

N° d'ordre : 3063

# THESE

présentée à

## L'UNIVERSITE BORDEAUX 1

ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR

par

**Geoffroy ROUSSEAU**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR**

Spécialité : Mécanique

---

# Modélisation du convoyage de sédiments pâteux Dans un Décanteur Centrifuge à Axe Horizontal

---

Soutenue le 3 novembre 2005

Après avis de :

MM. Nicolas ROCHE	Professeur, Université de d'Aix-Marseille	Rapporteurs
Gilles TRYSTRAM	Professeur, ENSIA de Massy	

Devant la commission d'examen formée de

MM. Michel COMBARNOUS	Professeur Emérite, Université de Bordeaux 1	Président
Nicolas ROCHE	Professeur, Université d'Aix-Marseille	
Gilles TRYSTRAM	Professeur, ENSIA de Massy	
Jean-Rodolphe PUIGGALI	Professeur, Université Bordeaux 1	
Marc VALAT	Maître de Conférences, Université Bordeaux 1	
Johannes KAPPEL	Docteur, Directeur de la division Environnement d'ANDRITZ SAS	





## Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu la société ANDRITZ SAS, et particulièrement **M. Luc Gilbert**, directeur de la division Environnement d'ANDRITZ SAS pour m'avoir fait confiance et avoir tout fait pour me donner les moyens, notamment financiers, de réaliser ce travail dans les meilleures conditions. Je remercie également le **Dr. Léo Pierre**, ancien responsable du bureau Recherche et Développement et **Benjamin Paquette** qui a pris le relais de Léo Pierre de manière efficace et qui a suivi mon travail jusqu'à son terme.

Je remercie sincèrement le **Pr. Jean-Rodolphe Puiggali** qui a dirigé cette thèse et qui m'a accueilli au sein du laboratoire TREFLE de Bordeaux. Tout au long de ces trois années, il a su orienter mes recherches aux bons moments en étant toujours disponible pour d'intenses et rationnelles discussions. Pour tout cela, sa confiance et son soutien, je le remercie vivement.

Je voudrais remercier tout particulièrement le **Dr. Marc Valat**, co-directeur de cette thèse. C'est d'ailleurs autant le scientifique passionné que l'homme sincère et toujours à l'écoute à qui je tiens à rendre hommage par ces quelques lignes. Ces trois années ont permis un échange qui a dépassé de loin le simple cadre de travail et il a toujours répondu présent quand j'en avais besoin.

Je remercie les rapporteurs de cette thèse, le **Pr. Gilles Trystram**, professeur à l'ENSIA de Massy et le **Pr. Nicolas Roche**, professeur à l'université d'Aix-Marseille, pour la rapidité avec laquelle ils ont lu mon manuscrit et l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. Merci également aux autres membres du jury qui ont accepté de juger ce travail : le **Pr. Michel Combarous**, président du jury et le **Dr. Johannes Kappel**, directeur de la division Environnement d'ANDRITZ SAS.

J'en profite également pour remercier pour leur accueil et leur aide toutes les personnes du TREFLE qui de près ou de loin ont rendu mon séjour agréable au sein du laboratoire.

Notamment, mes plus vifs remerciements vont au **Pr. Denis Bruneau** (modélisation numérique), au **Pr. Wahbi Jomaa** (conception du prototype), au **Pr. Mejdji Azaïes** et à **M. Stéphane Glockner** (AQUILON), pour leur collaboration et leur disponibilité quotidienne.

Je n'oublierai pas les aides permanentes reçues du personnel administratif du Laboratoire: **Muriel Bore** et **Sylviane Boya** sans qui j'aurais été perdu, et les indispensables magiciens de l'informatique et de l'électronique : **Marian Antos** et **Frédéric Lapegue**. Le laboratoire m'a également permis de réaliser un prototype robuste et fiable dans de très bonnes conditions. Un grand merci à **Yves Jannot**, **Dimitri Jaupart**, **Paul Laporte** et **Alain Oschenhofer**, pour leur aide indispensable lors de la conception et la mise en place de celui-ci ainsi que pour leurs précieux conseils techniques.

Bien sûr, je n'oublierai pas de remercier tous mes collègues et amis thésards. La liste n'est sûrement pas complète mais pêle-mêle, merci à **Nathalie**, dont le regard charmeur mais néanmoins taquin et la causticité toulousaine (avé l'accent) m'ont toujours ravis, merci à **Bérangère**, future élèveuse de chèvres dans le Larzac, merci à **Jlo**, footballeur mais marseillais avant tout, merci à **Zoub'**, auteur et interprète du célèbre « une femme sur dix se déclare satisfaite en amour... je peux pas être partout quand même », merci à **Gustavo**, chilien de naissance mais globe trotter dans l'âme, et surtout polonais d'adoption (ahhh, les polonaises !!!), merci encore à **Andrzej**, vrai polonais et **Vince**, vive le Québec libre et indépendant, merci enfin à **Adrienne** pour nos discussions « passionnées » du R.U., à **Saed**, **Cécile**, **Jérôme**, **Pierre** et tous les autres...

Un grand merci également à **Stéphane**, qui m'a fait découvrir les nuits de bordeaux, pour tous ces très bons moments. Je n'oublierai pas non plus **Cyril**, dit bourricot et **Fafa**, dit le fantasque Totti, pour nos folles soirées bordelaises et nos déambulations épiques dans les rues bordelaises. Un grand merci également à **Vanessa**, pour m'avoir fait découvrir les charmes infinis de la Guyane et qui est quelqu'un qui compte beaucoup pour moi, même si elle râle de temps en temps (voire un peu plus)...

Je n'ai pas envie de limiter mes remerciements aux seules personnes de mon entourage quotidien au travail et quelque part, je voudrais également associer ma réussite à mon entourage qui s'est toujours montré d'un soutien sans faille. Je profite donc de cette occasion pour les remercier sincèrement et avec beaucoup d'émotion. Chacun ou chacune, à sa manière, a apporté sa pierre à l'édifice et je n'ai pas envie ni même le droit d'oublier les personnes qui me sont chères.

Je vais pour cela remonter le temps en commençant par les bordelais, pur souche ou d'adoption comme moi, sans qui mon séjour à Bordeaux n'aurait pas été aussi positif. Je vais commencer par celle qui m'a accueillie à bras ouverts, sans aucun doute ma plus belle rencontre. Alors merci **Manue** pour tous ces petits restos, cinés, cafés, enfin tous ces moments inoubliables que nous avons passé ensemble..., sans oublier bien sûr ces mémorables aventures sur les pistes pyrénéennes !

“men sana in corpore sanum” dit-on, alors vive le volley ! Et ce n'est pas les fameux Beaucerons qui me contrediront ! Alors merci aussi à **Baloo** et **Big Ben** pour votre cœur gros comme votre levée de coude, et ce n'est pas peu dire ! Les mythiques « mais, tais toi donc ! » résonnent encore à mes oreilles. Un grand merci à tout le reste de l'équipe la plus forte jamais rencontrée... en troisième mi-temps : **Dave**, dit le Brezou, fils et petit fils de mareyeurs, toujours prêt à déguster une « bolée », comme on dit par chez lui, **Tom-Tom**, amateur d'infusions aux herbes et de récolte de petits champignons, les inséparables **Jo** et **Vince**, le grand cool et le petit vif, passés maîtres dans l'art de l'organisation de soirées dantesques, notre fantasque passeur cubain **Seb**, jamais à cours d'une bonne histoire paillard. Enfin un merci un peu spécial à l'anachronique de l'équipe, **Hervé**, dit la Massue, troisième ligne de son état et qui a préféré rejoindre la ligue des volleyeurs (le rugby manquait de physique, paraît-il !), fidèle compagnon des matchs du Quinze de France et des fins de soirées ! Je lance finalement un grand merci aux femmes des joueurs : **Audrey**, **Audrey**, **Delphine**, supportrices attentives et dévouées ! J'en profite pour remercier également **Olivia** qui m'a accompagnée et supportée durant cette thèse, merci beaucoup. Ces remerciements ne seraient pas complets si j'omettais de saluer les célèbres drôles de dames, avec qui j'ai partagé bien plus que l'amour du volley : alors un merci tout particulier à **Sophia**, miss « Téquila Mexicana », spécialiste de la remarque qui fait « plaisir » mais toujours d'une incroyable générosité, **Laéti**, miss « Mylène, on t'aime ! », spécialiste et friande de tous les petits potins avec toujours un grand sourire aux lèvres et enfin **Béné**, miss « folle du genou », mon adorable et pétillante petite jumelle, spécialiste des croisés et partenaire de rock hors pair.

Avant de quitter Bordeaux, je m'en voudrais de ne pas remercier ce que j'appelle « la Réunion team » qui m'ont fait découvrir la douce vie de cette île inoubliable. Un gros gros merci à **Seb**, dont les talents culinaires incomparables, presque égaux à ces envolées au volley, nous font passer des moments incroyables, merci aussi à la survoltée et rieuse **Nancy**, surtout quand elle sort de son magnifique pyjama du dimanche, à **Cécile** et **Aurélié**, dont la joie de vivre fait toujours extrêmement plaisir à voir, merci enfin à **Franky**, béarnais du cru, pour cette magnifique ascension durant l'hiver 72 du Kilimandjaro à mains nues et autres aventures cosmiques. Merci encore à toute l'équipe de volley de la fac', à savoir **Flo**, **la Frisouille**, **gros Jeff** et **petit Jeff**, **coach Yao**...

Mon entourage ne se limite pas à Bordeaux et je tiens tout autant à remercier les personnes qui m'ont accompagnées jusqu'à cette thèse, à commencer par les « branks » grenoblois. Je n'en serais sans doute pas là si je ne les avais pas rencontrés. Un immense et fraternel merci à mes partenaires de la confrérie brankesque avec qui j'ai eu la chance d'écrire les premières pages de nos aventures Don Quichottesques et qui se prolongent encore et toujours pour mon plus grand bonheur. Débutons par les trois autres pères fondateurs avec qui j'ai vécu deux années inoubliables dans ce qui fût le siège et le départ d'un nombre incroyable de projets rocambolesques, à savoir la bouillante et trépidante « maison du bonheur » : je ne remerciais jamais assez **Sahmy**, notre président, futur papa (bravo à **Isa**, la jolie maman) et éminent orateur (il adore ça), partenaire assidu de l'écriture des scénarii et spectacle les plus fous et confident fidèle à toute heure de la journée et surtout de la nuit, ni **Pascalou**, ermite philosophe dans l'import-export asiatique, dont la générosité n'a d'égal que sa culture et peut-être la puissance de ses percussions de pilier barbu de l'équipe nationale suisse, ni enfin le seul auvergnat angolais, **Kdy**, fan de Jean-claude Van Damme et amoureux des daims, dont la carrure impressionnante de gros ours passé maître dans l'art du camouflage aquatique ne suffit pas à cacher un cœur fidèle qui donne et ne reprend

jamais. Viennent ensuite les compagnons de la première heure, je remercie ainsi très chaleureusement **Marco**, premier centre puissant mais doté d'un coup de pied de pupille asthmatique, son talon d'Achille si je puis dire, dont les virées au ski avec **Sahmy** me resteront gravées en mémoire (« t'inquiètes, ça va passer ! »), **Sylvain**, dit l'homme des montagnes, spécialiste du divin génépi et de bien d'autres breuvages magiques, **Jlou**, ténor troubadour spécialisé dans la blague du terroir mais fidèle compagnon de voyage à la découverte de la gastronomie française, **Dave**, intermittent de la maison du bonheur et fameux « Dancing Queen » à ces heures, qui nous gratifie encore d'expressions d'anthologies dont lui seul détient le secret comme le céléberrime « mettre les petits pieds dans les grands plats ». Je tiens également à remercier sincèrement les inconditionnels de l'Ovalie qui font honneur à cette belle école de la vie : **Flo**, papetier aisément reconnaissable grâce à son inusable polaire noire dont le rire tonitruant fait encore trembler les murs des soirées papet', **Fillot**, dont les week-ends dans le chalet familial isolé au fin fond de sa Savoie natale sont aussi réputées que les gâteaux de sa maman, **Super T**, désopilant super héros au grand cœur dont le plus grand pouvoir (et le seul ?) est un sens inné du comique visuel et enfin **Sam**, éphèbe de la cour britannique, talentueux demi de fermeture et ardent défenseur du « french flair », qui n'a pas choisi d'être supporter de Tottenham (personne n'est parfait !). Je ne peux évidemment pas oublier celui qui partage tant de choses avec moi, dont nos concerts inoubliables et voyages homériques n'en sont que le reflet partiel : alors merci pour tout mon vieux **Benji**. Je compléterais ce quatuor magique par les fidèles et indispensables **Morzan**, implacable deuxième ligne à la force de pénétration incroyable et ne refusant jamais d'ouvrir grand sa porte, et **Franz**, séducteur invétéré, voire déconnecté à partir d'une certaine heure de la nuit et concurrent direct avec **Jlou** pour les jeux de mots incompréhensibles. Je finirais ce petit tour d'horizon par un merci tout empreint d'une tendresse particulière à notre petite blonde vénitienne, à jamais la toute première brank et un peu notre maman à tous, grands enfants devant l'éternel que nous sommes. Merci **kouete**.

Toute cette épopée commença bien avant la période grenobloise, à l'époque où je commençais juste à entrevoir les divers et variés plaisirs de la vie, je veux ici parler de mon apprentissage des sciences, classiques et occultes, à Dijon, lors de ce mémorable séjour à l'internat des classes préparatoires. C'est là que se sont dessinés les contours de mon futur épanouissement et les amis que j'y aie rencontrés comptent encore et pour toujours beaucoup pour moi. C'est aussi à eux que je dois ma réussite présente. Je tiens donc à leur faire part de mes remerciements les plus sincères. En tout premier lieu, je voudrais remercier **Johann** et sa merveilleuse envie de croquer la vie, qui nous communique une chaleur incroyable lors de nos tribulations délirantes et délicieuses, sans jamais perdre son célèbre sourire de Mickey ! Partenaire de cet iconoclaste au grand cœur, je salue vivement l'authentique Lara Croft, la pétillante **Delphine**, aussi délurée que ses magnifiques chapeaux ! Tous mes remerciements vont également à **Steph**, snowborder de l'extrême et professeur de ski émérite (« maîtrise ta vitesse ! »), en tout cas, fidèle compagnon de toutes les virées mémorables de l'ère prépa et plus, et à sa chère et tendre, **Manue** dont je me rappelle avec délectation les aventures alpines épiques. Je tiens tout autant à remercier mon fidèle compagnon de chambrée, **Fred**, avec qui j'ai partagé les galères, les craquages et surtout les joies d'une vie d'internat bien agitée et mon petit **Guigui**, toujours l'œil coquin et le sourire jusqu'au oreilles pour t'accueillir à bras ouverts. Je voudrais également remercier mon ami d'enfance, **Mika**, avec qui j'ai passé les meilleurs moments musicaux, footballistiques et bédéphiles de ma jeunesse et autres fous rires interminables.

Bien sur, rien de toute cette épopée n'aurait été envisageable sans le soutien sans faille et l'amour inconditionnel de mon frère et de mes parents. Je tiens alors plus que tout à les remercier sincèrement. **Flo**, nous nous sommes retrouvé un soir de fériá, un peu par hasard, et je sais que maintenant, les Sunshine Brothers sont liés à jamais. **Papa** et **Maman**, merci, tout simplement. Vous êtes fiers de mon travail et de ce que je suis devenu, c'est ma plus belle récompense. Je suis fier de vous, de tout ce que vous m'avez appris et apporté et c'est ça, je crois, la plus belle récompense que je puisse vous donner...







## Résumé

Les **Décanteurs Centrifuges à Axe Horizontal** sont utilisés dans de nombreux domaines de la séparation liquide/solide. Cependant, les mécanismes physiques qui interviennent lors de la séparation sont encore assez peu connus.

Parmi ces phénomènes, le convoyage des sédiments par la vis joue un rôle prépondérant en limitant la capacité de la machine et en déterminant le temps de séjour des sédiments dans le bol et donc, dans une certaine mesure, la déshydratation des solides.

L'analyse bibliographique et surtout les connaissances métiers (Andritz) ont permis de dégager les grandeurs discriminantes sur lesquelles le travail se focalise. Ainsi, l'efficacité du convoyage dépend de la géométrie de la vis (pas, inclinaison du filet...) et de la nature des sédiments (essentiellement par les propriétés rhéologiques). S'il existe dans la littérature quelques travaux concernant le convoyage de sédiments granulaires, peu de résultats sont disponibles dans le cas de sédiments pâteux.

Dans ce travail, on cherche à mettre en évidence l'influence de la géométrie de la vis et des propriétés rhéologiques de sédiments pâteux sur l'efficacité du convoyage dans le cas d'une géométrie simplifiée. Le système vis/bol « déroulé » est représenté par un canal à surface libre (filet de la vis déroulé) reposant sur un plan mobile (paroi du bol déroulée). Le sédiment (assimilé à un fluide viscoplastique) est entraîné dans le canal par le mouvement du plan mobile par rapport aux parois fixes du canal. Ce choix de géométrie permet, sous certaines hypothèses, de décrire correctement le convoyage par vis. Deux approches sont alors mises en jeu :

- une approche expérimentale basée sur la conception et le développement d'un pilote permettant de faire varier les paramètres importants tant du point de vue géométrique et opératoire (forme du canal, vitesse du plan mobile par rapport au canal...) que du point de vue des propriétés des sédiments (utilisation d'un fluide modèle de type Herschel-Bulkley, avec une consistance, un indice d'écoulement et un seuil ajustables),
- une approche de modélisation qui consiste à décrire l'écoulement du sédiment et à déterminer le champ des vitesses, pour la géométrie considérée et pour la rhéologie envisagée.

Les résultats expérimentaux obtenus font apparaître clairement l'interaction entre la rhéologie des sédiments et la géométrie du canal sur l'efficacité de convoyage. La comparaison entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques montre que l'écoulement est correctement décrit. Des illustrations sont proposées pour mettre en évidence ces résultats.



## Abstract

Scroll decanters are used in different fields, going from wastewater treatment to agri-food, chemical or petroleum industries. The many advantages offered by this type of machine combined with recent evolutions allowed to widen application fields and to improve considerably performances.

But modelling separation is difficult due to complicated geometry of machine and to complex phenomena occurring in the high speed rotating bowl. Moreover, literature treating of solid/liquid separation in a decanter is poor and knowledge is essentially based on industrial know-how (Andritz).

Among the phenomena which act during separation, solids conveying by scroll plays a major role by controlling capacity of machine. Conveying efficiency depends on scroll geometry and on solids properties. Solids are considered as viscoplastic fluids. In this work, we focus on combined effects of these parameters. A preliminary study showed that under some assumptions, it is possible to simplify problem: the “unrolling” scroll/bowl system is represented by a free surface channel (unrolled scroll blade) supporting by a moving plan (unrolled bowl wall). This geometry allows describing correctly solids conveying.

Two approaches are then used:

- an experimental approach conducted with a dedicated pilot for which significant parameters can be varied. Equivalent scroll geometry and operating conditions as well as solids properties can be adjusted easily,
- a CFD approach which consists in describing solids flow for the considered geometry and rheological properties of the solids. In a first step, Newtonian fluids are studied and in a second step, a specific software developed by the TREFLE laboratory (AQUILON) is used with viscoplastic fluids.

Experimental results reveal clearly interaction between rheological properties of solids and equivalent scroll geometry on conveying efficiency. Comparison between experimental and numerical results shows that flow is correctly described. Illustrations are proposed to underline these results.

*Keywords : Solid-Liquid Separation, Centrifugation, CFD Simulation, Decanter, Non-Newtonian fluids, Wastewater Treatment.*



**Table des matières**

<b>Chapitre 0) Introduction .....</b>	<b>22</b>
<b>0-1) Le Décanteur Centrifuge à Axe Horizontal .....</b>	<b>23</b>
<b>0-2) Fonctionnement général du DCAH en séparation liquide-solide .....</b>	<b>24</b>
<b>0-3) Influence des paramètres « machines » et opérationnels du DCAH .....</b>	<b>27</b>
<b>Chapitre I) Analyse du convoyage de sédiments pâteux par vis .....</b>	<b>34</b>
<b>I-1) Approche « solide » .....</b>	<b>35</b>
<b>I-2) Adaptation de l'approche « solide » dans un DCAH .....</b>	<b>39</b>
<b>I-3) Approche « fluide » dans le cas de l'extrusion.....</b>	<b>44</b>
<b>I-4) Caractérisation des sédiments pâteux .....</b>	<b>48</b>
<b>I-5) Conclusions de l'étude bibliographique .....</b>	<b>57</b>
<b>Chapitre II) Modélisation du convoyage de sédiments pâteux par vis .....</b>	<b>60</b>
<b>II-1) Description du convoyage par vis.....</b>	<b>60</b>
<b>II-2) Modèle de convoyage.....</b>	<b>63</b>
<b>II-3) Convoyage d'un fluide newtonien .....</b>	<b>66</b>
<b>II-4) Analyse du convoyage d'un fluide newtonien .....</b>	<b>73</b>
<b>II-5) Conclusions sur le convoyage d'un fluide newtonien .....</b>	<b>85</b>
<b>Chapitre III) Etude expérimentale du convoyage de sédiments pâteux.....</b>	<b>94</b>
<b>III-1) Etude préliminaire de similitude pour la conception du prototype.....</b>	<b>94</b>
<b>III-2) Présentation du dispositif expérimental.....</b>	<b>99</b>
<b>III-3) Rhéologie du fluide modèle similaire aux sédiments pâteux .....</b>	<b>106</b>
<b>III-4) Résultats expérimentaux pour un fluide viscoplastique .....</b>	<b>112</b>
<b>III-5) Conclusions sur le convoyage de sédiments par l'approche expérimentale.....</b>	<b>119</b>
<b>Chapitre IV) Modélisation du convoyage d'un fluide viscoplastique.....</b>	<b>124</b>
<b>IV-1) Intégration de la loi de comportement viscoplastique dans le code Aquilon .....</b>	<b>124</b>
<b>IV-2) Ecoulement transverse dans une cavité entraînée 2D .....</b>	<b>125</b>
<b>IV-3) Ecoulement transverse dans un canal à surface libre .....</b>	<b>131</b>
<b>IV-4) Ecoulement 3D dans un canal à surface libre .....</b>	<b>138</b>
<b>Conclusion et perspectives.....</b>	<b>147</b>
<b>Bibliographie .....</b>	<b>151</b>
<b>Nomenclature.....</b>	<b>157</b>
<b>Annexe 1 : Calcul simplifié du débit induit par une surface libre de pente <math>\lambda</math>.....</b>	<b>165</b>
<b>Annexe 2 : Calculs d'incertitudes et précision des mesures .....</b>	<b>167</b>



## Liste des figures

- Figure 0- 1 : Vue d'un DCAH (photo Andritz).
- Figure 0- 2 : Coupe longitudinale d'un DCAH pour une géométrie à contre-courant « classique ».
- Figure 0- 3 : Vues de la vis pour une géométrie à contre-courant « classique ».
- Figure 0- 4 : Force de reflux dans le cône.
- Figure 0- 5 : DCAH à contre-courant : niveau d'anneau liquide positif.
- Figure 0- 6 : Vues d'une vis « HP » D4L, utilisation au traitement de boues de station d'épuration.
- Figure 0- 7 : Vis « HP » avec un niveau liquide « négatif ».
- Figure I- 1 : Photographies de différents type de produits traités par les DCAH.
- Figure I- 2 : Représentation schématique d'une petite partie du système vis/bol.
- Figure I- 3 : Méthode de calcul de l'angle de convoyage  $\kappa$ .
- Figure I- 4 : Angle de convoyage nul ; représentation dans la géométrie déroulée.
- Figure I- 5 : Convoyage idéal de sédiments pour la géométrie déroulée.
- Figure I- 6 : Bilan des forces s'exerçant sur un élément de sédiment pour l'approche solide.
- Figure I- 7 : Influence des coefficients de frottement (a)  $f_v$  et (b)  $f_b$  sur l'angle de convoyage  $\kappa$  des solides en fonction de l'angle  $\theta$ .
- Figure I- 8 : Schémas de représentation du cas de convoyage idéal pour (a) un angle  $\theta$  faible ( $<45^\circ$ ) et (b) un angle  $\theta$  fort ( $>45^\circ$ ).
- Figure I- 9 : Influence des paramètres géométriques (a)  $h$  et (b)  $R_b$  sur l'angle de convoyage  $\kappa$  des solides en fonction de l'angle  $\theta$ .
- Figure I- 10 : Fonction  $q$  en fonction de l'angle de vis pour différents coefficients de frottement  $f_v$ .
- Figure I- 11 : Angle  $90 - \kappa$  : courbes obtenues par *Stahl et Reif (1989)*.
- Figure I- 12 : Angle  $90 - \kappa$  : courbes en fonction de l'angle de frottement sédiment/bol pour différents angles de frottement sédiment/vis.
- Figure I- 13 : Déroulement du système vis/bol.
- Figure I- 14 : Profils de vitesses  $v_x$  pour un écoulement de Couette généralisé : (a) cas de l'extrusion (*Agemura et al., 1994*) et (b) adaptation pour un canal à surface libre.
- Figure I- 15 : Débit de convoyage  $Q_c$  : canal à surface libre (adaptation d'*Agemura et al., 1994*).
- Figure I- 16 : Représentation schématique des deux profils de vitesses axiales  $v_x$  pour l'écoulement de Couette d'un fluide de Herschel-Bulkley (*Lawal et Kalyon, 1994*).
- Figure I- 17 : Représentation (a) des champs de vitesses axiales et (b) du profil d'écoulement dans une section droite pour deux nombres de Bingham différents (*Böhme et Broszeit, 1996*).
- Figure I- 18 : Force de contact  $\vec{T}$  exercée sur la surface du milieu matériel.
- Figure I- 19 : Comportements dans le cas d'un cisaillement simple d'un fluide newtonien et de fluides de type Ostwald.
- Figure I- 20 : Forme du profils de vitesse dans un tube en régime laminaire établi pour un fluide de Ostwald pour différents indices d'écoulement.
- Figure I- 21 : Cisaillement simple d'un fluide newtonien, d'un fluide de Bingham et de fluides de Herschel-Bulkley.
- Figure I- 22 : Profil de vitesse dans un tube en régime laminaire établi pour un fluide de Bingham.
- Figure II- 1 : Rôle de la force centrifuge sur la déshydratation des sédiments pâteux.
- Figure II- 2 : Représentation schématique de la géométrie « déroulée » du système vis/bol.
- Figure II- 3 : Géométrie du problème et conditions aux limites associées.
- Figure II- 4 : Schématisation des lignes de courant d'un écoulement de fluide.
- Figure II- 5 : Vue en coupe du canal.
- Figure II- 6 : Vue en coupe du canal (a) incliné d'un angle  $\varphi$  et (b) dans le nouveau repère.
- Figure II- 7 : Champs des vitesses : (a) méthode analytique et (b) méthode numérique.
- Figure II- 8 : Ecart en % entre les valeurs des  $v_x$  données par les deux méthodes (analytique et numérique).
- Figure II- 9 : Profils d'écoulement pour le canal à surface libre : (a) code dédié et (b) Aquilon.

- Figure II- 10 : Canal à surface libre : profils des vitesses  $v_y$  pour  $y = L/2$  d'un fluide newtonien obtenus par (a) le code dédié et (b) Aquilon.
- Figure II- 11 : Champ des vitesses axiales : (a) écoulement déduit du problème 3D et (b) écoulement déduit du *problème\_1*.
- Figure II- 12 : Profils des vitesses axiales  $v_x$  pour  $y = L/2$  : (a) écoulement 3D et (b) écoulement axial 2D.
- Figure II- 13 : Lignes de courant associées au champ des vitesses transverses : (a) écoulement déduit du problème 3D et (b) écoulement déduit du *problème\_2*.
- Figure II- 14 : Profils des vitesses axiales  $v_y$  pour  $y = L/2$  : (a) écoulement 3D et (b) écoulement transverse 2D.
- Figure II- 15 : Superposition des profils axial et transverse de l'écoulement dans une section droite ( $y ; z$ ) du canal.
- Figure II- 16 : Profils des vitesses axiales  $v_x$  et transverses ( $v_y ; v_z$ ) en  $m.s^{-1}$  passant par le point de vortex de l'écoulement transverse.
- Figure II- 17 : Profils des vitesses axiales  $v_x$  en  $m.s^{-1}$  suivant la largeur  $L$  du canal.
- Figure II- 18 : Profils des vitesses transverses  $v_y$  suivant la largeur  $L$  (différentes positions  $y$  en  $m$ ) du canal dans une tranche ( $y ; z$ ) du canal.
- Figure II- 19 : Profils des vitesses  $v_z$  dans une tranche ( $y ; z$ ) du canal à différentes positions  $z$  en  $m$ .
- Figure II- 20 : Débits de convoyage par tranche de sédiment  $q_c$  (a)  $dz$  suivant la hauteur  $h$  de sédiments et (b)  $dy$  suivant la largeur  $L$  du canal.
- Figure II- 21 : Influence de la vitesse de la paroi  $V$  sur le débit  $Q_c$  de convoyage. Figure II- 22 : Influence de l'angle du canal  $\theta$  sur l'angle  $\kappa$  de convoyage.
- Figure II- 22 : Influence de l'angle du canal  $\theta$  sur l'angle  $\kappa$  de convoyage.
- Figure II- 23 : Champs de vitesses  $v_x$  ( $Sc$  constante) pour trois rapports de forme : (a)  $L/h = 1$ , (b)  $L/h = 1,7$  et (c)  $L/h = 3,4$ .
- Figure II- 24 : Profils de l'écoulement transverse ( $Sc$  constante) pour trois rapports de forme : (a)  $L/h = 1$ , (b)  $L/h = 1,7$  et (c)  $L/h = 3,4$ .
- Figure II- 25 :  $Q_c$  et  $\kappa$  en fonction de  $L/h$  ( $Sc$  constante).
- Figure II- 26 : Influence de la hauteur de sédiment  $h$  sur le débit  $Q_c$  et l'angle  $\kappa$  de convoyage.
- Figure II- 27 : Influence de l'angle d'inclinaison des parois  $\varphi$  sur les champs des vitesses  $v_x$ .
- Figure II- 28 : Influence de l'angle d'inclinaison des parois  $\varphi$  sur les lignes de courant dans une section transverse du canal.
- Figure II- 29 : Hauteur mouillée  $h'$  et du rapport de forme incliné  $L/h'$ .
- Figure II- 30 : Configurations de test de l'influence de  $\varphi$ .
- Figure II- 31 : Influence de l'angle  $\varphi$  sur le débit  $Q_c$  et l'angle  $\kappa$  de convoyage.
- Figure II- 32 : Largeur  $L$  en fonction de l'angle  $\theta$  et du rayon du bol  $Rb$ .
- Figure II- 33 : (a) Débit  $Q_c$  et (b) angle  $\kappa$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour différentes valeurs de  $h$ .
- Figure II- 34 : (a) Débit  $Q_c$  et (b) angle  $\kappa$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour différentes valeurs de  $Rb$ .
- Figure II- 35 : Angle  $\kappa_{max}$  en fonction (a) de l'angle  $\theta'_{opt}(\kappa)$  pour différentes valeurs de  $Rb$  et  $h$  et (b) du rapport  $L/h$ .
- Figure II- 36 : Schéma du profil de hauteur de sédiments dans le DCAH.
- Figure II- 37 : Vue générale de la vis d'une D7LL de conception « classique ».
- Figure II- 38 : Relevé de hauteur de Carbonate de Calcium pour chaque filet de vis d'une D7LL.
- Figure II- 39 : Géométrie déroulée avec une hauteur de sédiment croissante suivant la direction de convoyage.
- Figure II- 40 : Interface sédiment/anneau liquide dans le canal à surface libre présentant une pente  $\chi l$ .
- Figure II- 41 : Profils de vitesses  $v_x$  : influence de la pente de la surface libre.
- Figure II- 42 : Débits de convoyage  $Q_c$  : influence de la pente de la surface libre.
- Figure II- 43 : Profils de vitesses  $v_x$  : influence de la hauteur de sédiments  $h_s$ .
- Figure II- 44 : Débits de convoyage  $Q_c$  : influence de la hauteur de sédiments  $h_s$ .
- Figure III- 1 : Schéma de la vue de dessus de la géométrie simplifiée.
- Figure III- 2 : Schéma représentant le dispositif expérimental.
- Figure III- 3 : Schéma de représentation du dispositif expérimental : vue de côté.
- Figure III- 4 : Schéma de représentation du dispositif expérimental : vue de dessus.



- Figure III- 5 : Vue du prototype.
- Figure III- 6 : Système d'alimentation en fluide du canal par l'intermédiaire du réservoir.
- Figure III- 7 : Système de rotation du convoyeur par rapport au canal.
- Figure III- 8 : Système de réglage de la largeur  $L$  du canal.
- Figure III- 9 : Système de fixation et réglage de l'inclinaison  $\varphi$  des parois du canal.
- Figure III- 10. Capteurs employés pour mesurer les paramètres géométriques du convoyage.
- Figure III- 11 : Schéma du dispositif pour la mesure de l'angle de vis  $\theta$ .
- Figure III- 12 : Mesure de la cartographie de la hauteur de fluide.
- Figure III- 13 : (a) grandeurs utilisées pour  $\langle h \rangle$  et vue du montage des capteurs angulaires (b).
- Figure III- 14 : Vues du montage expérimental de récupération du fluide et de la mesure du débit de convoyage  $Q_c$ .
- Figure III- 15 : Dispositif de mesure du débit de convoyage  $Q_c$ .
- Figure III- 16 : Présentation de l'interface graphique Labview pour l'acquisition des données.
- Figure III- 17 : Vues pour le gel 1 (a) joints assurant l'étanchéité du canal et (b) sillon laissé par les tiges de mesure de hauteur.
- Figure III- 18 : Vues (a) du profil longitudinal de hauteur de sédiment pour tout le canal et (b) du sillon laissé par la tige de mesure de la hauteur.
- Figure III- 19 : Vue du rhéomètre Anton-Paar.
- Figure III- 20 : Schémas (a) de principe du rhéomètre de Couette et (b) de la vue de dessus du rhéomètre.
- Figure III- 21 : Rhéogrammes des différents gels utilisés et comparaison avec le modèle de Herschel-Bulkley.
- Figure III- 22 : Influence de la température sur les caractéristiques rhéométriques du gel de Carbopol (gel 2).
- Figure III- 23 : Effets indésirables sur la courbe d'écoulement.
- Figure III- 24 : Schéma explicatif du slump test.
- Figure III- 25: Schéma de principe du plan incliné.
- Figure III- 26 : (a) cartographie de la hauteur de sédiment mesurée expérimentalement et (b) visualisation du profil de hauteur du gel 1 en sortie du canal.
- Figure III- 27 : (a) cartographie de la hauteur de sédiment mesurée expérimentalement et (b) visualisation du profil de hauteur du gel 1 en sortie du canal pour un canal non rempli.
- Figure III- 28 : Angle  $\kappa$  pour un angle  $\theta$  donné : (a) influence de  $L/\langle h \rangle$  et (b) influence de  $\theta$ .
- Figure III- 29 : Influence de la vitesse du fond mobile sur l'écoulement.
- Figure III- 30 : Vues du profil transverse pour le gel 2.
- Figure III- 31 : Angle  $\kappa$  pour un angle  $\theta$  donné : (a) influence de  $L/\langle h \rangle$  et (b) influence de  $\theta$ .
- Figure III- 32 : Comparaison des angles de convoyage pour les gels 1 et 2.
- Figure III- 33 : Comparaison des angles de convoyage entre les résultats numérique pour un fluide newtonien et les résultats expérimentaux pour les gels 1 et 2.
- Figure III- 34 : Débit  $Q_c$  pour deux gels en fonction de  $L/\langle h \rangle$  et de  $V/L$  pour un angle  $\theta = 33^\circ$ .
- Figure III- 35 : Vues de l'écoulement pour deux angles d'inclinaison différents (a)  $\varphi = -20^\circ$  et (b)  $\varphi = 20^\circ$ .
- Figure III- 36 : Influence de l'angle d'inclinaison  $\varphi$  pour le gel 1 sur l'angle de convoyage  $\kappa$  en fonction du rapport de forme  $L/\langle h \rangle$  pour un couple  $(V/L ; \theta)$  donné.
- Figure III- 37 : Influence de l'angle d'inclinaison  $\varphi$  pour le gel 2 sur l'angle de convoyage  $\kappa$  en fonction du rapport de forme  $L/\langle h \rangle$  pour un couple  $(V/L ; \theta)$  donné.
- Figure III- 38 : Angle  $\varphi$  pour les gels 1 et 2 en fonction (a) de l'angle  $\kappa$  et (b) du débit  $Q_c$ .
- Figure III- 39 : Schémas du cisaillement transverse pour un angle  $\varphi$  (a) positif et (b) négatif.
- Figure III- 40 : Débits  $Q_c$  : comparaison entre les simulations (fluide newtonien) et les expériences (gels 1 et 2) pour des couples  $(L/\langle h \rangle ; \theta)$ .
- Figure IV- 1 : Loi de comportement pour un fluide de Herschel-Bulkley adapté au calcul numérique.
- Figure IV- 2 : Cavité entraînée : profils d'écoulement obtenus par Aquilon pour (a) un fluide newtonien et (b) un fluide de Bingham.
- Figure IV- 3 : Profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$  pour un fluide newtonien et un fluide de Bingham.

Figure IV- 4 : Cavité entraînée : profils d'écoulement pour  $Re = 10^{-3}$  d'un fluide de Bingham obtenus par *Vola et al. (2003)* pour trois seuils différents.

Figure IV- 5 : Cavité entraînée : profils d'écoulement pour  $Re = 10^{-3}$  d'un fluide de Bingham obtenus par Aquilon pour trois seuils différents.

Figure IV- 6 : Cavité entraînée pour un fluide de Bingham : comparaison entre les résultats de *Vola et al. (2003)*, *Mitsoulis et al (2001)* et les résultats Aquilon pour  $Re = 10^{-3}$ .

Figure IV- 7 : Cavité entraînée : profils d'écoulement pour  $Re = 10^3$  d'un fluide de Bingham obtenus par *Vola et al. (2003)* pour trois seuils différents.

Figure IV- 8 : Cavité entraînée : profils d'écoulement pour  $Re = 10^3$  d'un fluide de Bingham obtenus par Aquilon pour trois seuils différents.

Figure IV- 9 : (a) Positions  $y$  et (b) position  $z$  du point de vortex d'un fluide de Bingham pour  $Re = 10^3$  obtenus par *Vola et al. (2003)* et Aquilon

Figure IV- 10 : Profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$  d'un fluide de Bingham pour  $Re$  fort obtenus par *Vola et al. (2003)* et Aquilon.

Figure IV- 11 : Aquilon : profils d'écoulement pour un seuil de  $1 Pa$  pour (a) la cavité entraînée et (b) le canal à surface libre.

Figure IV- 12 : Profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$  pour une seuil de  $1 Pa$  : (a) cavité entraînée et (b) canal à surface libre.

Figure IV- 13 : Profils d'écoulement : vérification de la pertinence de l'analyse dimensionnelle.

Figure IV- 14 : Influence du seuil  $S$  du matériau sur les profils d'écoulement.

Figure IV- 15 : Influence de la seuil  $S$  sur les profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$ .

Figure IV- 16 : Influence de l'indice d'écoulement  $n$  sur les profils d'écoulement.

Figure IV- 17 : Influence de l'indice  $n$  sur les profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$ .

Figure IV- 18 : Influence de la consistance  $K$  sur les profils d'écoulement.

Figure IV- 19 : Influence de la consistance  $K$  sur la loi d'un fluide de Herschel-Bulkley en cisaillement simple.

Figure IV- 20 : Influence de la consistance  $K$  sur les profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$ .

Figure IV- 21 : Influence de la vitesse de la paroi mobile  $V_y$  sur les profils d'écoulement.

Figure IV- 22 : Influence de la vitesse de la paroi mobile sur les profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$ .

Figure IV- 23 : Influence du rapport de forme  $L/h$  sur les profils d'écoulement.

Figure IV- 24 : Influence du rapport  $L/h$  sur les profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$ .

Figure IV- 25 : Champs des vitesses axiales  $v_x$  : influence du seuil de contrainte  $S$ .

Figure IV- 26 : Profils de l'écoulement transverse : influence du seuil de contrainte  $S$ .

Figure IV- 27 : Profils (a) des vitesses  $v_x$  et (b) des vitesses  $v_y$  : influence du seuil de contrainte  $S$ .

Figure IV- 28 : Profils (a) des vitesses  $v_x$  et (b) des vitesses  $v_y$  : influence de l'indice  $n$ .

Figure IV- 29 : Profils (a) des vitesses  $v_x$  et (b) des vitesses  $v_y$  : influence de la consistance  $K$ .

Figure IV- 30 : Profils (a) des vitesses  $v_x$  et (b) des vitesses  $v_y$  : influence de la vitesse  $V$ .

Figure IV- 31 : Profils (a) des vitesses  $v_x$  et (b) des vitesses  $v_y$  : influence de la hauteur  $h$ .

Figure IV- 32 : (a) angle  $\kappa$  et (b) débit  $Q_c$  : influence de l'angle du canal  $\theta$

Figure IV- 33 : Variation de  $Od$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour  $L$  et  $\theta$  liés.

Figure IV- 34 : Comparaison sur l'angle  $\kappa$  des résultats numériques (newtonien et Aquilon) et expérimentaux.

Figure A1- 1 : schéma du bilan de forces dans le canal avec une surface de pente  $\lambda$ .





## Listes des tableaux

Tableau 0- 1 : Caractéristiques géométriques de plusieurs DCAH (données Andritz).

Tableau 0- 2 : Facteurs agissant sur l'efficacité d'un DCAH.

Tableau II- 1 : Relations entre les paramètres du DCAH et ceux de la géométrie simplifiée.

Tableau II- 2 : Angles  $\kappa_{\max}$  en fonction des angles  $\theta'_{opt}$  pour les différentes configurations ( $h ; R_b$ ).

Tableau II- 3 : Débits  $Q_{C_{max}}$  en fonction des angles  $\theta_{opt}$  pour les différentes configurations ( $h ; R_b$ ).

Tableau III- 1 : Calcul des débits maximaux pour les différents types de DCAH.

Tableau III- 2 : Valeurs caractéristiques des paramètres du problème.

Tableau III- 3 : Exemple de valeurs numériques de la maquette pour un rapport géométrique de  $a = 1,5$ .

Tableau III- 4 : Caractéristiques rhéométriques de la loi de Herschel-Bulkley pour les deux gels de Carbopol.

Tableau III- 5: Seuil de contrainte  $\tau_c$  mesuré par le slump test pour les trois différents gels.

Tableau III- 6 : Valeurs expérimentales du seuil de contrainte trouvées par le test du plan incliné pour chaque gel en fonction de la pente.

Tableau III- 7 : Calculs des incertitudes par la méthode MD pour différents exemples.

Tableau III- 8 : Calculs des incertitudes par la méthode MLC pour différents exemples.

Tableau IV- 1 : Comparaison des débits numériques (Aquilon) et expérimentaux.

Tableau A1- 1 : Débit  $Q_c$  en fonction de la pente et écarts entre les débits pour les deux cas.



## **Chapitre 0) Introduction**

**0-1) Le Décanteur Centrifuge à Axe Horizontal**

**0-2) Fonctionnement général du DCAH en séparation liquide-solide**

**0-3) Influence des paramètres « machines » et opérationnels du DCAH**

## Chapitre 0) Introduction

Les Décanteurs Centrifuges à Axe Horizontal, que l'on nommera DCAH par la suite, sont utilisés dans de nombreux domaines, du traitement des boues urbaines aux industries agro-alimentaires, chimiques et pétrolières. Les nombreux avantages (diversité des produits traités, grande capacité de traitement,...) qu'offre ce type de machine conjugués aux évolutions importantes de ces dernières années (vitesse de rotation, géométrie des vis, ...) ont permis d'élargir le champ des applications et d'améliorer considérablement les performances. Leur potentiel d'évolution est toujours considérable, surtout si l'on considère la grande diversité des produits traités qui nécessite une adaptation des configurations machines. En l'absence d'outil de modélisation, ces adaptations reposent d'une part sur le savoir-faire des équipementiers, et d'autre part sur des constatations empiriques, consommatrices de temps et de moyens.

Les phénomènes physiques de la séparation liquide/solide dans le DCAH sont encore assez peu connus à ce jour. Trois mécanismes principaux interagissent sur les sédiments en même temps : la décantation, la déshydratation, qui s'opère sous l'action de la force centrifuge et en particulier dans la partie conique du bol et enfin le convoyage des sédiments. Le travail réalisé s'inscrit dans un projet qui vise la compréhension et la modélisation des mécanismes de la séparation liquide/solide dans un DCAH. Dans cette étude, on s'intéresse particulièrement au convoyage des sédiments par la vis qui est un facteur essentiel au bon fonctionnement du DCAH. D'autre part, l'évolution des géométries de vis, notamment avec le développement des vis Hautes Performances, dites vis « HP », témoigne de la relation étroite qui existe entre la géométrie de la vis et la déshydratation des sédiments.

L'étude des interactions entre les paramètres géométriques de la vis et les propriétés rhéologiques des sédiments convoyés doit permettre de dégager les paramètres importants du convoyage. Le but de ces travaux est donc d'identifier les grandeurs physiques discriminantes du transport afin de fournir des guides qui permettront d'améliorer, ou tout au moins d'adapter le mieux possible, le dessin des vis aux caractéristiques du produit traité.

Le travail est présenté sous la forme de quatre chapitres. Le chapitre introductif est ainsi l'occasion de présenter en détail le fonctionnement d'un DCAH. En s'appuyant sur les résultats de la littérature, les principes physiques sont analysés ce qui permet de mettre en évidence les paramètres qui influencent la capacité et les performances de la machine. On souligne alors la complexité des phénomènes mis en jeu aussi bien du point de vue des mécanismes de la séparation et que de celui du comportement des produits à traiter.

Dans le chapitre I, une analyse bibliographique fournit les éléments nécessaires à la modélisation du convoyage par vis. Dans un premier temps, l'étude du comportement de sédiments souligne le caractère rhéologique complexe de produits formés à partir de particules solides, floculées ou non. Il est montré, en particulier, que les sédiments pâteux présentent un comportement du type viscoplastique. Cette étude est suivie par la présentation des travaux effectués sur le convoyage par vis dans les décanteurs centrifuges. D'autres résultats, utiles pour l'objectif fixé dans ce travail, appartiennent au domaine de l'extrusion. Les nombreux travaux relatifs à ce sujet font ressortir, en particulier, les différentes approches de modélisation qu'il est possible d'adapter au cas du DCAH, notamment dans le cadre d'une simplification de la géométrie.

Une description physique du convoyage de sédiments pâteux dans le DCAH est mise en place dans le chapitre II. La modélisation s'appuie sur la simplification de la géométrie du système. Une analyse dimensionnelle du problème permet de dégager les paramètres qui régissent l'efficacité du convoyage et déterminent le débit de convoyage. Des solutions au modèle proposé sont données, dans un premier temps, dans le cas d'un fluide newtonien. Même si, dans ce cas, la viscosité n'influence pas directement le convoyage, les résultats obtenus permettent de mettre en évidence le mouvement des sédiments au cours du convoyage et l'influence des différents paramètres.

Le chapitre III présente un dispositif expérimental original, développé pour étudier l'interaction entre les propriétés rhéologiques des sédiments et la géométrie de la vis. Le prototype réalisé permet



d'étudier le convoyage dans la géométrie simplifiée définie dans le chapitre précédent. Un fluide modèle, dont les propriétés rhéologiques ont été choisies au préalable (fluide viscoplastique), est utilisé pour simuler le comportement des sédiments. Les résultats expérimentaux, obtenus avec un fluide viscoplastique sont alors comparés qualitativement aux résultats théoriques obtenus pour un fluide newtonien.

Le chapitre IV est consacré à la résolution numérique de l'écoulement défini par le modèle, dans le cas d'un fluide viscoplastique. Dans un premier temps, la loi rhéologique est intégrée dans le code de calcul AQUILON développé au laboratoire. Une validation est alors proposée à partir de cas simples résolus dans la littérature. Des solutions 2D dans la configuration du modèle sont aussi décrites. La résolution 3D du problème propose des résultats numériques qui permettent d'évaluer l'influence des paramètres rhéologiques du fluide viscoplastique et des paramètres géométriques du canal sur le convoyage. Des comparaisons avec les résultats expérimentaux sont également données.

Les conclusions et perspectives des travaux sont enfin abordées.

### **0-1) Le Décanteur Centrifuge à Axe Horizontal**

Le DCAH est une machine sophistiquée, facilement adaptable, voire polyvalente, qui peut assurer la double fonction d'épaississement dynamique et de déshydratation. Son faible encombrement ainsi que l'absence de nuisance autre que sonore rend son implantation aisée. Il se prête également très facilement à une automatisation complète (Moatamri, 2003) et au fonctionnement en l'absence d'opérateur. Il existe sur le marché de nombreuses centrifugeuses de type « décanteuse », fabriquées par différents constructeurs dont le groupe Andritz.

On s'intéresse dans un premier temps à l'utilisation du DCAH en séparation liquide/solide (SLS). Le DCAH (Figure 0- 1) est une machine constituée d'un bol plein tournant à grande vitesse, séparant les phases solide et liquide d'une suspension, et d'une vis sans fin coaxiale au bol, qui permet l'extraction en continu des matériaux déshydratés par raclage.

Dans la grande diversité des produits traités par les DCAH, on retrouve en particulier les boues de stations d'épuration qui lorsqu'elles sont déshydratées, acquièrent la consistance d'une pâte, ou des matériaux granulaires du type PVC qui, fortement déshydratés, se comportent plutôt comme des matériaux solides.



**Figure 0- 1 : Vue d'un DCAH (photo Andritz).**

Toutes ces machines, qui se distinguent tout d'abord par le sens respectif de parcours de la suspension et du sédiment (équi-courant ou contre-courant) et par le type d'alimentation centrale ou tangentielle, possèdent des paramètres constructifs qui leurs sont propres, et dont dépendent évidemment les performances de centrifugation à savoir :

- le rendement d'extraction des matières solides,

- la siccité (rapport de la masse de matières sèches à la masse brute) en % de Masse Sèche évacuée par l'appareil.

En ce qui concerne les boues de station d'épuration, d'un point de vue financier (*Mémento technique de l'eau, 1990*), le DCAH demeure encore peu attractif pour des stations traitant de faibles quantités de sédiments ( $< 4 \text{ m}^3/\text{h}$ ). En revanche, pour des capacités intermédiaires ( $4 \text{ à } 8 \text{ m}^3/\text{h}$ ), il entre en concurrence avec le filtre à bande, et au-delà de  $8 \text{ m}^3/\text{h}$ , la tendance du marché est en sa faveur, même si le filtre-pressé reste apprécié d'une bonne partie des exploitants.

La DCAH offre de nombreux avantages :

- un système continu,
- une technique particulièrement adaptée aux matériaux difficiles à traiter,
- un faible encombrement des machines qui permet de réaliser des postes de séparation liquide/solide très compacts,
- une exploitation de la machine qui ne nécessite aucune supervision directe,
- un coût d'investissement actuel qui s'avère très compétitif par rapport aux installations de filtration.

Mais son utilisation impose également quelques contraintes :

- des frais d'exploitation généralement inférieurs à ceux d'un filtre à tambour rotatif sous vide, mais supérieurs à ceux d'un filtre-pressé ou d'un filtre à bande,
- une obtention de sédiments d'extraction parfois de faible consistance, à la limite de la « pelletabilité »,
- la nécessité de prendre certaines précautions dans la préparation des matériaux à traiter, notamment pour les boues, afin d'éviter l'usure prématurée de la vis d'extraction par des matières abrasives et l'obstruction de la machine à l'alimentation.

Ces caractéristiques permettent au DCAH une utilisation pour de nombreuses applications industrielles. Il convient cependant de procéder au choix du type de machine à utiliser, en fonction des propriétés physico-chimiques et de la structure du matériau à traiter. Par ailleurs, il est important de signaler que l'obtention de performances optimales de centrifugation nécessite un réglage précis des paramètres dits « machine », à savoir des paramètres liés à la géométrie du DCAH, et une adaptation rigoureuse des paramètres dits « opérationnels » à la nature du matériau traité, comme le débit d'entrée du sédiment, par exemple.

Il faut noter les grands progrès réalisés ces dernières années dans la construction des appareils de centrifugation pour rechercher, pour un coût d'investissement acceptable, des performances satisfaisantes à savoir :

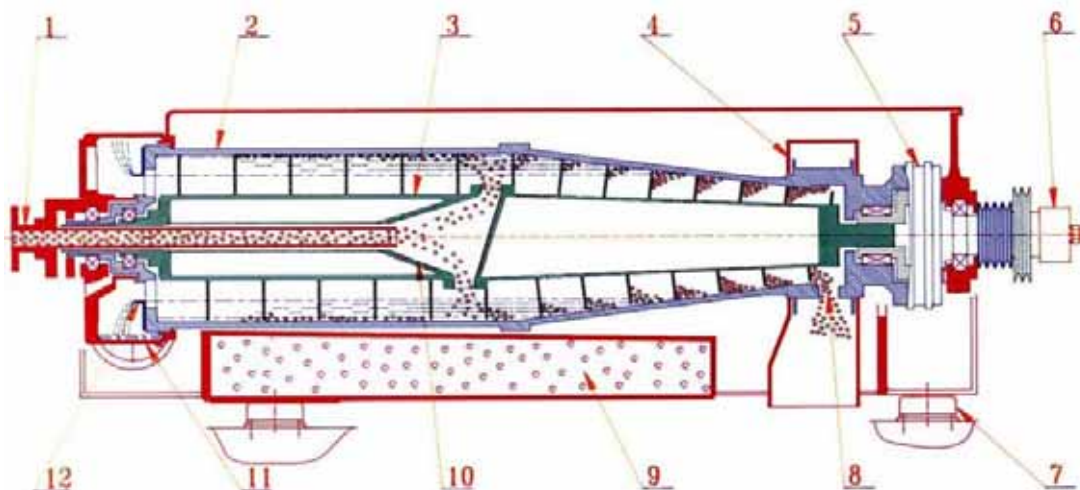
- l'adoption d'une meilleure géométrie du bol (longueur du bol et angle de cône),
- une meilleure utilisation des variations de l'anneau liquide dans la machine,
- une alimentation axiale dans presque tous les cas, avec peu ou pas de restriction de passage.

## **0-2) Fonctionnement général du DCAH en séparation liquide-solide**

Pour les machines de la gamme du groupe Andritz, les DCAH se distinguent selon les cheminements respectifs du sédiment et du centrat. Trois configurations sont possibles : contre-courant, co-courant et rotor polyvalent. On choisit de présenter le fonctionnement « classique » d'un DCAH à contre-courant avec une alimentation axiale.

Ce type de machine permet en effet une meilleure adaptation aux boues plus concentrées, une abrasion plus localisée (uniquement dans la partie conique) et une capacité hydraulique plus importante (mais avec un risque d'une moindre clarification due aux turbulences).

Le DCAH se compose de plusieurs éléments clés, présentés sur la *Figure 0- 2*. Son fonctionnement repose ainsi sur un rotor cylindro-conique contenant un transporteur à vis sans fin. La force centrifuge est utilisée pour concentrer et déshydrater les sédiments et clarifier les liquides avec efficacité. L'objectif du traitement consiste à réduire la teneur en eau du matériau pour obtenir une siccité optimale.



**Figure 0- 2 : Coupe longitudinale d'un DCAH pour une géométrie à contre-courant « classique ».**

Les parties numérotées sont :

- 1) Tube d'alimentation ; 2) Bol cylindro-conique ; 3) Vis de convoyage ; 4) Carter sédiments ; 5) Réducteur ; 6) Limiteur de couple ; 7) Amortisseur ; 8) Sortie sédiments ; 9) Bâti monobloc ; 10) Distributeur ; 11) Carter effluent ; 12) Plaquettes de réglage du niveau hydraulique interne

La suspension à traiter est introduite par la tubulure fixe (1) dans un distributeur tournant (10) qui la répartit vers la périphérie. Cette suspension est ensuite accélérée progressivement par le distributeur fixé sur la vis en rotation. La vis et le bol tournent à haute vitesse dans le même sens. Ils peuvent atteindre des vitesses de rotation de l'ordre de  $3000 \text{ tr/min}$  selon le type de machine. Sous l'effet de la force centrifuge, les particules lourdes décantent et se déposent contre la paroi intérieure du bol (2). L'action de la force centrifuge augmente en effet la vitesse de sédimentation des particules solides.

Les sédiments décantés, plus denses que le liquide, s'accumulent sur les parois du bol. C'est une vitesse différentielle ajustable  $\Delta\omega$  de la vis (3) par rapport au bol (de quelques tours par minute à quelques dizaines de tours par minute) qui assure l'évacuation lente, mais continue, des sédiments vers le cône. Le raclage est en effet possible car, malgré la taille des machines, l'écart entre les diamètres du bol et de la vis n'est que de  $1,5 \text{ mm}$  (*Tableau 0- 1*). Le cône permet alors le drainage des sédiments hors de l'anneau liquide. Les sédiments compactés sont alors déshydratés dans le cône puis évacués par des orifices (8).

Le liquide clarifié, ou centrat, accumulé dans la machine, s'écoule dans le canal formé par la vis avant d'être évacué vers le carter effluent (11) par débordement libre au niveau du déversoir (12) constitués par des plaquettes de niveau réglable.

L'analyse du fonctionnement de la séparation liquide/solide dans un DCAH fait donc apparaître trois mécanismes principaux qui interagissent simultanément (*Ambler, 1961 ; Reif et al., 1989 ; Schnittger, 1970*).

Premièrement, la décantation des sédiments ou clarification doit permettre au centrat d'être le moins chargé possible en particules solides. Des études ont modélisé la décantation de particules solides sous l'effet de la force centrifuge (*Faust et Gösele, 1986 ; Sambuichi et al., 1991*). *Schnittger (1970)* et *Faust et Gösele (1986)* montrent que l'écoulement dans l'anneau liquide s'effectue principalement dans une couche superficielle de l'anneau liquide. Cette couche superficielle s'établit au niveau de l'alimentation du bol, la suspension qui pénètre dans le bol ayant tendance à s'étaler sur la couche

profonde dans laquelle les vitesses sont beaucoup plus faibles. De manière générale, la clarification diminue avec l'augmentation de la vitesse différentielle aux faibles débits d'alimentation. Par contre, lorsque le débit d'alimentation augmente, le niveau de clarification se dégrade brutalement pour un débit donné. En effet, avec l'augmentation du débit, la couche de fluide, s'écoulant à contre-courant des sédiments voit sa vitesse augmenter et le frottement visqueux est alors susceptible d'entraîner des particules solides de la surface des sédiments et de les remettre en suspension dans l'anneau liquide. Cet effet a été appelé effet d'entraînement ou « drag flow » (Stahl et Langeloh, 1984 ; Langeloh et Stahl 1986).

Ensuite, la déshydratation des sédiments, sous l'action de la force centrifuge, a fait l'objet de nombreuses études expérimentales (Stadager, 1996 ; Steiger, 1995) et analytiques (Nenniger et Storrow, 1958 ; Reif et al., 1989 ; Stadager et Stahl, 1995). Nesterovich et al. (1990) montrent, par exemple, que pour améliorer la déshydratation, il est nécessaire de briser les floccs. En adoptant un bol présentant un deuxième cône qui recueille les sédiments évacués du premier, ils parviennent à améliorer la déshydratation. Salway et al. (1990) ont également trouvé un bon accord entre la théorie du drainage en milieu poreux et la déshydratation des sédiments en fonction de la force centrifuge.

Enfin, le convoyage des sédiments dans le DCAH est le mécanisme qui sera étudié dans ce travail. L'analyse bibliographique au chapitre I permettra de présenter les mécanismes physiques plus en détail par la suite.

Notons que Reif et al. (1989) ont mis en commun de nombreuses données expérimentales et analytiques sur ces trois phénomènes afin d'établir un tableau qui dresse l'influence des paramètres opérationnels (débit d'alimentation, vitesse différentielle, vitesse du bol...), de la machine (angle du cône, angle de vis, pas de la vis...) et du produit traité (viscosité, densité de la phase solide ou liquide...) sur les paramètres d'efficacité du DCAH (siccité, convoyage, puissance consommée...).

Afin de donner un ordre de grandeur des dimensions d'un DCAH, les caractéristiques de différentes machines Andritz sont présentées dans le tableau suivant :

**Tableau 0- 1 : Caractéristiques géométriques de plusieurs DCAH (données Andritz).**

	longueur du bol $L_b$ (mm)	longueur du cône $L_c$ (mm)	longueur du distributeur $L_{distri}$ (mm)	angle de cône $\beta_c$ (°)	angle du fût de la vis dans le cône $\beta_f$ (°)	diamètre du bol $D_b$ (mm)	diamètre de la vis $D_v$ (mm)	pas de la vis dans le cylindre $p$ (mm)	pas de la vis dans le cône $p_c$ (mm)
D2L	703	219	128	11	14	260	258,5	120	117
D3L	869	319	95	11	12	340	338,5	132	132
D4L	1125	473	126	11	14	430	428,5	168	168
D6L	1679	715	162	11	14	650	648,5	240	200
D7L	1944	813	200	11	14,1	750	748,5	280	280

La Figure 0- 3 présente également des vues d'une vis de D7LL (bol plus long que la D7L) utilisé pour la déshydratation du carbonate de calcium, toujours pour une application à contre-courant.



**Figure 0- 3 : Vues de la vis pour une géométrie à contre-courant « classique ».**

### 0-3) Influence des paramètres « machines » et opérationnels du DCAH

On répertorie dans le *Tableau 0- 2* les paramètres répondant généralement de l'efficacité d'un DCAH.

**Tableau 0- 2 : Facteurs agissant sur l'efficacité d'un DCAH.**

<i>Paramètres « machines »</i>	<i>Paramètres « opérationnels » du procédé</i>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rapport <math>L_b/L_c</math>,</li> <li>• rapport <math>L_b/D_b</math>,</li> <li>• angle du cône <math>\beta_c</math>,</li> <li>• vitesse absolue du bol <math>\omega</math>,</li> <li>• vitesse relative de la vis par rapport au bol <math>\Delta\omega</math>,</li> <li>• pas <math>p</math> de la vis,</li> <li>• profondeur ou volume de l'anneau liquide.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• débit d'alimentation,</li> <li>• siccité du matériau en matière sèche,</li> <li>• conditionnement chimique du matériau (pour la boue) par des réactifs polymériques (floculants).</li> </ul>

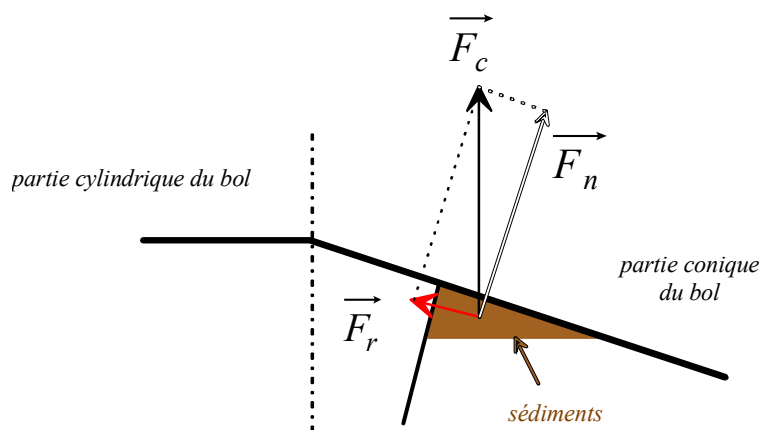
*Moatamri (2003)* donne dans sa thèse les caractéristiques des bols utilisés actuellement.

En ce qui concerne la partie cylindrique, les constructeurs parlent généralement du rapport « Longueur du bol / Diamètre ». Les valeurs actuelles de ce rapport sont comprises entre 2,5 et 4 (*Tableau 0- 1*). Toutefois, des machines « nouvelle génération » apparaissent avec un rapport  $L_b/D_b$  voisin de 5. L'intérêt d'un tel allongement réside dans l'amélioration de l'efficacité de la séparation grâce à une meilleure stabilisation du profil des écoulements ainsi qu'une augmentation des débits nominaux. Le temps de séjour des sédiments à l'intérieur du bol est également plus important. Ils subissent donc pendant plus longtemps l'effet de la force centrifuge qui les « presse » sur la paroi interne du bol et améliore la déshydratation.

Le distributeur qui permet l'alimentation du bol joue également un rôle dans l'amélioration de l'efficacité des machines (*Leung et Shapiro, 1996*). En effet, dans le cas de suspensions floculées, l'injection de la suspension dans le bol peut entraîner de fortes turbulences, le fluide entrant n'ayant pas nécessairement atteint la vitesse du bol. Ces turbulences sont susceptibles de briser les floccs ce qui peut considérablement limiter la décantation. L'optimisation de la géométrie du distributeur permet d'améliorer l'accélération de la suspension et de limiter le cisaillement des floccs, favorisant ainsi la séparation.

L'angle de la partie conique du bol est, quant à lui, fonction du type de produit à traiter. Il est possible de travailler avec un angle fort ( $\beta_c = 11^\circ$ ), ou, lorsque l'extraction des sédiments s'avère difficile, on peut utiliser un angle faible ( $\beta_c$  de l'ordre de 6 ou 7°). En effet, lorsque les sédiments entrent dans la partie conique, ils sont soumis à une force de reflux  $\vec{F}_r$  (*Figure 0- 4*) d'autant plus faible que l'angle du

bol est réduit ou que l'angle de vis est réduit. La force de reflux est la composante de la force centrifuge dans la direction tangente à la surface du bol. Elle est maximale lorsque le sédiment sort de l'anneau liquide, puisque la poussée d'Archimède qui opère sur les sédiments n'intervient plus à ce moment là. A cet endroit, la cohésion des sédiments déshydratés doit être préservée, sinon l'extraction se fait mal. Les effets du cisaillement refoulent les solides décantés vers la partie cylindrique, provoquant alors une chute importante du rendement d'extraction et donc de l'efficacité de la machine.



**Figure 0- 4 : Force de reflux dans le cône.**

Ce phénomène de reflux dans le cône a été modélisé par *Karolis et Stahl (1986)*. Il est présent essentiellement pour des suspensions avec des particules très fines. Il a été montré que l'augmentation du débit d'alimentation ou de la vitesse du bol augmentait ce reflux de sédiments. De même l'augmentation de l'interstice entre le bol et les pales de la vis a des conséquences désastreuses sur l'efficacité du convoyage.

La vis d'extraction est, quant à elle, l'organe essentiel de la machine pour l'extraction des sédiments. Ainsi les caractéristiques de la vis ont des incidences directes sur le rendement du DCAH. L'un des objectifs de ce travail est d'ailleurs de déterminer son rôle dans le convoyage.

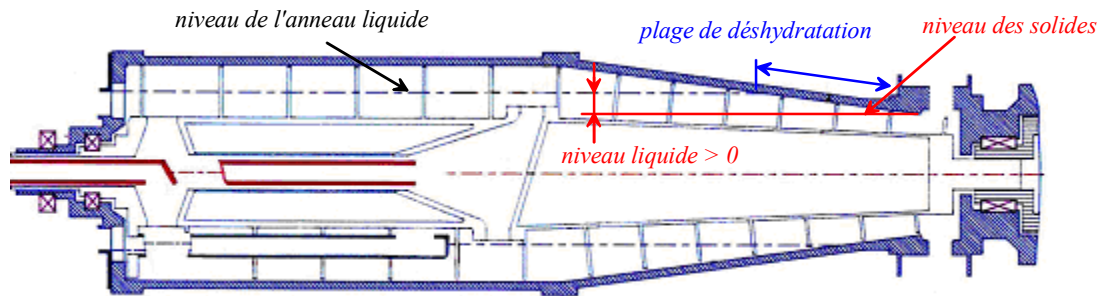
Le premier paramètre « opérationnel » est la vitesse du bol  $\omega$ . Actuellement, les accélérations atteintes sont de l'ordre de 2000 à 2500 g pour les plus grosses machines, et entre 3000 et 4000 g pour les plus petites. Une augmentation de la vitesse du bol améliorera la séparation du produit, clarifiant le centrat et compactant la matière sèche. Toutefois, il existe généralement une valeur limite au-delà de laquelle les particules ont tendance à refluer au niveau du cône (*Beyer, 1995*).

Un autre paramètre « opérationnel » extrêmement important est la vitesse différentielle  $\Delta\omega$  entre le bol et la vis convoyeuse qui permet d'extraire les sédiments à un débit plus ou moins élevé. Une augmentation de  $\Delta\omega$  améliore le débit en sortie des sédiments, mais diminue le couple de convoyage et la siccité. Au contraire un abaissement de  $\Delta\omega$  augmente le temps de séjour des sédiments dans le bol, et en particulier dans la zone de déshydratation. Les sédiments sont alors soumis pendant un temps plus long à la force centrifuge, assurant ainsi de meilleures siccités en sortie pour les sédiments, au détriment cependant du débit de sortie des sédiments et donc de la capacité de la machine.

La hauteur de l'anneau liquide est également un paramètre « opérationnel » essentiel pour les performances du DCAH. Elle est réglable par le déplacement des plaquettes qui glissent sur des ouïes de reprise aménagées sur le plateau du bol, en tête de la zone cylindrique.

La hauteur de l'anneau liquide détermine les plages de déshydratation et de clarification dans le bol (*Figure 0- 5*). Dans un fonctionnement « classique », le niveau de l'anneau liquide est dit « positif » par rapport au niveau de sortie des solides, c'est-à-dire que le diamètre de l'anneau liquide au niveau de l'évacuation du centrat est supérieur au diamètre de l'anneau des sédiments au niveau de l'évacuation des solides.





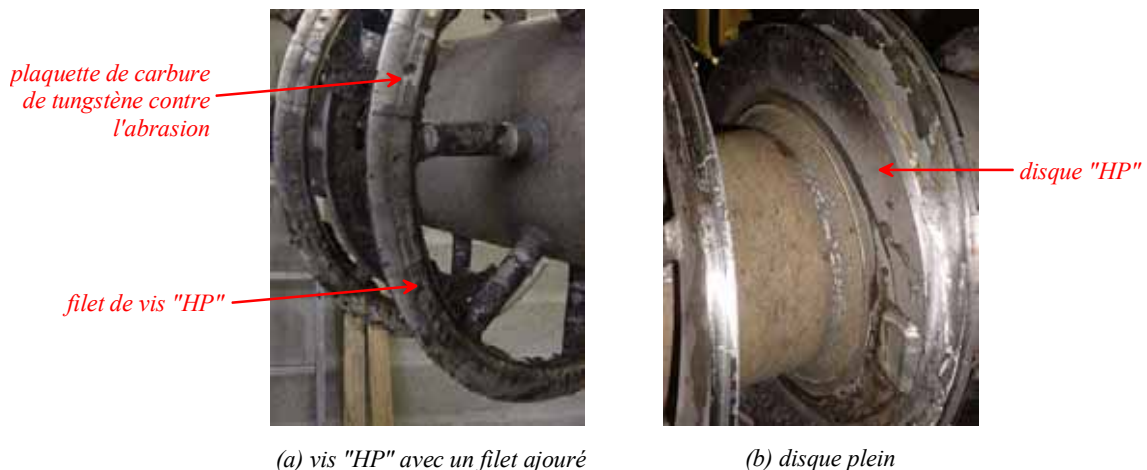
**Figure 0- 5 : DCAH à contre-courant : niveau d'anneau liquide positif.**

Un anneau liquide bas favorise la siccité en dégageant une plage de déshydratation plus grande. Il faut cependant obtenir un sédiment suffisamment consistant, à la sortie de l'anneau liquide, pour vaincre l'effet prolongé de la force de reflux dans la partie conique du bol. Un anneau liquide bas diminuera cependant le volume de sédiments contenu dans la machine, ce qui réduira la pression hydraulique, et donc augmentera le couple d'extraction, car c'est la vis seule qui évacuera les sédiments.

Lorsque le sédiment est trop fluide, donc sensible au phénomène de reflux en zone sèche, il y a avantage à choisir un niveau liquide haut, de façon à réduire le plus possible la plage de déshydratation (Karolis et Stahl, 1986). Extraction et clarification sont améliorées au détriment de la siccité. Toutefois un anneau trop important augmente la pression hydraulique et peut entraîner les sédiments non déshydratés vers la sortie, surtout si la vitesse du bol est importante (Beyer, 1995).

Ainsi, le réglage de l'anneau liquide doit tenir compte du meilleur compromis (selon l'utilisateur) entre la siccité des sédiments déshydratés et les matières en suspension contenues dans le centrat.

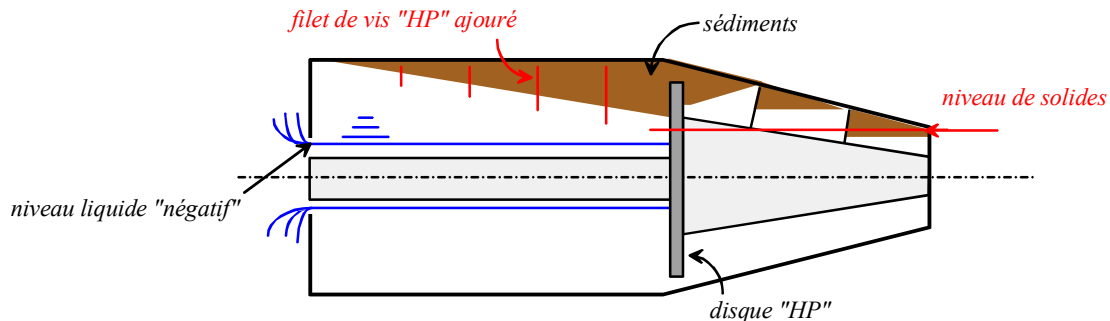
Afin d'améliorer les performances des DCAH, de nouvelles vis, dites vis « HP » (Hautes Performances), sont apparues récemment (Figure 0- 6). Le filet n'est pas plein, mais ajouré tout au long de la partie cylindrique, ce qui induit une moindre perturbation (et donc une meilleure clarification) pour l'écoulement dans l'anneau liquide, à contre-courant du mouvement des sédiments. La hauteur non ajourée, qui permet le raclage des sédiments, augmente au fur et à mesure que l'on se rapproche de la partie conique du bol de manière à uniformiser le temps de séjour des sédiments dans la machine.



**Figure 0- 6 : Vues d'une vis « HP » D4L, utilisation au traitement de boues de station d'épuration.**

Cette évolution importante est associée à l'ajout d'un disque plein, nommé disque « HP », à la jonction de la partie cylindrique et conique du bol (Figure 0- 6 et Figure 0- 7). Un interstice assez faible subsiste entre le bol et ce disque. Seuls les sédiments près de la paroi du bol peuvent passer. Ils font ainsi office de bouchon et le centrat ne peut donc plus accéder à la partie conique. On peut ainsi augmenter la hauteur de l'anneau liquide jusqu'à travailler à des niveaux dits « négatifs », c'est-à-dire un niveau de

solides inférieur au niveau liquide. On facilite ainsi de façon significative l'extraction des solides dans le cône. L'anneau liquide joue en effet le rôle d'un piston (pression hydraulique) qui pousse les sédiments vers la sortie du cône. Le bouchon formé par les sédiments au niveau du disque plein est ainsi continuellement renouvelé. La déshydratation est donc améliorée et les débits d'alimentation ont pu être augmentés de façon significative.



**Figure 0- 7 : Vis « HP » avec un niveau liquide « négatif ».**

Enfin, l'une des difficultés pour appréhender le problème concerne la grande variété des produits traités par les DCAH et donc la grande variété de comportements rhéologiques possibles. Dans le cas des boues biologiques floculées comme pour la plupart des types de sédiments, le comportement non newtonien a une grande influence sur le fonctionnement de la machine. De nombreux travaux ont d'ailleurs montré l'influence des propriétés rhéologiques des sédiments sur les performances du DCAH (Bell et Brunner, 1983 ; Buscall et al., 1984, Choi et Krieger, 1986). Rumpus et Hoare (1992) ont pu, par exemple, mettre en évidence la relation étroite entre le couple bol/vis et les caractéristiques des sédiments.

Les travaux de Baudez (2001) concernant les boues de station d'épuration amènent à la conclusion que les boues concentrées se comportent comme des fluides non newtoniens possédant systématiquement, et dans une gamme importante de concentration, un seuil de contrainte. D'autre part, certaines études ont montré un comportement non thixotropique des sédiments.

Cependant, il est évident que les propriétés des sédiments évoluent également au cours du convoyage puisqu'ils sont déshydratés. Baudez (2004, dans un rapport d'étape non publié), a d'ailleurs montré les relations fortes qui existaient entre les propriétés rhéologiques de sédiments concentrés, notamment de boues de station d'épuration, et leur teneur en eau.

En résumé, la séparation dans un décanteur centrifuge fait donc intervenir des phénomènes complexes :

- la sédimentation de suspensions concentrées dans un écoulement mal connu,
- le convoyage par la vis de sédiments présentant un comportement non newtonien,
- et enfin, la déshydratation, qui agit essentiellement en modifiant les propriétés rhéologiques des sédiments convoyés.

Proposer une description globale des phénomènes qui déterminent le convoyage dans un DCAH apparaît dès lors trop complexe. L'objectif de ce travail, est au travers d'une analyse des phénomènes, de mettre en oeuvre une démarche simplificatrice qui permettra d'étudier les mécanismes du convoyage dans une géométrie simplifiée et d'adopter pour les sédiments un comportement rhéologique de type viscoplastique qui bien que restrictif (en ne prenant pas en compte, par exemple, la thixotropie des sédiments) permet d'atteindre des conclusions valables pour une classe importante de produits dont notamment les boues de station d'épuration. D'autre part, afin d'envisager uniquement l'interaction sédiment/géométrie de la vis, l'étude se focalisera sur le convoyage des sédiments dans la partie cylindrique du bol en l'absence d'autre terme moteur que celui induit par le mouvement relatif entre la vis et le bol.







**Chapitre I) Analyse du convoyage de sédiments pâteux par vis**

**I-1) Approche « solide »**

**I-1.1) Paramètres décrivant le convoyage : angle de convoyage et débit de convoyage**

**I-1.2) Modèle de *Darnell et Mol (1956)* dans le cas d'une extrudeuse**

**I-1.3) Convoyage de matériaux granulaires dans un DCAH**

**I-2) Adaptation de l'approche « solide » dans un DCAH**

**I-3) Approche « fluide » dans le cas de l'extrusion**

**I-3.1) Géométrie simplifiée pour l'étude de convoyage**

**I-3.2) Modèle d'écoulement de Couette généralisé**

**I-3.3) Phénomène de glissement à la paroi**

**I-3.4) Ecoulement d'un fluide viscoplastique dans une extrudeuse**

**I-4) Caractérisation des sédiments pâteux**

**I-4.1) Eléments de cinématique des fluides, conservation de la masse et lois rhéologiques pour les fluides visqueux**

**I-4.2) Fluides viscoplastiques**

**I-5) Conclusions de l'étude bibliographique**

## Chapitre I) Analyse du convoyage de sédiments pâteux par vis

Différents travaux ont eu pour objectif de décrire le convoyage de sédiments pâteux dans un décanteur centrifuge. Malheureusement, peu de détails sont donnés que ce soit sur les hypothèses liées à la modélisation ou bien sur le développement des calculs liés à la résolution des équations.

Par contre, les nombreux travaux étudiant le procédé d'extrusion offrent des similitudes importantes avec le convoyage dans un DCAH. Bien que les effets liés à la centrifugation ne soient pas représentés, les principes physiques du convoyage sont identiques.

Différents types de modèles ont été développés qui diffèrent dans la façon de considérer le produit convoyé. Les décanteurs traitent en effet de nombreux types de matériaux : la gamme s'étend des matériaux granulaires (types poudres), comme par exemple du PVC ou du Carbonate de Calcium (*Figure I- 1(a)*), aux fluides visqueux, comme par exemple des huiles animales ou végétales, ou complexes, comme par exemple des boues de station d'épuration (*Figure I- 1(b)*).



(a) carbonate de calcium



(b) boue déshydratée de station d'épuration

**Figure I - 1 : Photographies de différents type de produits traités par les DCAH.**

Lorsque le comportement est assimilé à celui d'un fluide, newtonien (*Agemura et al., 1994 ; Rorres, 2000*) ou non newtonien (*Lawal et Kalyon, 1994 ; Böhme et Broszeit, 1996 ; Karolis et Stahl, 1986 ; Stadager et al., 1992*), on parlera alors d'approche « fluide ». Par contre, lorsque le produit convoyé est considéré comme un solide élastique, on parlera d'approche « solide » (*Darnell et Mol, 1956 ; Weert et al., 2000 ; Stahl et Reif, 1989*). Cette dernière approche est utilisée pour le traitement des matériaux granulaires.

Dans ce chapitre, une analyse bibliographique sur le convoyage de sédiments par vis permettra de faire l'état de l'art dans le domaine et de présenter les deux différentes approches de modélisation du convoyage par vis utilisées dans la littérature. L'approche « solide » sera analysée dans un premier temps puis une adaptation au cas du DCAH sera proposée. Cette étude préliminaire va nous permettre de définir les paramètres du convoyage ainsi que les mécanismes de base du convoyage de sédiments.

L'approche « fluide » sera par la suite abordée. Dans certains travaux, sous certaines hypothèses, le système bol/vis peut être représenté de façon simplifiée sous forme « déroulée ». Cette simplification conduit à des relations moins lourdes, en diminuant le nombre de paramètres et permet de représenter plus clairement les efforts mis en jeu.

On se penchera alors sur les caractéristiques fondamentales des sédiments pâteux. Les systèmes formés à partir de fines particules solides apparaissent effectivement comme des milieux complexes. On va donc chercher à analyser leurs propriétés et à retenir pour la modélisation une loi rhéologique, suffisamment générale pour prendre en compte les aspects importants de leur comportement sous contrainte en faisant abstraction d'autres aspects moins essentiels.

### I-1) Approche « solide »

Dans l'approche « solide », les sédiments sont considérés comme un matériau solide élastique isotrope. Les frottements sédiments/bol et sédiments/vis sont décrits à partir de la loi de Coulomb (Darnell et Mol, 1956 ; Burdidge et Bridgewater, 1995 ; Weert et al., 2000). L'approche « solide » concerne en particulier les sédiments granulaires de type poudres.

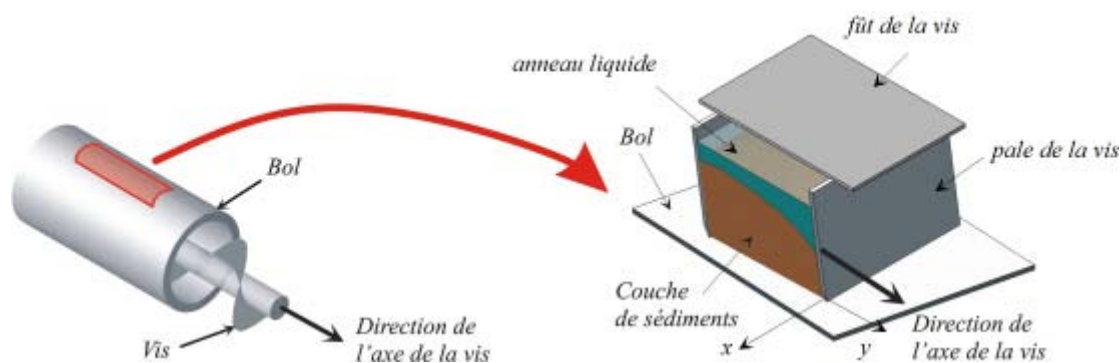
Darnell et Mol (1956) ont posé les bases théoriques de l'approche et de nombreuses études qui ont suivi se sont inspirées de leurs travaux.

Dans leur modèle, ils ont adopté les hypothèses suivantes : il est supposé que la pression interne du matériau peut varier. De plus, aucun cisaillement interne n'apparaît. Les solides sont en contact avec les trois parois de la vis (parois latérales et fût) et sont entraînés par frottement par le bol. On applique les conditions de frottement de Coulomb aux parois. Les coefficients de frottement sont différents pour le contact avec le bol et avec les parois de la vis. On effectue alors un bilan des forces sur un élément isolé de solide de forme parallélépipédique de hauteur moyenne  $\langle h \rangle$ , de largeur  $L$  et d'épaisseur  $dx$ .

#### I-1.1) Paramètres décrivant le convoyage : angle de convoyage et débit de convoyage

Dans la géométrie du DCAH, la pale active est définie pour une vis simple comme étant la pale qui pousse le sédiment par opposition à la pale passive.

Afin de faciliter la compréhension des mécanismes de bases du convoyage, on isole une petite partie du système vis/bol. On présente les paramètres du convoyage dans une vue où cette petite partie du système vis/bol est déroulé (Figure I- 2).



**Figure I- 2 : Représentation schématique d'une petite partie du système vis/bol.**

Dans le référentiel lié au bol (Figure I- 3(b)),  $V'$  représente la vitesse linéaire différentielle de la vis par rapport au bol par rapport à l'observateur. On a de plus la relation suivante :

$$V' = R_b \cdot \Delta\omega \quad (\text{I- 1})$$

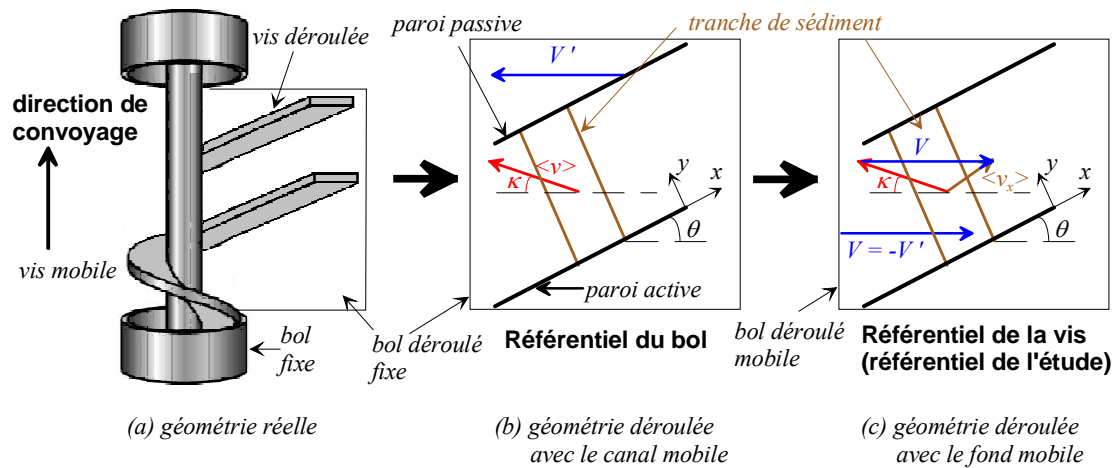
où  $R_b$  est le rayon du bol et  $\Delta\omega$  la vitesse différentielle de la vis par rapport au bol.

L'angle de vis est  $\theta$ .

Darnell et Mol (1956) ont défini l'efficacité du convoyage par un angle de convoyage  $\kappa$ , représenté sur la vue de dessus (Figure I- 3) de la partie isolé du système vis/bol (Figure I- 2).

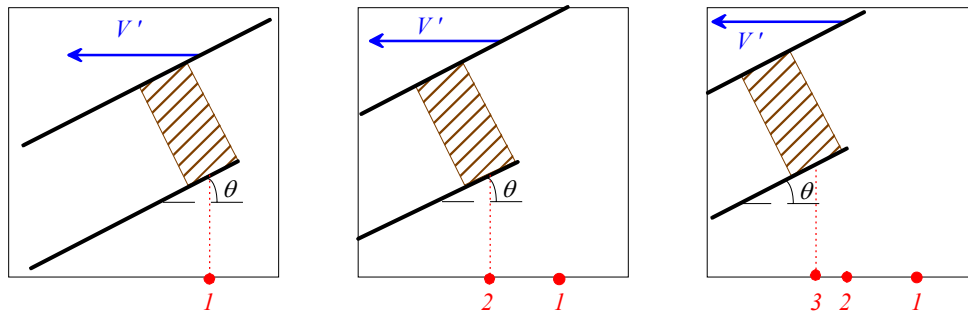
L'angle de convoyage correspond alors, dans un référentiel lié au bol, à l'angle formé entre la direction de la vitesse des parois du canal  $V'$  et la vitesse moyenne d'une tranche de sédiment  $\langle v \rangle$ . L'angle de convoyage défini ainsi la trajectoire des sédiments par rapport au fond fixe.

La valeur de l'angle de convoyage  $\kappa$  peut varier entre  $0$  et  $90^\circ$ .

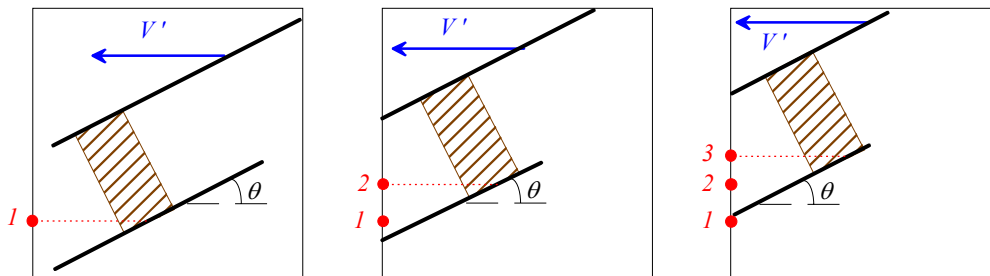

**Figure I- 3 : Méthode de calcul de l'angle de convoyage  $\kappa$ .**

Dans la géométrie réelle, les sédiments se déplacent dans le canal formé par les pales de la vis, la surface interne du bol et la surface du fût de la vis. En l'absence de frottement le long des parois de la vis et sur le fût de la vis, si les forces de frottement sur la paroi du bol sont importantes, le bloc solide se déplace alors le long de l'axe de la vis sans tourner. La couche de sédiments est alors convoyée parfaitement le long de l'axe de convoyage qui est l'axe de la vis : c'est le cas idéal. On a alors un angle de convoyage  $\kappa = 90^\circ$ . Dans le cas inverse, lorsque le frottement est uniquement sur les parois latérales du canal, le sédiment solide est entraîné par la vis dans un mouvement de rotation pur sur la paroi interne du bol mais n'est pas convoyé le long de l'axe de la vis. On a donc, dans ce cas, un angle  $\kappa = 0^\circ$ .

Pour la définition adoptée, lorsque  $\kappa = 0^\circ$ , le transport des sédiments est nul dans la direction de convoyage et les sédiments sont entraînés suivant la direction de  $V'$  (Figure I- 4). Cela est souligné par les points 1, 2 et 3 qui déterminent l'évolution de la position de la tranche de sédiment au cours du temps. Dans la géométrie du DCAH, cela correspond à un mouvement de rotation des sédiments sans progression suivant l'axe de la machine.


**Figure I- 4 : Angle de convoyage nul ; représentation dans la géométrie déroulée.**

Par contre, lorsque  $\kappa = 90^\circ$ , le convoyage est idéal et les sédiments sont transportés uniquement dans la direction de convoyage (Figure I- 5) comme la position du sédiment (points 1, 2 et 3) le souligne.


**Figure I- 5 : Convoyage idéal de sédiments pour la géométrie déroulée.**

On se place maintenant dans le référentiel de la vis qui est aussi le référentiel d'étude (Figure I-3(c)). Le fond du canal est cette fois-ci mobile et se déplace à la vitesse  $V = -V'$ . Les parois du canal sont fixes.

On obtient la vitesse moyenne d'une tranche de sédiments dans ce nouveau référentiel, par une transformation de Galilée :

$$\langle v_x \rangle \rightarrow = \langle v \rangle + \vec{V} \quad (\text{I- 2})$$

où  $\langle v_x \rangle$  est la vitesse moyenne des sédiments par rapport au canal fixe suivant l'axe du canal.

On peut noter que les parois du canal et le fond mobile étant, par hypothèse, imperméables, la moyenne des composantes perpendiculaires à l'axe du canal de la vitesse des sédiments ( $\langle v_y \rangle$  et  $\langle v_z \rangle$ ) est nécessairement nulle. Les variations de l'angle de convoyage sont alors directement liées à celles de  $\langle v_x \rangle / V$ . On obtient en effet l'angle de convoyage  $\kappa$  dans le référentiel d'étude par la relation :

$$\tan \kappa = \frac{\sin \theta \langle v_x \rangle / V}{1 - \cos \theta \langle v_x \rangle / V} \quad (\text{I- 3})$$

A partir de la valeur  $\langle v_x \rangle$ , il est possible d'évaluer le débit volume  $Q_c$  de sédiments convoyés par le canal par la relation :

$$Q_c = \langle v_x \rangle . L . \langle h \rangle = V . \langle h \rangle . L . \frac{\tan \kappa}{\sin \theta + \tan \kappa \cos \theta} \quad (\text{I- 4})$$

#### I-1.2) Modèle de Darnell et Mol (1956) dans le cas d'une extrudeuse

Les conclusions de *Darnell et Mol (1956)* sont les suivantes : premièrement, le frottement entre les solides et la vis doit être le plus faible possible : il est suggéré de polir les surfaces de la vis et d'avoir les plus petites surfaces de contact possibles. Deuxièmement, le frottement entre les solides et le bol doit être le plus important possible : il est alors suggéré de mettre des parois rugueuses ou enduites de sable et même d'usiner des rainures longitudinales dans le bol. De plus, il est recommandé d'avoir des angles de vis faibles et des canaux profonds.

*Remarque : l'industrie a intégré ces données dans le dessin des pièces et dans le choix de la rugosité des matériaux pour la construction des bols et des vis utilisées. En effet, pour le cas du DCAH par exemple, on cherche à rendre la surface du bol la plus rugueuse possible. La surface des bols présente ainsi souvent des rainures longitudinales.*

Même si les conclusions qualitatives s'avèrent correctes, des améliorations ont été apportées à ce premier modèle. En particulier, certains phénomènes n'ont pas été pris en compte. *Darnell et Mol* considèrent, par exemple, que les coefficients de frottement entre le solide et les surfaces métalliques sont indépendants de la pression. *Weert et al. (2000)* ont cependant montré que les coefficients de frottement dépendaient fortement de la pression appliquée.

#### I-1.3) Convoyage de matériaux granulaires dans un DCAH

Le convoyage dans un DCAH n'a que très peu été étudié (*Stahl et Reif, 1989*). En s'appuyant sur le modèle de *Darnell et Mol (1956)*, *Stahl et Reif, (1989)* ont pu aborder le cas du convoyage dans un DCAH. Les aspects spécifiques liés à la géométrie et à la vitesse de rotation élevée de la machine sont abordés. Entre autre, le rôle ambivalent du cône est mis en évidence. Une augmentation de l'angle de cône permet en effet une augmentation quasi linéaire de la capacité de déshydratation mais le risque de bourrage de la machine suit la même tendance.

Ces auteurs ont ainsi proposé un modèle, reprenant les hypothèses principales de l'approche solide définies plus haut. Par ailleurs, l'étude du convoyage est décomposée en deux : le transport dans la partie cylindrique du bol et celui qui concerne la partie conique. Il est supposé que la couche solide est en

contact permanent avec les parois latérales de la vis et la paroi du bol. Les lois de frottement de Coulomb peuvent alors être appliquées pour déterminer les forces de frottement entre le solide et les parois du bol et celles de la vis. Peu de détails sont donnés sur le bilan des forces appliquées sur un élément de solide ni sur la résolution des équations.

Les résultats obtenus sont les temps de séjour, les angles de convoyage et les couples de convoyage en fonction des paramètres géométriques et « opératoires » de la machine.

*Remarque : Stahl et Reif (1989), uniquement, définissent un angle de convoyage égal à  $90 - \kappa$ . Le convoyage est donc idéal pour un angle égal à  $0^\circ$  et nul pour un angle égal à  $90^\circ$ .*

Les auteurs ont étudié l'influence des coefficients de frottement entre le bol, les parois de la vis et les solides. Un angle de convoyage plus faible, donc meilleur, est obtenu lorsque le frottement sur le bol est plus important. Par contre, une augmentation du frottement sur la vis conduit à un angle de convoyage plus élevé. De plus, la combinaison d'un petit bol et d'un frottement important sur la vis peut conduire à un convoyage nul.

Par ailleurs, pour des faibles coefficients de frottement sédiments/bol et sédiments/vis (ils sont pris égaux), il est montré que le couple de convoyage passe par un minimum pour des angles de vis de l'ordre de  $8^\circ$ .

De plus, les angles de convoyage les plus faibles sont obtenus pour des parois de vis quasiment verticales (légèrement penchées de quelques degrés vers l'arrière, c'est-à-dire opposées à la direction de convoyage).

Il apparaît également que le couple de convoyage diminue lorsque la hauteur de sédiment augmente car les coefficients de frottement diminuent. Cependant, pour des hauteurs de sédiments fortes, la diminution du couple se fait au détriment de la déshydratation des sédiments, puisque la plage de déshydratation est plus petite, et au détriment du débit de sortie.

Enfin, l'influence du débit d'alimentation a été étudiée. Deux résultats ressortent :

- premièrement, pour des faibles débits d'alimentation, le couple de convoyage augmente lorsque les hauteurs de sédiments diminuent,
- Deuxièmement, lorsqu'on augmente les débits d'alimentation, deux tendances sont observées. Pour des faibles hauteurs de sédiments, le couple de convoyage diminue continuellement avec la diminution des coefficients de frottement. Pour des fortes hauteurs de sédiments, le couple de convoyage augmente même si les coefficients de frottement diminuent.

Par ailleurs, les résultats du modèle sont en bon accord avec les résultats expérimentaux, pour des matériaux granulaires type PVC.

Cette étude qui sert de référence dans le domaine, met en évidence le rôle clé des coefficients de frottement sur l'efficacité du convoyage. Une étude spécifique sur un prototype dédié a d'ailleurs permis de mesurer avec précision l'influence des paramètres « opérationnels » et « machines » sur ces coefficients de frottement (*Reif et Stahl, 1988*). Les auteurs ont dégagé une tendance générale qui veut que le coefficient de frottement passe par un maximum en fonction de la teneur en eau des sédiments. Dans un premier temps, il augmente car les forces d'adhésion entre le fluide et les particules grandissent mais à partir d'une certaine quantité de liquide contenue dans les sédiments, un film d'eau se crée alors au dessus d'une couche solide sous l'effet de la force centrifuge. Le coefficient de frottement diminue alors.

*Leung (1988)*, montre qu'il est possible à partir de la mesure du couple bol/vis d'évaluer un « coefficient effectif de frottement » directement relié au coefficient de frottement entre les sédiments et le bol et la vis. Pour des boues de station d'épuration, les coefficients de frottement varient typiquement entre 0,5 et 1,5.



## I-2) Adaptation de l'approche « solide » dans un DCAH

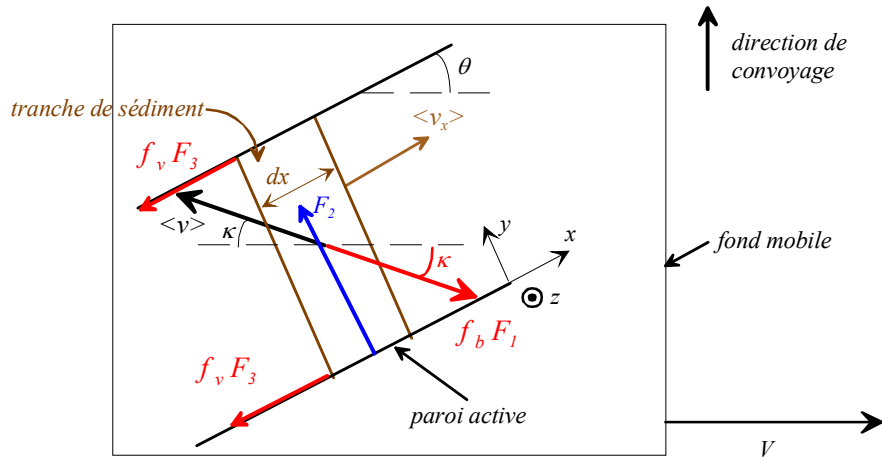
Dans cette partie, on revient plus en détail sur le modèle de *Darnell et Mol*, en l'adaptant au cas du DCAH. On montrera en particulier que cette approche permet de retrouver certains résultats obtenus par *Stahl et Reif (1989)*. Dans un souci de simplification, on présente le bilan des forces dans le cas de la géométrie déroulée. La méthode pour déterminer les caractéristiques du convoyage est basée sur un bilan de forces agissant sur un élément de sédiments assimilé à un bloc solide (*Figure I- 6*).

Un élément de sédiments de forme parallélépipédique de hauteur moyenne  $\langle h \rangle$ , de largeur  $L$  et d'épaisseur  $dx$  est isolé. Le schéma du bilan des forces qui s'appliquent sur cet élément par les parois de la vis et des éléments limitrophes de sédiments est dressé sur la *Figure I- 6*.

$F_1$  représente la force normale exercée sur l'élément de sédiments par la surface du bol suivant la direction  $\vec{z}$ . Cette force est équilibrée par l'effort de pression qu'exerce l'élément solide sur la paroi du bol sous l'action de la force centrifuge.  $F_2$  est la force normale issue de la poussée de la paroi active du canal sur l'élément isolé de sédiments. Enfin, la force  $F_3$  exercée par chacune des parois de la vis représente la réaction de la paroi à la pression exercée par les sédiments. De plus, on choisit de négliger le frottement entre l'anneau liquide et l'élément de solide car il est faible devant les autres forces.

On note  $f_b$  et  $f_v$  les coefficients de frottement entre l'élément de solide et respectivement le bol et les parois latérales de la vis. On considère, comme dans l'approche de *Darnell et Mol (1956)*, que les coefficients de frottements sont indépendants de la pression.

On suppose également que les hauteurs de sédiments sont faibles de telle sorte que les effets de courbure soient négligeables. On considère alors uniquement l'angle  $\theta$  moyen de la vis.



**Figure I- 6 : Bilan des forces s'exerçant sur un élément de sédiment pour l'approche solide.**

En projetant les forces suivant la direction de convoyage d'une part et suivant la direction perpendiculaire à la direction de convoyage d'autre part, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{cases} -F_1 f_b \sin \kappa - 2F_3 f_v \sin \theta + F_2 \cos \theta - F_2 f_v \sin \theta = 0 \\ F_1 f_b \cos \kappa - 2F_3 f_v \cos \theta - F_2 \sin \theta - F_2 f_v \cos \theta = 0 \end{cases} \quad (\text{I- 5})$$

La pression  $P$  est considérée comme constante dans le bol. En effet, la pression qu'exerce un élément de sédiments sur les différentes parois solides dépend directement de la force centrifuge exercée sur cet élément (donc de sa masse et donc de  $\langle h \rangle$ ). Si l'on ne considère que des variations faibles de la hauteur de sédiment, on peut considérer  $P$  constante.

La force  $F_1$  s'écrit alors :

$$F_1 = L.P.dx \quad (\text{I- 6})$$

De plus, la force normale  $F_3$  de réaction de la paroi de la vis s'écrit de la manière suivante :

$$F_3 = \langle h \rangle \cdot P \cdot dx \quad (\text{I-7})$$

On cherche à déterminer la force normale de poussée  $F_2$  de la paroi active et l'angle de convoyage  $\kappa$  des solides. On réécrit les deux équations du bilan de forces sous la forme :

$$\begin{cases} f_b \sin \kappa \cdot L \cdot P \cdot dx = F_2 \cos \theta - (2f_v \langle h \rangle P \cdot dx + F_2 f_v) \sin \theta \\ f_b \cos \kappa \cdot L \cdot P \cdot dx = F_2 \sin \theta - (2f_v \langle h \rangle P \cdot dx + F_2 f_v) \cos \theta \end{cases} \quad (\text{I-8})$$

Après calculs, on trouve l'expression des deux inconnues :

$$\begin{cases} F_2 = \frac{-2 \langle h \rangle \cdot f_v^2 \cdot P \cdot dx + P \cdot dx \sqrt{f_b^2 L^2 (1 + f_v^2) - 4 \langle h \rangle^2 f_v^2}}{1 + f_v^2} \\ \tan \kappa = \frac{F_2 \cos \theta - f_v (2 \langle h \rangle P \cdot dx + F_2) \sin \theta}{F_2 \sin \theta + f_v (2 \langle h \rangle P \cdot dx + F_2) \cos \theta} \end{cases} \quad (\text{I-9})$$

La force  $F_2$  dépend de l'angle de vis par l'intermédiaire de la largeur du canal. On peut montrer que  $F_2$  est nulle lorsque  $\theta = 0$  et est maximale pour  $\theta = 90^\circ$ .

On peut alors la mettre sous la forme suivante :

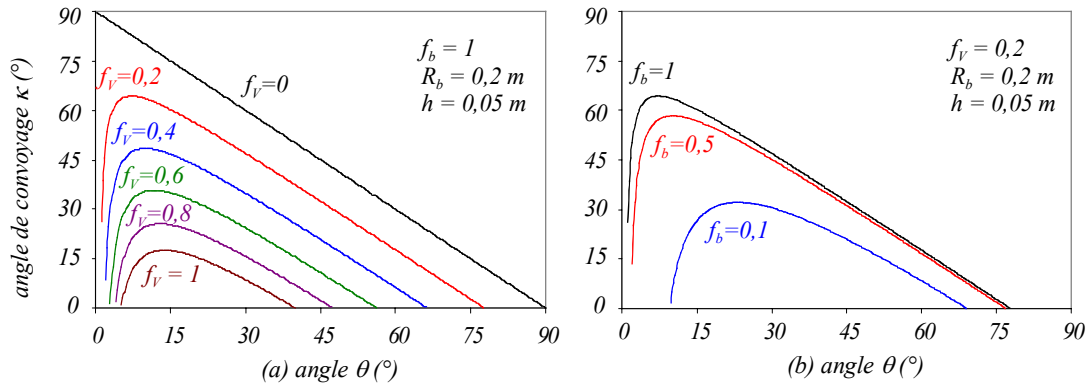
$$\begin{cases} F_2 = A \cdot P \cdot dx \\ \text{avec } A = \frac{-2 \langle h \rangle \cdot f_v^2 + \sqrt{f_b^2 L^2 (1 + f_v^2) - 4 \langle h \rangle^2 f_v^2}}{1 + f_v^2} \end{cases} \quad (\text{I-10})$$

Cela nous permet d'écrire l'angle de convoyage sous la forme :

$$\tan \kappa = \frac{A \cos \theta - f_v (2 \langle h \rangle + A) \sin \theta}{A \sin \theta + f_v (2 \langle h \rangle + A) \cos \theta} \quad (\text{I-11})$$

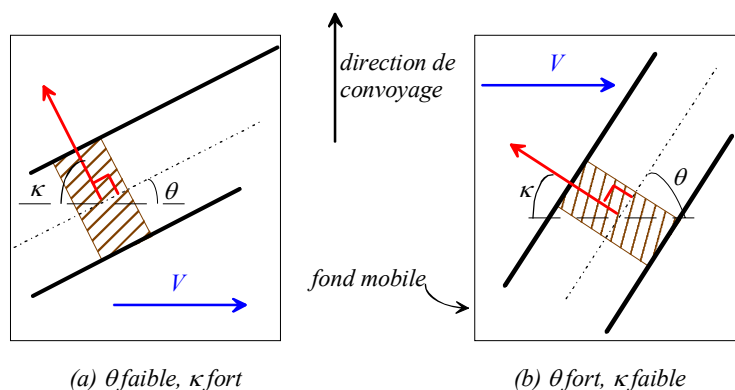
On note alors que l'angle de convoyage est indépendant de la pression et donc de la force centrifuge. Cela provient du fait que l'on a considéré ici les coefficients de frottements comme indépendants de la pression. Dans l'analyse présentée, on montrera néanmoins l'influence de la valeur des coefficients de frottement  $f_b$  et  $f_v$  sur l'angle de convoyage et sur le débit de convoyage.

La Figure I-7 présente ainsi la variation de l'angle de convoyage  $\kappa$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour différents coefficients de frottement  $f_b$  et  $f_v$ . Le cas de référence choisi est celui d'une hauteur constante  $h = 0,05 \text{ m}$  et d'un rayon de bol  $R_b = 0,2 \text{ m}$  (qui correspond à une machine de milieu de gamme, comme la D4L par exemple).



**Figure I-7 : Influence des coefficients de frottement (a)  $f_v$  et (b)  $f_b$  sur l'angle de convoyage  $\kappa$  des solides en fonction de l'angle  $\theta$ .**

On a vu que le cas idéal de convoyage est défini par le cas où  $f_v = 0$  (frottement nul sur la vis) et où  $f_b = 1$ . Il convient de s'attarder sur la courbe obtenue dans ce cas. On observe que lorsque l'angle  $\theta$  tend vers  $90^\circ$ , correspondant au cas d'un canal de vis dirigé suivant l'axe de convoyage, l'angle de convoyage  $\kappa$  tend vers  $0^\circ$ . On retrouve bien que le convoyage est nul dans ce cas de figure (chap.I-2). L'angle  $\kappa$  varie ensuite en fonction de  $\theta$  selon une droite de pente  $-1$  et atteint la valeur de  $90^\circ$  pour un angle de canal nul. La valeur de l'angle de convoyage est déterminée par  $\kappa = 90 - \theta$  dans ce cas. Donc, dès lors que le frottement sur la vis est nul, la Figure I- 8 montre que l'angle de convoyage est égal  $90 - \theta$  quel que soit le coefficient de frottement  $f_b$ .



**Figure I- 8 : Schémas de représentation du cas de convoyage idéal pour (a) un angle  $\theta$  faible ( $<45^\circ$ ) et (b) un angle  $\theta$  fort ( $>45^\circ$ ).**

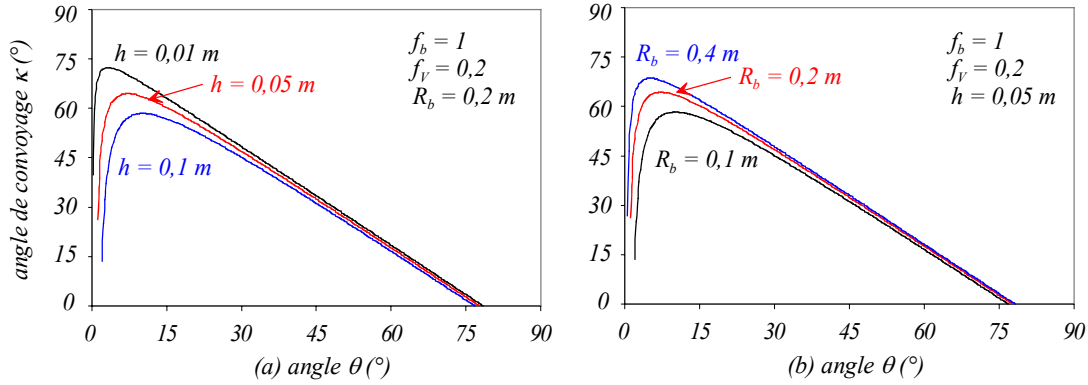
De façon plus générale, les Figure I- 7 et Figure I- 9 montrent que, pour un coefficient de frottement sur la vis  $f_v$  donné différent de  $\theta$ , l'angle de convoyage devient négatif pour des angles de vis, soit inférieurs à un angle minimal  $\theta'_1$ , soit supérieurs à un angle maximal  $\theta'_2$  et ce, quelle que soit la configuration ( $f_b, f_v, h, R_b$ ) envisagée. Lorsque  $\theta$  est faible ( $\theta < \theta'_1$ ), le bol n'arrive pas à entraîner les solides. La largeur  $L$  du canal formé par la vis, qui est une fonction croissante de  $\theta$ , devient petite devant la hauteur  $h$  du canal. La surface latérale jouant le rôle de frein, nommée par la suite surface de « freinage » des pales de la vis est bien plus grande que la surface du bol, dite « motrice », ce qui empêche le convoyage des solides. Lorsque  $\theta$  est trop grand ( $\theta > \theta'_2$ ), les solides ne sont pas convoyés non plus car la composante dans la direction de convoyage de la force normale qu'exerce la pale active sur l'élément considéré devient trop faible. Pour  $\theta = \theta'_1$  ou encore  $\theta = \theta'_2$ , l'angle de convoyage est nul, les solides ne sont transportés que selon la circonférence du bol sans mouvement dans la direction de convoyage. Entre ces deux valeurs, le convoyage des solides est possible et l'angle de convoyage passe par un maximum  $\kappa_{max}$  pour une valeur de l'angle de vis qui dépend de la configuration ( $f_b, f_v, h, R_b$ ).

Lorsque le coefficient de frottement  $f_v$  augmente (Figure I- 7(a)), l'angle de convoyage  $\kappa_{max}$  diminue de façon importante. L'angle  $\theta$  correspondant à l'optimum de convoyage, noté  $\theta'_{opt}$ , devient plus faible, en restant compris entre  $10$  et  $15^\circ$ . Dans ces conditions, les frottements sur la vis sont de plus en plus élevés, les parois latérales de « freinage » s'opposant de plus en plus fortement au mouvement des solides. Les angles  $\theta'_{opt}$  sont faibles et tendent à augmenter avec  $f_b$ . La valeur de  $\theta'_{opt}$  résulte du compromis entre une largeur de canal importante ( $\theta$  élevé) qui augmente la surface d'entraînement (« motrice ») et une vitesse d'entraînement élevée (terme  $V \cos \theta$ ) d'autant plus grande que  $\theta$  est petit.

De même, lorsque le coefficient de frottement  $f_b$  diminue (Figure I- 7(b)), l'angle de convoyage  $\kappa_{max}$  diminue de façon importante alors que l'angle  $\theta'_{opt}$  augmente.

En ce qui concerne l'influence des paramètres géométriques présentée sur la Figure I- 9, on observe que l'angle de convoyage augmente pour une hauteur de sédiment  $h$  qui diminue ou un rayon de bol  $R_b$  qui augmente. Pour ces deux cas, l'angle de vis optimal  $\theta'_{opt}$  décroît lorsque l'angle de convoyage  $\kappa_{max}$  augmente. Ces deux tendances s'expliquent par les mêmes raisons. En augmentant le rayon du bol, c'est-à-dire en augmentant la largeur  $L$  du canal de la vis, ou en diminuant la hauteur de sédiment, on

augmente en fait la surface « motrice » du bol par rapport à la surface de « freinage » des parois latérales de la vis. Cela provoque une amélioration du convoyage.

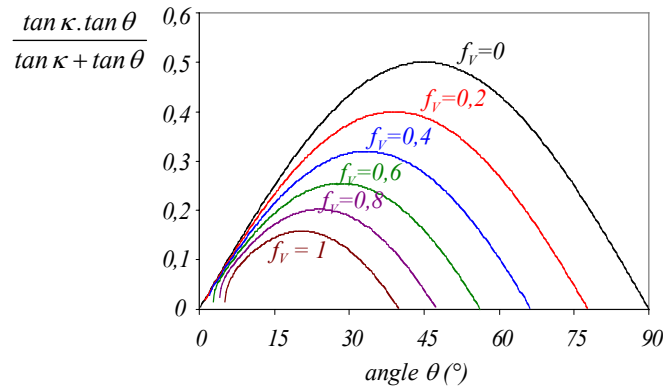


**Figure I- 9 : Influence des paramètres géométriques (a)  $h$  et (b)  $R_b$  sur l'angle de convoyage  $\kappa$  des solides en fonction de l'angle  $\theta$ .**

Le débit de convoyage  $Q_c$  a été déterminé par *Darnell et Mol (1956)*. Le calcul du débit est le même si on considère le convoyage dans une extrudeuse ou dans un DCAH. Il s'écrit en fonction de l'angle de convoyage de la manière suivante :

$$Q_c = R_b \Delta \omega \pi (2R_b - h) h \frac{\tan \kappa \tan \theta}{\tan \kappa + \tan \theta} \quad (\text{I- 12})$$

En considérant que  $2R_b \gg h$ , on retrouve bien la relation (I-4). Les courbes obtenues sur la *Figure I- 10* pour le cas du DCAH présentent la fonction  $q = \frac{\tan \kappa \tan \theta}{\tan \kappa + \tan \theta}$ , proportionnelle au débit  $Q_c$ , en fonction de l'angle de vis. Ces courbes ont un comportement similaire à celui obtenu par *Darnell et Mol (1956)* en extrusion.



**Figure I- 10 : Fonction  $q$  en fonction de l'angle de vis pour différents coefficients de frottement  $f_v$ .**

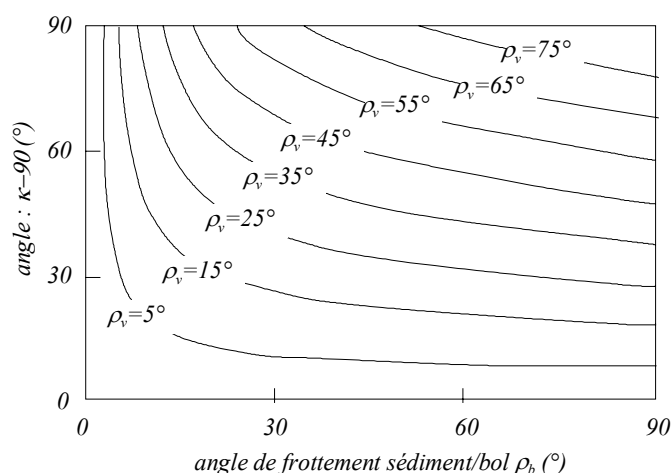
Pour le cas idéal, l'angle de convoyage s'exprime uniquement en fonction de l'angle de vis et la fonction  $q$  vaut  $\sin \theta \cos \theta$ . Un débit maximal est obtenu pour un angle de vis égal à  $45^\circ$  qui correspond au maximum de la fonction  $q$  dans ce cas. On retrouve la forme de courbe obtenue à partir du modèle d'*Agemura et al. (Figure I-7)* avec un angle de vis optimum valant  $45^\circ$ .

Lorsque le coefficient de frottement sur la vis augmente, le débit maximal diminue ainsi que l'angle de vis  $\theta_{opt}$  correspondant.

Il est important de noter que, pour une configuration donnée, les angles de vis  $\theta'_{opt}$  conduisant à un angle de convoyage maximum ne correspondent pas aux angles de vis  $\theta_{opt}$  qui donnent un débit de convoyage maximum. L'angle de convoyage, comme on le montrera plus tard correspond à la direction

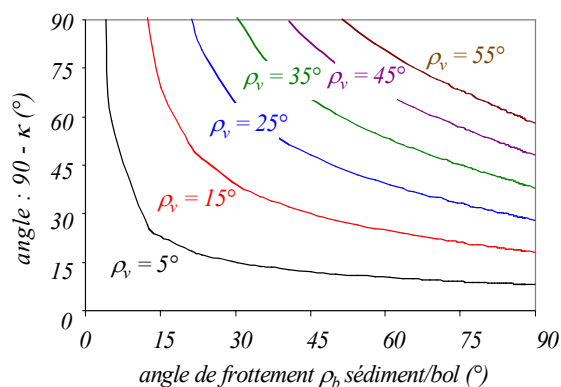
de la trajectoire des solides relativement au bol. Le débit de convoyage dépend naturellement de l'angle de convoyage mais il fait aussi intervenir la section du canal et donc la largeur du canal  $L$  qui dépend de l'angle de vis. C'est pour cette raison qu'une efficacité de convoyage maximale ne correspond pas à un débit maximum.

Pour finir, les résultats obtenus par ce modèle simple ont été comparés à ceux de *Stahl et Reif (1989)*. Dans leur étude (*Figure I- 11*), ils tracent en particulier l'évolution de l'angle complémentaire de l'angle de convoyage ( $90 - \kappa$ ) en fonction de l'angle de frottement sédiment/bol  $\rho_b$  (défini par  $f_b = \tan \rho_b$ ) pour différentes valeurs de l'angle de frottement sédiment/vis  $\rho_v$  (défini par  $f_v = \tan \rho_v$ ).



**Figure I- 11 : Angle  $90 - \kappa$  : courbes obtenues par *Stahl et Reif (1989)*.**

Les mêmes courbes ont été tracées à partir de l'analyse présentée ci-dessus (*Figure I- 12*). La comparaison est excellente, ce qui permet d'éclairer un peu le contenu du travail de ces auteurs.



**Figure I- 12 : Angle  $90 - \kappa$  : courbes en fonction de l'angle de frottement sédiment/bol pour différents angles de frottement sédiment/vis.**

Même si elle est adaptée pour des matériaux granulaires (la plupart des sédiments traités par les DCAH sont en effet sous forme pâteuse), l'approche « solide » fournit des notions importantes. On a en effet défini un angle  $\kappa$  et un débit  $Q_c$  de convoyage qui permettent de caractériser l'efficacité de convoyage. Ces notions seront utilisées également dans l'approche « fluide » pour analyser les résultats obtenus. On a également défini les mécanismes de bases qui régissent le convoyage en considérant uniquement le déplacement d'un bloc solide. L'approche « fluide » introduit, quant à elle, des notions de mouvement interne aux sédiments qui rendent leur déplacement plus complexes.

### I-3) Approche « fluide » dans le cas de l'extrusion

L'approche « fluide » est basée sur le fait que les sédiments se comportent comme un fluide régi par un comportement donné (newtonien ou non newtonien) suivant les types de matériaux étudiés. Les hypothèses suivantes sont systématiquement adoptées :

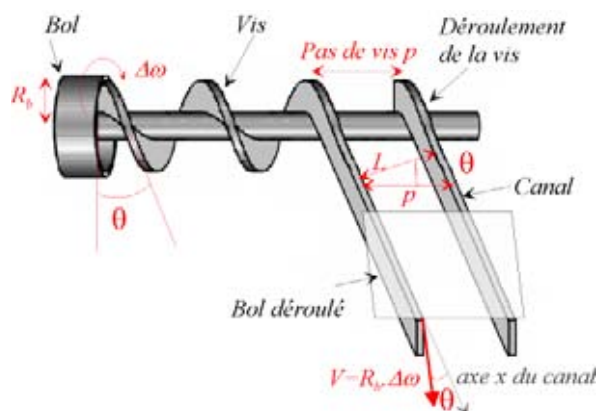
1. l'écoulement est stationnaire,
2. le nombre de Reynolds de l'écoulement est faible, les effets d'inertie sont négligeables.

Le convoyage de sédiments dans les extrudeuses diffère, par certains aspects, du convoyage dans une centrifugeuse. Les forces centrifuge et de Coriolis sont négligées en raison des faibles vitesses de rotation du bol. Il est considéré généralement que les effets gravitaires sont également négligeables. De nombreux auteurs utilisent pour décrire les mécanismes du convoyage la géométrie simplifiée présentée ci-dessous.

#### I-3.1) Géométrie simplifiée pour l'étude du convoyage

Les équations du mouvement sont généralement résolues dans la géométrie « déroulée » (Agemura et al, 1994 ; Lawal et Kalyon, 1994 ; Sastrohartono et al, 1995 ; Böhme et Broszeit, 1996).

La géométrie simplifiée est obtenue en « déroulant » le système vis/bol (Figure I- 13). Si on considère que l'épaisseur de la couche de sédiments est faible devant le rayon du bol, il est possible de négliger les effets de courbure. On pourra alors, par exemple, assimiler la vitesse linéaire de la vis par rapport au bol à une constante (indépendante de la coordonnée radiale). Dérouler le système vis/bol revient à transformer le cylindre qu'est le bol en un plan que l'on prendra horizontal, le filet de vis, d'angle  $\theta$ , déroulé venant former, sur ce plan, les parois latérales d'un canal de section rectangulaire (si les pales de la vis sont droites). L'axe du canal forme l'angle du canal  $\theta$  avec la direction horizontale perpendiculaire à l'axe du système vis/bol initial (Figure I- 13).



**Figure I- 13 : Déroulement du système vis/bol.**

Le fût de la vis, qui joue un rôle dans le cadre de l'extrusion, puisque les sédiments sont à son contact, devient un plan horizontal positionné sur les parois du canal.

La représentation des phénomènes est plus facile si l'on se place dans un référentiel lié à la vis. Dans ce référentiel, la vis est fixe et le bol tourne par rapport à la vis à une vitesse angulaire  $\Delta\omega$  (vitesse différentielle). Dans la géométrie déroulée, la vitesse correspondante est la vitesse  $V$  qui représente la vitesse du fond mobile du canal relativement aux parois latérales fixes du canal.  $V$  est ainsi équivalente à la vitesse linéaire relative du bol par rapport à la vis. Les deux paramètres sont liés par la relation suivante :

$$V = R_b . \Delta\omega \quad \text{(I- 13)}$$

Dans la géométrie déroulée, la largeur du canal  $L$  est reliée au pas  $p$  et à l'angle  $\theta$  par la relation :

$$L = p \cos \theta = 2\pi R_b \sin \theta \quad \text{(I- 14)}$$

On définit alors la paroi active dans la géométrie déroulée qui correspond à la pale active dans le cas réel.

L'angle de convoyage  $\kappa$  a été défini pour l'approche « solide » par *Darnell et Mol (1956)*. On reprend cette notation pour l'approche « fluide ».

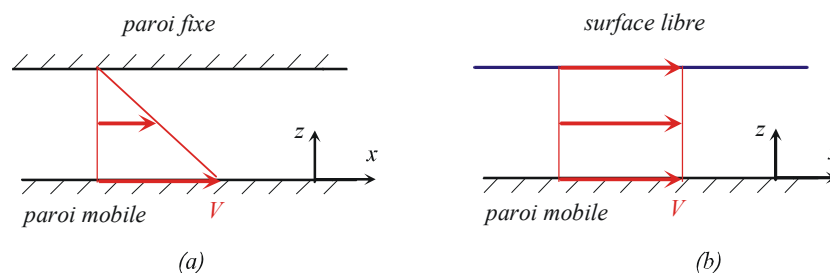
La représentation déroulée de la géométrie est une approximation qui revient à négliger la courbure des pales de la vis lorsqu'on la déroule. En effet, l'angle de vis  $\theta$  varie le long de la hauteur du canal. *Booy (1963)* a étudié l'influence de cette approximation sur les résultats obtenus. Pour cela, il a résolu les équations du mouvement pour un fluide très visqueux dans la configuration initiale et dans la géométrie déroulée. Il trouve que les forces de traînée diffèrent par rapport à celles du canal à section droite de façon importante pour des profondeurs de canal grandes. D'autre part, elles sont plus fortes pour des angles de vis inférieurs à  $18^\circ$  environ et beaucoup plus faibles pour des angles supérieurs à  $18^\circ$ . L'adoption de la géométrie simplifiée conduit donc à ne considérer que des couches de sédiments de faible hauteur.

### I-3.2) Modèle d'écoulement de Couette généralisé

*Agemura et al. (1994)* ont étudié les profils de vitesses axiales  $v_x$  et transverses  $v_y$  suivant la hauteur du canal (axe  $z$ ) pour un fluide newtonien. Dans leur étude, l'action des parois du canal (représentant le filet de la vis dans la géométrie déroulée) est négligée en raison d'un rapport largeur du canal sur hauteur de sédiment  $L/h$  très grand devant 1. Ainsi, l'écoulement dans le canal peut être assimilé à l'écoulement d'un fluide entre deux plans parallèles (écoulement de Couette généralisé), celui du bas étant animé d'une vitesse constante ( $V \cos \theta$  suivant la direction axiale  $x$  du canal et  $V \sin \theta$  suivant la direction transverse  $y$  du canal) et celui du haut étant fixe.

Ils ont comparé les résultats analytiques à des résultats expérimentaux effectués sur une extrudeuse en mesurant les profils de vitesse par Imagerie par Résonance Magnétique qui présente l'avantage d'être une méthode non intrusive. Ils ont ainsi pu montrer que les profils de vitesses trouvés expérimentalement pour un fluide newtonien de forte viscosité sont similaires aux profils calculés.

Ils obtiennent notamment un profil linéaire pour la vitesse axiale  $v_x$  présenté sur la *Figure I-14(a)*. Il est facile d'adapter le modèle au cas d'un canal à surface libre plus proche de ce qui se passe dans un DCAH. En effet, dans le décanteur, la surface des sédiments ne vient pas toucher le fût de la vis. La surface des sédiments est au contact de l'anneau liquide. Compte tenu des observations faites sur l'écoulement dans l'anneau liquide (*Faust et Gösele, 1986*), seule une couche superficielle de l'anneau liquide est très mobile, les efforts tangentiels à la surface des sédiments peuvent alors être considérés comme négligeables. Une condition de surface libre correspond donc mieux à cette configuration. Le rôle de la force centrifuge sur les efforts normaux à la surface des sédiments et la façon dont ils peuvent être pris en compte sont abordés plus loin. L'écoulement calculé par la méthode adaptée d'*Agemura et al. (1994)* avec une surface libre donne un profil uniforme pour la vitesse axiale  $v_x$  (*Figure I-14(b)*), la valeur de la vitesse axiale étant  $V \cos \theta$ .

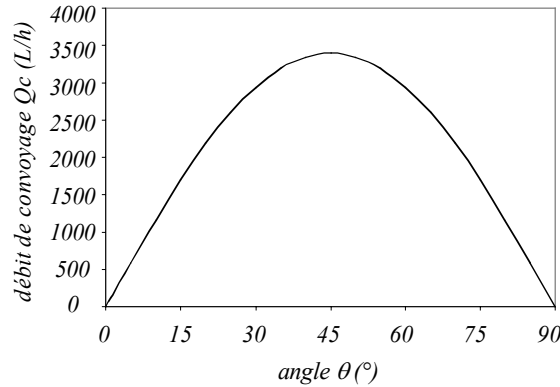


**Figure I- 14 : Profils de vitesses  $v_x$  pour un écoulement de Couette généralisé : (a) cas de l'extrusion (*Agemura et al., 1994*) et (b) adaptation pour un canal à surface libre.**

Le débit de convoyage se déduit alors facilement pour le cas (b) :

$$Q_c = L(\theta)h.V \cos \theta \quad (\text{I-15})$$

La largeur  $L$  dépend de l'angle de vis  $\theta$ . Dans la géométrie du DCAH, les deux grandeurs sont effectivement liées par l'équation (I-14). Cette relation a été conservée lors du passage dans une géométrie déroulée. On a choisi pour illustrer l'influence de l'angle du canal sur le débit de convoyage, les valeurs numériques suivantes :  $V = 0,03 \text{ m/s}$ ,  $h = 0,05 \text{ m}$  et  $R_b = 0,2 \text{ m}$ .



**Figure I- 15 : Débit de convoyage  $Q_c$  : canal à surface libre (adaptation d'Agemura et al., 1994).**

La Figure I- 15 fait apparaître que le débit passe par un maximum pour un angle  $\theta$  égal à  $45^\circ$  quelle que soit la vitesse  $V$  ou la hauteur  $h$ . Cette valeur correspond au maximum de la fonction  $\sin \theta \cos \theta$  qui apparaît dans le calcul du débit. D'un point de vue physique, il est possible d'expliquer simplement la relation entre le débit et l'angle du canal. Lorsque l'angle du canal est faible, la vitesse d'entraînement est orientée selon l'axe du canal, mais la largeur du canal est nulle ce qui entraîne un débit nul. Inversement, lorsque l'angle du canal devient égal à  $90^\circ$ , la largeur du canal est maximale (égale à  $2\pi R_b$ ) mais la vitesse d'entraînement est orientée perpendiculairement à l'axe du canal, n'induisant qu'un mouvement de rotation du fluide sans déplacement le long du canal. Le débit le plus élevé est obtenu pour le meilleur compromis largeur du canal / composante de la vitesse d'entraînement du fond mobile dans l'axe du canal, i.e. pour un angle de canal de  $45^\circ$ .

Des travaux ont également été menés pour le même type d'écoulement de Couette généralisé pour des fluides viscoplastiques de type polymère (Lawal et Kalyon, 1994 ; Lawal et al., 1993 ; Petrov, 1998) ou de type produits alimentaires (Chivurella et al., 1996).

Le dernier auteur utilise la théorie hydrodynamique de la lubrification pour résoudre l'écoulement pour un fluide de Bingham.

Les premiers auteurs ont, eux, choisi des fluides avec des lois de comportement du type Herschel-Bulkley. Un aspect important du transport des sédiments a, de plus, été pris en compte : il s'agit du phénomène de glissement à la paroi qui induit une vitesse du fluide différente de celle de la paroi. Ce glissement, considéré comme dépendant de la contrainte de cisaillement à la paroi, apparaît très couramment lors des procédés d'extrusion et lors d'écoulements de fluides viscoplastiques tels que les suspensions concentrées de polymères, les gels, certains produits alimentaires... Le glissement à la paroi a également été pris en compte dans des simulations menées par Kim et Kwon (1995) mais pour un fluide d'Ostwald.

### I-3.3) Phénomène de glissement à la paroi

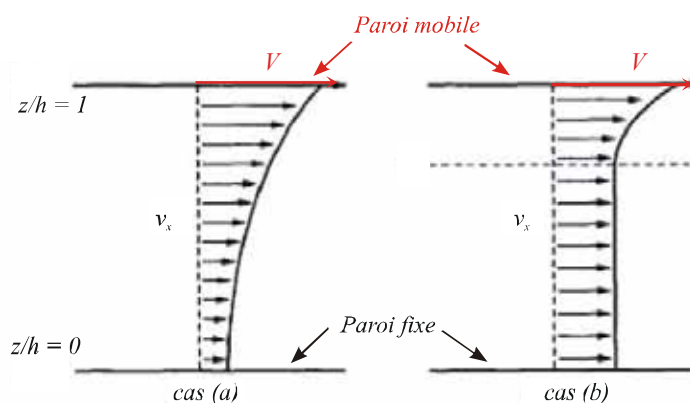
Le phénomène de glissement a été étudié pour plusieurs types de fluide à seuil à l'aide de mesures rhéométriques (Kalyon et al., 1992). On relève ainsi des études sur des élastomères (White et al., 1991) ou des polyéthylènes (Chen et al., 1992). Ces travaux ont permis de montrer que la vitesse de glissement à la paroi est généralement proportionnelle d'un facteur  $\beta_g$  à la contrainte de cisaillement à la paroi (Ji et al., 1990). Le coefficient  $\beta_g$  est, lui, fonction de plusieurs facteurs comme le type de matériau des parois, leur nature chimique et surtout leur rugosité. Il a été montré, par exemple, que l'adhérence est



meilleure pour l'aluminium ou le cuivre. Par contre, un fort glissement est noté pour l'acier (inoxydable ou non), le verre et le PTFE. Enfin, les surfaces rugueuses empêchent le glissement de se développer par rapport aux surfaces lisses (White et al., 1991).

Le glissement d'un fluide viscoplastique a également été étudié d'un point de vue des phénomènes physiques mis en jeu (Brochard-Wyart et De Gennes 1992 ; Léger et Hervet, 1992 ; Léger et al., 1996). Il apparaît que le glissement provient de la composition macromoléculaire du fluide. En effet, pour un fluide newtonien constitué de petites molécules, il est admis et vérifié dans la plupart des situations expérimentales qu'il n'y a pas de glissement. En revanche, un fluide polymère est constitué de longues macromolécules. Dans la phase liquide, elles sont interpénétrées les unes dans les autres, formant de nombreux enchevêtrements qui sont à l'origine du comportement viscoélastique des liquides polymères et de la très grande viscosité des polymères à l'état fluide. Ainsi lorsqu'elles sont en interaction avec une paroi solide, les macromolécules forment le plus souvent des couches fortement ancrées à la surface. La couche supérieure glisse alors sur cette couche de fluide qui lubrifie en quelque sorte la paroi et provoque un glissement.

Ainsi, la résolution des équations du mouvement pour l'écoulement de Couette d'un fluide de Herschel-Bulkley avec un glissement à la paroi est représenté sur la Figure I- 16 par les profils de vitesses  $v_x$  suivant  $z$ . Cela met en évidence deux régimes distincts pour des gradients de pression positifs suivant les propriétés rhéologiques du fluide (Lawal et Kalyon, 1994).



**Figure I- 16 : Représentation schématique des deux profils de vitesses axiales  $v_x$  pour l'écoulement de Couette d'un fluide de Herschel-Bulkley (Lawal et Kalyon, 1994).**

Dans le cas (a), il n'y a pas d'écoulement en bloc : la contrainte de cisaillement est toujours supérieure au seuil du fluide. Dans le cas (b), l'écoulement en bloc est attaché à la surface fixe : la contrainte est inférieure au seuil dans cette zone.

De plus, à partir d'un certain seuil, le débit n'augmente plus mais conserve une valeur constante. Le fluide se comporte alors globalement, à la zone des parois près, comme un solide.

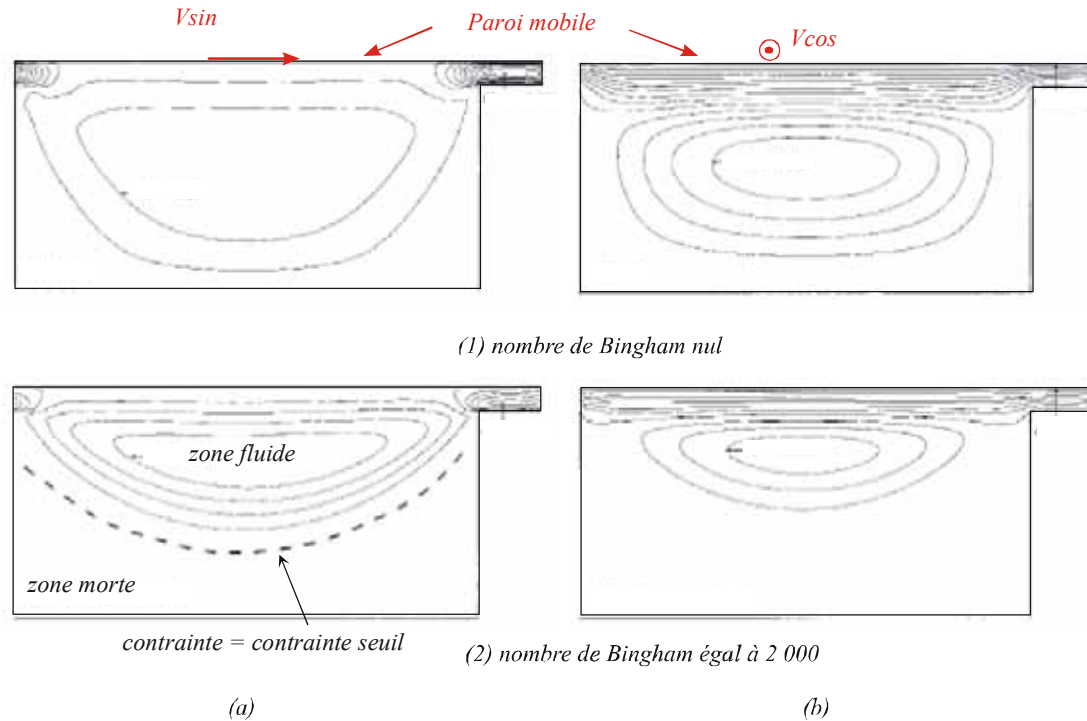
L'influence des coefficients de glissement à la paroi mobile et à la paroi fixe montre que le meilleur débit est obtenu pour une condition de non glissement à la paroi mobile mais avec un glissement à la paroi fixe. Ensuite, plus le glissement à la paroi mobile est important devant le glissement à la paroi fixe, plus le débit diminue.

On peut finalement noter que les conclusions de Darnell et Mol (1956) rejoignent celles présentées lors de l'approche fluide, lorsque le glissement à la paroi est pris en compte.

#### I-3.4) Ecoulement d'un fluide viscoplastique dans une extrudeuse

On note également que des travaux numériques, effectués par Böhme et Broszeit (1996), traitent de l'écoulement d'un fluide de Bingham dans une extrudeuse de configuration donnée. Cette fois-ci, les effets de bords ne sont pas négligés et l'écoulement dans la section droite du canal est aussi résolu. Par contre, une condition d'adhérence du fluide aux parois est adoptée. Ces auteurs ont ainsi mis en évidence

des zones inactives où le fluide se comporte comme un solide et possède une vitesse nulle en raison de la condition d'adhérence à la paroi fixe du canal. Ces zones « mortes » ne participent pas au convoyage des sédiments et il est conseillé dans ce cas de réduire la hauteur du canal. On présente les écoulements qu'ils obtiennent pour différents seuils sur la *Figure I- 17*.



**Figure I- 17 : Représentation (a) des champs de vitesses axiales et (b) du profil d'écoulement dans une section droite pour deux nombres de Bingham différents (Böhme et Broszeit, 1996).**

D'autres auteurs (Karolis et Stahl, 1986 ; Stadager et al., 1992) ont modélisé le convoyage de sédiments pâteux obéissant à une loi de comportement de type Bingham dans un DCAH. Le modèle physique, très peu décrit, bien qu'apparemment simple, conduit à des équations résolues analytiquement. L'expression du débit de convoyage est alors déterminée sans que cependant, aucune conclusion claire n'ait été soulignée.

L'approche « fluide » est basée sur le fait que les sédiments se comportent comme un fluide newtonien ou non newtonien suivant les types de matériaux étudiés. On va chercher maintenant à caractériser les sédiments pâteux.

#### I-4) Caractérisation des sédiments pâteux

La première hypothèse fondamentale qu'il convient de poser ici est de considérer un sédiment pâteux, système complexe formé d'agrégats noyés dans un liquide plus ou moins lié à la surface des particules solides, comme un milieu continu (fluide), homogène et isotrope. Ces systèmes (bétons, peintures...) ont généralement un comportement non linéaire et donc non newtonien. Dans un premier temps, on rappelle quelques éléments de cinématique des fluides afin d'explicitier les équations du mouvement dans le cas de fluides complexes et en particulier pour certains fluides viscoplastiques. La mise sous forme adimensionnelle de ces équations permettra de faire apparaître différents nombres sans dimension qui joueront un rôle important pour le convoyage.

##### I-4.1) Eléments de cinématique des fluides, conservation de la masse et lois rhéologiques pour les fluides visqueux

Considérons une particule de fluide située en  $M(x_1, x_2, x_3)$ . Elle est caractérisée par son vecteur position  $\overrightarrow{OM}$ , O étant le centre du repère.

Le tenseur symétrique des taux de déformation  $\overline{\overline{D}} = \frac{1}{2}(\overline{\overline{L}} + {}^t\overline{\overline{L}})$  obtenu par décomposition du tenseur gradient de vitesse  $\overline{\overline{L}}$  donne la variation  $d\vec{v} = \overline{\overline{L}}d\overline{OM}$  de la vitesse associée au déplacement  $d\overline{OM}$ .

Les différentes causes du mouvement relatif de deux particules peuvent être étudiées en décomposant le tenseur  $\overline{\overline{L}}$  en la somme du tenseur symétrique des taux de déformation  $\overline{\overline{D}}$  et du tenseur antisymétrique  $\overline{\overline{\omega}}$ , en observant que :

$$\overline{\overline{L}} = \left[ \frac{1}{2}(\overline{\overline{L}} + {}^t\overline{\overline{L}}) \right] + \left[ \frac{1}{2}(\overline{\overline{L}} - {}^t\overline{\overline{L}}) \right] = \overline{\overline{D}} + \overline{\overline{\omega}} \quad \text{(I- 16)}$$

Les composantes  $d_{ij}$  du tenseur  $\overline{\overline{D}}$  sont les taux de déformation ( $s^{-1}$ ). Les  $d_{ii}$  correspondent à la vitesse d'élongation tandis que les  $d_{ij}$  ( $i \neq j$ ) correspondent aux vitesses de déformation angulaire locale (Guyon et al., 1991). Pour un tenseur d'ordre 2, les différents invariants associés à ce tenseur sont définis par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} D_I &= tr[\overline{\overline{D}}] \\ D_{II} &= \frac{1}{2}tr\left[\left(tr\overline{\overline{D}}\right)^2 - tr\left(\overline{\overline{D}}^2\right)\right] \\ D_{III} &= \frac{1}{3}tr\left[\overline{\overline{D}}^3\right] \end{aligned} \quad \text{(I- 17)}$$

Le taux de cisaillement généralisé  $\dot{\gamma}$  est une grandeur scalaire qui représente l'intensité du tenseur  $\overline{\overline{D}}$  et est défini à partir de  $D_{II}$ . Il a pour expression :

$$\dot{\gamma} = 2\sqrt{-D_{II}} = \sqrt{2tr\left[\overline{\overline{D}}^2\right]} \quad \text{(I- 18)}$$

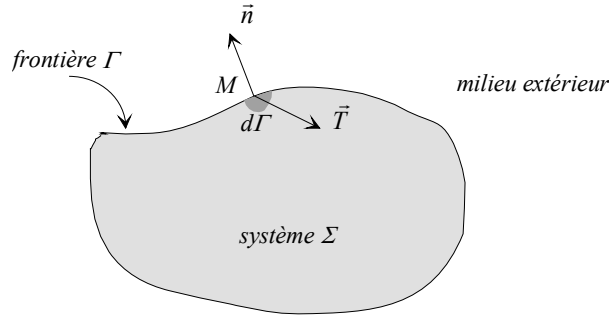
Le tenseur antisymétrique  $\overline{\overline{\omega}}$  ( $\omega_{ij} = -\omega_{ji}, \omega_{ii} = 0$ ) est appelé tenseur des taux de rotation et ses composantes  $\omega_{ij}$  ( $s^{-1}$ ) sont les taux de rotation. Cela nous permet de définir le vecteur vorticité  $\vec{\omega}$  de l'écoulement de la manière suivante :

$$\vec{\omega} = rot(\vec{v}) \quad \text{(I- 19)}$$

Un point de vortex de l'écoulement est défini comme étant un point  $W$  (de coordonnées  $x_w, y_w, z_w$ ) pour lequel  $\vec{\omega} = \vec{0}$ .

Ces notions sont utiles pour définir les lois de comportement des fluides. Mais lorsqu'on veut traiter un problème de mécanique des fluides, il faut également appliquer les principes fondamentaux de la mécanique. On considère alors un ensemble de particules fluides qui se trouvent, à un instant donné, à l'intérieur d'un système  $\Sigma$  (délimité par une frontière fermée  $\Gamma$ ). On évalue les forces exercées sur la frontière  $\Gamma$  du domaine  $\Sigma$ .

Soit  $d\Gamma$  un élément de surface entourant un point  $M$  de  $\Gamma$ . La force de contact exercée sur  $d\Gamma$  par le milieu extérieur est notée  $\vec{T}d\Gamma$ . Le vecteur  $\vec{T}$ , densité surfacique de forces, est la tension en  $M$  (Figure I- 18).



**Figure I- 18 : Force de contact  $\vec{T}$  exercée sur la surface du milieu matériel.**

Ces forces, chacune ramenée à un élément infinitésimal de surface infiniment petit  $d\Gamma$ , induisent des tensions  $\vec{T}$  sur la frontière. Elles sont modélisées localement à l'aide du tenseur symétrique des contraintes  $\overline{\sigma}$  défini par la relation :

$$\vec{T} = \overline{\sigma} \cdot \vec{n} \quad (\text{I- 20})$$

où  $\vec{n}$  est la normale extérieure au système  $\Sigma$ .

Les composantes  $\sigma_{ij}$  du tenseur des contraintes sont les contraintes exercées sur l'élément de surface  $d\Gamma$  centré au point  $M$ , et s'expriment en pascal.

Les  $\sigma_{ii}$  sont les contraintes normales. Elles représentent un effort de traction ( $\sigma_{ii} > 0$  par convention) ou un effort de compression ( $\sigma_{ii} < 0$ ) qui s'exerce sur l'élément de surface  $d\Gamma$ .

Les  $\sigma_{ij}$  ( $i \neq j$ ) sont les contraintes tangentielles ou de cisaillement. Elles agissent dans le plan de  $d\Gamma$  et tendent à faire glisser, l'un par rapport à l'autre, les deux éléments de volume de part et d'autre de  $d\Gamma$ .

On pose habituellement :

$$\vec{T} = -p\vec{n} + \vec{\tau} \quad (\text{I- 21})$$

ou, sous forme tensorielle :

$$\overline{\sigma} = -p\overline{I} + \overline{\tau} \quad (\text{I- 22})$$

Le tenseur  $\overline{\tau}$ , défini par cette dernière relation, est le tenseur des contraintes visqueuses. Il permet de dissocier, dans le tenseur des contraintes  $\overline{\sigma}$ , la contribution de la pression  $p$  de celle des frottements visqueux. Le vecteur  $\vec{\tau}$  est le vecteur de la contrainte visqueuse au point  $M$ .

Appelons  $V_\Sigma$  le volume du domaine  $\Sigma$ . Pendant un petit intervalle de temps  $dt$ , le volume  $V_\Sigma$  varie de  $dV_\Sigma$  :

$$dV_\Sigma = \int_\Gamma (\vec{v} dt) \cdot \vec{n} d\Gamma \quad (\text{I- 23})$$

Le théorème de Green-Ostrogradsky donne alors :

$$dV_\Sigma = dt \int_\Sigma \overline{\nabla} \cdot \vec{v} d\Sigma \quad (\text{I- 24})$$

Le terme  $d\Sigma$  désigne un élément de volume du système  $\Sigma$ . On en déduit donc :

$$\frac{dV_{\Sigma}}{dt} = \int_{\Sigma} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} d\Sigma \quad (\text{I- 25})$$

La variation du volume du système est donc caractérisée par la grandeur  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ , appelée également taux de dilatation volumique.

$D_I$  correspond à ce taux de dilatation volumique. Pour un milieu « incompressible » (hypothèse retenue par la suite),  $D_I = 0$ .

On suppose de plus que le milieu reste isotherme. On peut maintenant introduire la loi de comportement du fluide liant le tenseur des contraintes visqueuses à celui des taux de déformation (Piau, 1979) :

$$\overline{\overline{\tau}} = K_1(D_{II}, D_{III})\overline{\overline{D}} + K_2(D_{II}, D_{III})\overline{\overline{D}}^2 \quad (\text{I- 26})$$

$K_1$  et  $K_2$  sont des coefficients scalaires fonctions des invariants de  $\overline{\overline{D}}$ . On pose  $K_1 = 2\mu$  (Piau, 1979).

$\mu(D_{II}, D_{III})$  est la viscosité du fluide et dépend des invariants du tenseur des taux de déformations  $\overline{\overline{D}}$ .

Si on suppose que  $\mu$  et  $K_2$  sont uniquement fonction de  $D_{II}$  (Piau, 1979), il vient que  $K_2 = 0$  et  $\mu(D_{II}) \geq 0$ .

Finalement, on obtient de manière générale pour un fluide incompressible :

$$\overline{\overline{\tau}} = 2\mu(D_{II})\overline{\overline{D}} \quad (\text{I- 27})$$

Le coefficient  $\mu(D_{II})$  est la viscosité apparente du fluide.

Pour les fluides newtoniens incompressibles, la loi de comportement est linéaire et s'écrit de la manière suivante :

$$\overline{\overline{\tau}} = 2\mu_0\overline{\overline{D}} \quad (\text{I- 28})$$

Le terme  $\mu_0$  désigne la viscosité dynamique du fluide et s'exprime en *Pa.s*. La viscosité dynamique ne dépend que de la température.

Pour illustrer les différentes lois de comportement visqueuses possibles, on se place dans le cas d'un cisaillement simple donné par :

$$\overline{\overline{\tau}} = \begin{pmatrix} 0 & \tau_{12} & 0 \\ \tau_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I- 29})$$

Dans ce cas, on note que :

$$\dot{\gamma} = 2d_{12} \quad (\text{I- 30})$$

Pour un fluide newtonien, on a donc :

$$\begin{cases} d_{ij} = 0 & \text{pour } i, j \neq 1, 2 \\ \tau_{12} = 2\mu_0 d_{12} = \mu_0 \dot{\gamma} \end{cases} \quad (\text{I- 31})$$

Pour un fluide incompressible dont le comportement est régi par une loi en puissance ou loi d'Ostwald, la viscosité est fonction de  $D_{II}$  et s'écrit alors pour un écoulement en cisaillement simple :

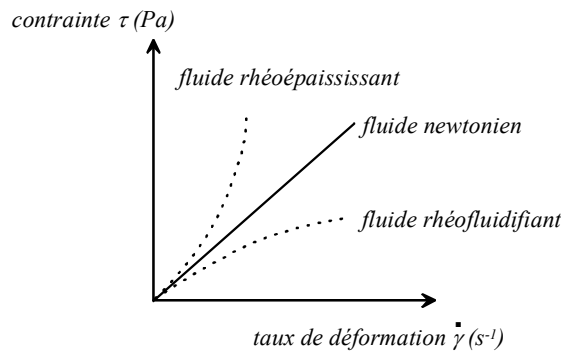
$$\mu(\dot{\gamma}) = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (\text{I- 32})$$

$K$  désigne la consistance du matériau et  $n$  représente l'indice d'écoulement.

Pour un fluide d'Ostwald, on a donc :

$$\begin{cases} d_{ij} = 0 & \text{pour } ij \neq 12 \\ \tau_{12} = 2K \dot{\gamma}^{n-1} & d_{12} = K \dot{\gamma}^n \end{cases} \quad (\text{I- 33})$$

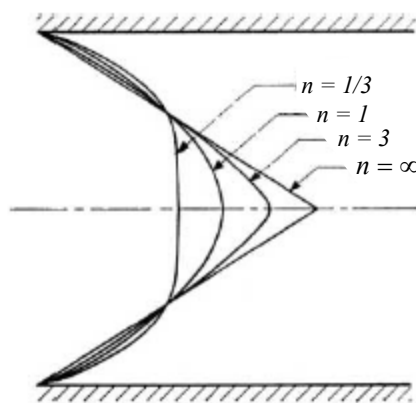
La Figure I- 19 présente l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction du taux de déformation pour les fluides newtoniens et d'Ostwald :



**Figure I- 19 : Comportements dans le cas d'un cisaillement simple d'un fluide newtonien et de fluides de type Ostwald.**

Lorsque  $n = 1$ , on retrouve la loi newtonienne et  $K = \mu_0$ . Lorsque  $n < 1$ , la viscosité diminue avec l'augmentation du gradient de cisaillement et on parle de fluide rhéofluidifiant. Lorsque  $n > 1$ , la viscosité augmente avec l'augmentation du gradient de cisaillement et on parle alors de fluide rhéoépaississant.

Ainsi, l'écoulement stationnaire laminaire établi dans un tube cylindrique à base circulaire (écoulement de Poiseuille) peut être calculé pour des fluides de type Ostwald (Piau, 1979). On remarque notamment sur la Figure I- 20 l'influence de  $n$  sur l'écoulement :



**Figure I- 20 : Forme du profils de vitesse dans un tube en régime laminaire établi pour un fluide de Ostwald pour différents indices d'écoulement.**

Ainsi pour des fluides rhéofluidifiants, le profil s'aplatit au centre, là où se situent les plus faibles gradients de cisaillement, autrement dit, là où la viscosité apparente est la plus importante. Par contre, pour un fluide rhéoépaississant, plus les gradients de cisaillement diminuent lorsqu'on se rapproche du

centre du tube, plus la viscosité apparente diminue et mieux le fluide s'écoule, d'où un profil de vitesse en pointe.

Cette approche pour les fluides visqueux a donc permis de présenter des comportements typiques que l'on va comparer à ceux des fluides viscoplastiques.

#### I-4.2) Fluides viscoplastiques

On cherche maintenant à modéliser le comportement des sédiments pâteux à partir de l'étude effectuée pour les fluides visqueux. On ne s'intéresse pour cela qu'aux sédiments se comportant comme des fluides viscoplastiques.

A titre d'exemple, en ce qui concerne les boues pâteuses, *Baudez (2001)* a montré que les modèles d'Ostwald (pour les forts gradients de cisaillement) et de Hershel-Bulkley (pour les faibles gradients de cisaillement) peuvent représenter le comportement rhéologique d'une boue.

Les fluides non newtoniens que l'on considère ici ne sont ni compressibles ni dilatables.

Pour ce type de fluide viscoplastique,  $\mu$  dépend toujours uniquement du deuxième invariant du tenseur des taux de déformations  $\overline{\overline{D}}$ . On a donc :

$$\overline{\overline{\tau}} = 2\mu(\overline{\overline{D}})\overline{\overline{D}} \quad (\text{I- 34})$$

Une introduction aux fluides rigides viscoplastiques a été effectuée par *Piau (1979)*. Un milieu est dit plastique lorsque son comportement diffère selon que l'état des contraintes est en deçà ou atteint un certain seuil. Ici, on supposera le seuil invariable, de sorte qu'il sera possible de le franchir. En deçà du seuil, on considère le milieu comme rigide. Au-delà du seuil, le milieu s'écoule suivant une loi à préciser. Le milieu est à ce moment visqueux.

Le seuil a été défini par le critère de Von Mises. Tout d'abord, on suppose que le seuil est atteint lorsqu'une fonction  $F$  à valeurs scalaires du seuil déviateur des contraintes  $\overline{\overline{\tau}}$  s'annule. En effet, on considère qu'ajouter ou retrancher une pression hydrostatique ne doit pas changer le comportement du matériau. Cette fonction  $F$  aura donc pour arguments les invariants  $\tau_{II}$  et  $\tau_{III}$  non nuls de  $\overline{\overline{\tau}}$ . Elle s'annule sur le seuil, et est négative en deçà du seuil.

Dans le critère de Von Mises, on ne retient que le seul argument  $\tau_{II} = -\frac{1}{2}tr\left(\overline{\overline{\tau}}^2\right)$  pour écrire ( $\sqrt{-\tau_{II}}$  est une norme de  $\overline{\overline{\tau}}$  dans  $\mathcal{R}^6$ ) :

$$F = \sqrt{-\tau_{II}} - S \leq 0 \quad (\text{I- 35})$$

avec  $S$  valeur maximale de cisaillement simple ou seuil ( $Pa$ ).

Lorsque le seuil est franchi, si la loi visqueuse qui détermine l'écoulement est une simple loi de proportionnalité newtonienne entre le tenseur des taux de déformation et l'excès de contrainte, on aboutit à la loi de comportement pour les fluides dits de Bingham :

$$\begin{cases} 2\mu_0\overline{\overline{D}} = 0 & \text{si } F = 1 - \frac{S}{\sqrt{-\tau_{II}}} \leq 0 \\ 2\mu_0\overline{\overline{D}} = F\overline{\overline{\tau}} & \text{si } F > 0 \end{cases} \quad (\text{I- 36})$$

Il est possible de formuler les lois précédentes en exprimant  $\overline{\overline{\tau}}$  en fonction de  $\overline{\overline{D}}$ . On trouve ainsi les lois de comportement suivantes pour un fluide de Bingham (*Piau, 1979*) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\tau} = \left( 2\mu_0 + \frac{S}{\sqrt{-D_{II}}} \right) \overline{D} = 0 \quad \text{lorsque } \overline{D} \neq 0 \\ \sqrt{-\tau_{II}} \leq S \quad \text{lorsque } \overline{D} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{I- 37})$$

Dans le cas d'un fluide de Herschel-Bulkley maintenant, l'équation (I-18) est toujours valable mais on doit remplacer la viscosité  $\mu_0$  par la viscosité apparente  $\mu(\dot{\gamma}) = K \dot{\gamma}^{n-1} = K(2\sqrt{-D_{II}})^{n-1}$ . Après calculs, on trouve la loi de comportement pour un fluide de Herschel-Bulkley :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\tau} = \left( 2K(-4D_{II})^{\frac{n-1}{2}} + \frac{S}{\sqrt{-D_{II}}} \right) \overline{D} = 0 \quad \text{lorsque } \overline{D} \neq 0 \\ \sqrt{-\tau_{II}} \leq S \quad \text{lorsque } \overline{D} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{I- 38})$$

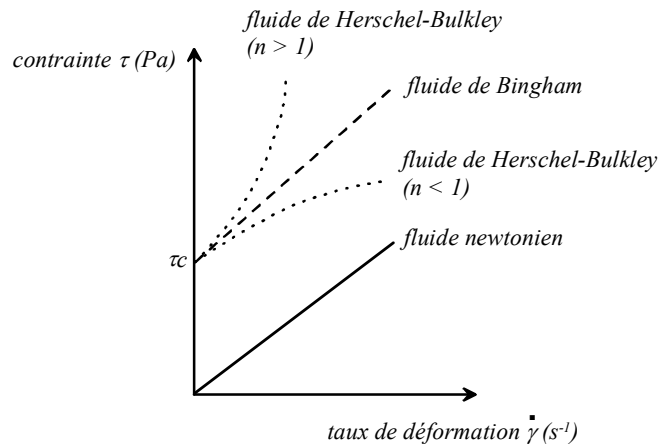
Pour illustrer les différentes lois de comportement, on se place à nouveau dans le cas d'un cisaillement simple. Dans ce cas, la valeur maximale de cisaillement simple  $S$  est égale à la contrainte seuil  $\tau_c$ . Pour un fluide de Bingham, on trouve donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{ij} = 0 \quad \text{si } 1 - \frac{\tau_c}{|\tau_{12}|} \leq 0 \\ \tau_{12} = \mu_0 \dot{\gamma} + \tau_c ; \tau_{13} = \tau_{23} = \tau_{11} = \tau_{22} = \tau_{33} = 0, \quad \text{si } 1 - \frac{\tau_c}{|\tau_{12}|} > 0 \end{array} \right. \quad (\text{I- 39})$$

Enfin pour un fluide de Herschel-Bulkley, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{ij} = 0 \quad \text{si } 1 - \frac{\tau_c}{|\tau_{12}|} \leq 0 \\ \tau_{12} = K \dot{\gamma}^n + \tau_c ; \tau_{13} = \tau_{23} = \tau_{11} = \tau_{22} = \tau_{33} = 0, \quad \text{si } 1 - \frac{\tau_c}{|\tau_{12}|} > 0 \end{array} \right. \quad (\text{I- 40})$$

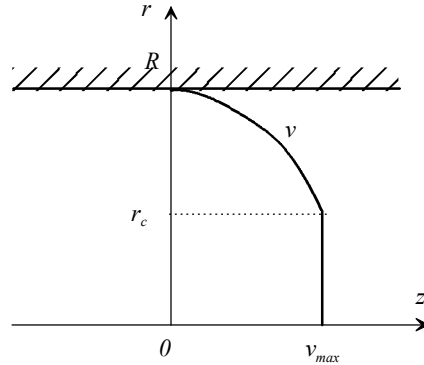
La Figure I- 21 montre l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de déformation pour un cisaillement simple de différents fluides viscoplastiques en comparaison avec le comportement d'un fluide newtonien :



**Figure I- 21 : Cisaillement simple d'un fluide newtonien, d'un fluide de Bingham et de fluides de Herschel-Bulkley.**



De même que pour les fluides d'Ostwald, l'écoulement stationnaire laminaire établi dans un tube cylindrique à base circulaire (écoulement de Poiseuille) peut être déterminé pour des fluides de Bingham (Piau, 1979). Le profil de vitesse est présenté sur la Figure I- 22 :



**Figure I- 22 : Profil de vitesse dans un tube en régime laminaire établi pour un fluide de Bingham.**

On a donc deux zones distinctes dans l'écoulement selon que la contrainte de cisaillement est supérieure ou inférieure au seuil. On pose alors  $r_c$  comme étant le rayon critique d'écoulement qui dépend de la valeur du seuil. Ainsi, pour  $r > r_c$ , les gradients de cisaillement sont suffisamment élevés pour que le fluide s'écoule selon la loi newtonienne. Pour  $r = r_c$ , on atteint la vitesse maximale d'écoulement  $v_{max}$ . Par contre, lorsque  $r < r_c$ , il n'y a pas de déformation et par conséquent, le fluide se déplace en bloc à la vitesse  $v_{max}$ .

Différentes lois de comportement ont donc été présentées. Dans la suite, on s'intéressera au cas de sédiments pâteux qui obéissent à une loi de comportement du type Herschel-Bulkley. A partir de la loi visqueuse déterminée précédemment, il est possible de déterminer les équations du mouvement pour ce type de fluide. On rappelle la forme de ces équations en faisant apparaître le tenseur des contraintes visqueuses  $\bar{\tau}$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{équation de continuité} \\ \rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = -\vec{\nabla} p + \vec{f} + \vec{\nabla} \cdot \bar{\tau} \end{array} \right. \quad (\text{I- 41})$$

$\rho$  est la masse volumique du fluide considéré. Le terme  $f$  représente les forces de volume, à savoir la pesanteur, et les forces d'inertie induites par les accélérations centripète et de Coriolis. On suppose également que  $f$  a une direction constante au cours de l'écoulement. Le terme  $\vec{\nabla} \cdot \bar{\tau}$  est la divergence du tenseur des contraintes visqueuses. En coordonnées cartésiennes, chaque composante de ce vecteur peut s'exprimer en fonction du tenseur des taux de déformation et de son deuxième invariant :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{S}{\sqrt{-D_{II}}} + 2K(-4D_{II})^{\frac{n-1}{2}} \right) d_{ij} \right] \quad (\text{I- 42})$$

Les autres termes restent inchangés. On écrit maintenant les équations du mouvement sous forme adimensionnelle afin de faire apparaître les nombres sans dimensions qui déterminent l'écoulement du fluide.

On pose pour cela :

$$x_i^* = \frac{x_i}{h}, \quad v_i^* = \frac{v_i}{V}, \quad t^* = \frac{V}{L} t \quad (\text{I- 43})$$

où  $L$  est une longueur et  $V$  une vitesse caractéristiques de l'écoulement. On met dans un premier temps sous forme adimensionnelle l'équation (I-42) :

$$\left(\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}\right)^* = \frac{S}{L} \frac{\partial}{\partial x_j^*} \left[ \frac{d_{ij}^*}{\sqrt{-D_{II}^*}} \right] + \frac{2K}{L} \left(\frac{V}{L}\right)^n \frac{\partial}{\partial x_j^*} \left( (-4D_{II}^*)^{\frac{n-1}{2}} d_{ij}^* \right) \quad (\text{I-44})$$

Après calculs, on obtient les équations du mouvement en coordonnées cartésiennes pour un fluide de Herschel-Bulkley. On présente la composante des équations du mouvement où les effets volumiques sont présents et représentés par le nombre de Froude  $Fr$  (les deux autres composantes sont identiques mais le nombre de Froude n'apparaît pas) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_i^*}{\partial t^*} + v_1^* \frac{\partial v_i^*}{\partial x_1^*} + v_2^* \frac{\partial v_i^*}{\partial x_2^*} + v_3^* \frac{\partial v_i^*}{\partial x_3^*} = \\ - \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} \pm \frac{1}{Fr} + \frac{Od}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1^*} \left( \frac{d_{i1}^*}{\sqrt{-D_{II}^*}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2^*} \left( \frac{d_{i2}^*}{\sqrt{-D_{II}^*}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3^*} \left( \frac{d_{i3}^*}{\sqrt{-D_{II}^*}} \right) \right] \\ + \frac{2}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1^*} \left( (-4D_{II}^*)^{\frac{n-1}{2}} d_{i1}^* \right) + \frac{\partial}{\partial x_2^*} \left( (-4D_{II}^*)^{\frac{n-1}{2}} d_{i2}^* \right) + \frac{\partial}{\partial x_3^*} \left( (-4D_{II}^*)^{\frac{n-1}{2}} d_{i3}^* \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{I-45})$$

Le signe devant l'inverse du nombre de Froude ne peut être déterminé car il dépend de la direction des forces volumiques  $f$ .

On fait ainsi apparaître trois nombres adimensionnels qui sont :

$$Re = \frac{\rho V^2}{K \left(\frac{V}{L}\right)^n}, \quad Fr = \frac{L \cdot f}{\rho V^2} \quad \text{et} \quad Od = \frac{S}{K \left(\frac{V}{L}\right)^n} \quad (\text{I-46})$$

Le nombre de Reynolds  $Re$  représente les effets d'inertie sur les effets visqueux, à ceci près que les effets visqueux ne sont déterminés non plus par la viscosité  $\mu_0$ , mais par un terme faisant intervenir la consistance  $K$  et l'indice d'écoulement  $n$  du matériau.

Le nombre de Froude  $Fr$  représente, quant à lui, les effets des forces volumiques sur les effets d'inertie. On note que lorsque la seule force volumique est la force de pesanteur  $f = \rho g$ , on retrouve le nombre de Froude classiquement rencontré dans les écoulements de fluides pesants.

Enfin, un troisième nombre adimensionnel apparaît. Il s'agit du nombre d'Oldroyd,  $Od$ , qui représente le rapport des effets dus au seuil  $S$  sur les effets visqueux. Le rapport du nombre d'Oldroyd sur le nombre de Reynolds quantifie de ce fait les effets de seuil sur les effets d'inertie. La mise sous forme adimensionnelle des équations du mouvement permet de dégager les groupements sans dimensions qui vont déterminer l'écoulement. On montrera par la suite que l'on peut retrouver ces résultats à partir de l'analyse dimensionnelle.

*Remarques : Lorsque  $S = 0$ ,  $n = 1$  et  $K = \mu_0$ , on retrouve le nombre de Reynolds newtonien  $Re_n = \rho V L / \mu_0$  et on retrouve les équations classiques du mouvement pour un fluide newtonien.*

*Lorsque  $n = 1$ , le nombre d'Oldroyd est égal au nombre de Bingham :*

$$Bi = S / K \left(\frac{V}{L}\right) \quad (\text{I-47})$$

On va maintenant s'intéresser à la modélisation du transport de sédiments par une vis pour le cas d'un DCAH. Elle s'appuiera sur l'approche « fluide » que l'on adapte pour le cas du DCAH. Les sédiments auront dans le chapitre suivant un comportement newtonien.

### **I-5) Conclusions de l'étude bibliographique**

Ce chapitre nous a permis de mettre en évidence les deux grands types d'approches possibles pour étudier le convoyage de sédiments dans un DCAH. La première, dite approche « solide », est adaptée pour des matériaux granulaires et permet d'introduire les mécanismes importants du convoyage des sédiments pâteux. Elle a été beaucoup étudiée, notamment dans le cas de l'extrusion. On a pu l'adapter au cas du DCAH et comparer nos résultats à ceux de la littérature, bien que ceux-ci ne permettent pas une étude approfondie. On a ainsi défini un angle  $\kappa$  et un débit  $Q_c$  de convoyage qui permettent de caractériser l'efficacité de convoyage.

Ces notions seront utilisées également dans l'approche « fluide » pour analyser les résultats obtenus. En effet, la plupart des sédiments traités par les DCAH sont en effet sous forme pâteuse. L'approche « fluide » introduit, quant à elle, des notions de mouvement interne aux sédiments qui rendent leur déplacement plus complexes. La littérature a surtout étudié le convoyage par vis dans le cas de l'extrusion et pour des écoulements dans une géométrie simplifiée avec des fluides newtoniens ou viscoplastiques.

Pour notre étude, la loi retenue pour modéliser le comportement viscoplastique des sédiments est la loi de Herschel-Bulkley, où les équations du mouvement adimensionnelles ont été écrites.

Dans le travail qui va suivre, on va utiliser la géométrie simplifiée pour l'appliquer au cas du DCAH et traiter le problème, dans un premier temps pour un fluide newtonien, puis pour un fluide viscoplastique.



## **Chapitre II) Modélisation du convoyage de sédiments pâteux par vis**

### **II-1) Description du convoyage par vis**

**II-1.1) Modèle de convoyage de sédiments dans un DCAH**

**II-1.2) Présentation du modèle de convoyage simplifié**

### **II-2) Modèle de convoyage**

**II-2.1) Analyse dimensionnelle du problème**

**II-2.2) Equations du mouvement pour la géométrie simplifiée**

**II-2.3) Conditions aux limites**

### **II-3) Convoyage d'un fluide newtonien**

**II-3.1) Ecoulement axial**

**II-3.2) Ecoulement transverse**

**II-3.3) Comparaison des écoulements 2D indépendants avec l'écoulement 3D**

### **II-4) Analyse du convoyage d'un fluide newtonien**

**II-4.1) Analyse du champ des vitesses**

**II-4.2) Influence des paramètres géométriques du canal et de la vitesse d'entraînement**

**II-4.3) Influence des paramètres géométriques pour des grandeurs caractéristiques de machines réelles**

### **II-5) Conclusions sur le convoyage d'un fluide newtonien**

**II-5.1) Conclusions sur le convoyage**

**II-5.2) Phénomènes non modélisés intervenant dans le convoyage**

## Chapitre II) Modélisation du convoyage de sédiments pâteux par vis

Dans le chapitre précédent, les aspects fondamentaux des approches « fluide » et « solide » utilisées dans la littérature pour décrire le convoyage par vis ont été présentés. Dans ce chapitre, on considère le cas où le comportement des sédiments peut être assimilé à celui d'un fluide visqueux. L'approche « fluide » développée pour l'extrusion est adaptée au cas du décanteur centrifuge. On limite l'étude au convoyage dans la partie cylindrique du bol. On présente tout d'abord les hypothèses qui donnent les limites du modèle. Les équations du modèle sont alors résolues dans le cas où les sédiments ont un comportement newtonien. Enfin, certains aspects non pris en compte sont discutés afin de mettre en évidence le rôle qu'ils peuvent jouer dans le convoyage.

### II-1) Description du convoyage par vis

Les modèles présentés dans le chapitre précédent, décrivant le convoyage dans une extrudeuse offrent de nombreuses similitudes avec la description que l'on peut faire du convoyage dans un DCAH. La différence principale vient de la force centrifuge qui, dans un DCAH, permet de maintenir les sédiments plaqués sur la paroi du bol. Ainsi, la couche de sédiment n'est pas confinée entre le fût de la vis et la paroi du bol. En revanche, à la surface des sédiments, on trouve l'anneau liquide dans lequel s'opère la clarification. Dans cette configuration et à l'inverse du cas de l'extrusion, il n'est pas possible que de forts gradients de pression s'établissent selon l'axe de la machine. Le rôle de la force centrifuge sur le convoyage doit cependant être précisé. Dans la suite, on utilise la géométrie « déroulée » présentée au chapitre précédent (*Figure I- 13*) ce qui implique que la description que l'on fait ne peut concerner que le transport de couches de sédiments de faibles épaisseurs (relativement au diamètre du bol de la machine).

#### II-1.1) Modèle de convoyage de sédiments dans le DCAH

##### 1) Hypothèses de la description du convoyage

Les hypothèses imposées sont les suivantes :

- on considère une vis simple d'angle moyen  $\theta$ , dont l'épaisseur du filet  $e$  est négligée,
- les sédiments transportés ont une épaisseur moyenne  $\langle h \rangle$  constante,
- le problème est stationnaire,
- l'interstice entre le filet de vis et le bol est faible de telle sorte qu'une couche compacte de sédiment rigidement liée au bol empêche l'écoulement des sédiments convoyés par cet endroit,
- l'épaisseur de la couche de sédiments est faible devant le rayon du bol de sorte qu'on puisse négliger les effets de courbure,
- l'action de traînée de l'anneau liquide sur la couche de sédiments convoyée est négligée.

La dernière hypothèse doit être précisée. En effet, l'écoulement dans l'anneau liquide est mal connu mais les observations expérimentales décrites dans la littérature permettent de déduire certains aspects importants. *Schnittger, (1970)*, considère qu'une couche mobile de faible épaisseur (quelques millimètres) se développe à la surface de l'anneau liquide. Cette couche a pu être mise en évidence expérimentalement par visualisation directe sur une machine à bol transparent (*Faust et Gösele, 1986*). La couche inférieure, en contact avec la surface des sédiments est alors en mouvement beaucoup plus lent par rapport au bol, ce qui limite l'effet de traînée de l'anneau liquide sur le convoyage. D'autre part, dans le chapitre introductif, on a vu que différents auteurs ont souligné l'influence du débit d'alimentation sur la clarification (*Stahl et Langeloh, 1984*). Le débit d'alimentation a peu d'effets sur la quantité de solides dans le centrat tant que le débit d'alimentation reste inférieur à un débit critique qui dépend des conditions de fonctionnement de la machine. Au-delà du débit critique, la quantité de solides dans le centrat augmente considérablement avec le débit d'alimentation. Cet effet est attribué à la force de traînée exercée par l'écoulement dans l'anneau liquide sur les particules situées à la surface des sédiments et de

ce fait remises en suspension. Dans des conditions normales de fonctionnement, l'influence de l'écoulement sur le convoyage doit être considérée comme réduite. Dans le cas de vis HP (à filet ajouré), l'écoulement vers la sortie liquide étant plus directe, la vitesse moyenne de l'écoulement est moindre ainsi que l'effet sur le convoyage. Des mesures de Distribution de Temps de Séjour sur une machine D2L munie d'une vis HP (sans solides dans le bol) ont permis de mettre en évidence une couche très mobile (probablement située à la surface de l'anneau liquide) et deux couches beaucoup plus lentes (*Sarramiac, résultats non publiés*). Les efforts tangentiels à la surface des sédiments sont donc négligés, les efforts normaux sont considérés constants, la pression dans l'anneau liquide étant supposée hydrostatique. La condition à la limite au niveau de la surface des sédiments devient alors équivalente à une condition de surface libre.

Dans un DCAH, la vitesse  $\Delta\omega$  du bol relativement à la vis peut varier de quelques tours par minute à quelques dizaines de tours par minute. Dans la géométrie simplifiée, la vitesse correspondante est toujours la vitesse  $V$  (la relation (I-13) est toujours valable).

Dans la géométrie déroulée, la largeur du canal  $L$  est reliée au pas  $p$  et à l'angle  $\theta$  par la relation (I-14).

Dans ce qui suit, cette contrainte n'a pas été systématiquement maintenue, les moyens utilisés permettant de faire varier la largeur du canal et l'angle de vis indépendamment.

De plus, dans un DCAH, la force centrifuge n'est pas négligeable. En tenir compte implique de nouvelles hypothèses.

Dans la plupart des cas, l'accélération de Coriolis représente au maximum 10 % de l'accélération centripète et ses effets sont supposés négligeables.

La gravité est la seule autre force volumique mise en jeu mais le poids des sédiments est également négligeable devant la force centrifuge.

## 2) Prise en compte de la force centrifuge

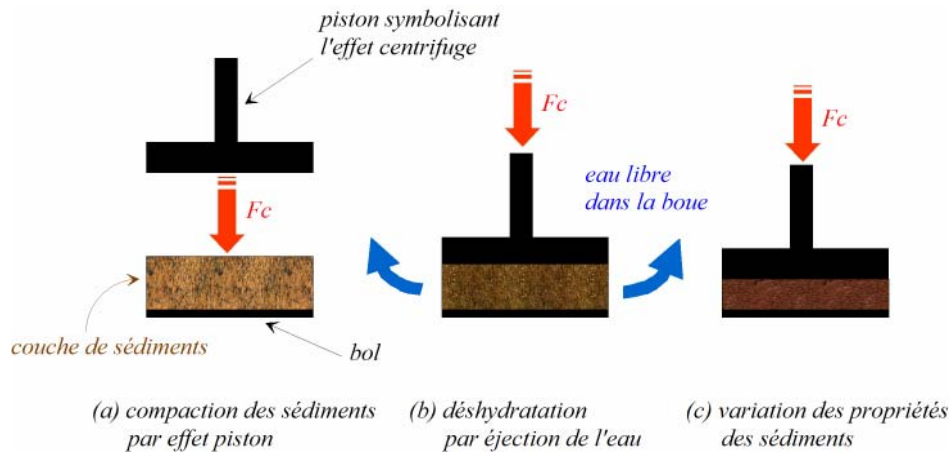
Dans l'approche « fluide », on suppose qu'il n'y a pas de variation radiale des propriétés rhéologiques des sédiments et qu'ils sont mélangés de façon homogène au cours du convoyage.

*Baudez (2001)* a évalué les relations fortes qui existent entre les propriétés rhéologiques de boues de station d'épuration, et les différents composants qui les constituent. En particulier, il est montré que le seuil décroît exponentiellement avec la teneur en eau.

Si l'on revient au problème du convoyage auquel on s'intéresse, sous les hypothèses énoncées ci-dessus, on peut faire les remarques suivantes :

- des variations importantes de l'épaisseur de la couche de sédiment ne peuvent pas se produire. Il en résulterait, en effet, des gradients de pression importants qui induiraient un écoulement tendant à lisser la surface des sédiments et à la rendre perpendiculaire à la force centrifuge,
- on admet alors que la force centrifuge agit perpendiculairement à la surface des sédiments,
- si l'on néglige l'inclinaison de la surface des sédiments, les gradients de pression selon l'axe de la machine sont faibles,
- du point de vue physique, le référentiel du bol ou celui de la vis sont équivalents, les vitesses relatives étant toujours très inférieures aux vitesses de rotations du bol.

Dans ces conditions, la force centrifuge n'a pas d'effet moteur sur le convoyage. Son rôle principal est de plaquer les sédiments à la surface du bol et de rendre cylindrique la surface des sédiments. Cependant, la compaction qui en résulte, en faisant varier notamment la teneur en eau, est susceptible de modifier les propriétés rhéologiques des sédiments. Une représentation schématique du rôle de la force centrifuge est donnée sur la *Figure II- 1*. On symbolise cet effet de compaction par un piston.



**Figure II- 1 : Rôle de la force centrifuge sur la déshydratation des sédiments pâteux.**

Finalement, la prise en compte de l'effet centrifuge revient à évaluer la relation entre compaction/déshydratation et propriétés rhéologiques d'un sédiment pâteux. D'un point de vue numérique, pour un produit donné, il est facile de modifier tel ou tel paramètre rhéologique pour simuler l'effet de la force centrifuge. D'un point de vue expérimental, on montrera au chapitre suivant que l'utilisation d'un fluide modèle aux propriétés facilement ajustables permet de simuler l'effet centrifuge tout en travaillant dans un système plan (géométrie déroulée) et surtout non tournant ce qui diminue considérablement les difficultés expérimentales. Pour des raisons de commodités expérimentales et numériques, on étudiera le convoyage dans le référentiel de la vis.

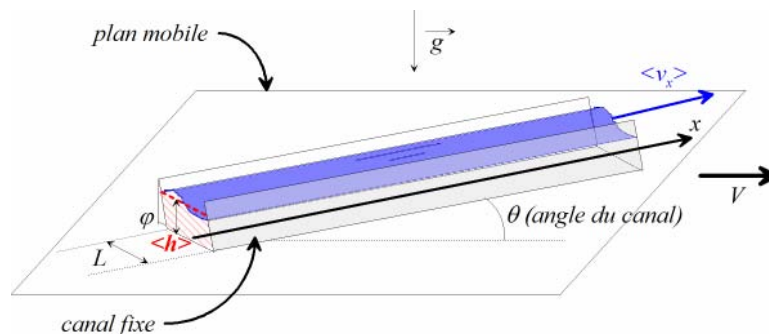
#### II-1.2) Présentation du modèle de convoyage simplifié

Dans le *Tableau II- 1*, on établit la correspondance entre les grandeurs géométriques caractéristiques du DCAH et leur grandeur analogue dans la géométrie déroulée.

**Tableau II- 1 : Relations entre les paramètres du DCAH et ceux de la géométrie simplifiée.**

	Angle $\theta$	Paramètre géométrique	Vitesse relative	Effet centrifuge
DCAH	Angle de vis	Pas $p$ de la vis	$\Delta\omega$ entre le bol et la vis	Rotation (environ 3000 g)
Géométrie simplifiée	Angle du canal	Largeur $L = p \cdot \cos\theta$	$V = Rb \cdot \Delta\omega$ entre le plan et le canal	Propriétés rhéologiques du sédiment

Sur la *Figure II- 2*, on présente la géométrie simplifiée utilisée et les différents paramètres géométriques ajustables qui sont ( $V$ ,  $L$ ,  $\theta$  et  $\varphi$ ).



**Figure II- 2 : Représentation schématique de la géométrie « déroulée » du système vis/bol.**

L'angle de convoyage  $\kappa$  est toujours défini par la relation (I-3).



## II-2) Modèle de convoyage

A partir de la description faite au paragraphe précédent et des hypothèses retenues pour décrire le rôle des différents paramètres, on s'attache ici à présenter le modèle physique qui permettra de définir le convoyage de sédiments pâteux. Au préalable, afin de mettre en évidence, par une méthode simple, les paramètres clés du convoyage, on effectue une analyse dimensionnelle du problème.

### II-2.1) Analyse dimensionnelle du problème

Afin que l'analyse réalisée soit aussi valable pour l'étude expérimentale présentée au chapitre suivant, on a pris en compte l'accélération de la pesanteur comme paramètre d'intérêt. En effet, dans le cas de la géométrie simplifiée, les effets de la force centrifuge étant intégrés dans la rhéologie des sédiments, la seule force volumique qui agit est la force de pesanteur orientée selon la direction  $-\vec{z}$ . Pour adapter l'analyse qui suit au cas du DCAH, il suffit de remplacer l'accélération de la pesanteur par l'accélération centrifuge. Les conclusions n'en sont pas modifiées et dans les deux cas, le nombre de Froude associé est faible.

Les différentes variables qui interviennent dans le problème sont la largeur du canal  $L$  (m), l'épaisseur moyenne des sédiments  $\langle h \rangle$  (m), la vitesse du fond mobile  $V$  (m/s), l'angle de vis  $\theta$  (°), l'inclinaison des parois latérales du canal  $\varphi$  (°), la vitesse moyenne selon l'axe du canal  $\langle v_x \rangle$  (m/s), la valeur maximale de cisaillement simple  $S$  (Pa), l'indice d'écoulement  $n$  (-), la consistance du fluide  $K$  ( $\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ ), la masse volumique du fluide  $\rho$  ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) et l'accélération de la pesanteur  $g$  ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ).

L'application du théorème de Vaschy-Buckingham montre que seuls les 8 groupements adimensionnels suivants déterminent le problème :  $L/\langle h \rangle$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $n$ ,  $\langle v_x \rangle/V$ ,  $Fr = \frac{V^2}{L\cdot g}$  (nombre de

Froude),  $Od = \frac{S}{K(V/L)^n}$  (nombre d'Oldroyd) et enfin  $Re = \frac{\rho V^2}{K(V/L)^n}$  (nombre de Reynolds). On

remarque que l'on retrouve bien les trois nombres adimensionnels que l'on a fait apparaître dans les équations adimensionnelles du mouvement pour un fluide de Herschel-Bulkley (relation (I-45)).

On peut en conclure que la vitesse moyenne  $\langle v_x \rangle$  ne dépend que des paramètres suivants :

$$\langle v_x \rangle/V = f(Fr, Od, Re, L/\langle h \rangle, \theta, \varphi, n) \quad (\text{II-1})$$

On calcule des ordres de grandeurs typiques de ces différents nombres adimensionnels afin d'évaluer leur importance.

On choisit, pour chaque variable les valeurs représentatives suivantes :  $V = 0,1$  m/s,  $L = 0,1$  m,  $S = 100$  Pa,  $n = 0,5$ ,  $K = 20$   $\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $g = 10$   $\text{m}/\text{s}^2$  et  $\rho = 1000$   $\text{kg}/\text{m}^3$ .

On obtient ainsi un nombre de Reynolds faible qui vaut  $Re = 0,5$ . Si l'on considère les variations des différents paramètres, le nombre de Reynolds est toujours inférieur à 1 et l'on considèrera les effets inertiels négligeables devant les effets visqueux.

Pour le cas choisi, le nombre d'Oldroyd est supérieur à l'unité et vaut  $Od = 5$ . Par la suite, les effets de seuil seront généralement du même ordre de grandeur que les effets visqueux.

On a de plus  $\frac{Od}{Re} = 10$ . Les effets de seuil sont alors prépondérants devant les effets d'inertie.

Pour les variations des paramètres considérés ce sera toujours le cas.

On a enfin un nombre de Froude faible qui vaut  $Fr = 0,01$ . Cela signifie que les effets gravitaires sont prépondérants devant les effets d'inertie (et a fortiori les effets centrifuges le seront eux aussi).

On peut donc négliger les effets inertiels. Par contre, on ne connaît pas le rapport des effets gravitaires sur les effets visqueux ni sur les effets de seuil.

Compte tenu des épaisseurs également faibles de la couche de sédiments, on suppose que les effets gravitaires ne vont pas jouer un rôle important dans le mécanisme du convoyage. On peut donc considérer que l'efficacité de convoyage ne devrait varier que selon les paramètres suivants :

$$\langle v_x \rangle / V = f(Od, L / \langle h \rangle, \theta, \varphi, n) \quad (\text{II- 2})$$

De plus, lorsque les propriétés rhéologiques du fluide ne sont pas modifiées,  $Od$  ne fait intervenir, en dehors des propriétés du fluide, que le rapport  $V/L$ . L'efficacité de convoyage ne devrait varier pour un fluide donné que selon les 4 paramètres  $V/L$ ,  $L/\langle h \rangle$ ,  $\theta$  et  $\varphi$ .

II-2.2) Equations du mouvement pour la géométrie simplifiée

Les paramètres clés du convoyage ont été mis en évidence par l'analyse dimensionnelle. Le calcul de la vitesse moyenne  $\langle v_x \rangle$  ne peut cependant s'effectuer qu'avec la résolution des équations du mouvement afin de déterminer les composantes des vitesses locales.

On suppose donc le canal infiniment long et on rappelle que la surface des sédiments est supposée plane, la couche de sédiment ayant une hauteur constante  $h$ . La géométrie simplifiée adoptée dans la partie 1 de ce chapitre est représentée sur la *Figure II- 3* avec les conditions aux limites associées.

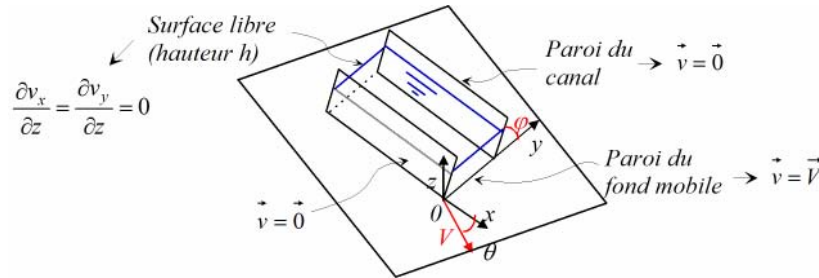


Figure II- 3 : Géométrie du problème et conditions aux limites associées.

Les lignes de champ du champ des vitesses (*Figure II- 4*), qui constituent une carte de l'écoulement à un instant donné, sont appelées les lignes de courant de l'écoulement (*Comolet, 1976*). Ces lignes, tangentes en tout point au vecteur vitesse, sont solutions du système différentiel  $\vec{v} \wedge \overrightarrow{dx} = \vec{0}$ , soit :

$$\frac{dx}{v_x(x, y, z, t)} = \frac{dy}{v_y(x, y, z, t)} = \frac{dz}{v_z(x, y, z, t)} \quad (\text{II- 3})$$

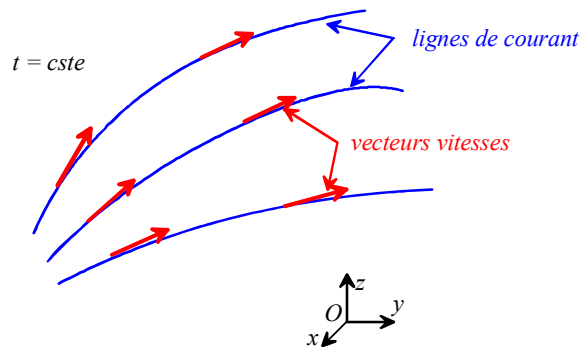


Figure II- 4 : Schématisation des lignes de courant d'un écoulement de fluide.

L'écoulement étant permanent, les trajectoires sont donc des courbes fixes, confondues avec les lignes de courant. On considère un écoulement en régime permanent, les termes dépendant explicitement du temps disparaissent donc.

D'après l'analyse dimensionnelle, le nombre de Reynolds est faible, les effets d'inertie sont donc négligeables devant les effets visqueux. Enfin le nombre de Froude est faible et les effets dus à la gravité (ou à la force centrifuge) sont donc prépondérants devant les effets inertiels.

On obtient alors les équations adimensionnelles (grandeurs étoilées) suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} = & -\frac{1}{Fr} + \frac{Od}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1^*} \left( \frac{d_{i1}^*}{\sqrt{-D_{II}^*}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2^*} \left( \frac{d_{i2}^*}{\sqrt{-D_{II}^*}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3^*} \left( \frac{d_{i3}^*}{\sqrt{-D_{II}^*}} \right) \right] \\ & + \frac{2}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1^*} \left( (-4D_{II}^*)^{\frac{n-1}{2}} d_{i1}^* \right) + \frac{\partial}{\partial x_2^*} \left( (-4D_{II}^*)^{\frac{n-1}{2}} d_{i2}^* \right) + \frac{\partial}{\partial x_3^*} \left( (-4D_{II}^*)^{\frac{n-1}{2}} d_{i3}^* \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II- 4})$$

pour  $i = 1$  à  $3$ . Le nombre de Froude apparaît uniquement pour la composante  $z$  de l'équation du mouvement.

Dans une première approche, la résolution des équations du mouvement sera menée pour un fluide newtonien. Les équations sont simplifiées puisque les paramètres liés au caractère viscoplastique ( $S$ ,  $K$  et  $n$ ) du sédiment sont remplacés par la seule viscosité  $\mu_0$  du fluide. Elle est, de plus, supposée constante. On négligera ainsi les variations de viscosité associées à l'élévation de la température, due au frottement interne et au frottement sur les parois.

Les trois composantes de l'équation de Stokes pour un écoulement stationnaire sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} = \frac{1}{Re_n} \left( \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial z^{*2}} \right) \\ \frac{\partial p^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_n} \left( \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial z^{*2}} \right) \\ \frac{\partial p^*}{\partial z^*} = \frac{1}{Re_n} \left( \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial z^{*2}} \right) - \frac{1}{Fr} \end{cases} \quad (\text{II- 5})$$

On retrouve la définition du nombre de Reynolds pour un fluide newtonien :

$$Re_n = \frac{\rho V . L}{\mu_0} \quad (\text{II- 6})$$

### II-2.3) Conditions aux limites

Sur les parois latérales fixes, la condition d'adhérence impose au fluide une vitesse nulle. Sur la paroi mobile qui se déplace à une vitesse de  $V \cos \theta$  dans la direction  $x$  et  $V \sin \theta$  dans la direction  $y$ , la même condition d'adhérence s'applique : la vitesse du fluide est égale à celle de la paroi.

Des précisions doivent cependant être fournies pour la condition à la surface des sédiments. On a montré précédemment (chap.II-1) que la condition à la surface des sédiments pouvait être assimilée à une condition de surface libre (en négligeant l'effet de traînée de l'anneau liquide). La condition dynamique requiert que les forces agissant sur le fluide à la surface libre soient en équilibre (conservation des moments à la surface libre). Cela signifie que les forces normales de part et d'autre de cette surface libre sont d'égale intensité et de directions opposées tandis que les forces tangentielles sont d'égales intensité et direction.

On peut en conclure que :

- les contraintes de cisaillement à la surface des sédiments peuvent être négligées,
- l'effet de la tension superficielle peut être négligé car la surface libre est supposée plane.

Cela revient finalement à écrire que la pression à la surface libre est égale à la pression dans l'anneau liquide à la même côte :

$$P_{surf.libre} = P_0 \quad (\text{II- 7})$$

Finalement, on obtient les conditions aux limites suivantes pour l'écoulement de sédiments pâteux dans un canal à surface libre :

$$\left. \begin{array}{l} v_x(y=0, z) = v_x(y=L, z) = 0 \\ v_y(y=0, z) = v_y(y=L, z) = 0 \\ v_z(y=0, z) = v_z(y=L, z) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{parois fixes}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_x(y, z=0) = V \cos \theta \\ v_y(y, z=0) = V \sin \theta \\ v_z(y, z=0) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{paroi mobile}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial v_x(y, z=h)}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial v_y(y, z=h)}{\partial z} = 0 \\ v_z(y, z=h) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{surface libre}$$

(II- 8)

Les vitesses axiale et transverse à la paroi mobile sont notées  $V_x = V \cdot \cos \theta$  et  $V_y = V \cdot \sin \theta$ .

### II-3) Convoyage d'un fluide newtonien

Le canal étant considéré comme infiniment long, l'écoulement est invariant par translation le long de l'axe  $x$ . Aucune grandeur ne doit donc dépendre de  $x$ . Cette hypothèse a d'ailleurs été utilisée par *Sastrohartono et al. (1994)* dans ses travaux de simulations en 3D sur le convoyage dans une extrudeuse. Il en déduit que les dérivées des composantes de la vitesse selon  $x$  sont nulles. Nous obtenons ainsi les équations du mouvement simplifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial z^{*2}} = 0 \\ \frac{\partial p^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_n} \left( \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial z^{*2}} \right) \\ \frac{\partial p^*}{\partial z^*} = \frac{1}{Re_n} \left( \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial z^{*2}} \right) - \frac{1}{Fr} \end{array} \right. \quad (\text{II- 9})$$

L'équation de continuité doit aussi être vérifiée. Elle s'écrit dans le cas considéré de la manière suivante :

$$\frac{\partial v_y^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{II- 10})$$

On obtient finalement le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial^2 v_x^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial z^{*2}} = 0 \Rightarrow \text{problème}_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial v_y^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0 \\ \frac{\partial p^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_n} \left( \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial z^{*2}} \right) \\ \frac{\partial p^*}{\partial z^*} = \frac{1}{Re_n} \left( \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial z^{*2}} \right) - \frac{1}{Fr} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{problème}_2 \quad (\text{II-11})$$

On montre facilement que le problème étudié peut se ramener à la superposition de deux problèmes indépendants. Le *problème\_1* décrit l'écoulement axial à surface libre horizontale représenté par une équation de Laplace. Le *problème\_2* décrit le mouvement du fluide dans une section droite du canal.

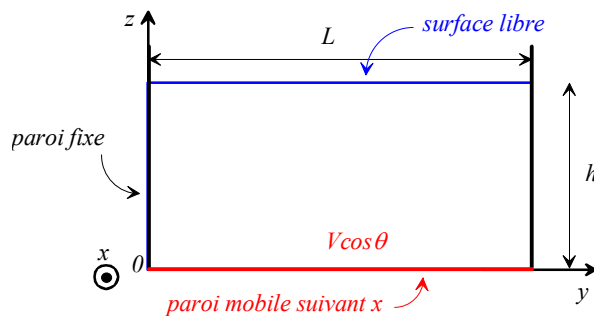
Le *problème\_1* se résout assez simplement de manière analytique et/ou numérique (si on prend en compte l'angle d'inclinaison des parois).

Par contre, le *problème\_2* nécessite une étude numérique plus approfondie. Dans le cadre de ce travail, un code de calcul basé sur une méthode classique a été développé afin de fournir un outil simple de modélisation. On a utilisé pour cela un schéma aux différences finies avec une méthode implicite des directions alternées (Saadjan, 1998). Les résultats obtenus ont pu être comparés avec ceux donnés par AQUILON, code de calcul de mécanique des fluides développé au TREFLE et basé sur la discrétisation du domaine par la méthode des volumes finis (Rome et Glokner, 2005).

*Remarque : on note que la viscosité dynamique n'intervient pas dans la résolution du problème\_1 mais qu'elle intervient dans l'écoulement transverse par l'intermédiaire du nombre de Reynolds.*

### II-3.1) Ecoulement axial

La Figure II- 5 présente le schéma d'une section droite de la géométrie étudiée pour résoudre l'écoulement axial. La paroi mobile est dans le plan (Oxy).



**Figure II- 5 : Vue en coupe du canal.**

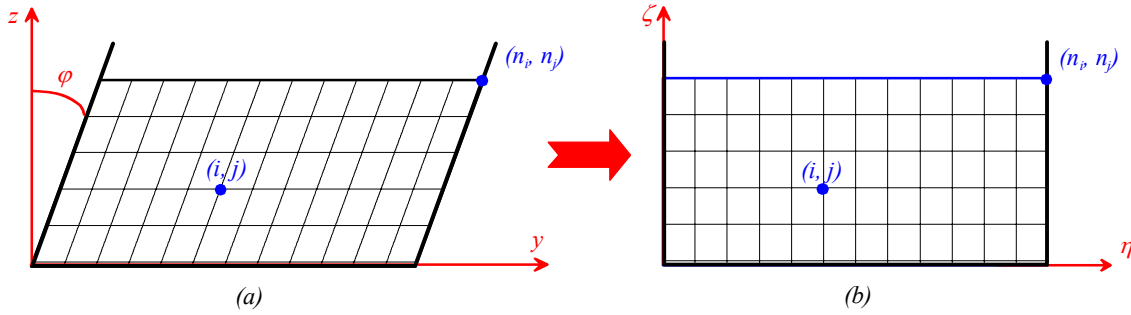
Pour résoudre ce problème, on utilise dans un premier temps une méthode analytique classique de séparation des variables.

L'inconnue du *problème\_1* est la composante axiale  $v_x$  de la vitesse  $\vec{v}$  du fluide. Les conditions aux limites du problème sont données par (II-8).

Après calculs, on obtient le champ de vitesse axial sous la forme :

$$v_x(y, z) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4V \cos \theta}{\pi(2p+1) \operatorname{sh}\left((2p+1)\frac{\pi}{L} 2h\right)} \sin\left((2p+1)\frac{\pi}{L} y\right) * \left[ \operatorname{sh}\left((2p+1)\frac{\pi}{L} z\right) - \operatorname{sh}\left((2p+1)\frac{\pi}{L} (z-2h)\right) \right] \quad (\text{II-12})$$

La résolution numérique du même écoulement est utile pour étudier l'influence de l'angle d'inclinaison des parois (Figure II- 6).



**Figure II- 6 : Vue en coupe du canal (a) incliné d'un angle  $\varphi$  et (b) dans le nouveau repère.**

On effectue le changement de variable suivant dans les équations du mouvement :

$$\begin{cases} y = \eta - z \tan \varphi \\ z = \xi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \eta = y + z \tan \varphi \\ \xi = z \end{cases} \quad (\text{II-13})$$

On obtient ainsi l'équation du mouvement dans le nouveau système de coordonnées :

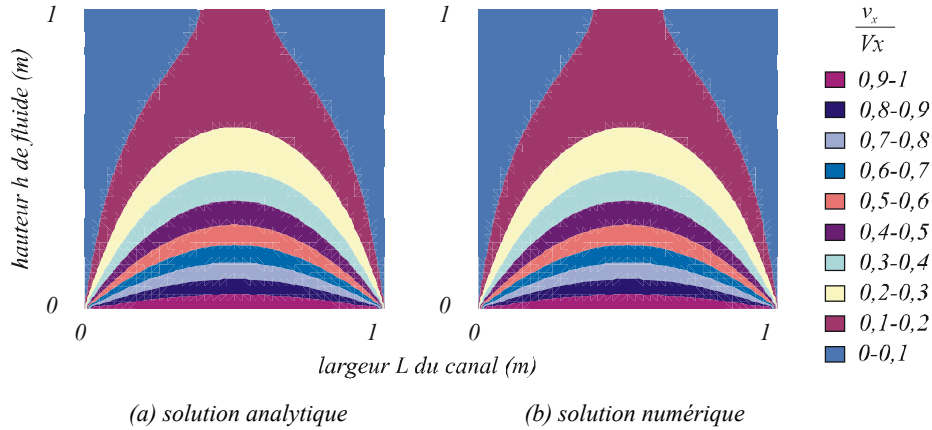
$$\left(1 + \tan^2 \varphi\right) \frac{\partial^2 v_x}{\partial \eta^2} + 2 \tan \varphi \frac{\partial^2 v_x}{\partial \eta \partial \xi} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial \xi^2} = 0 \quad (\text{II-14})$$

*Remarque : Cette équation ne peut être résolue par une méthode de séparation des variables à cause de la dérivée croisée. On doit donc la résoudre de manière numérique.*

On utilise alors la méthode des différences finies pour résoudre numériquement cette équation du mouvement.

La méthode numérique permet d'évaluer l'influence de l'angle d'inclinaison des parois. La validité de la solution numérique est obtenue en la comparant à la solution analytique pour un angle d'inclinaison nul. On choisit alors le cas d'étude suivant :  $L = h = 1 \text{ m}$ ,  $\theta = 5^\circ$  et  $V_x = 1 \text{ m/s}$ ,  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$  et  $\mu = 1 \text{ Pa.s}$ .

On compare les champs des vitesses obtenus par les deux méthodes. Pour cela, les vitesses sont calculées aux mêmes points (nœuds du maillage utilisés pour la méthode numérique). Les deux champs des vitesses ont les allures présentées sur la Figure II- 7.



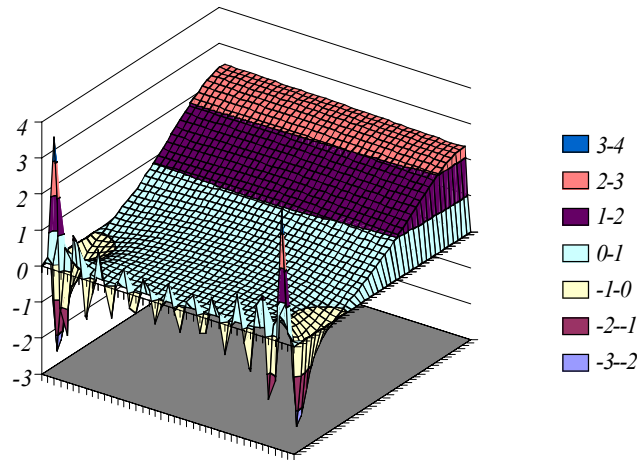
**Figure II- 7 : Champs des vitesses : (a) méthode analytique et (b) méthode numérique.**

Les différentes couleurs représentent l'intensité de la vitesse  $v_x$ . L'écoulement est symétrique par rapport au plan  $y = L/2$ . L'entraînement du fluide se situe majoritairement dans le bas du canal.

Les deux champs des vitesses apparaissent identiques. Une vérification plus aboutie consiste à calculer la différence entre le vecteur vitesse obtenu par la méthode analytique en un point et la vitesse au même point obtenu par la méthode numérique. On obtient alors un écart défini par la relation suivante :

$$\text{écart}(i, j) = \frac{v_{x\_semi-analytique}(i, j) - v_{x\_numérique}(i, j)}{v_{x\_semi-analytique}(i, j)} \cdot 100 \quad \text{(II- 15)}$$

Les écarts relatifs en pourcentage sont répertoriés sous la forme du graphe 3-D ci-dessous.



**Figure II- 8 : Ecart en % entre les valeurs des  $v_x$  données par les deux méthodes (analytique et numérique).**

Les écarts entre les deux méthodes ne dépassent pas 3 % sur l'ensemble des points du maillage. Les différences les plus importantes sont observées au niveau des points situés à l'intersection de la paroi du canal (vitesse nulle) et de la paroi mobile. Celles-ci sont liées au traitement numérique de la condition à la limite en ces points, ainsi qu'au nombre limité de termes retenus dans la série pour calculer les vitesses analytiquement. On peut maintenant déterminer les champs de vitesses axiaux quelles que soient les configurations de canal envisagées.

Pour le calcul de  $\langle v_x \rangle$ , on se place suivant une section du canal et on calcule le débit de convoyage à l'aide du champ de vitesses :

$$\langle v_x \rangle = \frac{1}{S_c} \iint_{S_c} v_x(y, z) dS \quad \text{(II- 16)}$$

où  $Sc = Lh$  est la section droite du canal.

En ce qui concerne l'écoulement axial, l'intégration pour la méthode analytique se détermine à partir de la relation (II-16) et on trouve :

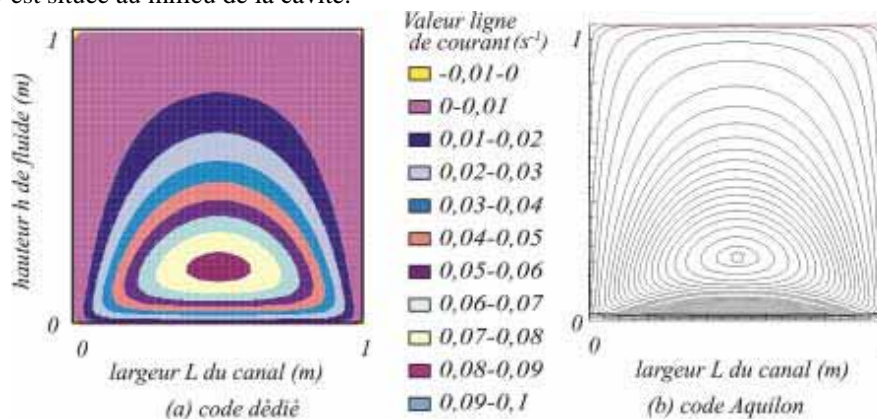
$$\frac{\langle v_x \rangle}{V} = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{8L \cos \theta}{\pi^3 h (2p+1)^3 \operatorname{sh}\left((2p+1)\frac{\pi}{L} 2h\right)} \left[ \operatorname{ch}\left((2p+1)\frac{\pi}{L} 2h\right) - 1 \right] \quad (\text{II-17})$$

Le calcul de  $\langle v_x \rangle$  suffit pour évaluer l'angle de convoyage  $\kappa$  et le débit de convoyage  $Qc$  à partir des relations (I-3) et (I-4).

### II-3.2) Ecoulement transverse

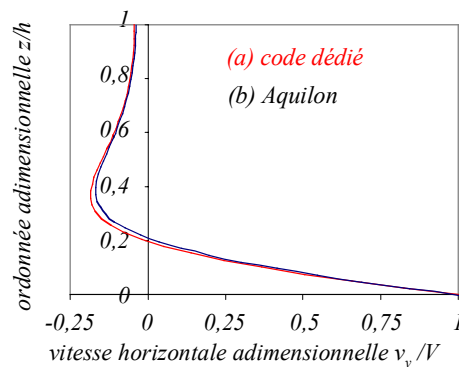
On peut maintenant résoudre le cas d'un écoulement transverse avec une surface libre horizontale. La géométrie du *problème\_2* est présentée sur la *Figure II- 5*. Les conditions aux limites de l'écoulement transverse sont énoncées par (II-13).

On présente un exemple type de profil d'écoulement obtenu avec le code dédié et par le code Aquilon dans le cas d'étude suivant :  $L = h = 1 \text{ m}$ ,  $V_y = 10^{-3} \text{ m/s}$ ,  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$  et  $\mu = 1 \text{ Pa.s}$ . Les lignes de courant sont représentées sur la *Figure II- 9*. Pour le code dédié, les différentes couleurs correspondent à une tranche de valeurs des lignes de courant alors que, pour le code Aquilon, les lignes de courant sont tracées à des valeurs précises. Ces figures montrent uniquement le mouvement du fluide pour l'écoulement transverse. On trouve l'écoulement d'un fluide en rotation autour du point de vortex, dont l'abscisse  $y$  est située au milieu de la cavité.



**Figure II- 9 : Profils d'écoulement pour le canal à surface libre : (a) code dédié et (b) Aquilon.**

On compare les deux écoulements par les positions du point de vortex qui sont identiques :  $(0,50 ; 0,23)$ . Les profils de vitesses horizontales adimensionnelles  $v_x/V_y$  du milieu de la cavité ( $y = L/2$ ), présentés sur la *Figure II- 10* sont également identiques. La vitesse à la surface libre n'est pas nulle.



**Figure II- 10 : Canal à surface libre : profils des vitesses  $v_x$  pour  $y = L/2$  d'un fluide newtonien obtenus par (a) le code dédié et (b) Aquilon.**



Une étude sur des maillages plus raffinés (possible uniquement avec Aquilon) conduit à une solution légèrement améliorée (de l'ordre de quelques %). Les résultats obtenus par le code dédié ont montré qu'ils étaient satisfaisants par comparaison avec Aquilon. On a donc à disposition un outil simple pour déterminer les conditions de convoyage pour un fluide newtonien.

II-3.3) Comparaison des écoulements 2D indépendants avec l'écoulement 3D

L'hypothèse d'invariance par translation suivant la direction  $x$  a été utilisée pour découpler l'écoulement d'un fluide newtonien dans un canal à surface libre en deux écoulements indépendants, l'un axial et l'autre transverse. On a pu obtenir par superposition des deux écoulements le champ des vitesses 3D pour un fluide newtonien.

Dans la construction des outils nécessaires au calcul de l'écoulement 3D d'un fluide viscoplastique, il était intéressant de retrouver les résultats précédents par simulation Aquilon en utilisant directement une géométrie 3D. Cette démarche permet à la fois d'appréhender les difficultés liées au passage 2D-3D et de valider l'hypothèse adoptée d'invariance par translation de l'écoulement.

Sur les faces d'entrée et de sortie du domaine de longueur quelconque, on a imposé une condition de périodicité  $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$  moins sévère que la condition d'invariance par translation. Les résultats 3D sont comparés à ceux obtenus par la superposition des écoulements 2D pour la même configuration, à savoir  $L = 0,085 \text{ m}$ ,  $h = 0,05 \text{ m}$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $V = 0,03 \text{ m/s}$ ,  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$  et  $\mu = 1 \text{ Pa.s}$  (Figure II- 11). La longueur du canal pour le cas 3D est égale à  $L_0 = 0,5 \text{ m}$ .

On a vérifié que l'écoulement 3D est identique dans chaque section droite du canal. Selon la Figure II- 11, les champs de vitesse dans la direction axiale sont similaires dans les deux cas.

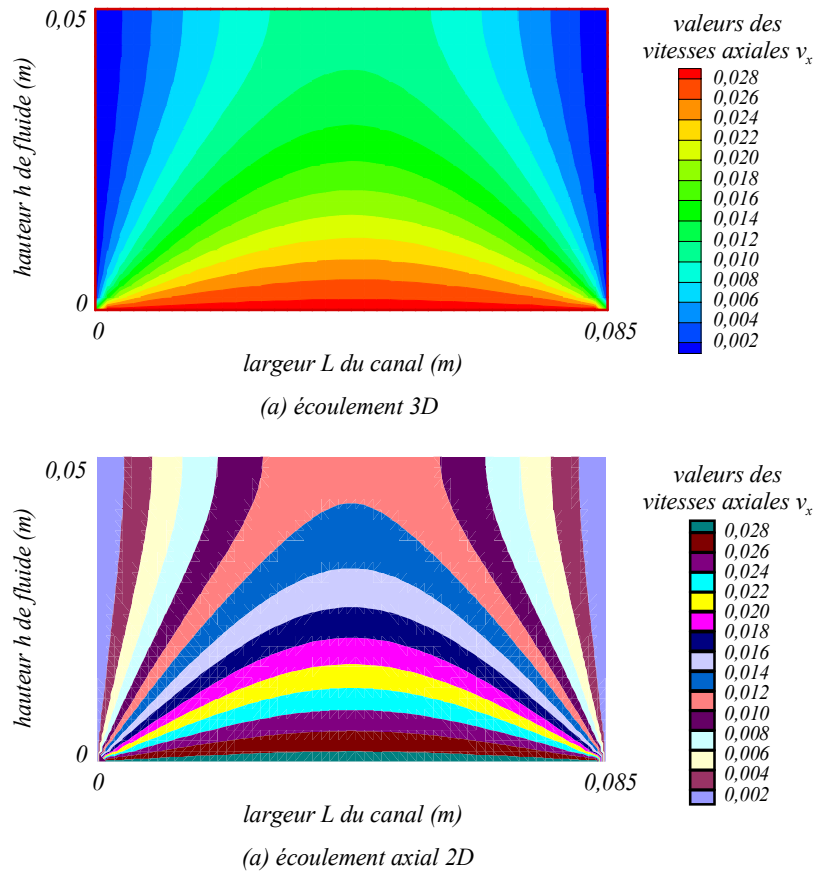
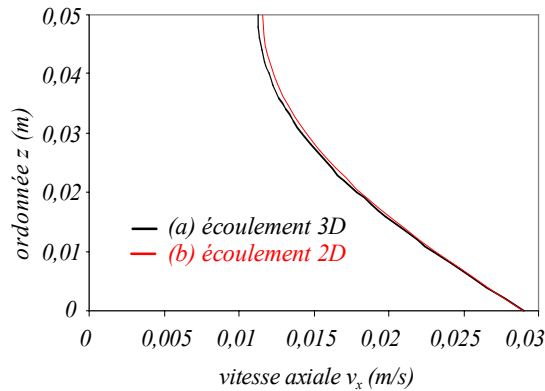


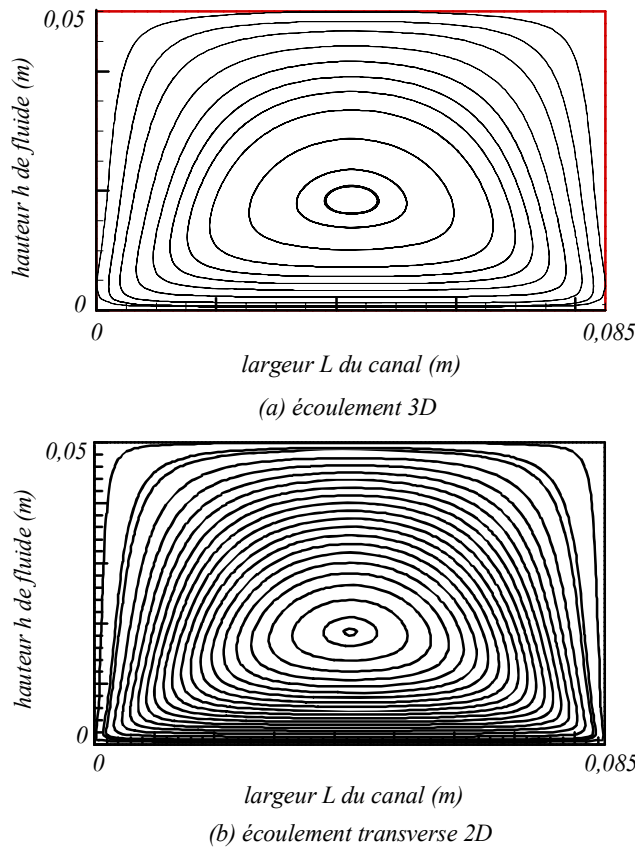
Figure II- 11 : Champ des vitesses axiales : (a) écoulement déduit du problème 3D et (b) écoulement déduit du problème 1.

Sur la *Figure II- 12*, on montre en particulier que le profil de  $v_x$  selon une verticale passant par le milieu du canal est identique dans les deux cas.



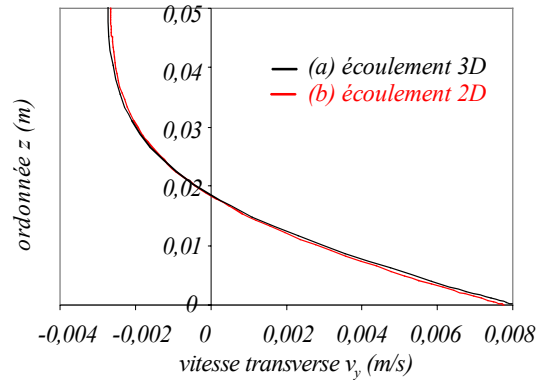
**Figure II- 12 : Profils des vitesses axiales  $v_x$  pour  $y = L/2$  : (a) écoulement 3D et (b) écoulement axial 2D.**

Les profils d'écoulement transverses, présentés sur la *Figure II- 13*, sont également similaires pour les deux cas. On trouve que les positions des points de vortex sont identiques.



**Figure II- 13 : Lignes de courant associées au champ des vitesses transverses : (a) écoulement déduit du problème 3D et (b) écoulement déduit du problème\_2.**

Sur la *Figure II- 14*, on montre également que le profil de  $v_y$  selon une droite verticale passant par le milieu du canal est identique dans les deux cas.



**Figure II- 14 : Profils des vitesses axiales  $v_y$  pour  $y = L/2$  : (a) écoulement 3D et (b) écoulement transverse 2D.**

Afin de compléter ces comparaisons sur les champs de vitesses, on va calculer l'angle de convoyage  $\kappa$  et le débit de convoyage  $Q_c$  à partir de la vitesse moyenne  $\langle v_x \rangle$ . On trouve  $Q_c = 195 \text{ l/h}$  et  $\kappa = 11^\circ$  pour l'écoulement 2D et  $Q_c = 220 \text{ l/h}$  et  $\kappa = 13^\circ$  pour l'écoulement 3D. On trouve un écart de l'ordre de 10 % pour les débits et de 15 % pour les angles de convoyage. Cet écart est relativement bon même s'il peut sembler grand au regard des profils identiques des vitesses. Les valeurs aux coins inférieurs du canal sont différentes : elles sont nulles pour le cas 2D et égales à  $v_x$  pour le cas 3D. La moyenne générée sur les vitesses axiales est donc légèrement différente.

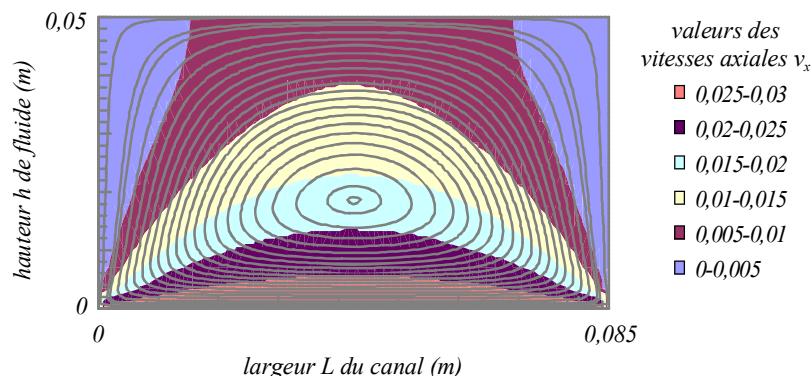
Des résultats analogues dans d'autres configurations ont donné les mêmes conclusions. La condition de périodicité est donc satisfaisante pour les simulations dans le cas 3D.

#### II-4) Analyse du convoyage d'un fluide newtonien

Les écoulements axiaux et transverses sont maintenant résolus et validés quelle que soit la configuration adoptée. On peut dorénavant étudier l'influence des paramètres géométriques du canal sur le convoyage du fluide newtonien. On analyse dans un premier temps les champs de vitesses puis on calculera les grandeurs clés de l'écoulement, à savoir le débit de convoyage  $Q_c$  et l'angle de convoyage  $\kappa$ .

##### II-4.1) Analyse des champs de vitesses

L'analyse globale des champs de vitesses se fait sur la configuration typique définie précédemment. On conserve les caractéristiques suivantes pour le canal :  $L = 0,085 \text{ m}$ ,  $h = 0,05 \text{ m}$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $V = 0,03 \text{ m/s}$ ,  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$  et  $\mu = 1 \text{ Pa.s}$ . La superposition des profils d'écoulements axial et transverse est présentée sur la Figure II- 15.



**Figure II- 15 : Superposition des profils axial et transverse de l'écoulement dans une section droite ( $y ; z$ ) du canal.**

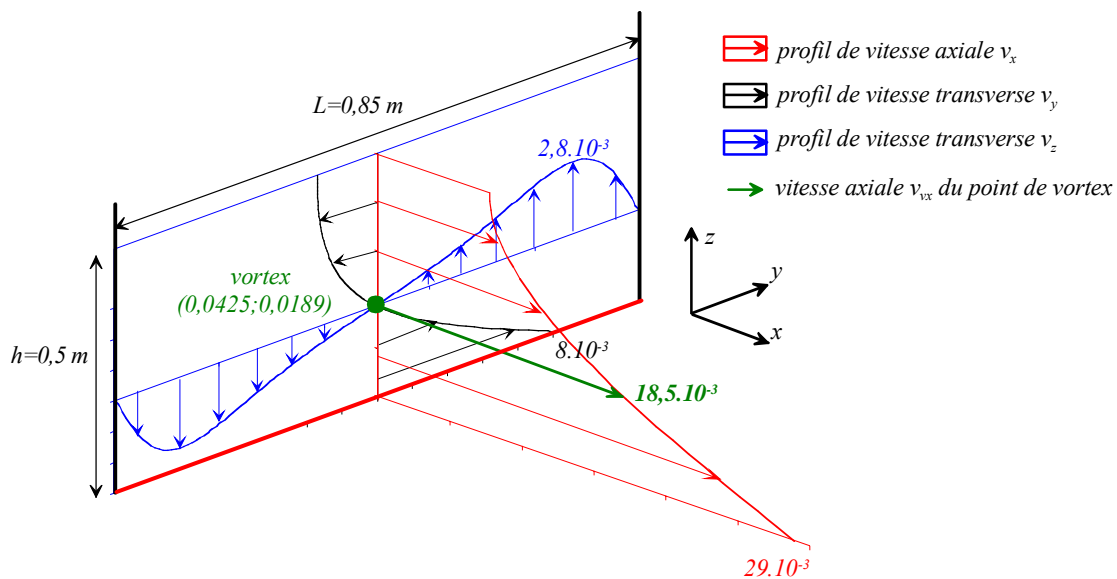
L'écoulement transverse correspond à l'écoulement d'un fluide en rotation autour du point de vortex dont la localisation reste inchangée. L'abscisse  $y$  du point de vortex dans le plan transverse ( $Oyz$ )

est située au milieu du canal. Les effets inertiels sont donc négligeables dans ce cas (on a observé en effet que pour des viscosités très faibles ou des vitesses d'entraînement élevées, le point de vortex est décalé vers la droite, la symétrie de l'écoulement étant rompue) et dans toutes les configurations adoptées par la suite. Les vitesses de la paroi sont en effet trop faibles pour que les effets inertiels jouent un rôle significatif.

La superposition des écoulements axial et transverse confère alors logiquement au fluide un mouvement hélicoïdal.

La Figure II- 16 présente les profils de vitesses passant par le point de vortex de l'écoulement dans les trois directions.

Le fluide se déplace bien uniquement de façon axiale au niveau du point de vortex. Les profils de vitesse transverses montrent de façon explicite la rotation du fluide autour du point de vortex. Cela met bien en évidence le mouvement hélicoïdal du fluide autour d'une ligne orientée selon l'axe du canal et passant par le point de vortex.



**Figure II- 16 : Profils des vitesses axiales  $v_x$  et transverses ( $v_y ; v_z$ ) en  $m.s^{-1}$  passant par le point de vortex de l'écoulement transverse.**

On retrouve la symétrie de l'écoulement axial par rapport au plan médian du canal dans les profils de vitesses  $v_x$  sur la Figure II- 17. Les profils de  $v_x$  présentent ainsi tous la même forme : la vitesse diminue exponentiellement jusqu'à atteindre une vitesse minimale à la surface libre. La diminution est d'ailleurs beaucoup plus marquée à mesure que l'on se rapproche des parois latérales.

On note également que la vitesse à la surface libre est maximale au centre du canal et diminue lorsqu'on se rapproche des parois latérales jusqu'à s'annuler au niveau de la paroi. Cela permet de définir un front d'avancée de la surface libre qui forme un arc (représenté en bleu sur la Figure II- 17). Le fluide est donc le mieux convoyé au centre du canal, là où les effets de « freinage » dus aux parois latérales se font le moins sentir.

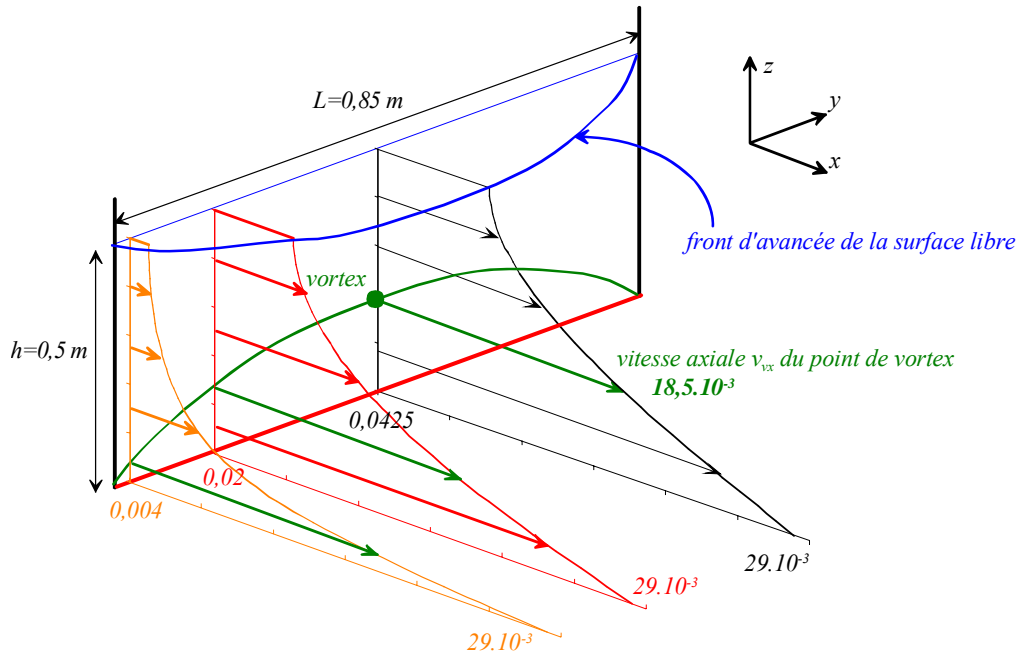


Figure II- 17 : Profils des vitesses axiales  $v_x$  en  $m.s^{-1}$  suivant la largeur  $L$  du canal.

On peut aussi remarquer que la ligne iso- $v_x$  qui passe par le point de vortex, forme un arc qui correspond parfaitement au point de composante  $v_y$  nulle (représenté en vert sur la Figure II- 17 et sur la Figure II- 18). Les vitesses axiales les plus fortes (Figure II- 17) se situent également dans cette zone que l'on peut assimiler à la zone dans laquelle l'entraînement par la paroi mobile est effectif et donc le convoyage efficace.

Pour les vitesses transverses  $v_y$  (Figure II- 18), en dessous de cet arc, le fluide est entraîné par la paroi mobile suivant  $y$  (vers la droite). Au dessus, le fluide circule en sens inverse avec une intensité des vitesses  $v_y$  plus marquée au milieu du canal.

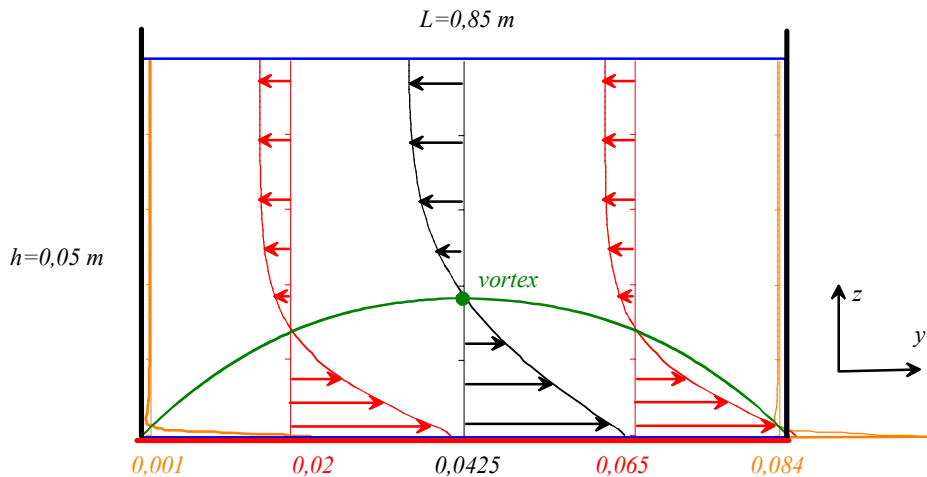


Figure II- 18 : Profils des vitesses transverses  $v_y$  suivant la largeur  $L$  (différentes positions  $y$  en  $m$ ) du canal dans une tranche ( $y ; z$ ) du canal.

Les profils de vitesse  $v_z$  sont antisymétriques par rapport au plan central passant par  $y = L/2$  du canal (Figure II- 19).

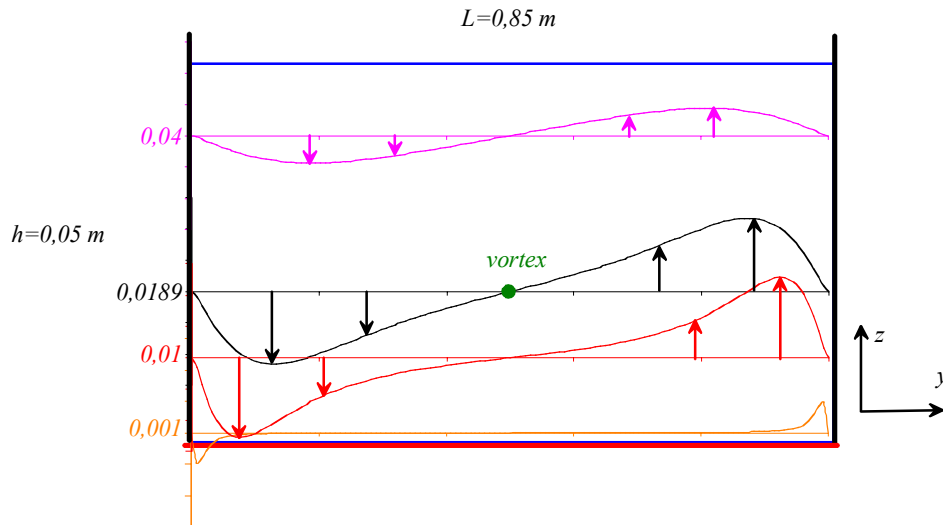


Figure II- 19 : Profils des vitesses  $v_z$  dans une tranche ( $y ; z$ ) du canal à différentes positions  $z$  en  $m$ .

Afin de mettre à nouveau en évidence les zones d'efficacité maximale de l'écoulement, on calcule le débit de convoyage par tranche de sédiment  $q_c$  suivant la hauteur et la largeur du canal (Figure II- 20). On retrouve bien un débit maximal au plus proche de la paroi mobile mais également au milieu du canal.

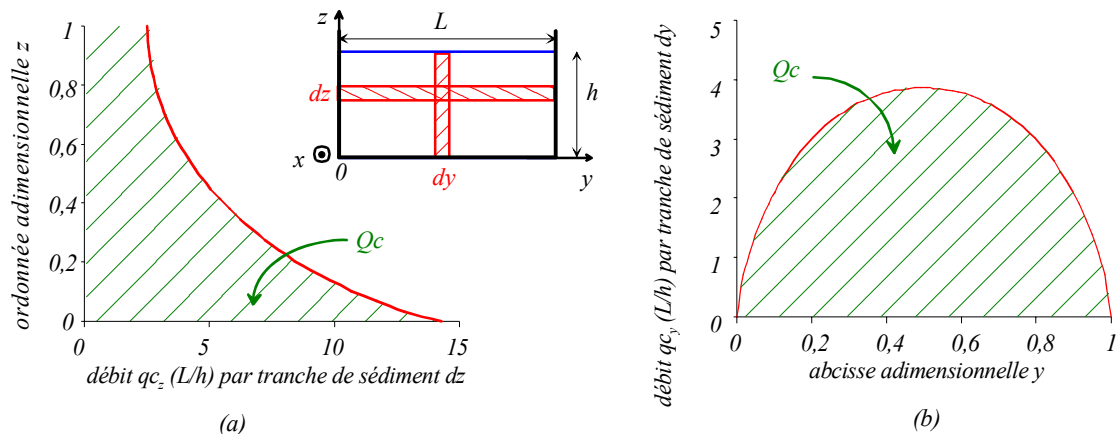


Figure II- 20 : Débits de convoyage par tranche de sédiment  $q_c$  (a)  $dz$  suivant la hauteur  $h$  de sédiments et (b)  $dy$  suivant la largeur  $L$  du canal.

#### II-4.2) Influence des paramètres géométriques du canal et de la vitesse d'entraînement

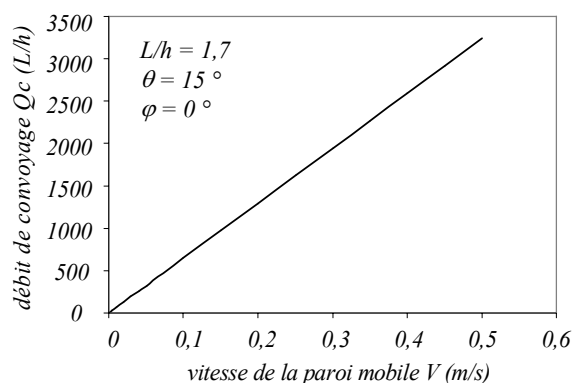
Les paramètres géométriques de l'écoulement sont l'angle du canal  $\theta$ , le rapport de forme  $L/h$  et l'angle d'inclinaison des parois  $\varphi$ . On fait varier les paramètres un par un pour connaître leur influence à partir de la configuration de base, avec les valeurs suivantes :  $L = 0,085 \text{ m}$ ,  $h = 0,05 \text{ m}$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $V = 0,03 \text{ m/s}$ ,  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$  et  $\mu = 1 \text{ Pa.s}$ . On a un rapport de forme  $L/h = 1,7$ .

Dans un premier temps, tous les paramètres varient indépendamment les uns des autres. C'est à dire que l'on considère les deux paramètres  $L$  et  $\theta$  comme indépendants. Dans un deuxième temps, on lie les variations de  $L$  à celles de  $\theta$  en étudiant des configurations qui correspondent à des configurations de machines réelles.

Le premier paramètre que l'on fait varier est la vitesse de la paroi mobile  $V$ . L'intensité des valeurs des vitesses locales  $v_x$ ,  $v_y$  et  $v_z$  augmente bien sûr quand  $V$  augmente. Cependant, les profils

d'écoulement axial et transverse du fluide ne sont pas influencés quelle que soit la vitesse  $V$  tant que l'on considère des cas pour lesquels les effets inertiels sont négligeables. Cela signifie que les lignes de courant sont identiques pour l'écoulement transverse et que la répartition des vitesses axiales est identique également.

Par contre, le débit de convoyage  $Q_c$  augmente linéairement avec l'augmentation de la vitesse de la paroi (Figure II- 21). Le débit est calculé à partir de la section  $L.h$ , constante dans ce cas, et de la vitesse moyenne  $\langle v_x \rangle$ .



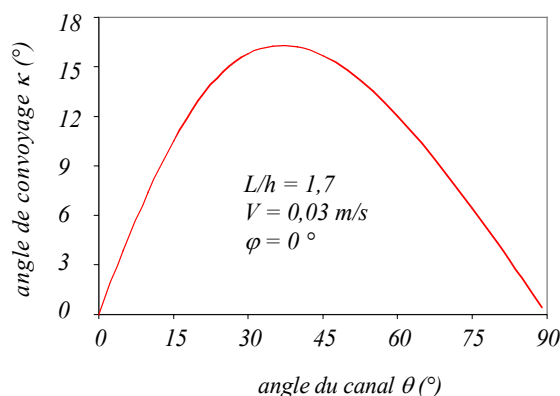
**Figure II- 21 : Influence de la vitesse de la paroi  $V$  sur le débit  $Q_c$  de convoyage.**

L'angle de convoyage  $\kappa$ , quant à lui, a une valeur constante égale à  $10,5^\circ$  quelle que soit la vitesse  $V$ . En effet, il dépend de l'angle  $\theta$  qui est constant et du rapport  $\langle v_x \rangle / V$ .

Ce résultat doit être considéré avec prudence. On sait très bien que dans un décanteur la déshydratation dépend du temps de séjour des sédiments dans le bol qui diminue avec la vitesse relative. D'autre part, les hypothèses adoptées font que pour un fluide newtonien, le convoyage n'est pas influencé par la viscosité. Dans la réalité, et comme on le montrera par la suite, pour un fluide viscoplastique, le convoyage dépend des propriétés rhéologiques des sédiments et donc indirectement de la vitesse relative.

Le deuxième paramètre que l'on fait varier est l'angle du canal. Les variations de  $\theta$  ne changent pas l'allure des profils des écoulements axial et transverse. En effet, les variations de l'angle  $\theta$  ne modifient que la condition à la limite sur la paroi mobile. En revanche, les variations de  $\theta$  influencent de façon très importante l'angle de convoyage  $\kappa$ .

En particulier, lorsque  $\theta = 0$  ou  $90^\circ$ , l'efficacité de convoyage est censée être nulle (chap. II-1). L'angle de convoyage est effectivement nul (Figure II- 22) pour ces deux cas. Deux effets s'opposent : lorsque l'angle  $\theta$  augmente, l'angle de convoyage augmente car on « dévie » de plus en plus les sédiments dans la direction de convoyage. D'un autre côté, la valeur de  $V \cos \theta$  diminue de façon continue. Cela entraîne que l'angle  $\kappa$  passe par un maximum pour une valeur  $\theta'_{opt}$  qui dépend de la configuration du canal (dans ce cas,  $\theta'_{opt} = 35^\circ$ ).

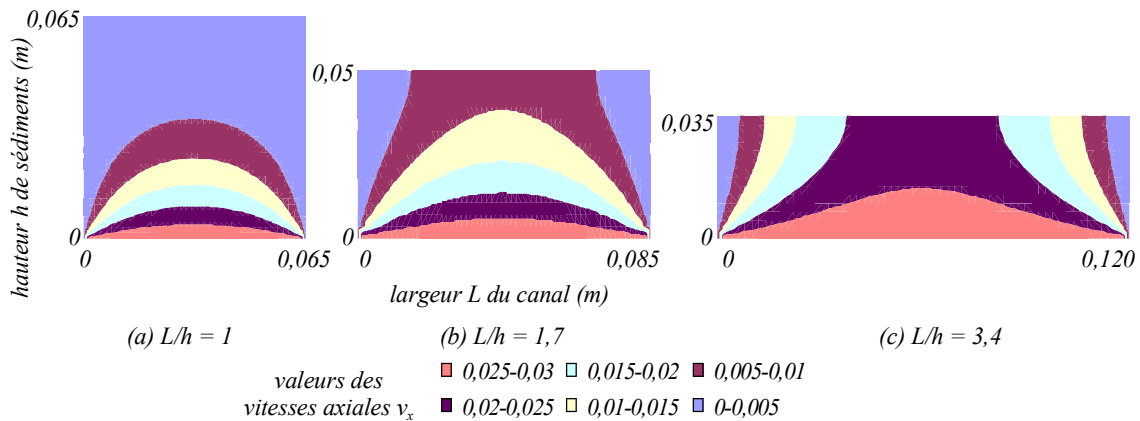


**Figure II- 22 : Influence de l'angle du canal  $\theta$  sur l'angle  $\kappa$  de convoyage.**

Le débit de convoyage  $Q_c$  ne donne pas d'indications utiles sur le convoyage lorsque les paramètres  $L$  et  $\theta$  sont considérés indépendants.

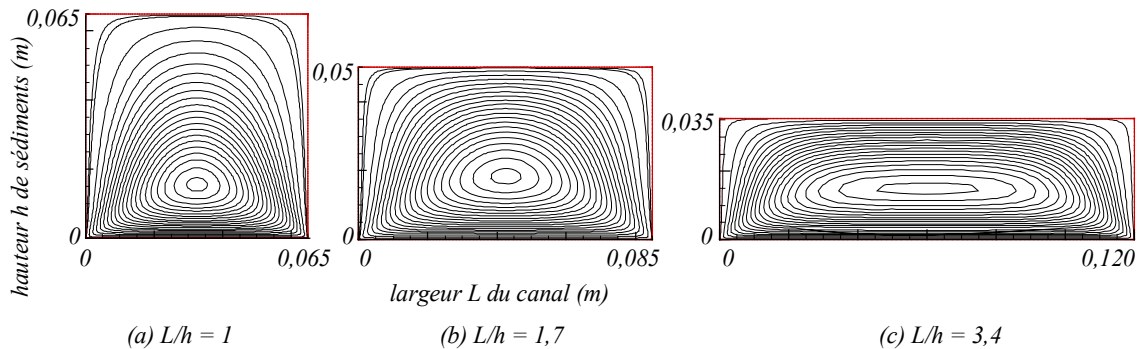
On fait maintenant varier le rapport  $L/h$  mais en gardant la section transverse du canal  $Sc$  constante. Les champs de vitesses  $v_x$  sur la *Figure II- 23* montrent que l'écoulement axial est de plus en plus développé dans le canal à mesure que le rapport  $L/h$  augmente. En effet, pour un rapport de forme de 1, le fluide n'est pas entraîné à la surface libre (il a une vitesse nulle) alors que pour des rapports égaux à 1,7 et 3,4, les vitesses à la surface libre sont de plus en plus élevées. Cela provient du fait que l'on augmente le rapport de la surface dite « motrice », c'est-à-dire la paroi mobile du fond qui entraîne le fluide, sur la surface dite de « freinage », c'est-à-dire les parois latérales fixes où le fluide a une vitesse nulle.

*Remarque : cette notion de parois latérales de « freinage » et de paroi « motrice » a déjà été utilisée dans les mêmes conditions pour l'approche solide (chap.I-3).*



**Figure II- 23 : Champs de vitesses  $v_x$  ( $Sc$  constante) pour trois rapports de forme : (a)  $L/h = 1$ , (b)  $L/h = 1,7$  et (c)  $L/h = 3,4$ .**

Le rapport  $L/h$  n'influence pas l'allure du profil d'écoulement transverse. On observe toujours un écoulement de rotation autour du point de vortex dans le canal (*Figure II- 24*). Comme pour l'écoulement axial, l'écoulement du fluide est plus développé à mesure que l'on augmente le rapport de la largeur du canal sur la hauteur de sédiment. Les lignes de courant sont de plus en plus rapprochées ce qui induit des gradients de vitesse plus forts. Le fluide est donc plus cisailé. En réalité, le fait d'augmenter la surface « motrice » par rapport à la surface de « freinage » améliore la mise en mouvement du fluide dans les couches les plus élevées. La propagation du mouvement est donc plus importante.



**Figure II- 24 : Profils de l'écoulement transverse ( $Sc$  constante) pour trois rapports de forme : (a)  $L/h = 1$ , (b)  $L/h = 1,7$  et (c)  $L/h = 3,4$ .**

Sur la *Figure II- 25*, on montre comment le débit  $Q_c$  et l'angle  $\kappa$  de convoyage varient lorsque le rapport de forme augmente. L'augmentation du débit  $Q_c$  est importante pour des rapports de forme faibles (jusqu'à 5).



On tend vers une valeur limite du débit (de l'ordre de 420 l/h pour la configuration donnée) pour des rapports de forme élevés. Cela est dû au fait que l'on conserve une section constante. Lorsque la largeur  $L$  augmente, la hauteur  $h$  diminue jusqu'à des valeurs très petites. La vitesse  $v_x$  s'approche alors de composante de la vitesse de la paroi mobile dans l'axe du canal.

Les parois deviennent aussi de plus en plus éloignées l'une de l'autre. On peut alors considérer que l'effet de « freinage » des parois latérales et les effets de bord qu'elles engendrent deviennent négligeables. Le débit d'une configuration sans effet de bord est  $Q_{max} = Sc.V.\cos\theta$ . On trouve un débit  $Q_{max} = 444$  l/h pour la même configuration. On voit bien que le débit  $Q_c$  tend vers cette valeur pour les rapports de forme élevés.

Pour des rapports  $L/h$  faibles (jusqu'à 7), l'angle  $\kappa$  augmente lui aussi de façon importante lorsque le rapport  $L/h$  augmente mais l'augmentation est plus lente. On tend également vers une valeur limite (de l'ordre de 64 °) pour des rapports de forme élevés.

Ainsi, pour obtenir une meilleure efficacité de convoyage, il faut chercher à augmenter la largeur du canal tout en diminuant la hauteur de sédiment.

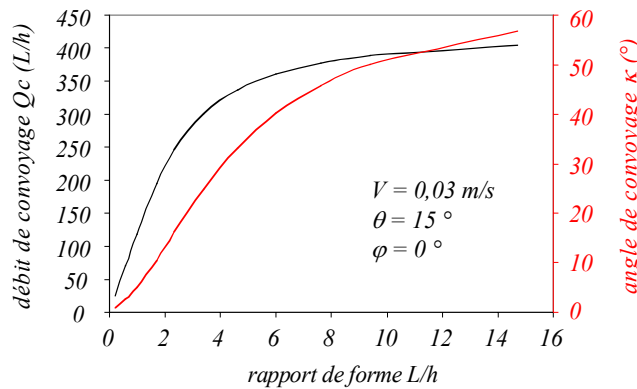


Figure II- 25 :  $Q_c$  et  $\kappa$  en fonction de  $L/h$  ( $Sc$  constante).

On garde maintenant une largeur constante, qui correspond donc à un pas constant pour la vis du DCAH. Grâce aux vis « HP » par exemple, on peut maîtriser plus ou moins la hauteur de sédiment dans le bol. Les filets de la vis « HP » augmentent au fur et à mesure que l'on se rapproche de la partie conique. Ainsi la hauteur des sédiments convoyés augmente plus ou moins de la même manière.

Lorsqu'on augmente la hauteur de fluide en maintenant les autres paramètres constants, on augmente de fait la section  $Sc$  du fluide et donc le débit de convoyage, comme le montre la Figure II- 26.

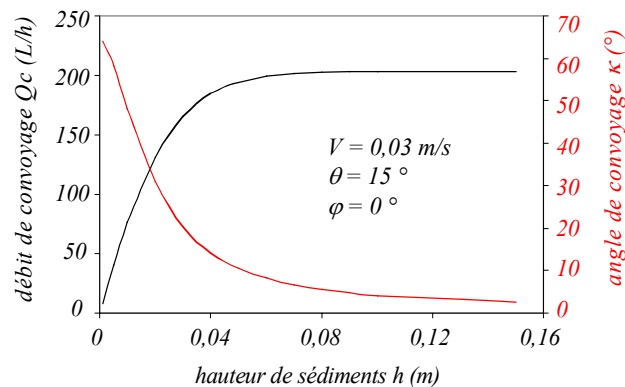
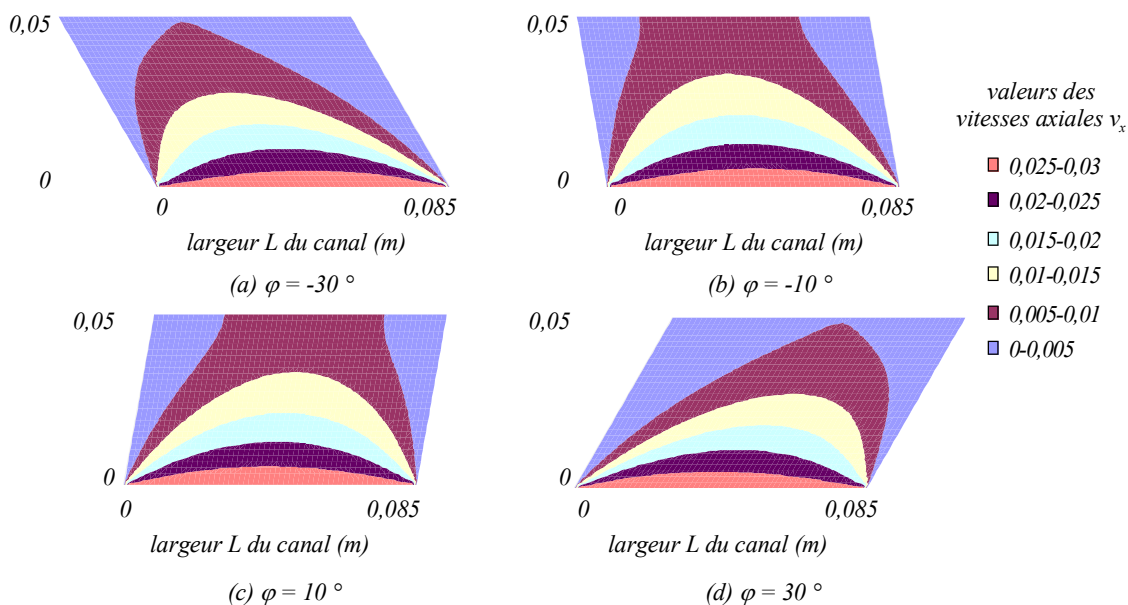


Figure II- 26 : Influence de la hauteur de sédiment  $h$  sur le débit  $Q_c$  et l'angle  $\kappa$  de convoyage.

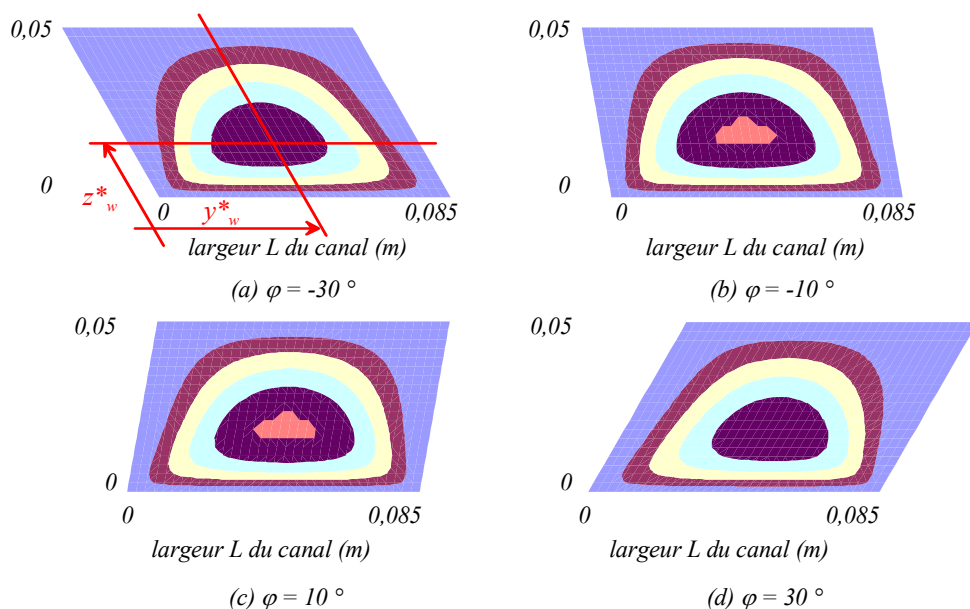
On voit que l'angle de convoyage diminue exponentiellement quand la hauteur augmente. C'est ce qui explique, entre autre, que le débit  $Q_c$  se stabilise pour des hauteurs de plus en plus grandes.

On mesure finalement l'influence de l'angle d'inclinaison  $\varphi$  des parois sur l'efficacité de convoyage. On présente ainsi sur la *Figure II- 27* les champs des vitesses axiales pour des angles de  $-30$  à  $30$  °. On remarque que l'écoulement axial n'est pas influencé par le signe de l'angle d'inclinaison des parois. On note aussi que l'écoulement est de moins en moins développé à mesure que l'angle d'inclinaison augmente en valeur absolue. Les vitesses à la surface libre sont en effet de moins en moins fortes.



**Figure II- 27 : Influence de l'angle d'inclinaison des parois  $\varphi$  sur les champs des vitesses  $v_x$ .**

On présente sur la *Figure II- 28* les champs des vitesses transverses pour des angles de  $-30$  à  $30$  °. On remarque de la même manière que précédemment que l'écoulement transverse conserve la même allure pour des angles d'inclinaison importants quel que soit le signe de l'angle d'inclinaison.



**Figure II- 28 : Influence de l'angle d'inclinaison des parois  $\varphi$  sur les lignes de courant dans une section transverse du canal.**

Le transport est donc meilleur avec des parois latérales verticales. On définit une hauteur mouillée  $h'$  comme étant la hauteur de fluide en contact avec la paroi latérale. On a ainsi :

$$h' = \frac{h}{\cos \varphi} \quad (\text{II- 18})$$

Si on calcule le rapport  $L/h'$ , on remarque que sa valeur diminue lorsque l'angle d'inclinaison augmente (Figure II- 29). Donc, lorsqu'on augmente, en valeur absolue, l'angle d'inclinaison des parois, on augmente la surface de « freinage » en contact avec le fluide par rapport à la surface « motrice » qui reste identique. Puisque la section  $Sc$  reste constante, le convoyage est donc moins bon.

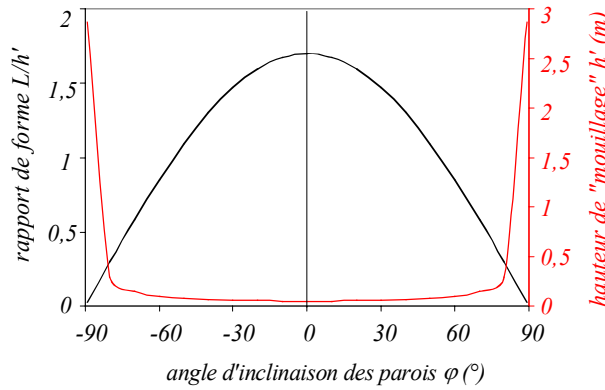


Figure II- 29 : Hauteur mouillée  $h'$  et du rapport de forme incliné  $L/h'$ .

On présente deux configurations sur la Figure II- 30 pour lesquels on garde la même section  $Sc$  et le même rapport de forme. Pour les deux cas, on trouve un débit  $Qc$  et un angle  $\kappa$  identique ce qui prouve que le fait d'augmenter l'angle d'inclinaison  $\varphi$  revient en fait à diminuer le rapport de forme.

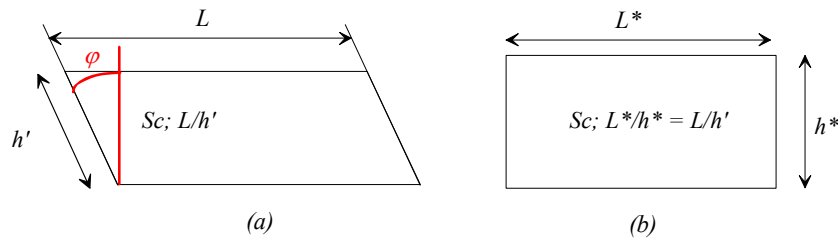


Figure II- 30 : Configurations de test de l'influence de  $\varphi$ .

Cet effet se traduit comme précédemment par une baisse de l'angle et du débit de convoyage, que l'on présente sur la Figure II- 31. Le maximum d'efficacité de convoyage est ainsi obtenu pour des parois latérales verticales et ce quelles que soient les conditions. On vérifie également que le sens d'inclinaison des parois n'a pas d'influence sur l'efficacité du convoyage. On note que le débit et l'angle de convoyage tendent vers une valeur nulle pour un angle d'inclinaison de  $90^\circ$ .

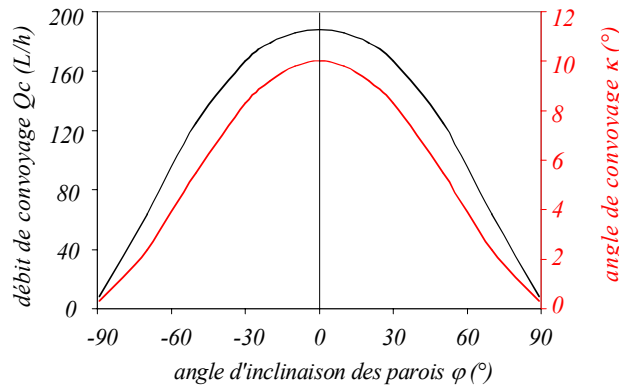


Figure II- 31 : Influence de l'angle  $\varphi$  sur le débit  $Qc$  et l'angle  $\kappa$  de convoyage.

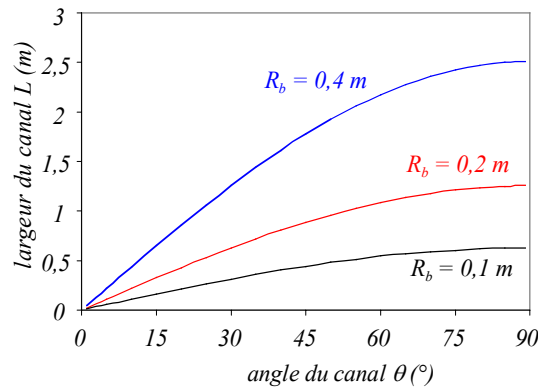
Les résultats obtenus précédemment montrent que l'angle de convoyage dépend effectivement du rapport de forme du canal  $L/h$ , de l'angle du canal  $\theta$  et de l'angle d'inclinaison des parois  $\varphi$ .

Cependant, même si ces résultats permettent de montrer le rôle de chacun des paramètres sur l'écoulement, pour obtenir des résultats ayant un intérêt pour l'étude du convoyage par vis, la dépendance entre  $L$  et  $\theta$  doit être rétablie. On va donc étudier l'influence des paramètres géométriques, à savoir essentiellement la hauteur  $h$ , sur le convoyage avec  $L$  et  $\theta$  liés.

#### 4.3) Influence des paramètres géométriques pour des grandeurs caractéristiques de machines réelles

On présente des résultats sur les angles et débits de convoyage avec des grandeurs caractéristiques tirées de vis réelles. On sait que dans le cas de la géométrie du DCAH, l'angle de vis  $\theta$  est relié à la largeur  $L$  de la vis par la relation (I-14).

On va ainsi tenir compte de cette relation dans les simulations pour l'écoulement dans la géométrie déroulée. On choisit des rayons de bol qui sont de l'ordre de grandeur des DCAH présentés au chap.0-1, à savoir des valeurs comprises entre 0,1 et 0,4 m. On montre sur la *Figure II- 32* que la largeur  $L$  augmente en même temps que l'angle  $\theta$  et que le rayon du bol  $R_b$ .



**Figure II- 32 : Largeur  $L$  en fonction de l'angle  $\theta$  et du rayon du bol  $R_b$ .**

On a vu précédemment que l'angle d'inclinaison  $\varphi$  avait en fait le même effet sur le convoyage qu'une variation du rapport  $L/h$ . On choisit alors de ne considérer que des configurations avec des inclinaisons nulles des parois latérales. De plus, l'augmentation de la vitesse de la paroi  $V$  ne fait qu'augmenter linéairement le débit sans modifier l'angle de convoyage. L'influence de  $V$  ne changera donc pas même lorsque  $L$  et  $\theta$  sont liés.

On va donc tracer les courbes du débit et de l'angle de convoyage en fonction de l'angle du canal. Le paramètre géométrique est la hauteur de sédiment  $h$  auquel il faut rajouter un nouveau paramètre, le rayon du bol  $R_b$ .

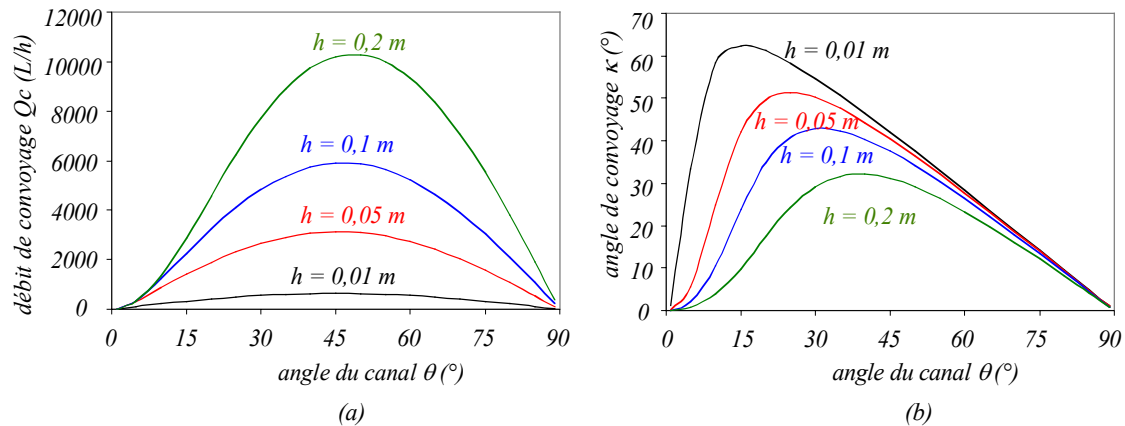
On présente sur la *Figure II- 33* les courbes du débit et de l'angle de convoyage pour  $R_b = 0,2$  m en fonction de l'angle du canal pour différentes hauteurs  $h$  de sédiments.

On étudie dans un premier temps l'influence de l'angle  $\theta$  sur l'angle  $\kappa$  (*Figure II- 33(b)*). Pour les deux valeurs extrêmes de  $\theta$ , à savoir  $\theta = 0$  et  $90^\circ$ , l'angle de convoyage est nul. L'angle de convoyage passe donc par un maximum  $\kappa_{max}$  pour une valeur  $\theta'_{opt}$  qui dépend de la hauteur  $h$ .

L'angle de convoyage augmente dans un premier temps car on « dévie » de plus en plus les sédiments dans la direction de convoyage. L'augmentation de  $\kappa$  est très forte car un autre facteur vient amplifier ce phénomène : pour chaque hauteur  $h$ , donc pour chaque courbe, la largeur  $L$  augmente avec l'angle  $\theta$ . Le rapport  $L/h$  augmente donc, ce qui favorise l'augmentation de  $\kappa$ . Ensuite l'angle  $\kappa$  chute car la valeur de  $V \cos \theta$  diminue. La vitesse moyenne axiale  $\langle v_x \rangle$  des sédiments est donc plus faible également.

Ensuite, la *Figure II- 33(a)* montre l'influence de l'angle  $\theta$  sur le débit de convoyage. Il est nul pour un angle  $\theta$  nul. Cela provient du fait que, lorsque  $\theta$  tend vers  $0$ , la largeur  $L$  du canal tend également vers  $0$ . Le débit  $Q_c$  est également nul pour  $\theta = 90^\circ$ . Le débit passe donc par un maximum  $Q_{c_{max}}$  pour une valeur  $\theta_{opt}$ , différente de  $\theta'_{opt}$ .

Comme pour l'angle  $\kappa$ , les mêmes phénomènes physiques se produisent. Le débit de convoyage augmente lorsque l'angle  $\theta$  augmente car on « dévie » de plus en plus les sédiments dans la direction de convoyage. Ce phénomène est accentué par le fait que  $L$  augmente avec  $\theta$  ce qui induit une section de passage du fluide plus grande et donc un débit plus fort. Ensuite, le débit  $Q_c$  chute car la valeur de  $V\cos\theta$  diminue de plus en plus. La vitesse axiale moyenne  $\langle v_x \rangle$  diminue donc aussi.



**Figure II- 33 : (a) Débit  $Q_c$  et (b) angle  $\kappa$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour différentes valeurs de  $h$ .**

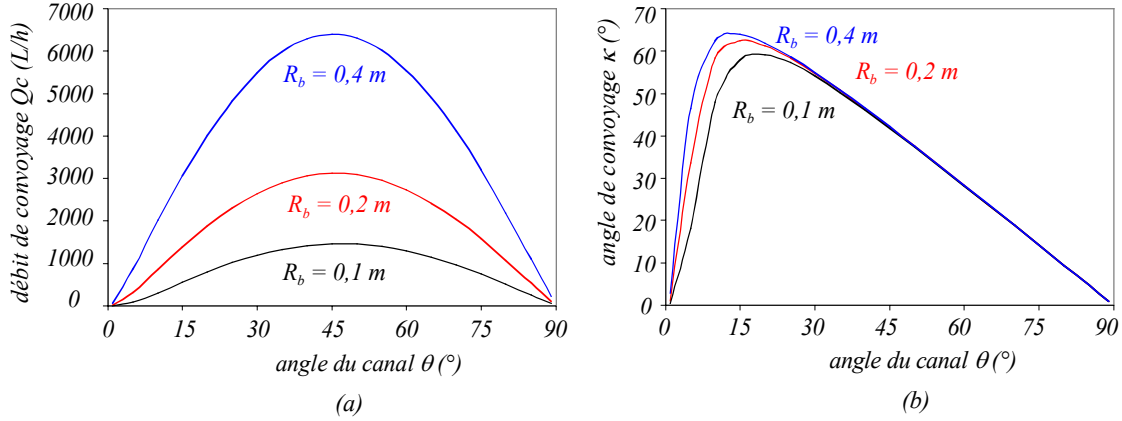
En ce qui concerne l'influence de la hauteur  $h$  sur l'angle de convoyage, la *Figure II- 33(b)* fait apparaître que le maximum de l'angle de convoyage  $\kappa_{max}$  augmente lorsque la hauteur  $h$  diminue. De plus, l'angle du canal optimal  $\theta'_{opt}(\kappa)$  correspondant à l'angle optimal  $\kappa_{max}$  est d'autant plus faible que la hauteur  $h$  est faible. Il est en effet plus facile de convoyage une fine couche de sédiments car la surface « motrice » est grande devant la surface de « freinage » ( $L/h$  grand). Un angle de vis faible suffit donc ce qui permet de garder une vitesse axiale  $V\cos\theta$  importante (et donc  $\langle v_x \rangle$ ). Par contre, plus la hauteur  $h$  est grande, plus on a besoin de diriger et guider le fluide suivant la direction de convoyage. Cela se fait donc au détriment de la vitesse axiale et l'angle de convoyage est donc moins élevé. Les résultats indiquent donc qu'en contrôlant la hauteur  $h$  de sédiment (augmentation progressive lors du convoyage vers la partie conique du bol), on devrait augmenter progressivement l'angle de vis  $\theta$  pour conserver un angle de convoyage  $\kappa$  optimal.

La *Figure II- 33(a)* montre finalement l'influence de  $h$  sur le débit  $Q_c$ . On observe que les débits augmentent lorsque  $h$  augmente car la section de passage du fluide augmente. Ainsi, lorsqu'on double la hauteur  $h$ , on double quasiment le débit  $Q_c$ . De même, il semble que l'angle  $\theta_{opt}$  reste toujours de l'ordre de  $45^\circ$ . Etant donné que l'angle  $\theta$  et la largeur  $L$  sont liés, cette valeur de  $\theta_{opt}$  représente le meilleur compromis entre, d'une part, la nécessité de conserver une largeur, donc une section de passage, suffisamment grande et, d'autre part, la nécessité de garder une vitesse de la paroi mobile suivant l'axe du canal suffisamment grande également. On note que  $\theta'_{opt}$  se rapproche de la valeur de  $\theta_{opt}$  lorsque la hauteur augmente.

La *Figure II- 34* montre maintenant l'influence du rayon  $R_b$  sur les angles et les débits de convoyage. La hauteur  $h$  vaut dans ce cas  $0,05$  m.

On observe que les débits augmentent avec l'augmentation du rayon du bol. On retrouve les mêmes tendances que lorsque la hauteur de sédiment augmente (*Figure II- 33(a)*). Ainsi quand on double le rayon  $R_b$ , on double le débit. On augmente en fait la section de passage du fluide puisque la largeur augmente linéairement avec le rayon  $R_b$ . De même, on semble retrouver un angle  $\theta_{opt}$  du même ordre de grandeur que précédemment, à savoir de l'ordre de  $45^\circ$ .

Sur la *Figure II- 34(b)*, on observe que l'augmentation de  $R_b$  conduit aux mêmes conclusions sur les angles de convoyage que lorsque  $h$  diminue (*Figure II- 33(b)*). L'influence de  $R_b$  est cependant bien moindre. On a donc toujours un angle optimal  $\kappa_{max}$  de convoyage pour un angle du canal optimal  $\theta'_{opt}$  d'autant plus faible que le rayon  $R_b$  est fort. Cela correspond à des  $L/h$  de plus en plus grands. Le maximum de l'angle de convoyage  $\kappa_{max}$  augmente également lorsque le rayon  $R_b$  augmente.



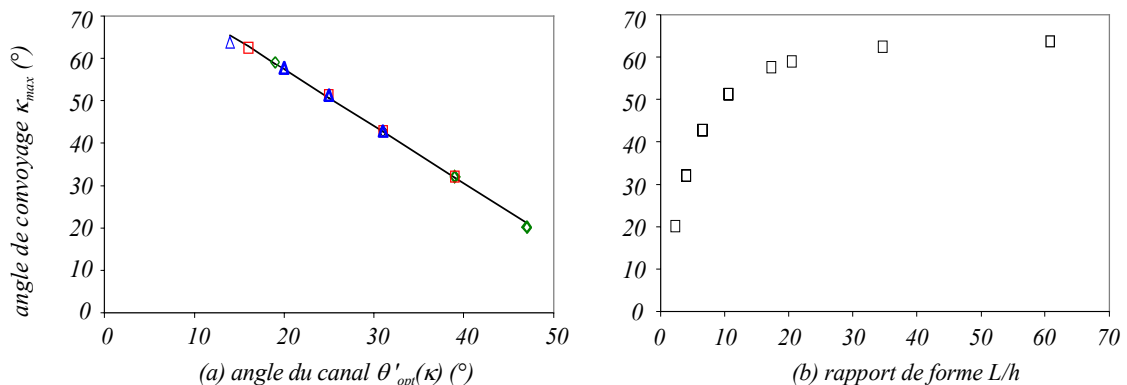
**Figure II- 34 : (a) Débit  $Q_c$  et (b) angle  $\kappa$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour différentes valeurs de  $R_b$ .**

On dresse maintenant dans le *Tableau II- 2* les valeurs maximales des angles de convoyage avec leurs angles de canal optimum respectif. Cela confirme les remarques précédentes.

**Tableau II- 2 : Angles  $\kappa_{max}$  en fonction des angles  $\theta'_{opt}$  pour les différentes configurations ( $h$  ;  $R_b$ ).**

$h$ (m)	$R_b = 0,1$ m		$R_b = 0,2$ m		$R_b = 0,4$ m	
	$\theta'_{opt}(\kappa)$	$\kappa_{max}$	$\theta'_{opt}(\kappa)$	$\kappa_{max}$	$\theta'_{opt}(\kappa)$	$\kappa_{max}$
0,01	19	59,1	16	62,4	14	63,8
0,05	31	42,8	25	51,4	20	57,7
0,1	39	32,0	31	42,8	25	51,4
0,2	47	20,1	39	32,0	31	42,8

Les valeurs de l'angle  $\kappa_{max}$  en fonction de l'angle  $\theta'_{opt}(\kappa)$  appartiennent toutes à la même droite quel que soit la valeur de  $R_b$  (*Figure II- 35(a)*). On retrouve le fait que  $\kappa_{max}$  diminue lorsque  $\theta'_{opt}$  augmente. La *Figure II- 35(b)* montre alors que l'angle de convoyage (ici, il s'agit de l'angle  $\kappa_{max}$ ) augmente rapidement avec le rapport de forme  $L/h$  pour des valeurs faibles (dans ce cas inférieures à 10), puis il tend vers une valeur limite lorsque  $L/h$  augmente. On retrouve le même comportement que lorsque  $\theta$  et  $L$  étaient indépendants (*Figure II- 25*).



**Figure II- 35 : Angle  $\kappa_{max}$  en fonction (a) de l'angle  $\theta'_{opt}(\kappa)$  pour différentes valeurs de  $R_b$  et  $h$  et (b) du rapport  $L/h$ .**

En ce qui concerne les débits maximaux  $Q_{c_{max}}$  (Tableau II- 3), on trouve bien un angle  $\theta_{opt}$  de l'ordre de  $45^\circ$ . Il augmente légèrement (ici jusqu'à  $52^\circ$ ) lorsque la hauteur  $h$  augmente. Les valeurs des débits maximaux montrent également que lorsqu'on double la hauteur, le débit est quasiment doublé. De la même manière, lorsqu'on double le rayon  $R_b$ , le débit est doublé (voire un peu plus que doublé pour des hauteurs fortes). Ces valeurs sont irréalistes pour les DCAH réels. On verra par la suite que la prise en compte de phénomènes complémentaires devrait permettre de trouver des valeurs plus proches de la réalité.

**Tableau II- 3 : Débits  $Q_{c_{max}}$  en fonction des angles  $\theta_{opt}$  pour les différentes configurations ( $h$  ;  $R_b$ ).**

$h$ (m)	$R_b = 0,1$ m		$R_b = 0,2$ m		$R_b = 0,4$ m	
	$\theta_{opt}(Q_c)$	$Q_{c_{max}}$	$\theta_{opt}(Q_c)$	$Q_{c_{max}}$	$\theta_{opt}(Q_c)$	$Q_{c_{max}}$
0,01	45	320	45	643	45	1288
0,05	47	1474	46	3128	45	6390
0,1	49	2572	47	5897	46	12513
0,2	52	3780	49	10290	47	23588

## II-5) Conclusions sur le convoyage d'un fluide newtonien

On récapitule dans un premier temps les principaux résultats obtenus numériquement pour un fluide newtonien puis on fait part des limitations du modèle et des phénomènes qui ne sont pas pris en compte.

### II-5.1) Conclusions sur le convoyage

Les résultats numériques sur le convoyage d'un fluide newtonien dans un canal à surface libre montrent que le débit de convoyage augmente linéairement avec l'augmentation de la vitesse, tout en conservant un angle de convoyage constant. De plus, lorsqu'on augmente le rapport  $L/h$ , on augmente le débit et l'angle de convoyage qui tendent tous les deux vers une valeur limite pour des rapports  $L/h$  élevés. On a observé également que le convoyage est le plus efficace lorsque l'angle d'inclinaison des parois est nul. En effet, augmenter l'angle d'inclinaison revient à augmenter la hauteur de fluide en contact avec les parois de « freinage ». Cela revient donc à diminuer le rapport  $L/h$ . Le sens de l'inclinaison n'a pas d'influence sur le convoyage pour un fluide newtonien.

Les résultats de l'écoulement lorsque  $L$  et  $\theta$  sont liés soulignent des tendances importantes pour la compréhension du convoyage. L'angle  $\kappa$  passe en effet par un maximum  $\kappa_{max}$  qui augmente lorsque  $h$  diminue ou lorsque  $R_b$  augmente. L'angle  $\kappa_{max}$  est d'autant plus élevé que l'angle  $\theta_{opt}$  est faible. En ce qui concerne les débits, ils passent également par un maximum pour un angle  $\theta_{opt}$ . Les résultats mettent également en évidence des tendances que l'on a déjà pu observer dans le cas des approches « fluide » (adapté d'Agemura *et al.* (1994)) et « solide ».

Néanmoins, des phénomènes non modélisés intervenant dans le convoyage influencent de manière importante l'efficacité du convoyage.

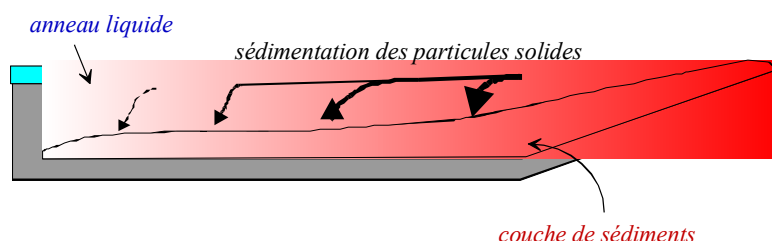
### 5.2) Phénomènes non modélisés intervenant dans le convoyage

Dans les résultats obtenus pour un fluide newtonien, différents aspects peuvent apparaître surprenants :

- Le premier est que le convoyage ne soit pas dépendant de la viscosité du fluide. Cela provient du fait que l'écoulement axial correspond à un écoulement de cisaillement simple sans gradient de pression axial, selon les hypothèses du modèle.
- Le deuxième provient des valeurs d'angle de canal  $\theta_{opt}$  qui permettent d'obtenir les débits de convoyage optimums  $Q_{c_{max}}$ , de l'ordre de  $45^\circ$ . Pour les vis utilisées sur des machines réelles, les angles de vis sont généralement inférieurs à  $10^\circ$  voire  $5^\circ$ . Un tel écart amène des questions. Une



première réponse consiste à incriminer le convoyage dans le cône qui est fortement pénalisé par la force de reflux qui entraîne les sédiments à contre sens. Un autre aspect très important concerne l'inclinaison de la surface des sédiments. Afin de ne prendre en compte que les phénomènes directement liés au convoyage, la surface des sédiments a été considérée comme plane et non inclinée par rapport à la surface du fond mobile du canal. En réalité, la couche de sédiments s'épaissit au fur et à mesure du convoyage par accumulation (*Figure II- 36*). En effet, la quantité de sédiments raclés par la vis vers la partie conique du bol est de plus en plus importante (la sédimentation se fait dans toute la partie cylindrique).



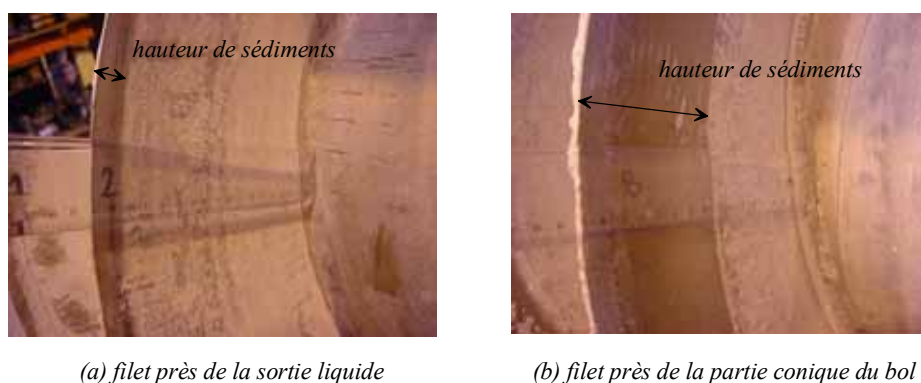
**Figure II- 36 : Schéma du profil de hauteur de sédiments dans le DCAH.**

Des relevés de hauteur de sédiments sont parfois possibles lorsque le produit traité laisse des marques apparentes sur le filet de vis. C'est le cas du carbonate de calcium pour lequel on peut suivre approximativement la hauteur de la couche de sédiment sur chaque filet (*Figure II- 37*). En effet, la couche de sédiment raclée par la vis, laisse la surface de la vis sans souillure alors que le reste de la surface est blanchie par le produit.



**Figure II- 37 : Vue générale de la vis d'une D7LL de conception « classique ».**

Sur la *Figure II- 38*, on observe l'augmentation de la hauteur de sédiment convoyée entre deux pas de vis différents, un situé à proximité de la sortie liquide, l'autre proche du cône.

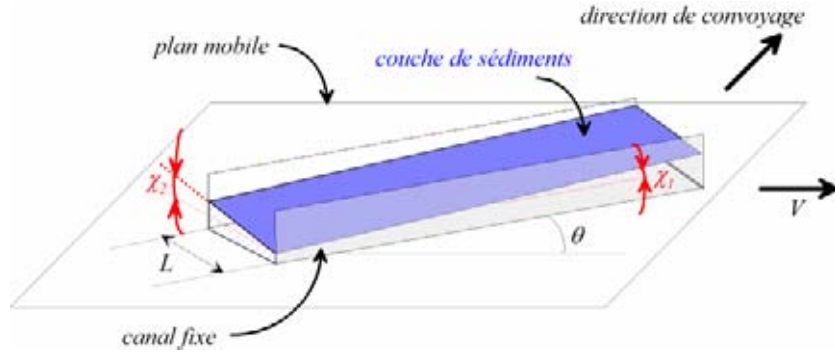


**Figure II- 38 : Relevé de hauteur de Carbonate de Calcium pour chaque filet de vis d'une D7LL.**



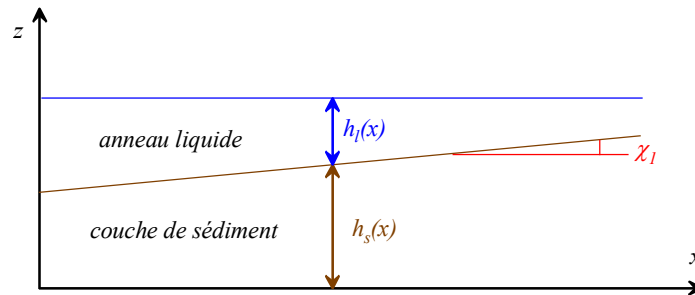
De la même manière, grâce aux vis « HP », on peut également maîtriser plus ou moins la hauteur de sédiment dans le bol. Les filets de la vis « HP » augmentent au fur et à mesure que l'on se rapproche de la partie conique. Ainsi la hauteur des sédiments convoyés augmente de la même manière.

Le fait que la surface des sédiments puisse présenter une surface inclinée va modifier de façon importante les conditions de convoyage. Une variation de la hauteur des sédiments va entraîner l'apparition de gradients de pression selon l'axe de la machine et un contre écoulement (refoulement des sédiments) dans la direction opposée du convoyage. Sur la *Figure II- 39*, on présente dans la géométrie déroulée la configuration de convoyage pour une surface inclinée.



**Figure II- 39 : Géométrie déroulée avec une hauteur de sédiment croissante suivant la direction de convoyage.**

La *Figure II- 39* montre que plus l'angle du canal va être grand et plus la pente selon l'axe du canal va être grande. Dans une première approche, on se place dans le cas d'un canal avec une surface libre de pente  $\chi_1$  selon l'axe du canal (*Figure II- 40*). La pente est supposée indépendante de l'angle du canal et on considère de plus que l'angle  $\chi_2$  d'inclinaison de la surface des sédiments dans la direction transverse est négligeable. L'anneau liquide de hauteur  $h_l(x)$  repose sur la couche de sédiment de hauteur  $h_s(x)$ . En reprenant le modèle d'*Agemura et al. (1994)* adapté au cas du décanteur, on peut calculer le profil des vitesses et les paramètres décrivant le convoyage en fonction de l'inclinaison de la surface des sédiments. On rappelle que dans le cas du modèle d'*Agemura et al. (1994)*, l'influence des parois latérales du canal est négligée.



**Figure II- 40 : Interface sédiment/anneau liquide dans le canal à surface libre présentant une pente  $\chi_1$ .**

Dans ces conditions, on peut écrire les équations du mouvement sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \rho_s \langle r \rangle \omega^2 \end{cases} \quad (\text{II- 19})$$

avec  $\rho_s$  masse volumique de la couche des sédiments et  $\langle r \rangle = R_b - \frac{h_s(x) + h_l(x)}{2}$  rayon moyen où la force centrifuge est appliquée.

Les hauteurs de sédiments et de l'anneau liquide sont faibles, on suppose donc  $\langle r \rangle \approx R_b$ . Cela ne modifie quasiment pas les calculs et on veut juste dans cette partie souligner l'importance de la pente de la surface libre. De plus, la pente est faible ce qui conduit aux simplifications suivantes :

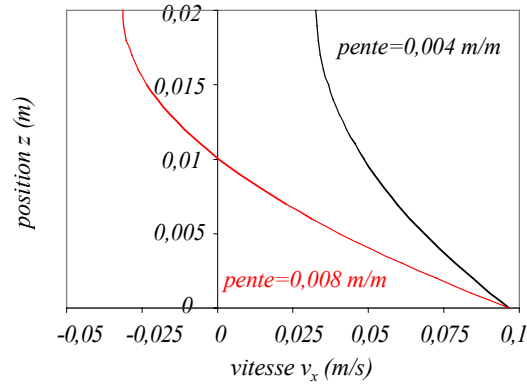
$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \text{ et } \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \ll \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \quad (\text{II- 20})$$

Après calculs, l'expression de la vitesse  $v_x$  est obtenue par la relation :

$$v_x(x, z) = V \cos \theta - \frac{(\rho_s - \rho_l) R_b \cdot \omega^2}{\mu} \chi_1 \cdot z \left( \frac{z}{2} - h_s(x) \right) \quad (\text{II- 21})$$

avec  $\rho_l$  masse volumique du fluide de l'anneau liquide.

On a choisi pour la configuration de base des calculs les valeurs suivantes :  $h_s = 0,02 \text{ m}$ ,  $V = 0,1 \text{ m/s}$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $\rho_s - \rho_l = 10 \text{ kg/m}^3$ ,  $R_b = 0,2 \text{ m}$ ,  $\omega = 200 \text{ rad/s}$  et  $\mu = 1 \text{ Pa.s}$ . La Figure II- 41 présente les profils de vitesses  $v_x$  pour deux pentes différentes. On observe que plus la pente est élevée, plus le contre-écoulement est important.

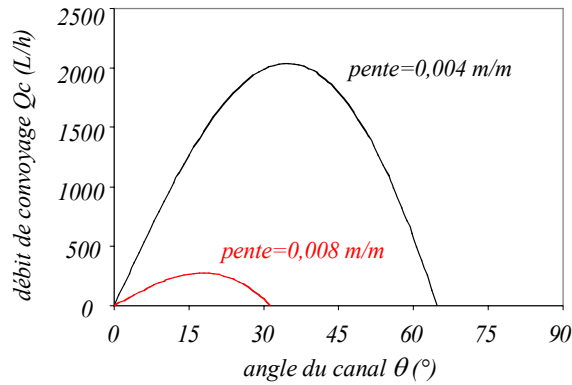


**Figure II- 41 : Profils de vitesses  $v_x$  : influence de la pente de la surface libre.**

Le débit de convoyage s'exprime alors dans ces conditions de la manière suivante :

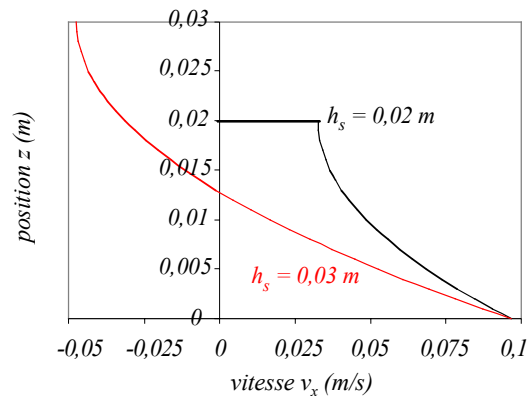
$$Q_c = VL \cos \theta - \frac{(\rho_s - \rho_l) R_b \cdot \omega^2}{\mu} \chi_1 \cdot \frac{h_s^3(x)}{3} L \quad (\text{II- 22})$$

Le débit de convoyage en fonction de l'angle du canal est évalué pour les mêmes valeurs que précédemment. La Figure II- 42 montre que le débit chute de manière importante lorsqu'un contre-écoulement est généré par la pente de la surface libre. De plus les angles du canal correspondant au débit maximum diminuent fortement également.



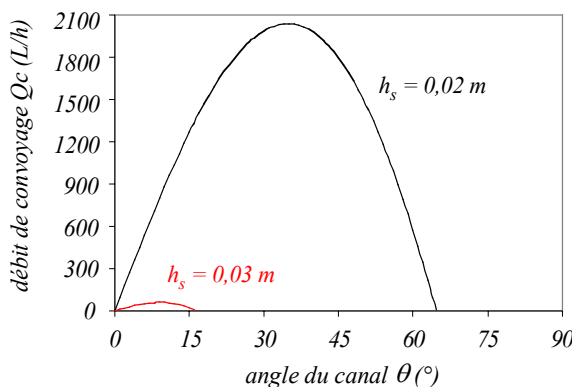
**Figure II- 42 : Débits de convoyage  $Q_c$  : influence de la pente de la surface libre.**

La Figure II- 43 présente les profils de vitesses  $v_x$  pour deux hauteurs de sédiments différentes. On observe que plus la hauteur est élevée, plus le contre-écoulement est présent.



**Figure II- 43 : Profils de vitesses  $v_x$  : influence de la hauteur de sédiments  $h_s$ .**

L'augmentation de la hauteur, sans ce contre-écoulement, fait augmenter le débit de façon significative puisqu'on augmente la section de passage des sédiments. Cependant, le fait d'avoir un contre-écoulement plus important avec une hauteur plus élevée engendre une forte diminution du débit de convoyage, comme on peut l'observer sur la Figure II- 44.



**Figure II- 44 : Débits de convoyage  $Q_c$  : influence de la hauteur de sédiments  $h_s$ .**

On doit donc utiliser les résultats de la modélisation avec prudence. Ils mettent en évidence l'influence des différents paramètres lorsque le transport des sédiments est uniquement lié au mouvement relatif entre le bol et la vis. Dans la démarche utilisée, on cherche à mettre en place les outils de simulation qui permettent de décrire ce cas particulier. Une fois la validation de ces outils à partir d'essais

expérimentaux réalisée, il sera possible d'adapter le modèle et les outils de simulation pour prendre en compte les phénomènes non décrits par le modèle.

Le prochain chapitre présente le dispositif et le fluide modèle utilisés pour la partie expérimentale de ce travail. Il sera alors possible de comparer les résultats numériques pour un fluide newtonien aux résultats expérimentaux obtenus. Cela permettra de voir si les tendances obtenues pour un fluide newtonien sont également valables pour un sédiment pâteux présentant un comportement viscoplastique.





## **Chapitre III) Etude expérimentale du convoyage de sédiments pâteux**

### **III-1) Etude préliminaire de similitude pour la conception du prototype**

III-1.1) Calcul des ordre de grandeur des débits de convoyage

III-1.2) Choix de la similitude en fonction des effets prépondérants

III-1.3) Dimensionnement de la maquette

### **III-2) Présentation du dispositif expérimental**

III-2.1) Description du prototype

III-2.2) Acquisition des données expérimentales

III-2.3) Protocole expérimental

### **III-3) Rhéologie du fluide modèle similaire aux sédiments pâteux**

III-3.1) Préparation du gel de Carbopol

III-3.2) Rhéogrammes des gels utilisés

III-3.3) Tests simples de caractérisation du gel

### **III-4) Résultats expérimentaux pour un fluide viscoplastique**

III-4.1) Présentation des types d'écoulement rencontrés

III-4.2) Influence des paramètres géométriques et opératoires

III-4.3) Influence des paramètres rhéologiques du fluide

III-4.4) Influence des paramètres de convoyage sur les débits  $Q_c$

III-4.5) Influence de l'angle d'inclinaison des parois

III-4.6) Comparaison quantitative avec les simulations pour un fluide newtonien

III-4.7) Calcul des incertitudes de mesure

### **III-5) Conclusions sur le convoyage de sédiments par l'approche expérimentale**

### Chapitre III) Etude expérimentale du convoyage de sédiments pâteux

Le dispositif expérimental, développé à partir de la géométrie simplifiée, est présenté. Une étude de similitude montre dans un premier temps que les débits évalués pour des géométries en rapport avec les dimensions caractéristiques des DCAH réels sont trop importants. La conception et la mise en place des expériences sont détaillées par la suite.

Un fluide modèle (gel de Carbopol), dont le comportement est celui d'un fluide viscoplastique, est utilisé pour simuler le comportement des sédiments. Une caractérisation du comportement rhéologique du fluide a été effectuée à partir de mesures rhéométriques.

Les résultats expérimentaux sont alors comparés qualitativement aux résultats théoriques obtenus pour un fluide newtonien au chapitre précédent.

Des expériences menées avec un fluide newtonien n'ont pas pu être réalisées par manque de temps. La validation des résultats numériques obtenus avec un comportement newtonien sera faite à partir de la comparaison avec des résultats expérimentaux conduits sur un fluide viscoplastique à faible seuil.

#### III-1) Etude préliminaire de similitude pour la conception du prototype

##### III-1.1) Calcul des ordres de grandeurs des débits de convoyage

Il s'agit ici d'évaluer l'ordre de grandeur des débits les plus élevés pour la géométrie simplifiée avec des dimensions correspondant à des dimensions caractéristiques des machines commercialisées de tailles différentes. L'objectif est de définir les grandeurs caractéristiques de base pour le prototype.

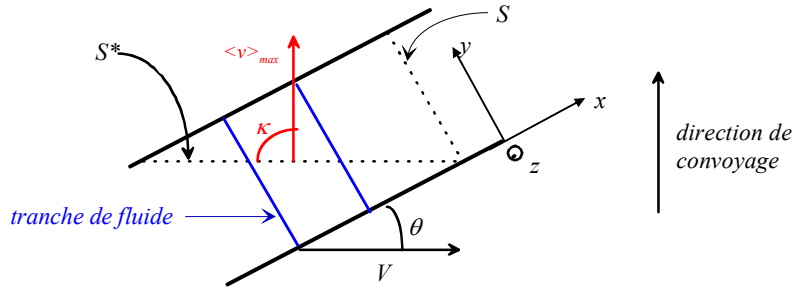


Figure III- 1 : Schéma de la vue de dessus de la géométrie simplifiée.

On procède au calcul du débit de convoyage pour la géométrie simplifiée dans le cas d'un convoyage idéal, c'est-à-dire lorsque une tranche de sédiment progresse dans la direction de convoyage d'une longueur égale au pas de vis à chaque tour de vis, relativement au bol (Figure III- 1). On a, dans ce cas,  $Qc_{max} = \langle v \rangle_{max} \cdot S^*$ . Or, d'après la Figure III- 1, la surface  $S^*$  vaut :

$$S^* = \frac{Sc}{\sin \theta} = \frac{hL}{\sin \theta} = \frac{hp \cos \theta}{\sin \theta} \quad \text{(III- 1)}$$

De plus, pour un convoyage idéal, le fluide se déplace d'une longueur égale au pas dans la direction de  $\langle v \rangle$  pour un tour soit :

$$\langle v \rangle_{max} = \frac{2\pi N}{60} p \quad \text{(III- 2)}$$

On obtient ainsi la valeur du débit maximal sous la forme :

$$Qc_{max} = \frac{2\pi N}{60} hp^2 \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad \text{(III- 3)}$$



Les caractéristiques utilisées pour le calcul des débits maximaux sont une vitesse de rotation différentielle  $N = 2 \text{ tr/min}$ . La hauteur de sédiment est choisie égale à  $h = 0,1.D_b$ . L'angle du canal  $\theta$  est pris égal à  $25^\circ$ .

Les données géométriques pour différents types de DCAH sont prises à partir du *Tableau 0- 1*. Les débits de convoyage calculés par cette méthode sont présentés dans le *Tableau III- 1* :

**Tableau III- 1 : Calcul des débits maximaux pour les différents types de DCAH.**

type DCAH	$Qc_{max} (l/h)$
D2L	605
D3L	929
D4L	1962

On constate que les volumes de fluide mis en jeu sont trop importants pour que l'on puisse envisager un prototype de dimensions correspondantes à une machine à taille réelle. La solution est de réaliser un modèle réduit (maquette) en respectant les règles de similitude. On doit pour cela conserver les mêmes phénomènes physiques de l'écoulement. Les volumes de fluide à mettre en œuvre seront alors plus faibles.

### III-1.2) Choix de la similitude en fonction des effets prépondérants

Une maquette doit satisfaire 3 similitudes (Midoux, 1985) :

- la similitude géométrique : la maquette doit être à l'échelle exacte du prototype et les différentes dimensions doivent être reliées par le même facteur d'échelle  $a$ . En pratique on ne peut avoir une similitude géométrique parfaite ne serait que parce que l'état de rugosité des surfaces solides est rarement extrapolable. On peut cependant réaliser une approximation précise,
- la similitude cinématique : elle est validée si, en deux points homologues de la maquette et du prototype, les vitesses ont des directions homologues et des modules dans un rapport constant,
- la similitude dynamique : elle est satisfaite si, en deux points homologues de la maquette et du prototype, les forces ont des directions homologues et des modules dans un rapport constant.

Il est démontré que lorsque les similitudes géométrique et dynamique sont satisfaites, la similitude cinématique l'est automatiquement.

L'analyse dimensionnelle (chap.II-2) nous a permis d'extraire les trois nombres adimensionnels suivants : le nombre de Reynolds  $Re$ , le nombre de Froude  $Fr$  et le nombre d'Oldroyd  $Od$ . Il faut d'abord que le rapport de la valeur réelle (indiquée 1) sur la valeur de la maquette (indiquée 2) pour les valeurs géométriques soient une constante. On choisit comme longueur de référence le pas du canal :  $\frac{p_1}{p_2} = a$ .

Les deux écoulements seront semblables si  $Fr_1 = Fr_2$ ,  $Re_1 = Re_2$  et  $Od_1 = Od_2$ . La similitude est dite alors complète.

Les mesures rhéométriques montrent (chap.III-3) que la consistance  $K$  et l'indice  $n$  varient peu par rapport aux variations du seuil. On admet qu'ils restent constants. On a donc :

$$Od_1 = Od_2 \Leftrightarrow \frac{S_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^n}{S_2 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^n} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^n \quad \text{(III- 4)}$$

$$Fr_1 = Fr_2 \Leftrightarrow \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^2 = \frac{p_1}{p_2} \quad \text{(III- 5)}$$

$$Re_1 = Re_2 \Leftrightarrow \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^2 = \frac{S_1}{S_2} \quad \text{(III- 6)}$$

Cependant, en combinant les relations (III-4) et (III-6), on obtient :  $a = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{n-2}{n}}$  ce qui est

incompatible avec la relation (III-5) sauf pour  $n = -2$ . Cette valeur est impossible physiquement puisque  $n$  est toujours positif. On ne peut donc satisfaire toutes les similitudes dynamiques en même temps sans aboutir à des incompatibilités. Ainsi, il faut choisir deux nombres adimensionnels qui font intervenir les forces prépondérantes du problème et se contenter d'une similitude approchée comme c'est généralement le cas pour un problème à surface libre.

On a montré que les effets de seuil et les effets gravitaires sont prépondérants devant les effets inertiels (chap.II-2). Les deux nombres représentatifs de l'écoulement sont donc le nombre d'Oldroyd et le nombre de Froude. On conserve donc  $Od$  et  $Fr$  par similitude tout en imposant de garder le même régime d'écoulement afin de respecter au maximum le nombre de Reynolds.

### III-1.3) Dimensionnement de la maquette

On procède maintenant à la mesure des paramètres caractéristiques de la maquette. On déduit des relations (III-4) et (III-6) :

$$S_2 = a^{n/2} \cdot S_1 \quad \text{(III- 7)}$$

De plus,  $a$  peut s'exprimer en fonction des débits :

$$a = \left(\frac{Qc_1}{Qc_2}\right)^{2/5} \quad \text{(III- 8)}$$

Il faut choisir les valeurs qui présentent le meilleur compromis pour garder la fidélité du modèle notamment en ce qui concerne la vitesse du fluide. On doit en effet rester dans un régime d'écoulement où les effets inertiels restent négligeables.

Le *Tableau III- 2* présente les valeurs arbitraires choisies. Elles sont représentatives des futures expériences à mener et des fluides à utiliser.

**Tableau III- 2 : Valeurs caractéristiques des paramètres du problème.**

$S_1$ (Pa)	$N$ (tr/min)	$p_1$ (m)	$V_1$ (m/s)
50	2	0,12	0,13
$L_1$ (m)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$K$ (Pa.s <sup>n</sup> )	$n$ (-)
0,12	1000	20	0,5

Le rapport géométrique choisi est  $a = 1,5$ . On trouve également que la valeur du seuil n'évolue pratiquement pas puisqu'on trouve une valeur de  $S_2 = 55$  Pa pour  $S_1 = 50$  Pa. Le *Tableau III- 3* présente les autres valeurs obtenues pour le prototype.

**Tableau III- 3 : Exemple de valeurs numériques de la maquette pour un rapport géométrique de  $a = 1,5$ .**

$h$ (m)	$p_1$ (m)	$V_1$ (m/s)	$Qc_2$ (l/h)	$p_2$ (m)	$V_2$ (m/s)	$Qc_2$ (l/h)	$Re_2$
0,026	0,120	0,126	605	0,080	0,102	219	0,26
0,034	0,130	0,136	929	0,087	0,111	337	0,34
0,043	0,168	0,176	1962	0,112	0,143	712	0,56

On observe que les nombres de Reynolds restent très faibles. Le régime d'écoulement est inchangé et les effets inertiels sont toujours négligeables.

Il nous faut donc une pompe capable d'atteindre des débits de plus de 200 l/h. On choisit également un pas pour la maquette compris entre 0,07 m et 0,15 m. Cela correspond à des largeurs

comprises entre 0,06 et 0,014 m pour un angle  $\theta$  de 25 °. La vitesse du convoyeur doit être comprise entre 0,01 m/s et 0,2 m/s.

Afin de déterminer la longueur des parois du canal et donc celle du convoyeur, il faut déterminer la longueur d'établissement pour atteindre le régime permanent de l'écoulement.

Dans le cas des écoulements dans des conduites avec une section quelconque, le tronçon d'entrée du canal est la région dans laquelle se développe la couche limite (Midoux, 1985). Le profil de vitesse près des parois varie continuellement. Le fluide est soumis à une accélération convective.

La longueur d'entrée d'un écoulement laminaire stationnaire est la longueur requise à partir de la section d'entrée pour que la vitesse au centre de la conduite soit égale à 99% de la vitesse au centre de la conduite de l'écoulement établi.

L'effort exercé par les parois latérales ainsi que l'entraînement de la paroi mobile du fond se transmettent progressivement à la zone centrale de l'écoulement et jusqu'à la surface libre. Le profil de vitesse se développe progressivement sous l'effet du gradient de hauteur qui induit un gradient de pression. Celui-ci décroît vers l'aval pour devenir constant quand le régime de l'écoulement est établi.

En assimilant le canal à surface libre à une conduite on peut évaluer une longueur d'établissement représentative du problème. On obtient alors :

$$l_e = 0,03 Re_n . D_h \quad \text{(III- 9)}$$

$D_h$  est le diamètre hydraulique du canal ( $m$ ) et il vaut dans le cas considéré :

$$D_h = \frac{4Sc}{B} = \frac{4Lh}{2h + L} \quad \text{(III- 10)}$$

avec  $B$  périmètre mouillé du canal ( $m$ ).

Avec  $L = 0,15 m$ ,  $h = 0,1 m$  et  $Re_n \approx 10$ , on obtient  $l_e = 0,05 m$  ce qui représente une valeur faible.

On peut donc considérer que l'écoulement est établi au bout d'une longueur de l'ordre de la dizaine de centimètres. On choisit de prendre une longueur de canal environ égale à 1 m ce qui permettra d'avoir une zone de mesure suffisante en régime établi. On est alors en mesure de présenter le schéma du dispositif expérimental. On montre sur la Figure III- 2 l'ossature du prototype et les solutions technologiques retenues.

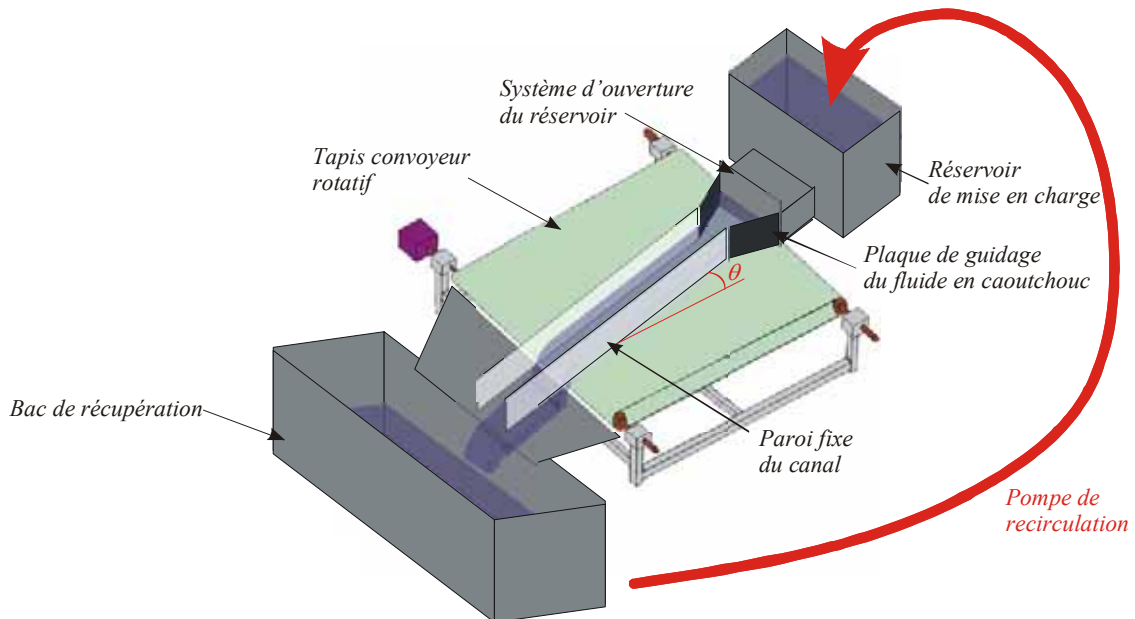
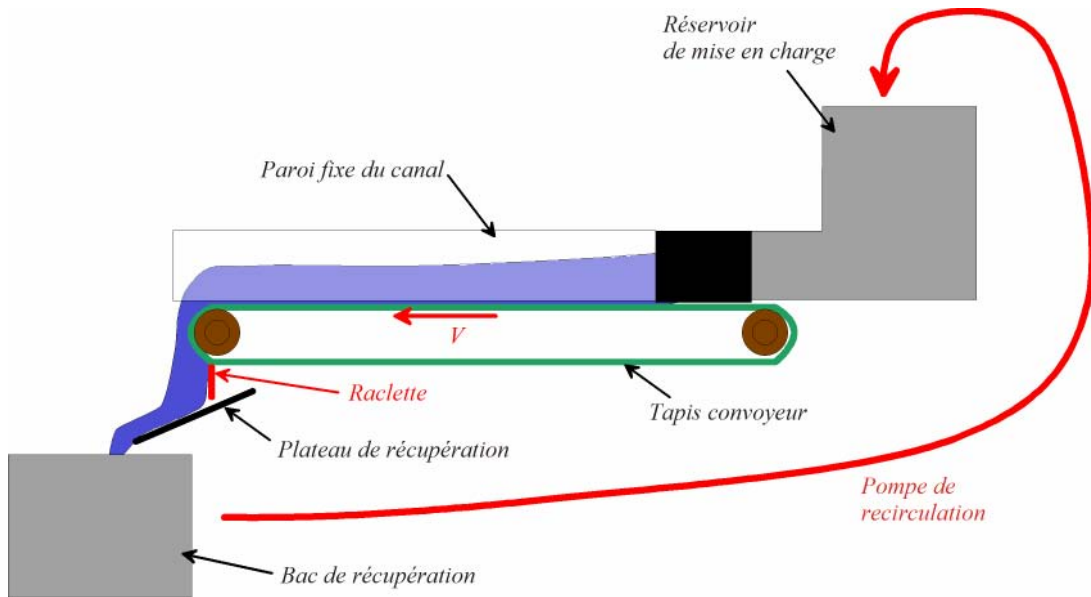


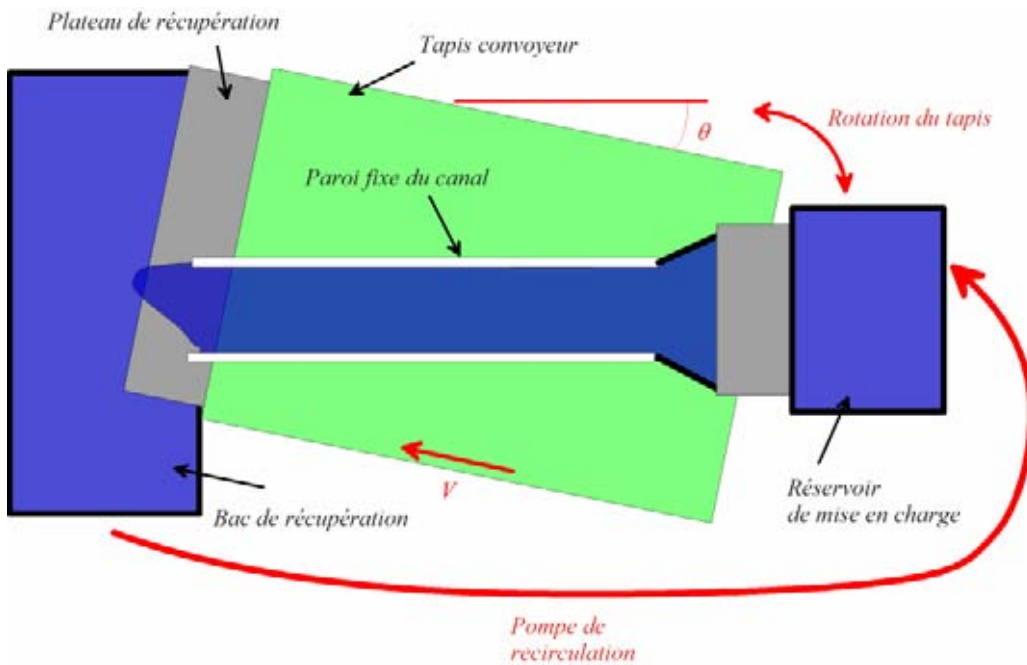
Figure III- 2 : Schéma représentant le dispositif expérimental.

La Figure III- 3 présente la vue de côté du schéma de principe du prototype afin de visualiser les différentes composantes du dispositif.



**Figure III- 3 : Schéma de représentation du dispositif expérimental : vue de côté.**

La Figure III- 4 présente la vue de dessus du schéma de principe du prototype. Le tapis convoyeur est dit rotatif car il doit avoir la capacité à tourner d'un angle  $\theta$  compris entre  $-30$  et  $30$  °.



**Figure III- 4 : Schéma de représentation du dispositif expérimental : vue de dessus.**

### III-2) Présentation du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental conçu et réalisé au laboratoire pour étudier le convoyage est présenté sur la *Figure III- 5*. Cet outil est constitué d'un tapis roulant à vitesse réglable ( $V$  varie de  $0,2$  m/s à  $0,01$  m/s), sur lequel sont disposées deux pales fixes dont l'écartement et l'inclinaison sont ajustables ( $L$  et  $\varphi$ ). Le tapis roulant est disposé sur un système tournant permettant de régler l'angle du canal  $\theta$  par rapport à la direction de la vitesse du tapis. Un réservoir de mise en charge du canal permet d'introduire le fluide dans le dispositif dans des conditions maîtrisées (charge constante). Une pompe permet de récupérer le fluide en sortie de canal et de le réinjecter dans le réservoir tout en maintenant la hauteur de fluide dans le réservoir constante.



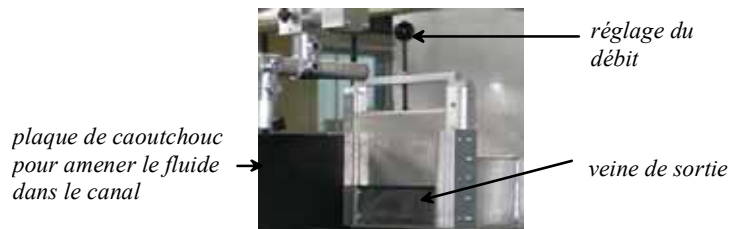
**Figure III- 5 : Vue du prototype.**

#### III-2.1) Description du prototype

La principale volonté pour concevoir le prototype était de pouvoir faire varier indépendamment tous les paramètres géométriques qui peuvent influencer le convoyage. Les choix techniques qui en résultèrent sont ainsi présentés ci-dessous.

Une pompe de type péristaltique est adaptée pour le transport de fluides très visqueux ou avec un seuil de contrainte. Elle permet de maintenir une hauteur de fluide constante dans le réservoir jusqu'à des débits  $Q_c$  en sortie du canal qui peuvent atteindre  $250$  l/h.

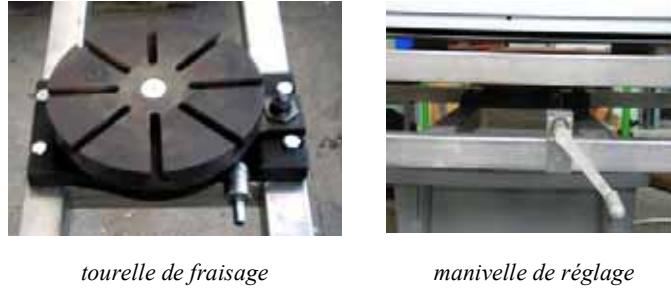
Le stockage du fluide en amont du canal se fait dans un réservoir de section rectangulaire. La jonction entre le réservoir rigide et le canal de forme variable pose problème. Le canal doit être déformable (largeur  $L$  et inclinaison  $\varphi$  réglables) tout en assurant une étanchéité entre les pales et le tapis. Une liaison souple en caoutchouc reliant l'entrée du canal et la sortie du réservoir de mise en charge permet en rigidifiant la base du caoutchouc et en le plaquant à la surface du tapis d'assurer une étanchéité convenable. Pour éviter d'avoir une entrée de fluide excessive dans le canal par écoulement gravitaire depuis le réservoir, on a placé un système de guillotine, qui permet de limiter le débit sortant du réservoir et d'ajuster de façon très approximative la hauteur de fluide dans le canal.



**Figure III- 6 : Système d'alimentation en fluide du canal par l'intermédiaire du réservoir.**

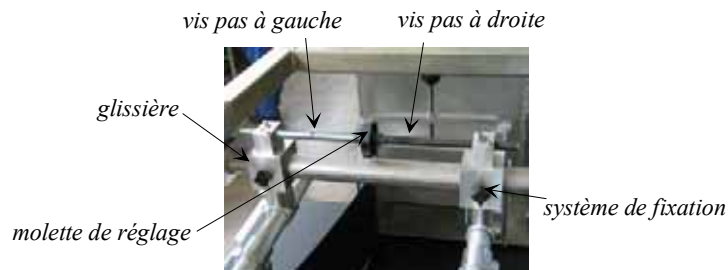
Afin de régler l'angle  $\theta$  entre l'axe du canal et le tapis convoyeur de sédiments, on a opté pour un système de rotation de machine outil. Cette solution robuste nous assure d'une bonne précision pour le

réglage de l'angle du canal. L'angle  $\theta$  peut varier de  $0$  à  $40^\circ$  et se règle par une manivelle comme le montre la *Figure III- 4*.



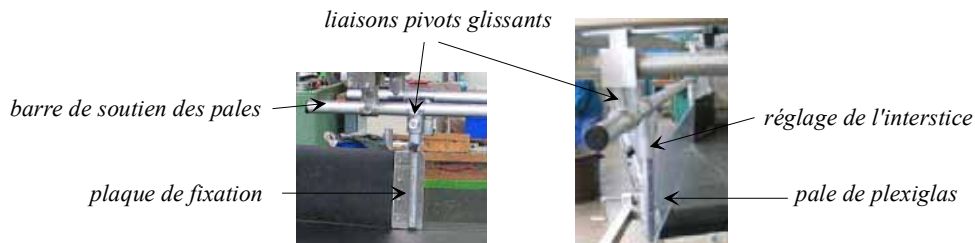
**Figure III- 7 : Système de rotation du convoyeur par rapport au canal.**

En ce qui concerne le réglage de la largeur  $L$  du canal, nous avons choisi d'utiliser à chaque extrémité du canal un système comprenant une tige filetée avec un pas à gauche liée à une tige filetée avec un pas à droite. En tournant la molette de réglage présentée sur la *Figure III- 8*, on peut régler la largeur  $L$  du canal qui peut varier de  $0,06$  à  $0,15$  m.



**Figure III- 8 : Système de réglage de la largeur  $L$  du canal.**

Afin de permettre la fixation des parois en plexiglas du canal (d'une épaisseur de 8 mm), on a utilisé des guides pivots que l'on peut serrer sur la barre de soutien (*Figure III- 9*). Les parois du canal ont un guide pivot à chaque extrémité du canal, on peut également fixer l'inclinaison  $\varphi$  des parois qui peut varier de  $-20$  à  $20^\circ$ . Un joint en caoutchouc est placé entre les pales et le fond mobile ce qui permet d'éviter au maximum les fuites de fluide entre les parois et le tapis convoyeur. L'interstice entre les pales et le convoyeur est également réglable par un système de glissière. On peut, grâce à ce dispositif, ajuster la pression du joint sur le tapis.



**Figure III- 9 : Système de fixation et réglage de l'inclinaison  $\varphi$  des parois du canal.**

### III-2.2) Acquisition des données expérimentales

L'instrumentation du prototype est réalisée dans le but d'automatiser le plus possible les mesures. Les capteurs sont tous reliés à une carte d'acquisition présentée par la suite.



(a) largeur du canal  $L$  (b) régulation de  $H$  (c) inclinaison des parois  $\varphi$  (d) vitesse du convoyeur  $V$   
**Figure III- 10. Capteurs employés pour mesurer les paramètres géométriques du convoyage.**

Pour la mesure de la largeur  $L$  du canal (*Figure III- 10(a)*), on a monté deux capteurs potentiométriques à fil de part et d'autre des barres de soutien des pales du canal. Ces capteurs délivrent une tension entre  $0$  et  $10 V$  proportionnelle à la longueur du fil en acier sorti, avec une précision sur la linéarité de  $\pm 0,15 \%$  de la longueur totale du câble. La longueur du câble en acier peut atteindre  $250 mm$ . On a donc une précision de l'ordre de  $0,3 mm$ . On recueille ainsi le signal directement sur la carte d'acquisition. Le fait d'avoir deux capteurs permet de régler parfaitement le parallélisme du canal.

La hauteur  $H$  du réservoir doit être maintenue constante (*Figure III- 10(b)*) pour garder une charge constante. On a choisi d'utiliser pour cela des capteurs de niveau capacitifs sans contact avec le fluide. Ils envoient une impulsion électrique à un transistor lorsqu'ils détectent la présence ou non de fluide. Ainsi en associant deux capteurs de même type, on peut commander la pompe afin qu'elle alimente le réservoir lorsque le niveau de fluide est trop bas. La pompe est également asservie pour s'arrêter lorsque le niveau est trop haut. On obtient ainsi un niveau  $H$  de fluide constant ( $\pm 1 cm$ ) dans le réservoir.

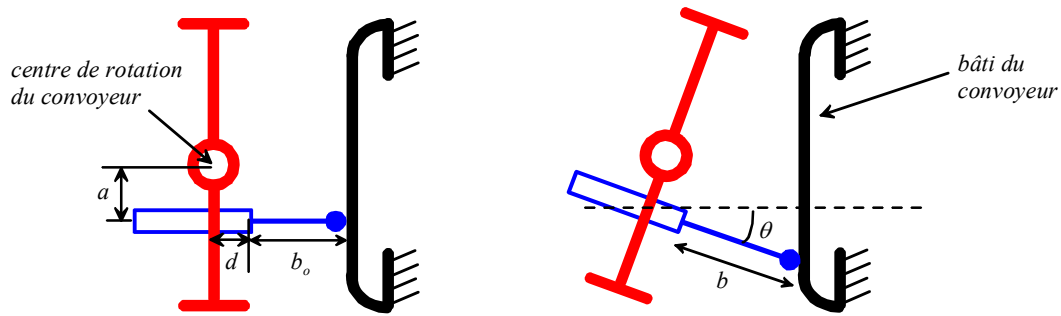
Pour régler l'inclinaison  $\varphi$  des pales du canal (*Figure III- 10(c)*), on a fixé un inclinomètre sur chaque pale relié à un afficheur numérique. Il s'agit d'un capteur capacitif qui détermine l'angle  $\varphi$  par mouillage de paroi. La plage d'utilisation linéaire de l'angle  $\varphi$  est de  $\pm 45^\circ$  avec une précision de  $0,01^\circ$ . Cela correspond à un signal électrique envoyé à la carte d'acquisition variant entre  $\pm 5 V$ . Avec un capteur sur chaque pale, on contrôle le parallélisme des pales quel que soit l'angle d'utilisation.

Pour déterminer la vitesse  $V$  du convoyeur (*Figure III- 10(d)*), on a utilisé un capteur photoélectrique qui détecte la présence de cibles. Ainsi on a réalisé des marques sur le rouleau moteur du convoyeur à intervalles réguliers (3 marques pour un tour) afin de mesurer une fréquence et remonter à la vitesse linéaire du convoyeur. Cette mesure permet de déduire la vitesse instantanée du tapis et de pouvoir piloter le moteur via la carte d'acquisition en donnant une consigne au variateur de fréquence du moteur afin que le convoyeur ait toujours la même vitesse quelles que soient les conditions expérimentales.

La mesure de l'angle de vis  $\theta$  entre le convoyeur et l'axe du canal est réalisée par un capteur de déplacement linéaire. Il permet une course de vérin de  $300 mm$  au total. La mesure de longueur est récupérée par un convertisseur qui délivre un signal  $4-20 mA$  à la carte d'acquisition linéairement proportionnel à la longueur du vérin. Le capteur a été calibré au préalable. On considère que l'erreur de mesure de la longueur de la tige du vérin  $b$  est nulle. L'incertitude repose donc sur la mesure des grandeurs de références. On calcule en effet l'angle à partir de  $b$  mesurée par le capteur, de deux longueurs de référence  $b_0$  et  $d$  et de la longueur  $a$  d'excentration du capteur par rapport au centre de rotation du convoyeur.

Le schéma de la *Figure III- 11* illustre le dispositif :





**Figure III- 11 : Schéma du dispositif pour la mesure de l'angle de vis  $\theta$ .**

On trouve ainsi une relation permettant de calculer l'angle de vis  $\theta$  :

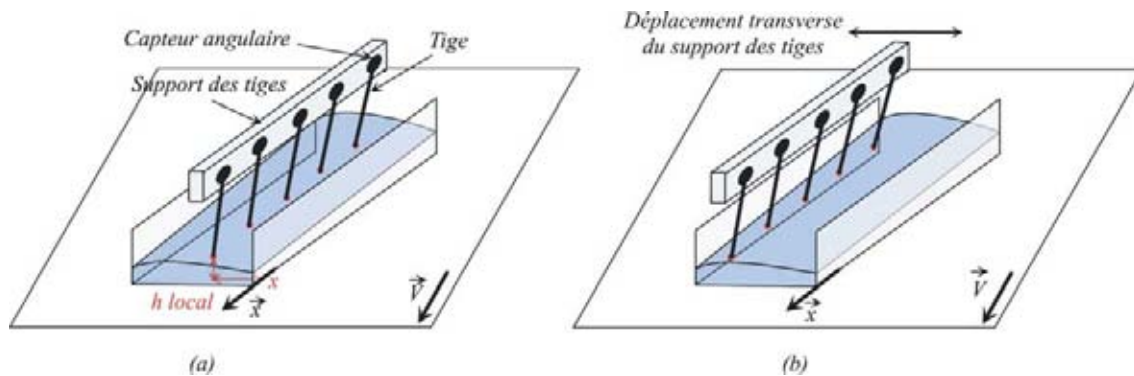
$$\theta = \text{Arc cos} \left( \frac{(d + b_o)(d + b) + a\sqrt{(2d + b + b_o)(b - b_o) + a^2}}{(d + b)^2 + a^2} \right) \quad (\text{III- 11})$$

La formule est intégrée directement dans le programme d'acquisition qui déduit de la course du vérin l'angle de vis. L'erreur sur l'angle est estimée à  $\pm 1^\circ$  d'après la précision des mesures des grandeurs de référence.

Le calcul de l'angle de convoyage se fait à partir de la vitesse moyenne des sédiments  $\langle v_x \rangle$  suivant l'axe  $x$  du canal (relation (I-3)). Il faut le débit  $Qc$  et la hauteur moyenne  $\langle h \rangle$  (relation (I-4)).

Pour la mesure de  $\langle h \rangle$ , plusieurs solutions ont été tentées comme la visualisation par une caméra associée à un laser, la prise de photographies numériques ou encore l'utilisation de la mesure de l'atténuation de lumière passant dans le fluide de façon transverse. Aucune n'a cependant donné entière satisfaction.

On a alors décidé de choisir une solution mécanique basée sur le principe d'un flotteur suivant les variations de hauteur du fluide. Les schémas de la *Figure III- 12* présentent le principe de fonctionnement de la solution retenue pour obtenir la cartographie de la hauteur de fluide dans le canal.



**Figure III- 12 : Mesure de la cartographie de la hauteur de fluide.**

La *Figure III- 13(a)* ci-dessous présente les grandeurs utilisées pour le calcul de  $\langle h \rangle$ .



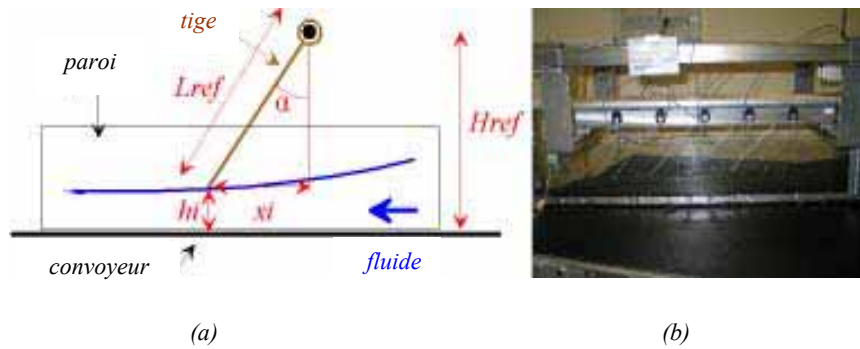


Figure III- 13 : (a) grandeurs utilisées pour  $\langle h \rangle$  et vue du montage des capteurs angulaires (b).

Par ce système, on peut déterminer la hauteur  $\langle h \rangle$  de fluide par une relation faisant intervenir les grandeurs connues  $H_{ref}$  et  $L_{ref}$  qui sont égales dans notre cas. Il ne reste plus qu'à mesurer l'angle  $\alpha$ . Cette mesure s'effectue par un capteur de position angulaire qui propose une sortie analogique de  $360^\circ$  absolu. Il délivre une tension de 0,5 à 4,5 V linéairement proportionnelle à la valeur de l'angle  $\alpha$ . La tige étant solidaire de l'arbre en rotation de sortie du capteur, on obtient la relation :

$$\langle h \rangle = L_{ref}(1 - \cos \alpha) \quad \text{(III- 12)}$$

Cette donnée ne suffit pas car il faut également connaître la position où la mesure de  $h$  s'effectue. Pour cela, on connaît la position  $x_{h,o}$  suivant l'axe du canal de la tige en position de départ (tige verticale) et sa position  $y$  suivant l'axe transverse au canal. On peut ainsi déterminer la position  $x_h$  suivant l'axe du canal par la relation :

$$x_h = L_{ref} \cdot \sin \alpha + x_{h,o} \quad \text{(III- 13)}$$

On a ainsi réalisé cinq montages de ce type disposés les uns à la suite des autres sur une barre-support parallèle à l'axe du canal (Figure III- 13(b)). Cette barre support pourra se déplacer suivant l'axe transverse au canal. On aura ainsi accès à un grand nombre de positions pour mesurer la hauteur  $h$  de fluide dans tout le canal.

Différentes manières d'observer l'écoulement sont également mises en place. Alors que la mesure locale des hauteurs de sédiments permet de dresser une cartographie de la surface libre du fluide, on filme l'écoulement soit en sortie de canal pour visualiser le profil d'une section droite de la surface libre, soit de côté pour visualiser les écoulements internes grâce aux bulles d'air prisonnières du gel.

Le débit est, quant à lui, déterminé par une mesure de masse du fluide. On récupère le fluide dans un bac de mesure en sortie de canal et on mesure le temps de récupération du fluide. La Figure III- 14 montre le bac de mesure en position d'attente et en position de mesure. La raclette située sous le tapis permet de récupérer le fluide sur un plateau incliné qui amène le fluide dans le bac de mesure.

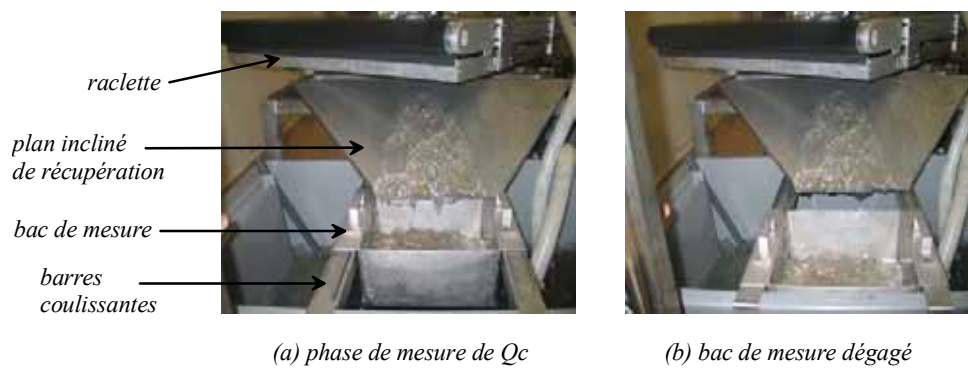


Figure III- 14 : Vues du montage expérimental de récupération du fluide et de la mesure du débit de convoyage  $Q_c$ .

La mesure du débit de convoyage se fait alors par pesage (Figure III- 15) par une balance de portée 30 kg. Il s'agit d'une balance d'une précision de 0,1 g. En considérant le temps de mesure écoulé (en général 60 s), on obtient  $Q_c$  sachant que la masse volumique du fluide modèle est connue. On détermine les débits avec une précision de l'ordre de 1 l/h.



Figure III- 15 : Dispositif de mesure du débit de convoyage  $Q_c$ .

L'acquisition des données est effectuée via une interface réalisée sous Labview. L'interface graphique sous Labview est présentée sur la Figure III- 16 :

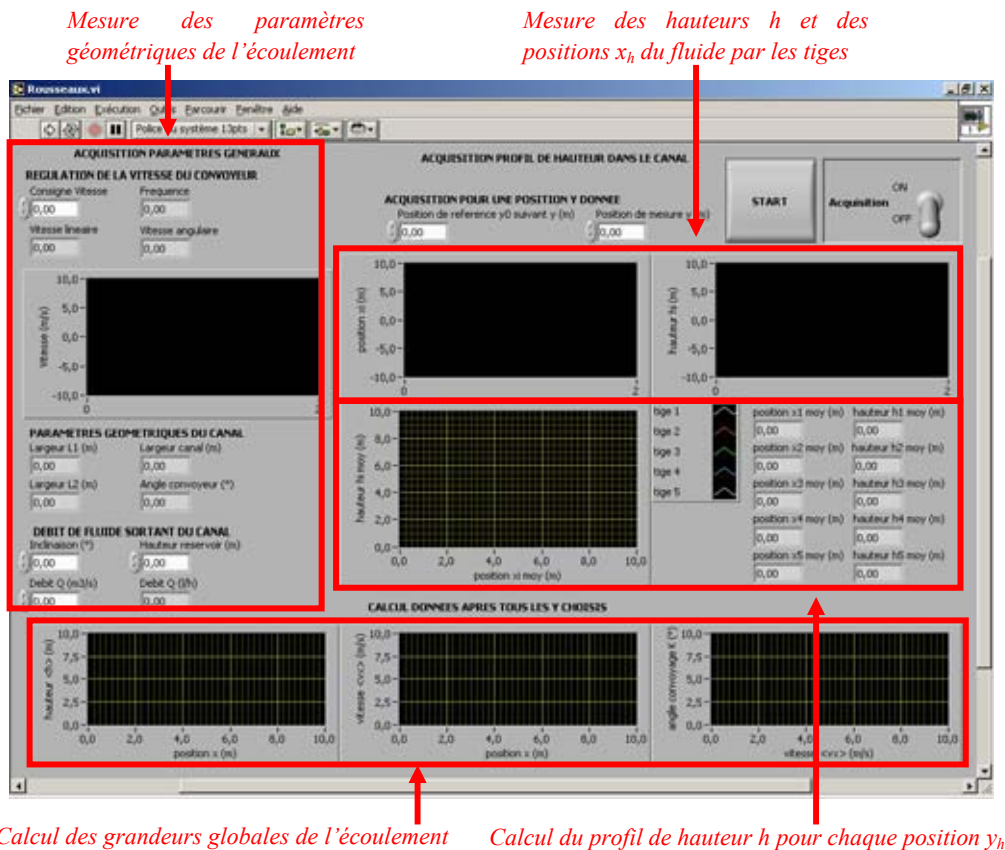


Figure III- 16 : Présentation de l'interface graphique Labview pour l'acquisition des données.

L'interface nous permet de recenser les mesures effectuées par les différents capteurs. Elles sont ensuite utilisées pour effectuer les calculs du profil de hauteur moyen  $\langle h \rangle$  dans le canal, de la vitesse moyenne du fluide  $\langle v_x \rangle$  et de l'angle de convoyage  $\kappa$ .

La carte d'acquisition est une carte **DAQ National Instrument** multifonctions. Un bloc de connections blindé relie les capteurs et la carte **DAQ**. On dispose de huit entrées analogiques *16 bits* qui enregistrent des signaux  $\pm 10 V_{cc}$ , de deux compteurs/timers *32 bits* et de deux sorties analogiques *16 bits*.

Les huit entrées analogiques sont utilisées par le capteur *LVDT* (angle de vis  $\theta$ ), les deux capteurs potentiométriques à fil (largeur  $L$  du canal) et les cinq capteurs de position angulaire (hauteurs  $h$  de fluide dans le canal). Un des compteurs sera utilisé pour calculer la fréquence du convoyeur et une des sorties analogiques permettra de piloter le variateur de fréquence du moteur afin de réguler la vitesse du convoyeur.

### III-2.3) Protocole expérimental

Le protocole expérimental a été défini à partir d'essais effectués lors de la mise au point du dispositif. Le protocole se déroule en différentes étapes.

Il faut tout d'abord définir les conditions expérimentales. On règle dans un premier temps les paramètres géométriques de la vis qui sont au nombre de trois : L'angle de vis  $\theta$  (*Figure III- 11*), la largeur  $L$  du canal (*Figure III- 8*) et l'angle d'inclinaison  $\varphi$  des parois (*Figure III- 9*). La configuration choisie restera inchangée pour ce qu'on nommera par la suite une série d'expériences. Il s'agit en fait de réaliser plusieurs expériences à la suite en faisant varier uniquement la vitesse  $V$  du convoyeur entre chaque expérience.

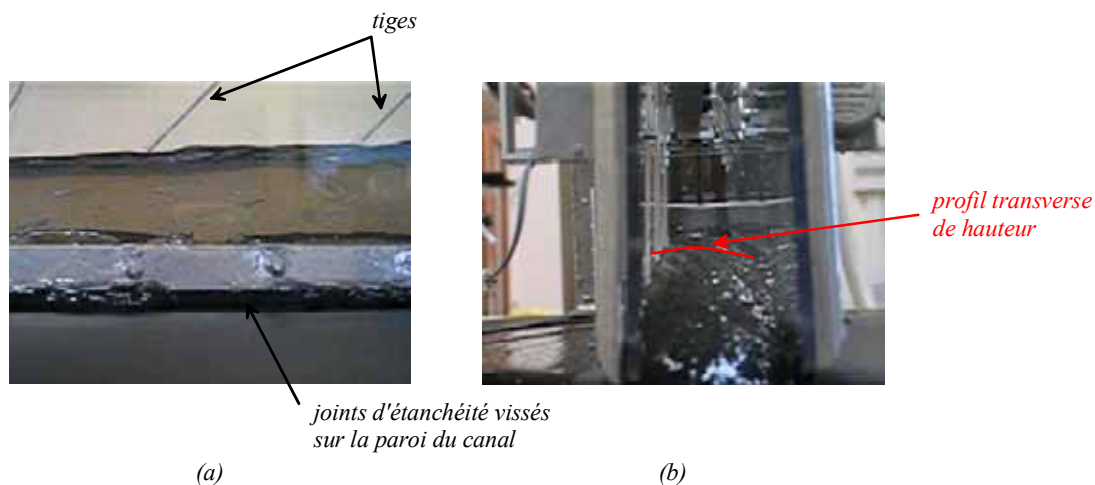
Une fois que la vitesse  $V$  choisie est atteinte par le convoyeur, on maintient une hauteur de fluide constante dans le réservoir  $H$  définie à l'avance par le réglage des capteurs capacitifs (*Figure III- 10(b)*). La pompe permet de travailler ainsi à charge constante.

On attend alors le régime permanent de l'écoulement pour commencer les mesures des données expérimentales. La configuration des paramètres géométriques est mesurée par les capteurs correspondants. Le débit de convoyage  $Q_c$  est mesuré juste avant l'acquisition des profils de hauteurs pour permettre les calculs de la vitesse moyenne et de l'angle de convoyage.

*Remarque : on vérifie toujours après l'acquisition que le débit de convoyage est resté inchangé.*

On augmente alors la vitesse du convoyeur et on recommence l'acquisition lorsque le régime permanent est atteint. On renouvelle l'opération jusqu'à ce que la pompe ne puisse plus maintenir la hauteur  $H$  de fluide constante. On a alors une série d'expériences. On effectue ainsi plusieurs séries d'expériences pour chaque gel étudié et pour différentes configurations géométriques ( $L, \theta, \varphi$ ).

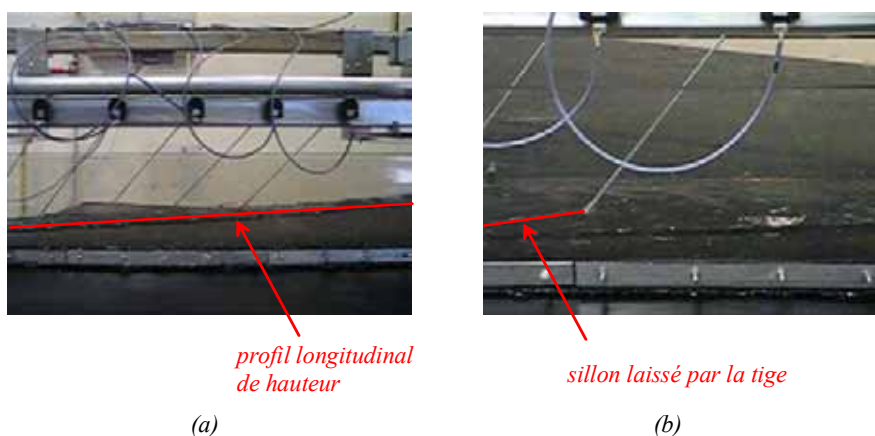
La *Figure III- 17* met en évidence l'efficacité des joints d'étanchéité vissés au bas des parois en plexiglas du canal et qui frottent sur la surface du tapis. On montre également que les tiges laissent seulement un léger sillon et qu'elles ne s'enfoncent pas.



**Figure III- 17 : Vues pour le gel 1 (a) joints assurant l'étanchéité du canal et (b) sillon laissé par les tiges de mesure de hauteur.**

On calcule lors des premières expériences le débit de convoyage pour une même configuration, à savoir une hauteur de sédiment initiale dans le canal constante et une hauteur de sédiments  $H$  maintenue constante dans le réservoir. Les mesures effectuées à plusieurs temps différents montrent que le débit reste constant et que l'on a donc bien un régime stationnaire.

Ces premières expériences nous ont également permis de vérifier que le profil transverse du fluide était quasiment plat (*Figure III- 17* et *Figure III- 18*) comme on l'a supposé dans la modélisation physique de l'écoulement. Par contre, on visualise sur les photos du profil d'écoulement sur la *Figure III- 18* une variation de hauteur de fluide le long du canal. Dans un premier, des moyens d'éviter ce phénomène ont été recherchés. Dans un second temps, on a pu montrer que sous certaines hypothèses à préciser, ce phénomène pouvait permettre, dans une même expérience, d'évaluer la variation de l'angle de convoyage avec la hauteur de fluide. En effet, le régime permanent étant atteint, le débit de convoyage est le même dans chaque section du canal. Si l'effet de l'inclinaison de la surface libre n'induit pas de déplacement du fluide, chaque tranche de fluide de hauteur moyenne  $\langle h \rangle$  est caractérisée par une efficacité de convoyage (tous les autres paramètres étant égaux par ailleurs,  $\langle h \rangle$  variant,  $\kappa$  varie le long de l'axe du canal).



**Figure III- 18 : Vues (a) du profil longitudinal de hauteur de sédiment pour tout le canal et (b) du sillon laissé par la tige de mesure de la hauteur.**

Il convient donc de vérifier que cette pente ne joue pas un rôle moteur dans l'écoulement et ne modifie pas le phénomène étudié. On a effectué des évaluations des débits induits par la pente de la surface libre à partir de calculs simples pour un fluide newtonien. Le détail des calculs est présenté en annexe 1. On a ainsi pu montrer que pour les pentes considérées, les débits évalués sont toujours négligeables devant les débits de convoyage (des exemples de valeurs numériques sont rapportés en annexe 1).

Des séries d'expériences pour les configurations  $(L, \theta)$  possibles sont effectuées pour différents gels. Des expériences sont également menées pour déterminer l'influence de  $\varphi$ .

On étudie auparavant la rhéologie des gels afin de déterminer leurs caractéristiques rhéométriques.

### III-3) Rhéologie du fluide modèle similaire aux sédiments pâteux

D'un point de vue expérimental, l'étude du convoyage implique l'utilisation d'un fluide modèle dont on puisse faire varier facilement les propriétés rhéologiques. Le fluide retenu est un gel de carbopol qui présente un comportement viscoplastique.

#### III-3.1) Préparation du gel de Carbopol

Un gel du type **Carbopol 940** de **BF Goodrich** est pris comme modèle de fluide viscoplastique non thixotrope. Il est disponible sous forme de poudre. Pour obtenir un seuil de plasticité voulu, il faut ajouter une quantité bien précise de poudre à de l'eau. Des étalonnages de la concentration en masse de poudre en fonction du seuil recherché ont déjà été effectués dans la littérature (*Taberner et al., 2002*).

La préparation de ce fluide se déroule en deux étapes distinctes. On prépare environ 200 L pour chaque gel différent afin d'assurer l'homogénéité de la série d'expériences.

La première phase consiste à mélanger la poudre de Carbopol et l'eau (0,4 % soit 800 g pour un seuil de 100 Pa environ). On obtient un mélange encore fluide de pH environ égal à 4. Le mélange par agitation violente est ici recommandé afin que la poudre se dissolve complètement dans l'eau. On évite ainsi la formation de grumeaux. On mélange la poudre dans une faible quantité d'eau (environ 15 L pour 200 g de poudre) à l'aide d'un mélangeur à trois hélices en acier inoxydable monté sur un agitateur conçu pour les fluides visqueux. On rajoute à ce mélange initial la quantité d'eau requise pour atteindre le pourcentage de poudre fixé. On mélange alors pour homogénéiser la solution dans le bac de sortie du prototype et on laisse reposer la solution pendant au moins 24 heures. Le mélange est à ce moment sous forme d'un fluide visqueux. On vérifie que le mélange est homogène par des mesures de pH effectuées sur des échantillons.

Ensuite, il faut ajouter de la soude de façon homogène à raison de 1 % du volume total d'eau afin de neutraliser la solution (pH entre 6 et 7,5). C'est à ce moment que la solution prend sa consistance et ses propriétés finales, notamment en ce qui concerne le seuil. Cette deuxième phase est critique puisque le gel commence à prendre sa consistance finale au moment où la soude entre en contact avec la solution préparée. Par conséquent, il est indispensable de bien répartir la soude. Le mélange doit s'effectuer de manière très lente. Il est réalisé manuellement directement dans le bac de sortie. On laisse reposer 24 heures également. Des échantillons sont prélevés à différents endroits pour vérifier que l'on est bien à un pH neutre et constant dans tout le bac.

La masse volumique du gel de Carbopol est égale à celle de l'eau, à savoir  $1000 \text{ kg/m}^3$  puisque le mélange est constitué d'environ 99 % d'eau.

Nous disposons de trois méthodes pour l'analyse rhéologique des gels. La première consiste à utiliser un rhéomètre avec une géométrie de type Couette. Deux tests simples servent ensuite à déterminer rapidement le seuil de contrainte et ainsi savoir si le gel a évolué au cours du temps. Il s'agit de tests simples de contrôle.

### III-3.2) Rhéogrammes des gels utilisés

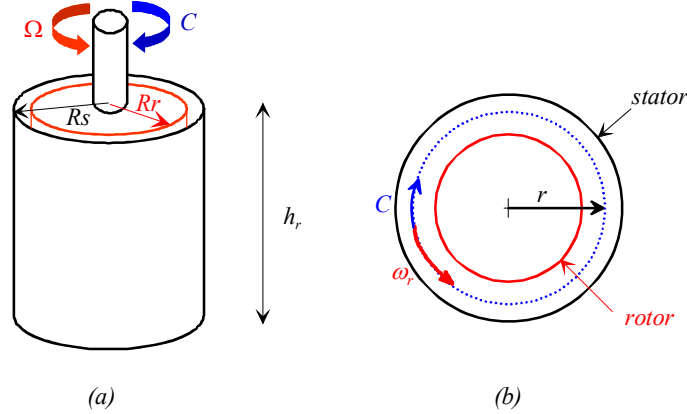
On caractérise les paramètres rhéologiques du gel à l'aide d'un rhéomètre **Anton-Paar** du type **MCR 501** de géométrie coaxiale (Figure III- 19). La gamme de vitesse de rotation s'étend de  $10^{-6}$  à  $3000 \text{ tr.min}^{-1}$ . Les rhéogrammes obtenus permettent de définir à température fixée les paramètres de la loi de comportement du fluide qui est du type Herschel-Bulkley. Il est en effet possible avec ce type de rhéomètre de déterminer  $\dot{\gamma}$ , le taux de déformation de cisaillement du fluide, en fonction de la contrainte  $\tau$  pour déduire la loi de comportement  $\dot{\gamma} = f(\tau)$  (Midoux, 1985). D'autres méthodes de mesure avec des rhéomètres différents, de géométrie cône-plan par exemple, ont données des bons résultats (Chan et Baird, 2002 ; Magnin et Piau, 1990).



**Figure III- 19 : Vue du rhéomètre Anton-Paar.**

Dans le rhéomètre, l'échantillon est cisailé entre deux cylindres coaxiaux, l'un extérieur, immobile, le stator de rayon  $R_s$ , l'autre en rotation à la vitesse  $\Omega$  autour de son axe, le rotor de rayon  $R_r$ .

On nomme  $C$  le couple résistant qui s'oppose à la rotation (Figure III- 20) et  $\omega_r(r)$  la vitesse de rotation du fluide au rayon  $r$ . On va déterminer la relation entre  $C$  et  $\Omega$ .



**Figure III- 20 : Schémas (a) de principe du rhéomètre de Couette et (b) de la vue de dessus du rhéomètre.**

La force de cisaillement  $F_c(r)$  s'exerçant sur une enveloppe cylindrique de rayon  $r$  est liée au couple  $C$  et à la contrainte tangentielle  $\tau(r)$  par :

$$C = F_c(r)r = 2\pi r^2 h_r \tau(r) \Rightarrow \tau(r) = \frac{C}{2\pi r^2 h_r} \quad \text{(III- 14)}$$

avec  $h_r$  la hauteur de fluide dans le rhéomètre (m).

La vitesse d'écoulement linéaire du fluide à une distance  $r$  de l'axe des cylindres étant  $u(r) = r \cdot \omega_r$ , on obtient alors la vitesse de cisaillement :

$$\dot{\gamma} = r \frac{\partial \omega_r}{\partial r} = f\left(\frac{C}{2\pi h_r r^2}\right) \quad \text{(III- 15)}$$

On considère dans ce cas une adhérence parfaite aux parois (pas de glissement). Les conditions aux limites sont donc :

$$u(R_r) = R_r \cdot \Omega \quad \text{et} \quad u(R_s) = 0 \quad \text{(III- 16)}$$

La distribution des vitesses de rotation  $\omega_r(r)$  du fluide entre les deux cylindres est alors :

$$\omega_r(r) = \int_r^{R_s} \frac{1}{r} f\left(\frac{C}{2\pi h_r r^2}\right) dr \quad \text{(III- 17)}$$

Cette relation est donc également valable pour  $r = R_r$  :

$$\Omega = \frac{u(R_r)}{R_r} = \int_{R_r}^{R_s} \frac{1}{r} f\left(\frac{C}{2\pi h_r r^2}\right) dr \quad \text{(III- 18)}$$

Donc en différenciant l'équation (III-14), on obtient  $\frac{\partial r}{r} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \tau}{\tau}$  ce qui permet par un changement de variable d'aboutir à la relation suivante :

$$\Omega = \int_{R_s}^{R_r} \frac{f(\tau)}{2\tau} \partial \tau \quad \text{(III- 19)}$$



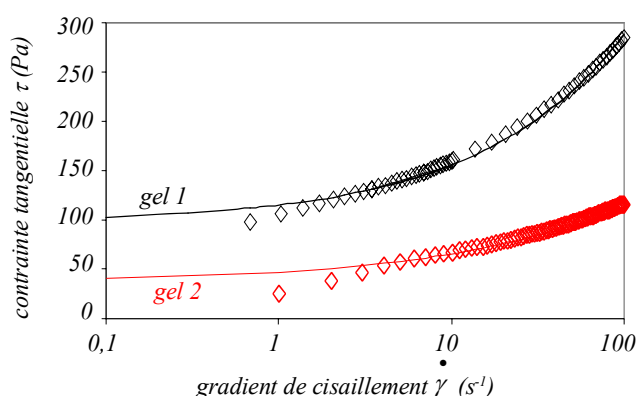
Connaissant la nature du fluide en écoulement, et la forme de la loi d'écoulement, on détermine le rhéogramme du gel. Par identification, on obtient les paramètres de la loi de comportement de Herschel-Bulkley.

De nombreux tests, effectués sur un même échantillon, montrent une bonne répétabilité dans les mesures des caractéristiques rhéométriques pour un gel donné. On a également pu vérifier, en effectuant des cycles avec le rhéomètre, le caractère non thixotrope du gel. Les travaux de (Labanda, 2004) ont d'ailleurs montré que les gels de Carbopol 940 sont peu thixotropiques.

De même, plusieurs échantillons à plusieurs intervalles de temps (des tests ont été faits tous les mois environ) ont été utilisés pour garantir que les caractéristiques des fluides restaient invariables au cours du temps. On trouve à chaque fois les mêmes caractéristiques pour les gels avec un pourcentage d'erreur déterminé à 5 % sur le seuil.

On a pu obtenir, en modifiant la masse de poudre dans la préparation du gel, deux gels de seuil assez différents.

Les résultats obtenus sur les différents gels correspondent fidèlement au modèle d'Herschel-Bulkley (Figure III- 21).



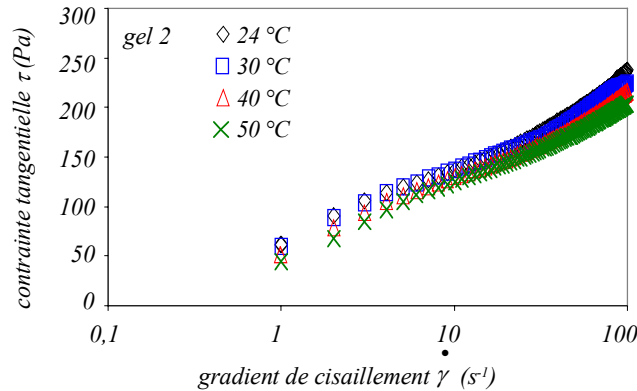
**Figure III- 21 : Rhéogrammes des différents gels utilisés et comparaison avec le modèle de Herschel-Bulkley.**

Les caractéristiques rhéométriques de la loi de Herschel-Bulkley ainsi obtenues sont répertoriées dans le *Tableau III- 4*. Les paramètres  $K$  et  $n$  évoluent peu entre les deux gels par rapport aux variations du seuil. La contrainte seuil est le paramètre essentiel en ce qui concerne la rhéologie des gels viscoplastiques que l'on étudie.

**Tableau III- 4 : Caractéristiques rhéométriques de la loi de Herschel-Bulkley pour les deux gels de Carbopol.**

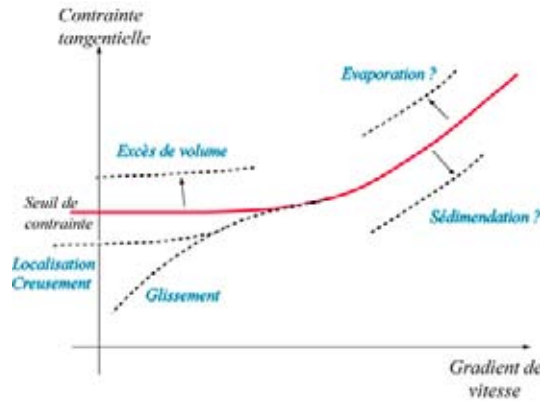
Caractéristique rhéométrique	Gel 1	Gel 2
Contrainte seuil $\tau_c$ (Pa)	97	37
Consistance $K$ (Pa.s <sup>n</sup> )	17	10
Indice d'écoulement $n$ (-)	0,52	0,45

De plus, les différents essais réalisés ont montré que les gels n'évoluaient pas sous l'effet de la température pour une plage de 20 à 30 °C ce qui est de l'ordre des températures enregistrées lors des différentes expériences. A partir de 40 °C, la contrainte seuil tend à devenir de plus en plus faible sous l'effet de la chaleur et le caractère plastique du gel tend à s'atténuer.



**Figure III- 22 : Influence de la température sur les caractéristiques rhéométriques du gel de Carbopol (gel 2).**

Concernant l'exploitation des résultats, il est important de noter que plusieurs phénomènes indésirables peuvent apparaître comme le présente la Figure III- 23 (Couarraze et Grossiord, 1991 ; Coussot et Ancey, 1999).



**Figure III- 23 : Effets indésirables sur la courbe d'écoulement.**

Les principaux phénomènes perturbateurs sont :

- un glissement de l'échantillon aux parois du rhéomètre (création d'une couche de déplétion),
- un phénomène de fracturation de l'échantillon (discontinuité des profils de vitesse),
- des effets de bords (évaporation, creusement) ou de sédimentation.

Dans notre cas, d'après les points expérimentaux obtenus, on peut clairement identifier un phénomène de glissement aux faibles gradients de cisaillement dû aux parois lisses des cylindres coaxiaux. Ce phénomène ne permet pas d'évaluer directement la contrainte seuil à partir des points expérimentaux mais par extrapolation en utilisant le modèle de Herschel-Bulkley.

Afin de vérifier rapidement que les fluides n'évoluent pas au cours du temps, on définit deux tests de caractérisation des gels viscoplastiques facilement mis en œuvre.

### III-3.3) Tests simples de caractérisation du gel

Le premier test simple que l'on a effectué est le « slump test » ou test d'effondrement (Christensen, 1991). Il a été initialement développé pour déterminer les propriétés d'écoulement des bétons frais. Il s'agit de déterminer le seuil de contrainte d'un matériau à partir d'un volume cylindrique en mesurant la hauteur d'effondrement après écoulement sous son propre poids. Cette technique a été expérimentée et validée par Baudez (2001) sur des Gels de Carbopol pour des seuils élevés (plusieurs centaines de Pascals). Il consiste donc à remplir un cylindre de hauteur  $H_s$  à ras bord, posé sur une surface



plane et lisse. Après avoir brusquement soulevé le cylindre, le gel s'effondre jusqu'à une certaine hauteur (Figure III- 24).

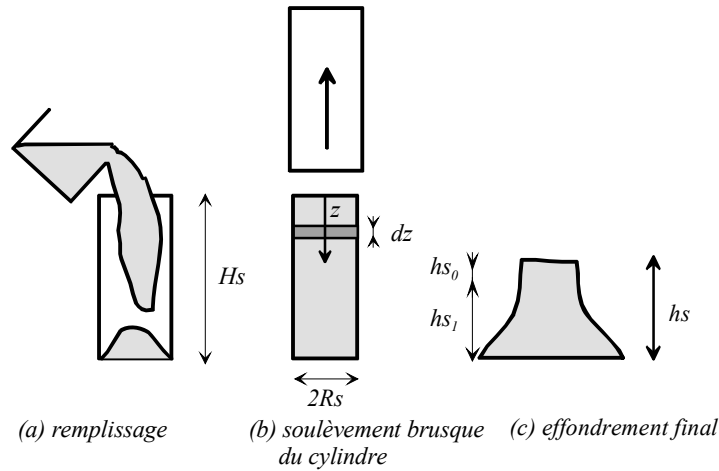


Figure III- 24 : Schéma explicatif du slump test.

Baudez (2001) reprend les hypothèses de Pashias et al. (1996) pour mesurer le seuil en fonction de la hauteur initiale et finale des sédiments.

Tableau III- 5: Seuil de contrainte  $\tau_c$  mesuré par le slump test pour les trois différents gels.

	Gel 1			Gel 2		
Hauteur cylindre $H_s$ (m)	0,10	0,15	0,20	0,10	0,15	0,20
Hauteur finale $h_s$ (m)	0,057	0,053	0,047	0,020	0,024	0,025
Contrainte $\tau_c$ (Pa)	80	82	83	26	28	27

Les tests, effectués pour différentes hauteurs  $H_s$  et à partir de plusieurs échantillons, révèlent que le fluide est homogène. On observe une grande répétabilité dans les résultats. Les seuils moyens sont de 82 Pa pour le gel 1 et de 27 Pa pour le gel 2.

On trouve des seuils plus faibles que ceux obtenus avec le rhéomètre. Il apparaît en fait que le slump test est plus adapté pour des fluides viscoplastiques avec des seuils de l'ordre de quelques centaines de Pascal. En effet, les effets d'inertie (vitesse d'effondrement élevée) jouent un rôle prépondérant dans l'étalement du fluide au cours de l'effondrement avec des seuils faibles.

La seconde méthode simple qui permet de déterminer le seuil de contrainte est la méthode du plan incliné (Coussot et Boyer, 1995). Elle consiste à mesurer l'épaisseur du gel lorsqu'il a atteint l'équilibre après écoulement sur un plan incliné de pente  $i$  imposée (Figure III- 25). On peut montrer simplement que la contrainte seuil peut se déduire de la mesure de l'épaisseur du gel à l'équilibre (Coussot et al., 1996).

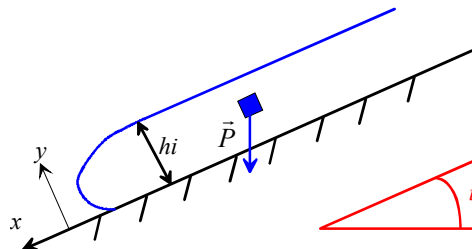


Figure III- 25: Schéma de principe du plan incliné.

La contrainte seuil est égale à la contrainte de cisaillement  $\sigma_{xy}$  à la paroi lorsque le fluide atteint l'équilibre. Il a été montré que :

$$\sigma_{xy} = \rho \cdot g \cdot h_i \cdot \sin i = \tau_c \quad \text{(III- 20)}$$

La hauteur  $h_i$  est mesurée au centre de la lame de gel en bas de la plaque. Plusieurs séries de mesures sont effectuées pour chacun des fluides étudiés. Les expériences, effectuées à différentes pentes, donnent systématiquement une région d'épaisseur uniforme au centre du dépôt qui conduit à la même valeur de seuil et ce quelle que soit la quantité de fluide mis en écoulement au début du test.

Les valeurs moyennes du seuil de contrainte pour deux pentes différentes sont données dans le *Tableau III- 6* :

**Tableau III- 6 : Valeurs expérimentales du seuil de contrainte trouvées par le test du plan incliné pour chaque gel en fonction de la pente.**

Pente $i$ (°)	Gel 1		Gel 2	
		20	30	20
Contrainte $S$ (Pa)	97	103	51	49

On trouve un seuil de contrainte moyen de  $100 Pa$  pour le *gel 1* et de  $50 Pa$  pour le *gel 2*. Les résultats obtenus sur le seuil sont assez proches des résultats trouvés au moyen du rhéomètre.

Plus que des mesures précises sur le seuil (les incertitudes sont assez grandes, de l'ordre de  $10$  à  $20 Pa$ ), ces techniques simples à mettre en œuvre nous permettent de vérifier très rapidement que les gels utilisés pour les expériences n'évoluent pas au cours du temps. Ainsi, le test du plan incliné a été régulièrement réalisé (environ toutes les semaines lors des campagnes expérimentales) et a donné des résultats identiques à chaque fois.

#### III-4) Résultats expérimentaux pour un fluide viscoplastique

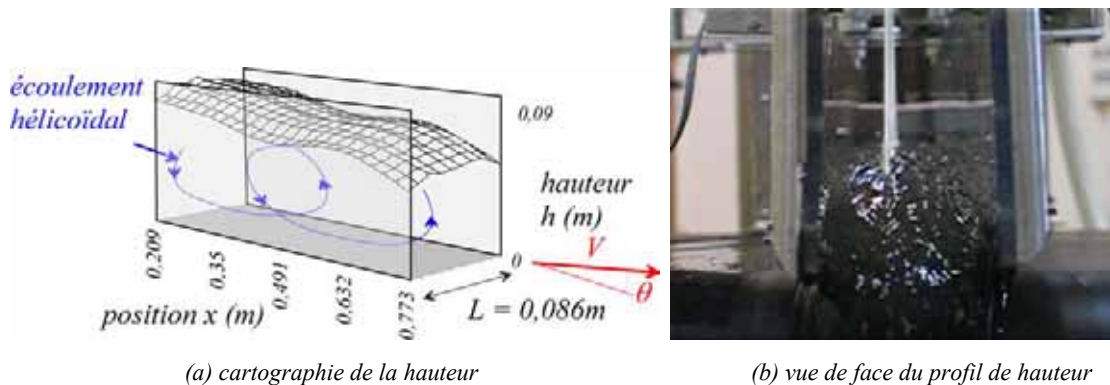
On présente dans un premier temps les résultats d'observations visuelles de l'écoulement des gels viscoplastiques dans le canal. On montre notamment les profils d'écoulement mesurés.

Les résultats expérimentaux sont ensuite détaillés et comparés qualitativement aux résultats numériques obtenus pour un fluide newtonien.

##### III-4.1) Présentation des types d'écoulement rencontrés

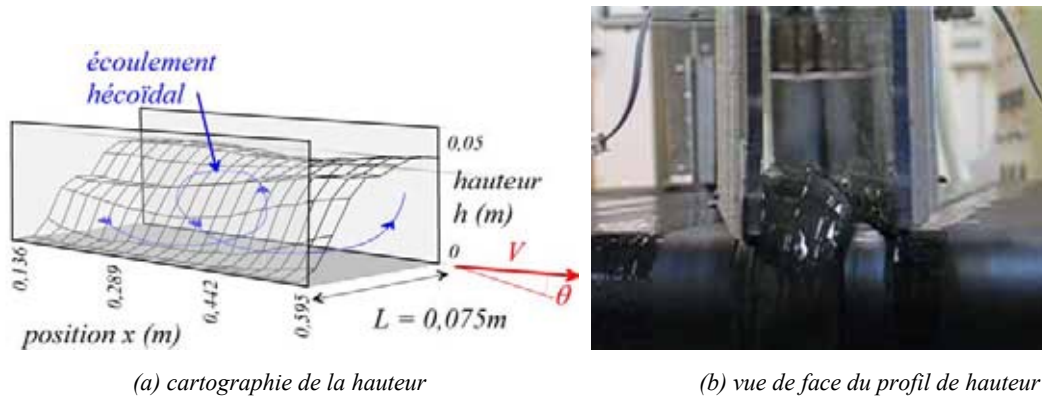
Les types d'écoulement rencontrés sont présentés pour le gel 1 qui présente le seuil le plus élevé. La *Figure III- 26* présente la cartographie de la hauteur de sédiment pour un cas typique d'écoulement et la vue de face du profil de hauteur pour l'expérience correspondante.

On observe une sorte de boudin aplati, dont la rotation sur lui-même est due à la présence de la paroi active qui fait obstacle à son entraînement par le fond mobile. On a aussi représenté schématiquement sur la *Figure III- 26* l'allure hélicoïdale de l'écoulement observé lors des expériences.



**Figure III- 26 : (a) cartographie de la hauteur de sédiment mesurée expérimentalement et (b) visualisation du profil de hauteur du gel 1 en sortie du canal.**

Lorsque la vitesse du tapis est plus grande, l'écoulement n'est plus réparti sur toute la largeur du canal et se concentre le long de la pale active. La pale passive n'est plus en contact avec le fluide convoyé. Pour éviter de s'éloigner trop des hypothèses du modèle (interface plane et fluide en contact avec les deux pales), il a été décidé de ne pas se placer dans ce type de configuration.

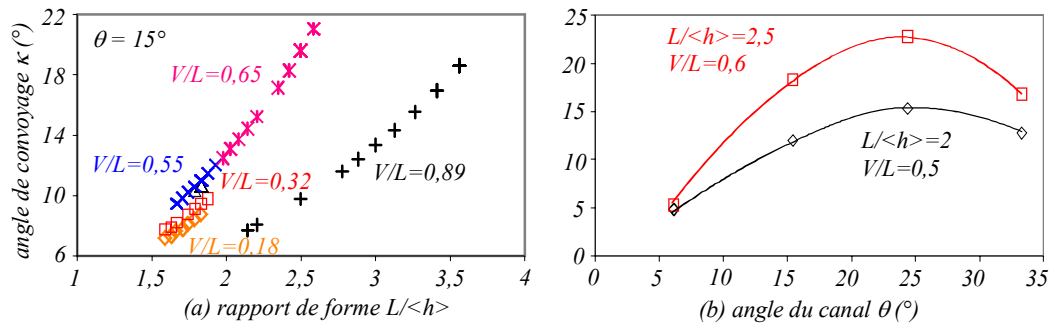


**Figure III- 27 : (a) cartographie de la hauteur de sédiment mesurée expérimentalement et (b) visualisation du profil de hauteur du gel 1 en sortie du canal pour un canal non rempli.**

III-4.2) Influence des paramètres géométriques et opératoires

Dans un premier temps, les expériences ont été réalisées avec des parois de canal droites. Chaque expérience est donc déterminée par un triplet ( $L, V, \theta$ ). On a montré, par l'analyse dimensionnelle (II-2), que pour un fluide de rhéologie donnée, les paramètres qui influencent le convoyage sont :  $V/L, L/\langle h \rangle$  et  $\theta$ . On montrera par la suite, que pour une même expérience  $\langle h \rangle$  peut varier. Par contre, la largeur du canal  $L$  est maintenue constante au cours d'une expérience. Pour cette raison, les résultats présentés ci-dessous, font apparaître les variations de l'angle de convoyage et du débit de convoyage pour différents  $V/L$ . La variation de  $\langle h \rangle$  suivant l'axe du canal conduit à des variations de l'angle de convoyage  $\kappa$  pour chaque expérience.

Un exemple de variation de l'angle  $\kappa$  pour le gel 1 en fonction de  $L/\langle h \rangle$  pour différents rapports  $V/L$  est donné sur la Figure III- 28(a). Mais les mêmes allures de courbes pour le gel 1 ont été observées quelle que soit la configuration ( $L, V, \theta$ ).



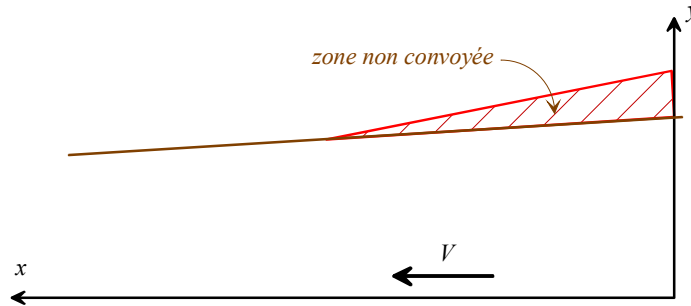
**Figure III- 28 : Angle  $\kappa$  pour un angle  $\theta$  donné : (a) influence de  $L/\langle h \rangle$  et (b) influence de  $\theta$ .**

On peut noter que les courbes obtenues sur la Figure III- 28(a) sont similaires à celles de la Figure II- 25 obtenues en résolvant l'écoulement axial pour un fluide newtonien pour des rapports de forme inférieurs à 6.

En revanche, par rapport au cas newtonien, pour lequel on a montré que la vitesse  $V$  n'influence pas l'efficacité de convoyage, on observe que l'angle de convoyage varie en fonction du rapport  $V/L$ .

L'influence du rapport  $V/L$  traduit l'influence du seuil. En effet,  $V/L$  est une vitesse de cisaillement caractéristique de l'écoulement. Pour des vitesses de cisaillement faibles, une partie de la veine d'écoulement peut être en dessous du seuil d'écoulement et des zones non cisailées (d'écoulement

en bloc) peuvent apparaître. La répartition zone d'écoulement en bloc/zone cisailée dépend donc de  $V/L$ . Pour de faibles valeurs de  $V$ , la zone d'écoulement en bloc peut être très développée. En revanche, lorsque la vitesse du tapis augmente, on observe que seule la couche de fluide à proximité du tapis est entraînée et qu'il existe une couche quasi stagnante à la surface des sédiments (Figure III- 29). Cette observation permet d'expliquer pourquoi il existe une valeur de  $V/L$  pour laquelle le convoyage est optimal.



**Figure III- 29 : Influence de la vitesse du fond mobile sur l'écoulement.**

L'angle de convoyage est mesuré également pour différentes valeurs de  $\theta$  (Figure III- 28 (b)). Chaque courbe présente les résultats d'expériences réalisées pour 4 angles différents. On observe que l'angle de convoyage passe par un maximum en fonction de l'angle du canal (Figure III- 28(b)). L'angle du canal optimal est de l'ordre de  $25^\circ$  pour la série de mesure effectuée. Pour un fluide newtonien, l'angle de convoyage calculé passait également par un maximum (Figure II- 22 et Figure II- 33(b)) mais pour des valeurs d'angle du canal beaucoup plus élevées.

#### III-4.3) Influence des paramètres rhéologiques du fluide

La diminution du seuil se traduit sur le plan visuel par des modifications importantes de l'écoulement. Pour le gel 2, dont le seuil est plus faible que celui du gel 1, la surface libre est beaucoup plus lisse et les sillons dus aux tiges disparaissent assez rapidement. Le gel 2 est plus fluide. Le cisaillement est donc facilité. On a d'ailleurs dû ajouter au bout des tiges des flotteurs afin qu'elles ne s'enfoncent pas trop dans le gel et faussent les mesures de hauteur. On note cependant que la surface libre reste approximativement plane (Figure III- 30(a)).



*profil transverse de hauteur*

**Figure III- 30 : Vues du profil transverse pour le gel 2.**

La Figure III- 31(a) montre les résultats obtenus pour la même configuration (même largeur et même angle du canal) que l'exemple étudié pour le gel 1. Les allures des courbes sont également similaires quelle que soit la configuration ( $L$ ,  $V$ ,  $\theta$ ) pour le gel 2. On observe toujours que l'angle  $\kappa$  augmente lorsque  $L/\langle h \rangle$  augmente. En revanche, le rapport  $V/L$  n'influence pratiquement pas l'angle de convoyage. Les courbes sont pratiquement superposables.

On trouve un comportement qui ressemble à celui obtenu pour un fluide newtonien où  $V/L$ , paramètre issu de la rhéologie du fluide, n'intervient pas.

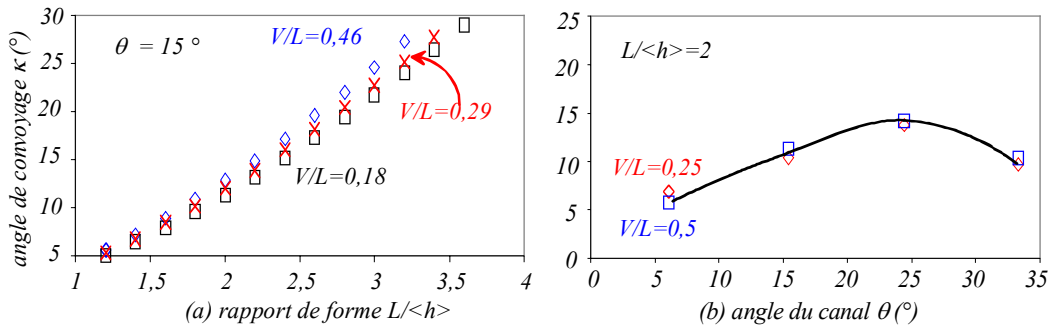


Figure III- 31 : Angle  $\kappa$  pour un angle  $\theta$  donné : (a) influence de  $L/\langle h \rangle$  et (b) influence de  $\theta$ .

De la même manière, l'angle  $\kappa$  passe par un maximum pour un angle  $\theta$  de l'ordre de  $25^\circ$  mais les courbes sont confondues pour différents rapports  $V/L$ .

On compare maintenant les angles de convoyage en fonction du rapport de forme pour les deux gels (Figure III- 32). Afin de tenir compte des propriétés rhéologiques des fluides, on mesure dans ce cas le nombre d'Oldroyd  $Od$ . Il apparaît que l'efficacité de convoyage est dans l'ensemble meilleure pour un gel plus fluide (gel 2) car elle reste identique et quasiment égale à l'efficacité maximale pour le gel 2 quel que soit  $Od$ . Les observations visuelles montrent qu'aucune zone morte n'apparaît pour le gel 1, autrement dit, le fluide est cisailé sur toute sa hauteur. Cela signifie que le cisaillement, en particulier représenté par le rapport  $V/L$  contenu dans  $Od$ , joue un rôle important sur l'efficacité de convoyage.

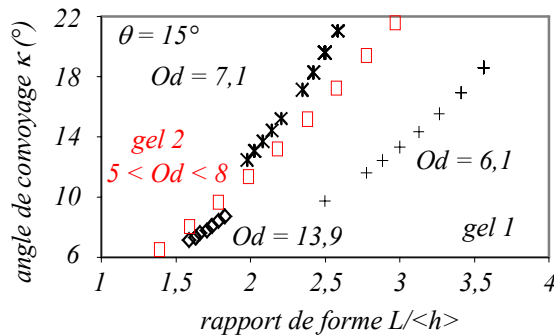


Figure III- 32 : Comparaison des angles de convoyage pour les gels 1 et 2.

Si on répertorie l'ensemble des résultats dans le cas de figure étudié, on constate, sur la Figure III- 33, que l'influence du rapport de forme sur l'angle de convoyage est identique pour les résultats numériques avec un fluide newtonien et les résultats expérimentaux. On trouve ainsi des résultats proches quel que soit le nombre  $Od$  avec le gel 2 et pour  $Od = 7,1$  (qui correspond au rapport  $V/L$  optimal) avec le gel 1.

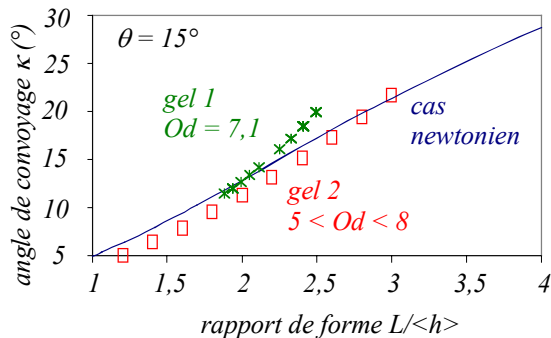


Figure III- 33 : Comparaison des angles de convoyage entre les résultats numérique pour un fluide newtonien et les résultats expérimentaux pour les gels 1 et 2.

Remarque : des expériences avec un seuil beaucoup plus élevé (quelques centaines de Pascal) pourraient confirmer les hypothèses avancées. Cependant, ces mesures n'ont pas pu être effectuées car le dispositif ne permet pas, en l'état actuel des choses, d'étudier le convoyage de tels gels. La pompe ne peut en effet fournir les débits suffisants pour ces expériences.

#### III-4.4) Influence des paramètres de convoyage sur les débits $Q_c$

En ce qui concerne les débits de convoyage  $Q_c$ , la Figure III- 34(a) montre que le débit augmente linéairement lorsque le rapport  $V/L$  augmente quel que soit le rapport de forme et l'angle du canal. Les variations de  $V/L$  sont en fait pour chaque rapport  $L/\langle h \rangle$  équivalentes aux variations de  $V$  puisque  $L$  reste constante. L'influence du rapport  $V/L$  est donc similaire à celle trouvée pour les simulations de l'écoulement d'un fluide newtonien (Figure II- 21).

La Figure III- 34 montre également que le débit  $Q_c$  augmente fortement lorsque le rapport  $L/\langle h \rangle$  augmente. L'influence du rapport  $L/\langle h \rangle$  est donc similaire à celle trouvée pour les simulations de l'écoulement d'un fluide newtonien pour des rapports de forme inférieurs à 6 (Figure II- 25).

Par contre, la rhéologie des sédiments n'influence pas beaucoup les débits  $Q_c$ .

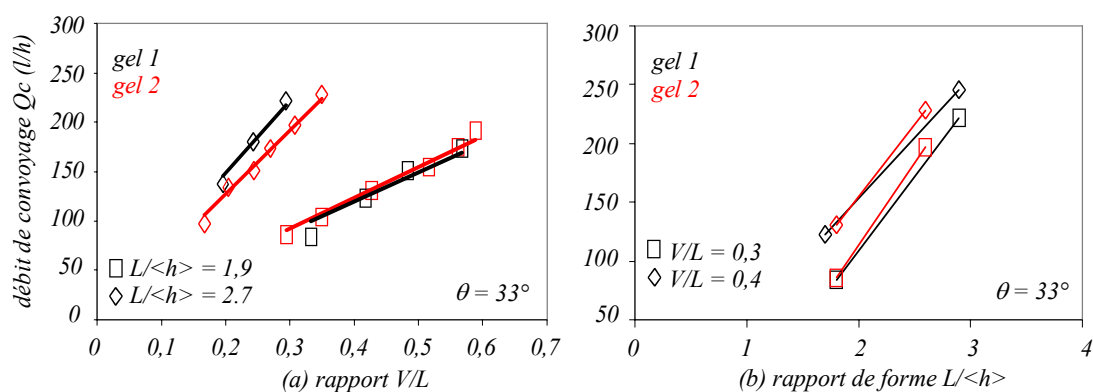


Figure III- 34 : Débit  $Q_c$  pour deux gels en fonction de  $L/\langle h \rangle$  et de  $V/L$  pour un angle  $\theta = 33^\circ$ .

Remarque : le dispositif expérimental ne permet pas d'étudier le convoyage pour des largeurs de canal suffisamment grandes pour obtenir des rapports de forme supérieurs à des valeurs de l'ordre de 4. On ne peut donc vérifier que le débit, ou l'angle, de convoyage tendent vers des valeurs limites comme c'est le cas pour les simulations avec un fluide newtonien.

#### III-4.5) Influence de l'angle d'inclinaison des parois

On présente sur la Figure III- 35 l'influence de l'angle d'inclinaison  $\varphi$  sur les profils transverses de hauteur pour le gel 1. On se place dans le cas d'un rapport  $V/L$  constant afin de mesurer uniquement l'influence des propriétés rhéologiques du gel. On a donc  $V/L = 0,24$  qui correspond à  $Od = 12$  pour le gel 1 et  $Od = 7$  pour le gel 2.

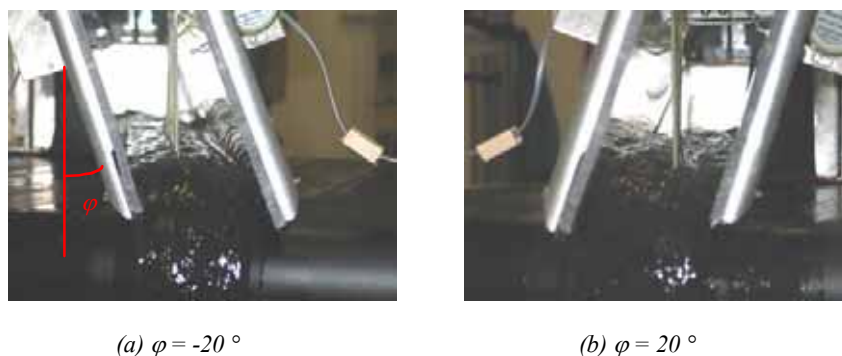
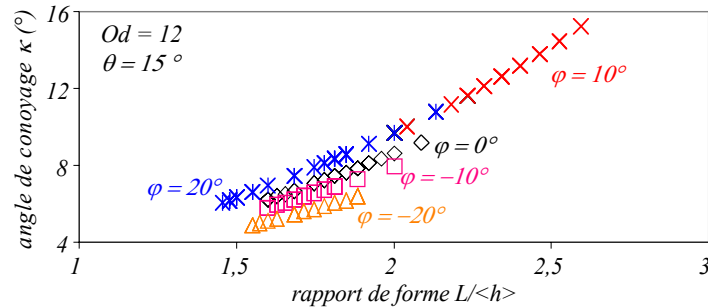


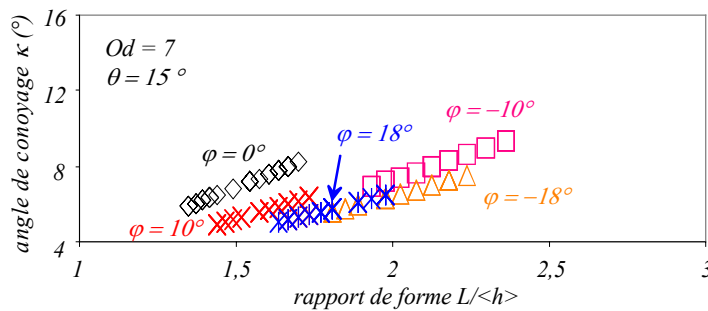
Figure III- 35 : Vues de l'écoulement pour deux angles d'inclinaison différents (a)  $\varphi = -20^\circ$  et (b)  $\varphi = 20^\circ$ .

Pour le gel 1, la *Figure III- 36* montre que l'angle  $\kappa$  est différent selon le signe de l'angle d'inclinaison  $\varphi$ . Lorsque l'angle  $\varphi$  est négatif, l'angle de convoyage diminue quand l'angle devient plus grand en valeur absolue. En revanche, lorsque l'angle  $\varphi$  est positif, l'angle de convoyage augmente et semble tendre vers une valeur limite pour les angles élevés.



**Figure III- 36 : Influence de l'angle d'inclinaison  $\varphi$  pour le gel 1 sur l'angle de convoyage  $\kappa$  en fonction du rapport de forme  $L/\langle h \rangle$  pour un couple  $(V/L ; \theta)$  donné.**

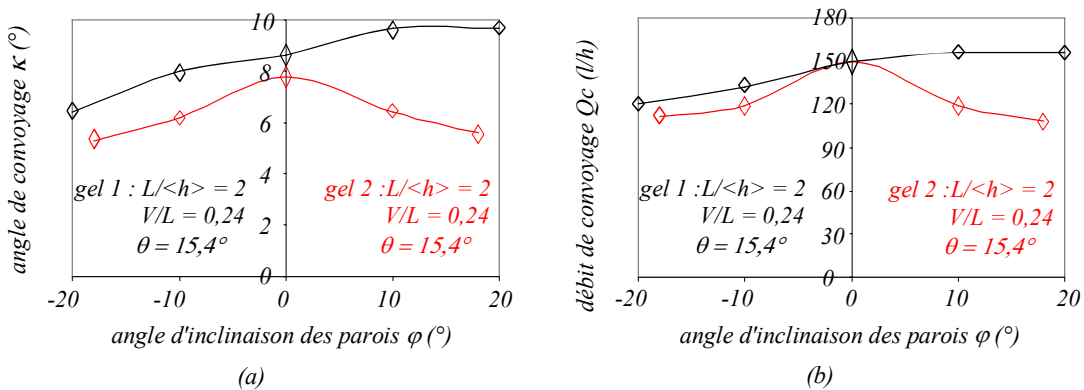
Par contre, pour le gel 2, l'angle de convoyage le plus élevé est obtenu pour un angle d'inclinaison nul. L'angle de convoyage diminue ensuite de plus en plus au fur et à mesure que l'angle d'inclinaison augmente en valeur absolue.



**Figure III- 37 : Influence de l'angle d'inclinaison  $\varphi$  pour le gel 2 sur l'angle de convoyage  $\kappa$  en fonction du rapport de forme  $L/\langle h \rangle$  pour un couple  $(V/L ; \theta)$  donné.**

On compare ces résultats sur la *Figure III- 38* pour un rapport de forme donné qui montre l'influence de l'angle d'inclinaison  $\varphi$  sur le débit  $Q_c$  et l'angle  $\kappa$  de convoyage. Pour le gel 1, ces deux grandeurs augmentent avec l'angle d'inclinaison pour tendre vers une valeur limite pour des angles élevés positifs.

Pour le gel 2 (seuil faible), le débit maximal et l'angle  $\kappa$  maximal sont obtenus pour un angle  $\varphi$  nul. On retrouve un comportement identique à celui obtenu pour un fluide newtonien (*Figure II- 31*). Le comportement relativement au signe de l'inclinaison des parois devient symétrique.



**Figure III- 38 : Angle  $\varphi$  pour les gels 1 et 2 en fonction (a) de l'angle  $\kappa$  et (b) du débit  $Q_c$ .**



On a montré expérimentalement que, dans certains cas (seuil élevé et vitesse d'entraînement du fond mobile faible, c'est-à-dire nombre  $Od$  élevé), l'efficacité de convoyage est meilleure lorsque le gel était plus cisailé. La Figure III- 39 peut ainsi permettre d'expliquer la dissymétrie observée pour le gel 1. Le fluide est poussé par la pale active, on suppose donc qu'elle joue un rôle prépondérant dans le convoyage. Lorsque l'angle d'inclinaison est positif, l'angle entre la pale active et le fond mobile est aigu, ce qui a pour effet d'accroître de façon importante le cisaillement du fluide dans le canal. Le gel est plus fluide et l'écoulement est donc meilleur. Au contraire pour des angles d'inclinaison négatifs, l'angle entre la pale active et le fond mobile devient obtus ce qui tend à limiter le cisaillement et l'efficacité de convoyage.

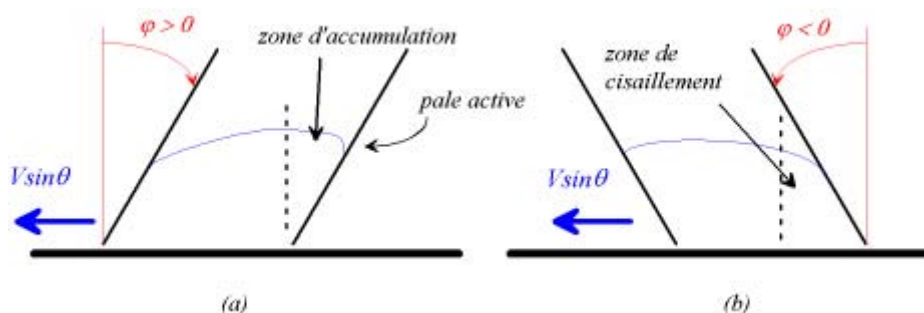


Figure III- 39 : Schémas du cisaillement transverse pour un angle  $\varphi$  (a) positif et (b) négatif.

#### III-4.6) Comparaison quantitative avec les simulations pour un fluide newtonien

On vient de montrer que les simulations pour un fluide newtonien et les résultats expérimentaux comportaient de nombreuses similitudes au niveau qualitatif. On va maintenant comparer les débits obtenus par les expériences et par les simulations pour un fluide newtonien pour des configurations identiques.

La Figure III- 40 montre que les simulations pour un fluide newtonien donnent toujours un débit supérieur aux débits trouvés expérimentalement, quelle que soit la configuration envisagée.

Il est rassurant de noter que les écarts sur les débits sont plus faibles pour le gel 2 que pour le gel 1 (sauf pour le plus grand angle de canal). En effet, le gel 2 a un comportement qui se rapproche plus de celui d'un fluide newtonien en raison de son faible seuil. On montre donc que les simulations donnent des résultats cohérents par rapport aux expériences.

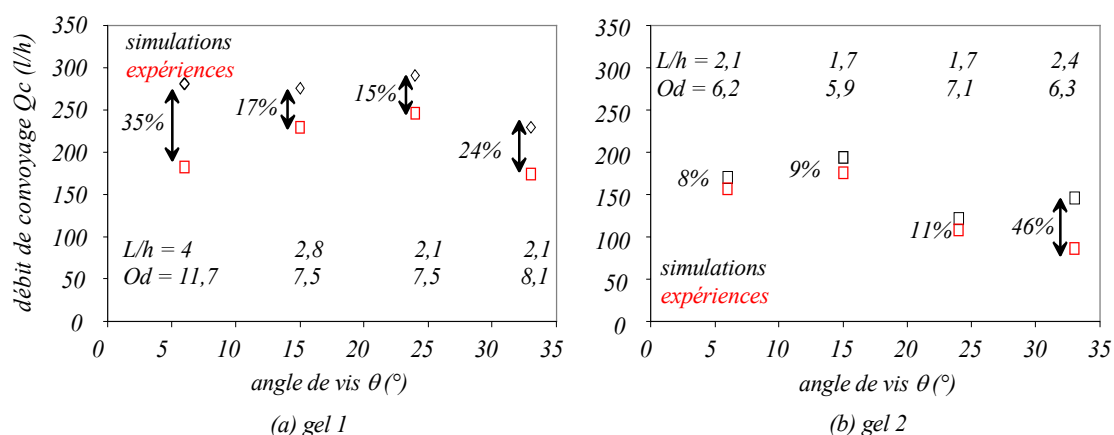


Figure III- 40 : Débits  $Q_c$  : comparaison entre les simulations (fluide newtonien) et les expériences (gels 1 et 2) pour des couples ( $L/h$  ;  $Od$ ).

Il semble également que, pour le gel 1, les simulations donnant les résultats les plus proches des expériences sont comprises entre  $15$  et  $24$  ° quel que soit le couple ( $L/h$  ;  $Od$ ). On a des écarts de l'ordre de  $16$  % pour le gel 1. Cela peut signifier que cette plage de valeur pour l'angle du canal correspond aux écoulements pour lesquels l'effet du seuil est moindre. De plus, mis à part pour un écart



(pour le gel 2 et  $\theta = 33^\circ$ ), les écarts sont les plus faibles sont obtenus pour les nombres d'Oldroyd les plus faibles, c'est-à-dire lorsque les effets de seuil sont les plus faibles par rapport aux effets visqueux.

On observe également que les écarts augmentent lorsque le rapport  $L/\langle h \rangle$  est plus grand.

#### III-4.7) Calcul des incertitudes de mesure

Le calcul des incertitudes sur les mesures expérimentales a été effectué selon deux méthodes : la Méthode Différentielle (notée **MD**) et la Méthode de Linéarisation et de Covariance (notée **MLC**). Elles sont détaillées dans l'annexe 2. On présente les résultats obtenus sur quelques expériences.

On a calculé les erreurs pour les deux méthodes. Le *Tableau III- 7* et le *Tableau III- 8* présentent les résultats des incertitudes de mesures pour l'angle de convoyage sur différents exemples pour le gel 1. Les incertitudes de mesures sont maximales pour l'angle de convoyage car toutes les mesures effectuées influent sur le résultat final.

**Tableau III- 7 : Calculs des incertitudes par la méthode MD pour différents exemples.**

V (m/s)	L (m)	h (m)	$\theta$ (°)	$\langle v_x \rangle$ (m/s)	Qc (l/h)	$\kappa$ (°)	$\Delta\kappa$
0,03	0,12	0,03	6,1	0,014	183	5,3	1,81
0,049	0,08	0,03	15,4	0,026	230	19,2	2,88
0,023	0,12	0,04	15,4	0,011	192	12,6	3,74
0,05	0,085	0,04	24,4	0,019	246	14	1,58
0,039	0,12	0,03	24,4	0,02	240	19	2,90
0,043	0,085	0,04	33,3	0,0144	174	14,5	1,43
0,034	0,12	0,04	33,3	0,0119	222	15,1	1,79

**Tableau III- 8 : Calculs des incertitudes par la méthode MLC pour différents exemples.**

V (m/s)	L (m)	h (m)	$\theta$ (°)	$\langle v_x \rangle$ (m/s)	Qc (l/h)	$\kappa$ (°)	$\sigma_\kappa$
0,03	0,12	0,03	6,1	0,014	183	5,3	0,96
0,049	0,08	0,03	15,4	0,026	230	19,2	1,37
0,023	0,12	0,04	15,4	0,011	192	12,6	1,58
0,05	0,085	0,04	24,4	0,019	246	14	0,74
0,039	0,12	0,03	24,4	0,02	240	19	1,24
0,043	0,085	0,04	33,3	0,0144	174	14,5	0,65
0,034	0,12	0,04	33,3	0,0119	222	15,1	0,77

Pour les angles de convoyage, les erreurs majorées par la méthode **MD** ne dépassent pas 25 % tandis que l'écart type pour la méthode **MLC** est toujours inférieure à 20 %.

#### III-5) Conclusions sur le convoyage de sédiments par l'approche expérimentale

Les résultats expérimentaux ont permis de mettre en évidence le rôle important des caractéristiques rhéologiques des sédiments sur le convoyage. Ce rôle est déterminé par l'influence du nombre d'Oldroyd  $Od$  et en particulier, pour chaque gel, du rapport  $V/L$  qui représente un gradient de vitesse caractéristique de l'écoulement. Celui-ci influe sur le cisaillement du fluide et donc sur la répartition des zones convoyées et des zones mortes (qui diminuent l'efficacité de convoyage). Il semble que, pour chaque rapport de forme et pour chaque angle du canal, l'on obtienne une vitesse caractéristique optimale différente. Ce comportement apparaît de manière plus franche pour un seuil élevé.

De la même manière, il a été souligné que l'efficacité de convoyage est meilleure lorsque le rapport de forme  $L/\langle h \rangle$  augmente. On a montré également que l'angle de convoyage passait par un maximum en fonction de l'angle du canal.

De manière générale, les résultats expérimentaux sont cohérents avec les résultats de simulation pour un fluide newtonien. On trouve en effet des comportements identiques en terme de débit convoyé en

fonction de l'angle du canal. D'autre part, les valeurs des débits obtenus sont du même ordre de grandeur pour les simulations et les expériences et même, dans certains cas où la nature viscoplastique du fluide est moins prononcée, c'est-à-dire lorsque le nombre  $Od$  est plus faible, tout à fait comparables.

Cependant, le modèle développé au chapitre précédent ne permet pas de rendre compte de l'influence des différents paramètres rhéologiques des sédiments sur le convoyage. D'autre part, les limites du dispositif expérimental actuel empêchent d'explorer des plages de vitesse du fond mobile et de seuil de contraintes suffisantes pour obtenir un ensemble de résultats suffisamment exhaustif.

Dans le chapitre VI, on cherche à résoudre numériquement l'écoulement pour un fluide viscoplastique. Pour cela, on utilise un code de simulation polyvalent (Aquilon) développé au laboratoire.





## **Chapitre IV) Modélisation du convoyage d'un fluide viscoplastique**

### **IV-1) Intégration de la loi de comportement viscoplastique dans le code Aquilon**

### **IV-2) Ecoulement transverse dans une cavité entraînée 2D**

#### **IV-2.1) Comparaison avec le cas newtonien**

#### **IV-2.2) Comparaison avec les résultats de Vola et al. (2003)**

### **IV-3) Ecoulement transverse dans un canal à surface libre**

#### **IV-3.1) Influence de la condition de surface libre**

#### **IV-3.2) Validation complète de l'écoulement transverse**

#### **IV-3.3) Influence des paramètres rhéologiques**

#### **IV-3.4) Influence du rapport de forme $L/h$ et de la vitesse $V_y$**

#### **IV-3.5) Conclusions sur l'écoulement transverse d'un fluide viscoplastique**

### **IV-4 Ecoulement 3D dans un canal à surface libre**

#### **IV-4.1) Ecoulement 3D pour un fluide viscoplastique**

#### **IV-4.2) Influence des paramètres géométriques et de la vitesse $V$ du fond mobile**

#### **IV-4.3) Comparaison avec les résultats expérimentaux**

#### **IV-4.4) Conclusions sur l'écoulement 3D**

## Chapitre IV) Modélisation du convoyage d'un fluide viscoplastique

On va maintenant modéliser numériquement le convoyage d'un fluide viscoplastique incompressible dans un canal à surface libre horizontal. On a ainsi choisi pour les sédiments une loi de comportement du type Herschel-Bulkley.

Le modèle physique reste le même que celui défini au chapitre II et on s'appuie sur les équations du mouvement (II-4) pour un fluide de Herschel-Bulkley.

Par contre, contrairement au cas d'un fluide newtonien, l'écoulement ne peut, cette fois-ci, être séparé en deux écoulements indépendants en raison de la loi de comportement du fluide qui fait intervenir le taux de cisaillement généralisé  $\dot{\gamma}$ . On ne peut donc plus utiliser le code dédié. Il peut se mettre sous la forme suivante :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2 \left[ \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2} \quad (\text{IV-1})$$

Cette relation met en évidence que les écoulements axial (déterminés par le champ de vitesses  $v_x$ ) et transverse (déterminés par les champs de vitesses  $v_y$  et  $v_z$ ) sont couplés (*Sastrohartono et al., (1995)*).

Les solutions de l'écoulement seront cherchées numériquement sous forme approchée à partir du logiciel Aquilon.

Deux étapes ont été nécessaires avant de pouvoir chercher des solutions numériques de l'écoulement :

- intégrer la loi de comportement pour un fluide de Herschel-Bulkley dans le logiciel Aquilon (celle-ci n'était pas prévue),
- valider sur des cas simples les résultats obtenus avec cette loi.

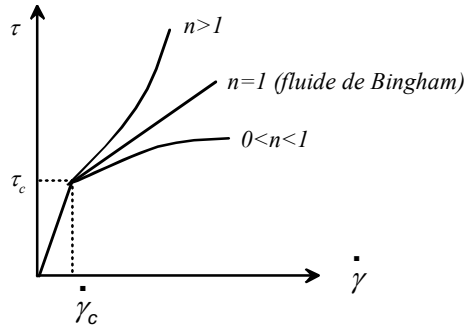
### IV-1) Intégration de la loi de comportement viscoplastique dans le code Aquilon

La viscosité apparente du fluide  $\mu(\dot{\gamma})$  est définie en tout point par la pente de la fonction  $\tau(\dot{\gamma})$ .

Or, lorsque  $\dot{\gamma}$  devient différent de 0,  $\tau(\dot{\gamma})$  présente une discontinuité lors du passage entre l'état rigide et l'état fluide. Pour faire converger le code Aquilon, on doit donc garantir la continuité de la valeur de la viscosité quelle que soit la valeur du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ .

On considère alors que le matériau à l'état rigide est en fait un fluide d'une viscosité très grande et qu'au-delà de  $S$ , la viscosité redevient celle d'un fluide régi par une loi puissance (*Coussot et Ancey, 1999*).

Pour illustrer ces hypothèses, on se place dans le cas d'un écoulement en cisaillement simple dont on représente la loi de comportement continue sur la *Figure IV-1*. Ainsi pour les plus faibles taux de cisaillement ( $\dot{\gamma} < \tau_c / \mu_c$ ), le matériau « rigide » est considéré comme un fluide visqueux ayant une viscosité  $\mu_c$ , nommée viscosité « seuil », de valeur très élevée. Lorsque le taux de cisaillement augmente et que la contrainte seuil  $\tau_c$  (égale à  $S$  dans le cas d'un cisaillement simple) est dépassée, le fluide se comporte alors comme un fluide avec une loi en puissance.



**Figure IV- 1 : Loi de comportement pour un fluide de Herschel-Bulkley adapté au calcul numérique.**

De manière plus générale, la viscosité apparente est calculée à chaque itération à partir de la relation suivante :

$$\mu(\dot{\gamma}) = \frac{S + K \left[ \dot{\gamma}^n - \left( \frac{S}{\mu_c} \right)^n \right]}{\dot{\gamma}} \quad (\text{IV-2})$$

On prend alors en compte la loi de comportement rhéologique du fluide. Il suffit en effet d'assigner une valeur numérique aux quatre paramètres rhéologiques qui définissent la loi de Herschel-Bulkley, à savoir la valeur maximale de cisaillement simple  $S$ , la consistance  $K$ , l'indice d'écoulement  $n$  et la viscosité « seuil »  $\mu_c$ . La viscosité « seuil » ne peut être définie par des mesures rhéométriques puisqu'il s'agit d'une valeur de viscosité arbitraire. On choisit donc  $\mu_c = 10^6 \text{ Pa.s}^n$ . Les autres valeurs sont choisies à partir de celles trouvées expérimentalement pour les gels de Carbopol utilisés avec le prototype. On aura donc toujours  $0 < n < 1$ .

La loi sous Aquilon a été introduite de la manière suivante : lorsque le taux de cisaillement est inférieur au taux de cisaillement seuil  $\dot{\gamma}_c = \frac{S}{\mu_c}$ , la viscosité est égale à  $\mu_c$  (zones rigides représentées en gris). Lorsque  $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ , la viscosité est calculée par la relation (IV-2).

Les premiers tests sont alors effectués pour le cas d'étude d'une cavité entraînée, dont la résolution numérique a été étudiée par *Vola et al. (2003)* pour un fluide de Bingham. Le cas d'un écoulement transverse 2D dans un canal à surface libre sera ensuite envisagé pour compléter la validation du code Aquilon.

#### IV-2) Ecoulement transverse dans une cavité entraînée 2D

Cette étude préliminaire a pour objectif de valider la loi introduite dans Aquilon par comparaison à partir des travaux de *Vola et al. (2003)* pour le cas d'une cavité entraînée carrée de côté  $L = h = 1 \text{ m}$ . La vitesse de la paroi mobile située en bas de la cavité est égale à  $V_y = 1 \text{ m/s}$ . La masse volumique est choisie soit égale à  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$  ou soit égale à  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

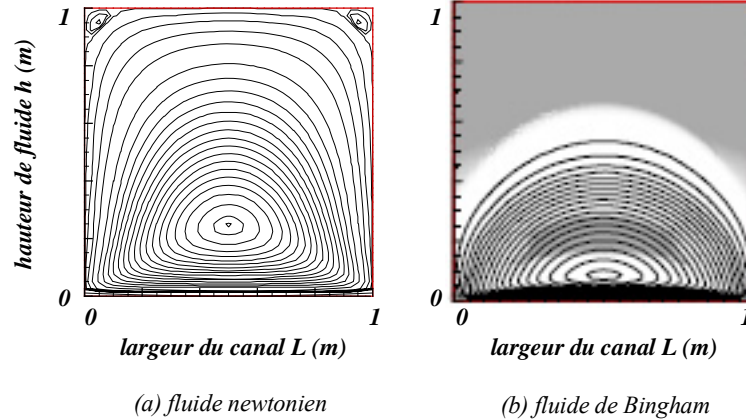
On sait que le nombre de Reynolds est déterminé par  $Re = \frac{\rho V^2}{K(V/L)^n}$ . On obtient donc pour le premier cas un nombre de Reynolds très faible et pour le deuxième cas un nombre de Reynolds égal à 1000.

Pour pouvoir effectuer la comparaison avec les travaux de la littérature, le fluide considéré a un comportement du type Bingham. On rappelle qu'il est équivalent au modèle de Herschel-Bulkley mis à

part que l'indice d'écoulement  $n$  est toujours égal à 1. La consistance du matériau sera choisie toujours égale à  $K = 1 \text{ Pa.s}^n$  pour ce cas d'étude.

#### IV-2.1) Comparaison avec le cas newtonien

La Figure IV- 2 présente dans un premier temps les profils d'écoulement pour un fluide newtonien et pour un fluide de Bingham avec un seuil de  $100 \text{ Pa}$ . On peut observer les lignes de courant montrant le mouvement du fluide dans la zone fluide de couleur blanche mais on distingue également l'étendue des zones rigides pour le cas du fluide de Bingham (zones représentées en gris).



**Figure IV- 2 : Cavité entraînée : profils d'écoulement obtenus par Aquilon pour (a) un fluide newtonien et (b) un fluide de Bingham.**

L'influence du seuil est très claire et tend à « aplatiser » les lignes de courant en réduisant l'écoulement à une zone fluide plus petite, dont les dimensions sont variables en fonction des paramètres rhéologiques du fluide et géométriques du canal. La position  $z$  du point de vortex est également plus au centre de la cavité pour un fluide newtonien. Cela signifie que la zone d'entraînement du fluide est plus grande.

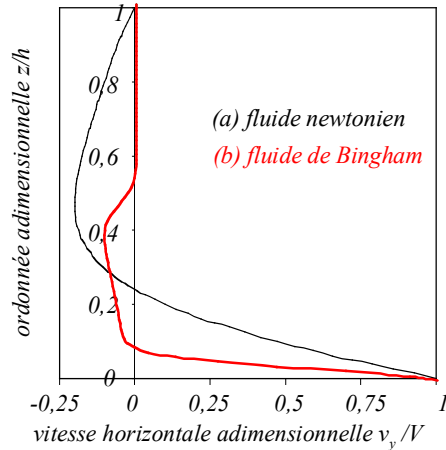
Les simulations font apparaître deux types de zones rigides pour le fluide de Bingham : la première située près de la paroi fixe supérieure de la cavité est une zone où le fluide est immobile puisque les vitesses aux parois latérales et supérieure sont nulles. Les taux de cisaillement dans cette zone sont très faibles et inférieurs à  $\dot{\gamma}_c$ . Le fluide reste donc immobile. On nommera cette zone par la suite la zone rigide fixe.

*Remarque : pour le cas de l'extrusion, Böhme et Broszeit (1996) ont qualifié cette zone de zone morte. Ils ont en effet conclu qu'elle ne participait pas au convoyage. Cependant leurs simulations sont en 2D et on a vu que le convoyage ne pouvait être modélisé que par des simulations 3D.*

La zone rigide du centre de la cavité, que l'on nommera, quant à elle, zone rigide mobile, est en fait une zone où le fluide se déplace en bloc dans un mouvement de rotation pure. On voit en effet que les lignes de courant sont toutes distantes de la même valeur ce qui signifie que la vitesse varie linéairement avec la distance au centre de rotation.

La comparaison des profils de vitesses horizontales pour  $y = L/2$  (Figure IV- 3) montre la zone rigide en haut de la cavité. Elle est repérable par une vitesse nulle alors que la vitesse pour un fluide newtonien n'est nulle qu'à la paroi de la cavité.





**Figure IV- 3 : Profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$  pour un fluide newtonien et un fluide de Bingham.**

L'influence de la loi de comportement du fluide est très marquée à la vue de ce premier exemple.

Une étude sur la sensibilité du maillage a été menée. On note des légères différences dans les profils d'écoulement, notamment au niveau de l'étendue de la zone rigide mobile.

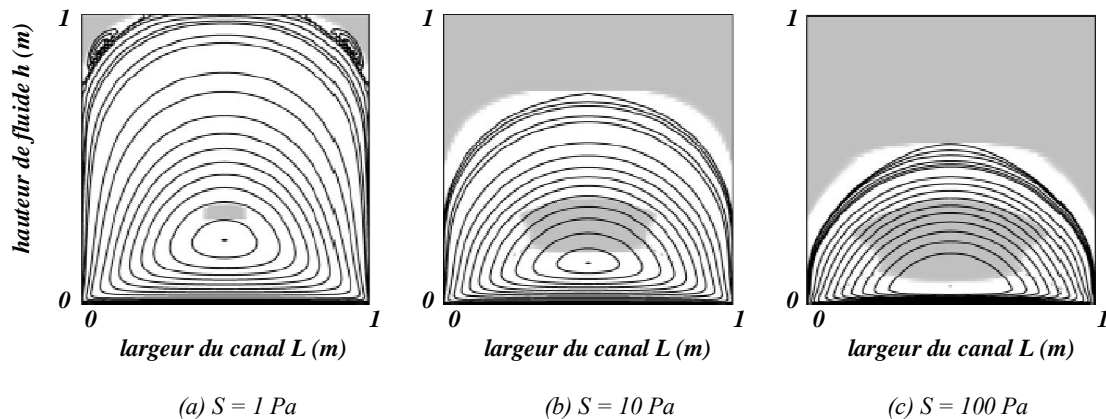
Mais les résultats montrent que les maillages de plus en plus raffinés convergent vers une solution unique. On a vérifié qu'un maillage  $128 \times 128$  raffiné aux parois est suffisant pour déterminer la solution stationnaire du code Aquilon.

Quelques travaux de la littérature traitent de fluides viscoplastiques. Les résultats numériques obtenus avec Aquilon seront donc confrontés à ceux de *Vola et al. (2003)*.

*IV-2.2) Comparaison avec les résultats de Vola et al. (2003)*

La Figure IV- 4 présente les profils d'écoulement pour différents seuils trouvés par *Vola et al. (2003)* pour le cas où  $\rho = 10^{-3} \text{ kg/m}^3$ , c'est-à-dire pour un nombre de Reynolds très faible ( $Re = 10^{-3}$ ). Les zones représentées en gris représentent comme précédemment les zones rigides de l'écoulement.

Les zones rigides fixes et mobiles se développent à mesure que le seuil augmente. Pour un seuil de  $1 \text{ Pa}$ , la zone rigide fixe apparaît uniquement dans les coins supérieurs où une petite recirculation est visible. Elle remplit environ un tiers de la cavité pour un seuil de  $10 \text{ Pa}$  puis environ la moitié de la cavité pour un seuil de  $100 \text{ Pa}$ .

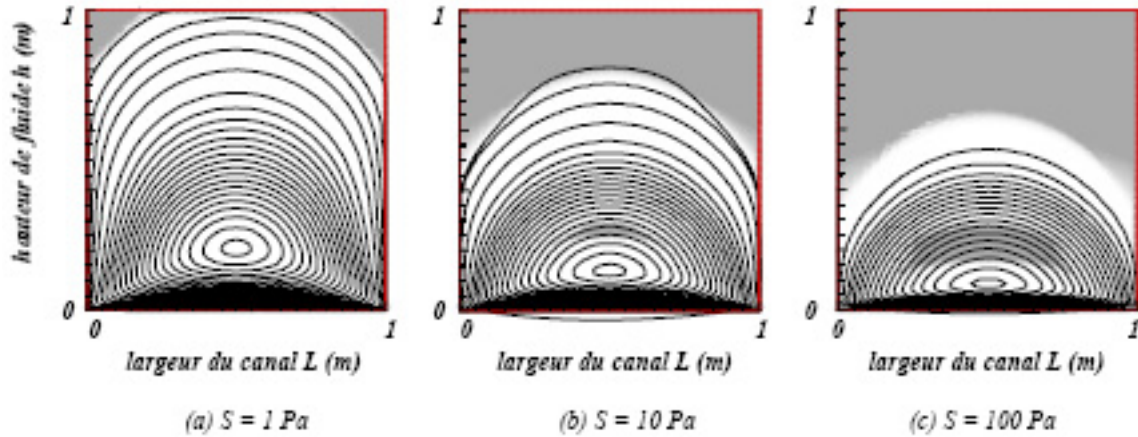


**Figure IV- 4 : Cavité entraînée : profils d'écoulement pour  $Re = 10^{-3}$  d'un fluide de Bingham obtenus par *Vola et al. (2003)* pour trois seuils différents.**

On ne dit pas, dans ces travaux, à partir de quels critères les zones rigides fixes et mobiles sont mesurées. Cela pourrait expliquer les différences de forme trouvées par rapport aux simulations que l'on a

effectuées avec Aquilon. On observe en effet sur la *Figure IV- 5* les profils d'écoulement donnés par Aquilon pour les mêmes seuils.

La forme globale et surtout la proportion de la zone rigide fixe par rapport à la taille de la cavité sont semblables dans les deux cas. Par contre, les zones rigides mobiles sont plus développées pour *Vola et al. (2003)* et n'ont pas la même forme. Elles sont cependant présentes aux mêmes endroits. On ne note pas de recirculation du fluide dans les coins supérieurs de la cavité pour une contrainte seuil de  $1 \text{ Pa}$ .

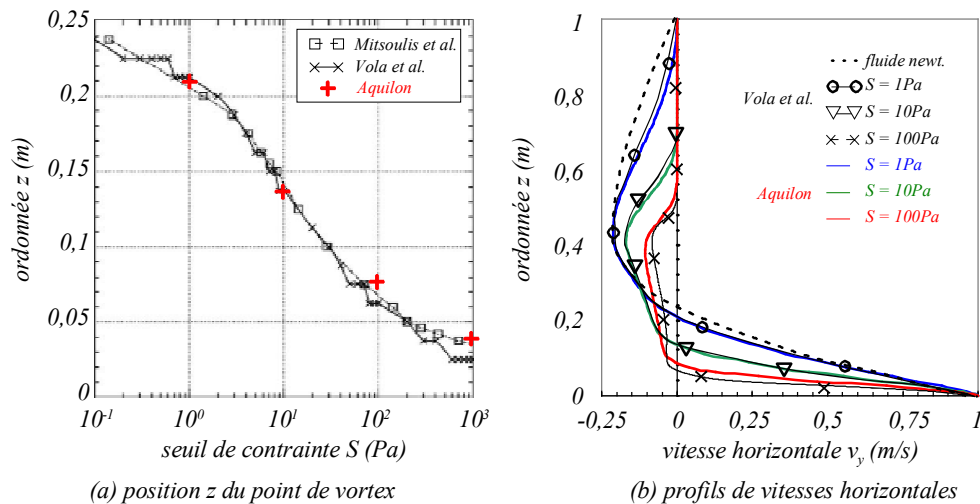


**Figure IV- 5 : Cavité entraînée : profils d'écoulement pour  $Re = 10^{-3}$  d'un fluide de Bingham obtenus par Aquilon pour trois seuils différents.**

Afin de compléter les comparaisons sur les profils d'écoulement, on présente sur la *Figure IV- 6* les ordonnées des points de vortex et les profils de vitesses horizontales  $v_y$ . On note un très bon accord entre les résultats de *Vola et al. (2003)* et ceux obtenus par Aquilon, que ce soit au niveau de la position des points de vortex ou au niveau des profils de vitesses. On note de plus que les résultats de *Vola et al.* sont également très proches des résultats numériques de *Mitsoulis et al. (2001)*.

Les remarques précédentes concernant la diminution de la zone d'écoulement sont confirmées puisque le point de vortex voit sa position  $z$  diminuer à mesure que le seuil augmente. Les profils de vitesses montrent également l'augmentation de la zone rigide fixe puisque la partie où la vitesse  $v_y$  est nulle dans la partie supérieure de la cavité est de plus en plus grande.

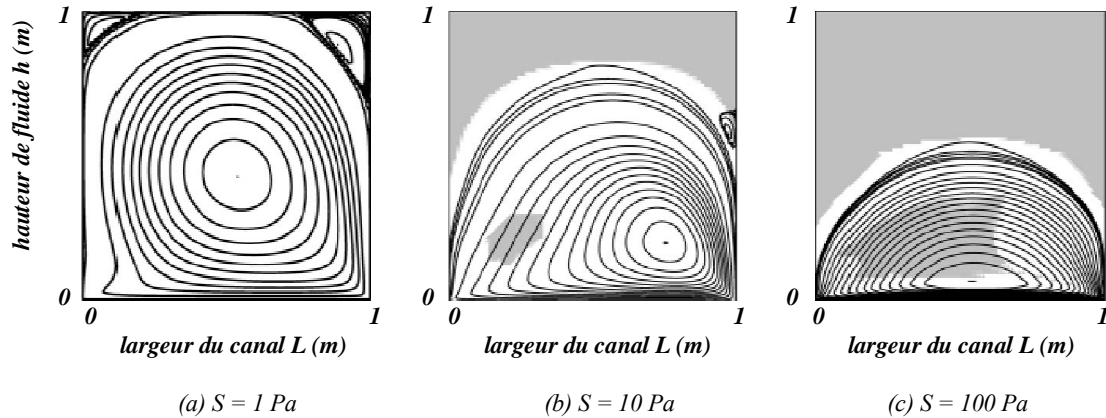
On note enfin que, lorsqu'on fait tendre le seuil vers une valeur nulle, on tend vers un profil de vitesse newtonien.



**Figure IV- 6 : Cavité entraînée pour un fluide de Bingham : comparaison entre les résultats de *Vola et al. (2003)*, *Mitsoulis et al (2001)* et les résultats Aquilon pour  $Re = 10^{-3}$ .**

La Figure IV- 7 présente les profils d'écoulement pour différents seuils trouvés par Vola *et al.* (2003) dans le cas où  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ , c'est-à-dire pour un nombre de Reynolds élevé ( $Re = 10^3$ ). Les zones rigides fixes et mobiles se développent toujours à mesure que le seuil augmente. Pour le seuil de  $1 \text{ Pa}$ , la zone rigide fixe n'apparaît plus dans les coins supérieurs mais elle est remplacée par des recirculations. La zone rigide fixe remplit environ un quart de la cavité pour un seuil de  $10 \text{ Pa}$  puis environ la moitié de la cavité pour un seuil de  $100 \text{ Pa}$ .

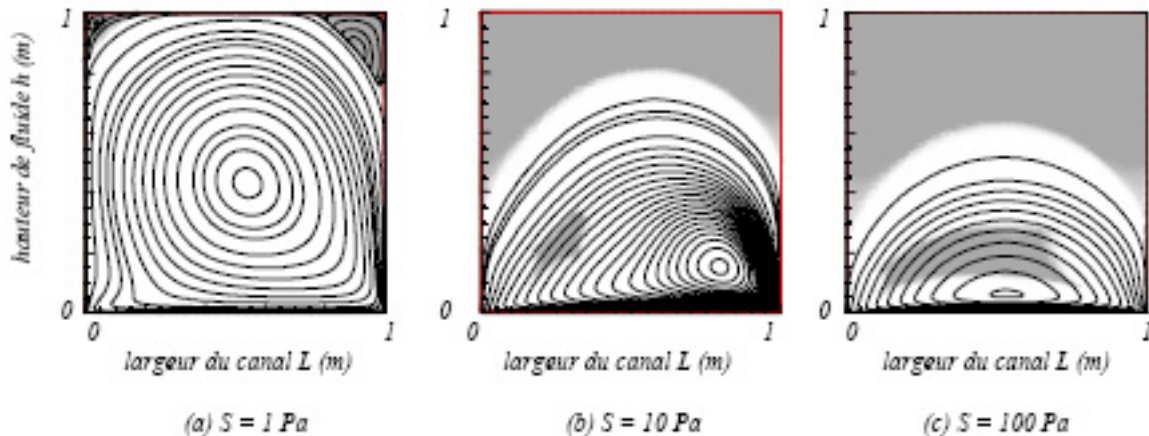
L'écoulement, en s'aplatissant à mesure que la contrainte seuil augmente, tend à devenir de plus en plus symétrique. Les effets inertiels sont de moins en moins prépondérants par rapport aux effets de seuil.



**Figure IV- 7 : Cavité entraînée : profils d'écoulement pour  $Re = 10^3$  d'un fluide de Bingham obtenus par Vola *et al.* (2003) pour trois seuils différents.**

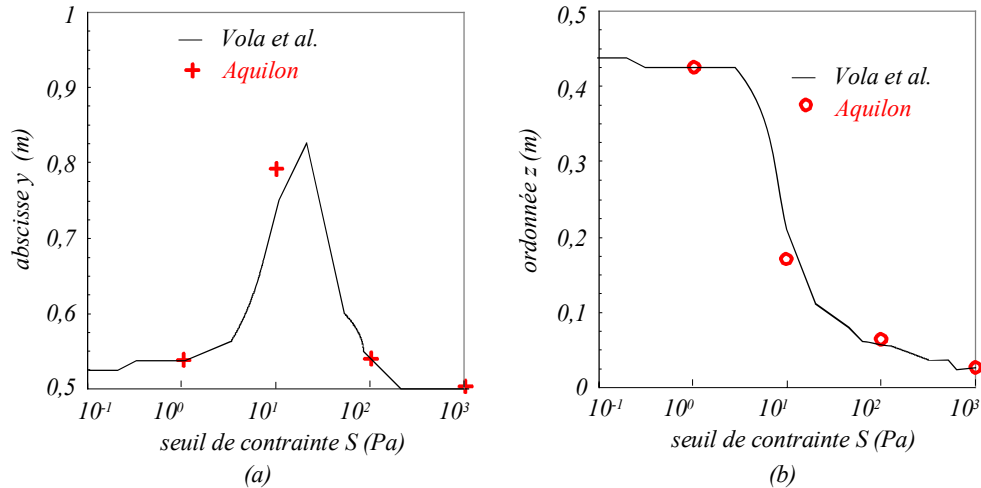
On observe les mêmes phénomènes pour les simulations Aquilon sur les profils d'écoulement (Figure IV- 8) pour les mêmes seuils. On note également l'apparition de recirculations du fluide dans les coins supérieurs de la cavité pour un seuil de  $1 \text{ Pa}$ .

La forme globale et surtout la proportion de la zone rigide fixe par rapport à la cavité sont semblables une nouvelle fois dans les deux cas. Par contre, les zones rigides mobiles sont plus développées dans les résultats de Vola *et al.* (2003) mais ont cette fois quasiment la même forme. Elles sont également localisées aux mêmes endroits.



**Figure IV- 8 : Cavité entraînée : profils d'écoulement pour  $Re = 10^3$  d'un fluide de Bingham obtenus par Aquilon pour trois seuils différents.**

Afin de compléter les comparaisons sur les profils d'écoulement, on présente sur la Figure IV- 9 les positions ( $y ; z$ ) des points de vortex et sur la Figure IV- 10 les profils de vitesses horizontales  $v_x$ . On note encore un très bon accord entre les résultats de Vola *et al.* (2003) et ceux obtenus par Aquilon, que ce soit au niveau de la position des points de vortex ou au niveau des profils de vitesses.



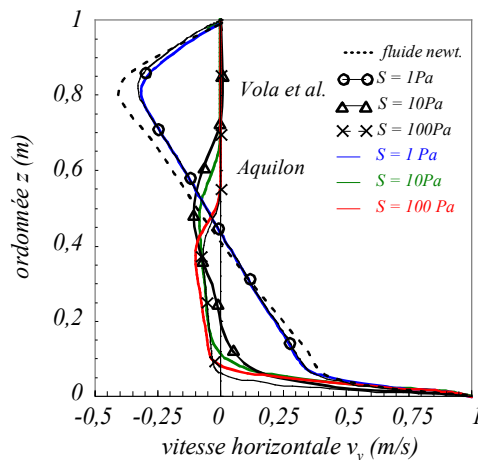
**Figure IV- 9 : (a) Positions  $y$  et (b) position  $z$  du point de vortex d'un fluide de Bingham pour  $Re = 10^3$  obtenus par Vola et al. (2003) et Aquilon pour trois seuils différents.**

Les remarques précédentes concernant la diminution de la zone d'écoulement sont confirmées puisque le point de vortex voit son ordonnée diminuer à mesure que le seuil augmente.

De même, l'abscisse du point de vortex met en évidence que l'écoulement tend à se symétriser lorsque le seuil augmente puisqu'à partir d'un seuil de  $200$  Pa environ le décalage par rapport au centre de la cavité devient nul (Figure IV- 9(a)).

L'abscisse du point de vortex s'éloigne de l'axe de symétrie et le décalage est maximal pour un seuil de l'ordre de  $20$  Pa. En fait, lorsqu'on augmente le seuil, on diminue la hauteur utile où le fluide est cisailé : la zone rigide fixe grandit (Figure IV- 8) et la position  $z$  du point de vortex diminue (Figure IV- 9(b)). Cela a pour effet d'accroître les effets d'inertie par rapport aux effets visqueux. Cela provoque la dissymétrie de l'écoulement. Les effets plastiques dus au seuil ne deviennent, quand à eux, prépondérants qu'à partir d'un certain seuil. Un écoulement à nouveau symétrique s'établit alors.

Les profils de vitesses montrent également l'augmentation de la zone rigide fixe puisque la partie où la vitesse  $v_y$  est nulle dans la partie supérieure de la cavité est de plus en plus grande avec l'augmentation du seuil (Figure IV- 10). On note encore une fois, comme pour un nombre de Reynolds très faible, que lorsqu'on fait tendre le seuil vers une valeur nulle, on tend à retrouver le profil de vitesse obtenu pour un fluide newtonien.



**Figure IV- 10 : Profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$  d'un fluide de Bingham pour  $Re$  fort obtenus par Vola et al. (2003) et Aquilon.**

La comparaison menée à partir de ces deux cas d'études par rapport aux résultats de *Vola et al. (2003)* montre que la loi de comportement introduite dans le code Aquilon représente correctement le comportement d'un fluide de Bingham dans le cas d'une cavité entraînée.

### IV-3) Écoulement transverse dans un canal à surface libre

L'étape suivante de la modélisation est l'étude de l'écoulement transverse dans un canal à surface libre. Bien que l'écoulement d'un fluide de Herschel-Bulkley dans un canal ne peut se découpler en deux écoulements, l'un axial et l'autre transverse, cette étude va permettre de fournir des indications sur les caractéristiques principales de l'écoulement d'un fluide viscoplastique dans un canal.

Dans un premier temps, on cherche à évaluer l'influence de la condition à la limite à la surface libre. On pourra ensuite déterminer l'influence des paramètres rhéologiques et géométriques sur l'écoulement transverse.

La configuration de base est choisie en rapport avec les configurations de canaux utilisées pour les expériences. Le cas d'un canal carré de côté  $L = h = 0,1 \text{ m}$  sera étudié. La vitesse de la paroi mobile située en bas du canal est égale à  $V_y = 0,1 \text{ m/s}$ . La masse volumique est choisie égale à  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ . On fera varier les paramètres géométriques du canal et la vitesse  $V_y$  du fond mobile indépendamment les uns des autres à partir de la configuration de base.

On n'utilisera pour évaluer l'influence des caractéristiques rhéologiques du fluide que des valeurs dans les gammes obtenues pour les gels de Carbopol 1, 2 et 3. Ainsi la consistance  $K$  du matériau sera comprise entre 1 et 30  $\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ . L'indice d'écoulement  $n$  sera toujours inférieur à 1. Enfin le seuil aura pour valeur maximale 100  $\text{Pa}$ .

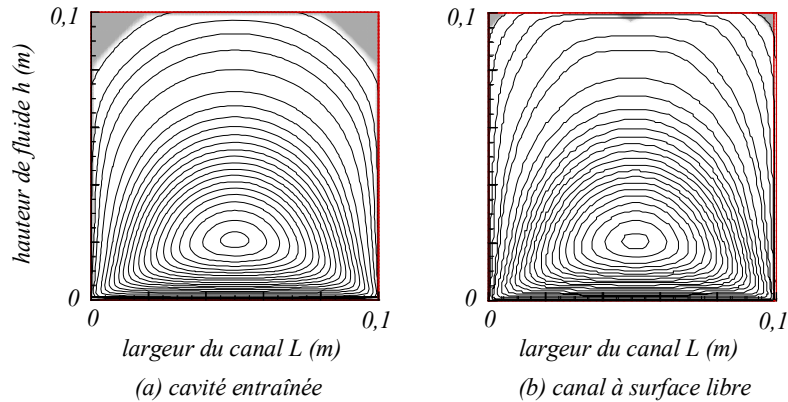
On obtient pour la configuration de base des nombres de Reynolds de l'ordre de 10 ce qui correspond à des effets inertiels faibles.

#### IV-3.1) Influence de la condition de surface libre

On compare le cas d'une cavité entraînée à celui du canal à surface libre pour évaluer l'impact du changement de la condition à la limite.

Les simulations montrent que, pour des seuils inférieurs à 10  $\text{Pa}$ , la condition à la surface libre ne semble pas influencer le comportement du fluide dans son mouvement transverse dans le canal. En effet, la zone rigide s'étend sur toute la largeur du canal. On trouve alors la même répartition des zones rigides et fluides et la position du point de vortex est identique. Cela s'explique par le fait que la zone rigide fixe a une vitesse nulle. La zone cisailée est donc la même puisque le fluide ne « ressent » pas la présence de la surface libre.

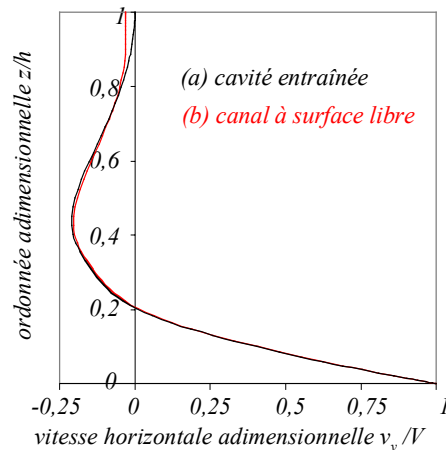
Pour vérifier que la condition à la surface libre est bien valable, on étudie un cas où le fluide de Bingham a un seuil très faible, par exemple 1  $\text{Pa}$ . On présente ainsi sur la *Figure IV- 11* les profils d'écoulement dans la même configuration que précédemment mais avec un seuil de 1  $\text{Pa}$ . On rappelle que  $K = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$  et  $n = 1$ .



**Figure IV- 11 : Aquilon : profils d'écoulement pour un seuil de 1 Pa pour (a) la cavité entraînée et (b) le canal à surface libre.**

On observe que les zones rigides fixes aux coins supérieurs pour la cavité entraînée sont plus grandes que celles obtenues pour le canal à surface libre. On note de plus une zone rigide mobile au centre du canal à surface libre. On constate que les positions des points de vortex sont identiques pour les deux cas.

De plus, la *Figure IV- 12* montre malgré tout que les profils de vitesses sont quasiment identiques hormis à la limite supérieure.



**Figure IV- 12 : Profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$  pour une seuil de 1 Pa : (a) cavité entraînée et (b) canal à surface libre.**

#### IV-3.2) Validation complète de l'écoulement transverse

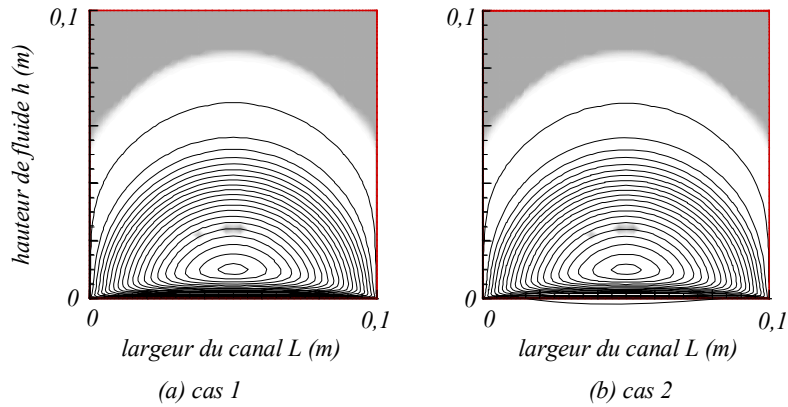
Un autre moyen de vérifier que les simulations sont représentatives est d'utiliser l'analyse dimensionnelle faite au chapitre II. Pour cela, on simule deux écoulements aux caractéristiques différentes mais en prenant soin de conserver la même valeur des nombres adimensionnels. Le but est d'obtenir ainsi le même écoulement. On va vérifier, d'une part, qu'aucun des paramètres de l'écoulement n'a été oublié. D'autre part, si tous les paramètres qui influencent l'écoulement ont été pris en compte, l'analyse dimensionnelle va permettre de valider complètement la loi rhéologique que l'on a écrite sous Aquilon.

On modifie les caractéristiques rhéologiques en gardant les mêmes dimensions pour le canal ( $L = h = 0,1 \text{ m}$ ) et la même vitesse de la paroi mobile ( $V_y = 0,1 \text{ m/s}$ ). Pour le cas 1, on a  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $K = 20 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0,5$ ,  $S = 100 \text{ Pa}$ . Pour le cas 2, on a  $\rho = 10 \text{ kg/m}^3$ ,  $K = 0,2 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0,5$ ,  $S = 1 \text{ Pa}$ .

On obtient ainsi les nombres adimensionnels  $Re = 1$  et  $Od = 5$  pour les deux cas.

On observe sur la *Figure IV- 13* que les écoulements sont identiques et que les positions des points de vortex coïncident. De même, les profils d'écoulement sont rigoureusement identiques.





**Figure IV- 13 : Profils d'écoulement : vérification de la pertinence de l'analyse dimensionnelle.**

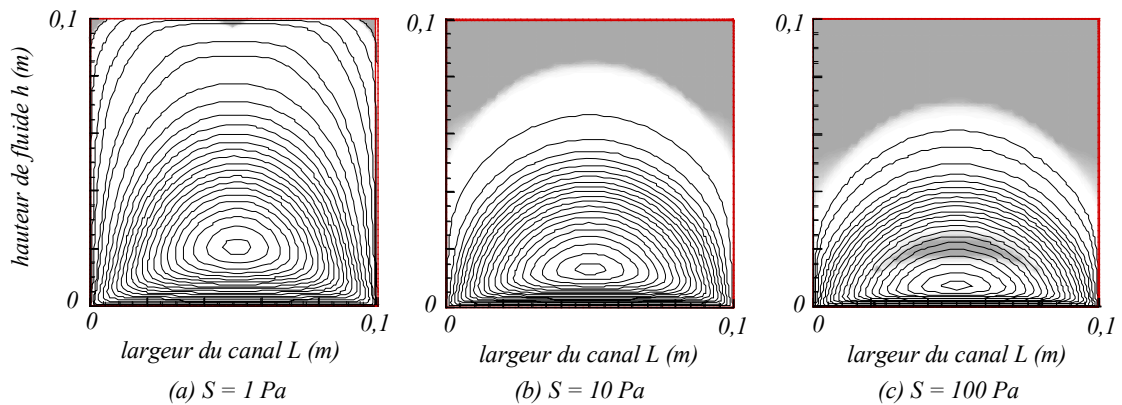
On peut maintenant étudier l'influence sur l'écoulement transverse, d'une part des paramètres rhéologiques du fluide viscoplastique et d'autre part des paramètres géométriques du canal et de la vitesse du fond mobile.

*IV-3.3) Influence des paramètres rhéologiques*

On travaille de nouveau avec la configuration de base définie au début de la partie 3) de ce chapitre.

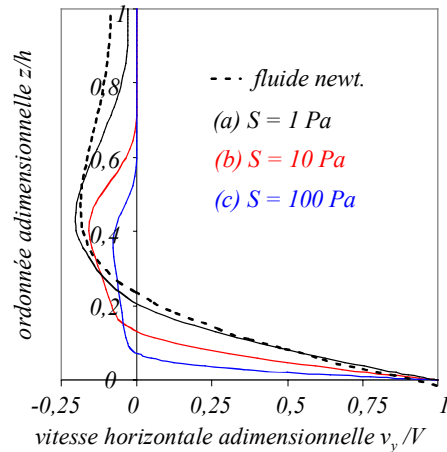
Dans un premier temps, la *Figure IV- 14* présente les profils d'écoulement pour différents seuils. On se place dans le cas de  $K = 1 Pa.s^n$  et de  $n = 1$  (fluide de Bingham).

Les simulations montrent que les zones rigides fixes et mobiles se développent à mesure que le seuil augmente, comme pour la cavité entraînée. Pour le seuil de  $1 Pa$ , la zone rigide fixe apparaît uniquement dans les coins supérieurs. Elle remplit environ un quart de la cavité pour un seuil de  $10 Pa$  puis quasiment la moitié du canal pour un seuil de  $100 Pa$ . On note également que la zone rigide mobile n'apparaît que pour un seuil de  $100 Pa$ .



**Figure IV- 14 : Influence du seuil  $S$  du matériau sur les profils d'écoulement.**

Les positions adimensionnelles des points de vortex sont dans ce cas  $(0,5 ; 0,20)$  pour  $S = 1 Pa$ ,  $(0,5 ; 0,13)$  pour  $S = 10 Pa$  et  $(0,5 ; 0,07)$  pour  $S = 100 Pa$ . Le point de vortex voit son ordonnée  $z$  diminuer au fur et à mesure que le seuil augmente. Les profils de vitesses sur la *Figure IV- 15* montrent également l'augmentation de la zone rigide fixe puisque le domaine où la vitesse  $v_y$  est nulle dans la partie supérieure de la cavité est de plus en plus grand.

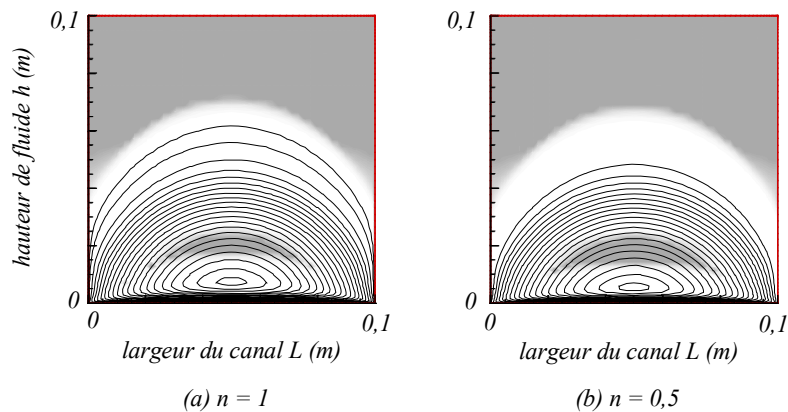


**Figure IV- 15 : Influence de la seuil  $S$  sur les profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$ .**

L'évolution du profil de vitesses  $v_y$  est également comparée à celui du cas newtonien de forte viscosité ( $\mu_0 = 1 \text{ Pa.s}$ ). On note alors que même lorsque la zone rigide ne s'étend pas sur toute la largeur (pour  $1 \text{ Pa}$ ), la vitesse négative dans la partie supérieure du canal est plus faible en valeur absolue que pour un fluide newtonien. La position  $z$  du point de vortex, égale à  $(0,5 ; 0,23)$ , pour un fluide newtonien est également la plus au centre du canal ce qui prouve que l'écoulement est plus développé.

Cette évolution de la zone rigide en fonction du seuil trouvé par Aquilon semble rappeler le fait que, expérimentalement, on a constaté que l'augmentation du seuil conduisait à l'apparition de zones très peu convoyées dans la partie supérieure du canal pour des vitesses faibles.

Afin de déterminer l'influence de l'indice d'écoulement  $n$ , on présente sur la *Figure IV- 16* deux profils d'écoulement avec des indices d'écoulement différents. La consistance vaut toujours  $K = 1 \text{ Pa.s}^n$  dans ce cas.

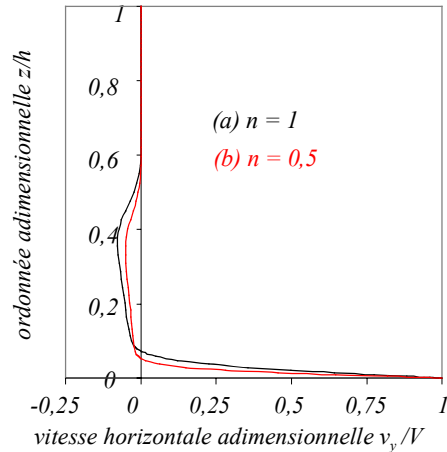


**Figure IV- 16 : Influence de l'indice d'écoulement  $n$  sur les profils d'écoulement.**

L'indice d'écoulement  $n$  n'a pas beaucoup d'influence sur le profil d'écoulement ou la répartition des zones rigides et fluides. On note cependant que l'écoulement est légèrement moins développé avec un indice  $n$  plus faible puisque la zone rigide mobile est un peu plus grande. On explique ce phénomène par le fait que, pour un indice  $n$  inférieur à  $1$ , la contrainte augmente moins vite que les taux de cisaillement. Ceci est clairement illustré dans le cadre d'un écoulement en cisaillement simple sur la *Figure I- 21*.

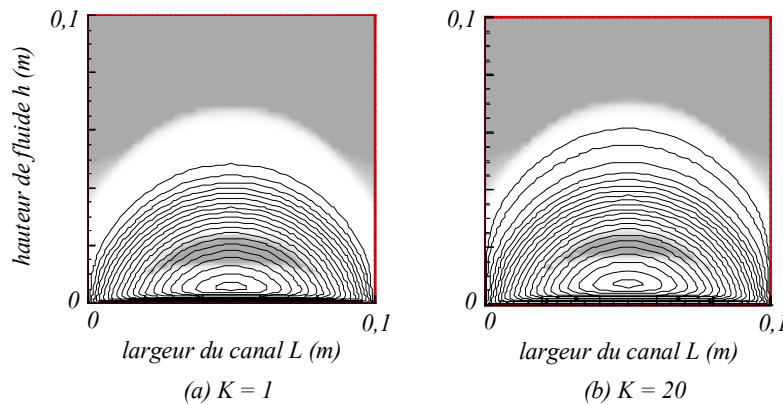
Les profils de vitesses horizontales sur la *Figure IV- 17* confirment la faible influence de  $n$  puisque la zone de vitesse nulle représentant la zone rigide fixe est très légèrement plus grande pour un indice  $n = 0,5$ .





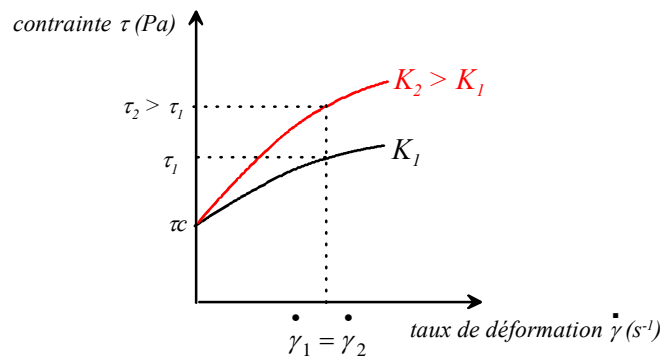
**Figure IV- 17 : Influence de l'indice  $n$  sur les profils de vitesses horizontales  $v_x$  pour  $y = L/2$ .**

On évalue finalement l'influence de la consistance  $K$ . On présente ainsi sur la *Figure IV- 18* deux profils d'écoulement pour deux consistances de fluide différentes pour le cas d'étude envisagé. On a choisi cette fois-ci  $S = 100 Pa$  et  $n = 0,5$ . On observe que l'écoulement est légèrement plus développé pour une consistance plus élevée. Les zones rigides fixes et mobiles sont en effet plus petites et les lignes de courant sont plus développées dans la partie supérieure de la zone fluide du canal.



**Figure IV- 18 : Influence de la consistance  $K$  sur les profils d'écoulement.**

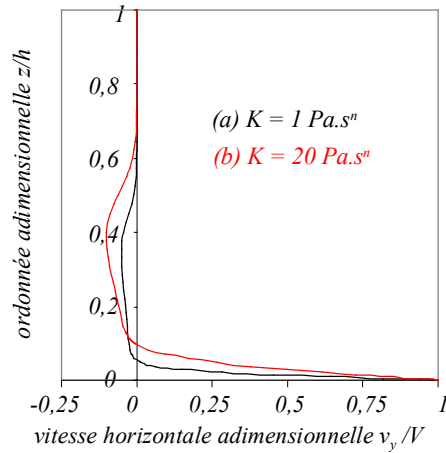
On présente sur la *Figure IV- 19* l'influence de  $K$  dans le cas d'un cisaillement simple :



**Figure IV- 19 : Influence de la consistance  $K$  sur la loi d'un fluide de Herschel-Bulkley en cisaillement simple.**

La viscosité apparente pour le fluide de forte consistance est plus élevée. Dans la zone où le fluide s'écoule, cela induit des gradients de vitesse plus forts. D'autre part, la zone rigide fixe est quasiment identique. Cela montre bien que la répartition entre zone rigide fixe et zone d'écoulement est

essentiellement liée au seuil. La *Figure IV- 20* permet de confirmer cette influence de la consistance  $K$  sur l'écoulement.



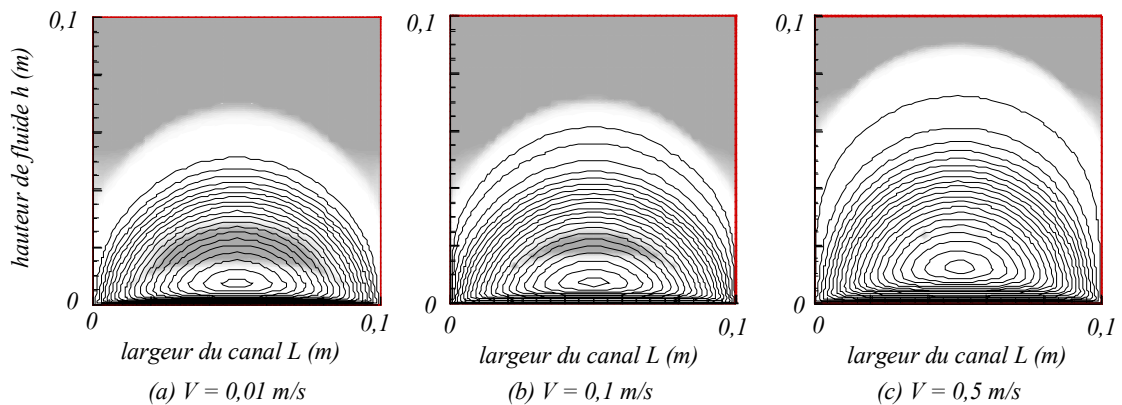
**Figure IV- 20 : Influence de la consistance  $K$  sur les profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$ .**

L'influence des paramètres rhéologiques a été mise en évidence pour l'écoulement transverse. On constate que seul le seuil joue un rôle essentiel dans la forme des profils d'écoulement transverse et sur la répartition des zones rigides et fluides.

On va maintenant s'intéresser aux variations des paramètres géométriques du canal et de la vitesse du fond mobile.

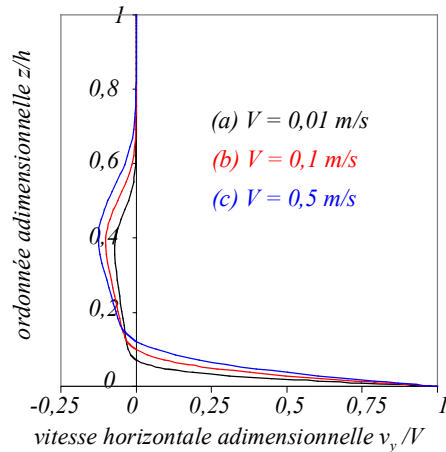
*IV-3.4) Influence du rapport de forme  $L/h$  et de la vitesse  $V_y$*

La *Figure IV- 21* présente ainsi les profils d'écoulement pour différentes vitesses de la paroi mobile du canal. On se place dans le cas où  $K = 20 Pa.s^n$ ,  $n = 0,5$  et  $S = 100 Pa$ . Les zones rigides fixes et mobiles diminuent à mesure que la vitesse de la paroi mobile augmente. On note même que la zone rigide mobile n'apparaît plus pour une vitesse de  $0,5 m/s$ . L'écoulement est de plus en plus développé puisque le point de vortex voit son ordonnée augmenter au fur et à mesure que la vitesse de la paroi mobile augmente.



**Figure IV- 21 : Influence de la vitesse de la paroi mobile  $V_y$  sur les profils d'écoulement.**

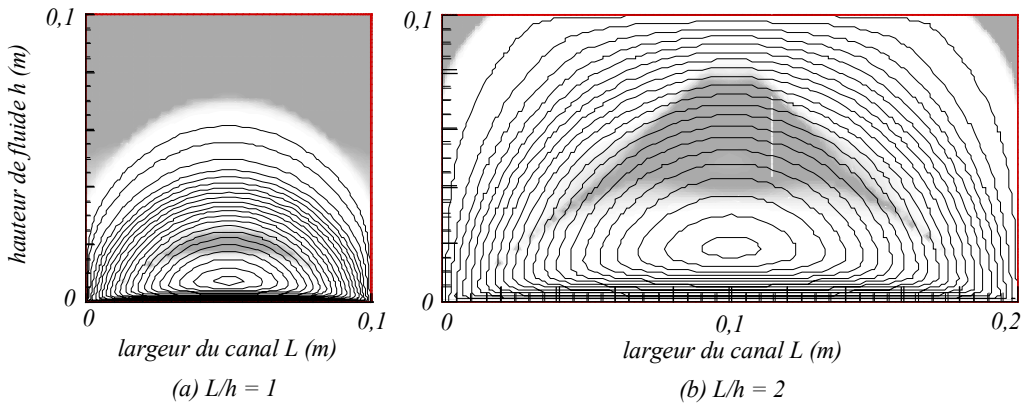
L'augmentation de la zone d'écoulement avec la vitesse  $V_y$  est confirmée par les profils de vitesses horizontales  $v_y$  sur la *Figure IV- 22* qui montrent que la zone rigide fixe (vitesse  $v_y$ , nulle) dans la partie supérieure du canal est de plus en plus faible.



**Figure IV- 22 : Influence de la vitesse de la paroi mobile sur les profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$ .**

Cette influence a été constatée pour l'étude expérimentale, où l'angle de convoyage et donc l'écoulement du fluide dépendait de la vitesse, ou plus exactement d'un gradient de vitesse caractéristique  $V/L$  de cisaillement (chap.III).

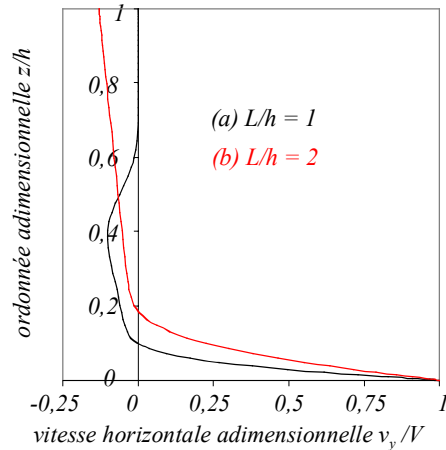
La *Figure IV- 23* présente finalement les profils d'écoulement pour deux rapports de forme  $L/h$  différents. La longueur a été multipliée par deux pour donner un rapport de forme égal à 2. On se place de nouveau dans le cas où  $K = 20 Pa.s^n$ ,  $n = 0,5$  et  $S = 100 Pa$ . La vitesse de la paroi mobile est toujours égale à  $0,1 m/s$ . La zone rigide fixe diminue fortement lorsque le rapport de forme augmente. L'écoulement est ainsi bien plus développé et les lignes de courant occupent quasiment la totalité du canal.



**Figure IV- 23 : Influence du rapport de forme  $L/h$  sur les profils d'écoulement.**

Le point de vortex se situe toujours en  $y = L/2$ . On confirme que l'écoulement transverse est également plus développé pour un rapport  $L/h = 2$  puisque le point de vortex se déplace verticalement vers le centre du canal.

Les profils de vitesses  $v_y$  sur la *Figure IV- 24* confirment également cette indication puisque la zone rigide fixe pour  $L/h = 2$  n'apparaît plus que dans les coins supérieurs du canal. On a même une vitesse importante au niveau de la surface libre.



**Figure IV- 24 : Influence du rapport  $L/h$  sur les profils de vitesses horizontales  $v_y$  pour  $y = L/2$ .**

En réalité, comme pour l'écoulement transverse d'un fluide newtonien, l'augmentation du rapport de forme  $L/h$ , c'est-à-dire le rapport de la surface « motrice » sur la surface de « freinage » permet le développement de l'écoulement. Les résultats expérimentaux ont donné lieu à la même constatation, à savoir que l'augmentation du rapport  $L/h$  permettait un meilleur convoyage.

#### IV-3.5) Conclusions sur l'écoulement transverse d'un fluide viscoplastique

Premièrement, l'analyse dimensionnelle a permis de montrer que tous les paramètres ont bien été pris en compte, notamment les paramètres en relation avec la rhéologie du fluide.

On a pu montrer l'influence du rapport de forme du canal, de la vitesse  $V_y$  et des paramètres rhéologiques d'un fluide de Herschel-Bulkley sur l'écoulement transverse dans un canal à surface libre. On obtient un écoulement plus développé lorsque la vitesse de la paroi mobile augmente ou lorsque le rapport de la surface « motrice » sur la surface de « freinage »  $L/h$  augmente. L'ensemble des résultats sur l'influence des paramètres géométriques du canal montre en fait les mêmes tendances que celles obtenues pour l'écoulement transverse d'un fluide newtonien.

L'étude de l'influence de la rhéologie a en particulier souligné, dans le cas de l'écoulement transverse, les cas où le fluide était le mieux cisailé. Il en ressort également que le paramètre clé du cisaillement est le seuil. Cela a permis de donner les premières tendances en relation avec les résultats expérimentaux.

Cependant, pour vérifier ces hypothèses, des simulations 3D sont indispensables.

#### IV-4) Ecoulement 3D dans un canal à surface libre

Dans un premier temps, on va tester le code Aquilon pour un fluide de Bingham dans un canal 3D afin de déterminer l'influence du seuil. Ensuite, des simulations seront effectuées pour un fluide de Herschel-Bulkley afin d'évaluer l'influence de l'indice d'écoulement et de la consistance du matériau. Les valeurs des paramètres rhéologiques sont, comme précédemment, comprises dans les gammes obtenues pour les gels de Carbopol 1, 2 et 3. L'influence des paramètres géométriques et de la vitesse du fond mobile est également abordée. On va enfin comparer les résultats numériques aux résultats expérimentaux.

##### IV-4.1) Ecoulement 3D pour un fluide viscoplastique

Le passage d'un cas 2D à un cas 3D a déjà été effectué pour un fluide newtonien (chap.II-3). Sur les faces d'entrée et de sortie du domaine de longueur quelconque, on a imposé une condition de périodicité  $\partial p / \partial x = 0$  moins sévère que la condition d'invariance par translation et qui a été validée pour le cas d'un fluide newtonien.

Dans un premier temps, on a vérifié que l'on retrouve bien l'écoulement transverse calculé précédemment en imposant uniquement la vitesse transverse  $V_y = V \sin \theta$  (vitesse axiale  $v_x$  nulle). Ce test préliminaire a permis de valider le passage du cas 2D au cas 3D.

La configuration choisie pour le cas 3D est la configuration de base utilisée pour un fluide newtonien, à savoir  $L = 0,085 \text{ m}$ ,  $h = 0,05 \text{ m}$ ,  $V = 0,03 \text{ m/s}$ ,  $\theta = 15^\circ$ . On définit la longueur du canal  $L_0 = 0,5 \text{ m}$ .

Pour évaluer l'influence du seuil  $S$ , les simulations en trois dimensions ont été effectuées pour un fluide de Bingham, c'est-à-dire avec un indice d'écoulement  $n$  égal à 1. La consistance  $K$  est prise égale à 1 Pa.s. Le rapport  $V/L$  étant constant, le nombre de bingham correspondant fait bien apparaître uniquement les variations de  $S$ . D'après la relation (I-47), on a donc pour  $S = 100 \text{ Pa}$ ,  $Bi = 283$  ( $Bi$  élevé) et pour  $S = 1 \text{ Pa}$ ,  $Bi = 2,8$  ( $Bi$  faible).

La Figure IV- 25 montre alors l'influence de  $Bi$  sur les champs de vitesses axiales. L'écoulement est beaucoup moins développé lorsque  $Bi$  augmente. Les vitesses axiales sont principalement concentrées dans la partie inférieure du canal. Les vitesses deviennent ensuite quasiment nulles dans tout le canal. On tend à retrouver le champ de vitesses  $v_x$  pour un fluide newtonien (Figure II- 11) pour un seuil de 1 Pa.

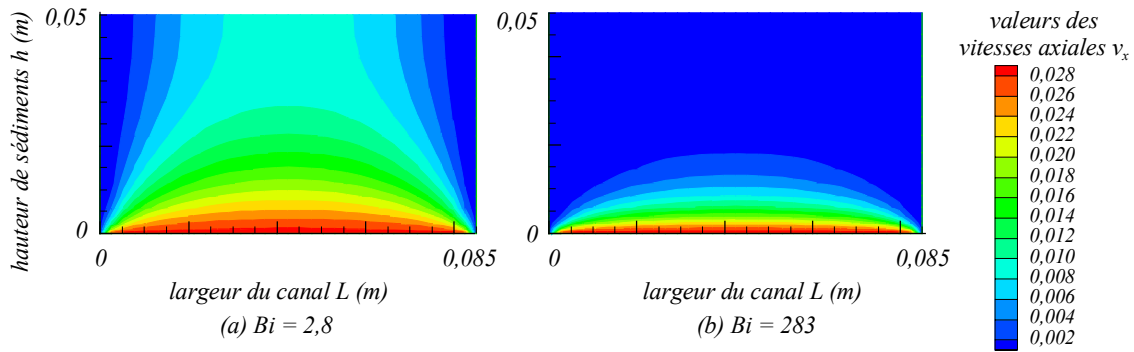


Figure IV- 25 : Champs des vitesses axiales  $v_x$  : influence du seuil de contrainte  $S$ .

La Figure IV- 26 présente les profils d'écoulement transverse selon les deux seuils. On observe un écoulement de rotation autour du point de vortex. On note que les lignes de courant sont moins développées lorsque  $Bi$  augmente. Le point de vortex est également bien plus près de la surface mobile pour  $Bi = 283$ . On retrouve une position de vortex quasiment égale pour  $Bi = 2,8$  et pour un fluide newtonien (Figure II- 13).

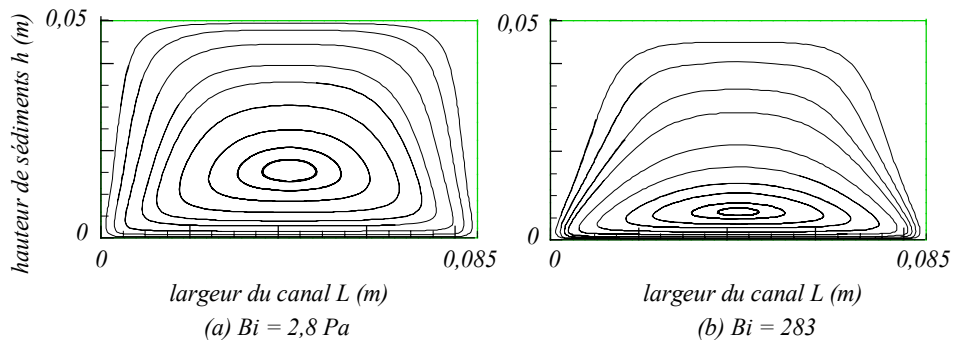


Figure IV- 26 : Profils de l'écoulement transverse : influence du seuil de contrainte  $S$ .

En 3D, on obtient un mouvement hélicoïdal du fluide le long d'une ligne orientée selon l'axe du canal et passant par le point de vortex, comme pour un fluide newtonien. Les observations expérimentales ont également montré ce type d'écoulement pour les gels de Carbopol.

On complète ces résultats par les profils de vitesses  $v_x$  et  $v_y$  en fonction de  $Bi$  sur la Figure IV- 27. On confirme l'influence du seuil sur le développement de l'écoulement axial puisque lorsque  $Bi$

augmente, la vitesse à la surface libre est de plus en plus faible. Les vitesses diminuent beaucoup plus rapidement pour un nombre  $Bi$  élevé lorsqu'on se déplace vers le haut du canal à partir de la paroi mobile. On tend également à retrouver le profil obtenu pour un fluide newtonien lorsque  $Bi$  est faible.

En ce qui concerne les profils de vitesses transverses  $v_y$  (Figure IV- 27), on observe que le point de vortex (position  $z$  où  $v_y = 0$ ) diminue effectivement lorsque  $Bi$  augmente. Pour un seuil de  $100 Pa$  ( $Bi = 283$ ), on note que le profil a la même allure que pour l'écoulement transverse 2D. La vitesse n'est cependant pas nulle dans la partie supérieure du canal comme c'était le cas pour le profil obtenu par l'écoulement 2D mais elle est légèrement négative. Cela signifie qu'il n'y a pas de zone morte mais une zone où le fluide est difficilement convoyé car la vitesse axiale est faible également à cet endroit. On retrouve encore un profil proche du profil newtonien pour le seuil faible.

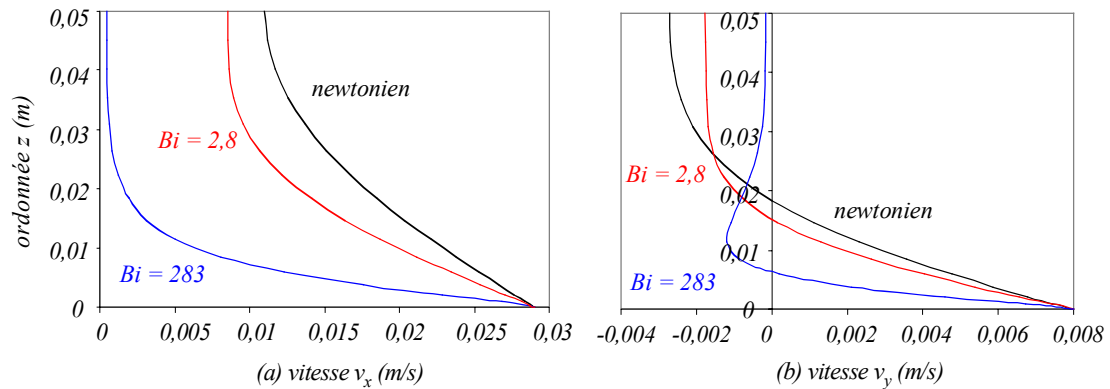


Figure IV- 27 : Profils (a) des vitesses  $v_x$  et (b) des vitesses  $v_y$  : influence du seuil de contrainte  $S$ .

On a pu évaluer les débits et les angles de convoyage à partir des vitesses axiales moyennes  $\langle v_x \rangle$ . On trouve dans ce cas  $Q_c = 106 l/h$  et  $\kappa = 4,4^\circ$  pour  $Bi = 283$  et  $Q_c = 197 l/h$  et  $\kappa = 10,8^\circ$  pour  $Bi = 2,8$ . On rappelle que pour un fluide newtonien, on avait trouvé  $Q_c = 220 l/h$  et  $\kappa = 13^\circ$ . La mesure de ces débits et de ces angles de convoyage confirme les remarques précédentes puisque l'écoulement le moins développé ( $Bi$  le plus élevé) présente logiquement le débit et l'angle les plus faibles.

On constate, à travers le nombre  $Bi$ , que le seuil a une influence déterminante sur le convoyage. De plus les résultats sont cohérents physiquement puisqu'on tend à retrouver les mêmes résultats que pour un fluide newtonien lorsque  $Bi$  tend vers une valeur nulle. Il faut cependant, avant de pouvoir comparer les résultats du code Aquilon aux résultats expérimentaux pour un gel de Carbopol donné, évaluer l'influence de  $K$  et  $n$ . On calcule dorénavant le nombre d'Oldroyd  $Od$  (relation (I-46)).

On évalue donc à présent l'influence de l'indice d'écoulement  $n$  dans la même configuration. La Figure IV- 28 présente donc les profils  $v_x$  et  $v_y$ . On observe que les profils de vitesses sont identiques. L'écoulement n'est pas modifié lorsque  $n$  varie puisque la variation de  $n$  entraîne une variation assez faible de  $Od$  pour des vitesses faibles : pour  $n = 1$ ,  $Od = 283$ , et pour  $n = 0,5$ ,  $Od = 168$ .

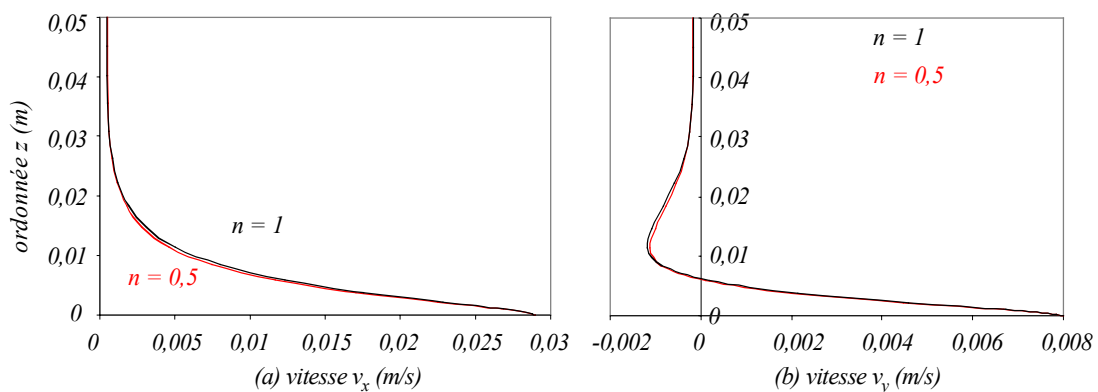
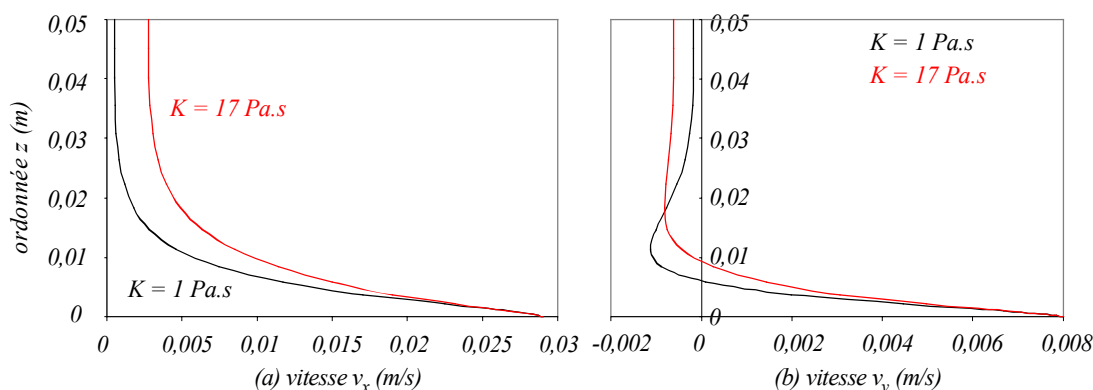


Figure IV- 28 : Profils (a) des vitesses  $v_x$  et (b) des vitesses  $v_y$  : influence de l'indice  $n$ .

Le calcul des débits et des angles de convoyage confirme encore ces observations. On a par exemple dans ce cas  $Qc = 106 \text{ l/h}$  et  $\kappa = 4,4^\circ$  pour  $n = 1$  et  $Qc = 104 \text{ l/h}$  et  $\kappa = 4,3^\circ$  pour  $n = 0,5$ .

Afin de mesurer l'influence de  $K$ , on reste dans la même configuration que précédemment mais avec cette fois-ci  $n = 0,5$ . On montre sur la *Figure IV- 29(a)* que le profil de vitesses  $v_x$  est plus développé lorsque  $K$  augmente, c'est-à-dire lorsque  $Od$  diminue fortement : en effet, pour  $K = 1$ ,  $Od = 168$ , et pour  $K = 17$ ,  $Od = 9,9$ . Le calcul des débits et des angles de convoyage confirme ces observations. On a, par exemple, dans ce cas  $Qc = 104 \text{ l/h}$  et  $\kappa = 4,3^\circ$  pour  $K = 1 \text{ Pa.s}$  et  $Qc = 129 \text{ l/h}$  et  $\kappa = 5,7^\circ$  pour  $K = 17 \text{ Pa.s}$ .

En ce qui concerne le profil  $v_y$ , sur la *Figure IV- 29(a)*, on retrouve le même comportement que pour l'écoulement transverse (*Figure IV- 20*). L'écoulement est plus développé lorsque  $K$  augmente.



**Figure IV- 29 : Profils (a) des vitesses  $v_x$  et (b) des vitesses  $v_y$  : influence de la consistance  $K$ .**

On a montré l'importance du rôle joué par les paramètres rhéologiques du fluide. On constate que les tendances observées pour l'écoulement transverse concernant l'influence des paramètres rhéologiques restent valables pour le cas 3D. On peut maintenant étudier l'écoulement d'un fluide de Herschel-Bulkley dans n'importe quelle configuration. On les compare également avec les résultats numériques obtenus pour un fluide newtonien.

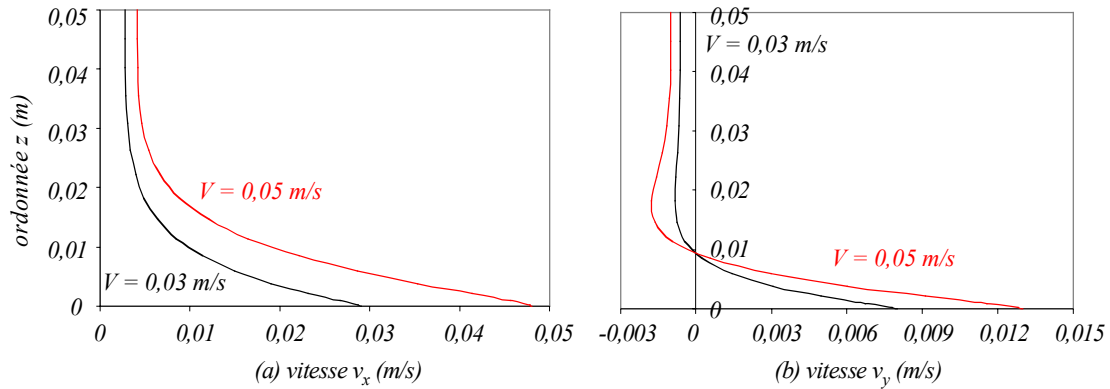
#### IV-4.2) Influence des paramètres géométriques et de la vitesse $V$ du fond mobile

L'étude présentée ici est incomplète. En effet, il a été difficile de réaliser l'ensemble des simulations nécessaires compte tenu des contraintes de temps. Les résultats obtenus montrent quelques tendances de l'écoulement en fonction des paramètres géométriques du canal et de la vitesse  $V$  du fond mobile. D'ores et déjà, on a entrepris un programme complémentaire où des simulations permettront de compléter ces résultats partiels.

Les paramètres géométriques sont le rapport de forme  $L/h$  et l'angle du canal  $\theta$ . La configuration choisie est toujours basée sur les données suivantes :  $L = 0,085 \text{ m}$ ,  $h = 0,05 \text{ m}$ ,  $V = 0,03 \text{ m/s}$ ,  $\theta = 15^\circ$ . On définit une longueur de canal  $L_0 = 0,5 \text{ m}$ . Les caractéristiques rhéologiques du fluide sont celles du gel 1, à savoir  $S = 97 \text{ Pa}$ ,  $K = 17 \text{ Pa.s}$  et  $n = 0,5$ .

La *Figure IV- 30* présente l'influence de la vitesse de la paroi mobile sur les profils de vitesses  $v_x$  et  $v_y$ . On constate que l'écoulement est logiquement plus développé lorsque  $V$  augmente car le profil de vitesse axial est plus développé même si l'allure des deux courbes est similaire. On observe aussi que les débits calculés augmentent (de façon linéaire dans ce cas) lorsque la vitesse  $V$  augmente. On trouve ainsi pour cet exemple les débits de convoyage suivants :  $Qc = 129 \text{ lh}$  pour  $V = 0,03 \text{ m/s}$ , correspondant à  $Od = 9,9$ , et  $Qc = 224 \text{ l/h}$  pour  $V = 0,05 \text{ m/s}$ , correspondant à  $Od = 7,7$ . Par contre, on obtient des angles  $\kappa$  quasiment égaux lorsque la vitesse  $V$  varie. On a en effet dans ce cas  $\kappa = 5,7^\circ$  pour  $V = 0,03 \text{ m/s}$  et  $\kappa = 6^\circ$  pour  $V = 0,05 \text{ m/s}$ . Des tests supplémentaires avec des variations importantes de  $V$ , donc de  $Od$ , permettront de compléter et valider, ou non, ces remarques.





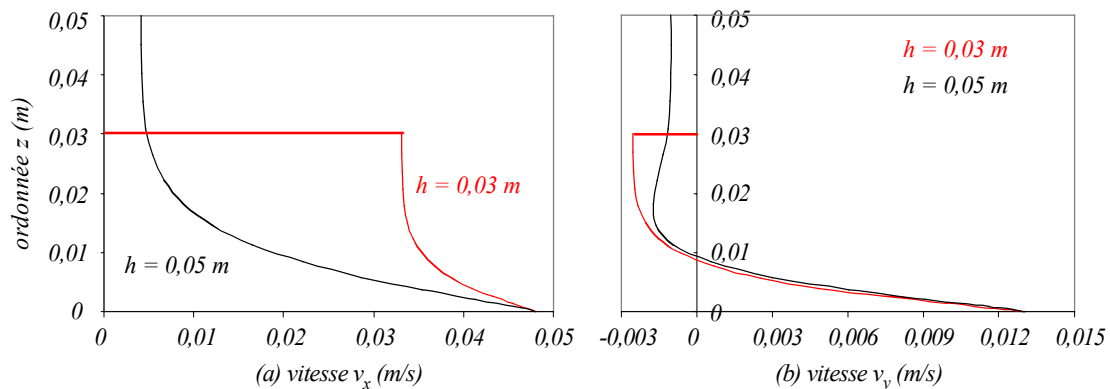
**Figure IV- 30 : Profils (a) des vitesses  $v_x$  et (b) des vitesses  $v_y$  : influence de la vitesse  $V$ .**

On conserve également la même position  $z_w$  pour le point de vortex (point de vitesse  $v_y$ , nulle) pour les deux vitesses (Figure IV- 30(b)). Sa position  $y_w$  se situe également, quelle que soit  $V$ , en position médiane dans le canal.

Les tendances observées pour un fluide viscoplastique lorsque la vitesse  $V$  augmente semblent similaires à celles obtenues pour un fluide newtonien (chap.II-4.2).

On étudie maintenant l'influence de la hauteur  $h$  sur l'écoulement. Dans ce cas, le nombre d'Oldroyd reste identique et vaut  $Od = 9,9$ . Pour  $h = 0,05$  m, on a  $L/h = 1,7$  et pour  $h = 0,03$  m, on a  $L/h = 2,8$ . En ce qui concerne le profil  $v_y$ , on retrouve encore un profil similaire à celui trouvé pour l'écoulement transverse.

Selon le profil  $v_x$ , pour la plus faible hauteur, l'écoulement est bien plus développé (Figure IV- 31(a)). Le calcul des angles de convoyage le confirme puisque  $\kappa = 6^\circ$  pour  $h = 0,05$  m/s et  $\kappa = 19,9^\circ$  pour  $h = 0,03$  m/s. On trouve de même pour cet exemple les débits de convoyage suivants :  $Qc = 224$  l/h pour  $h = 0,05$  m/s et  $Qc = 273$  l/h pour  $h = 0,03$  m/s. En dépit de la diminution de la section de passage, le débit est plus important lorsque la hauteur est plus faible, contrairement au cas d'un fluide newtonien où le débit augmente toujours lorsque la section augmente (Figure II- 26). Les zones mals ou peu convoyées se situent au niveau de la surface libre (Figure IV- 25).



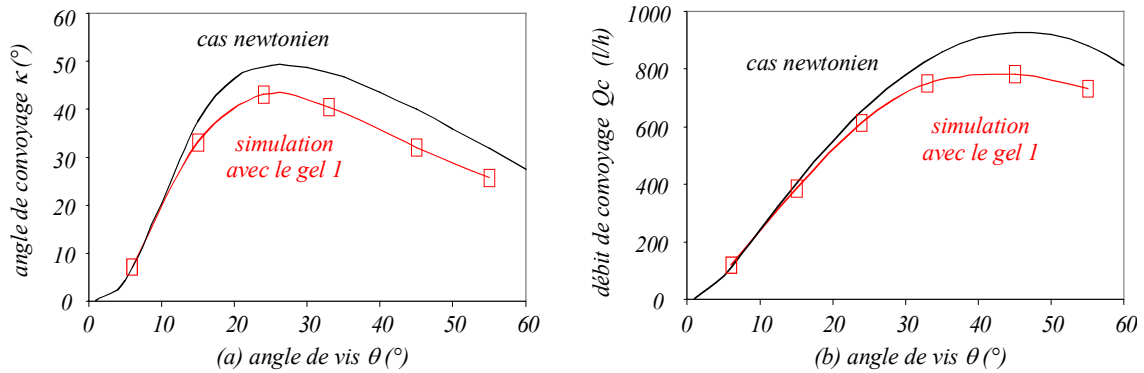
**Figure IV- 31 : Profils (a) des vitesses  $v_x$  et (b) des vitesses  $v_y$  : influence de la hauteur  $h$ .**

Selon le profil  $v_y$ , pour la plus faible hauteur, l'écoulement est également plus développé (Figure IV- 31(b)). On trouve en effet que la position adimensionnelle suivant  $z$  du point de vortex vaut  $z_w^* = 0,2$  pour  $h = 0,05$  m/s et  $z_w^* = 0,3$  pour  $h = 0,03$  m/s.

On étudie finalement l'influence de l'angle du canal  $\theta$ . Dans ce cas, on choisit de lier l'angle du canal à la largeur  $L$  du canal (relation (I-14)). La configuration adoptée a pour valeurs  $h = 0,03$  m et  $V = 0,03$  m/s. Le fluide a pour caractéristiques  $S = 97$  Pa,  $K = 1$  Pa.s et  $n = 0,5$ . La Figure IV- 32(a) montre que l'angle de convoyage passe par un maximum pour le même angle optimal  $\theta'_{opt}$  pour les deux

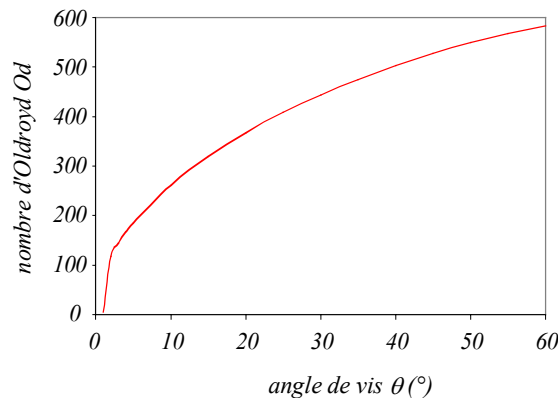


résultats numériques (fluide newtonien et fluide viscoplastique). Les mêmes causes produisent les mêmes effets dans les deux cas et donc, deux effets se compensent : lorsque  $\theta$  augmente, le rapport  $L/h$  augmente et  $\kappa$  augmente. De la même manière, lorsque  $\theta$  augmente,  $V\cos\theta$  diminue ce qui entraîne la diminution de  $\langle v_x \rangle$  et donc de  $\kappa$ . On observe également que les débits  $Q_c$  passent par un maximum  $\theta_{opt}$  en fonction de l'angle  $\theta$  (Figure IV- 32(b)) pour les résultats avec un fluide newtonien et un fluide viscoplastique. Par contre, l'angle optimal  $\theta_{opt}$  n'est pas le même et on trouve, dans ce cas, de l'ordre de  $41^\circ$  pour le fluide viscoplastique et de l'ordre de  $46^\circ$  pour le fluide newtonien.



**Figure IV- 32 : (a) angle  $\kappa$  et (b) débit  $Q_c$  : influence de l'angle du canal  $\theta$  pour un fluide de Herschel-Bulkley et pour un fluide newtonien.**

De plus, l'angle  $\kappa$  et le débit  $Q_c$  sont plus faibles pour un fluide viscoplastique. L'écart est faible pour des angles  $\theta$  faibles et il semble se stabiliser à une valeur de l'ordre de 20 % à partir d'angles  $\theta$  de  $40^\circ$ . En réalité, lorsque  $\theta$  augmente, le nombre  $Od$  augmente fortement (Figure IV- 33), les effets de seuil sont donc de plus en plus importants.

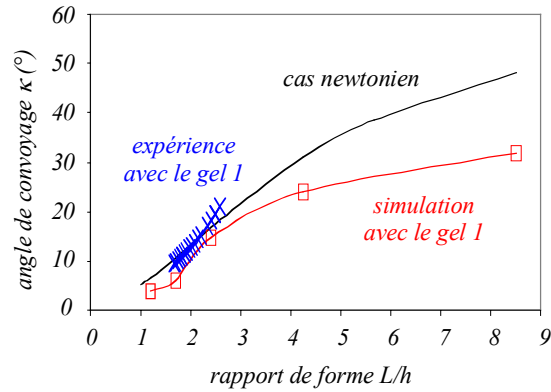


**Figure IV- 33 : Variation de  $Od$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour  $L$  et  $\theta$  liés.**

On va maintenant procéder à la comparaison des résultats numériques et des résultats expérimentaux.

#### IV-4.3) Comparaison avec les résultats expérimentaux

On compare dans un premier temps les angles de convoyage pour les caractéristiques du gel 1 sur la Figure IV- 34. La largeur  $L$  est fixée à  $0,085\text{ m}$  et  $h$  varie. Le nombre  $Od$  est donc constant et vaut 7,4. On constate que les résultats numériques sont similaires pour un fluide newtonien et pour un fluide viscoplastique. Par contre, il apparaît que les écarts sont plus faibles pour des rapports de forme compris entre 2 et 4 (de l'ordre de 15 à 25 %). Les écarts sont en dehors de cette plage de l'ordre de 30 à 40 %. Cela semble signifier que le cisaillement du fluide serait le plus important pour des rapports de forme compris entre 2 et 4 puisqu'on se rapproche de la solution newtonienne.



**Figure IV- 34 : Comparaison sur l'angle  $\kappa$  des résultats numériques (newtonien et Aquilon) et expérimentaux.**

La Figure IV- 34 et le Tableau IV- 1 montrent que la comparaison avec les résultats expérimentaux est tout à fait acceptable. On a effectué plusieurs simulations pour d'autres configurations expérimentales en prenant les caractéristiques rhéologiques des gels 1 et 2. On a mesuré les écarts en pourcentage entre les débits mesurés à partir des simulations par le code Aquilon et ceux obtenus expérimentalement.

**Tableau IV- 1 : Comparaison des débits numériques (Aquilon) et expérimentaux.**

	$L/h$	$V/L$	$Q_{c_{num}}$ (l/h)	$Q_{c_{exp}}$ (l/h)	Ecart (%)
Gel 1	2,1	0,6	226	246	8
	3	0,2	99	192	48
Gel 2	1,7	0,4	136	176	22
	1,7	0,2	79	108	27

Les écarts sur les débits sont assez variables suivant les configurations. Ils vont de 5 à 50 % pour les configurations étudiées mais de manière générale, les écarts sont de l'ordre de 20 à 25 %. Les résultats présentent de bons accords avec les résultats expérimentaux. L'écoulement 3D d'un fluide viscoplastique est correctement décrit par les simulations du code Aquilon.

Pour expliquer ces écarts, la première observation est que les incertitudes sur les mesures expérimentales des débits sont de l'ordre de 20 à 25 %.

De plus, on note que l'on trouve toujours des débits obtenus par les simulations plus faibles par rapport aux débits issus des expériences. Une explication à ce phénomène provient sans doute du phénomène de glissement aux parois. On a montré qu'il était présent pour l'extrusion (chap.I-2) et que son influence est importante sur l'efficacité de convoyage. Ainsi, pour une adhérence forte à la paroi du fond mobile, les débits de convoyage sont plus forts lorsqu'il y a du glissement aux parois latérales, qui sont des parois de « freinage » pour le convoyage. Or les parois latérales du canal, pour le prototype, sont en plexiglas et donc avec une surface très lisse. *White et al. (1991, chap.I-2)* ont observé que le glissement était élevé dans ces conditions. Par contre, le fond mobile est réalisé en PVC, de nature plus rugueuse que les parois en plexiglas. Le glissement y est donc faible. En ce qui concerne les simulations 3D, une condition d'adhérence a été choisie au niveau de toutes les parois, donc en particulier des parois latérales de « freinage ». Le glissement peut donc en partie expliquer que les débits trouvés numériquement soient plus faibles que les débits trouvés expérimentalement.

#### IV-4.4) Conclusions sur l'écoulement 3D

L'étude de l'influence de la rhéologie, qui apparaît à travers le nombre d'Oldroyd, est très importante et a en particulier souligné que le paramètre clé du convoyage est le seuil. On note en effet que, pour un seuil élevé, l'écoulement est beaucoup moins développé et donc le débit et l'angle de convoyage diminuent fortement.

On a également montré que les résultats numériques sur les débits de convoyage sont en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus pour des gels de caractéristiques identiques.

L'ensemble des résultats sur l'influence des paramètres géométriques du canal ( $L/h$  et  $V$ ) montre les mêmes tendances que celles obtenues pour l'écoulement d'un fluide newtonien ainsi que celles obtenues pour les résultats expérimentaux. On obtient en effet un écoulement plus développé lorsque la vitesse de la paroi mobile augmente ou lorsque le rapport de la surface « motrice » sur la surface de « freinage »  $L/h$  augmente. De plus, lorsque  $\theta$  et  $L$  sont liés (comme c'est le cas dans la géométrie du DCAH), l'angle et le débit de convoyage passent par un maximum.



## Conclusion et perspectives

La modélisation de la séparation dans un décanteur centrifuge présente des difficultés trop importantes pour être abordée dans son ensemble. Dans cette étude, il a été choisi de s'intéresser aux mécanismes du convoyage par vis, en s'affranchissant des phénomènes perturbateurs qui peuvent prendre naissance dans un décanteur centrifuge. Le cœur de la démarche est basé sur la **construction d'outils permettant de comprendre et de simuler le convoyage**.

La méthode employée a reposé dans un premier temps sur l'étude et l'analyse des résultats bibliographiques.

En ce qui concerne la modélisation du convoyage par vis dans le cas d'un DCAH, la littérature spécifique au sujet est assez pauvre et les travaux recensés sont difficilement exploitables ; la présentation des modèles étant souvent réduite à sa plus simple expression. En revanche, le convoyage par vis a beaucoup plus été étudié dans le cas de l'extrusion. Les mécanismes du convoyage en extrusion sont très similaires à ceux dans un DCAH. **Deux approches de modélisations ont été mises en évidence : l'approche « solide » qui consiste à considérer les sédiments comme des solides élastiques et l'approche « fluide » qui consiste à considérer les sédiments comme des fluides de rhéologie plus ou moins complexe en fonction des cas considérés.**

**L'approche « solide » plus particulièrement adaptée aux produits granulaires** est facilement adaptable au cas du DCAH et permet de bien mettre en évidence le rôle de la vis ainsi que les interactions vis/bol/sédiments sur le convoyage. Ces interactions se font au travers des coefficients de frottement sédiments/vis et sédiments/bol qui vont déterminer l'efficacité du convoyage. On montre, en particulier, qu'un frottement faible sur la vis et important sur le bol permet d'obtenir un convoyage efficace. Les grandeurs permettant de caractériser le convoyage sont définies dans la littérature. L'angle de convoyage permet d'évaluer l'efficacité du transport des sédiments. Le débit de convoyage permet d'évaluer le volume de sédiment transporté dans la direction de convoyage par unité de temps. Ces deux grandeurs bien que liées varient différemment. En particulier, l'approche solide adaptée au cas du DCAH permet de montrer que le débit de convoyage et l'angle de convoyage passent par un maximum lorsqu'on fait varier l'angle de vis (ou le pas de la vis) ; le maximum de l'angle de convoyage et du débit de convoyage étant obtenus pour des angles de vis différents. Ce résultat met en relief un aspect important du convoyage qui traduit la compétition entre des effets opposés. **Pour une bonne efficacité de convoyage, il faut que la vitesse d'entraînement du bol soit le plus possible orientée selon l'axe du canal formé par la vis, que la surface des sédiments en contact avec le bol soit la plus grande possible et que la surface des sédiments en contact avec la vis soit la plus réduite possible.** Or, la première condition implique des angles de vis les plus faibles possibles, alors que la seconde et la troisième nécessitent des angles de vis les plus grands possibles. On explique ainsi l'apparition d'un angle de vis optimum relativement à l'efficacité de convoyage. De manière analogue, pour obtenir un débit de convoyage élevé, il faut une efficacité de convoyage la plus élevée possible, mais il faut aussi que la section droite du canal soit la plus grande possible (donc un angle de vis le plus grand possible). C'est ce qui permet d'expliquer pourquoi l'optimum d'angle de convoyage et de débit de convoyage ne sont pas obtenus pour les mêmes valeurs d'angle de vis.

**L'approche « fluide » met souvent en jeu des modèles simplifiés**, compte tenu de la difficulté liée à la résolution des équations du mouvement. La géométrie vis/bol est la plupart du temps ramenée à une géométrie plane en « déroulant » vis et bol. Des modèles simples, souvent relatifs au transport de produits présentant un comportement newtonien, ont été développés dans la littérature. Il est intéressant de constater que les résultats obtenus par l'approche « solide » se comparent qualitativement bien à ceux obtenus par l'approche fluide. Cependant, pour ces modèles simples, l'influence de la rhéologie du produit transporté sur le convoyage n'apparaît pas. Elle ne peut être restituée qu'en étudiant des produits présentant un comportement plus complexe.

D'autre part, on trouve dans la littérature les caractéristiques des fluides chargés. On sait, en particulier que **ces produits manifestent souvent un comportement viscoplastique**. C'est le cas, en

particulier des boues de station d'épuration épaissies ou déshydratées qui sont souvent traitées avec des décanteurs centrifuges.

Dans un deuxième temps, à l'aide d'une approche simplificatrice, en appliquant des hypothèses parfois restrictives, il a été possible de **développer conjointement un modèle physique et un dispositif expérimental original** permettant de décrire et de simuler le problème de convoyage défini. Avant cela, une analyse dimensionnelle du problème a permis de dégager les paramètres clés du convoyage. Le modèle a alors été résolu dans le cas simple d'un fluide newtonien afin de mettre en évidence les propriétés importantes de l'écoulement et le rôle des paramètres d'intérêt. On montre ainsi que le fluide transporté suit un mouvement hélicoïdal dans le canal. De plus, cette étude a permis de retrouver des résultats analogues à ceux obtenus par l'approche « solide ».

Le dispositif expérimental a été utilisé avec un fluide modèle de comportement viscoplastique et de seuil facilement ajustable. Les résultats expérimentaux ont permis de montrer que les tendances relevées à partir des résultats du modèle correspondent à celles obtenues expérimentalement et que les ordres de grandeur des débits de convoyage, dans les deux cas, sont tout à fait comparables. Il a été également montré que **les propriétés rhéologiques du fluide transporté et notamment le seuil de contrainte jouent un rôle essentiel dans le convoyage**.

Cependant, l'ensemble des résultats obtenus ne permet pas de rendre compte du convoyage dans un décanteur centrifuge. En effet, **les phénomènes liés aux effets de courbure, au transport dans le cône ou bien à l'inclinaison de la surface des sédiments ne sont pas représentés**. C'est pourquoi la résolution numérique du modèle pour un fluide viscoplastique a été envisagée. L'utilisation du code de calcul Aquilon développé au laboratoire permet d'aborder ces calculs assez lourds sans trop de difficultés. Il a fallu pour cela implémenter la loi rhéologique dans le code. Des tests sur des cas « classiques » et des comparaisons avec la littérature ont permis de valider les calculs effectués avec cette loi. Les solutions obtenues en 2D dans un canal à surface libre ont permis de mettre en évidence le rôle du seuil de contrainte sur l'écoulement. Des zones stagnantes se comportant comme un solide apparaissent pour des seuils de contrainte de l'ordre de grandeur de ceux des fluides étudiés expérimentalement.

La résolution du problème 3D, bien qu'incomplète, a permis de souligner davantage le rôle du seuil. On note en effet que, pour une augmentation du seuil, l'écoulement est beaucoup moins développé et qu'en conséquence, le débit et l'angle de convoyage diminuent fortement. De plus, on montre que l'on obtient un écoulement plus développé lorsque la vitesse de la paroi mobile augmente ou lorsque le rapport de la surface « motrice » sur la surface de « freinage » augmente. On retrouve en fait les mêmes tendances que celles obtenues pour l'écoulement d'un fluide newtonien ainsi que celles obtenues pour les résultats expérimentaux. On a pu montrer, en effet que les résultats numériques sur les débits de convoyage sont en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus pour des gels de caractéristiques identiques.

Dans ce travail, on a donc développé des outils qui permettent de simuler un problème de convoyage. Pour obtenir des résultats représentatifs du convoyage dans un DCAH, différents aspects doivent être traités. On a montré que, dans la partie cylindrique du bol de la machine, la surface des sédiments pouvait être inclinée. Le gradient de pression qui en résulte peut alors engendrer un contre-écoulement qui pour maintenir des conditions de convoyage correctes nécessite une diminution de l'angle de vis. Cet aspect, en incluant dans le modèle numérique l'effet de la force centrifuge, peut très facilement être traité par Aquilon. Les résultats obtenus sont susceptibles de donner des informations sur les angles de vis qu'il convient d'imposer, en fonction du produit traité, et surtout sur les hauteurs convoyables de sédiment dans ces conditions.

Une autre perspective importante concerne le convoyage dans le cône. La force de reflux qui limite le transport des sédiments joue bien sûr un rôle crucial. D'un point de vue numérique, cet aspect peut assez facilement être abordé. Les informations obtenues permettront de mieux comprendre le parcours des sédiments dans la machine, d'optimiser les angles de bol en fonction de la rhéologie des produits traités et d'adapter la géométrie de la vis pour permettre un transport optimal.

Un aspect très important qui n'a pas été abordé dans ce travail est le **calcul du couple vis/bol** qui est un paramètre facilement mesurable sur machine et dont on sait qu'il est **significatif de la déshydratation des sédiments et donc du convoyage**.

On a également vu que le **phénomène de glissement pouvait jouer un rôle important dans l'efficacité de convoyage**. On peut évaluer l'influence de ce glissement sur les parois latérales du canal et celle du fond mobile en imposant une vitesse aux parois latérales au lieu d'une condition d'adhérence. Une étude expérimentale pourrait parallèlement permettre de mesurer les vitesses de glissement sur les parois du prototype et sur le fond mobile afin d'intégrer ces paramètres dans le code Aquilon.

Les perspectives à moyen terme doivent chercher à faire évoluer le code de calcul en adoptant une géométrie plus proche de la réalité. Les effets de courbure qui ont été négligés dans ce travail ont un impact sur le convoyage difficile à évaluer. Les prendre en compte nécessite de réaliser des calculs dans une géométrie complexe et représente une difficulté numérique importante. Des simulations correspondant à **une géométrie de vis « HP » sont également importantes**, car ces vis sont de plus en plus utilisées dans les applications d'Andritz.

L'objectif, à travers toutes ces perspectives concernant la complexification des simulations avec Aquilon est de bâtir un modèle de convoyage robuste et fiable.

Ainsi, à plus long terme, **le passage de la géométrie déroulée à une géométrie de vis réelle** sera une étape délicate. De même, la séparation liquide/solide dans un DCAH est le siège de nombreuses interactions entre la clarification des sédiments, la déshydratation dans la partie conique du bol et bien sûr, le convoyage des sédiments par la vis. Alors que, à notre connaissance, peu de travaux ont été effectués pour modéliser ces interactions et étudier l'influence de ces mécanismes les uns par rapport aux autres, on peut enfin imaginer étoffer la modélisation numérique par l'ajout d'autres modèles en rapport avec la sédimentation des solides, par la force centrifuge par exemple. Dans ce sens, l'étude numérique du convoyage peut ainsi permettre de remonter jusqu'au fonctionnement réel du DCAH. Les résultats numériques pourront alors être comparés à des résultats expérimentaux sur des machines réelles.





## Bibliographie

- Agemura, C.K., Kauten, R.J. et Mc Carthy, K.L., 1994, Flow fields in straight and tapered scroll extruders using magnetic resonance imaging. *Journal of Food Engineering*, vol. 25, pp 55-72.
- Ambler, C.M., 1961, The fundamentals of separation, including Sharples 'Sigma value' for predicting equipment performance. *Ind. Eng. Chem.*, vol. 53 , n° 6, pp 430-33.
- Beyer, H.J., 1995, Optimisation of centrifugal decanters, Part III : Automation and process control of centrifugal decanters. *Int. Symp. on Filtration and Separation*, Salamanca/Spain.
- Baudez, 2001, Rhéologie et physico-chimie des boues résiduelles pâteuses pour l'étude du stockage et de l'épandage. Thèse Engref, Cemagref.
- Baudez, 2004, Manuel de caractérisation des boues. Rapport d'étape non publié, Cemagref.
- Beck, J., Arnold, K., 1976, Parameter estimation in engineering and science. John Wiley and Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto.
- Bell, D.J., and Brunner, K.H., 1983, A method for the evaluation of floc break-up in centrifuges. *Filtration & Separation*, pp 274-8.
- Böhme, G., Broszeit, J., 1996, Numerical flow simulation for Bingham plastics in a single screw extruder. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, vol. 9, pp 65-74.
- Booy, M.L., 1963, Influence of channel curvature on flow, pressure distribution and power requirements of screw pumps and melt extruders. *SPE transactions*, july, 1963, pp 176-185.
- Buscall, R., Stewart, R.F., Sutton, D., 1984, Structure in colloid suspensions and effects on solid-liquid separation. *Filtration & Separation*, pp 183-8.
- Brochard-Wyart, F., De Gennes, P.-G., 1992, Shear dependent slippage at a polymer / solid interface, *Langmuir*, 8, pp 3033-3037.
- Burdidge, A.S., Bridgewater, J., 1995, The single scroll extrusion of pastes. *Chemical Engineering Science*, vol. 50, n° 16, pp 2531-2543.
- Chan, T.W., Baird, D.G., 2002, An evaluation of a squeeze flow rheometer for the rheological characterization of a filled polymer with a yield stress. *Rheol Acta*, vol. 41, pp 245-256.
- Chen, Y., Kalyon, D.M., Bayramli, E., 1992, Wall slip behavior of linear low density polyethylene in capillary flow: effect of materials of construction and surface roughness. *Antec' 92*, pp 1747-1754.
- Chiruvella, R.V., Jaluria, Y., Karwe, M.V., 1996, Numerical simulation of the extrusion process for food materials in a single screw extruder. *Journal of Food Engineering*, vol. 30, pp 449-467.
- Choi, G.N., Krieger, I.M, 1986, Rheological studies on sterically stabilized dispersions of uniform colloidal spheres. *J. Colloid Int. Sci.*, vol.113, n° 1, pp 94-100.
- Christensen, G., 1991, Modeling the flow of fresh concrete : the slump test. PhD Thesis, Princeton University.
- Comolet, R., 1976, Mécanique expérimentale des fluides, tome II : dynamique des fluides réels. 2<sup>ème</sup> édition, Masson.
- Couarraze, G., Grossiord, J.L., 1991, Initiation à la rhéologie. Lavoisier, Paris.
- Coussot, P., Ancy, C., 1999, Rhéophysique des pâtes et des suspensions. EDP Sciences, Les Ulis, France.

- Coussot, P., Boyer, S., 1995, Determination of yield stress fluid behaviour from inclined plane test. *Rheol. Acta.*, vol. 34, pp 534-543.
- Coussot, P., Proust, S., Ancey, C., 1996, Rheological interpretation of deposits of yield stress fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 66, pp 55-70.
- Darnell, W.H., Mol, E.A.J., 1956, Solids conveying in extruder. *SPE Journal*, vol. 12, pp 20-29.
- Degremont, 1990, *Memento Technique de l'Eau*. 9<sup>ème</sup> édition, Lavoisier.
- Faust, T., Gösele, W., 1986, Investigation of the clarification process in decanter centrifuge. *Ger. Chem. Eng.*, vol. 9, n° 3, pp 136-42.
- Ji, Z., Gotsis, D., Kalyon, D.M., 1990, Single screw extrusion processing of highly filled suspensions including wall slip. *Antec' 90*, pp 160-162.
- Kalyon, D.M., Yaras, P., Aral, B., Yilmazer, U., 1992, Rheological behavior of a concentrated suspension : a solid rocket fuel simulant. *Journal of Rheology*, vol. 37, n° 1, pp 35-53.
- Karolis, A., Stahl, W., 1986, An expended mathematical model describing the conveying of pasty material in decanter centrifuge. 4<sup>th</sup> World Filtration Congress, pp 9.9-9.16.
- Kim, S.J., Kwon, T.H., 1995, Development of numerical simulation methods and analysis of extrusion processes of particle-filled plastic materials subject to slip at the wall. *Powder Technology*, vol. 85, pp 227-239.
- Langeloh, T., Stahl, W., 1986, On the drag effect in decanting centrifuges. 4<sup>th</sup> World Filtration Congress, pp 9.17-9.22.
- Labanda, J., Marco, P., Llorens, J., 2004, Rheological model to predict the thixotropic behaviour of colloidal dispersions. *Colloids and Surface A : Physicochem. Eng. Aspects*, vol. 249, pp 123-126.
- Lawal, A., Kalyon, D.M., 1994, Single screw extrusion of viscoplastic fluids subject to different slip coefficients at scroll and barrel surfaces. *Polymer Engineering and Science*, vol. 40, n° 16, pp 3883-3897.
- Lawal, A., Kalyon, D.M., Yilmazer, U., 1993, Extrusion and lubrication flows of viscoplastic fluids with wall slip. *Chemical Engineering Comm.*, vol. 122, pp 127-150.
- Léger, L., Hervet, H., Massey, G., 1996, Slip at the wall, *Rheology for polymer melt processing*, Elsevier Science, pp 337-355, J.M. Piau et J.F. Agassant (editors).
- Léger, L., Hervet, H., 1992, Friction à l'interface entre un fluide polymère et un solide, *Physique Statistique*, pp 37-43.
- Leung, W., 1998, Torque and requirement for high-solids centrifugal sludge dewatering. *Filtration and Separation*, pp 883-887.
- Leung, W., Shapiro, A.H., 1996, Improved design of conical accelerators for decanter and pusher centrifuges. *Filtration & Separation*, 7<sup>th</sup> World Filtration Congress, pp 341-348.
- Magnin, A., Piau, J.M., 1990, Cone and plate rheometry of yield stress fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 24, pp 47-88.
- Moatamri, N., 2003, De l'analyse du pilotage d'un décanteur centrifuge à son instrumentation. Thèse ENSIA.
- Midoux, N., 1985, *Mécanique et rhéologie des fluids en genie chimique*. Technique et Documentation, Lavoisier.
- Mitsoulis, E., Zisis, T. H., 2001, Flow of Bingham Plastics in a lid-driven square cavity. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 101, pp 173-180.

- Nenniger, E., Storrow, A., 1958, Drainage of packed beds in gravitational and centrifugal-force fields. *A.I.C.H.E. Journal*, vol.4, n° 3, pp 305-16.
- Nesterovich, A. A., Kuz'min, A.G., Noskova, L.A., 1990, Intensifying dehydration in decanter screw centrifuges. *Chemical and Petroleum Engineering*, vol. 25, n° 11-12, pp 611-14.
- Ouziaux, R., Perrier, J., 1998, *Mécanique des fluides appliquée*. Dunod, Paris, pp 246-249.
- Pashias, N., Boger, D.V., Summers, J., Glenister, D.J., 1996, A fifty cent rheometer for yield stress measurement. *Journal of Rheology*, vol. 40, n° 6, pp 1179-1189.
- Petrov, A.G., 1998, The plane problem of the extrusion of a viscoplastic medium by parallel plates. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 62, n° 4, pp 565-573.
- Piau, J.-M., 1979, Fluides non newtoniens. *Techniques de l'Ingénieur, Traité Sciences Fondamentales*, A710, pp 1-37.
- Reif, F., Langeloh, T., Stahl, W., 1989, About the optimization of decanter centrifuges. *Filtech Conference, Karlsruhe*, pp 384-391.
- Reif, F., Stahl, W., 1988, Friction coefficient of moist solids in a centrifugal field. In *Proc. of the fifth Intl. symp. on Multiphase Transport and Particulate Phenomena, Miami*.
- Rome C., Glokner S., 2005, An implicit multibloc coupling for the incompressible Navier-Stokes equations. *Int. J. Numer. Meth.fluids*, vol. 47, pp 1261-1267.
- Rumpus, J., Hoare, M., 1992, Rheology of biological suspensions in relation to dewatering in a continuous scroll decanter centrifuge. *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 70, n° A2, pp 177-79.
- Saatdjian, E., 1998, *Phénomènes de transport et leurs résolutions numériques*. Polytechnica, Isbn : 2-84054-057-6.
- Salway, A.G., Carleton, A.J., Taylour, J.M., Mackay, D.J., 1990, Dewatering on the beach of decanter centrifuges. *5<sup>th</sup> World Filtration Congress*, pp 304-310.
- Sambuichi, M., Nakakura, H., Osasa, K., 1991, Zone settling of concentrated slurries in a centrifugal field. *J. Chem. Eng. of Japan*, vol. 42, n° 4, pp 489-94.
- Sastroharnoto, T., Jaluria, Y., Esseghir, M., Sernas, V., 1995, A numerical and experimental study of 3-D transport in the channel of an extruder for polymeric materials. *International Journal of Heat Mass Transfer*, vol. 38, n° 11, pp 1957-1973.
- Schnittger, J.R., 1970, Integrated theory of separation for bulk centrifuges. *Ind. & Eng. Chem., Process Design and Development*, vol. 9, n° 3, pp 407-13.
- Stadager, C., 1996, The dewatering of bulk solids in centrifugal decanters. *7<sup>th</sup> World Filtration Congress*, pp 336-348.
- Stadager, C., Wuensch, M., Stahl, W., 1992, Scale-up of the dewatering kinetics of filtering centrifuges. *American Filtration Society*.
- Stadager, C., Stahl, W., 1995, Optimisation of centrifugal decanters, Part 1 : Modelling the kinetics of the dewatering of bulk solids in centrifugal decanters. *Int. Symp. on Filtration and Separation, Salamanca/Spain*.
- Stahl, W., Langeloh, T., 1984, Improvement of clarification in decanting centrifuges. *Ger. Chem. Eng.*, vol. 7, n° 2, pp 72-84.
- Stahl, W., Reif, F., 1989, Transportation of moist solids in decanter centrifuges. *Chemical Engineering Progress*, November 1989, pp 57-67.

- Steiger, W., 1995, Optimisation of centrifugal decanters, Part II : Practical experience with the centrifugal dewatering of bulk solids. Int. Symp. on Filtration and Separation, Salamanca/Spain.
- Vola, D., Boscardin, L., Latché, J.C., 2003, Laminar unsteady flows of Bingham fluids: a numerical strategy and some benchmark results, Journal of Computational Physics, vol. 187, pp 441-456.
- Weert, X., Lawrence, C.J., Adams, M.J., Briscoe, B.J., 2000, Screw extrusion of food powders: prediction and performance. Chemical Engineering Science, vol. 56, pp 1933-1949.
- White, J.L., Han, M.H., Nakajima, N., Brzoskowski, R., 1991, The influence of materials of construction on biconical rotor and capillary measurements of shear viscosity of rubber and its compounds and considerations of slippage. Journal of Rheology, vol. 35, n° 1, pp 167-189.





## Nomenclature

- $a$  : rapport de similitude  
 $A$  : coefficient  
 $A1$  : coefficient de régression  
 $A2$  : coefficient de régression  
 $b$  : longueur mesurée par le capteur LVDT ( $m$ )  
 $b_o$  : longueur de référence pour la mesure de l'angle du canal ( $m$ )  
 $B$  : périmètre mouillé du canal ( $m$ )  
 $Bi$  : nombre adimensionnel de Bingham  
 $d$  : longueur de référence pour la mesure de l'angle du canal ( $m$ )  
 $C$  : couple résistant ( $N.m$ )  
 $d_{ij}$  : composantes du tenseur  $\overline{\overline{D}}$   
 $dx$  : épaisseur d'une tranche de sédiment ( $m$ )  
 $D_b$  : diamètre de la partie cylindrique du bol ( $m$ )  
 $D_v$  : diamètre de la vis ( $m$ )  
 $D_h$  : diamètre hydraulique du canal ( $m$ )  
 $D_I, D_{II}, D_{III}$  : premier, deuxième et troisième invariant de  $\overline{\overline{D}}$   
 $\overline{\overline{D}}$  : tenseur symétrique du taux des déformations  
 $e_F$  : bruit aléatoire sur la fonction d'incertitude  $F$   
 $e_{x_i}$  : bruit aléatoire sur les paramètres  $x_i$   
 $f$  : forces de volume ( $N$ )  
 $f_b$  : coefficient de frottement sédiment/bol  
 $f_v$  : coefficient de frottement sédiments/vis  
 $F$  : fonction de plusieurs variables exprimant l'incertitude de mesures  
 $F$  : fonction à valeur scalaire du seuil déviateur de  $\overline{\overline{\tau}}$   
 $Fr$  : nombre adimensionnel de Froude  
 $\overrightarrow{F_c}$  : force centrifuge ( $N$ )  
 $\overrightarrow{F_r}$  : force de reflux ( $N$ )  
 $\overrightarrow{F_1}$  : force normale de pression suivant  $-z$  ( $N$ )  
 $\overrightarrow{F_2}$  : force normale de poussée induite par la pale active ( $N$ )  
 $\overrightarrow{F_3}$  : force de réaction des parois ( $N$ )  
 $g$  : gravité ( $m.s^{-2}$ )  
 $G$  : critère d'écoulement de la loi de comportement d'un fluide de Bingham  
 $h$  : hauteur de sédiment ( $m$ )  
 $h_l(x)$  : hauteur de l'anneau liquide au dessus de la couche de sédiment ( $m$ )  
 $h_s(x)$  : hauteur de la couche de sédiments pour la surface inclinée ( $m$ )  
 $h_i$  : hauteur de sédiment pour le test du plan incliné ( $m$ )  
 $h_r$  : hauteur de l'échantillon dans le rhéomètre ( $m$ )  
 $h'$  : hauteur mouillée ( $m$ )  
 $\langle h \rangle$  : hauteur moyenne de sédiment suivant une section droite du canal ( $m$ )  
 $H$  : hauteur du réservoir ( $m$ )  
 $H_{ref}$  : hauteur de référence pour la mesure de la hauteur de sédiments dans le canal ( $m$ )  
 $i$  : nombre d'impulsion du capteur de mesure de la vitesse du tapis convoyeur  
 $K$  : consistance du fluide ( $Pa.s^n$ )

- $K_1, K_2$  : coefficients scalaires fonction des invariants de  $\overline{D}$   
 $l_e$  : longueur d'établissement du régime stationnaire dans le canal ( $m$ )  
 $L$  : largeur entre deux filets de vis ou largeur du canal ( $m$ )  
 $L_b$  : longueur de la partie cylindrique du bol ( $m$ )  
 $L_c$  : longueur de la partie conique du bol ( $m$ )  
 $L_{distrib}$  : longueur du distributeur du DCAH ( $m$ )  
 $L_o$  : longueur du canal ( $m$ )  
 $L_{ref}$  : longueur des tiges pour la mesure de la hauteur de sédiments dans le canal ( $m$ )  
 $\overline{L}$  : tenseur des gradients de vitesses  
 $M$  : position de la particule fluide de composantes  $(x_1, x_2, x_3)$   
 $n$  : indice d'écoulement du fluide (-)  
 $\vec{n}$  : normale extérieure au domaine  $\Sigma$   
 $N$  : vitesse de rotation du bol ( $tr/min$ )  
 $O$  : centre du repère cartésien  
 $Od$  : nombre adimensionnel d'Oldroyd  
 $p$  : pas de la vis ( $m$ )  
 $p_c$  : pas de la vis dans la partie conique du bol ( $m$ )  
 $P$  : pression ( $Pa$ )  
 $P_{surf\_libre}$  : pression à la surface libre du canal ( $Pa$ )  
 $P_0$  : pression atmosphérique ( $Pa$ )  
 $\langle P(x) \rangle$  : pression moyenne sur une section droite d'une tranche de sédiments ( $Pa$ )  
 $q$  : coefficient  
 $qc$  : débit de convoyage par tranche  $dy$  ou  $dz$  ( $l/h$ )  
 $Qc$  : débit de convoyage ( $l/h$ )  
 $Qc_{max}$  : débit de convoyage maximum ( $l/h$ )  
 $Qc_{pente}$  : débit engendré par une pente à la surface libre du fluide ( $l/h$ )  
 $Q_{max}$  : débit maximum sans effet de bord ( $l/h$ )  
 $r$  : rayon du tube cylindrique ( $m$ )  
 $r_c$  : rayon critique d'écoulement ( $m$ )  
 $\langle r \rangle$  : rayon moyen où la force centrifuge est appliquée ( $m$ )  
 $R_b$  : rayon de la partie cylindrique du bol ( $m$ )  
 $Re$  : nombre adimensionnel de Reynolds  
 $Re_n$  : nombre adimensionnel de Reynolds pour un fluide newtonien  
 $R_r, R_s$  : rayon du rotor et du stator du rhéomètre ( $m$ )  
 $R^6$  : repère  
 $S$  : valeur maximale de cisaillement simple ( $Pa$ )  
 $Sc$  : section droite du canal ( $m^2$ )  
 $S^*$  : surface de la section du canal perpendiculaire à  $\langle \vec{v} \rangle_{max}$  ( $m^2$ )  
 $\vec{T}$  : tension au point  $M$  ( $N$ )  
 $v_{max}$  : vitesse maximale d'écoulement dans le tube cylindrique ( $m/s$ )  
 $v_x$  : vitesse des sédiments suivant  $\vec{x}$  ( $m/s$ )  
 $\langle v_x \rangle$  : vitesse moyenne des sédiments suivant  $\vec{x}$  ( $m/s$ )  
 $v_y$  : vitesse des sédiments suivant  $\vec{y}$  ( $m/s$ )  
 $\langle v_y \rangle$  : vitesse moyenne des sédiments suivant  $\vec{y}$  ( $m/s$ )  
 $v_z$  : vitesse des sédiments suivant  $\vec{z}$  ( $m/s$ )  
 $\langle v_z \rangle$  : vitesse moyenne des sédiments suivant  $\vec{z}$  ( $m/s$ )  
 $\vec{v}$  : vitesse du fluide au point  $M$  ( $m/s$ )



- $\langle \vec{v} \rangle$  : vitesse moyenne d'une tranche de sédiment ( $m/s$ )  
 $\langle \vec{v} \rangle_{\max}$  : vitesse moyenne maximale d'une tranche de sédiment ( $m/s$ )  
 $V$  : vitesse de la paroi mobile de la géométrie déroulée dans le référentiel d'étude ( $m/s$ )  
 $V'$  : vitesse de la paroi mobile de la géométrie déroulée dans le référentiel lié au bol ( $m/s$ )  
 $V_y$  : vitesse de la paroi mobile suivant  $\vec{y}$  ( $m/s$ )  
 $V_z$  : vitesse de la paroi mobile suivant  $\vec{z}$  ( $m/s$ )  
 $V_{\Sigma}$  : volume du domaine  $\Sigma$  ( $m^3$ )  
 $W$  : point de vortex dans une section droite  
 $x_h$  : position suivant  $\vec{x}$  de la mesure de la hauteur locale de sédiment ( $m$ )  
 $x_{ho}$  : position initiale suivant  $\vec{x}$  de la mesure de la hauteur locale de sédiment ( $m$ )  
 $x_i$  : paramètres pour la mesure d'incertitudes  
 $y_w$  : coordonnée suivant  $\vec{y}$  du point de vortex ( $m$ )  
 $y_w^*$  : coordonnée adimensionnelle suivant  $\vec{y}$  du point de vortex  
 $z_w$  : coordonnée suivant  $\vec{z}$  du point de vortex ( $m$ )  
 $z_w^*$  : coordonnée adimensionnelle suivant  $\vec{z}$  du point de vortex

**Notations en lettres grecques :**

- $\alpha$  : angle mesuré par le capteur angulaire pour le calcul de la hauteur de sédiments ( $m$ )  
 $\beta_c$  : angle de la partie conique du bol ( $^{\circ}$ )  
 $\beta_f$  : angle du fût de la vis dans la partie conique du bol ( $^{\circ}$ )  
 $\beta_g$  : coefficient de glissement à la paroi  
 $\chi_1$  : pente de la surface libre selon l'axe  $x$  du canal ( $m/m$ )  
 $\chi_2$  : pente de la surface libre selon l'axe  $y$  du canal ( $m/m$ )  
 $\Sigma$  : domaine du fluide  
 $\dot{\gamma}$  : taux de cisaillement généralisé ( $s^{-1}$ )  
 $\varphi$  : angle d'inclinaison des pales de la vis ou des parois du canal ( $^{\circ}$ )  
 $\kappa$  : angle de convoyage ( $^{\circ}$ )  
 $\kappa_{\max}$  : angle de convoyage maximal ( $^{\circ}$ )  
 $\lambda$  : pente de la surface libre pour les expériences ( $^{\circ}$ )  
 $\Gamma$  : frontière du domaine  $\Sigma$   
 $\mu$  : viscosité dynamique d'un fluide de rhéologie quelconque ( $Pa.s$ )  
 $\mu_c$  : viscosité seuil ( $Pa.s$ )  
 $\mu_{air}$  : viscosité dynamique de l'air ( $Pa.s$ )  
 $\mu_0$  : viscosité dynamique d'un fluide newtonien ( $Pa.s$ )  
 $\theta$  : angle de la vis ou angle du canal ( $^{\circ}$ )  
 $\theta_{opt}$  : angle du canal optimal obtenu pour  $Q_{cmax}$  ( $^{\circ}$ )  
 $\theta'_{opt}$  : angle du canal optimal obtenu pour  $\kappa_{max}$  ( $^{\circ}$ )  
 $[\theta_1, \theta_2]$  : plage de convoyage possible d'angle de vis pour  $Q_c$   
 $[\theta'_1, \theta'_2]$  : plage de convoyage possible d'angle de vis pour  $\kappa$   
 $\rho$  : masse volumique du fluide ( $kg.m^3$ )  
 $\rho_b$  : angle de frottement sédiment/bol ( $^{\circ}$ )  
 $\rho_l$  : masse volumique de l'anneau liquide au dessus de la couche de sédiment ( $kg.m^3$ )  
 $\rho_s$  : masse volumique des sédiments ( $kg.m^3$ )  
 $\rho_v$  : angle de frottement sédiment/vis ( $^{\circ}$ )  
 $\sigma_{ij}$  : composantes du tenseur  $\overset{=}{\sigma}$  ( $Pa$ )

$\overline{\sigma}$  : tenseur des contraintes de cisaillement  
 $\tau_{ij}$  : composantes du tenseur  $\overline{\tau}$  (Pa)  
 $\tau_c$  : contrainte seuil (Pa)  
 $\tau_p$  : force de frottement par unité de surface (Pa)  
 $\tau_{II}, \tau_{III}$  : second et troisième invariant de  $\overline{\tau}$   
 $\overline{\tau}$  : tenseur des contraintes  
 $\omega$  : vitesse de rotation du bol (rad/s)  
 $\omega_{ij}$  : composantes du tenseur  $\overline{\omega}$  (Pa)  
 $\omega_r$  : vitesse de rotation de l'échantillon dans le rhéomètre (rad.s<sup>-1</sup>)  
 $\overline{\omega}$  : tenseur antisymétrique  
 $\vec{\omega}$  : vecteur vorticité  
 $\Delta\omega$  : vitesse différentielle entre le bol et la vis (rad/s)  
 $\Omega$  : vitesse de rotation rhéomètre (s<sup>-1</sup>)  
( $\zeta, \eta$ ) : repère de la section droite du canal dans la géométrie inclinée





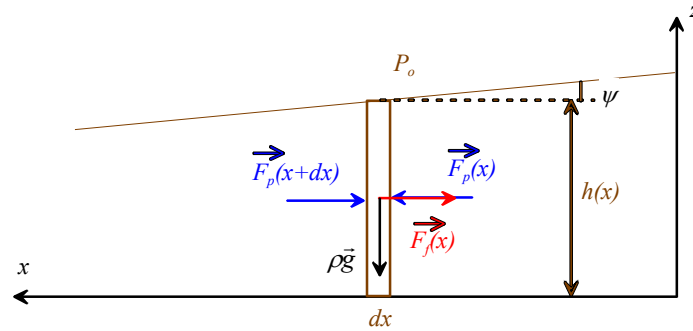
## **ANNEXES**



## Annexe 1 : Calcul simplifié du débit induit par une surface libre de pente $\lambda$

Pour permettre un calcul simple, on modélise l'écoulement d'un fluide newtonien de viscosité équivalente à celle des fluides utilisés dans le canal. La surface libre présente une pente suivant l'axe  $x$  du canal (Figure A1- 1). On évalue le débit engendré  $Q_{c_{pente}}$  par cette pente  $\lambda$  et uniquement par cette pente. Le fond reste donc fixe. S'il est négligeable pour un fluide newtonien, il le sera d'autant plus pour un fluide viscoplastique.

On effectue le bilan des forces exercées sur une tranche de sédiment d'épaisseur  $dx$ , de largeur  $L$  et de hauteur  $h(x)$ . La longueur du canal est  $L_0$ . Les forces qui s'exercent sur l'élément de sédiment sont la force de pesanteur, la force  $F_p$  résultant de la pression moyenne exercée sur les sections droites de la tranche de sédiment et la force  $F_f$  représentant les forces de frottement entre les parois du canal et la tranche de sédiment.



**Figure A1- 1 : schéma du bilan de forces dans le canal avec une surface de pente  $\lambda$ .**

Le bilan des forces s'écrit :

$$F_f(x) = F_p(x) - F_p(x + dx) = \langle P(x) \rangle \cdot L \cdot h(x) - \langle P(x + dx) \rangle \cdot L \cdot h(x + dx) \quad (\text{A1- 1})$$

La pression moyenne  $\langle P(x) \rangle$  sur une section droite de la tranche a été calculée et vaut :

$$\langle P(x) \rangle = \frac{\rho g h(x)}{2} \quad (\text{A1- 2})$$

La force  $F_f$  s'exprime en fonction de la valeur absolue  $\tau_p$  de la force de frottement par unité de surface mouillée :

$$F_f = \tau_p(x) \cdot B(x) dx \quad (\text{A1- 3})$$

avec  $B(x) = L + 2h(x)$  périmètre mouillé de la tranche de sédiment (m).

Ouziaux et Perrier (1998) ont montré que  $\tau_p$  s'exprime en fonction de la vitesse  $v_x(x)$  de la tranche de sédiment :

$$\tau_p(x) = \frac{\rho \lambda \cdot v_x^2(x)}{8} \quad (\text{A1- 4})$$

avec  $\lambda = \frac{64}{Re_n}$  coefficient. Le nombre de Reynolds s'écrit dans ce cas  $Re_n = \frac{\rho v_x(x) D_h}{\mu_0}$  avec

$$D_h(x) = \frac{4Sc(x)}{B(x)} \text{ diamètre hydraulique (m).}$$

On note  $\tan(\lambda) = \frac{dh}{dx}$  la pente constante de la droite (négative dans notre cas). Après calculs, on trouve la valeur de la vitesse de la tranche :

$$v_x(x) = \frac{\rho g}{8\mu} \frac{L^2 h^2(x)}{(L + 2h(x))^2} \tan(\lambda) \quad (\text{A1-5})$$

Le débit engendré par la pente de la surface libre reste constant, par hypothèse, entre deux sections et il est donc égal à :

$$Q_{c_{pente}}(x) = v_x(x) \cdot Lh(x) = \frac{\rho g}{8\mu} \frac{L^3 h^3(x)}{(L + 2h(x))^2} \tan(\lambda) \quad (\text{A1-6})$$

On dresse maintenant dans le *Tableau A1- 1* les débits pour plusieurs pentes pour la configuration suivante :  $L = 0,085 \text{ m}$ ,  $h = 0,1 \text{ m}$  et  $Lo = 1 \text{ m}$ . on mène les calculs pour un fluide de forte viscosité puisque  $\mu = 100 \text{ Pa.s}$ .

**Tableau A1- 1 : Débit  $Q_c$  en fonction de la pente et écarts entre les débits pour les deux cas.**

<i>pente (m/m)</i>	<i><math>Q_{c_{pente}}</math> (l/h)</i>
0,005	1,7
0,010	3,3
0,020	6,7
0,030	10
0,040	13

Les débits induits par la pente sont donc très faibles pour un fluide newtonien de forte viscosité. Ce constat est également valable pour des fluides viscoplastiques. Le seul moteur de l'écoulement est le fond mobile et les débits mesurés expérimentalement sont bien les débits de convoyage  $Q_c$ .

De la même manière, l'accumulation de fluide à l'entrée du canal ne perturbe pas les mesures puisque le seul moteur de l'écoulement reste le fond mobile.



## Annexe 2 : Calculs d'incertitudes et précision des mesures

### 1) présentation des deux méthodes de calcul d'incertitudes

Nous allons exposer deux méthodes de calcul d'incertitude pour un cas théorique général puis nous les appliquerons pour calculer les incertitudes associées à notre dispositif expérimental sur la mesure de l'angle de convoyage  $\kappa$ .

**Méthode différentielle (notée MD par la suite) :** si nous considérons une fonction de plusieurs variables  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  où  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sont des paramètres mesurés **indépendants** dont les incertitudes de mesures  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$  sont connues, il est possible de déterminer l'incertitude de mesure de  $F$  de la manière suivante :

$$\Delta F = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right| \Delta x_i \quad (\text{A2-1})$$

**Méthode de linéarisation et de covariance (notée MLC par la suite) :** de la même manière que pour la méthode précédente, nous considérons une fonction  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  de paramètres mesurés **indépendants**  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dont on peut déterminer les écarts types  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ .

Nous introduisons ensuite des bruits sur la fonction  $F$  et les paramètres mesurés  $x_1, x_2, \dots, x_n$  qui sont considérés comme des variables aléatoires gaussiennes à moyenne nulle. On peut donc écrire :

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) + e_F = F(x_1 + e_{x_1}, x_2 + e_{x_2}, \dots, x_n + e_{x_n}) \quad (\text{A2-2})$$

où  $e_F$  et  $e_{x_i}$  sont respectivement les bruits aléatoires sur  $F$  et le paramètre mesuré  $x_i$ .

L'objectif de cette méthode est de trouver une relation linéaire entre l'erreur  $e_F$  sur la fonction  $F$  et les erreurs  $e_{x_i}$  sur les paramètres mesurés  $x_i$ . Pour cela nous réalisons un développement de Taylor au premier ordre de l'équation précédente :

$$F(x_1 + e_{x_1}, x_2 + e_{x_2}, \dots, x_n + e_{x_n}) = F(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} e_{x_i} + o(\|x_1, x_2, \dots, x_n\|) \quad (\text{A2-3})$$

En combinant les deux dernières équations, nous avons la relation linéaire recherché :

$$e_F \approx \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} e_{x_i} \quad (\text{A2-4})$$

En écrivant cette relation sous forme matricielle, nous obtenons la relation suivante :

$$e_F \approx M \begin{bmatrix} e_{x_1} \\ e_{x_2} \\ \vdots \\ e_{x_n} \end{bmatrix} \quad (\text{A2-5})$$

$$\text{avec } M = \left[ \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1}, \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_n} \right] \quad (\text{A2-6})$$

D'après *Beck et Arnold (1976)*, nous calculons la covariance de  $e_F$  de la manière suivante :

$$\text{cov}(e_F) = M \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma_n^2 \end{bmatrix} M^T \quad (\text{A2-7})$$

Cette écriture n'est valable que si les incertitudes sur les paramètres mesurés sont indépendants i.e. si les paramètres sont **décorréllés**.

Finalement nous pouvons calculer l'écart type  $\sigma_F$  associé à la fonction  $F$  :

$$\sigma_F = \sqrt{\text{cov}(e_F)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2} \quad (\text{A2-8})$$

Nous allons maintenant appliquer ces deux méthodes aux cas qui nous intéressent. L'objectif est donc de trouver les incertitudes de mesures sur m'angle de convoyage  $\kappa$  car son calcul fait intervenir tous les paramètres qui interviennent dans les mesures.

On rappelle que l'angle de convoyage dépend des trois paramètres  $\langle v_x \rangle$ ,  $V$  et  $\theta$ .

Selon la méthode **MD**, on obtient alors l'incertitude de mesure de  $\kappa$  de la forme :

$$\Delta \kappa = \left| \frac{\partial \kappa(\langle v_x \rangle, V, \theta)}{\partial \langle v_x \rangle} \right| \Delta \langle v_x \rangle + \left| \frac{\partial \kappa(\langle v_x \rangle, V, \theta)}{\partial V} \right| \Delta V + \left| \frac{\partial \kappa(\langle v_x \rangle, V, \theta)}{\partial \theta} \right| \Delta \theta \quad (\text{A2-9})$$

Selon la méthode **MLC**, on obtient l'incertitude sur  $\kappa$  suivante :

$$\sigma_\kappa = \sqrt{\left( \frac{\partial \kappa(\langle v_x \rangle, V, \theta)}{\partial \langle v_x \rangle} \right)^2 \sigma_{\langle v_x \rangle}^2 + \left( \frac{\partial \kappa(\langle v_x \rangle, V, \theta)}{\partial V} \right)^2 \sigma_V^2 + \left( \frac{\partial \kappa(\langle v_x \rangle, V, \theta)}{\partial \theta} \right)^2 \sigma_\theta^2} \quad (\text{A2-10})$$

Il nous faut maintenant calculer les dérivées partielles de  $\kappa$  en fonction de chaque paramètre. On trouve après calculs les relations suivantes :

$$\left[ \begin{aligned} \frac{\partial \kappa}{\partial \langle v_x \rangle} &= \frac{1}{1 + \left( \frac{\sin \theta \langle v_x \rangle / V}{1 - \cos \theta \langle v_x \rangle / V} \right)^2} * \frac{\frac{\sin \theta}{V} \left( 1 - \cos \theta \langle v_x \rangle / V \right) + \frac{\sin \theta \cos \theta \langle v_x \rangle}{V^2}}{\left( 1 - \cos \theta \langle v_x \rangle / V \right)^2} \\ \frac{\partial \kappa}{\partial \langle v_x \rangle} &= \frac{1}{1 + \left( \frac{\sin \theta \langle v_x \rangle / V}{1 - \cos \theta \langle v_x \rangle / V} \right)^2} * \frac{-\frac{\langle v_x \rangle \sin \theta}{V^2} \left( 1 - \cos \theta \langle v_x \rangle / V \right) + \frac{\sin \theta \cos \theta \langle v_x \rangle^2}{V^3}}{\left( 1 - \cos \theta \langle v_x \rangle / V \right)^2} \\ \frac{\partial \kappa}{\partial \langle v_x \rangle} &= \frac{1}{1 + \left( \frac{\sin \theta \langle v_x \rangle / V}{1 - \cos \theta \langle v_x \rangle / V} \right)^2} * \frac{\frac{\langle v_x \rangle \cos \theta}{V} \left( 1 - \cos \theta \langle v_x \rangle / V \right) - \left( \frac{\langle v_x \rangle}{V} \right)^2 \sin^2 \theta}{\left( 1 - \cos \theta \langle v_x \rangle / V \right)^2} \end{aligned} \right.$$

(A2- 11)

Il reste alors à déterminer les incertitudes sur les trois paramètres  $\langle v_x \rangle$ ,  $V$  et  $\theta$ .  $\theta$  est une donnée calculée dont l'erreur de mesure a été estimée à  $1^\circ$  (§ 2-b). L'incertitude de mesure est égale à l'écart type sur des paramètres bruts. On a donc  $\Delta\theta = \sigma_\theta = 1^\circ$ . Les autres paramètres dépendent eux-mêmes d'autres paramètres qu'il convient de détailler.

### 2) mesure de l'incertitude sur la vitesse du convoyeur $V$

On rappelle la relation qui permet de calculer  $V$  est  $V = \frac{2\pi}{3} \frac{i.Dr}{t_V}$ .

Pour la méthode **MD**, on trouve simplement l'incertitude de mesure par la relation :

$$\Delta V = V \left( \frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta Dr}{Dr} + \frac{\Delta t_V}{t_V} \right) \quad (\text{A2- 12})$$

Pour la méthode **MLC**, l'incertitude de mesure se calcule également simplement par la relation :

$$\sigma_V = V \sqrt{\left( \frac{\sigma_i}{i} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{Dr}}{Dr} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{t_V}}{t_V} \right)^2} \quad (\text{A2- 13})$$

On estime alors les incertitudes et les écarts types sur les mesures directes. Les impulsions sont mesurées par comptage électronique avec une précision de  $0,1$  impulsion. Le temps de mesure de ces impulsions étant de  $t_V = 60s$ , on estime l'erreur de prise du temps à  $1s$ . Le diamètre du rouleau a été mesuré au pied à coulisse avec une précision de  $0,0001 m$  et vaut  $Dr = 0,087 m$ . On a donc  $\Delta i = \sigma_i = 0,1$  impulsions ;  $\Delta t_V = \sigma_{t_V} = 1s$  et  $\Delta Dr = \sigma_{Dr} = 0,0001 m$ .

### 3) mesure de l'incertitude sur la vitesse moyenne axiale $\langle v_x \rangle$

On rappelle la relation qui permet de calculer  $\langle v_x \rangle$  est  $\langle v_x \rangle = \frac{Qc}{h > L}$ .

Pour la méthode **MD**, on trouve simplement l'incertitude de mesure par la relation :

$$\Delta \langle v_x \rangle = \langle v_x \rangle \left( \frac{\Delta Qc}{Qc} + \frac{\Delta \langle h \rangle}{\langle h \rangle} + \frac{\Delta L}{L} \right) \quad (\text{A2- 14})$$

Pour la méthode **MLC**, l'incertitude de mesure se calcule également simplement par la relation :

$$\sigma_{\langle v_x \rangle} = \langle v_x \rangle \sqrt{\left( \frac{\sigma_{Qc}}{Qc} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{\langle h \rangle}}{\langle h \rangle} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_L}{L} \right)^2} \quad (\text{A2- 15})$$

Pour l'incertitude sur la largeur du canal, on constate lors des expériences une légère déformation des plaques de plexiglas : il s'agit en fait d'un bombement dû à la pression exercée par le gel sur les plaques. Les valeurs maximales relevées sont de  $0,003 \text{ m}$  pour chaque plaque. Cela nous donne donc une erreur de  $\Delta L = \sigma_L = 0,006 \text{ m}$ . Face à cette incertitude, les incertitudes de mesure de la largeur par les capteurs potentiométriques sont de l'ordre de  $0,3 \text{ mm}$  et sont donc négligées.

Par contre, les mesures d'incertitudes doivent faire l'objet d'un calcul pour le Débit de convoyage et la hauteur moyenne selon les deux méthodes.

On rappelle la relation qui permet de calculer  $h$  est  $h = L_{réf}(1 - \cos \alpha)$ .

Pour la méthode **MD**, on trouve simplement l'incertitude de mesure par la relation :

$$\Delta \langle h \rangle = (1 - \cos \alpha) \Delta L_{réf} + L_{réf} \sin \alpha \Delta \alpha \quad (\text{A2- 16})$$

Pour la méthode **MLC**, l'incertitude de mesure se calcule également simplement par la relation :

$$\sigma_{\langle h \rangle} = \sqrt{(1 - \cos \alpha)^2 \sigma_{L_{réf}}^2 + (L_{réf} \sin \alpha)^2 \sigma_{\alpha}^2} \quad (\text{A2- 17})$$

La longueur de la tige  $L_{réf}$  mesuré à la règle est égale à  $0,3 \text{ m}$ . L'incertitude de mesure sur cette longueur est de  $0,001 \text{ m}$ . On a donc  $\Delta L_{réf} = \sigma_{L_{réf}} = 0,001 \text{ m}$ . De même l'incertitude du capteur angulaire est donnée par le constructeur et vaut  $\Delta \alpha = \sigma_{\alpha} = 0,01^\circ$ .

Les incertitudes sur le débit de convoyage sont un peu plus délicates à trouver car on doit non seulement tenir compte des erreurs de mesures mais également du débit de fuite  $Q_f$ . On constate en effet un interstice  $e_f$  de l'ordre de  $10^{-4} \text{ m}$  sous la pale active de longueur  $L_p = 0,8 \text{ m}$  lors du convoyage qui laisse passer du fluide. On majore ces fuites en déterminant la valeur de la section de passage du fluide, la vitesse perpendiculaire à la section étant  $V \sin \theta$ . On obtient finalement la valeur du débit de fuite par la relation :

$$Q_f = e_f . L_p . V \sin \theta \quad (\text{A2- 18})$$

Le débit de convoyage se mesure par la relation :

$$Qc = \frac{m}{\rho t_{Qc}} \quad (\text{A2- 19})$$

avec  $m$  la masse de fluide pesée,  $\rho$  la masse volumique du gel égale à  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$  (on considère la masse volumique du fluide exacte) et  $t_{Qc}$  le temps de mesure pour la masse de fluide égal à  $60 \text{ s}$ .

Pour la méthode **MD**, on trouve simplement l'incertitude de mesure par la relation :

$$\Delta Qc = Qc \left( \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta t_{Qc}}{t_{Qc}} \right) \quad (\text{A2- 20})$$

Pour la méthode **MLC**, l'incertitude de mesure se calcule également simplement par la relation :

$$\sigma_{Qc} = Qc \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{t_{Qc}}}{t_{Qc}}\right)^2} \quad (\text{A2- 21})$$

La précision de la balance permet de mesurer la masse  $m$  avec une précision de  $10 \text{ g}$ . On estime donc l'incertitude de mesure et l'écart type à  $\Delta m = \sigma_m = 0,01 \text{ kg}$ . L'erreur sur le temps de mesure vaut quant à lui  $\Delta t_{Qc} = \sigma_{t_{Qc}} = 1 \text{ s}$ .

On a maintenant toutes les données nécessaires au calcul des incertitudes pour les deux méthodes présentées.

## RESUME :

Les Décanteurs Centrifuges à Axe Horizontal sont utilisés dans de nombreux domaines, du traitement des boues urbaines aux industries agro-alimentaire, chimique et pétrolière. Les évolutions importantes de ces dernières années ont permis d'améliorer considérablement les performances. Mais la modélisation de la séparation est rendue difficile en raison de la géométrie compliquée de la machine et des phénomènes complexes qui se déroulent dans le bol tournant à haute vitesse.

Parmi les phénomènes qui interviennent lors de la séparation, le convoyage des sédiments par la vis joue un rôle prépondérant en limitant la capacité de la machine. Ainsi, l'efficacité du convoyage dépend de la géométrie de la vis et de la nature des sédiments. Dans ce travail, on cherche à mettre en évidence l'influence de ces deux facteurs sur l'efficacité du convoyage. Sous certaines hypothèses, il est possible de simplifier le problème par un système vis/bol « déroulé ». Deux approches sont alors mises en jeu :

- une approche expérimentale conduite à l'aide d'un pilote dédié permettant de faire varier les paramètres géométrique et opératoire et les propriétés des sédiments,
- une approche de modélisation qui consiste à décrire l'écoulement du sédiment pour la géométrie considérée et pour la rhéologie envisagée.

Les résultats expérimentaux obtenus font apparaître clairement l'interaction entre la rhéologie des sédiments et la géométrie du canal sur l'efficacité de convoyage. La comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques montre que l'écoulement est correctement décrit.

## MOTS-CLES :

Traitement des effluents, Solide-Liquide Séparation, Centrifugation, Décanteur, Modélisation, Fluide Non-Newtonien.

## ABSTRACT :

Scroll decanters are used in different fields, going from wastewater treatment to agri-food, chemical or petroleum industries. The recent evolutions allowed to improve considerably performances. But modelling separation is difficult due to complicated geometry of machine and to complex phenomena occurring in the high speed rotating bowl.

Among the phenomena which act during separation, solids conveying by scroll plays a major role by controlling capacity of machine. Conveying efficiency depends on scroll geometry and on solids nature. In this work, we focus on combined effects of these parameters. Under some assumptions, it is possible to simplify problem by "unrolling" the scroll/bowl system. Two approaches are then used:

- an experimental approach conducted with a dedicated pilot for which geometry and operating conditions as well as solids properties can be adjusted easily,
- a CFD approach which consists in describing solids flow for the considered geometry and rheological properties of the solids.

Experimental results reveal clearly interaction between rheological properties of solids and equivalent scroll geometry on conveying efficiency. Comparison between experimental and numerical results shows that flow is correctly described.

## KEYWORDS :

Wastewater Treatment, Solid-Liquid Separation, Decanter, Centrifugation, CFD Simulation, Non-Newtonian fluids.