la meule de finition lors de la fabrication du foret. Grâce au modèle géométrique inverse, les paramètres de fabrication d'un foret (forme et trajectoires de la meule de finition) peuvent être déterminés grâce à la connaissance de la géométrie voulue. Il sera donc possible d'étudier l'influence d'une nouvelle géométrie ou d'optimiser une géométrie en évaluant les outils avant leur fabrication, ceci permettant de limiter le nombre d'outils à fabriquer et donc le coût qui en découle.

#### V - 1 - 2 - Modèle thermomécanique.

A partir des données fournies par le modèle géométrique, et du torseur cinématique du déplacement du foret, le calcul des actions thermomécaniques produites par le perçage peut être résolu. Le modèle mis en place est divisé en deux parties : un modèle pour les arêtes de coupe du foret et un modèle pour la partie centrale du foret (l'âme).

---

Pour les arêtes de coupe, le modèle est basé sur la description des déformations subies par la matière. Cette description se fait en utilisant trois zones : une pour la formation du copeau (zone de cisaillement primaire), une pour le contact entre l'outil et le copeau (zone de cisaillement secondaire) et une pour le contact entre l'outil et la pièce (zone en dépouille). Pour la première zone, les calculs sont basés sur les hypothèses faites par Merchant [Merchant, 1945] et par Oxley [Oxley, 1988]. Les déformations et vitesses de déformations sont ensuite déterminées en ne limitant pas la zone de formation du copeau aux alentours du plan de cisaillement primaire comme cela avait été fait dans les modèles antérieurs [Oxley, 1988], ce qui permet d'obtenir une description continue des déformations et vitesses de déformations. De même pour les deux autres zones, les hypothèses utilisées pour décrire le trajet suivi par la matière permettent d'obtenir la description des déformations et des vitesses de déformation.

Pour l'âme du foret, le calcul des actions thermomécaniques est conduit en recréant les trajets de la matière observés sur les surfaces de la pointe du foret. Ces trajets ont été déterminés grâce à une hypothèse sur une expression de la déformation équivalente locale. C'est à partir de ces trajectoires d'écoulement de la matière qu'ont pu être construits les champs des déformations et des vitesses de déformation.

Dans toutes les zones étudiées, les efforts sont déduits de l'intégration des contraintes. Ces dernières ont pu être déterminées par l'application d'une loi de comportement prenant en compte la déformation et la vitesse de déformation (calculées analytiquement). Cette loi prend aussi en compte la température qui a été modélisée suivant la théorie proposée par Komanduri et Hou [Komanduri, 2000 ; Komanduri, 2001].

La modélisation obtenue à partir de ces principes utilise un certain nombre de variables internes inconnues a priori. Ces variables ont pu être déterminées grâce à deux critères : un critère de fonctionnement à puissance minimale, appliqué indépendamment à chaque zone et un critère d'équilibre statique du copeau.

C'est donc grâce à l'application de ces différents modèles (modèle géométrique, modèle de coupe et modèle pour l'âme) que les actions thermomécaniques appliquées à un foret lors d'une opération de perçage, ainsi que leurs évolutions le long des différentes arêtes du foret, pour un matériau monolithique, ont pu être déterminées. Les résultats du modèle permettent

de fournir des données telles que la répartition des contraintes et des températures le long des arêtes du foret, ces données pouvant être utilisées dans d'autres modèles pour prédire la tenue d'un outil ou son usure. L'utilisation d'un modèle géométrique analytique pourra permettre d'introduire des défauts sur la mise en position et sur les mouvements du foret, pour étudier l'influence de tels défauts sur les actions mécaniques.

### V - 1 - 3 - Techniques expérimentales

L'étude de la validité des résultats du modèle a été faite en deux temps : par des essais de rabotage, puis par des essais de perçage. Ceci a permis de séparer les différentes sources d'erreurs, celles liées au modèle de coupe et celles liées aux hypothèses sur le perçage. Ainsi l'analyse des variables internes du modèle de coupe a montré qu'une grande partie de l'erreur sur les actions de coupe était due à la surestimation de la contrainte, par la loi de comportement utilisée, pour les très grandes déformations et les très grandes vitesses de déformation. La mesure de l'angle de cisaillement primaire a confirmé la validité de l'hypothèse de minimisation de la puissance mécanique. Les expérimentations en perçage ont permis de déterminer les évolutions des actions mécaniques le long des arêtes du foret et de les comparer aux résultats du modèle. L'analyse des copeaux a montré l'influence des contraintes entre les différents éléments de la discrétisation du foret.

Les solutions adoptées pour étudier la validité du modèle thermomécanique de perçage ont donc permis de mettre en évidence les causes des erreurs et elles ont aussi donné des directions de recherche pour les travaux à venir.

### V - 2 - Perspectives.

#### V - 2 - 1 - Modèle de prévision des actions thermomécaniques.

Les résultats ont montré que la principale source d'erreur était due à la loi de comportement qui est utilisée en dehors de la plage de déformations et de vitesses de déformation pour laquelle elle a été validée. Il est donc nécessaire d'étudier des améliorations des lois existantes pour les hautes vitesses de déformation et pour les valeurs extrêmes de déformation afin d'éviter la surestimation de la contrainte qui a été constatée. D'autre part, l'application à d'autres matériaux doit être envisagée notamment pour ceux couramment utilisés en aéronautique tels que les aciers à haute résistance, les alliages d'aluminium et de titane.

Les trajectoires utilisées pour les calculs dans la zone en dépouille présentent une discontinuité à l'entrée de la zone. Une description continue dans cette zone permettrait de prendre en compte la zone morte en équilibrant les actions mécaniques, dues à la zone de cisaillement primaire et à la zone de cisaillement secondaire, avec celles appliquées par l'outil.

La présence du moment observé lors des essais de rabotage montre qu'il est nécessaire de déterminer le moment dû aux déformations pour mieux prédire le moment de coupe en perçage. Ce calcul pourra, par exemple, être fait par l'intégration de la théorie du second gradient, au modèle de coupe déjà existant. Ce travail a déjà été fait par Laheurte pour le cas du tournage [Laheurte, 2004] mais il devra être adapté à la description des trajets de la matière que nous avons utilisée. La principale difficulté résidera dans la détermination d'une loi de comportement utilisable pour les conditions de déformation trouvées en usinage sur les matériaux à étudier.

Les différentes améliorations présentées précédemment ici vont demander l'utilisation de variables internes supplémentaires pour permettre la résolution du modèle. Certains critères sur les puissances n'ont pas encore été utilisés, comme par exemple l'égalité de la puissance totale de déformation et de la puissance calculée à partir des torseurs cinématiques statiques. Ces critères pourront permettre de déterminer les valeurs de ces variables internes.

La détermination des trajectoires de la matière le long des surfaces de la pointe du foret est faite par la minimisation locale d'un déplacement local. Une meilleure représentation, mais plus complexe, à mettre en place serait d'étudier l'énergie totale, ou la déformation totale nécessaire pour permettre l'écoulement la matière jusque dans la goujure. Comme cela est fait pour les différentes zones du modèle de coupe, il est possible de déterminer une trajectoire pour laquelle l'énergie (ou la puissance) est minimale.

Enfin, l'influence du listel sur les actions thermomécaniques sera à prendre en compte, en modélisant les efforts de frottement dus à la contraction du trou lors de son refroidissement, ce qui permettra de compléter le modèle de perçage et d'étudier les variations des efforts avec la profondeur du trou réalisé.

### V - 2 - 2 - Expérimentations.

Les techniques expérimentales utilisées présentent encore des défauts qui peuvent être

---

corrigés. Pour la mesure des variables internes en rabotage, la qualité des images doit être augmentée pour permettre la mesure de la longueur de contact outil/copeau qui a seulement pu être estimée. Cela autorisera aussi la mesure des conditions de coupe réelles. L'augmentation de la fréquence des acquisitions vidéo doit permettre de mieux observer la formation du copeau et d'étudier le cas de vitesses de coupe plus importantes. De la même façon, le défaut de perpendicularité entre le copeau et le plan de coupe pour l'analyse micrographique engendre des erreurs de mesures qui peuvent être réduites.

La mise en place de la mesure des flux thermiques en perçage grâce à l'adaptation de la méthode de Battaglia et al. [Battaglia, 2001] pourra permettre une étude approfondie de la thermique et la corrélation entre les échauffements et les variations des actions mécaniques.

### V - 2 - 3 - Perspectives à long terme.

A partir des résultats que pourra fournir le modèle, il sera possible d'alimenter d'autres modèles pour fournir des informations sur le comportement de l'outil. Grâce au modèle analytique, de nombreuses applications peuvent être envisagées. Les champs de pression et de température le long des surfaces actives de l'outil pourront servir à calculer l'usure de l'outil en utilisant, par exemple, le modèle d'Archard [Archard, 1953]. Les modifications de la géométrie de la pointe de l'outil, telles que la modification du rayon d'acuité et de la dépouille, pourront alors être réinjecté dans le modèle de calcul des actions thermomécaniques. Cette procédure itérative permettra de déterminer l'évolution de l'usure d'un outil.

De même la connaissance de la répartition des actions mécaniques le long des arêtes du foret conduira à la vérification de la tenue de l'outil et à la prévision et à la localisation de ruptures telles que les effondrements d'arête.

Enfin, tous ces calculs pourront être faits en vue d'une optimisation des paramètres de coupe, en utilisant des critères de productivité, d'effort maximal, de rupture ou d'usure. Cette optimisation pourra alors être réalisée avec un minimum d'essais servant à la caractérisation des paramètres de la loi de comportement du matériau, qui limitera le coût d'une étude, le seul obstacle restant encore la durée des calculs nécessaires à l'obtention des résultats.

V - 3 - Références.

[Archard, 1953]

J. F. Archard, "Contact and rubbing of flat surfaces". Journal of Applied Physics. 1953, 981-988.

[Battaglia, 2001]

J. L. Battaglia, O. Cois, L. Puigsegur and A. Oustaloup, "Solving an inverse heat conduction problem using a non-integer identified model". International Journal of Heat and Mass Transfer. 2001, 2671-2680.

[Komanduri, 2000]

R. Komanduri and Z. B. Hou, "Thermal modelling of the metal cutting process part i : Temperature rise distribution due to shear plane heat source". International Journal of Mechanical Sciences. 2000, 1715-1752.

[Komanduri, 2001]

R. Komanduri and Z. B. Hou, "Thermal modelling of the metal cutting process -- part ii: Temperature rise distribution due to frictional heat source at the tool-chip interface". International Journal of Mechanical Sciences. 2001, 57-88.

[Laheurte, 2004]

R. Laheurte, "Application de la théorie du second gradient à la coupe des matériaux." Thèse de doctorat de mécanique, Université Bordeaux 1, France, 2004.

[Merchant, 1945]

E. Merchant, "Mechanics of the metal cutting process. I. Orthogonal cutting an type 2 chip." Journal of Applied Physics. 1945, 16.

[Oxley, 1988]

P. L. B. Oxley, "Modelling machining processes with a view to their optimization". Robotics and Computer Integrated Manufacturing. 1988, 103-119.



**ANNEXES**



**Annexe A : Calcul des déformations et vitesses de déformation.**

A - 1 - Zone de cisaillement primaire. ....	182
A - 1 - 1 - Trajectoires et champ des vitesses.....	182
A - 1 - 2 - Détermination des déplacements.....	183
A - 1 - 3 - Tenseur des déformations.....	184
A - 1 - 4 - Tenseur des vitesses de déformation.....	185
A - 2 - Zone de cisaillement secondaire.....	186
A - 2 - 1 - Vitesse supposée dans la zone de cisaillement secondaire.....	186
A - 2 - 2 - Détermination des déplacements.....	186
A - 2 - 3 - Détermination des déformations.....	187
A - 2 - 4 - Détermination des vitesses de déformation.....	188
A - 3 - Zone en dépouille et acuité d'arête.....	189
A - 3 - 1 - Trajectoires et champ des vitesses.....	189
A - 3 - 2 - Détermination des déplacements.....	190
A - 3 - 3 - Tenseur des déformations.....	191
A - 3 - 4 - Tenseur des vitesses de déformation.....	191

A - 1 - Zone de cisaillement primaire.

A - 1 - 1 - Trajectoires et champ des vitesses.

Les calculs dans la zone de cisaillement primaire sont conduits en utilisant les hypothèses de Tay et Oxley [Tay, 1974 ; Tay, 1976 ; Oxley, 1988]. Le chemin suivi par un grain de matière passant dans le copeau est donc porté par une hyperbole et sa vitesse est constante perpendiculairement au plan de cisaillement (Figure A-1). Les équations paramétriques des hyperboles sont exprimées dans le repère lié au plan de cisaillement :

$$\begin{aligned} x_\phi(s) &= s \cdot \cos(\phi - \gamma) - \frac{k \cdot \sin(\phi)}{s} \\ y_\phi(s) &= s \cdot \sin(\phi - \gamma) + \frac{y_0}{\sin(\phi)} + \frac{k \cdot \cos(\phi)}{s} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

La condition sur la vitesse se traduit par :

$$\overline{V}_M \cdot \vec{x}_\phi = cste \quad (\text{A.2})$$

Le champ des vitesses pour le cisaillement primaire peut alors être déterminé en considérant que la vitesse est tangente à la trajectoire hyperbolique. Le vecteur directeur de la vitesse en un point  $M$  est donné par dérivation des équations de l'hyperbole par rapport au paramètre  $s$  :

$$\begin{aligned} \frac{dx_\phi}{ds} &= \cos(\phi - \gamma) + \frac{k \cdot \sin(\phi)}{s^2} \\ \frac{dy_\phi}{ds} &= \sin(\phi - \gamma) - \frac{k \cdot \cos(\phi)}{s^2} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

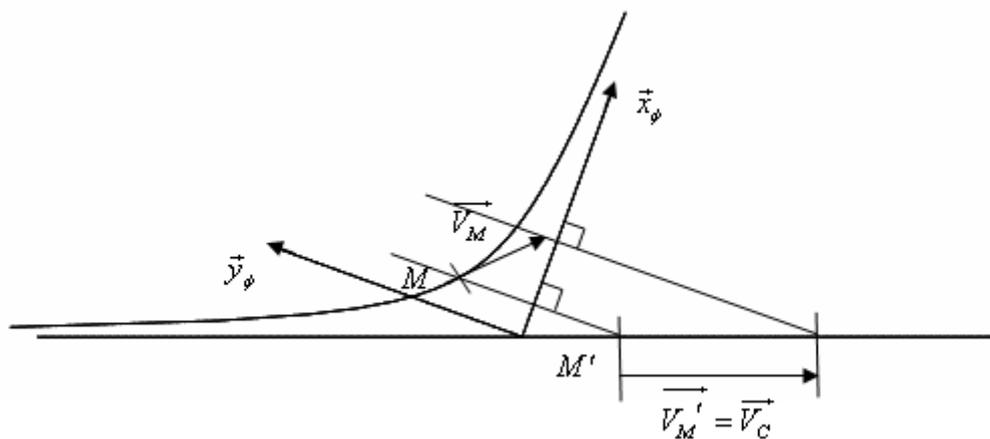


Figure A-1 : Trajectoires déformée et non déformée et projection des vitesses.

La vitesse au point  $M$  est proportionnelle au vecteur tangent à l'hyperbole :

$$\overline{V(M)} = cste \cdot \left( \bar{x}_\phi + \frac{(s^2 \cdot \sin(\phi - \gamma) - k \cdot \cos(\phi)) \cdot \bar{y}_\phi}{(s^2 \cdot \cos(\phi - \gamma) + k \cdot \sin(\phi))} \right) \quad (A.4)$$

La constante de proportionnalité peut être déduite de l'hypothèse sur la vitesse traduite par l'équation (A.2). Pour toute valeur du paramètre  $s$ , la projection de la vitesse du point suivant  $\bar{x}_\phi$  est constante. Quand  $s$  tend vers 0, le point  $M$  se situe sur l'asymptote parallèle à la direction de la vitesse de coupe ; la vitesse du point est alors égale à la vitesse de coupe :

$$cste = Vc \cdot \bar{x} \cdot \bar{x}_\phi = Vc \cdot \sin(\phi) \quad (A.5)$$

La vitesse d'un point dans la zone de cisaillement primaire s'écrit alors :

$$\overline{V(M)} = Vc \cdot \sin(\phi) \cdot \left( \bar{x}_\phi + \frac{\sin(\phi - \gamma) \cdot s^2 - k \cdot \cos(\phi)}{\cos(\phi - \gamma) \cdot s^2 + k \cdot \sin(\phi)} \cdot \bar{y}_\phi \right) \quad (A.6)$$

#### A - 1 - 2 - Détermination des déplacements.

Afin de pouvoir déterminer le déplacement subi par chaque point dans la zone de cisaillement primaire, il est nécessaire de connaître la position qu'aurait eu ce point sans la présence de l'outil. Dans ce cas, le point suivrait une trajectoire rectiligne à vitesse constante et égale à la vitesse de coupe. En considérant l'hypothèse selon laquelle la vitesse est constante dans la direction  $\bar{x}_\phi$ , la position non déformée d'un point est donc sur l'asymptote de l'hyperbole et à la même abscisse dans le repère  $(O, \bar{x}_\phi, \bar{y}_\phi)$  : point  $M'$ , Figure A-1. La position du point  $M'$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned} x_{nd\phi}(s) &= x_\phi(s) \\ y_{nd\phi}(s) &= \frac{y_0 + x_\phi(s) \cdot \cos(\phi)}{\sin(\phi)} \end{aligned} \quad (A.7)$$

Par définition, le vecteur déplacement correspond au vecteur  $\overline{MM'}$  et s'exprime alors en fonction de  $s$  :

$$\overline{U_\phi(s)} = \begin{pmatrix} x_\phi(s) - x_{nd\phi}(s) \\ y_\phi(s) - y_{nd\phi}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{s \cdot \cos(\gamma)}{\sin(\phi)} \end{pmatrix} \quad (A.8)$$

A - 1 - 3 - Tenseur des déformations.

Le tenseur des déformations est obtenu à partir du champ des déplacements par dérivation spatiale. Les déformations sont exprimées sous la forme :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \cdot \left( \text{grad}(\bar{U}) + {}^T \text{grad}(\bar{U}) \right) \quad (\text{A.9})$$

Les différents termes du tenseur, exprimés dans le repère lié au plan de cisaillement prennent alors la forme suivante :

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2} \left( \frac{dU_i}{de_j} + \frac{dU_j}{de_i} \right) \text{ avec } i, j \in (x_\phi, y_\phi, z) \text{ et } e_i, e_j \in (x_\phi, y_\phi, z) \quad (\text{A.10})$$

Les termes non nuls du tenseur des déformations s'écrivent en fonction du paramètre  $s$  :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x_\phi, y_\phi} &= \frac{1}{2} \left( \frac{d}{dx_\phi} \frac{s \cdot \cos(\gamma)}{\sin(\phi)} \right) \\ \varepsilon_{y_\phi, y_\phi} &= \frac{1}{2} \left( 2 \cdot \frac{d}{dy_\phi} \frac{s \cdot \cos(\gamma)}{\sin(\phi)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Ces équations peuvent être exprimées en fonction de la distance au plan de cisaillement,  $x_\phi$ . Pour cela, l'expression de  $x_\phi(s)$ , équation (A.1) doit être inversée :

$$s = \frac{x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)}}{2 \cdot \cos(\phi - \gamma)} \quad (\text{A.12})$$

Seul le terme de cisaillement  $\varepsilon_{x_\phi, y_\phi}$ , équation (A.11) n'est pas nul et il s'écrit :

$$\varepsilon_{x_\phi, y_\phi} = \frac{\cos(\gamma)}{4 \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)} \left( \frac{x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)}}{\sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)}} \right) \quad (\text{A.13})$$

A - 1 - 4 - Tenseur des vitesses de déformation.

Du fait des grandes déformations dans la zone de déformation primaire, l'hypothèse des petites déformations ne peut être faite et le tenseur des vitesses ne peut donc pas être calculé comme la dérivée temporelle du tenseur des déformations. Les vitesses de déformation sont déduites du champ des vitesses en utilisant le même opérateur de dérivation que pour le calcul des déformations (équation (A.9)). En utilisant l'équation (A.12) pour exprimer la vitesse d'un point, les vitesses de déformation s'écrivent :

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_{x\phi,x\phi} &= \frac{1}{2} \left( 2 \frac{d}{dx_\phi} V_c \cdot \sin(\phi) \right) = 0 \\ \dot{\varepsilon}_{x\phi,y\phi} &= \frac{1}{2} \left( \frac{d}{dy_\phi} V_c \cdot \sin(\phi) + \frac{d}{dx_\phi} V_c \cdot \sin(\phi) \frac{\sin(\phi - \gamma) \cdot s^2 - k \cdot \cos(\phi)}{\cos(\phi - \gamma) \cdot s^2 + k \cdot \sin(\phi)} \right) \\ \dot{\varepsilon}_{y\phi,y\phi} &= \frac{1}{2} \left( 2 \cdot \frac{d}{dy_\phi} \frac{\sin(\phi - \gamma) \cdot s^2 - k \cdot \cos(\phi)}{\cos(\phi - \gamma) \cdot s^2 + k \cdot \sin(\phi)} \right) = 0\end{aligned}\tag{A.14}$$

Seul le terme de vitesse de cisaillement  $\dot{\varepsilon}_{x\phi,y\phi}$  n'est pas nul :

$$\dot{\varepsilon}_{x\phi,y\phi} = \frac{V_c \cdot \sin(\phi)}{2} \left( \frac{ds}{dx_\phi} \cdot 2 \cdot s \left( \frac{(k \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\phi - \gamma)) + \cos(\phi - \gamma) \cdot (k \cdot \cos(\phi))}{(\cos(\phi - \gamma) \cdot s^2 + k \cdot \sin(\phi))^2} \right) \right)\tag{A.15}$$

La dérivée de  $s$  par rapport à  $x_\phi$  s'écrit :

$$\frac{d}{dx_\phi} s = \frac{x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)}}{2 \cdot \cos(\phi - \gamma) \sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)}}\tag{A.16}$$

La vitesse de déformation devient alors :

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_{x\phi,y\phi} &= \frac{V_c \cdot \sin(\phi) \cdot k}{\sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)}} \\ &\cdot \left( \frac{\cos(\gamma) \left( x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)} \right)^2}{\left( \left( x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma) \cdot \sin(\phi)} \right)^2 + 4 \cdot k \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\phi - \gamma) \right)^2} \right)\end{aligned}\tag{A.17}$$

Cette expression se simplifie pour arriver au résultat suivant :

$$\dot{\varepsilon}_{x\phi,y\phi} = \frac{8kV_c \sin(\phi) \cos(\gamma) \cdot \left( x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4k \cos(\phi - \gamma) \sin(\phi)} \right)^2}{\sqrt{x_\phi^2 + 4k \cos(\phi - \gamma) \sin(\phi)} \cdot \left[ \left( x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4k \cos(\phi - \gamma) \sin(\phi)} \right)^2 + 4k \cos(\phi - \gamma) \sin(\phi) \right]}\tag{A.18}$$

A - 2 - Zone de cisaillement secondaire.

A - 2 - 1 - Vitesse supposée dans la zone de cisaillement secondaire.

Les déplacements de matière dans la zone de cisaillement secondaire sont supposés se faire parallèlement à la face de coupe de l'outil. Le champ des vitesses choisi s'écrit :

$$V_x = V_{cop} \cdot (1 + (1 - \xi)^{\eta_\xi} \cdot (1 - \zeta)^{\eta_\zeta} \cdot \left( \frac{V_{g0}}{V_{cop}} - 1 \right)) \quad (A.19)$$

$$\text{avec } \xi = \frac{x_c}{l_c} \text{ et } \zeta = \frac{y_c}{\delta \cdot h_{cop} \cdot (1 - \xi)}$$

En exprimant en fonction de  $x_c$  et  $y_c$ , on obtient :

$$V_x = V_{cop} \cdot \left[ 1 + \left( 1 - \frac{x_c}{l_c} \right)^{\eta_\xi} \cdot \left( 1 - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{cop} \cdot \left( 1 - \frac{x_c}{l_c} \right)} \right)^{\eta_\zeta} \cdot \left( \frac{V_{g0}}{V_{cop}} - 1 \right) \right] \quad (A.20)$$

A - 2 - 2 - Détermination des déplacements.

La valeur du déplacement en un point donné de la zone de cisaillement secondaire correspond à la différence entre la position réelle du point  $(x_c, y_c)$  et celle qu'il aurait en se déplaçant avec la vitesse de corps solide du copeau  $(x_{nd}, y_c)$ .

La définition de la vitesse permet d'exprimer la relation entre temps et espace :

$$dx_c(t) = V_x \cdot dt \quad (A.21)$$

Le temps nécessaire pour atteindre la position d'abscisse  $x_c$  peut être exprimé en inversant cette expression, puis en l'intégrant :

$$t(x_c) = \int_0^{x_c} \frac{1}{V_x} \cdot dx \quad (A.22)$$

La position non déformée correspondant à un déplacement à vitesse constante peut alors être exprimée en fonction de la position réelle du point :

$$x_{nd}(t) = V_{cop} \cdot t = V_{cop} \cdot \int_0^{x_c} \frac{1}{V_x} \cdot dx \quad (A.23)$$

Le vecteur déplacement en un point de la zone de cisaillement secondaire peut alors être

exprimé en fonction des coordonnées de ce point :

$$\overline{U}(x_c, y_c) = \left( x_c - V_{cop} \cdot \int_0^{x_c} \frac{1}{V_x(x_c, y_c)} \cdot dx \right) \cdot \bar{x}_c \quad (\text{A.24})$$

Le résultat explicite de cette intégration étant difficile, sauf pour des valeurs entières de  $\eta_\xi$  et  $\eta_\zeta$ , il n'a pas été développé. Les vecteurs déplacements sont donc obtenus numériquement, par intégration du champ des vitesses.

### A - 2 - 3 - Détermination des déformations.

Les déformations sont calculées comme les variations du déplacement par rapport aux coordonnées spatiales :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \cdot \left( \text{grad}(\overline{U}) + {}^T \text{grad}(\overline{U}) \right) \quad (\text{A.25})$$

Les différents termes du tenseur obtenu sont alors exprimés par :

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2} \left( \frac{dU_i}{de_j} + \frac{dU_j}{de_i} \right) \text{ avec } i, j \in (x_c, y_c, z) \text{ et } e_i, e_j \in (x_c, y_c, z) \quad (\text{A.26})$$

En remplaçant la définition du déplacement, équation (A.24), dans l'équation (A.26), on obtient les termes non nuls du tenseur des déformations sous la forme :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x_c, x_c} &= \frac{1}{2} \left( 2 \cdot \frac{d}{dx_c} \left( x_c - V_{cop} \cdot \int_0^{x_c} \frac{1}{V_x(x, y_c)} \cdot dx \right) \right) \\ \varepsilon_{x_c, y_c} &= \frac{1}{2} \left( \frac{d}{dy_c} \left( x_c - V_{cop} \cdot \int_0^{x_c} \frac{1}{V_x(x, y_c)} \cdot dx \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

L'opérateur de dérivation peut être inversé avec l'opérateur d'intégration, dans le cas où la fonction intégrée est continue, monotone et continûment dérivable sur l'intervalle d'étude. Ceci étant le cas pour la fonction décrivant le champ des vitesses dans la zone de cisaillement secondaire, les déformations s'écrivent :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x_c, x_c} &= 1 - V_{cop} \cdot \int_0^{x_c} \frac{d}{dx} \frac{1}{V_x(x, y_c)} \cdot dx \\ \varepsilon_{x_c, y_c} &= \frac{1}{2} \left( -V_{cop} \cdot \int_0^{x_c} \frac{d}{dy_c} \frac{1}{V_x(x, y_c)} \cdot dx \right) \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Il est alors possible de développer le calcul des déformations. Les dérivées du champ des

vitesse sont obtenues par dérivation de l'équation (A.20), dans le cas où  $\eta_x = \eta_z$  :

$$\frac{d}{dx_c} \frac{1}{V_x} = \frac{\left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{cop}}\right)^{\eta_z - 1} \cdot \frac{1}{l_c} \cdot \left(\frac{V_{g0}}{V_{cop}} - 1\right)}{V_{cop} \cdot \left[1 + \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{cop}}\right)^{\eta_z} \cdot \left(\frac{V_{g0}}{V_{cop}} - 1\right)\right]^2} \quad (A.29)$$

$$\frac{d}{dy_c} \frac{1}{V_x} = \frac{\left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{cop}}\right)^{\eta_z - 1} \cdot \frac{1}{\delta \cdot h_{cop}} \cdot \left(\frac{V_{g0}}{V_{cop}} - 1\right)}{V_{cop} \cdot \left[1 + \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{cop}}\right)^{\eta_z} \cdot \left(\frac{V_{g0}}{V_{cop}} - 1\right)\right]^2}$$

Ces deux expressions doivent ensuite être intégrées pour obtenir les expressions des déformations :

$$\varepsilon_{x_c, y_c} = 1 - \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta h_{copeau}}\right)^{\eta_z} \left(1 - \frac{V_{g0}}{V_{copeau}}\right)} \quad (A.30)$$

$$\varepsilon_{x_c, y_c} = \frac{1}{2} \frac{\frac{l_c}{\delta h_{copeau}}}{1 - \left(1 - \frac{V_{g0}}{V_{copeau}}\right) \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta h_{copeau}}\right)^{\eta_z}} - \frac{1}{2} \frac{\frac{l_c}{\delta h_{copeau}}}{1 - \left(1 - \frac{V_{g0}}{V_{copeau}}\right) \left(1 - \frac{y_c}{\delta h_{copeau}}\right)^{\eta_z}}$$

#### A - 2 - 4 - Détermination des vitesses de déformation.

La vitesse de déformation dans la zone de cisaillement secondaire n'est pas déterminée comme la dérivée par rapport au temps de la déformation du fait que l'hypothèse des petites déformations ne peut être faite dans ce cas. Le calcul des vitesses de déformation se fait alors de la même façon que celui des déformations, par dérivation spatiale du champ des vitesses. La formulation de l'équation pour le calcul du tenseur des vitesses de déformation (A.25) devient alors :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \frac{1}{2} \cdot \left( grad(\vec{V}) + {}^T grad(\vec{V}) \right) \quad (A.31)$$

Les expressions des dérivées de la vitesse d'un point dans la zone de cisaillement

secondaire sont :

$$\begin{aligned} \frac{dV_x}{dx_c} &= V_{cop} \cdot \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{cop}}\right)^{\eta-1} \cdot \frac{-1}{l_c} \cdot \left(\frac{V_{g0}}{V_{cop}} - 1\right) \\ \frac{dV_x}{dy_c} &= V_{cop} \cdot \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{cop}}\right)^{\eta-1} \cdot \frac{-1}{\delta \cdot h_{cop}} \cdot \left(\frac{V_{g0}}{V_{cop}} - 1\right) \end{aligned} \quad (A.32)$$

Les termes non nuls du tenseur des vitesses de déformation s'expriment alors à partir des dérivées spatiales du champ des vitesses :

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{x_c, x_c} &= V_{copeau} \left(1 - \frac{V_{g0}}{V_{copeau}}\right) \frac{n_\xi}{l_c} \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{copeau}}\right)^{n_\xi-1} \\ \dot{\epsilon}_{x_c, y_c} &= V_{copeau} \left(1 - \frac{V_{g0}}{V_{copeau}}\right) \frac{n_\xi}{\delta \cdot h_{copeau}} \left(1 - \frac{x_c}{l_c} - \frac{y_c}{\delta \cdot h_{copeau}}\right)^{n_\xi-1} \end{aligned} \quad (A.33)$$

### A - 3 - Zone en dépouille et acuité d'arête.

#### A - 3 - 1 - Trajectoires et champ des vitesses.

La trace de l'outil dans le plan de calcul est décrite par une hyperbole, de façon à avoir une continuité entre la face de coupe et la face en dépouille :

$$R_h^2 = (d_m + x_a \cdot \cot(\gamma) - y_a) \cdot (d_m - x_a \cdot \tan(\alpha) - y_a) \quad (A.34)$$

Le lien entre  $R_h$  et le rayon d'acuité de l'outil est obtenu en déterminant le maximum de la courbure de l'hyperbole. Pour une fonction  $f(s)$ , la courbure s'écrit :

$$Courbure = \frac{d^2 f(s)}{ds^2} \cdot \frac{1}{\left[ \sqrt{1 + \left(\frac{df(s)}{ds}\right)^2} \right]^3} \quad (A.35)$$

L'équation de l'hyperbole est mise sous la forme  $y_a = fonction(x_a)$ . L'équation de l'interface outil/matière se met alors sous la forme :

$$y_{int}(x_a) = \frac{\left[2 \cdot d_m + x_a \cdot (\cot(\gamma) - \tan(\alpha))\right] + \sqrt{\left[x_a \cdot (\cot(\gamma) - \tan(\alpha))\right]^2 + 4 \cdot R_a^2}}{2} \quad (A.36)$$

En appliquant l'équation (A.35) à la fonction  $y_{int}(x_a)$  on trouve l'expression du lien entre  $R_a$  et  $R_h$  :

$$R_h = \frac{R_a \cdot (\cot(\gamma) + \tan(\alpha))^2}{4} \quad (\text{A.37})$$

On suppose une décroissance quadratique de la vitesse, en partant de l'interface outil/matière et en allant vers la fin de la zone affectée par la déformation ( $y_a$  décroissant). En considérant que la vitesse au niveau de l'interface est tangente à l'hyperbole et que la vitesse horizontale est constante et égale à la vitesse de coupe. Le champ des vitesses s'écrit alors :

$$\overrightarrow{V_a(x_a, y_a)} = -V_c \cdot \left( \bar{x}_a + \frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{\text{int}}(x_a)} \right)^2 \cdot \bar{y}_a \right) \quad (\text{A.38})$$

avec la dérivée de l'équation de l'interface :

$$\frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} = \frac{(\cot(\gamma) - \tan(\alpha))}{2} \left( 1 + \frac{x_a \cdot (\cot(\gamma) - \tan(\alpha))}{\sqrt{[x_a \cdot (\cot(\gamma) - \tan(\alpha))]^2 + 4 \cdot R_a^2}} \right) \quad (\text{A.39})$$

La trajectoire d'un point d'abscisse  $y_d$  en entrée de la zone de déformation est trouvée par intégration de la vitesse (équation (A.38)) par rapport au temps. On obtient alors la valeur de l'ordonnée d'un point sous la forme :

$$y_a = \int_{t_0}^{t_1} \overrightarrow{V_a(x_a, y_a)} \cdot \bar{y}_a \cdot dt \quad (\text{A.40})$$

La vitesse horizontale étant constante, l'incrément de temps  $dt$  peut être exprimé en fonction d'un incrément de position suivant  $\bar{x}_a$  :

$$dt = \frac{dx_a}{V_c} \quad (\text{A.41})$$

L'équation (A.40) permet alors de relier les deux coordonnées d'un point en fonction de l'ordonnée de départ  $y_d$  et de l'épaisseur du matériau affectée par la déformation ( $d_m$ ) :

$$y_a(x_a, y_d) = \frac{y_d \cdot y_{\text{int}}(x_a) \cdot (f + d_m)}{y_d \cdot (f + d_m) - y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_d - (f + d_m))} \quad (\text{A.42})$$

L'équation (A.42) décrit la trajectoire suivie par un point passant dans la zone de déformation.

### A - 3 - 2 - Détermination des déplacements.

Le vecteur déplacement : différence entre la position déformée et la position théorique non

déformée d'un point s'écrit :

$$\overline{U(x_a, y_a)} = (y_a - y_d) \cdot \vec{y}_a \quad (\text{A.43})$$

Il faut alors exprimer  $y_d$  en fonction de la position du point considéré. Cette relation est trouvée en inversant l'équation (A.42) :

$$y_d(x_1, x_2) = \frac{y_a \cdot y_{\text{int}}(x_a) \cdot (f + d_m)}{y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_a + (f + d_m)) - y_a \cdot (f + d_m)} \quad (\text{A.44})$$

En intégrant l'équation (A.44) à l'équation (A.43), le vecteur déplacement s'écrit en fonction des coordonnées du point :

$$\overline{U_a(x_a, y_a)} = \left( \frac{y_a^2 \cdot (y_{\text{int}}(x_a) - (f + d_m))}{y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_a + (f + d_m)) - y_a \cdot (f + d_m)} \right) \cdot \vec{y}_a \quad (\text{A.45})$$

### A - 3 - 3 - Tenseur des déformations.

L'application de l'opérateur de dérivation spatiale (équation (A.9)) au vecteur déplacement (équation (A.45)) permet de calculer le tenseur des déformations. Deux termes du tenseur ne sont pas nuls :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x_a, y_a} &= \frac{1}{2} \left( \frac{d}{dx_a} \left( \frac{y_a^2 \cdot (y_{\text{int}}(x_a) - (f + d_m))}{y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_a + (f + d_m)) - y_a \cdot (f + d_m)} \right) \right) \\ \varepsilon_{y_a, y_a} &= \frac{1}{2} \left( 2 \cdot \frac{d}{dy_a} \left( \frac{y_a^2 \cdot (y_{\text{int}}(x_a) - (f + d_m))}{y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_a + (f + d_m)) - y_a \cdot (f + d_m)} \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

Les termes de déformation peuvent s'écrire en fonction de l'équation de l'interface et de sa dérivée :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x_a, y_a} &= \frac{1}{2} \left( \frac{y_a^2 \cdot \left( \frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} \right) (f + d_m)^2}{\left( y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_a + (f + d_m)) - y_a \cdot (f + d_m) \right)^2} \right) \\ \varepsilon_{y_a, y_a} &= 1 - \frac{\left( y_{\text{int}}(x_a) \right)^2 (f + d_m)^2}{\left( y_{\text{int}}(x_a) \cdot (y_a + (f + d_m)) - y_a \cdot (f + d_m) \right)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

### A - 3 - 4 - Tenseur des vitesses de déformation.

Comme pour les autres zones de déformation, la vitesse de déformation est déduite du

champ des vitesses par l'utilisation de l'opérateur de dérivation spatiale (A.31) :

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{x_a, y_a} &= \frac{1}{2} \left( \frac{d}{dx_a} \left( \overline{V_a(x_a, y_a)} \cdot \bar{y}_a \right) \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{d}{dx_a} \left( -V_c \cdot \frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{\text{int}}(x_a)} \right)^2 \right) \right) \\ \dot{\epsilon}_{y_a, y_a} &= \frac{1}{2} \left( 2 \cdot \frac{d}{dy_a} \left( \overline{V_a(x_a, y_a)} \cdot \bar{y}_a \right) \right) = \frac{d}{dy_a} \left( -V_c \cdot \frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{\text{int}}(x_a)} \right)^2 \right)\end{aligned}\tag{A.48}$$

Les vitesses de déformation s'écrivent en fonction de l'équation de l'interface et de ses dérivées :

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{x_a, y_a} &= \frac{-V_c}{2} \left( \frac{d^2 y_{\text{int}}(x_a)}{dx_a^2} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{\text{int}}(x_a)} \right)^2 - \left( \frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} \right)^2 \cdot \frac{y_a^2}{(y_{\text{int}}(x_a))^3} \right) \\ \dot{\epsilon}_{y_a, y_a} &= -V_c \cdot \frac{dy_{\text{int}}(x_a)}{dx_a} \cdot \frac{2 \cdot y_a}{(y_{\text{int}}(x_a))^2}\end{aligned}\tag{A.49}$$

**Annexe B : Résultats expérimentaux et résultats de calculs.**

B - 1 - Essais de rabotage. ....	194
B - 1 - 1 - Conditions de coupe. ....	194
B - 1 - 2 - Résultats expérimentaux.....	195
B - 1 - 3 - Résultats de calculs.....	196
B - 2 - Essais de perçage. ....	197
B - 2 - 1 - Foret de diamètre 20 mm.....	197
B - 2 - 1 - 1 - Conditions de coupe. ....	197
B - 2 - 1 - 2 - Résultats expérimentaux. ....	198
B - 2 - 1 - 3 - Résultats de calculs. ....	199
B - 2 - 2 - Foret de diamètre 16 mm.....	204
B - 2 - 2 - 1 - Conditions de coupe. ....	204
B - 2 - 2 - 2 - Résultats expérimentaux. ....	204
B - 2 - 2 - 3 - Résultats de calculs. ....	205

B - 1 - Essais de rabotage.

## B - 1 - 1 - Conditions de coupe.

essai	Vc (m/min)	f (mm)	$\gamma$ (deg)	$\alpha$ (deg)	ap (mm)
1	7	0.2	4.17	10.4	2.5
2	7	0.3	4.17	10.4	2.5
3	10.5	0.2	4.17	10.4	2.5
4	10.5	0.3	4.17	10.4	2.5
5	10.5	0.2	18.13	6.98	2.5
6	10.5	0.3	18.13	6.98	2.5
7	7	0.2	18.13	6.98	2.5
8	7	0.3	18.13	6.98	2.5
9	7	0.2	-10.95	15.2	2.5
10	7	0.3	-10.95	15.2	2.5
11	10.5	0.2	-10.95	15.2	2.5
12	10.5	0.3	-10.95	15.2	2.5
13	10.5	0.2	-21.21	18.98	2.5
14	10.5	0.3	-21.21	18.98	2.5
15	7	0.2	-21.21	18.98	2.5
16	7	0.3	-21.21	18.98	2.5
17	7	0.2	29.15	3.81	2.5
18	7	0.3	29.15	3.81	2.5
19	10.5	0.2	29.15	3.81	2.5
20	10.5	0.3	29.15	3.81	2.5
21	10.5	0.2	-32.26	25.14	2.5
22	10.5	0.3	-32.26	25.14	2.5
23	7	0.2	-32.26	25.14	2.5
24	7	0.3	-32.26	25.14	2.5

Tableau B-1 : Conditions de coupe pour les essais de rabotage.

## B - 1 - 2 - Résultats expérimentaux

N° essai	$\phi$ (deg)	$\delta$	Rh (mm)	$\alpha$ (deg)	lc/f	Effort de coupe (N)	Effort d'avance (N)	Moment (Nm)
1	31.01	0.05	0.20	2.71	2.62	-1372.329	-703.426	5.15
2	27.35	0.06	0.18	2.82	3.15	-1853.782	-965.091	10.2
3	nm	nm	nm	nm	nm	-1363.654	-765.174	5.67
4	26.35	0.05	0.18	0.16	3.70	-1854.214	-981.714	8.72
5	28.49	0.11	nm	17.61	4.66	-1261.736	-457.847	2.26
6	31.53	0.06	nm	nm	2.44	-1728.713	-626.563	4.41
7	29.13	0.09	0.12	16.28	3.81	-1301.422	-470.579	1.84
8	27.42	0.06	0.21	nm	3.54	-1696.587	-600.167	4.58
9	23.71	0.04	nm	-11.21	2.60	-2003.232	-1445.929	11.23
10	15.32	0.06	nm	-11.08	4.32	-2091.025	-1531.268	13.05
11	16.48	nm	nm	-10.96	nm	-1144.112	-780.603	4.05
12	18.35	0.04	nm	-12.68	3.01	-2176.368	-1706.284	9.28
13	10.59	0.12	nm	-21.09	nm	-1561.195	-1398.969	7.4
14	11.46	0.09	nm	-21.28	nm	-2230.819	-2207.374	11.98
15	nm	nm	nm	nm	nm	-1790.939	-1819.31	9.64
16	nm	0.08	nm	nm	nm	-2262.547	-2210.421	15.57
17	41.22	nm	nm	27.30	nm	-1060.082	-274.258	-0.65
18	35.02	0.07	0.13	26.62	2.64	-1519.257	-334.59	1.25
19	43.30	0.20	0.08	24.86	2.45	-1219.891	-312.468	-1.2
20	34.95	0.25	0.10	26.91	2.26	-1579.735	-388.187	1.77
21	nm	0.22	nm	-32.24	nm	-1507.416	-1727.715	10.61
22	nm	nm	nm	nm	nm	-1764.968	-2354.496	12.92
23	nm	nm	nm	nm	nm	-1798.818	-2238.607	11.59
24	nm	nm	nm	nm	nm	-2468.013	-3055.418	21.64

Tableau B-2 : résultats expérimentaux pour les essais de rabotage (nm : non mesuré).

## B - 1 - 3 - Résultats de calculs.

essai	Erreur relative	$\phi$ (deg)	$\delta$	lc (mm)	Flux de chaleur cisaillement primaire (W/m <sup>2</sup> )	Flux de chaleur cisaillement secondaire (W/m <sup>2</sup> )	Effort de coupe Fc (N)	Effort d'avance Fa (N)
1	-0.40%	19.6	0.101	0.338	4.02E+07	1.58E+06	-2169	-702.1
2	0.44%	19.6	0.077	0.388	3.69E+07	1.58E+06	-3140	-767.5
3	-0.66%	19.32	0.099	0.338	6.13E+07	2.33E+06	-2168	-699.5
4	-0.60%	19.32	0.076	0.388	5.89E+07	2.33E+06	-3131	-756.2
5	0.09%	27.88	0.127	0.313	5.59E+07	3.30E+06	-1615	-327.4
6	0.95%	27.88	0.108	0.400	5.47E+07	3.29E+06	-2332	-337.4
7	0.46%	28.2	0.139	0.338	3.54E+07	2.22E+06	-1650	-387.6
8	0.52%	28.2	0.123	0.450	3.48E+07	2.21E+06	-2391	-448.4
9	0.07%	13.32	0.057	0.263	3.94E+07	1.13E+06	-3066	-1268
10	0.61%	13.32	0.061	0.425	3.73E+07	1.13E+06	-4512	-1966
11	0.57%	13.32	0.057	0.266	6.19E+07	1.70E+06	-3023	-1270
12	0.58%	13.32	0.065	0.450	5.94E+07	1.69E+06	-4440	-2013
13	0.31%	12.92	0.027	0.116	6.72E+07	1.84E+06	-3427	-1647
14	0.05%	12.92	0.023	0.152	6.40E+07	1.84E+06	-4929	-2328
15	0.39%	12.92	0.026	0.113	4.33E+07	1.22E+06	-3400	-1628
16	1.00%	12.92	0.022	0.141	4.08E+07	1.23E+06	-4926	-2300
17	-0.38%	36.2	0.127	0.250	3.24E+07	2.80E+06	-1274	-41.61
18	0.53%	36.2	0.104	0.306	3.25E+07	2.79E+06	-1797	76.7
19	0.98%	36.2	0.127	0.250	5.01E+07	4.20E+06	-1276	-51.33
20	0.01%	36.2	0.104	0.306	5.03E+07	4.19E+06	-1792	76.82
21	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc
22	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc
23	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc
24	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc

Tableau B-3 : Résultats calculés par le modèle pour les essais de rabotage.

Erreur relative : erreur de calcul pour l'équilibre du copeau :

$$\text{erreur relative} : \frac{\sqrt{(X_{OA} - X_{OB})^2 + (Y_{OA} - Y_{OB})^2}}{\sqrt{X_{OA}^2 + Y_{OA}^2}} \quad (\text{B.1})$$

$X_{OA}, Y_{OA}$  : composantes de l'effort de la zone de cisaillement primaire exprimées dans le repère lié à la face de coupe.

$X_{OB}, Y_{OB}$  : composantes de l'effort de la zone de cisaillement secondaire exprimées dans le repère lié à la face de coupe.

B - 2 - Essais de perçage.

## B - 2 - 1 - Foret de diamètre 20 mm

## B - 2 - 1 - 1 - Conditions de coupe.

essai	Avant trou			Perçage $\phi$ 20 mm		
	Diamètre	N (tr/min)	Vf (mm/min)	ap (mm)	N (tr/min)	Vf (mm/min)
essai 1-1	18	530	80	1	500	75
essai 1-2	18	530	80	1	500	75
essai 2-1	16.25	600	90	1.875	500	75
essai 2-2	16.25	600	90	1.875	500	75
essai 3-1	14	700	105	3	500	75
essai 3-2	14	700	105	3	500	75
essai 4-1	12.1	800	80	3.95	500	75
essai 4-2	12.1	800	80	3.95	500	75
essai 5-1	10.2	950	95	4.9	500	75
essai 5-2	10.2	950	95	4.9	500	75
essai 6-1	8	1200	120	6	500	75
essai 6-2	8	1200	120	6	500	75
essai 7-1	6	1600	120	7	500	75
essai 7-2	6	1600	120	7	500	75
essai 8-1	4	1500	75	8	500	75
essai 8-2	4	1500	75	8	500	75
essai 9-1	0	---	---	10	500	75
essai 9-2	0	---	---	10	500	75
essai 9-3	0	---	---	10	500	75

**Tableau B-4 : Conditions de coupe des essais - foret de diamètre 20 mm.**

## B - 2 - 1 - 2 - Résultats expérimentaux.

essai	F <sub>x</sub> (N)	F <sub>y</sub> (N)	F <sub>z</sub> (N)	M <sub>x</sub> (dNm)	M <sub>y</sub> (dNm)	M <sub>z</sub> (dNm)
essai 1-1	-0.08	-1.30	-93.75	4.58	-8.32	-41.40
essai 1-2	9.80	10.87	-110.48	11.89	-5.48	-40.52
essai 2-1	28.60	26.69	-223.10	15.84	-15.95	-73.10
essai 2-2	-11.46	-16.40	-220.33	14.78	-22.27	-77.23
essai 3-1	49.82	38.46	-426.08	16.24	-63.27	-107.39
essai 3-2	37.86	2.66	-422.92	8.12	-16.79	-110.89
essai 4-1	60.81	85.46	-619.38	45.91	-54.76	-133.23
essai 4-2	58.03	-1.48	-627.18	7.46	-36.27	-143.86
essai 5-1	38.28	-13.98	-756.68	16.25	-55.80	-181.57
essai 5-2	80.49	106.98	-802.30	66.38	-53.05	-169.10
essai 6-1	66.83	55.50	-963.26	8.40	-33.29	-192.33
essai 6-2	70.13	56.28	-965.49	10.76	-24.64	-188.73
essai 7-1	133.20	121.94	-1404.53	69.49	-131.08	-204.37
essai 7-2	92.14	38.91	-1252.66	34.52	-54.11	-206.30
essai 8-1	152.32	44.31	-1963.58	50.08	-134.50	-280.20
essai 8-2	116.91	210.12	-2027.54	164.00	-92.14	-233.53
essai 9-1	372.49	352.02	-5872.59	273.61	-327.48	-246.59
essai 9-2	377.86	440.36	-6986.71	441.00	-260.07	-331.17
essai 9-3	467.17	412.95	-7403.11	245.24	-419.78	-163.75

Tableau B-5 : Résultats expérimentaux - foret de diamètre 20 mm.

## B - 2 - 1 - 3 - Résultats de calculs.

rayon (mm)	Angles d'outils			Conditions de coupe		Coordonnées		
	$\alpha$ (deg)	$\gamma$ (deg)	$\lambda$ (deg)	Vc (m/min)	f (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
10.000	4.707	30.928	7.534	31.416	0.855	-9.914	-1.300	0.001
9.570	4.924	28.550	9.809	30.066	0.853	-9.478	-1.320	0.264
9.140	5.088	26.792	10.731	28.716	0.852	-9.039	-1.349	0.528
8.710	5.271	25.319	10.995	27.360	0.852	-8.600	-1.379	0.792
8.280	5.407	24.070	10.938	26.010	0.852	-8.159	-1.405	1.058
7.850	5.646	22.838	10.634	24.660	0.852	-7.720	-1.423	1.322
7.420	5.924	21.635	10.233	23.310	0.853	-7.280	-1.433	1.586
6.990	6.245	20.414	9.815	21.960	0.853	-6.841	-1.434	1.850
6.560	6.612	19.148	9.460	20.610	0.854	-6.403	-1.426	2.113
6.129	7.030	17.796	9.225	19.254	0.854	-5.966	-1.410	2.375
5.699	7.506	16.324	9.167	17.904	0.854	-5.529	-1.386	2.638
5.269	8.050	14.685	9.362	16.554	0.855	-5.092	-1.356	2.900
4.839	8.680	12.823	9.895	15.204	0.854	-4.655	-1.323	3.162
4.409	9.408	10.709	10.789	13.854	0.854	-4.217	-1.288	3.424
3.979	10.267	8.251	12.175	12.504	0.852	-3.776	-1.253	3.689
3.549	11.316	5.330	14.169	11.148	0.850	-3.332	-1.221	3.954
3.119	12.628	1.728	16.971	9.798	0.845	-2.882	-1.194	4.224
2.689	14.370	-3.010	20.919	8.448	0.837	-2.418	-1.175	4.502
2.259	16.851	-9.981	26.660	7.098	0.821	-1.934	-1.168	4.792
1.829	20.976	-22.867	35.690	5.746	0.781	-1.398	-1.177	5.114
1.399	34.143	-61.135	53.010	4.395	0.555	-0.671	-1.227	5.553

Tableau B-7 : Conditions de coupe pour les points de calcul - foret diamètre 20 mm.

rayon (mm)	Variables internes				Flux de chaleur		Efforts		
	$\phi$ (deg)	$\delta$	lc (mm)	h (mm)	ZC1 (W/m <sup>2</sup> )	ZC2 (W/m <sup>2</sup> )	Fx (N)	Fy (N)	Fz (N)
10	37.6	0.14	0.11	0.11	1.55E+08	1.33E+07	-73.73	2.04	-51.06
9.57	35.6	0.14	0.11	0.12	1.53E+08	1.21E+07	-75.82	5.43	-54.85
9.14	34.4	0.14	0.12	0.12	1.50E+08	1.12E+07	-77.28	6.64	-59.28
8.71	33.1	0.14	0.12	0.12	1.45E+08	1.03E+07	-78.93	6.79	-64.67
8.28	32.1	0.15	0.11	0.13	1.39E+08	9.51E+06	-68.62	5.27	-59.67
7.85	31.4	0.15	0.11	0.13	1.34E+08	8.83E+06	-69.40	4.21	-62.36
7.42	30.4	0.15	0.12	0.13	1.27E+08	8.08E+06	-70.58	3.02	-66.42
6.99	29.0	0.15	0.13	0.14	1.21E+08	7.27E+06	-72.11	1.84	-72.00
6.56	28.8	0.16	0.13	0.14	1.14E+08	6.79E+06	-72.33	0.72	-77.28
6.129	27.8	0.15	0.13	0.14	1.08E+08	6.14E+06	-73.74	-0.80	-77.27
5.699	26.8	0.15	0.13	0.15	1.01E+08	5.51E+06	-75.16	-1.73	-81.85
5.269	25.6	0.15	0.14	0.16	9.66E+07	4.86E+06	-76.98	-2.26	-87.57
4.839	24.4	0.15	0.14	0.16	8.89E+07	4.27E+06	-79.22	-2.30	-93.71
4.409	23.2	0.15	0.15	0.17	8.54E+07	3.71E+06	-81.52	-1.80	-99.83
3.979	21.8	0.14	0.15	0.18	7.84E+07	3.16E+06	-85.04	-0.49	-107.70
3.549	19.9	0.14	0.15	0.19	6.65E+07	2.59E+06	-91.19	1.98	-119.50
3.119	18.1	0.12	0.15	0.21	6.04E+07	2.08E+06	-98.89	5.92	-131.70
2.689	16.0	0.10	0.14	0.23	5.24E+07	1.61E+06	-111.50	12.19	-147.50
2.259	13.1	0.07	0.10	0.27	4.56E+07	1.14E+06	-138.70	22.82	-172.30
1.829	nc	nc	nc	nc	nc	nc	-180.17	44.75	-207.07
1.399	nc	nc	nc	nc	nc	nc	-309.80	116.38	-276.01

Tableau B-6 : Résultats pour le modèle de coupe - foret diamètre 20 mm.

Annexe B

rayon (mm)	Variables internes			Flux de chaleur	Efforts		
	dmp (mm)	Ra (mm)	x1 (mm)	dQ3 (W/m <sup>2</sup> )	Fx (N)	Fy (N)	Fz (N)
10	0.018	0.015	-0.022	3.62E+07	-3.33	-0.30	3.60
9.57	0.018	0.015	-0.021	3.53E+07	-3.35	-0.29	3.58
9.14	0.018	0.015	-0.021	3.42E+07	-3.36	-0.31	3.58
8.71	0.018	0.015	-0.021	3.31E+07	-3.37	-0.34	3.58
8.28	0.018	0.015	-0.021	3.17E+07	-3.35	-0.36	3.51
7.85	0.018	0.015	-0.020	3.06E+07	-3.35	-0.41	3.51
7.42	0.018	0.015	-0.020	2.95E+07	-3.35	-0.46	3.51
6.99	0.018	0.015	-0.020	2.84E+07	-3.35	-0.50	3.52
6.56	0.018	0.016	-0.019	2.73E+07	-3.35	-0.55	3.53
6.129	0.018	0.016	-0.019	2.62E+07	-3.35	-0.60	3.54
5.699	0.018	0.016	-0.018	2.49E+07	-3.34	-0.64	3.48
5.269	0.018	0.016	-0.018	2.36E+07	-3.34	-0.69	3.49
4.839	0.018	0.016	-0.017	2.24E+07	-3.35	-0.73	3.52
4.409	0.018	0.017	-0.017	2.09E+07	-3.36	-0.78	3.46
3.979	0.018	0.017	-0.017	1.95E+07	-3.37	-0.84	3.49
3.549	0.018	0.018	-0.016	1.80E+07	-3.39	-0.91	3.45
3.119	0.019	0.018	-0.016	1.64E+07	-3.42	-1.00	3.42
2.689	0.019	0.019	-0.015	1.47E+07	-3.47	-1.15	3.40
2.259	0.019	0.021	-0.015	1.29E+07	-3.55	-1.40	3.31
1.829	nc	nc	nc	2.36E+07	-3.82	-2.01	3.30
1.399	nc	nc	nc	1.88E+07	-2.07	-4.38	3.55

Tableau B-8 : Résultats pour le modèle d'acuité - foret diamètre 20mm.

rayon (mm)	Densité linéique d'effort			Densité linéique de moment		
	dFx (N/mm)	dFy (N/mm)	dFz (N/mm)	dMx (Nm/mm)	dMy (Nm/mm)	dMz (Nm/mm)
10	44.12	-206.91	26.57	-0.034	0.263	2.109
9.57	52.53	-213.37	35.75	0.009	0.353	2.092
9.14	56.29	-220.28	44.52	0.056	0.432	2.067
8.71	58.01	-229.26	53.62	0.108	0.507	2.052
8.28	50.48	-203.78	53.28	0.141	0.488	1.734
7.85	51.23	-208.30	57.04	0.194	0.508	1.681
7.42	51.52	-215.52	62.75	0.252	0.539	1.643
6.99	51.44	-225.40	70.86	0.315	0.580	1.616
6.56	50.14	-232.15	79.46	0.377	0.615	1.558
6.129	54.31	-234.65	78.05	0.447	0.595	1.476
5.699	56.64	-242.59	85.20	0.522	0.620	1.420
5.269	60.23	-252.25	94.74	0.603	0.657	1.366
4.839	66.12	-262.25	105.63	0.689	0.701	1.308
4.409	74.61	-271.08	117.51	0.777	0.751	1.239
3.979	87.68	-282.25	133.36	0.874	0.827	1.176
3.549	108.60	-299.01	156.66	0.991	0.951	1.129
3.119	140.03	-312.42	183.69	1.100	1.121	1.068
2.689	191.08	-324.21	221.10	1.200	1.395	1.008
2.259	287.76	-332.95	282.49	1.266	1.925	0.980
1.829	431.64	-284.26	398.92	0.984	2.765	0.905
1.399	600.13	-85.43	796.64	-0.503	3.867	0.794

Tableau B-9 : Densités linéiques d'effort - foret diamètre 20mm.

Annexe B

rayon (mm)	Effort pour une tranche			Cumul de l'effort			Fz total (N)
	DFx (N)	DFy (N)	DFz (N)	Fx (N)	Fy (N)	Fz (N)	
9.785	24.40	-106.10	15.73	24.40	-106.10	15.73	31.46
9.355	27.51	-109.65	20.29	51.92	-215.75	36.03	72.05
8.925	28.83	-113.37	24.75	80.74	-329.11	60.78	121.55
8.495	27.45	-109.56	27.05	108.19	-438.67	87.82	175.64
8.065	25.60	-103.69	27.76	133.79	-542.37	115.58	231.17
7.635	25.92	-106.89	30.21	159.70	-649.25	145.79	291.59
7.205	25.95	-111.14	33.68	185.65	-760.39	179.47	358.94
6.775	25.57	-115.18	37.84	211.22	-875.57	217.31	434.62
6.3445	26.26	-117.36	39.60	237.48	-992.93	256.91	513.83
5.914	27.96	-120.26	41.14	265.44	-1113.19	298.05	596.10
5.484	29.44	-124.67	45.33	294.88	-1237.87	343.39	686.77
5.054	31.83	-129.60	50.47	326.71	-1367.47	393.86	787.72
4.624	35.46	-134.39	56.23	362.17	-1501.86	450.09	900.18
4.194	41.11	-140.15	63.54	403.28	-1642.01	513.63	1027.26
3.764	49.70	-147.18	73.43	452.97	-1789.18	587.06	1174.13
3.334	63.34	-155.76	86.70	516.31	-1944.94	673.77	1347.53
2.904	85.70	-164.78	104.78	602.01	-2109.73	778.54	1557.08
2.474	126.19	-173.19	132.72	728.21	-2282.92	911.26	1822.52
2.044	201.03	-172.47	190.41	929.24	-2455.39	1101.67	2203.33
1.614	356.31	-127.67	412.88	1285.55	-2583.05	1514.54	3029.09

**Tableau B-10 : Efforts pour chaque élément et effort cumulé - foret diamètre 20 mm.**

Annexe B

rayon (mm)	Effort pour une tranche			Cumul de l'effort			Mz total (Nm)
	DMx (Nm)	DMy (Nm)	DMz (Nm)	Mx arête (Nm)	My arête (Nm)	Mz arête (Nm)	
9.785	-0.006	0.156	1.060	-0.006	0.156	1.060	2.121
9.355	0.017	0.198	1.051	0.010	0.354	2.112	4.224
8.925	0.041	0.237	1.039	0.052	0.591	3.151	6.301
8.495	0.063	0.252	0.958	0.114	0.843	4.108	8.216
8.065	0.084	0.251	0.859	0.199	1.093	4.967	9.935
7.635	0.113	0.264	0.838	0.311	1.357	5.806	11.611
7.205	0.143	0.282	0.821	0.454	1.639	6.627	13.254
6.775	0.174	0.301	0.799	0.629	1.940	7.426	14.852
6.3445	0.207	0.304	0.763	0.836	2.244	8.189	16.378
5.914	0.244	0.306	0.730	1.080	2.550	8.919	17.837
5.484	0.283	0.322	0.702	1.363	2.872	9.621	19.241
5.054	0.326	0.342	0.674	1.689	3.214	10.294	20.589
4.624	0.369	0.366	0.642	2.058	3.580	10.936	21.872
4.194	0.418	0.400	0.612	2.477	3.980	11.548	23.096
3.764	0.472	0.450	0.584	2.949	4.430	12.131	24.263
3.334	0.533	0.528	0.560	3.482	4.958	12.691	25.382
2.904	0.595	0.651	0.537	4.077	5.609	13.228	26.457
2.474	0.650	0.875	0.524	4.727	6.484	13.752	27.505
2.044	0.629	1.311	0.527	5.355	7.795	14.279	28.558
1.614	0.166	2.290	0.587	5.522	10.085	14.866	29.732

Tableau B-11 : Moments pour chaque tranche et moment cumulé - foret diamètre 20 mm.

rayon (mm)	dmp (mm)	dQ (W/m <sup>2</sup> )	Densités linéiques d'actions mécaniques			
			dFx (N/mm)	dFy (N/mm)	dFz (N/mm)	dMz (Nm/mm)
1.38	0.1	3.14E+06	-2.20	0.73	-10.50	-0.003
1.21	0.1	4.07E+06	-11.60	2.79	-52.20	-0.015
1.04	0.1	4.13E+06	-22.30	3.48	-94.20	-0.027
0.87	0.1	3.92E+06	-31.60	2.54	-127.00	-0.035
0.71	0.1	3.78E+06	-44.90	0.44	-170.00	-0.047
0.54	0.1	3.51E+06	-56.80	-3.26	-201.00	-0.056
0.37	0.1	3.43E+06	-73.10	-8.60	-243.00	-0.068
0.20	0.1	3.28E+06	-90.84	-15.93	-283.10	-0.079
0.04	0.1	1.28E+06	-34.85	-13.36	-132.80	-0.005

**Tableau B-12 : Variables internes et densités linéiques d'effort - âme du foret de diamètre 20 mm.**

rayon (mm)	Actions mécaniques par tranche				Cumul des actions mécaniques			
	DFx (N)	DFy (N)	DFz (N)	DMz (N/m)	Fx (N)	Fy(N)	Fz (N)	Mz (Nm)
1.38	-0.368	0.122	-1.761	-0.0005	-0.368	0.122	-1.761	-0.0005
1.21	-1.945	0.468	-8.754	-0.0026	-2.314	0.590	-10.515	-0.0031
1.04	-3.740	0.584	-15.797	-0.0046	-6.053	1.175	-26.312	-0.0077
0.87	-5.299	0.425	-21.298	-0.0059	-11.353	1.600	-47.610	-0.0136
0.71	-7.530	0.074	-28.509	-0.0079	-18.882	1.674	-76.119	-0.0216
0.54	-9.525	-0.547	-33.708	-0.0094	-28.408	1.127	-109.827	-0.0310
0.37	-12.259	-1.442	-40.751	-0.0114	-40.667	-0.315	-150.578	-0.0424
0.20	-15.234	-2.671	-47.476	-0.0132	-55.900	-2.986	-198.054	-0.0556
0.04	-5.844	-2.240	-22.271	0.00	-61.745	-5.227	-220.324	-0.0565

**Tableau B-13 : Actions mécaniques pour chaque tranche et cumulées ;  
âme du foret de diamètre 20 mm.**

## B - 2 - 2 - Foret de diamètre 16 mm

## B - 2 - 2 - 1 - Conditions de coupe.

essai	Avant trou			Perçage $\phi$ 16		
	Diamètre (mm)	N (tr/min)	Vf (mm/min)	ap (mm)	N (tr/min)	Vf (mm/min)
essai 1-1	0	---	---	16	994	160
essai 1-2	0	---	---	16	994	160
essai 2-1	4	3978	398	12	994	160
essai 2-2	4	3978	398	12	994	160
essai 3-1	6	2652	319	10	994	160
essai 3-2	6	2652	319	10	994	160
essai 4-1	8	1989	239	8	994	160
essai 4-2	8	1989	239	8	994	160
essai 5-1	10	1591	223	6	994	160
essai 5-2	10	1591	223	6	994	160
essai 6-1	12	1326	186	4	994	160
essai 6-2	12	1326	186	4	994	160
essai 7-1	14	1136	182	2	994	160
essai 7-2	14	1136	182	2	994	160

Tableau B-14 : Conditions de coupe des essais - foret diamètre 16 mm.

## B - 2 - 2 - 2 - Résultats expérimentaux.

essai	Fx (N)	Fy (N)	Fz (N)	Mx (dNm)	My (dNm)	Mz (dNm)
essai 1-1	14.53	8.89	-107.15	5.11	-6.23	-29.23
essai 1-2	-0.06	19.99	-96.09	1.12	-12.24	-30.39
essai 2-1	25.74	49.02	-245.17	22.20	-5.41	-56.86
essai 2-2	15.58	17.96	-232.52	10.93	-16.48	-63.05
essai 3-1	50.70	14.85	-379.64	23.26	-25.06	-83.63
essai 3-2	20.88	33.75	-384.61	9.00	-26.77	-72.97
essai 4-1	40.61	48.33	-671.39	33.52	-38.37	-99.08
essai 4-2	62.01	82.37	-802.77	57.47	-24.46	-104.88
essai 5-1	120.12	62.35	-1343.28	55.76	-97.47	-165.16
essai 5-2	102.68	117.87	-1385.07	99.62	-64.23	-170.93
essai 6-1	115.27	166.42	-2029.79	71.68	-116.76	-120.26
essai 6-2	160.61	159.26	-2296.87	110.52	-113.15	-158.87
essai 7-1	220.08	353.76	-4347.76	324.84	-155.69	-251.43
essai 7-2	391.28	137.61	-4503.96	157.54	-358.61	-239.64

Tableau B-15 : Résultats expérimentaux - foret de diamètre 16 mm.

## B - 2 - 2 - 3 - Résultats de calculs.

rayon (mm)	Angles d'outils			Conditions de coupe		Coordonnées		
	$\alpha$ (deg)	$\gamma$ (deg)	$\lambda$ (deg)	Vc (m/min)	f (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
8.00	5.890	35.374	-3.692	49.962	0.069	-7.925	-1.099	0.00
7.55	6.142	32.223	0.723	47.148	0.069	-7.479	-1.024	0.27
7.10	6.394	29.169	4.216	44.328	0.069	-7.029	-0.984	0.53
6.65	6.669	26.333	6.715	41.514	0.068	-6.576	-0.970	0.80
6.20	6.984	23.715	8.417	38.700	0.068	-6.119	-0.970	1.08
5.75	7.345	21.280	9.523	35.880	0.068	-5.661	-0.978	1.36
5.29	7.775	18.925	10.325	33.066	0.068	-5.201	-0.987	1.63
4.84	8.285	16.558	11.029	30.246	0.068	-4.739	-0.995	1.91
4.39	8.898	14.078	11.832	27.432	0.068	-4.277	-1.000	2.19
3.94	9.649	11.310	12.977	24.612	0.068	-3.811	-1.003	2.47
3.49	10.594	8.153	14.593	21.798	0.068	-3.342	-1.004	2.75
3.49	10.588	-4.683	11.110	21.792	0.069	-3.342	-1.004	2.75
3.21	11.173	-5.151	11.883	20.052	0.069	-3.061	-0.974	2.92
2.93	11.849	-5.718	12.817	18.312	0.068	-2.776	-0.943	3.09
2.65	12.628	-6.417	13.934	16.572	0.068	-2.492	-0.913	3.26
2.37	13.562	-7.317	15.327	14.826	0.068	-2.204	-0.882	3.43
2.10	14.696	-8.503	17.103	13.086	0.068	-1.915	-0.850	3.60
1.82	16.117	-10.147	19.458	11.346	0.068	-1.621	-0.819	3.77
1.54	17.997	-12.628	22.752	9.606	0.067	-1.321	-0.786	3.95
1.26	20.661	-16.856	27.685	7.860	0.066	-1.008	-0.753	4.14
0.98	25.021	-26.001	35.999	6.120	0.064	-0.668	-0.716	4.34
0.70	38.841	-58.957	53.583	4.411	0.049	-0.228	-0.67	4.60

Tableau B-16 : Conditions de coupe pour les points de calcul - foret diamètre 16 mm.

Annexe B

rayon (mm)	Variables internes				Flux thermiques		Efforts		
	$\phi$ (deg)	$\delta$	lc (mm)	h (mm)	ZC1 (W/m <sup>2</sup> )	ZC2 (W/m <sup>2</sup> )	Fx (N)	Fy (N)	Fz (N)
8.00	41.0	0.127	0.078	0.105	2.38E+08	2.29E+07	-32.29	-4.27	-63.35
7.55	38.6	0.131	0.084	0.110	2.33E+08	2.05E+07	-39.45	-8.01	-64.62
7.10	36.2	0.139	0.094	0.115	2.28E+08	1.82E+07	-47.28	-3.48	-67.06
6.65	34.0	0.142	0.101	0.121	2.22E+08	1.61E+07	-55.08	-0.05	-69.26
6.20	31.9	0.147	0.110	0.128	2.10E+08	1.41E+07	-63.30	2.31	-71.61
5.75	30.1	0.151	0.119	0.135	2.03E+08	1.24E+07	-70.64	3.68	-73.64
5.29	28.6	0.152	0.125	0.140	1.89E+08	1.09E+07	-77.27	4.37	-75.63
4.84	26.8	0.151	0.131	0.149	1.81E+08	9.31E+06	-85.61	4.86	-78.02
4.39	25.2	0.165	0.152	0.157	1.61E+08	7.95E+06	-100.20	5.99	-80.48
3.94	23.6	0.148	0.144	0.166	1.48E+08	6.72E+06	-102.70	6.20	-84.20
3.49	21.5	0.143	0.150	0.180	1.34E+08	5.44E+06	-114.90	8.02	-89.32
3.49	15.2	0.097	0.141	0.247	1.46E+08	3.92E+06	-98.03	-40.65	-58.62
3.21	15.0	0.095	0.139	0.249	1.30E+08	3.57E+06	-99.21	-43.77	-58.35
2.93	14.7	0.092	0.136	0.253	1.19E+08	3.21E+06	-100.50	-47.38	-57.65
2.65	14.6	0.089	0.131	0.253	1.09E+08	2.89E+06	-101.40	-51.27	-55.91
2.37	14.1	0.083	0.127	0.261	9.56E+07	2.50E+06	-104.00	-57.49	-55.02
2.10	13.8	0.077	0.119	0.264	8.43E+07	2.18E+06	-105.90	-64.25	-51.83
1.82	13.2	0.067	0.107	0.273	7.81E+07	1.81E+06	-108.90	-73.89	-47.26
1.54	12.4	0.066	0.109	0.284	6.38E+07	1.46E+06	-120.30	-87.94	-37.14
1.26	10.9	0.023	0.042	0.312	5.20E+07	1.09E+06	-124.40	-114.50	-23.84
0.98	nc	nc	nc	nc	nc	nc	-141.37	-154.08	-24.04
0.70	nc	nc	nc	nc	nc	nc	-182.02	-155.35	-234.54

**Tableau B-17 : Résultats pour le modèle de coupe - foret diamètre 16 mm.**

rayon (mm)	Variables internes			Flux thermique	Efforts		
	dmp (mm)	Ra (mm)	x1 (mm)	dQ3 (W/m <sup>2</sup> )	Fx (N)	Fy (N)	Fz (N)
8.00	0.018	0.015	-0.020	6.345E+07	-3.449	-0.395	3.793
7.55	0.018	0.015	-0.020	6.092E+07	-3.477	-0.449	3.768
7.10	0.018	0.015	-0.019	5.824E+07	-3.514	-0.396	3.748
6.65	0.018	0.016	-0.019	5.548E+07	-3.543	-0.376	3.735
6.20	0.018	0.016	-0.019	5.269E+07	-3.564	-0.382	3.730
5.75	0.018	0.016	-0.019	4.987E+07	-3.580	-0.411	3.732
5.29	0.018	0.016	-0.018	4.680E+07	-3.578	-0.448	3.660
4.84	0.018	0.016	-0.018	4.389E+07	-3.588	-0.504	3.671
4.39	0.018	0.017	-0.017	4.093E+07	-3.602	-0.572	3.690
3.94	0.018	0.017	-0.017	3.773E+07	-3.607	-0.642	3.634
3.49	0.019	0.017	-0.016	3.459E+07	-3.631	-0.741	3.667
3.49	0.019	0.017	-0.016	3.454E+07	2.109	0.767	-2.311
3.21	0.018	0.018	-0.016	3.232E+07	2.096	0.813	-2.277
2.93	0.019	0.018	-0.016	3.013E+07	2.089	0.868	-2.299
2.65	0.019	0.018	-0.016	2.778E+07	2.071	0.936	-2.274
2.37	0.019	0.019	-0.015	2.546E+07	2.055	1.017	-2.308
2.10	0.019	0.019	-0.015	2.298E+07	2.022	1.124	-2.297
1.82	0.019	0.020	-0.015	2.072E+07	1.972	1.266	-2.279
1.54	0.017	0.018	-0.013	2.236E+07	1.905	1.474	-2.283
1.26	0.014	0.015	-0.011	2.467E+07	1.777	1.788	-2.300
0.98	0.010	0.011	-0.008	2.769E+07	1.476	2.309	-2.318
0.70	0.005	0.005	0.001	1.868E+07	1.233	2.763	-2.43

**Tableau B-18 : Résultats pour le modèle d'acuité - foret diamètre 16mm.**

Annexe B

rayon (mm)	Densité linéique d'effort (N)			Densité linéique de moment (Nm)		
	dFx	dFy	dFz	dMx	dMy	dMz
8.00	10.97	-159.83	-0.92	0.001	-0.007	1.279
7.55	17.56	-170.38	14.50	0.030	0.113	1.292
7.10	23.33	-181.95	30.56	0.067	0.227	1.302
6.65	28.06	-193.46	46.01	0.111	0.325	1.299
6.20	32.05	-205.97	61.18	0.163	0.409	1.291
5.75	35.79	-216.97	74.46	0.221	0.470	1.263
5.29	40.26	-226.99	86.05	0.285	0.513	1.220
4.84	45.03	-239.57	100.49	0.358	0.562	1.180
4.39	48.37	-259.49	126.41	0.441	0.646	1.158
3.94	63.14	-264.74	131.24	0.522	0.656	1.072
3.49	79.74	-281.82	153.94	0.620	0.734	1.022
3.49	144.10	-369.26	200.11	0.814	1.065	1.379
3.21	146.89	-372.66	204.06	0.888	1.053	1.284
2.93	150.46	-376.85	209.17	0.966	1.045	1.188
2.65	154.26	-378.81	214.84	1.037	1.038	1.085
2.37	161.07	-389.68	224.13	1.137	1.046	1.001
2.10	168.20	-395.39	234.36	1.223	1.054	0.900
1.82	178.67	-406.73	249.23	1.330	1.078	0.806
1.54	197.89	-435.50	276.13	1.503	1.146	0.731
1.26	228.57	-479.34	319.61	1.742	1.267	0.655
0.98	305.45	-570.02	433.24	2.161	1.614	0.600
0.70	579.90	-613.53	890.71	2.224	2.867	0.527

Tableau B-19 : Densités linéiques d'effort - foret diamètre 16 mm.

Annexe B

rayon (mm)	Effort pour une tranche			Cumul de l'effort			Fz total (N)
	DFx (N)	DFy (N)	DFz (N)	Fx (N)	Fy (N)	Fz (N)	
7.77	6.43	-86.52	3.55	6.43	-86.52	3.55	7.10
7.32	9.22	-92.54	11.83	15.65	-179.06	15.38	30.77
6.87	11.59	-99.17	20.17	27.24	-278.23	35.56	71.12
6.42	13.56	-106.44	28.37	40.80	-384.67	63.93	127.85
5.97	15.30	-113.09	35.88	56.09	-497.76	99.81	199.61
5.52	17.15	-119.21	42.50	73.24	-616.97	142.31	284.62
5.07	19.23	-125.79	49.48	92.48	-742.76	191.79	383.58
4.62	21.06	-134.55	60.05	113.54	-877.31	251.84	503.67
4.17	25.14	-142.50	68.55	138.68	-1019.81	320.38	640.77
3.72	32.22	-149.55	76.04	170.90	-1169.37	396.42	792.85
3.49	50.48	-178.15	93.75	221.38	-1347.52	490.18	980.35
3.35	40.45	-121.78	65.10	211.35	-1291.14	461.52	923.04
3.07	41.48	-125.09	67.49	252.83	-1416.23	529.01	1058.01
2.79	42.51	-125.40	68.61	295.34	-1541.63	597.62	1195.23
2.51	43.99	-129.06	71.55	339.32	-1670.68	669.17	1338.33
2.23	45.93	-132.58	74.68	385.26	-1803.27	743.84	1487.68
1.96	48.39	-137.60	79.29	433.65	-1940.87	823.13	1646.26
1.68	52.53	-147.53	86.77	486.18	-2088.40	909.90	1819.80
1.40	59.28	-167.02	100.30	545.46	-2255.42	1010.20	2020.40
1.12	74.60	-207.99	132.14	620.06	-2463.41	1142.34	2284.67
0.84	121.25	-303.80	274.94	741.31	-2767.21	1417.28	2834.56

**Tableau B-20 : Efforts pour chaque élément et effort cumulé - forêt diamètre 16 mm.**

rayon (mm)	Moment pour une tranche			Cumul du moment			Mz total (Nm)
	DMx (Nm)	DMy (Nm)	DMz (Nm)	Mx (Nm)	My (Nm)	Mz (Nm)	
7.77	0.008	0.028	0.672	0.008	0.028	0.672	1.344
7.32	0.026	0.089	0.681	0.034	0.117	1.354	2.707
6.87	0.047	0.146	0.685	0.081	0.263	2.039	4.078
6.42	0.073	0.194	0.686	0.153	0.457	2.724	5.449
5.97	0.102	0.232	0.676	0.255	0.689	3.400	6.800
5.52	0.134	0.260	0.658	0.389	0.950	4.058	8.116
5.07	0.171	0.285	0.637	0.560	1.235	4.695	9.389
4.62	0.211	0.320	0.619	0.771	1.555	5.313	10.627
4.17	0.256	0.347	0.593	1.027	1.901	5.907	11.814
3.72	0.305	0.371	0.558	1.332	2.272	6.465	12.931
3.49	0.380	0.476	0.636	1.712	2.748	7.101	14.202
3.35	0.274	0.341	0.429	1.986	3.089	7.530	15.060
3.07	0.303	0.343	0.404	2.289	3.432	7.933	15.867
2.79	0.324	0.337	0.368	2.613	3.769	8.301	16.602
2.51	0.354	0.340	0.340	2.967	4.109	8.641	17.282
2.23	0.385	0.342	0.310	3.352	4.451	8.951	17.902
1.96	0.419	0.350	0.280	3.770	4.800	9.230	18.461
1.68	0.468	0.367	0.254	4.238	5.168	9.484	18.968
1.40	0.546	0.406	0.233	4.785	5.574	9.718	19.435
1.12	0.685	0.506	0.220	5.470	6.080	9.938	19.876
0.84	0.911	0.931	0.234	6.380	7.010	10.172	20.344

**Tableau B-21: Moment pour chaque tranche et moment cumulé - forêt diamètre 16 mm.**

rayon (mm)	Variables internes		Densité des actions mécaniques			
	dmp (mm)	dQ (W/m <sup>2</sup> )	dFx (N/mm)	dFy (N/mm)	dFz (N/mm)	DMz (Nm/mm)
0.513	0.1	7.390E+06	56.10	-33.50	39.40	0.0329
0.438	0.1	7.430E+06	86.90	-55.00	63.10	0.0443
0.362	0.1	7.120E+06	110.00	-73.00	82.40	0.0477
0.287	0.1	7.030E+06	137.00	-95.50	106.00	0.0489
0.212	0.1	6.440E+06	150.00	-109.00	120.00	0.0428
0.137	0.1	6.280E+06	171.00	-131.00	143.00	0.0376
0.089	0.1	5.910E+06	214.80	-193.50	208.50	0.0127
0.062	0.1	6.050E+06	190.00	-152.00	165.00	0.0316
0.014	0.1	6.030E+06	229.000	-193.00	208.000	0.0237

Tableau B-22: Variables internes et densités linéiques d'effort - âme du foret de diamètre 16 mm.

rayon (mm)	Actions mécaniques par tranche				Cumul des actions mécaniques			
	DFx (N)	DFy (N)	DFz (N)	DMz (N/m)	Fx (N)	Fy(N)	Fz (N)	Mz (Nm)
0.51	4.218	-2.519	2.962	2.4738	4.218	-2.519	2.962	2.4738
0.44	6.534	-4.135	4.744	3.3339	10.752	-6.654	7.707	5.8077
0.36	8.271	-5.489	6.196	3.5836	19.023	-12.143	13.903	9.3912
0.29	10.301	-7.181	7.970	3.6775	29.324	-19.324	21.873	13.0688
0.21	11.279	-8.196	9.023	3.2174	40.603	-27.520	30.896	16.2862
0.14	12.857	-9.850	10.752	2.8256	53.460	-37.369	41.648	19.1118
0.09	16.151	-14.549	15.677	0.9534	69.611	-51.919	57.325	20.0652
0.06	14.286	-11.429	12.406	2.3730	83.897	-63.348	69.731	22.4382
0.01	17.219	-14.512	15.640	1.78	101.116	-77.859	85.371	24.2164

Tableau B-23: Actions mécaniques pour chaque tranche et cumulées - âme du foret de diamètre 16 mm.