

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE DE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

par **Sylvain RIVET**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : LASERS ET MATIÈRE DENSE

**CARACTÉRISATION COMPLÈTE D'UN FAISCEAU LASER
IMPULSIONNEL FEMTOSECONDE : MISE EN ÉVIDENCE
ET ANALYSE DU COUPLAGE SPATIO-TEMPOREL DANS
LA PROPAGATION LINÉAIRE ET NON LINÉAIRE**

Soutenue le 10 décembre 2001

Après avis de :

M. Jean-Claude Diels	Professeur Université du Nouveau Mexique (USA)	Rapporteurs
M. Manuel Joffre	Chercheur CNRS au LOB, Ecole Polytechnique	

Devant la commission d'examen formée de :

M. André Ducasse	Professeur, Directeur de l'IOTA	Président
M. Lionel Canioni	Maître de conférences	Rapporteur
M. Jean-Paul Chambaret	Chercheur au LOA, Ecole Polytechnique	Examineurs
M. François Salin	Directeur de recherche à CELIA	
M. Laurent Sarger	Professeur Université Bordeaux I	
M. Claude Rouyer	Ingénieur au CEA-CESTA	

Remerciements

Cette thèse a été menée au Centre de Physique Moléculaire Optique et Hertzienne à l'Université de Bordeaux I. Je remercie Monsieur Claude Rullière de m'avoir accueilli au sein de son laboratoire.

J'ai été très sensible à l'intérêt que tous les membres du jury ont manifesté à l'égard de mon travail. Je remercie donc vivement Messieurs Manuel Joffre et Jean-Claude Diels qui ont accepté d'être rapporteurs de cette thèse, ainsi que Messieurs Jean-Paul Chambaret, Claude Rouyer et François Salin pour avoir participé au jury. Je remercie également Monsieur André Ducasse pour avoir présidé le jury de ma thèse.

Pour ces trois années enthousiasmantes, je tiens à remercier chaleureusement Laurent Sarger et Lionel Canioni qui m'ont accueilli dans un groupe dynamique et dont les compétences scientifiques et la disponibilité m'ont aidé à avancer efficacement dans mes travaux. Au-delà de leurs qualités scientifiques, je tiens à les remercier de l'ambiance amicale qu'ils ont toujours su entretenir dans le groupe, et de leur jubilation communicative vis-à-vis des sciences en général. Ils m'ont montré qu'on pouvait faire de la métrologie spatio-temporelle, par une agréable soirée de septembre, un verre de vin blanc à la main, en contemplant le mascaret remonter la Dordogne. Je remercie plus particulièrement Lionel pour son aide inestimable et son amitié.

Mes remerciements vont également à toutes les personnes avec qui j'ai collaboré, Régis Barille qui m'a initié à la microscopie non linéaire (mais aussi à la canne française), l'équipe de mécanique dirigée par Claude Lalaude qui a construit le filtre de Lyot et enfin les électroniciens Joël Plantard, Philippe Maire et Max Winckert.

J'adresse ma plus profonde sympathie à mes amis anciens thésards, Bruno, Stéphane et Marc, bien qu'ils m'aient forcé à courir un semi-marathon alors que je n'avais pas la condition physique requise. Ils se sont rachetés depuis lors : Bruno me concocte aux petits oignons des TP à l'IUT, Marc m'a invité deux semaines au Japon, il ne reste plus que toi, Stéphane, à quand des vacances en Californie ?

Je remercie les autres membres de l'équipe femto pour leur constante bonne humeur : Patrick, Miguel et Angel pour la touche mexicaine, Arnaud, Johann et Philippe qui animent autant la vie du groupe que nos soirées. Je remercie également les chimistes de l'ICMCB, Thierry qui m'a hébergé au cours d'un stage en Floride et Laetitia, pour leur entrain et leurs regards de spécialistes sur les verres.

J'associe dans ces remerciements tous les membres du laboratoire pour l'amitié qu'ils m'ont témoigné. Je remercie plus particulièrement Manu, Laurent, Patrice, Emmanuel, Jean-Michel et tous les thésards du laboratoire pour l'ambiance amicale de ces trois dernières années.

Enfin, je remercie très chaleureusement mes parents, ma famille pour le soutien qu'ils m'ont apporté tout le long de ma scolarité.

Sommaire

INTRODUCTION.....XI

CHAPITRE I.....1

METROLOGIE DANS LE DOMAINE SPATIAL ET TEMPOREL DU LASER IMPULSIONNEL

INTRODUCTION 3

I. DESCRIPTION CLASSIQUE DE L'ONDE LASER ISSUE D'UN OSCILLATEUR..... 5

 I.1 STRUCTURE SPATIALE D'UNE ONDE LASER..... 5

 I.2 STRUCTURE TEMPORELLE D'UNE ONDE LASER 6

 I.3 LES OUTILS MATHÉMATIQUES D'ANALYSE DE L'ONDE LASER..... 8

II. PROPAGATION D'UN FAISCEAU IMPULSIONNEL..... 17

 II.1 EQUATIONS PRINCIPALES DE LA PROPAGATION 17

 II.2 PROPAGATION LINEAIRE 18

 II.3 PROPAGATION NON LINEAIRE..... 34

**III. CARACTERISATION COMPLETE EN AMPLITUDE ET EN PHASE DU FAISCEAU LASER
IMPULSIONNEL..... 41**

 III.1 ESTIMATION DE L'AMPLITUDE DU FAISCEAU IMPULSIONNEL 41

 III.2 MESURE COMPLETE EN AMPLITUDE ET EN PHASE DU FAISCEAU ET DE L'IMPULSION..... 48

CONCLUSION..... 65

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 67

CHAPITRE II.....	73
-------------------------	-----------

**CARACTERISATION EN AMPLITUDE ET EN PHASE DE
L'IMPULSION DANS LE DOMAINE TEMPOREL : APPLICATIONS
AUX MESURES DES PROPRIETES OPTIQUES LINEAIRES ET NON
LINEAIRES**

INTRODUCTION	74
I. ANALYSE SPECTRALE DES IMPULSIONS PAR UNE LIGNE A DISPERSION NULLE : APPLICATION A UN EFFET KERR.....	75
I.1 LA TECHNIQUE FDPM	75
I.2 ANALYSE DES PROPRIETES LINEAIRES ET NON LINEAIRES DE MATERIAUX VITREUX.....	86
II. CARACTERISATION DES IMPULSIONS PAR INTERFEROMETRIE SPECTRALE : APPLICATION A UN PROCESSUS DE CASCADE	94
II.1 L'INTERFEROMETRIE SPECTRALE	94
II.2 LE PROCESSUS DE CASCADE.....	98
CONCLUSION.....	110
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	111

CHAPITRE III.....	117
--------------------------	------------

**MESURE DU FRONT D'ONDE PAR INTERFEROMETRIE A
DECALAGE TRI-LATERAL**

INTRODUCTION	119
I. LA TECHNIQUE A DECALAGE TRI-LATERAL.....	120
I.1 PRINCIPE DE LA TECHNIQUE IDTL ET ANALYSE DU SIGNAL	120
I.2 PERFORMANCES DE L'IDTL	129
II. EXEMPLES DE MESURES DE PHASE	134
II.1 EFFETS DE LA PROPAGATION SUR LE FRONT D'ONDE	134

II.2	IMAGERIE PAR FAISCEAU LASER.....	139
	CONCLUSION.....	144
	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	145

CHAPITRE IV.....	147
-------------------------	------------

**CARACTERISATION COMPLETE EN AMPLITUDE ET EN PHASE
DANS LE DOMAINE SPATIO-TEMPOREL.**

**MESURE DU COUPLAGE SPATIO-TEMPOREL DANS UNE
CONFIGURATION D’IMAGERIE ET DANS LE CAS D’UNE
PROPAGATION NON LINEAIRE.**

INTRODUCTION.....	149	
I. CARACTERISATION SPATIO-TEMPORELLE.....	150	
I.1	LE FILTRE DE LYOT ACCORDABLE A DOUBLE PASSAGE.....	151
I.2	LA TECHNIQUE SPATIO-TEMPORELLE.....	157
II. MESURES DU COUPLAGE SPATIO-TEMPOREL.....	164	
II.1	MESURE DU COUPLAGE SPATIO-TEMPOREL AU FOYER D’UN OBJECTIF.....	164
II.2	MESURE DU COUPLAGE SPATIO-TEMPOREL DU A UN EFFET NON LINEAIRE.....	178
CONCLUSION.....	186	
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	187	

CONCLUSION.....	189
------------------------	------------

Introduction

Les sources laser ultra-brèves sont devenues des produits commerciaux d'utilisation routinière. On peut en effet les utiliser comme des portes temporelles en se servant de leur largeur temporelle très petite, mais on peut également utiliser leur intensité crête importante pour générer des processus non linéaires dans des matériaux. Enfin, leur grande largeur spectrale donne accès à une spectroscopie multi longueurs d'onde résolue en temps.

Les caractéristiques du faisceau impulsif conditionnant l'interaction matière-rayonnement, la connaissance des propriétés de l'onde lumineuse, à la fois dans le domaine temporel et spatial, est nécessaire afin de pouvoir bien interpréter les processus mis en jeu au cours d'une expérience mais aussi afin de modifier les caractéristiques de l'impulsion en vue d'une optimisation de l'interaction visée.

Jusqu'à présent l'étude du champ laser impulsif s'était toujours bornée à discerner le comportement temporel de l'impulsion du comportement spatial du faisceau laser. Les traitements indépendants de ces deux domaines n'ont cessé de s'enrichir de nouvelles techniques plus performantes jusqu'à atteindre un degré de maturité tel qu'il est possible aujourd'hui de mesurer en amplitude et en phase une impulsion optique de quelques femtosecondes (soit 10^{-15} seconde), ainsi que sa forme spatiale (c'est-à-dire la répartition en intensité et son front d'onde). Ces outils sont néanmoins assez lourds d'utilisation et souvent seuls quelques paramètres de l'onde sont pertinents comme la durée de l'impulsion, la quantité de dérive de fréquences dans le domaine temporel, et la taille du faisceau ou encore la convergence du faisceau dans le domaine spatial.

L'étape supplémentaire qui consiste à mesurer complètement le faisceau laser impulsif dans le domaine espace-temps, est la conséquence naturelle de toute cette effervescence autour de la caractérisation complète du champ laser. L'intérêt par exemple d'une caractérisation spatio-temporelle est la compréhension et la maîtrise de l'onde au cours d'une interaction non linéaire avec la matière où il n'est plus possible de dissocier un effet purement spatial d'un effet purement temporel. Cependant la caractérisation spatio-temporelle

Introduction

de l'onde optique est un sujet délicat car il faut pouvoir mesurer un champ électromagnétique en fonction de trois degrés de liberté que sont les coordonnées spatiales transverses (par rapport à la direction de propagation de l'onde) et le temps. La représentation de l'onde devient alors beaucoup moins intuitive, ce qui complique par conséquent l'interprétation des effets de couplages.

Afin de rendre l'approche spatio-temporelle lisible sans avoir à passer par une solution tout numérique, la simplification de l'étude doit se faire sur deux fronts : au niveau de la description de l'onde mais également au niveau de l'interaction entre l'onde et la matière. En ce qui concerne le dernier point, nous avons choisi d'utiliser un oscillateur laserⁱ très stable de puissance crête modeste qui permet de traiter les processus non linéaires de manière « linéaire ». Cette solution a déjà été validée dans notre groupe lors de mesures très précises et absolues d'indices non linéaires dans des solides. Le premier point, c'est-à-dire la description de l'onde basée sur des outils simples, fait l'objet d'une partie de ce travail de thèse.

Ce mémoire de thèse propose de traiter de l'analyse complète (en amplitude et en phase) du laser impulsionnel dans le domaine espace-temps et de mesurer les couplages spatio-temporels provoqués par une propagation linéaire et non linéaire. Ce mémoire se divise en quatre chapitres.

Le premier chapitre pose les bases de la description de l'onde dans le domaine temporel et spatial. Après avoir introduit les outils mathématiques qui permettent une description simplifiée de l'onde à travers des grandeurs pertinentes (les outils que nous utilisons sont ceux de la théorie du signal que nous projetons dans le domaine de l'optique impulsionnelle comme la transformation de Fourier, la transformation de Wigner, et les moments du second ordre). Nous montrerons comment évolue l'onde au cours d'une propagation linéaire en étudiant l'évolution des moments du second ordre. Cette étude se fait dans l'espace, dans le temps et dans le domaine spatio-temporel qui prend en compte l'aspect impulsionnel du faisceau. Les bases de la description de l'onde établies, nous décrirons dans une deuxième partie les différentes techniques spatiales et temporelles pour remonter à l'information complète de l'onde. En établissant un dialogue croisé entre l'espace et le temps

i) L'oscillateur en question est le Titane saphir de Spectra-Physics nommé « Tsunami » qui délivre des impulsions de 100 fs à la fréquence de répétition de 80 MHz, de longueur d'onde 800 nm, pour une puissance moyenne comprise entre 1 et 2 W.

Introduction

(afin de faire ressortir la grande similitude de l'analyse de l'onde), nous décrivons les techniques qui permettent d'avoir une estimation temporelle et spatiale de l'onde, puis les techniques de mesure complète.

Le deuxième chapitre est dévolu à l'étude temporelle de l'impulsion et surtout au potentiel de ces techniques dans l'analyse des propriétés optiques des matériaux. Nous aborderons, dans une première partie, la technique FDPM (Frequency Domain Phase Measurement) à laquelle nous avons apporté des améliorations dans le traitement du signal. Nous appliquerons cette technique à la mesure classique de la dispersion d'un verre et à la mesure de l'indice non linéaire d'ordre trois (effet Kerr). La deuxième partie traite de l'interférométrie spectrale (analyse du signal, calibration) que nous avons appliquée à l'étude du phénomène de cascade de second ordreⁱ. Des mesures de la phase de cascade sur un cristal non linéaire doubleur de fréquence sont présentées ; nous les avons comparées au code de simulation que nous avons développé en Fortran.

Le troisième chapitre traite de la mesure spatiale du faisceau. Nous avons utilisé pour cela un réseau 2D (construit à l'ONERA et exploitée par l'école Polytechnique) qui permet de dupliquer en trois faisceaux l'onde incidente. L'interférogramme créé par les trois faisceaux peut être analysé comme dans la technique d'interférométrie spectrale (si ce n'est que la dimension de l'espace est ici de deux). Après avoir décrit les performances de la technique appelée Décalage Tri-Latéral, nous utiliserons le Tri-latéral pour mesurer la phase d'un faisceau à singularité de phase (vortex) et l'effet Kerr généré par un milieu non linéaire.

Le quatrième chapitre traite de la mesure spatio-temporelle. La technique est basée sur les techniques précédemment décrites (Interférométrie spectrale et Tri-latéral). Cela consiste à mesurer le front d'onde de chaque longueur d'onde et de faire une mesure temporelle au centre du faisceau. La technique a nécessité la fabrication d'un filtre de Lyot spéciale accordable dont la grande acceptance angulaire permet de ne pas altérer le front d'onde du faisceau. Nous appliquerons cette technique à la mesure du champ au foyer d'un objectif ($\times 8$) et après un milieu non linéaire. L'analyse de ces effets passe par l'étude des moments du premier et du second ordre développés au premier chapitre.

i) mécanisme équivalent à un effet Kerr mais avec un matériau de symétrie plus élevée.

Chapitre I

Métrologie dans le domaine spatial et temporel du laser impulsif

INTRODUCTION.....	3
I. DESCRIPTION CLASSIQUE DE L'ONDE LASER ISSUE D'UN OSCILLATEUR.....	5
I.1 STRUCTURE SPATIALE D'UNE ONDE LASER.....	5
I.2 STRUCTURE TEMPORELLE D'UNE ONDE LASER	6
I.3 LES OUTILS MATHÉMATIQUES D'ANALYSE DE L'ONDE LASER	8
I.3.1. <i>La transformation de Fourier</i>	8
I.3.2. <i>La distribution de Wigner, la transformation de Fourier fractionnaire et la transformation de Radon-Wigner</i>	9
I.3.3. <i>Les moments du premier ordre et du deuxième ordre</i>	12
I.3.3.a Définitions	12
I.3.3.b Relations entre les moments	14
II. PROPAGATION D'UN FAISCEAU IMPULSIONNEL.....	17
II.1 EQUATIONS PRINCIPALES DE LA PROPAGATION	17
II.2 PROPAGATION LINEAIRE.....	18
II.2.1. <i>Propagation linéaire dans le domaine spatial</i>	19
II.2.1.a Résolution de l'équation de propagation	19
La dimension spatiale est égale à 1(axe Oz).....	19
La dimension spatiale est égale à 3	19
II.2.1.b Conséquences sur les moments.....	21
II.2.2. <i>Propagation linéaire dans le domaine temporel</i>	25
II.2.2.a Résolution de l'équation de propagation	26
II.2.2.b Conséquences sur les moments.....	27
Cas d'une dispersion du deuxième ordre.....	27
Cas d'une dispersion de deuxième et de troisième ordre.....	27
II.2.2.c Implications des propriétés de la transformation de Fourier sur l'impulsion	28
II.2.3. <i>Propagation linéaire dans le domaine « spatio-temporel »</i>	29
II.2.3.a Résolution de l'équation	29
II.2.3.b Facteur de couplage \mathcal{C}	32
II.3 PROPAGATION NON LINEAIRE	34

II.3.1. L'automodulation de phase et l'autofocalisation.....	36
Absorption à deux photons dans les photodiodes'	37
II.3.3. Génération de seconde harmonique.....	39
III. CARACTERISATION COMPLETE EN AMPLITUDE ET EN PHASE DU FAISCEAU LASER	
IMPULSIONNEL	41
III.1 ESTIMATION DE L'AMPLITUDE DU FAISCEAU IMPULSIONNEL	41
III.1.1. Estimation de la largeur spatiale	42
III.1.1.a Les profileurs de faisceau.....	42
La fente mobile	42
L'analyse avec une lame de couteau	42
III.1.1.b Mesure des paramètres statistiques du faisceau : le M^2	42
III.1.2. Estimation de la largeur temporelle.....	43
III.1.2.a Autocorrélateur.....	43
Trace d'autocorrélation non linéaire	44
Caractérisation d'une impulsion symétrique	44
Caractérisation d'une impulsion quelconque.....	45
III.1.2.b Mesures différentielles par absorption à deux photons.....	46
III.2 MESURE COMPLETE EN AMPLITUDE ET EN PHASE DU FAISCEAU ET DE L'IMPULSION.....	48
III.2.1. Mesure interférométrique.....	48
III.2.1.a Interférométrie à référence	49
III.2.1.b Interférométrie à décalage	52
III.2.2. Mesure par diffraction à l'infini.....	56
III.2.3. Mesures dans l'espace direct et dans l'espace de Fourier.....	59
III.2.4. Mesure par propagation.....	60
III.2.5. Mesure par effet spatio-temporel	61
III.2.6. Mesure par polarisation.....	63
CONCLUSION	65
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	67

Introduction

La caractérisation complète du champ électrique des impulsions optiques ultracourtes (c'est-à-dire la connaissance de son amplitude et de sa phase) est un problème toujours d'actualité qui date du développement des lasers à blocage de modes il y a trente ans. La nécessité d'une telle mesure apparaît déterminante avec le développement croissant des applications pour différentes raisons. En premier lieu les concepteurs de lasers veulent vérifier les modèles théoriques des générateurs d'impulsions et comprendre les distorsions qui limitent leur largeur temporelle^{1,2}. D'autre part les expérimentateurs ont besoin de déterminer la résolution temporelle de leur expérience lorsqu'ils se servent du laser comme d'une porte temporelle ou lorsqu'ils désirent connaître précisément la quantité d'énergie qu'ils déposent dans un milieu. De plus dans beaucoup d'expériences, en particulier les études de vibrations moléculaires, des informations supplémentaires sur la forme de l'impulsion jouent un rôle crucial dans le résultat de l'expérience. L'importance par exemple de la variation de fréquence pendant l'impulsion, communément appelée dérive de fréquence (ou « chirp » en anglais), peut en effet exalter la photodissociation moléculaire³ et modifier l'interprétation physique du phénomène.

Depuis une dizaine d'années des progrès remarquables sont survenus dans le développement des techniques de mesure d'impulsions ultracourtes. Le problème était difficile car leur durée est beaucoup plus petite que la résolution temporelle des détecteurs électroniques actuels et il a fallu contourner cette difficulté en inventant des systèmes optiques originaux dont le principe provenait de la technologie des radars ou de la mesure de la phase spatiale. Les premières techniques consistaient à enregistrer via un processus non linéaire la trace d'autocorrélation de l'impulsion optique afin de déterminer son enveloppe temporelle. Néanmoins ces techniques, encore employées dans les laboratoires et précurseurs de la métrologie femtoseconde, ne permettent pas de caractériser complètement le champ électrique qui s'exprime, sous sa forme complexe, suivant une amplitude et une phase. Depuis les années 1970⁴, des efforts ont été alors entrepris dans la voie de la caractérisation complète de champ, comme en la personne de E. B. Treacy⁵ et de C. Froehly⁶, et jusqu'à ce jour on ne compte plus le nombre de propositions de mesures temporelles qui apparaissent dans les revues spécialisées.

Parallèlement à cette thématique, l'intérêt de caractériser le faisceau laser en amplitude et en phase dans le domaine spatial s'est fait de plus en plus pressant, et de vieilles techniques de senseurs de surface ont été revisitées afin de les appliquer à la technologie laser. La mesure du front d'onde est en effet un sujet ancien qui date des premières expériences d'interférométrie d'Young en 1803 et dont le but essentiel était de mesurer les défauts de surface en utilisant une onde de référence faiblement cohérente. Les concepteurs de lasers ont commencé alors à employer ces techniques afin de compenser, à l'aide de miroirs déformables, les distorsions de phase dans les chaînes laser amplificatrices où l'effet du couplage spatio-temporel peut être important. Ce concept est connu sous le nom d'optique adaptative⁷ et il est utilisé largement par les astronomes et a démontré son efficacité depuis une dizaine d'années.

Ce chapitre introductif a pour but de définir dans un premier temps les concepts élémentaires de l'impulsion laser⁸ et de son interaction avec la matière^{9,10} puis de détailler les techniques de mesure les plus couramment utilisées en optique femtoseconde^{11,12,13}. A cause de la grande similitude entre le comportement temporel et spatial du faisceau laser impulsionnel, ces deux aspects ont été traités simultanément dans ce chapitre afin de poser les bases d'une caractérisation « spatio-temporelle » de l'impulsion dont nous étudierons les conséquences au chapitre IV.

I. Description classique de l'onde laser issue d'un oscillateur

L'onde laser est définie en temps et en espace par la cavité et le milieu amplificateur. La connaissance des caractéristiques de l'oscillateur permettrait alors de connaître les propriétés de l'onde. Ceci est raisonnablement vrai pour un simple oscillateur mais souvent l'onde que les expérimentateurs utilisent a interagi, entre l'oscillateur et l'expérience, avec de nombreux éléments tels que des lentilles, parfois des objectifs de microscope, des réseaux, des fibres et des amplificateurs optiques si l'onde a été au préalable amplifiée. Il va sans dire que la déduction théorique des propriétés de l'onde est plus hypothétique et une mesure expérimentale est nécessaire bien qu'elle soit délicate car l'onde n'est pas stationnaire et la description mathématique la plus adaptée dans ce cas de figure ne permet pas une interprétation énergétique aisée. Néanmoins, en faisant abstraction de la complexité du problème, nous allons rappeler quelques notions utiles sur l'onde laser issue d'un oscillateur dans le domaine spatial et temporel¹⁴ afin d'introduire un vocabulaire et des concepts que nous utiliserons dans la suite de la thèse. Puis nous traiterons dans une dernière partie des outils mathématiques qui servent à décrire l'onde laser.

I.1 Structure spatiale d'une onde laser

Le faisceau laser est décrit, dans sa forme complexe, par une amplitude $A_{(\mathbf{r}_\perp, z)}$ et une phase $\varphi_{(\mathbf{r}_\perp, z)}$ où \mathbf{r}_\perp désigne les coordonnées d'un plan perpendiculaire à l'axe de propagation dont la coordonnée est z .

$$E_{(\mathbf{r}_\perp, z)} = A_{(\mathbf{r}_\perp, z)} e^{i\varphi_{(\mathbf{r}_\perp, z)}} \quad (\text{I.1})$$

La phase φ porte le nom de front d'onde et représente la forme du faisceau dans l'espace à un temps t donné. Lorsque le comportement du front d'onde est quadratique en \mathbf{r}_\perp , il est courant d'introduire la notion de rayon de courbure $R_{(z)}$ défini par l'expression suivante :

$$\Phi_{(r_{\perp}, z)} = -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{r_{\perp}^2}{2R_{(z)}} \quad (\text{I.2})$$

où λ est la longueur d'onde du faisceau dans le milieu.

Les propriétés spatiales de l'onde sont liées à la configuration de la cavité dans laquelle est placé le milieu amplificateur. La cavité optique a pour rôle d'engendrer un état stationnaire du champ de sorte que la diffraction soit compensée et que l'amplitude et la phase du champ soient identiques après un aller-retour dans la cavité. Les modes propres de la cavité qui ne subissent pas de déformation radiale due à la diffraction lors de leur construction dans le résonateur sont solutions de l'équation de diffraction qui est traitée en détails au paragraphe II.2.1. Par exemple les ondes à profil gaussien font partie de ces solutions puisque la transformée de Fourier d'une gaussienne est une gaussienne et que la diffraction qui régit la transformation radiale d'une onde dans une cavité est décrite mathématiquement par une transformation de Fourier. De manière plus générale, il existe un ensemble de solutions décomposables linéairement sur des bases orthogonales de structures notées TEM_{mn} (appelés modes transverses de la cavité) dont nous ne traiterons pas des propriétés dans cet ouvrage.

I.2 Structure temporelle d'une onde laser

De manière similaire au faisceau, l'impulsion laser est décrite, dans sa forme complexe, par une amplitude $A_{(t,z)}$ et une phase $\varphi_{(t,z)}$.

$$E_{(t,z)} = A_{(t,z)} e^{i\varphi_{(t,z)}} \quad (\text{I.3})$$

La dérivée de la phase φ en fonction du temps représente la fréquence instantanée de l'onde c'est-à-dire le temps d'arrivée des composantes spectrales qui composent l'impulsion. Par exemple une onde monochromatique a une phase φ égale à $\omega_0 t$ (où ω_0 est la pulsation de l'onde monochromatique) et sa fréquence instantanée vaut ω_0 . En revanche pour une phase quadratique, la fréquence instantanée est linéaire et on parle dans ce cas de dérive de fréquences. Comme on le verra plus tard, une dérive de fréquences modifie la largeur temporelle de l'impulsion.

La génération d'impulsion dans un oscillateur vient de l'établissement d'ondes stationnaires dans la cavité ce qui implique que seules les fréquences de résonance de la cavité (appelées

modes longitudinaux) peuvent osciller. Comme l'émission laser ne se produit que lorsque le gain de la cavité est supérieur aux pertes, seuls quelques uns de ces modes respectant cette condition peuvent donner lieu à l'émission laser et la sortie multimode du champ laser s'écrit alors sous la forme :

$$E_{(t)} = \sum_{\omega_n = \omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \tilde{E}_{(\omega_n)} e^{i\omega_n t} \quad (\text{I. 4})$$

où $\omega_n = \omega_0 + n c / 2L$ sont les fréquences de résonance d'une cavité de longueur L centrées autour de la fréquence ω_0 (c étant la vitesse de la lumière), et $\tilde{E}_{(\omega_n)}$ un terme complexe traduisant l'efficacité du gain du milieu amplificateur suivant la longueur d'onde.

A priori la relation de phase entre les différents termes $\tilde{E}_{(\omega_n)}$ étant aléatoire, la valeur moyenne de l'intensité résultante est égale à la somme des différentes intensités. En revanche si les modes longitudinaux sont bloqués en phase, c'est-à-dire qu'une relation de phase s'établit dans la cavité, le champ interfère de manière constructive sous la forme d'impulsions dont la fréquence de répétition est $c/2L$. Pour information, le nombre de modes longitudinaux dans le laser Titane Saphir est en moyenne de 10^5 modes, ce qui permet d'étendre l'écriture du champ d'une impulsion à la forme suivante :

$$E_{(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_{(\omega)} e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{I. 5})$$

Afin d'assurer un blocage global de l'ensemble des phases de tous les modes, il suffit de moduler en amplitude, à la fréquence de répétition du laser, les modes les plus énergétiques. Un régime d'oscillations forcées s'établit alors obligeant les modes adjacents à osciller en phase, ce qui de proche en proche conduit au résultat escompté. La modulation à la fréquence $c/2L$ des pertes de la cavité est de deux types en général :

- Un mode actif en induisant mécaniquement une modulation de l'intensité optique (par un acousto-optique par exemple).
- Un mode passif grâce à un absorbant saturable qui sélectionne à chaque passage de l'impulsion les modes les plus énergétiques ou/et grâce à l'autofocalisation due à l'effet Kerr dans le cristal qui permet de sélectionner spatialement les pics d'intensité les plus focalisés.

Enfin à cause des effets de dispersion dans le cristal et des éléments optiques dans la cavité, chaque mode longitudinal ne subit pas le même trajet optique. Afin de compenser cette dérive

de fréquence qui a pour effet d'élargir l'impulsion, on utilise un dispositif dispersif (prismes¹⁵, réseaux ou miroirs chirpés). La propagation des impulsions dans la cavité est alors de type soliton et la forme théorique du champ s'apparente à une sécante hyperbolique¹⁶.

La description du laser à blocage de modes présentée dans ce paragraphe est en fait très simplifiée et elle ne tient pas compte de l'automodulation de phase dans le milieu amplificateur. En fait les fréquences émises par le laser à blocage de modes ne correspondent pas aux modes de la cavité, puisque les fréquences du train émis par un laser sont rigoureusement équidistantes alors que les modes de la cavité suivent la dispersion du milieu dans la cavité. Cette « équidistance » du peigne a été mesurée par l'équipe de J.C. Diels¹⁷ qui l'a utilisée pour mesurer également la dispersion de l'air dans une cavité de référence¹⁸. Cette « équidistance » a été aussi utilisée pour mesurer très précisément des fréquences optiques¹⁹.

I.3 Les outils mathématiques d'analyse de l'onde laser

Quoique les descriptions traditionnelles et naturelles des phénomènes physiques soient le temps et l'espace, leurs domaines conjugués au sens de Fourier (c'est-à-dire le domaine fréquentiel et les vecteurs d'onde) sont souvent plus pertinents dans l'analyse du signal et dans l'interprétation même de certains processus. En effet il nous est en général impossible de mesurer directement le champ dans le domaine temporel et spatial (soit l'amplitude et la phase) et c'est l'étude comparée avec leur domaine conjugué qui peut nous renseigner sur la forme de l'onde. Le passage d'un domaine à l'autre nécessite la mise en œuvre d'outils mathématiques que nous allons introduire.

I.3.1. La transformation de Fourier²⁰

La transformation la plus connue en optique est la transformation de Fourier (TF) à laquelle nous avons déjà fait allusion. Elle consiste à décomposer le champ sur une base continue d'ondes planes $\exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$. L'espace et le temps n'ayant ni la même dimension ni la même expression de l'onde plane, la TF dans le domaine temporel est défini de la manière suivante

$$\text{TF}\left[\mathbf{f}_{(t)}\right]_{(\omega)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{f}_{(t)} e^{-i\omega t} dt = \tilde{\mathbf{f}}_{(\omega)} \quad (\text{I.6})$$

et dans le domaine spatial la TF a pour forme :

$$\text{TF}\left[\mathbf{f}_{(\mathbf{r}_\perp, z)}\right]_{(\mathbf{k}_\perp, z)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{f}_{(\mathbf{r}_\perp, z)} e^{-i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} d^2\mathbf{r}_\perp = \tilde{\mathbf{f}}_{(\mathbf{k}_\perp, z)} \quad (\text{I.7})$$

où \mathbf{r}_\perp désigne les coordonnées sur un plan perpendiculaire à la direction z .

La transformation de Fourier est très utilisée car elle rend compte avec élégance de la diffraction de l'onde en champ lointain (au sens de Fraunhofer), elle fournit un cadre dans lequel la description de la formation des images est simplifiée et enfin elle montre le poids des composantes spectrales contenues dans le signal. Malheureusement la localisation spatiale (ou temporelle) de ces composantes spectrales est cachée dans la phase du spectre, ce qui a conduit à la définition de nouvelles représentations espace-vecteurs d'onde (ou temps-fréquence) représentées dans un plan.

I.3.2. La distribution de Wigner, la transformation de Fourier fractionnaire et la transformation de Radon-Wigner²¹

Parmi toutes les représentations de l'onde développées ces dernières années (telles que la transformation de Gabor²² et la transformation en ondelettes²³), la distribution de Wigner est un outil pertinent pour la description du domaine espace-spectre quadratique (c'est-à-dire que la phase du signal considéré est quadratique).

La distribution de Wigner d'une fonction $f(x)$ est définie par :

$$W_{f(x,k)} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{(x+s/2)} f_{(x-s/2)}^* e^{iks} ds = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}_{(k+s/2)} \tilde{f}_{(k-s/2)}^* e^{-ixs} ds \quad (\text{I.8})$$

où l'astérisque indique le complexe conjugué de la fonctionⁱ. On peut voir cette fonction comme une représentation de l'espace de phase de l'onde ou comme une représentation locale du spectre du signal (au contraire de la TF) puisque

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W_{f(x,k)} dx = \left| \tilde{f}_{(k)} \right|^2 \quad \text{ou} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} W_{f(x,k)} dk = 2\pi \left| f_{(x)} \right|^2 \quad (\text{I.9})$$

i) x et k sont des variables conjuguées au sens de Fourier. Suivant le domaine dans lequel on se place, on peut remplacer x et k par t et ω ou \mathbf{r} et \mathbf{k} .

Nous avons pris comme définition de la TF la relation : $\text{TF}\left[\mathbf{f}_{(x)}\right]_{(k)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{f}_{(x)} e^{ikx} dx$

Pour exemple nous avons calculé la distribution de Wigner de deux fonctions gaussiennes dont la phase pour l'une est nulle et quadratique pour l'autre (Figure 1). Nous pouvons voir que la phase quadratique se manifeste alors simplement par l'inclinaison de la distribution et que cette distribution s'est déformée en s'aplatissant dans une direction.

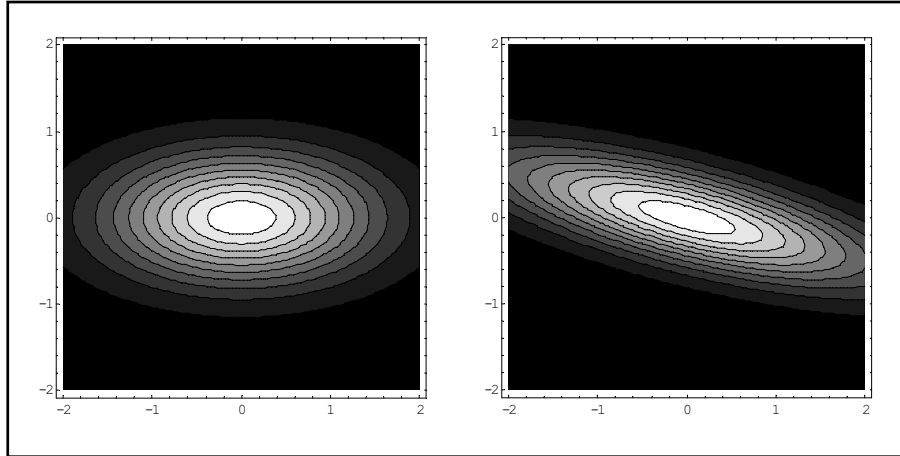


Figure 1 Représentation de la distribution de Wigner d'une gaussienne sans phase (image de gauche), et d'une gaussienne avec une phase quadratique de la forme αx^2 (image de droite). L'axe des abscisses correspond à la coordonnée x , et l'axe des ordonnées au spectre associé.

Il existe en revanche une classe de transformations qui permet de produire une rotation de l'espace des phases sans le déformer et qui est nommée la transformée de Fourier fractionnaire :

$$R^\alpha \left[f_{(x)} \right]_{(k)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha/2}}{\sqrt{i \sin \alpha}} e^{i \frac{1/2(x^2+k^2) \cos \alpha - kx}{\sin \alpha}} f_{(x)} dx = f_{\alpha(k)} \quad (I.10)$$

La TF fractionnaire peut être considérée comme une généralisation de la TF ordinaire pour un paramètre α qui est interprété comme un angle de rotation de l'espace des phases (voir l'annexe I pour les propriétés de la TF fractionnaire). Ainsi pour $\alpha=0$ et pour $\alpha=\pi/2$ nous retrouvons les axes orthogonaux de l'espace des phases, soit

$$\begin{aligned} f_{0(k)} &= f_{(k)} \\ f_{\pi/2(k)} &= \tilde{f}_{(k)} \end{aligned} \quad (I.11)$$

Et plus généralement, nous avons

$$TF \left[f_{\alpha(k)} \right]_{(x)} = f_{\alpha+\pi/2(x)} \quad (I.12)$$

La TF fractionnaire n'est pas seulement un outil mathématique, elle décrit la propagation d'un champ optique à travers un milieu dont l'indice de réfraction est quadratique dans l'approximation paraxiale²⁴.

Parce que la TF fractionnaire produit une rotation dans l'espace des phases d'un angle α (Figure 2), la puissance spectrale fractionnaire $\left|f_{\alpha(k)}\right|^2$ est la projection de la distribution de Wigner dans la direction de l'espace des phases comme le montre l'équation (I.13)

$$\left|f_{\alpha(k)}\right|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} W_{f_{\alpha}(x,k)} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} W_{f(x \cos \alpha - k \sin \alpha, x \sin \alpha + k \cos \alpha)} dx \quad (I.13)$$

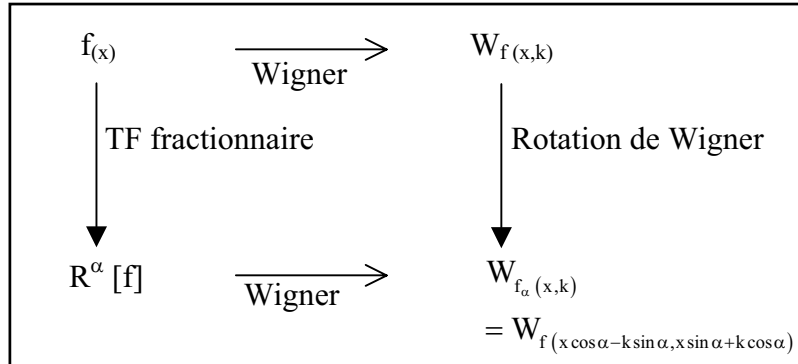


Figure 2 Relation qui lie la distribution de Wigner à la transformation de Fourier fractionnaire.

Le module au carré de la TF fractionnaire $\left|f_{\alpha(k)}\right|^2$ joue un rôle important car un jeu de la puissance spectrale fractionnaire, pour des angles α compris entre 0 et π , correspond à une transformation de Radon de la distribution de Wigner nommée alors transformation de Radon-Wigner²⁵.

$$RW\left[f_{(x)}\right]_{(\alpha,k)} = \int_{-\infty}^{+\infty} W_{f_{\alpha}(x,k)} dx \quad (I.14)$$

La transformation de Radon est beaucoup employée en tomographie et la distribution de Wigner peut être alors obtenue en appliquant les algorithmes usuels de la transformation de Radon inverse dont le principe est expliqué sur la Figure 3²⁶. Cela consiste à mesurer différentes projections de l'espace de phase, à calculer leur TF, puis à collecter les résultats pour reconstruire l'espace des phases par une TF en deux dimensions.

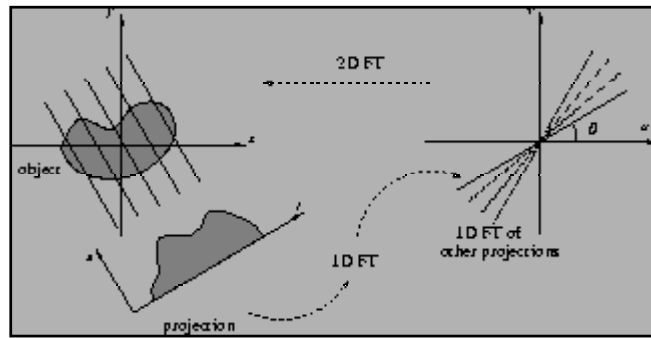


Figure 3 Représentation schématique de la transformation inverse de Radon. Le schéma vient de la référence 27.

En théorie cette méthode permet de reconstruire l'espace des phases mais elle nécessite plusieurs projections (suivant la complexité de la distribution) ce qui peut s'avérer difficile expérimentalement.

I.3.3. Les moments du premier ordre et du deuxième ordre

La caractérisation complète du champ n'est pas aisée et souvent les expérimentateurs n'ont pas besoin de connaître toute l'information. Par exemple la valeur de l'énergie déposée dans un échantillon peut suffire à la modélisation de l'interaction du champ laser avec la matière. La connaissance, dans ce cas, de la durée effective de l'impulsion ou de la largeur du faisceau est alors suffisante.

I.3.3.a Définitions

A cet effet, l'écart quadratique moyen en est un bon critère. L'écart moyen de l'intensité $|f_{(x)}|^2$ est défini par

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (\text{I.15})$$

et il représente la largeur effective de l'intensité avec $\langle x \rangle$ et $\langle x^2 \rangle$ qui sont respectivement le moment normalisé du premier ordre et le moment du deuxième ordre dont les expressions sont les suivantes :

$$\langle x \rangle = \frac{\int x |f_{(x)}|^2 dx}{\int |f_{(x)}|^2 dx} \quad (\text{I.16})$$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\int x^2 |f(x)|^2 dx}{\int |f(x)|^2 dx} \quad (\text{I.17})$$

Le moment du premier ordre représente le centre de gravité de l'intensité et généralement le référentiel de l'onde est choisi de sorte que sa valeur soit nulle. Les moments sont normalisés sur l'énergie totale du signal qui est égale à l'intégrale de l'intensité.

Nous pouvons définir de même l'écart moyen de l'intensité spectrale $|\tilde{f}(k)|^2$ qui représente la largeur effective de l'intensité spectrale, et les moments qui lui sont associés.

$$\Delta k = \sqrt{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2} \quad (\text{I.18})$$

$$\langle k \rangle = \frac{\int k |\tilde{f}(k)|^2 dk}{\int |\tilde{f}(k)|^2 dk} \quad (\text{I.19})$$

$$\langle k^2 \rangle = \frac{\int k^2 |\tilde{f}(k)|^2 dk}{\int |\tilde{f}(k)|^2 dk} \quad (\text{I.20})$$

Ces définitions sont généralisables au sens de la distribution de Wigner et elles aboutissent, d'après (I.9), aux mêmes égalités comme le montrent les équations suivantes

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\iint x^2 W_{f(x,k)} dx dk}{\iint W_{f(x,k)} dx dk} = \frac{\int x^2 |f(x)|^2 dx}{\int |f(x)|^2 dx} \quad (\text{I.21})$$

$$\langle k^2 \rangle = \frac{\iint k^2 W_{f(x,k)} dx dk}{\iint W_{f(x,k)} dx dk} = \frac{\int k^2 |\tilde{f}(k)|^2 dk}{\int |\tilde{f}(k)|^2 dk} \quad (\text{I.22})$$

En revanche, la distribution de Wigner permet d'introduire une autre grandeur appelée moment du second ordre mixte qui représente le couplage entre les variables conjuguées

$$\Delta(x, k) = \frac{\iint (x - \langle x \rangle)(k - \langle k \rangle) W_{f(x,k)} dx dk}{\iint W_{f(x,k)} dx dk} \quad (\text{I.23})$$

Si le moment mixte n'est pas nul, cela signifie que le centre de gravité de l'intensité spectrale (ou encore la fréquence moyenne) évolue suivant la position x (voir la Figure 1). Il est alors commode de définir un moment local de la fréquence moyenne intégrée sur une seule variable

$$\bar{k}(x) = \frac{\int k W_{f(x,k)} dk}{\int W_{f(x,k)} dk} \quad (\text{I.24})$$

Si le signal $f_{(x)}$ est représenté par sa partie absolue et sa phase $\varphi_{(x)}$, nous obtenons alors la relation intéressante (I.25) qui montre que la fréquence moyenne est égale à la dérivée de la phase du signal ⁱ

$$\bar{k}_{(x)} = \frac{d}{dx}(\varphi_{(x)}) \quad (I.25)$$

Cette fréquence moyenne locale porte le nom de **dérive de fréquences** (ou chirp en anglais). En particulier on parle de chirp linéaire pour une phase quadratique. Lorsque $\bar{k}_{(x)}$ est constant quelle que soit la position x et que la signal $f_{(x)}$ est symétrique, on dit alors que le champ est **limité par transformation de Fourier** car, que ce soit dans l'espace conjugué ou dans l'espace direct, le signal est une fonction réelle. Notez que cette condition est plus restrictive que l'absence de dérive de fréquences.

I.3.3.b Relations entre les moments

La relation la plus connue entre les moments du second ordre est le principe d'incertitude que l'on retrouve dans tous les domaines de la physique qui manient les espaces de phase (physique quantique, physique statistique...).

On montre d'une manière généraleⁱⁱ que le produit des moments au second ordre des variables conjuguées est supérieur ou égal à 1/4 :

i) La démonstration de la relation (I.25) est basée sur deux propriétés de la fonction de Dirac $\delta_{(s)}$

Propriété 1 : $\int u e^{i u s} du = -i 2\pi \dot{\delta}_{(s)}$

Propriété 2 : $\int \dot{\delta}_{(s)} g_{(s+x)} ds = -\dot{g}_{(x)}$

où le point symbolise la dérivée première par rapport à la variable s .

ii) Démonstration du principe d'incertitude

Soit une fonction $g_{(x)} = x f_{(x)} + \mu \dot{f}_{(x)}$. Le calcul de l'énergie totale de $g_{(x)}$ conduit à

$$\int |g_{(x)}|^2 dx = \int x^2 |f_{(x)}|^2 dx + \mu \left(\int x f_{(x)} \dot{f}_{(x)}^* dx + \int x \dot{f}_{(x)} f_{(x)}^* dx \right) + \mu^2 \int |\dot{f}_{(x)}|^2 dx \geq 0$$

1. On montre que $\int |\dot{f}_{(x)}|^2 dx = \frac{1}{2\pi} \int k^2 |\tilde{f}_{(k)}|^2 dk$

en utilisant la relation de Parseval : $\int |\dot{f}_{(x)}|^2 dx = \frac{1}{2\pi} \int |\text{TF}[\dot{f}_{(x)}]_{(k)}|^2 dk$ et sachant que $\text{TF}[\dot{f}_{(x)}]_{(k)} = -i k \tilde{f}_{(k)}$

2. Parce que la fonction $f_{(x)}$ est à support borné, nous avons

$$\int \frac{d}{dx} (x f_{(x)} f_{(x)}^*) dx = \int |f_{(x)}|^2 dx + \int x f_{(x)}^* \dot{f}_{(x)} dx + \int x \dot{f}_{(x)}^* f_{(x)} dx = 0$$

Ainsi, après avoir divisé $\int |g_{(x)}|^2 dx$ par $\int |f_{(x)}|^2 dx$ nous obtenons l'inégalité suivante :

$$\mu^2 \langle k^2 \rangle - \mu + \langle x^2 \rangle \geq 0$$

Suite de la note, page suivante...

$$\langle x^2 \rangle \langle k^2 \rangle \geq \frac{1}{4} \quad (\text{I.26})$$

L'égalité est obtenue pour une fonction gaussienne, ce qui implique que la distribution de Wigner pour une gaussienne occupe la plus petite aire dans le plan espace-spectre.

D'autre part, pour un signal limité par transformée de Fourier ou sans dérive de fréquence, les moments de premier ordre $\langle x \rangle$ et $\langle k \rangle$ sont nuls (si nous décrivons bien entendu le signal dans son repère de groupe). Ainsi si nous considérons un tel signal, nous obtenons une expression en fonction des écarts quadratiques moyens

$$\Delta x \Delta k = \frac{M^2}{2} \quad (\text{I.27})$$

où M^2 est un facteur de forme supérieur ou égal à 1 dont la valeur dépend de la forme du signal. Par exemple $M^2=1$ pour une gaussienne, $M^2=1.05$ pour une sécante hyperbolique, $M^2=1.4$ pour une lorentzienne et $M^2=6.54$ pour un carré.

Il est intéressant aussi de connaître la relation entre les moments du deuxième ordre lorsque la phase du signal est quadratique. Nous verrons en effet dans le paragraphe suivant que la propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif ou un faisceau dans le vide se manifeste par l'ajout d'une phase quadratique (si on néglige les aberrations).

Dans un cas plus général, considérons que le signal dans l'espace des fréquences s'exprime par une amplitude dont le barycentre est centré en zéro et une phase dont les variations sont faibles

$$\tilde{f}_{(k)} = A_{(k)} e^{i\phi_{(k)}} \quad \text{avec} \quad \phi_{(k)} \approx \dot{\phi}_{(0)} k + \frac{1}{2} \ddot{\phi}_{(0)} k^2 \quad \text{et} \quad \langle k \rangle = 0 \quad (\text{I.28})$$

Les moments de premier et deuxième ordre, pour lesquels l'énergie est normalisée à 1, sont alors égaux à

$$\langle x^2 \rangle = \int x f_{(x)} x f_{(x)}^* dx = \int \tilde{f}_{(k)} \tilde{f}_{(k)}^* dk = \int \dot{A}_{(k)}^2 dk + \int \dot{\phi}_{(k)}^2 A_{(k)}^2 dk \quad (\text{I.29})$$

$$\langle x \rangle = \int x f_{(x)} f_{(x)}^* dx = -i \int \tilde{f}_{(k)} \tilde{f}_{(k)}^* dk = \int \dot{\phi}_{(k)} A_{(k)}^2 dk \quad (\text{I.30})$$

Le polynôme en μ ne possède au plus qu'une seule racine, ce qui implique que le discriminant Δ doit être inférieur ou égal à zéro, soit

$$\Delta = 1 - 4 \langle x^2 \rangle \langle k^2 \rangle \leq 0$$

d'où la relation d'incertitude liée à des variables conjuguées : $\langle x^2 \rangle \langle k^2 \rangle \geq \frac{1}{4}$

En développant la phase à l'ordre 2, nous obtenons l'expression de l'écart quadratique moyen du signal en fonction des moments calculés à partir du signal sans dérive de fréquence.

$$\Delta x^2 = \Delta x_{\varphi=0}^2 + \ddot{\varphi}_{(0)}^2 \Delta k_{\varphi=0}^2 \quad (\text{I.31})$$

Ce résultat met en évidence l'influence de la phase sur l'élargissement du signal et démontre que l'écart quadratique moyen est minimal pour un signal limité par transformée de Fourier.

Enfin nous pouvons généraliser l'expression (I.27) pour un signal affecté par une phase quadratique et montrer que le produit des écarts quadratiques est proportionnel au carré du facteur de forme M^2 et à un facteur κ que l'on appellera facteur de chirp

$$\Delta x^2 \Delta k^2 = \frac{M^4}{4} \kappa \quad \text{avec} \quad \kappa = 1 + \frac{\ddot{\varphi}_{(0)}^2 M^4}{4 \Delta x_{\varphi=0}^4} \quad (\text{I.32})$$

Notez que le facteur de chirp est égal à 1 lorsque la dérivée seconde de la phase $\varphi_{(\omega)}$ est nulle.

L'évolution des écarts quadratiques en fonction d'une phase quadratique a une grande importance lorsqu'on décrit le comportement du faisceau et de l'impulsion après une propagation. Nous allons voir en effet dans la prochaine partie du chapitre que la propagation se traduit par l'ajout d'une phase quadratique (au premier ordre).

II. Propagation d'un faisceau impulsif

Nous abordons dans ce paragraphe la propagation de l'onde laser dans le domaine temporel et spatial en particulier les interactions non linéaires à quelques processus que nous avons étudiés durant ce travail de thèse.

II.1 Equations principales de la propagation

Les impulsions laser sont des ondes électromagnétiques qui satisfont les équations de Maxwell dans un milieu matériel :

$$\begin{aligned}\nabla \wedge \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & \nabla \wedge \mathbf{H} &= -\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho\end{aligned}\quad (\text{I.33})$$

où \mathbf{B} , \mathbf{H} , \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{j} et ρ sont respectivement le champ magnétique, l'induction magnétique, le champ électrique, l'induction électrique, la densité de courant et la distribution de charges. A ces équations, il faut rajouter les relations constitutives de la matière

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad (\text{I.34})$$

où \mathbf{P} , \mathbf{M} , ε_0 et μ_0 sont respectivement la polarisation, l'aimantation, la constante diélectrique du vide ($\varepsilon_0 = 8,854.10^{-12} \text{F.m}^{-1}$) et la perméabilité magnétique du vide ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{H.m}^{-1}$).

Tous les milieux que nous avons utilisés sont considérés comme non magnétiques et sans charge libre. Nous avons donc

$$\mathbf{M}=0 \quad , \quad \mathbf{j}=0 \quad \text{et} \quad \rho=0 \quad (\text{I.35})$$

La description de la propagation de champs laser intenses nécessite de développer la polarisation en série de puissances du champ électrique que l'on regroupe dans un terme de polarisation non linéaire, ce qui aboutit à décrire la polarisation en fonction de deux termes de polarisation, une polarisation linéaire et une polarisation non linéaire

$$\mathbf{P}_{(\mathbf{r},t)} = \mathbf{P}_{\text{linéaire}(\mathbf{r},t)} + \mathbf{P}_{\text{non linéaire}(\mathbf{r},t)} \quad \text{avec} \quad \mathbf{P}_{\text{linéaire}(\mathbf{r},t)} = \varepsilon_0 \int \mathbf{R}_{(\mathbf{r}_1,t_1)}^{(1)} \mathbf{E}_{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1,t-t_1)} d\mathbf{r}_1 dt_1 \quad (\text{I.36})$$

où $R^{(1)}$ est un tenseur d'ordre 2 dans les matériaux anisotropes. La polarisation non linéaire est traitée au paragraphe II.3.

En utilisant les relations définies précédemment, nous obtenons l'équation de propagation

$$\Delta \mathbf{E}_{(r,t)} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\mathbf{E}_{(r,t)} + \frac{1}{\epsilon_0} \mathbf{P}_{\text{linéaire}(r,t)} \right) = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{\text{non linéaire}(r,t)}}{\partial t^2} \quad (\text{I.37})$$

puisque $\nabla \wedge \nabla \wedge \mathbf{E} = \underbrace{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E})}_{=0} - \Delta \mathbf{E}$ et $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

II.2 Propagation linéaire

Ce paragraphe a pour but de décrire le comportement du faisceau impulsif au cours d'une propagation linéaire. Nous considérons alors que $\mathbf{P}_{\text{non linéaire}} = 0$. De plus, par souci de simplifications, nous nous plaçons dans un milieu isotrope afin de résoudre l'équation de l'onde sous une forme scalaire. Enfin nous supposons que la polarisation en un point ne dépend que du champ électrique en ce même point ce qui réduit l'expression de la polarisation en une simple convolution temporelle.

Néanmoins le produit de convolution de la polarisation linéaire rend la résolution de l'équation délicate et la seule possibilité est de se placer dans l'espace des fréquences. Nous avons alors fait le choix de travailler dans l'espace de Fourier en fréquence et en vecteur d'onde.

L'équation de propagation dans l'espace (\mathbf{k}, ω) devient alors

$$-k^2 \tilde{\mathbf{E}}_{(\mathbf{k}, \omega)} + \bar{k}_{(\omega)}^2 \tilde{\mathbf{E}}_{(\mathbf{k}, \omega)} = 0 \quad (\text{I.38})$$

où le champ $\tilde{\mathbf{E}}_{(\mathbf{k}, \omega)}$ est la TF de $\mathbf{E}_{(r,t)}$, l'indice du matériau est défini par $n_{(\omega)}^2 = 1 + \chi_{(\omega)}^{(1)}$ (la susceptibilité $\chi_{(\omega)}^{(1)}$ est la TF de $R_{(t)}^{(1)}$) et où on définit $\bar{k}_{(\omega)}$ comme le vecteur d'onde moyen

local qui s'exprime sous la forme $\bar{k}_{(\omega)}^2 = \frac{\omega^2 n_{(\omega)}^2}{c^2}$.

Les solutions que l'on cherchera auront un spectre centré sur la fréquence spectrale ω_0 .

II.2.1. Propagation linéaire dans le domaine spatial

Dans l'étude de la propagation spatiale, considérons une onde monochromatique de pulsation ω_0 , soit $\bar{k}_{(\omega)}^2 = \bar{k}_0^2$, et évaluons les solutions suivant la dimension spatiale du problème.

II.2.1.a Résolution de l'équation de propagation

La dimension spatiale est égale à 1 (axe Oz)

L'équation de propagation devient alors :

$$-k_z^2 \tilde{E}_{(k_z, \omega)} + \bar{k}_0^2 \tilde{E}_{(k_z, \omega)} = 0 \quad (\text{I.39})$$

et la solution triviale est la fonction de Dirac $\tilde{E}_{(k_z, \omega)} = \delta_{(k_z - \bar{k}_0, \omega - \omega_0)}$ c'est-à-dire une onde plane dans le domaine (z, t) .

La dimension spatiale est égale à 3

L'équation de propagation devient alors :

$$-k^2 \tilde{E}_{(\mathbf{k}, \omega)} + \bar{k}_0^2 \tilde{E}_{(\mathbf{k}, \omega)} = 0 \quad (\text{I.40})$$

La première solution qui vient à l'esprit est une solution radiale qui est de la forme $\delta_{(k - \bar{k}_0)} \delta_{(\omega - \omega_0)}$, c'est-à-dire une onde sphérique dans le domaine (\mathbf{r}, t) . Cette solution est intéressante car elle décrit bien la propagation d'une onde issue d'une source ponctuelle mais elle ne décrit pas le comportement d'une onde laser qui est une onde directive.

En revanche une solution pour laquelle la projection du vecteur d'onde sur l'axe z de propagation du faisceau (soit $\mathbf{k} \cdot \hat{z} = k_z$) est proche de \bar{k}_0 , répond au critère de directivité. Réécrivons l'équation de propagation en fonction des vecteurs d'onde transverses \mathbf{k}_\perp et de k_z

$$\left(-k_\perp^2 - k_z^2 + \bar{k}_0^2 \right) \tilde{E}_{(\mathbf{k}_\perp, k_z, \omega)} = 0 \quad (\text{I.41})$$

Puisque nous cherchons une solution pour laquelle k_z est centré sur \bar{k}_0 , nous avons

$$\left(-k_\perp^2 - (k_z + \bar{k}_0)^2 + \bar{k}_0^2 \right) \tilde{E}_{(\mathbf{k}_\perp, k_z + \bar{k}_0, \omega)} = 0 \quad (\text{I.42})$$

En développant le membre de droite puis en passant par une TF dans le domaine $(\mathbf{k}_\perp, z, \omega)$, nous obtenons une nouvelle équation qui fait intervenir les dérivées partielles par rapport à z ,

$$\left(-k_\perp^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - 2i\bar{k}_0 \frac{\partial}{\partial z}\right) \tilde{E}_{(\mathbf{k}_\perp, z, \omega)} e^{i\bar{k}_0 z} = 0 \quad (\text{I.43})$$

Dans l'approximation eikonale qui consiste à négliger la dérivée seconde en z , nous obtenons l'expression simple du champ sous la forme

$$\tilde{E}_{(\mathbf{k}_\perp, z, t)} = e^{i\frac{k_\perp^2}{2k_0}z} \tilde{f}_{(\mathbf{k}_\perp)} e^{i(\omega_0 t - \bar{k}_0 z)} \quad (\text{I.44})$$

où $\tilde{f}_{(\mathbf{k}_\perp)}$ est une fonction quelconqueⁱ. Le champ qui s'est propagé est alors égal au champ initial multiplié par une phase quadratique en k_\perp . En d'autres termes cela signifie que la propagation ne crée pas de fréquence spatiale. Expérimentalement, l'intensité du faisceau laser étant répartie de manière gaussienne, $\tilde{f}_{(\mathbf{k}_\perp)}$ s'écrit alors

$$(\text{mode gaussien}) \quad \tilde{f}_{(\mathbf{k}_\perp)} = e^{-k_\perp^2 (w_0/2)^2} \quad \text{avec} \quad \Delta r_\perp^2 = (w_0/2)^2 \quad (\text{I.45})$$

où w_0 est appelé le col du faisceau (ou beam waist en anglais). Le faisceau gaussien est souvent décrit dans le domaine spatial pour des raisons de commodité et de lisibilité en fonction de la taille du faisceau, de son rayon de courbure et de la phase sur l'axe. Dans le domaine $(\mathbf{r}_\perp, z, \omega)$, suivant la propriété de la TF :

$$\text{TF}^{-1} \left[\tilde{f}_{(\mathbf{k}_\perp, a)} \right]_{(\mathbf{r}_\perp)} = \frac{1}{a^2} \text{TF}^{-1} \left[\tilde{f}_{(\mathbf{k}_\perp)} \right]_{(\mathbf{r}_\perp/a)} \quad (\text{I.46})$$

le champ gaussien s'écrit en effet sous la forme

$$\text{TF}^{-1} \left[\pi w_0^2 e^{i\frac{k_\perp^2}{2k_0}z} e^{-k_\perp^2 (w_0/2)^2} \right] = \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{r_\perp^2}{w(z)^2}} e^{-i\bar{k}_0 \frac{r_\perp^2}{2R(z)}} e^{i\varphi(z)} \quad (\text{I.47})$$

$$\text{avec } w_{(z)}^2 = w_0^2 \left(1 + \left(\frac{2z}{\bar{k}_0 w_0^2} \right)^2 \right), \quad R_{(z)} = z \left(1 + \left(\frac{\bar{k}_0 w_0^2}{2z} \right)^2 \right) \quad \text{et} \quad \tan \varphi_{(z)} = \frac{2z}{\bar{k}_0 w_0^2}$$

mais cette écriture n'est pas très adaptée si on veut raisonner avec les moments.

Enfin on peut trouver d'autres modes de propagation par exemple les modes TEM_{mn} dont l'expression est

i) Dans le domaine (\mathbf{k}, ω) , la solution s'écrit sous la forme $\tilde{E}_{(\mathbf{k}, \omega)} = \tilde{f}_{(\mathbf{k}_\perp)} \delta_{\left(k_z + \frac{k_\perp^2}{2k_0} - \bar{k}_0\right)} \delta_{(\omega - \omega_0)}$

$$(\text{mode TEM}_{mn}) \quad \tilde{f}_{(k_x, k_y)} = k_x^m k_y^n e^{-k_\perp^2 (w_0/2)^2} \quad \text{avec} \quad \mathbf{k}_\perp = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} \quad (\text{I.48})$$

Notez que le mode TEM_{00} représente le mode gaussien de l'équation (I.45)

II.2.1.b Conséquences sur les moments

Nous avons vu que la propagation dans le vide d'un faisceau ajoute une phase quadratique dans le domaine des vecteurs d'onde (équation (I.44)).

D'après l'équation (I.32) et (I.31), le résultat sur le produit des écarts quadratiques est immédiat, et on obtient de façon rigoureuse les expressions suivantes :

$$\Delta r_\perp^2 \Delta k_\perp^2 = \frac{M_{\text{espace}}^4}{4} \kappa \quad \text{avec} \quad \kappa = 1 + \frac{z^2 M_{\text{espace}}^4}{4 \bar{k}_0 \Delta r_{\perp \varphi=0}^4} \quad (\text{I.49})$$

$$\text{et} \quad \Delta r_\perp^2 = \Delta r_{\perp \varphi=0}^2 + \left(\frac{M_{\text{espace}}^2 z}{2 \bar{k}_0 \Delta r_{\perp \varphi=0}} \right)^2 \quad (\text{I.50})$$

La description de la propagation d'une onde quelconque par les écarts quadratiques moyens est assez peu utilisée. On peut trouver une telle approche par exemple dans le cours de M. Joffre²⁸.

Généralement le traitement de la propagation du faisceau est très souvent particularisé au cas du faisceau gaussien. Dans le cadre cette approximationⁱ, la formule (I.50) s'écrit alors

$$w^2 = w_0^2 + \left(\frac{2 M_{\text{espace}}^2 z}{\bar{k}_0 w_0} \right)^2 \quad (\text{I.51})$$

soit en fonction de la divergence θ_M

$$w_{(z)}^2 = w_0^2 + w_0^2 \left(\frac{\theta_M z}{w_0} \right)^2 \quad \text{où} \quad \theta_M = \frac{2 M_{\text{espace}}^2}{\bar{k}_0 w_0} = M_{\text{espace}}^2 \theta_{\text{gaussien}} \quad (\text{I.52})$$

θ_{gaussien} étant le divergence d'un faisceau gaussien.

Ainsi on peut interpréter la propagation du faisceau réel comme un faisceau gaussien qui se propage avec une divergence M^2 fois celle du TEM_{00} à partir du même col, ou encore comme un faisceau qui se propage avec une divergence M fois celle du TEM_{00} à partir d'un col M

ⁱ Nous avons alors $\Delta r_\perp^2 = (w_0/2)^2$ tout en considérant que le facteur de forme peut être différent de 1 (ce qui est bien sûr contradictoire)

fois plus grand. Cette deuxième vision est plus intéressante car dans ce cas, les deux faisceaux ont le même paramètre confocal et, à la même distance z du col, le même rayon de courbureⁱ. Ce résultat, bien qu'il soit important, est restrictif car il concerne seulement une propagation dans le vide. Il serait plus intéressant de connaître le produit des écarts quadratiques après la traversée de plusieurs éléments d'optique par le faisceau.

Nous nous plaçons dans le cadre des systèmes optiques linéaires qui relient de façon univoque un faisceau entrant dans le système optique en un point x_0 et un angle α_0 avec un faisceau sortant du système en un point x_1 et un angle α_1 . La description mathématique de ce principe est l'algèbre matriciel qui relie les quatre paramètres de la manière suivante

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \alpha_0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.53})$$

où la matrice ABCD décrit les éléments optiques traversés par le faisceau. Par exemple nous donnons les matrices ABCD de trois systèmes de base : X=la lentille de focale f et Y=une propagation dans le vide sur une distance L

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.54})$$

En terme de positions et de vecteurs d'onde, l'équation (I.53) s'écrit

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ k_1 / \bar{k}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ k_0 / \bar{k}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.55})$$

Pour simplifier les calculs et alléger les notations, nous supposons que le champ laser a une symétrie de révolution et que les variables r et k sont les variables transverses. Si ce n'était pas le cas, il faudrait faire les calculs avec deux matrices ABCD : une matrice pour l'axe x et une matrice pour l'axe y et généraliser la distribution de Wigner à quatre dimensions.

Dans ces conditions, la distribution de Wigner du champ à l'entrée du système et la distribution du champ à la sortie sont reliées par la simple relation²⁹ :

$$W_{\text{sortie}}(r,k) = W_{\text{entrée}} \left(\frac{Dr - Bk/\bar{k}_0}{AD - BC}, \frac{-C\bar{k}_0 r + Ak}{AD - BC} \right) \quad (\text{I.56})$$

i) La longueur de Rayleigh est la longueur nécessaire pour que le col du faisceau soit multiplié par $\sqrt{2}$, c'est-à-dire $q = w_0 / \theta_M$. Le paramètre confocal est défini comme deux fois la longueur de Rayleigh.

Le rayon de courbure est défini par $R_{(z)} = z \left(1 + \left(\frac{w_0}{\theta_M z} \right)^2 \right)$

Afin d'illustrer la déformation de l'espace des phases au cours de la propagation, nous proposons d'étudier le système optique suivant: propagation sur une distance f , lentille de focale f puis propagation sur une distance f (Figure 4).

Cet exemple simple permet de visualiser les évolutions des distributions spatiales et spectrales au cours de la propagation. Par exemple une propagation dans le vide conserve la largeur de la distribution spectrale et élargit la distribution spatiale, alors qu'une propagation à travers une lentille fait le contraire.

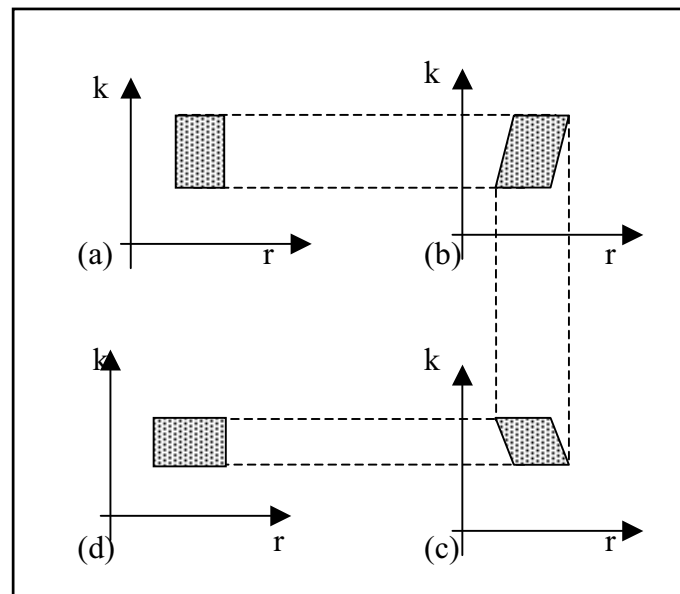


Figure 4 (a) Représentation symbolique de l'espace des phases à la position d'origine. (b) Après une propagation dans le vide sur une distance f . (c) Après un passage à travers une lentille de focale f . (d) Après une autre propagation dans le vide sur une distance f .

Afin de pouvoir calculer les moments de second ordre à travers une matrice ABCD quelconque, nous nous sommes servis de la distribution de Wigner qui nous a permis de connaître la densité spectrale après propagation en du champ initial. Cette description est valide pour un faisceau limité par TF à l'entrée du système ABCD.

On montre alors que l'expression de la densité spectraleⁱ est de la forme

i) Preuve de la relation

$$\text{Nous avons l'égalité : } \left| \tilde{E}_{1(k)} \right|^2 = \int W_0 \left(\frac{Dx - Bk / \bar{k}_0, -C\bar{k}_0 x + Ak}{AD - BC} \right) dx = \int E_0 \left(\frac{Dx - Bk / \bar{k}_0 + s/2}{AD - BC} \right) E_0^* \left(\frac{Dx - Bk / \bar{k}_0 - s/2}{AD - BC} \right) e^{\frac{-C\bar{k}_0 x + Ak}{AD - BC} s} ds dx$$

Suite de la note, page suivante...

$$\left| \tilde{E}_1(k) \right|^2 = \int W_0 \left(\frac{Dx - Bk/\bar{k}_0, -C\bar{k}_0 x + Ak}{AD - BC} \right) dx = \frac{AD - BC}{D} \left| \text{TF} \left[E_0(x) e^{-i \frac{C\bar{k}_0}{2D} x^2} \right] \right|_{\left(\frac{-k}{D} \right)}^2 \quad (\text{I.57})$$

$$\text{avec } W_{0(x,k)} = \int E_{0(x+s/2)} E_{0(x-s/2)}^* e^{iks} ds \quad (\text{I.58})$$

Le raisonnement dont nous nous sommes servis au paragraphe I.3.3.b permet alors d'établir l'expression de l'écart quadratique moyen

$$\Delta k_{ABCD}^2 = D^2 \Delta k_0^2 + C^2 \bar{k}_0^2 \Delta x_0^2 \quad (\text{I.59})$$

De même il est possible de montrer que

$$\left| E_1(x) \right|^2 = \frac{1}{2\pi} \int W_0 \left(\frac{Dx - Bk/\bar{k}_0, -C\bar{k}_0 x + Ak}{AD - BC} \right) dk = \frac{AD - BC}{A} \left| \text{TF}^{-1} \left[\tilde{E}_0(k) e^{-i \frac{B}{2A\bar{k}_0} k^2} \right] \right|_{\left(\frac{-k}{A} \right)}^2 \quad (\text{I.60})$$

$$\text{avec } W_{0(x,k)} = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{E}_{0(k+s/2)} \tilde{E}_{0(k-s/2)}^* e^{-ixs} ds$$

et on aboutit de la même manière à l'expression de la largeur effective du faisceau en fonction des paramètres initiaux de l'onde laser

$$\Delta x_{ABCD}^2 = A^2 \Delta x_0^2 + \frac{B^2}{\bar{k}_0^2} \Delta k_0^2 \quad (\text{I.61})$$

En conclusion, nous pouvons représenter les résultats sur les moments du second ordre par une représentation matricielle de la forme :

$$\begin{bmatrix} \Delta x^2 \\ \Delta k^2 \end{bmatrix}_{ABCD} = \begin{bmatrix} A^2 & B^2 / \bar{k}_0^2 \\ C^2 \bar{k}_0^2 & D^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_0^2 \\ \Delta k_0^2 \end{bmatrix} \quad \text{avec } M_{ABCD} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (\text{I.62})$$

et le produit des écarts quadratiques devient après une propagation associée à une matrice ABCD :

En effectuant le changement de variable $u = \frac{-C\bar{k}_0 x + Ak}{AD - BC}$, et en notant que

$$su = 1/2(u + s/2)^2 - 1/2(u - s/2)^2$$

nous obtenons la relation : $\left| \tilde{E}_1(k) \right|^2 = \frac{1}{A} \int g_{(u+s/2)} g_{(u-s/2)}^* e^{i \frac{1}{D} ks} ds du$ avec $g_{(u)} = E_{0(u)} e^{-i \frac{C\bar{k}_0}{2D} u^2}$

En utilisant la relation de Parseval et sachant que $\int e^{isv} ds = 2\pi \delta_{(v)}$, nous obtenons l'équation (I.57)

$$\Delta x_{ABCD}^2 \Delta k_{ABCD}^2 = \frac{M_{\text{espace}}^4}{4} \kappa_{ABCD} \quad (\text{I.63})$$

$$\text{avec } \kappa_{ABCD} = \left(\left(\det(M_{ABCD}) \right)^2 + \left(\frac{2AC\bar{k}_0}{M_{\text{espace}}^2} \Delta x_0^2 + \frac{M_{\text{espace}}^2 BD}{2\bar{k}_0} \frac{1}{\Delta x_0^2} \right)^2 \right) \quad (\text{I.64})$$

$$\text{où } \Delta x_0^2 \Delta k_0^2 = \frac{M_{\text{espace}}^4}{4} \quad (\text{et } M_{\text{espace}} \geq 1)$$

Ce résultat est en accord avec l'exemple de la Figure 4 : on constate en effet que l'aire de la fonction de Wigner augmente au cours d'une propagation dans le vide, et que l'aire est conservée dans les plans conjugués d'une lentille. De plus, il est important de noter que la relation d'incertitude est vraie dans n'importe quel système qui conserve l'énergie (c'est-à-dire que le déterminant de la matrice ABCD est égal à 1), puisque le facteur κ_{ABCD} est dans ce cas toujours supérieur à 1.

$$\Delta x_{ABCD}^2 \Delta k_{ABCD}^2 \geq \frac{M_{\text{espace}}^4}{4} \quad (\text{I.65})$$

A fortiori, cette relation est vraie pour une transformation de Fourier fractionnaire. En effet, d'après la relation (I.13), calculer les moments du second ordre d'une TF fractionnaire revient à calculer les moments d'une distribution de Wigner qui a subi une rotation exprimable en terme de matrice ABCD.

$$\langle x^2 \rangle_\alpha = \int x^2 \left| f_{\alpha(x)} \right|^2 dx = \int x^2 W_{f(x \cos \alpha - k \sin \alpha, x \sin \alpha + k \cos \alpha)} dx dk \quad (\text{I.66})$$

$$\langle x^2 \rangle_{\alpha+\pi/2} = \int x^2 \left| f_{\alpha+\pi/2(x)} \right|^2 dx = \int k^2 W_{f(x \cos \alpha - k \sin \alpha, x \sin \alpha + k \cos \alpha)} dx dk \quad (\text{I.67})$$

nous avons alors la relation suivante :

$$\Delta x_\alpha^2 \Delta x_{\alpha+\pi/2}^2 = \frac{M_{\text{espace}}^4}{4} \left(1 + \frac{4}{M_{\text{espace}}^4} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \left(\Delta x_0^2 - \Delta x_{\pi/2}^2 \right)^2 \right) \quad (\text{I.68})$$

Ce résultat est une conséquence directe de l'écriture des moments du second ordre après une matrice ABCD. Son intérêt est assez limité mais l'élégance du raisonnement qui permet d'aboutir à ce résultat était à souligner.

II.2.2. Propagation linéaire dans le domaine temporel

Nous allons étudier la propagation temporelle d'une impulsion dans un milieu dispersif en réduisant la dimension de l'espace à une dimension afin de chercher les solutions de l'équation de propagation sous la forme d'ondes planes.

L'équation de propagation s'écrit dans ces conditions

$$\left(-k_z^2 + \bar{k}^2_{(\omega)}\right) \tilde{E}_{(k_z, \omega)} = 0 \quad (\text{I.69})$$

II.2.2.a Résolution de l'équation de propagation

La solution de l'équation est une fonction de Dirac multipliée par une distribution spectrale centrée sur la fréquence centrale ω_0

$$\tilde{E}_{(k_z, \omega)} = \delta_{(k_z - \bar{k}_{(\omega)})} \tilde{f}_{(\omega - \omega_0)} \quad (\text{I.70})$$

soit dans le domaine (z, ω) , le champ s'écrit

$$\tilde{E}_{(z, \omega)} = e^{-i\bar{k}_{(\omega)}z} \tilde{f}_{(\omega - \omega_0)} \quad (\text{I.71})$$

La fonction \tilde{f} est souvent représentée par une fonction gaussienne de largeur τ_0

$$\tilde{f}_{(\omega)} = e^{-\omega^2 \tau_0^2 / (8 \ln 2)} \quad (\text{I.72})$$

où l'écart quadratique moyen est alors égal à $\Delta t^2 = \tau_0^2 / (8 \ln 2)$. Enfin il est courant d'exprimer l'impulsion dans le repère de groupe de l'onde. En effet, si on développe $\bar{k}_{(\omega)}$ par une série de Taylor, le calcul du moment du premier ordre (cf paragraphe I.3.3.b) montre que le centre de l'impulsion est égal à

$$\langle t \rangle = z \sum_{n=1} \frac{1}{(n-1)!} \left. \frac{d^n \bar{k}}{d\omega^n} \right|_{\omega_0} \langle (\omega - \omega_0)^{n-1} \rangle_0 \quad (\text{I.73})$$

Au premier ordre du développement $\bar{k}_{(\omega)}$, l'impulsion ne se déforme pas, elle est seulement décalée temporellement de la valeur $\langle t \rangle_g$. On définit alors la vitesse de groupe associée au décalage par

$$V_g = z / \langle t \rangle_g \quad \text{et} \quad \langle t \rangle_g = z \dot{\bar{k}}_{(\omega_0)} \quad (\text{I.74})$$

Dans le repère de l'impulsion, le champ s'écrit donc

$$\tilde{E}_{(z, \omega)} = e^{-i\bar{k}_{(\omega)}z} e^{i\bar{k}_{(\omega_0)}(\omega - \omega_0)z} \tilde{f}_{(\omega - \omega_0)} \quad (\text{I.75})$$

Nous considérerons dorénavant l'impulsion dans son repère de groupe.

II.2.2.b Conséquences sur les moments

La propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif ajoute une phase qui peut être développée en puissances de ω . Supposons que l'impulsion avant la propagation soit symétrique.

Cas d'une dispersion du deuxième ordre

Si on développe la dispersion au deuxième ordre, on retrouve les relations des moments qui ont été établies avec une phase quadratique. Pour une impulsion sans dérive de fréquences avant la propagation, on montre alors que l'impulsion s'élargit et que le produit des moments est proportionnel à un facteur de forme M_{tps}^2 et à un facteur de chirp κ .

$$\Delta t^2 = \Delta t_0^2 + \left(\ddot{\bar{k}}_{(\omega_0)} z M_{\text{tps}}^2 / 2 \right)^2 \frac{1}{\Delta t_0^2} \quad (\text{I.76})$$

$$\Delta t^2 \Delta \omega^2 = \frac{M_{\text{tps}}^4}{4} \kappa \quad \text{avec} \quad \kappa = 1 + \frac{\left(\ddot{\bar{k}}_{(\omega_0)} \right)^2 z^2 M_{\text{tps}}^4}{4 \Delta t_0^4} \quad (\text{I.77})$$

D'autre part, d'après la formule (I.76), il apparaît que le taux d'élargissement $\frac{\Delta t - \Delta t_0}{\Delta t_0}$ est d'autant plus grand que l'impulsion est courte. Ce phénomène est assez gênant pour les utilisateurs d'impulsions ultracourtes mais il existe de nombreux dispositifs optiques qui permettent de raccourcir l'impulsion comme les lignes à prismes ou à réseaux pour ne citer qu'eux.

Cas d'une dispersion de deuxième et de troisième ordre

Lorsqu'on utilise une impulsion courte, la bande spectrale de l'impulsion est assez large pour que le développement de la dispersion à l'ordre deux ne soit pas suffisant. Si on tient compte de la dispersion à l'ordre trois, l'impulsion devient asymétrique car le moment du premier ordre n'est plus égal à zéro

$$\langle t \rangle = z \dddot{\bar{k}}_{(\omega_0)} \frac{M_{\text{tps}}^4}{8 \Delta t_0^2} \quad (\text{I.78})$$

et la largeur de l'impulsion devient

$$\Delta t^2 \approx \Delta t_0^2 + \left(\ddot{\bar{k}}_0 z M_{\text{tps}}^2 / 2 \right)^2 \frac{1}{\Delta t_0^2} - \left(\dddot{\bar{k}}_0 z M_{\text{tps}}^4 / 8 \right)^2 \frac{1}{\Delta t_0^4} \quad (\text{I.79})$$

Notez que, grâce à l'utilisation des écarts quadratiques, on peut aller assez loin dans la description de l'impulsion sans pour autant chercher une solution analytique de l'équation de propagation. Cependant les moments de 1^{er} et de 2^{ième} ordre ne sont pas suffisants pour décrire une impulsion asymétrique et il faudrait calculer les moments d'ordres supérieurs.

II.2.2.c Implications des propriétés de la transformation de Fourier sur l'impulsion

Un raisonnement simple sur les propriétés de symétrie permet d'aboutir à des propriétés importantes de l'impulsion que nous avons regroupées dans un tableau.

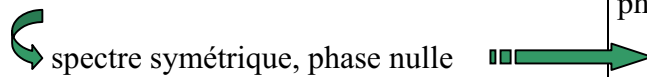
domaine spectral	domaine temporel
Spectre asymétrique, phase quelconque	Impulsion chirpée
Spectre symétrique, phase impaire	Impulsion sans chirp, pas de symétrie particulière
Spectre symétrique, phase paire	Impulsion chirpée, champ symétrique
Spectre quelconque, phase nulle	Impulsion chirpée, amplitude symétrique, phase impaire, <u>l'impulsion est la plus courte</u>
 spectre symétrique, phase nulle	Impulsion sans chirp, amplitude symétrique, <u>impulsion limitée par TF.</u>

Tableau 1 Propriétés de symétries entre l'impulsion et le spectre.

Les résultats peuvent surprendre. Par exemple l'impulsion la plus courte n'a pas une phase temporelle nulle (à moins que le spectre soit symétrique). Ceci peut avoir des conséquences gênantes car souvent les impulsions très courtes (quelques dizaines de femtosecondes) ont des spectres chahutés et la dérive de fréquence de l'impulsion peut agir alors sur les processus physiques et fausser l'analyse.

Nous avons vu que la propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif crée, au deuxième ordre de la dispersion, une modulation dans l'espace des fréquences sous la forme d'une phase quadratique. Il serait intéressant aussi de moduler l'impulsion femtoseconde dans le temps de la même manière qu'une lentille ajoute une phase quadratique au faisceau. Malheureusement nous ne disposons pas de modulateur suffisamment rapide. Par exemple il faudrait un modulateur capable d'aller à 10^{13} Hz pour avoir la même modulation que produit une lentille de focale 1 cm sur un faisceau. Ceci est bien évidemment irréalisable. La seule

possibilité est de moduler l'impulsion laser par un processus non linéaire dont on donnera quelques éléments au paragraphe II.3.

II.2.3. Propagation linéaire dans le domaine « spatio-temporel »

Nous avons jusqu'à présent décrit l'onde laser de manière indépendante dans le domaine temporel et spatial. Cette description, bien qu'elle soit valide à la sortie d'un oscillateur, peut être fautive lorsque l'impulsion laser interagit avec la matière. Dans l'exemple qui va suivre, nous allons étudier la propagation d'une impulsion dans le domaine temporel et spatial que nous appellerons domaine spatio-temporel.

L'équation de propagation s'écrit dans ces conditions

$$\left(-k^2 + \bar{k}_{(\omega)}^2\right) \tilde{E}_{(k_{\perp}, k_z, \omega)} = 0 \quad (\text{I.80})$$

II.2.3.a Résolution de l'équation

Les solutions que nous recherchons sont évidemment directives et le vecteur d'onde k_z sera centré non pas sur \bar{k}_0 mais sur $\bar{k}_{(\omega)}$. Cette hypothèse signifie que les impulsions sont accrochées au front d'onde du faisceau. En négligeant la dérivée seconde en z , nous obtenons dans le domaine (k_{\perp}, z, ω)

$$\left(-k_{\perp}^2 - 2i\bar{k}_{(\omega)} \frac{\partial}{\partial z}\right) \tilde{E}_{(k_{\perp}, z, \omega)} e^{i\bar{k}_{(\omega)} z} = 0 \quad (\text{I.81})$$

Le champ s'exprime alors, dans le repère de la vitesse de groupe, sous la forme

$$\tilde{E}_{(k_{\perp}, z, \omega)} = e^{i \frac{k_{\perp}^2}{2\bar{k}_{(\omega)}} z} \tilde{f}_{\text{espace}(k_{\perp}, \omega)} e^{-i(\bar{k}_{(\omega)} - \bar{k}_0(\omega - \omega_0))z} \tilde{f}_{\text{temps}(\omega - \omega_0)} \quad (\text{I.82})$$

Nous voyons donc qu'il existe deux termes à l'origine du couplage spatio-temporel : le premier terme qui traduit la propagation spatiale de chaque fréquence et qui rend compte du déphasage accumulé au cours de la propagation, puis le deuxième terme $\tilde{f}_{\text{espace}(k_{\perp}, \omega)}$ dont la dépendance en ω vient du fait que le col du faisceau n'est pas le même suivant la longueur d'onde. En effet pour un mode gaussien résonnant dans la cavité, le col du faisceau s'écrit en fonction de la fréquence, de la longueur de la cavité d et des rayons R des miroirs de fin de cavité, sous la forme

$$w_{0(\omega)}^2 = \frac{c}{\omega} \sqrt{d(2R-d)} \quad (\text{I.83})$$

L'influence du deuxième terme $\tilde{f}_{\text{espace}}$ est faible et n'apparaît que sur le bord du faisceau. Pour information, si on mesure la largeur temporelle de l'impulsion intégrée sur tout le faisceau, l'erreur commise est de l'ordre du cycle optiqueⁱ

$$\Delta t^2 \approx \Delta t_0^2 + \frac{1}{2\omega_0^2} \quad (\text{I.84})$$

Concernant le premier terme de l'équation (I.82) sur le couplage spatio-temporel, nous pouvons nous faire une idée de son importance en étudiant l'élargissement de l'impulsion après une propagation dans le vide (dans le repère de groupe de l'impulsion pour chaque vecteur d'onde transverse). Suivant le résultat (I.29) qui décrit l'évolution de l'écart quadratique, la largeur temporelle pour un vecteur d'onde est égal à

$$\Delta t_{k_{\perp}}^2 = \Delta t_0^2 + \frac{z^2 c^2}{4} k_{\perp}^4 \left(\left\langle \frac{1}{\omega^4} \right\rangle_0 - \left\langle \frac{1}{\omega^2} \right\rangle_0^2 \right) \quad (\text{I.85})$$

où $\Delta t_{k_{\perp}}$ signifie que le calcul du moment a été effectué sans procéder à une intégration sur les vecteurs transverses. On constate alors que l'impulsion s'élargit à mesure que les vecteurs d'onde de propagation s'écartent du centre du faisceau comme le montre la Figure 5.

i) On peut développer le col du faisceau sous la forme $w_{0(\omega)}^2 = w_0^2 \left(1 - \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} + 2 \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\omega_0^2} \right)$

Si on suppose que l'impulsion est gaussienne et si on note Δt_0 , la largeur temporelle de celle-ci, alors la largeur temporelle résultante est égale à $\Delta t^2 = \Delta t_0^2 + \frac{k^2 w_0^2}{2 \omega_0^2}$

soit après intégration sur le faisceau entier $\Delta t^2 = \Delta t_0^2 + \frac{\langle k^2 \rangle w_0^2}{2 \omega_0^2}$

Si on suppose que le faisceau est gaussien alors $\langle r^2 \rangle \langle k^2 \rangle = 1/4$ et $\langle r^2 \rangle = (w_0/2)^2$, d'où le résultat (I.84)

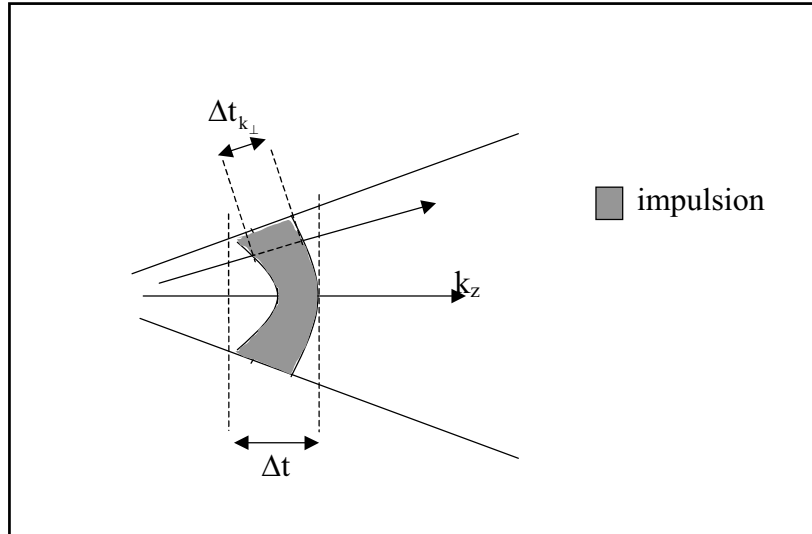


Figure 5 Représentation schématique de l'impulsion accrochée au front d'onde dans le domaine spatio-temporel.

La mesure de l'impulsion intégrée sur le faisceau entier est aussi une donnée intéressante qui illustre le couplage spatio-temporel (Figure 5). En effet l'impulsion s'élargit au cours de la propagation suivant l'expressionⁱ

$$\Delta t^2 = \Delta t_0^2 + \frac{z^2 c^2}{4} \langle k_{\perp}^4 \rangle_0 \langle 1/\omega^4 \rangle_0 \quad (\text{I.86})$$

Cet effet est négligeable dans beaucoup d'expériences. Par exemple l'impulsion s'élargit de 4% pour une impulsion de dix femtosecondes se propageant dans dix mètres de vide avec une divergence de 2,5 mrad. Néanmoins cette expression a le mérite de mettre en lumière les différents paramètres qui contribuent au couplage spatio-temporel, c'est-à-dire la largeur temporelle, la longueur de propagation et la taille du faisceau au col (ou sa divergence) (Figure 6).

i) L'expression (I.86) provient du calcul du moment temporel du second ordre dans le repère de groupe de l'impulsion pour le vecteur d'onde transverse nul.

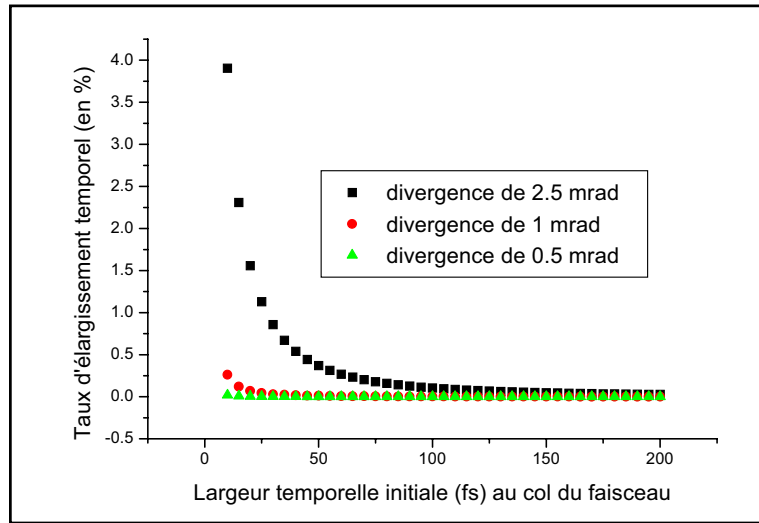


Figure 6 Evolution théorique du taux d'élargissement temporel pour une propagation dans le vide de 10 m, en fonction de la taille du faisceau au col et de la largeur temporelle initiale au col du faisceau. Les fonctions f_{espace} et f_{temps} ont été prises gaussiennes pour le calcul.

II.2.3.b Facteur de couplage \mathcal{C}

Afin d'évaluer l'importance du couplage spatio-temporel, il serait intéressant de trouver un paramètre facile à calculer quel que soit le trajet d'un faisceau à travers un système optique ABCD. Si le couplage spatio-temporel est présent, cela signifie que l'aire de la fonction de Wigner pour le faisceau varie suivant la longueur d'onde. L'idée est alors de calculer l'écart quadratique moyen de l'aire de Wigner et d'utiliser ce paramètre comme un critère de couplage. Notons $\mathcal{A}_{\text{spatial}}(\omega)$ l'aire de Wigner spatial normalisée après une propagation à travers le système ABCD

$$\mathcal{A}_{\text{spatial}}(\omega) = \frac{1}{N} M_{\text{espace}}^4 \kappa_{\text{ABCD}}(\omega) \quad \text{avec } N = M_{\text{espace}}^4 \kappa_{\text{ABCD}}(\omega_0) \quad (\text{I.87})$$

$$\text{avec } \kappa_{\text{ABCD}}(\omega) = 1 + \left(\frac{2AC\bar{k}(\omega)}{M_{\text{espace}}^2} \Delta x_0^2 + \frac{M_{\text{espace}}^2 DB}{2\bar{k}(\omega)} \frac{1}{\Delta x_0^2} \right)^2 \quad \text{pour une matrice ABCD dont le}$$

déterminant est égal à un.

S'il n'y a pas de couplage spatio-temporel, $\mathcal{A}_{\text{spatial}}$ est indépendant de la fréquence. En revanche, l'existence d'un couplage implique que l'écart quadratique moyen de $\mathcal{A}_{\text{spatial}}$ est non nul. Nous appellerons facteur de couplage \mathcal{C} le produit entre la largeur du faisceau et

l'écart quadratique moyen de $\mathcal{A}_{spatial}$ afin de traduire le fait que le couplage est limité par la taille du faisceau

$$\mathcal{C} = \Delta x_{ABCD(\omega_0)}^2 \Delta \mathcal{A}_{spatial} \quad (I.88)$$

Notez enfin que l'aire de Wigner spatiale $\mathcal{A}_{spatial}$ dépend uniquement de la fréquence dans le cas d'une propagation linéaire. En revanche, si on devait définir l'aire de Wigner de l'impulsion, elle dépendrait à la fois de la position et des vecteurs d'onde ce qui compliquerait sérieusement l'analyse du couplage. Cette difficulté apparaît dans le domaine spatial lorsque l'impulsion se propage dans un milieu non linéaire, l'aire de Wigner spatiale dépendant alors de la fréquence et du temps.

Afin de vérifier la pertinence du facteur de couplage, nous avons tracé \mathcal{C} pour une impulsion qui s'est propagée dans dix mètres de vide en fonction de la divergence du faisceau et de la durée temporelle de l'impulsion initiale. La similitude entre les deux figures ne laissent aucun doute à l'interprétation du facteur \mathcal{C} .

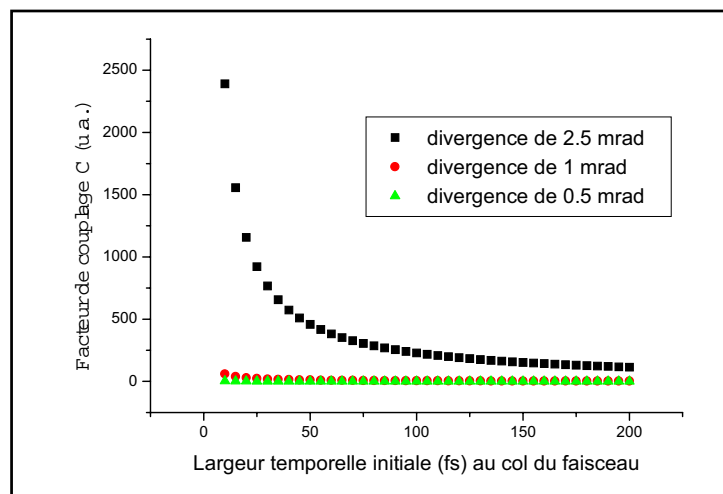


Figure 7 Evolution du facteur de couplage spatio-temporel pour une propagation dans 10 m de vide, en fonction de la divergence et de la largeur temporelle initiale au col du faisceau.

Néanmoins, sous sa forme actuelle, le facteur de couplage n'est pas encore un outil de diagnostic efficace car il n'est pas capable de dire si le couplage spatio-temporel est plus important par exemple au foyer d'un objectif par rapport à la propagation du faisceau dans le vide. En effet, l'aire de Wigner spatiale est la même que le rayon de courbure du faisceau soit positif ou négatif, et cela fausse l'évaluation de l'importance du couplage. Une solution serait de travailler avec une aire « algébrique » qui serait positive pour un faisceau convergent et

négative pour un faisceau divergent. Nous pourrions par exemple nous servir du signe de la pente du moment local $\bar{k}_{(x)}$ défini par l'équation (I.25) et qui dépend de la fréquence. Nous aurions alors :

$$\tilde{\mathcal{A}}_{spatial} = \text{signe}\left(\dot{\bar{k}}_{(x=0,\omega)}\right) \mathcal{A}_{spatial} \quad \text{et} \quad \mathcal{C} = \Delta x_{ABCD(\omega_0)}^2 \Delta \tilde{\mathcal{A}}_{spatial} \quad (\text{I.89})$$

Cette solution nécessite le calcul du moment local ce qui nous oblige à calculer de manière explicite la distribution de Wigner en supposant un profil d'intensité. Le facteur de couplage n'est plus dans ce cas le paramètre simple que nous aurions aimé avoir car le calcul devient aussi complexe que le calcul du champ électrique après propagation par l'intégrale de Fresnel-Kirchoff.

Nous avons vu qu'il n'était pas nécessaire que l'impulsion interagisse avec un matériau pour qu'un couplage spatio-temporel apparaisse. Ce couplage est néanmoins très faible dans le cas d'une seule propagation dans le vide. Il existe évidemment de nombreuses autres situations pour lesquelles le couplage spatio-temporel est important comme l'interaction avec une lentille mais aussi des systèmes imageurs qui utilisent des réseaux. Ces interactions sont qualifiées de linéaires car l'effet ne dépend pas de l'énergie de l'impulsion. En revanche si l'impulsion est suffisamment énergétique, la description de la propagation d'impulsions nécessite de prendre en compte les termes d'ordres supérieurs de la polarisation développée en série de puissances du champ électrique. Nous allons à présent étudier quelques types d'interactions non linéaires dont nous nous sommes servis dans ce travail de thèse.

II.3 Propagation non linéaire

Ce paragraphe a pour but de décrire le comportement du faisceau impulsional au cours d'une propagation non linéaire suivant quatre processus distincts : l'automodulation de phase, l'autofocalisation, l'absorption à deux photons et la génération de la harmonique. Les deux premiers effets non linéaires ont été mesurés dans le chapitre II et le chapitre III. L'absorption à deux photons et la génération de la seconde harmonique sont les principaux effets non linéaires utilisés pour la caractérisation temporelle du champ.

L'équation qui régit la propagation de l'onde dans l'espace (\mathbf{k}, ω) s'exprime sous la forme

$$-\mathbf{k}^2 \tilde{\mathbf{E}}_{(\mathbf{k}, \omega)} + \bar{\mathbf{k}}_{(\omega)}^2 \tilde{\mathbf{E}}_{(\mathbf{k}, \omega)} = -\frac{\omega^2}{\varepsilon_0 c^2} \tilde{\mathbf{P}}_{\text{NL}(\mathbf{k}, \omega)} \quad (\text{I.90})$$

Parce que les ondes que nous utilisons ont une fréquence porteuse ω_0 , il est plus intéressant d'écrire ω^2 sous la forme : $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\omega_0(\omega - \omega_0) + (\omega - \omega_0)^2$ afin de pouvoir faire les approximations nécessaires. En effet il est courant de négliger le terme $(\omega - \omega_0)^2 \tilde{\mathbf{P}}_{\text{NL}}$ dans l'approximation de l'enveloppe lentement variable (en d'autres termes le spectre de l'impulsion est suffisamment étroit pour négliger $(\omega - \omega_0)^2$ devant ω_0^2). De plus, le terme $2\omega_0(\omega - \omega_0)\tilde{\mathbf{P}}_{\text{NL}}$ qui est à l'origine de l'auto-raïdissement (ou self-steepening en anglais) est souvent ignoré. Nous aboutissons alors à l'équation simplifiée suivante :

$$-\mathbf{k}^2 \tilde{\mathbf{E}}_{(\mathbf{k}, \omega)} + \bar{\mathbf{k}}_{(\omega)}^2 \tilde{\mathbf{E}}_{(\mathbf{k}, \omega)} = -\frac{\omega_0^2}{\varepsilon_0 c^2} \tilde{\mathbf{P}}_{\text{NL}(\mathbf{k}, \omega)} \quad (\text{I.91})$$

Une des difficultés de l'optique non linéaire est l'expression de la polarisation. L'expression la plus formelle consiste à admettre une relation fonctionnelle entre la polarisation et le champ. Cette notion de fonctionnalité dépasse le cadre d'une simple relation algébrique (ou tensorielle), car elle doit prendre en compte la non instantanéité de la réponse du matériau (et en théorie la non localité spatiale) ce qui se traduit mathématiquement par des liens intégral-différentiels sur le temps et l'espace. Néanmoins lorsque les processus mis en jeu sont exclusivement électroniques et que la réponse du matériau est non résonnante, les temps de réponse peuvent être considérés très brefs par rapport aux durées des impulsions et la polarisation peut être alors développée en puissance du champ électrique

$$\mathbf{P}_{\text{NL}(\mathbf{r}, t)} = \varepsilon_0 \left(\underline{\chi}^{(2)} \mathbf{E}_{(\mathbf{r}, t)} \mathbf{E}_{(\mathbf{r}, t)} + \underline{\chi}^{(3)} \mathbf{E}_{(\mathbf{r}, t)} \mathbf{E}_{(\mathbf{r}, t)} \mathbf{E}_{(\mathbf{r}, t)} + \dots \right) \quad (\text{I.92})$$

où $\chi^{(2)} \gg \chi^{(3)} \dots$ sont des tenseurs. Ainsi plus les champs électriques mis en jeu sont importants, plus l'ordre des non linéarités à prendre en compte est grand.

La deuxième difficulté réside dans le choix du domaine qui va nous servir à décrire l'impulsion. Nous avons vu que le domaine (\mathbf{k}, ω) était judicieux pour modéliser une impulsion qui se propage dans un milieu dispersif alors que l'expression de la polarisation non linéaire est simplifiée dans le domaine (\mathbf{r}, t) . L'étude des différents processus se fera donc en temps.

Afin d'établir l'équation de propagation non linéaire en temps, nous devons chercher les solutions de l'équation (I.91) dont le vecteur \mathbf{k}_z est centré sur $\bar{\mathbf{k}}_0$ (les impulsions ne sont donc plus accrochées au front d'onde du faisceau), et dont le spectre est centré sur la fréquence ω_0 . Dans ces conditions, nous avons dans le domaine (\mathbf{k}, ω) la relation :

$$\left(-\mathbf{k}_\perp^2 - (\mathbf{k}_z + \bar{\mathbf{k}}_0)^2 + \bar{\mathbf{k}}_{(\omega+\omega_0)}^2\right) \tilde{E}_{(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_z + \bar{\mathbf{k}}_0, \omega + \omega_0)} = -\frac{\omega_0^2}{\varepsilon_0 c^2} \tilde{P}_{NL(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_z + \bar{\mathbf{k}}_0, \omega + \omega_0)} \quad (\text{I.93})$$

Si nous nous intéressons jusqu'au deuxième ordre du développement de $\bar{\mathbf{k}}_{(\omega)}$ en puissances de $(\omega - \omega_0)$, nous obtenons alors dans le domaine $(\mathbf{k}_\perp, z, \omega)$

$$\left(-\mathbf{k}_\perp^2 - 2i\bar{\mathbf{k}}_0 \left(\frac{\partial}{\partial z} - i\dot{\bar{\mathbf{k}}}_0 \omega\right) + \left(\dot{\bar{\mathbf{k}}}_0^2 + \ddot{\bar{\mathbf{k}}}_0 \bar{\mathbf{k}}_0\right) \omega^2\right) \tilde{E}_{(\mathbf{k}_\perp, z, \omega + \omega_0)} e^{i\bar{\mathbf{k}}_0 z} = -\frac{\omega_0^2}{\varepsilon_0 c^2} \tilde{P}_{NL(\mathbf{k}_\perp, z, \omega + \omega_0)} e^{i\bar{\mathbf{k}}_0 z} \quad (\text{I.94})$$

soit dans le repère de groupe de l'impulsion, l'équation devient dans le domaine (\mathbf{r}_\perp, z, t) :

$$\left(\Delta_\perp - 2i\bar{\mathbf{k}}_0 \frac{\partial}{\partial z} - \left(\dot{\bar{\mathbf{k}}}_0^2 + \ddot{\bar{\mathbf{k}}}_0 \bar{\mathbf{k}}_0\right) \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) E_{(\mathbf{r}_\perp, z, t)} e^{-i(\omega_0 t - \bar{\mathbf{k}}_0 z)} = -\frac{\omega_0^2}{\varepsilon_0 c^2} P_{NL(\mathbf{r}_\perp, z, t)} e^{-i(\omega_0 t - \bar{\mathbf{k}}_0 z)} \quad (\text{I.95})$$

En écrivant les champs sous la forme d'onde plane

$$E_{(\mathbf{r}_\perp, z, t)} = E_{0(\mathbf{r}_\perp, z, t)} e^{i(\omega_0 t - \bar{\mathbf{k}}_0 z)}$$

$$P_{NL(\mathbf{r}_\perp, z, t)} = \varepsilon_0 \underline{\chi}^{(n)} E_1 e^{i(\omega_1 t - \bar{\mathbf{k}}_1 z)} \dots E_n e^{i(\omega_n t - \bar{\mathbf{k}}_n z)}$$

nous obtenons l'équation de Schrödinger non linéaire

$$\left(\Delta_\perp - 2i\bar{\mathbf{k}}_0 \frac{\partial}{\partial z} - \left(\dot{\bar{\mathbf{k}}}_0^2 + \ddot{\bar{\mathbf{k}}}_0 \bar{\mathbf{k}}_0\right) \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) E_{0(\mathbf{r}_\perp, z, t)} = -\frac{\omega_0^2}{c^2} \underline{\chi}^{(n)} E_{1(\mathbf{r}_\perp, z, t)} \dots E_{n(\mathbf{r}_\perp, z, t)} e^{-i\Delta k z} \quad (\text{I.96})$$

où Δk , appelé désaccord de phase, est égal à $\Delta k = \sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{k}}_i - \bar{\mathbf{k}}_0$

II.3.1. L'automodulation de phase et l'autofocalisation

L'automodulation de phase est le processus non linéaire d'ordre trois le plus fondamental qui permet de moduler en temps une impulsion. Par analogie, l'automodulation de phase est à l'impulsion ce que la lentille est au faisceau, un moyen donc de poursuivre l'équivalence temps-espace.

Dans le cadre d'une onde plane, et en supposant que le milieu n'est pas dispersif, l'équation (I.96) se réduit à la forme simplifiée :

$$\frac{\partial}{\partial z} E_{0(z,t)} = -i \frac{3}{4} \frac{\omega_0^2}{2k_0 c^2} \chi^{(3)} |E_{0(z,t)}|^2 E_{0(z,t)} \quad (I.97)$$

Le facteur 3/4 provient de la susceptibilité non linéaire particularisée à son élément de tenseur diagonal pour un matériau isotrope. La solution évidente pour le champ E_0 est :

$$E_{0(z,t)} = E_{0(0,t)} \exp \left[-i \frac{3}{4} \frac{\omega_0^2}{2k_0 c^2} \chi^{(3)} |E_{0(0,t)}|^2 z \right] \quad (I.98)$$

Cela signifie que l'impulsion voit un indice de la forme $n=n_0+n_2I(t)$ où $I(t)$ est l'intensité de l'impulsion (n_0 étant l'indice de réfraction usuel). Cet effet porte le nom d'effet Kerr et on s'en sert pour augmenter la largeur du spectre de l'impulsion afin de générer des impulsions plus courtes. De plus on utilise souvent l'approximation parabolique qui consiste à développer en série l'intensité au premier ordre ce qui permet de considérer alors le milieu non linéaire comme une lentille temporelle.

Le raisonnement que nous avons fait en temps peut être prolongé au domaine spatial. En effet si on suppose que le milieu est suffisamment fin de sorte que la modulation de phase ne se traduise pas par des modulations d'amplitude du champ, le faisceau voit un indice de la forme $n=n_0+n_2I(r)$ où $I(r)$ est le profil en intensité du faisceau. Le milieu se comporte alors comme une lentille spatiale. Si le milieu est trop épais, il faut alors tenir compte du Laplacien transverse et résoudre cette nouvelle équation :

$$\Delta_{\perp} E_{0(r_{\perp},z,t)} - 2i\bar{k}_0 \frac{\partial}{\partial z} E_{0(r_{\perp},z,t)} = -\frac{3}{4} \frac{\omega_0^2}{c^2} \chi^{(3)} |E_{0(r_{\perp},z,t)}|^2 E_{0(r_{\perp},z,t)} \quad (I.99)$$

On parle alors d'autofocalisation qui peut induire par exemple un auto-guidage du faisceau (c'est-à-dire que l'effet focalisant du milieu et la diffraction naturelle du faisceau se compensent) ou parfois une propagation chaotique sous la forme de filaments.

II.3.2. Absorption à deux photons dans les photodiodes^{30,31}

Dans le processus d'absorption à deux photons, illustré à la Figure 7, un atome fait une transition de son niveau fondamental à un niveau excité par une absorption simultanée de deux photons du laser.

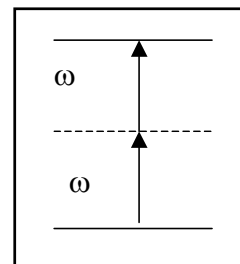


Figure 7 Absorption deux photons

Ce phénomène est gouverné par la partie imaginaire du tenseur de susceptibilité de troisième ordre. En effet l'intensité de champ, solution (I.98) de l'équation d'automodulation de phase, s'écrit pour une faible absorption sous la forme :

$$I_{(z,t)} = I_{(0,t)} - \gamma I_{(0,t)}^2 z \quad \text{avec} \quad \gamma \propto \text{Im}[\chi^{(3)}] \quad (\text{I.100})$$

On trouve ce phénomène d'absorption à deux photons dans les photodiodes qui sont constituées de semi-conducteurs sous la forme de cristaux. Un photon qui ne serait pas assez énergétique pour franchir la bande interdite du semi-conducteur, peut en s'associant simultanément à un autre photon réussir à la franchir et créer une paire d'électron-trou.

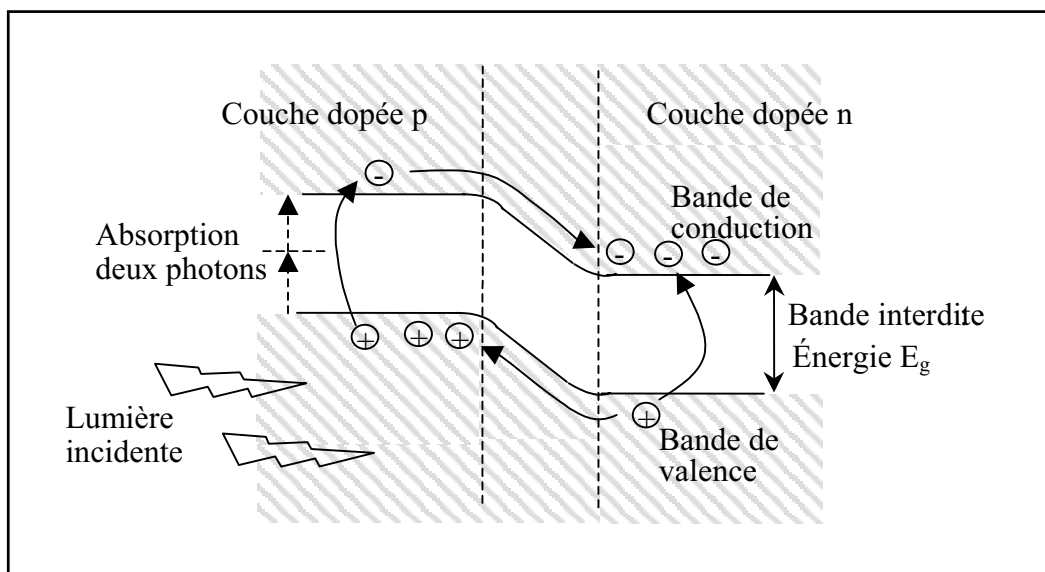


Figure 8 Structure et schéma de bandes d'une photodiode

Le signal non linéaire de la diode est alors proportionnel à l'intensité au carré

$$S_{NL} = \beta_{(\omega_0)} \frac{1}{2} c \varepsilon_0 \frac{1}{T} \iint_{\mathcal{S}} I_{(r,t)}^2 d\mathcal{S} dt \quad (\text{I.101})$$

où $1/T \int dt$ et $\int_{\mathcal{S}}$ signifie respectivement que l'intensité est intégrée sur le temps de réponse de la diode et sur la surface du détecteur (T étant la période de répétition du laser et $\beta_{(\omega_0)}$ un facteur traduisant les caractéristiques du détecteur en supposant que l'impulsion n'est pas trop courte de sorte que le rendement soit le même sur tout le spectre.)ⁱ

i) Signal NL à comparer à la puissance moyenne mesurée par une diode linéaire pour laquelle nous avons :

$$P_m = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 \frac{1}{T} \iint_{\mathcal{S}} I_{(r,t)} d\mathcal{S} dt$$

Suite de la note, page suivante...

Le signal peut être aussi décrit en fonction de la largeur temporelle de l'impulsion et de la taille du faisceau ce qui le rend plus lisible. En effet si on considère qu'il n'y a pas de couplage spatio-temporel, l'intensité s'exprime comme le produit d'une intensité temporelle et d'une intensité spatiale ce qui permet d'avoir :

$$S_{NL} = \frac{2\beta_{(\omega_0)}}{c \varepsilon_0} \alpha_{\text{spatial}} \alpha_{\text{temps}} \frac{P_m^2 T}{\Delta t \Delta r^2} \quad (\text{I.102})$$

où α_{spatial} et α_{temps} sont des coefficients qui dépendent de la forme du signalⁱ et P_m la puissance moyenne.

II.3.3. Génération de seconde harmonique

L'interaction d'un champ électrique avec un cristal dont la susceptibilité de deuxième ordre est non nulle, conduit, sous les conditions d'accord de phase, à la génération d'une radiation dont la fréquence est double par rapport à l'onde fondamentale.

Si on suppose que la puissance de l'onde fondamentale n'est pas affectée par la conversion d'énergie et que le cristal est suffisamment fin pour considérer que le champ électrique associée à l'onde fondamentale est constant sur toute l'épaisseur du cristal, l'équation pilote du processus de génération de seconde harmonique est :

$$\frac{\partial}{\partial z} E_{2\omega_0}(\mathbf{r}_\perp, z, t) = -i \frac{(2\omega_0)^2}{2k_{(2\omega_0)} c^2} \chi^{(2)} E_{\omega_0}^2(\mathbf{r}_\perp, 0, t) \quad (\text{I.103})$$

dans les conditions d'un accord de phase parfait.

Ainsi le signal d'une diode qui mesure l'intensité de la seconde harmonique est égal au même signal d'une diode non linéaire mesurant le champ fondamental, soit

$$S_{2\omega_0} = \beta_{(2\omega_0)} \frac{1}{2} c \varepsilon_0 \frac{1}{T} \int \int_{\mathcal{S}} I_{\omega_0}^2(\mathbf{r}, t) d\mathcal{S} dt \quad (\text{I.104})$$

Il est courant de définir en laser impulsif la puissance crête qui est la puissance déposée par une impulsion dont la définition est $P_{\text{crête}} = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 \int_{\mathcal{S}} I_{(\mathbf{r}, t=0)} d\mathcal{S}$. Il en découle la relation suivante entre la puissance moyenne et la puissance crête :

$$P_m = \gamma_{\text{temps}} P_{\text{crête}} \frac{\Delta t}{T} \quad \text{où } \gamma_{\text{temps}} \text{ est un facteur de forme défini par : } \int I_{(t)} / I_{(t=0)} dt = \gamma_{\text{temps}} \Delta t$$

$$i) \int I_{(r)}^2 d\mathcal{S} / \left(\int I_{(r)} d\mathcal{S} \right)^2 = \alpha_{\text{spatial}} / \Delta r^2 \quad \text{et} \quad \int I_{(t)}^2 dt / \left(\int I_{(t)} dt \right)^2 = \alpha_{\text{temps}} / \Delta t$$

Cela signifie que, dans une mesure d'autocorrélation interférométrique (voir paragraphe III.1.2.a), on peut employer indifféremment une diode à absorption non linéaire ou un cristal doubleur.

III. Caractérisation complète en amplitude et en phase du faisceau laser impulsionnel

La caractérisation d'impulsions courtes a généré une grande variété de techniques de part la diversité des sources lasers : durée des impulsions allant de la dizaine de femtoseconde à la picoseconde, diversité des puissances crêtes, du taux de répétition, de la stabilité... Toutes ces techniques ont vu le jour car les photodiodes dites rapides (la plus rapide étant de l'ordre de 30 ps) ne sont pas capables de mesurer l'enveloppe temporelle des impulsions ultracourtes.

Bien évidemment l'expérience laser réclame la mesure d'autres paramètres tels que la taille du faisceau, son front d'onde, mais aussi sa longueur d'onde et sa polarisation. Dans le projet de l'étude du couplage spatio-temporel, la caractérisation complète du faisceau est autant importante que la mesure temporelle de l'impulsion et la diversité des techniques spatiales prouve que la mesure n'est pas aussi immédiate que l'on pourrait l'imaginer.

Nous présentons dans cette partie les idées simples des techniques les plus employées actuellement tant au niveau spatial que temporel en essayant d'établir un dialogue croisé entre ces deux domaines afin d'en faire ressortir les grandes similitudes qui les unissent. Nous traiterons en premier lieu des techniques qui donnent une estimation des caractéristiques du faisceau et de l'impulsion, puis nous commenterons les techniques de caractérisation complète en amplitude et en phase les plus utilisées.

III.1 Estimation de l'amplitude du faisceau impulsionnel

Les méthodes pour estimer les caractéristiques du faisceau impulsionnel sont connues depuis longtemps. Elles fournissent des renseignements qui dépendent généralement du modèle que les expérimentateurs choisissent pour la forme spatiale et temporelle. Ces méthodes, bien qu'elles donnent un certain nombre de paramètres utiles, sont incomplètes dans le sens où elles ne caractérisent pas le champ électrique, c'est-à-dire la phase de l'onde.

III.1.1. Estimation de la largeur spatiale

La mesure du profil du faisceau se fait facilement avec une caméra CCD qui peut donner les paramètres du faisceau au niveau de la surface sensible, et donner des représentations en trois dimensions et en fausses couleurs du profil laser. Cette technique a comme limite la taille du pixel, ce qui empêche de travailler au niveau des taches focales. Pour pallier à la faible résolution de la caméra (en général la taille d'un pixel est de l'ordre de la dizaine de micron), des appareils commerciaux, dont le terme générique est profileur de faisceau, sont employés.

III.1.1.a Les profileurs de faisceau

Il existe deux techniques capables de mesurer la distribution en intensité d'une tache focale.

La fente mobile

C'est un appareil muni d'un détecteur qui intègre l'éclairement du faisceau laser échantillonné par une fente mobile dont le déplacement est perpendiculaire à la direction de propagation du faisceau. Ces mesureurs ne donnent qu'une seule dimension et on doit opérer une rotation de la tête pour avoir une information complète.

L'analyse avec une lame de couteau

La deuxième technique est une version plus performante que la fente. Cela consiste à déplacer une lame opaque dans le faisceau et à mesurer en fonction de la position de la lame l'éclairement. La dérivée du signal donne le profil du faisceau. En général plusieurs couteaux sont disposés avec des angles différents sur le tambour de façon à donner plusieurs dimensions à la représentation du profil.

III.1.1.b Mesure des paramètres statistiques du faisceau : le M^2

En règle générale, le fonctionnement en mode fondamental TEM_{00} des lasers n'est possible que si on empêche les modes d'ordres élevés d'osciller en disposant par exemple un diaphragme dans la cavité (au détriment de la puissance du laser).

Depuis quelques années on s'intéresse à la mesure de la qualité du faisceau « réel », en mesurant le facteur de forme M^2 qui, comme nous l'avons vu, pilote la diffraction du faisceau (voir le paragraphe II.2.1.b) et qui est issu de considérations statistiques. Il existe deux techniques pour mesurer les caractéristiques du faisceau :

- on mesure en deux plans de la propagation la taille moyenne du faisceau et grâce à la relation (I.50), on détermine le col du faisceau w_0 et M^2 mais la variation de la taille peut ne pas être significative.
- on mesure la taille du faisceau en champ proche et en champ lointain (au foyer d'une lentille parfaitement connue) pour comparer la divergence réelle du faisceau à la divergence théorique d'un faisceau gaussien, et ainsi mesurer le facteur M^2 .

Cette donnée permet d'appréhender la propagation du faisceau réel et de pouvoir estimer, à chaque plan $z=\text{constante}$, sa taille et son front d'onde sans faire une mesure complète en amplitude et en phase du faisceau.

III.1.2. Estimation de la largeur temporelle

Nous ne décrivons pas dans cet ouvrage les dispositifs électroniques (diodes P.I.N. diodes à avalanche, caméra à balayage de fente) qui sont dévolus, vu leur temps de réponse, à la mesure d'impulsions plus longues que la femtoseconde. Nous traiterons seulement de deux techniques, l'autocorrélateur non linéaire et une mesure par absorption à deux photons qui est une technique originale développée par notre groupe.

III.1.2.a Autocorrélateur

Les autocorrélations^{32,33} interférométriques sont des techniques indirectes et la déconvolution de la mesure doit tenir compte non seulement de la fonction réponse de l'appareil mais aussi de la forme de l'intensité temporelle qui doit être souvent supposée par l'expérimentateur afin qu'il en déduise la largeur à mi-hauteur de l'impulsion. Les autocorrélateurs mesurent l'irradiance de deux impulsions décalées temporellement à la sortie d'un interféromètre. On parle de corrélateur non linéaire, la mesure de l'irradiance d'un champ généré dans un milieu non linéaire par ces deux impulsions.

Trace d'autocorrélation non linéaire

Le signal des autocorrélateurs linéaires n'apporte pas plus d'information que le spectre de l'impulsion comme on peut s'en convaincre d'après la relation suivante où τ est le décalage temporel entre les deux impulsions.

$$\mathcal{A}_{L(\tau)} \propto \int \left| E_{(t)} + E_{(t-\tau)} \right|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int \left| \tilde{E}_{(\omega)} + \tilde{E}_{(\omega)} e^{i\omega\tau} \right|^2 d\omega \propto \int \left| \tilde{E}_{(\omega)} \right|^2 \cos^2(\omega\tau/2) d\omega \quad (\text{I.105})$$

En revanche l'autocorrélation non linéaire en configuration colinéaire obtenue par génération de seconde harmonique dans un cristal ou par absorption à deux photons dans une diode, est un signal beaucoup plus riche qui dépend de la forme temporelle de l'impulsion et de sa dérive de fréquence

$$\mathcal{A}_{NL(\tau)} \propto \int \left(\left| E_{(t)} + E_{(t+\tau)} \right|^2 \right)^2 dt = 1 + 2G_{2(\tau)} + 2\text{Re} \left[F_{1(\tau)} e^{-i\omega_0\tau} \right] + \text{Re} \left[F_{2(\tau)} e^{-2i\omega_0\tau} \right] \quad (\text{I.106})$$

$$\text{où } G_{2(\tau)} = \int I_{(t)} I_{(t-\tau)} dt, \quad F_{2(\tau)} = \int E_{(t)}^2 \left(E_{(t-\tau)}^* \right)^2 dt \quad \text{et} \quad F_{1(\tau)} = \int \left(I_{(t)} + I_{(t-\tau)} \right) E_{(t)} E_{(t-\tau)}^* dt.$$

La trace d'autocorrélation est constituée de trois termes qui oscillent à des fréquences différentes : le premier terme G_2 qui est un terme continu et qui dépend de la forme de l'impulsion, le terme F_1 qui oscille à la fréquence ω_0 et un terme F_2 de fréquence $2\omega_0$ qui dépend de la forme et de la phase de l'impulsion. Malheureusement la trace d'une telle autocorrélation est symétrique quelle que soit l'impulsion ce qui implique une perte d'information, donc une indétermination sauf pour une impulsion symétrique dont on connaît le spectre.

Caractérisation d'une impulsion symétrique

Supposons que l'impulsion soit symétrique. Dans ce cas, à partir du terme G_2 , il suffit d'appliquer la relation (I.107) pour avoir accès à l'enveloppe temporelle de l'impulsion.

$$I_{\text{symétrique}(\tau)} = \text{TF}^{-1} \left[\sqrt{\text{TF} \left[G_{2(\tau)} \right]} \right] \quad (\text{I.107})$$

La connaissance de l'enveloppe temporelle et du spectre de l'impulsion permet de remonter à la phase temporelle de l'impulsion par un algorithme itératif simple. Néanmoins si l'on suppose que la phase spectrale est quadratique, on peut procéder autrement. En effet de la connaissance du spectre, on peut en déduire le facteur de forme M_{tps}^2 grâce à l'expression

$$M_{\text{tps}}^4 = 4 \Delta t_0^2 \Delta \omega_0^2 = \left(\int \left(\dot{\tilde{I}}_{(\omega)} \right)^2 1 / \tilde{I}_{(\omega)} d\omega \right) \left(\int \omega^2 \tilde{I}_{(\omega)} d\omega \right) \quad (\text{I.108})$$

et le calcul du produit des écarts quadratiques temporel et spectral (déduts respectivement de la trace d'autocorrélation et du spectromètre) permet ensuite de déterminer le coefficient de la phase quadratique spectrale A.

$$\Delta t^2 \Delta \omega_0^2 = \frac{M_{\text{tps}}^4}{4} + A^2 \Delta \omega_0^4 \quad (\text{I.109})$$

Cette analyse n'est pas utilisée (à notre connaissance) dans la communauté scientifique. En générale les gens supposent la forme de l'impulsion (gaussienne, sécante hyperbolique,..) et calculent le produit de la largeur temporelle à mi-hauteur avec la largeur à mi-hauteur spectrale en comparant le résultat avec la théorie. Il va sans dire que cette analyse (appelée parfois produit magique) est très approximative.

Notez enfin que le terme G_2 peut être obtenu par doublage non colinéaire dans un cristal doubleur, la dynamique du signal étant limité alors par la diffusion des champs harmoniques générés par chacun des faisceaux.

Caractérisation d'une impulsion quelconque

Dans un cas plus général il existe des algorithmes itératifs³⁴ qui se servent du spectre et des fonctions G_2 et F_2 pour reconstruire en amplitude et en phase le champ impulsional sans lever néanmoins l'ambiguïté sur le sens du temps. En effet, ces algorithmes ne sont pas capables de savoir si le champ $E_{(t)}$ ou $E_{(-t)}^*$ est solution du problème (en d'autres termes ils ne connaissent pas le signe de la dérive de fréquence). Pour pouvoir résoudre ce dilemme, il est courant de dissymétriser l'interféromètre en plaçant dans un bras un élément dispersif³⁵ ou d'utiliser une corrélation du troisième ordre³⁶ (dont la dissymétrie peut être accentuée en diminuant l'intensité d'un des bras avec un filtre neutre³⁷)ⁱ. L'avantage de l'autocorrélation du troisième ordre est la dynamique importante du signal car les photons à la fréquence triple ne peuvent provenir que du signal que l'on cherche à mesurer. Ceci est intéressant pour la recherche d'éventuels satellites de l'impulsion.

i) Le nom de l'algorithme qui permet de recouvrer la phase est PICASO pour Phase and Intensity from Cross correlation and Spectrum Only.

A priori ces techniques d'autocorrélation sont théoriquement capables de fournir une information complète du champ impulsionnel. En réalité elles souffrent de nombreuses difficultés expérimentales. Le cristal doubleur doit être en effet suffisamment fin pour que l'acceptance spectrale du cristal puisse être négligée et il faudrait peu focaliser les faisceaux dans le cristal pour rester toujours dans le cadre des ondes planes. Tout ceci nuit bien sûr au rendement de la génération du signal non linéaire. D'autre part la variation du retard (réalisée souvent par un pot vibrant) doit être linéaire sans quoi il faut pouvoir mesurer le retard entre les deux impulsions en temps réel.

De plus, l'enregistrement de la trace d'autocorrélation étant réalisé sur un grand nombre d'impulsions, on suppose que le laser impulsionnel ne fluctue pas au cours du temps. Il existe cependant des configurations monocoup basées sur un interféromètre non colinéaire dont la distribution spatiale du processus du second ordre est équivalente à la fonction d'autocorrélation³⁸. Malheureusement cette technique nécessite un cristal épais et la connaissance parfaite de l'angle entre les deux faisceaux est requise.

En conclusion les autocorrélateurs sont très peu utilisés comme un moyen de caractérisation en amplitude et en phase. Les difficultés expérimentales et les fluctuations des longueurs des bras de l'interféromètre inhérentes à toutes les techniques interférométriques non asservies, induisent un bruit sur le signal qui peut être suffisant pour fausser les résultats si aucune précaution n'est prise. Généralement les autocorrélateurs sont utilisés afin de fournir seulement une estimation de la largeur de l'impulsion et de sa dérive de fréquence.

III.1.2.b Mesures différentielles par absorption à deux photons

Cette technique, dans l'esprit de la mesure du M^2 spatial, a pour vocation de caractériser l'impulsion d'une manière « statistique » en donnant l'écart quadratique moyen temporel de l'impulsion, son facteur de forme et la phase quadratique spectrale dont elle est affectée. Cette technique, à l'instar de l'autocorrélateur, est une estimation des caractéristiques de l'impulsion, mais elle a les très gros avantages d'être monocoup et indépendante d'une hypothèse sur la forme temporelle de l'impulsion.

L'idée de la technique est de mesurer l'évolution de la largeur temporelle de l'impulsion au cours de sa propagation dans un milieu dispersif avec des diodes à deux photons. Cette évolution temporelle est en effet pilotée par le facteur de forme temporelle et la dispersion du milieu. De plus, comme pour la détermination du M^2 spatial, il nous faudra

connaître la taille de l'impulsion en « champ lointain », c'est-à-dire l'écart quadratique moyen du spectre. Cette donnée devra être mesurée indépendamment par l'expérimentateur avec un spectromètre.

Le signal non linéaire ne dépendant pas seulement de la largeur de l'impulsion (mais aussi de la taille du faisceau, de la puissance moyenne...) nous prendrons comme référence le signal non linéaire de l'impulsion qui n'aura traversé aucun élément dispersif. Le dispositif final compte donc trois diodes non linéaires dont deux après des milieux dispersifs d'épaisseurs différentes comme le montre le schéma du dispositif.

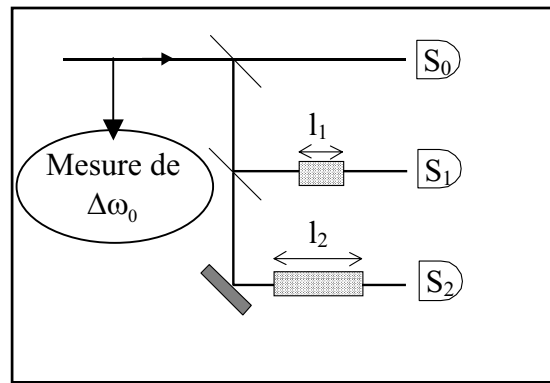


Figure 9 Schéma du dispositif utilisant les propriétés des diodes à deux photons, S_0 , S_1 et S_2 sont les signaux respectifs de chacune des photodiodes.

Si nous notons τ l'écart quadratique moyen temporel de l'impulsion, A_{chirp} la valeur de la phase quadratique spectrale de l'impulsion à caractériser, Δt_0 la largeur temporelle de l'impulsion si elle n'était pas affectée par la dérive de fréquence, et les coefficients B_1 et B_2 les dérives de fréquence ajoutées par les milieux dispersifs, nous aboutissons au système d'équations suivant en utilisant les relations (I.76) et (I.102)

$$\begin{cases} S_0 = \frac{\alpha}{\tau} & \text{avec } \tau = \sqrt{\Delta t_0^2 + A_{\text{chirp}}^2 \frac{M_{\text{tps}}^4}{4 \Delta t_0^2}} \\ S_i = \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta t_0^2 + (A_{\text{chirp}} + B_i)^2 \frac{M_{\text{tps}}^4}{4 \Delta t_0^2}}} & (i = 1, 2) \end{cases} \quad (\text{I.110})$$

où α est une constante qui tient compte du rendement de la diode, de la puissance moyenne et de la taille du faisceau. La résolution du système nous permet alors d'obtenir la largeur temporelle de l'impulsion, le coefficient A_{chirp} et son facteur de forme :

$$\tau^2 = \frac{\Delta\omega_0^2}{S_0^2} \frac{B_1 B_2 (B_2 - B_1)}{B_1 (1/S_2^2 - 1/S_0^2) - B_2 (1/S_1^2 - 1/S_0^2)} \quad (\text{I.111})$$

$$A_{\text{chirp}} = \frac{1}{2} \frac{B_2^2 (1/S_1^2 - 1/S_0^2) - B_1^2 (1/S_2^2 - 1/S_0^2)}{B_1 (1/S_2^2 - 1/S_0^2) - B_2 (1/S_1^2 - 1/S_0^2)} \quad (\text{I.112})$$

$$M_{\text{tps}}^4 = 4 \Delta\omega_0^2 (\tau^2 - A_{\text{chirp}}^2 \Delta\omega_0^2) \quad (\text{I.113})$$

Par la technique d'interférométrie spectrale (voir paragraphe III.2.1.a), il est très simple de calibrer l'appareil en mesurant la différence de dispersion entre les différentes voies et obtenir ainsi les valeurs des coefficients B_i . Cette technique est actuellement en cours de développement ; nous comptons la valider en mesurant la largeur temporelle de l'impulsion et le facteur de chirp après une ligne à dispersion constituée de deux réseaux.

III.2 Mesure complète en amplitude et en phase du faisceau et de l'impulsion

Nous présentons dans cette partie les différentes méthodes pour caractériser complètement une impulsion. La liste des techniques n'est certainement pas exhaustive, de nouvelles variantes sont fréquemment apportées aux techniques de base et elles sont alors baptisées par leurs inventeurs d'un acronyme qui prouve souvent que les scientifiques ont de l'humour ! (et une attirance pour les bestioles en tout genre).

Nous avons fait le choix de ne pas classer les méthodes suivant un découpage théorique, mais de se laisser guider par le bon sens de l'opticien qui sait comment mesurer en amplitude et en phase un faisceau spatial. Nous n'aurons plus qu'à traduire les principes dans le domaine temporel.

III.2.1. Mesure interférométrique

Les premières mesures de front d'onde ont été faites par des techniques interférométriques. L'objectif initial de ces senseurs de phase était de mesurer la planéité ou la courbure des surfaces avec une lumière faiblement cohérente en étudiant l'interférogramme obtenu par des techniques comme par exemple l'interféromètre de Fizeau ou l'interféromètre de Twyman-Green. Ce n'est que depuis l'avènement des sources cohérentes que l'on s'est intéressé à mesurer le front d'onde du faisceau laser afin de qualifier ses propriétés spatiales. Nous

présentons dans ce paragraphe deux types de mesure interférométrique : une mesure à référence et une mesure absolue.

III.2.1.a Interférométrie à référence

La mesure à référence se rapporte aux techniques interférométriques nécessitant la présence d'une onde de référence parfaitement connue (qu'elle soit plane ou sphérique).

Espace

La technique consiste à faire interférer un faisceau test avec un faisceau référence suivant un angle différent de zéro. L'analyse des franges d'interférence permet alors de remonter à la différence de phase entre le faisceau test et le faisceau référence. En d'autres termes l'interférométrie à référence consiste à décaler dans le domaine des vecteurs d'onde deux faisceaux (dont l'un sert de référence) et à analyser les interférences dans le domaine conjugué (c'est-à-dire dans l'espace).

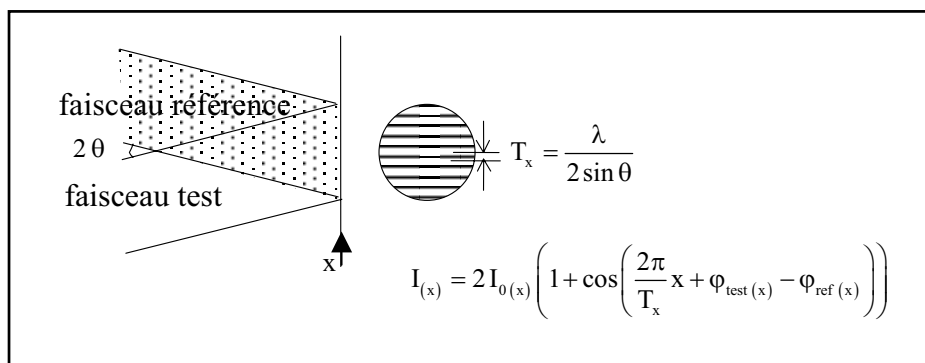


Figure 10 Interférogramme de deux faisceaux inclinés. L'information de la différence de phase est modulée à la fréquence des franges d'interférence. Notez que nous n'avons accès qu'à la phase dans une direction de l'espace.

Afin de recouvrer la phase à partir de l'interférogramme, on peut par exemple utiliser l'analyse de Fourier afin de sélectionner l'information codée par la fréquence porteuse des franges ou utiliser une technique classique de décalage de franges en augmentant le trajet optique par exemple du faisceau référence de sorte que les franges de l'interférogramme glissent jusqu'à être en opposition de phase. La combinaison des différents interférogrammes permet alors de remonter à la phase.

La difficulté de cette technique est d'obtenir un faisceau référence. Il existe deux méthodes. La première consiste à faire interférer le faisceau test avec le même faisceau qui a été au préalable filtré spatialement. La deuxième méthode est de faire interférer le faisceau test avec le centre de ce même faisceau.

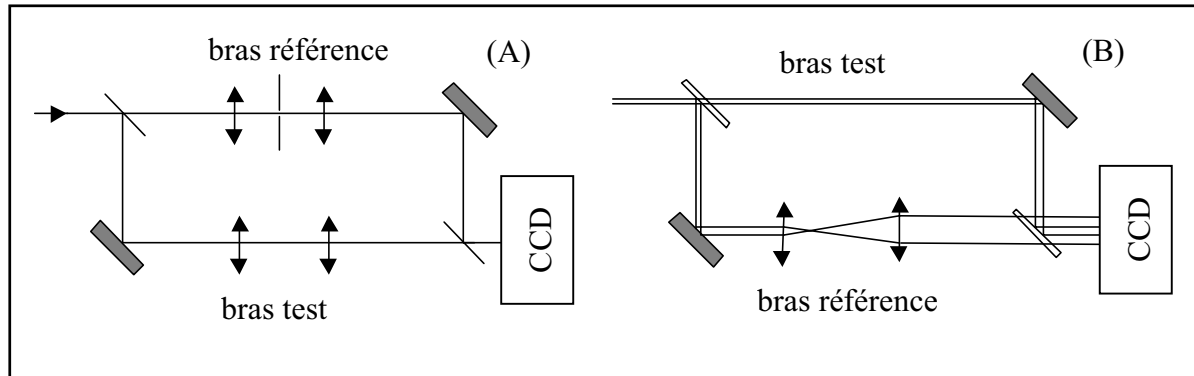


Figure 11 Exemples d'interféromètre pouvant mesurer le front d'onde du faisceau laser. (A) : le bras de référence est obtenu par filtrage spatial. (B) : le bras de référence est obtenu par grandissement. On peut trouver aussi des configurations type Sagnac dont les deux bras sont contre-propagatifs ce qui permet d'éliminer le bruit inhérent à tout montage interférométrique.

Les inconvénients de l'interféromètre à référence sont multiples : il n'offre pas l'achromaticité requise par l'utilisation de sources laser à large bande spectrale, elle est sensible aux vibrations de l'environnement et il est difficile d'avoir un faisceau référence.

Temps

Dans le domaine temporel, la technique interférométrique consiste à décaler temporellement deux impulsions (dont l'une sert de référence) et à analyser les interférences sur le spectre. La technique porte le nom d'interférométrie spectrale et permet de mesurer la phase spectrale de l'impulsion³⁹.

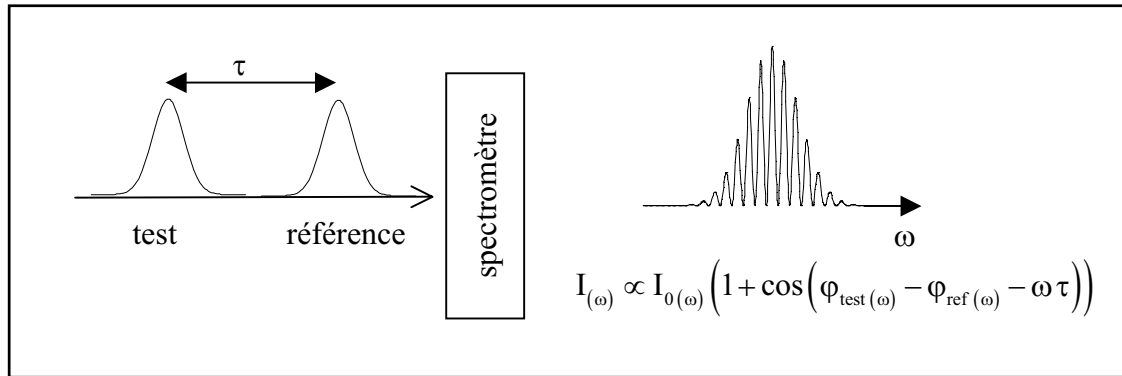


Figure 12 Principe de l'interférométrie spectrale colinéaire : deux impulsions décalées de τ sont envoyées dans un spectromètre. L'analyse des franges d'interférence par TF permet de remonter à l'information de la phase spectrale.

Cette technique est très intéressante car elle est monocoup et la mesure de la phase ne nécessite pas d'algorithme itératif. Néanmoins l'analyse des franges est rendue délicate car le signal n'est pas enregistré en fonction de la fréquence mais en fonction des pixels de la CCD du spectromètre, et la relation algébrique non linéaire qui lie ces deux domaines ne peut être déterminée que par l'expérience⁴⁰.

Il existe une autre technique (appelée SSI⁴¹ pour spatial-spectral interference) qui consiste à faire interférer spatialement et spectralement deux faisceaux impulsionnels afin de visualiser directement la phase spectrale de l'impulsion sans passer par une analyse numérique. A la place du spectromètre conventionnel, on utilise un réseau et une lentille cylindrique qui permet d'imager sur une CCD le spectre sur un axe tout en conservant les franges spatiales sur l'autre axe. Le retard temporel entre les impulsions n'est plus nécessaire.

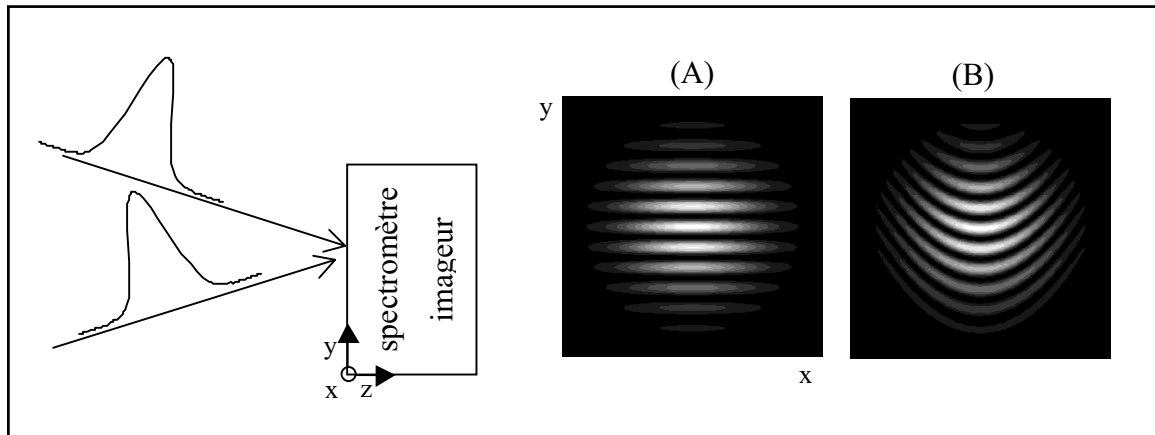


Figure 13 Principe du SSI. L'intensité étant proportionnelle à $1 + \cos(\varphi_{\text{test}(x \leftrightarrow \omega)} - \varphi_{\text{ref}(x \leftrightarrow \omega)} - 2\bar{k}_0 y \sin \theta)$, (et $\varphi_{\text{test}(y)} = \varphi_{\text{ref}(y)}$), les lignes équi-phases décrivent la phase spectrale de l'impulsion. Les simulations numériques ont été faites sans retard temporel entre les impulsions. (A) la phase spectrale de l'impulsion est nulle. (B) la phase spectrale est quadratique.

Parce que le SSI mélange à la fois le domaine spatial et temporel, cette technique peut être aussi capable de donner des renseignements sur le couplage spatio-temporel de l'impulsion à condition d'avoir une référence spatiale et temporelle. Néanmoins les franges spatiales qui sont une superposition de systèmes de franges dus à chaque composante spectrale de l'impulsion, apparaissent floues et la mesure peut en être affectée.

III.2.1.b Interférométrie à décalage

Le principe de l'interférométrie à décalage est de faire interférer deux champs, répliques du champ à tester, qui ont été au préalable décalés. L'analyse des franges d'interférences permet de remonter à la dérivée de la phase dans la direction du décalage. On dit de cette technique qu'elle est absolue (par opposition à l'interférométrie à référence) bien qu'elle mesure le champ à une constante complexe prèsⁱ.

Espace

L'interférométrie à décalage est une technique très employée pour la mesure du front d'onde. Il existe des moyens divers et variés pour dupliquer un champ et le décaler avec sa réplique.

i) Cette valeur décrit la position de la porteuse sous l'enveloppe du champ. Cette quantité a peu d'importance pour les impulsions longues (ou les faisceaux non focalisés).

Le plus utilisé est sans nul doute la lame à décalage (ou lame de shearing). L'interférogramme est obtenu par interférence entre le champ qui subit une simple réflexion sur la lame et le champ qui subit une double réflexion sur ses faces. Une autre technique consiste à utiliser un réseau deux couleurs (superposition de deux réseaux à périodes différentes) qui diffracte le faisceau suivant deux angles. On emploie couramment cette technique pour mesurer la qualité optique des lentilles. Le réseau est de plus monté sur une platine de rotation afin de d'étudier le décalage suivant plusieurs directions de l'espace. Enfin il existe aussi des interférogrammes à décalage radial pour mesurer les aberrations sphériques, dont le principe est similaire au montage B de la Figure 11.

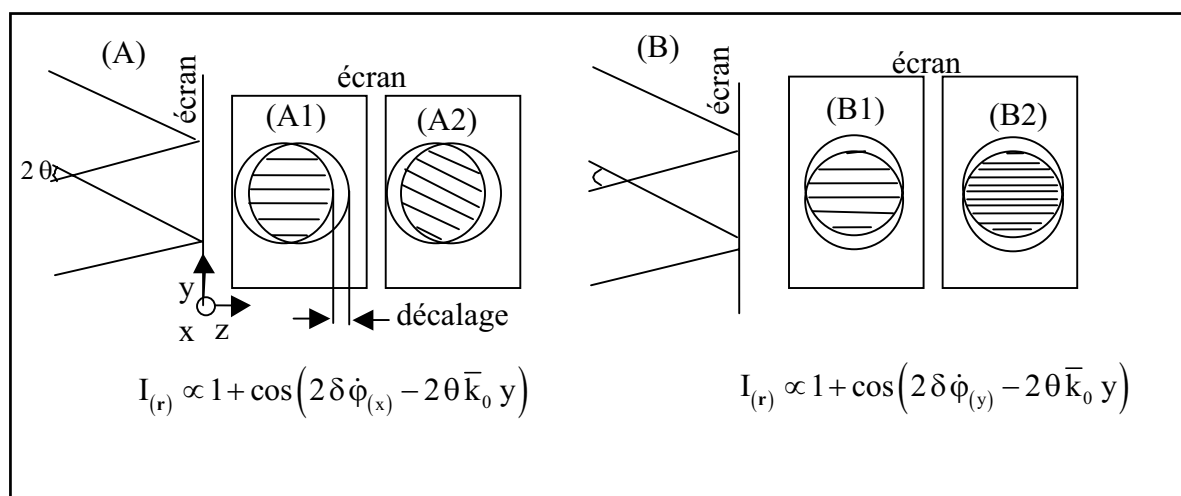


Figure 14 Deux configurations d'interférométrie à décalage. (A) Le décalage est dans le plan perpendiculaire à l'inclinaison des faisceaux (plan Oxy). Interférogramme pour un faisceau collimaté (A1) et non collimaté (A2). (B) Le décalage est dans le plan de l'inclinaison des faisceaux (plan Oyz). Interférogramme pour un faisceau collimaté (B1) et non collimaté (B2). L'angle θ est suffisamment petit de sorte que la projection des champs sur l'écran n'ait pas d'influence sur la figure d'interférence. Notez que le décalage dépend de la position de l'écran, ce qui permet d'ajuster la bande passante de l'appareil suivant z : si le décalage est petit, nous voyons les détails du front d'onde, si le décalage est grand, nous avons accès aux grandes déformations de l'onde.

Toutes ces techniques ont le désavantage de ne pas pouvoir fonctionner avec une impulsion et elles ne sont pas capables de mesurer la phase en un coup (il faudrait mesurer simultanément le gradient dans deux directions orthogonales).

En revanche il existe depuis peu un réseau bi-dimensionnel^{42,43} fabriqué à l'ONERA qui cumule ces deux avantages : le réseau est achromatique pour des impulsions de la centaine de femtoseconde et il permet de mesurer trois gradients simultanément. Nous reviendrons sur les performances de ce réseau au chapitre III.

Temps

Nous avons vu qu'une technique d'interférométrie à décalage consistait à avoir un décalage dans le domaine des vecteurs d'onde (c'est-à-dire un angle entre les faisceaux) et un décalage dans le domaine spatial. L'équivalent de la technique en temps est d'avoir donc un décalage temporel accompagné d'un décalage spectral.

La première méthode pour décaler spectralement l'impulsion est de moduler le train d'impulsions en induisant une modulation de l'indice sur un bras d'un interféromètre grâce à un électro-optique. La fréquence centrale de l'impulsion est alors convertie à la fréquence $\omega_0 + \Omega$ ¹. La mesure du spectre à la sortie de l'interféromètre permet alors de retrouver la phase spectrale. Récemment un modulateur électro-optique Mach-Zehnder (doté d'un retardateur électronique) a été employé afin que le décalage spectral soit égal à la moitié du taux de répétition du train d'impulsions⁴⁴ ce qui a permis de convertir chaque composante spectrale ω_i en deux fréquences $\omega_i \pm \Omega/2$ comme le montre la Figure 15.

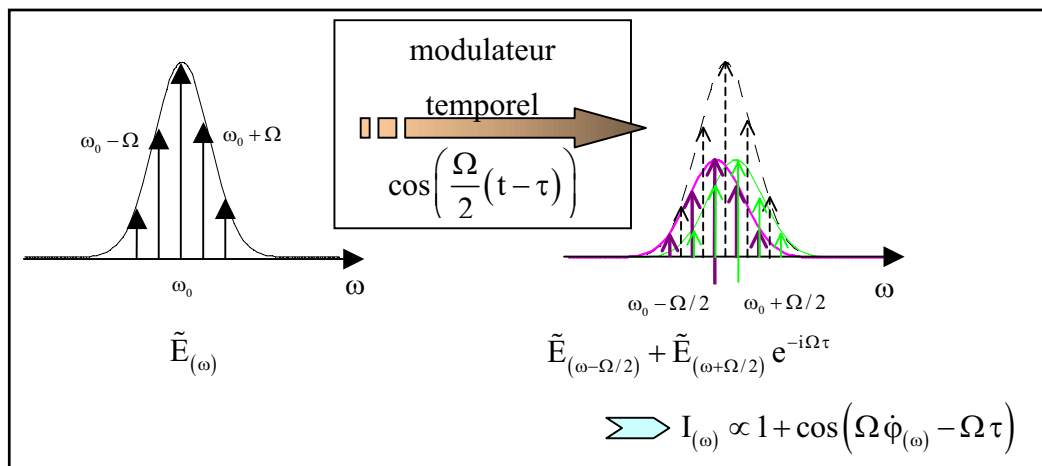


Figure 15 Principe de la mesure par décalage spectral grâce à un modulateur temporel. Le modulateur crée deux impulsions décalées spectralement et la mesure du spectre permet de remonter à la dérivée de la phase. Le décalage en fréquence ne peut pas être plus petit que la fréquence entre les composantes spectrales de l'impulsion (en revanche s'il est plus grand, la précision sur la mesure est moins bonne). Notez que cette technique n'est pas complètement équivalente à l'interférométrie à décalage car le spectre n'est pas modulé par le décalage temporel τ . Cette technique n'est pas monocoup.

i) La phase ajoutée par l'électro-optique est un signal sinusoïdal d'amplitude A et de fréquence $\omega_{\text{modulateur}}$. Sur la durée de l'impulsion, la phase ajoutée sera égale à : $A \sin(\omega_{\text{modulateur}} t) \approx A \omega_{\text{modulateur}} t = \Omega t$ (à condition que l'électro-optique soit synchronisé par rapport à l'impulsion).

La mesure du spectre à la sortie du modulateur en fonction du retard entre les deux impulsions permet de recouvrer la phase spectrale. La difficulté de cette technique est de synchroniser le modulateur à l'impulsion optique. On peut y arriver en pilotant le pompage par diode laser grâce à une haute fréquence dont une partie, après passage par un diviseur de fréquence et un retardateur électronique, contrôle le modulateur temporel. La limitation de cette technique est essentiellement d'ordre technologique. En effet les modulateurs électro-optiques peuvent décaler actuellement le spectre au mieux de 1 ps^{-1} .

La deuxième méthode est beaucoup plus performante car elle est monocoup et ne nécessite pas de synchronisme avec la source laser. Elle est appelée SPIDER⁴⁵ (pour Spectral Phase Interferometry for Direct Electric-field Reconstruction). Le décalage spectral se fait par l'intermédiaire d'une interaction optique non linéaire en utilisant un processus du deuxième ordre ou du troisième. Généralement le décalage spectral est obtenu par doublage de deux répliques de l'impulsion test avec une impulsion à dérive de fréquence suffisamment large pour pouvoir considérer le doublage comme une génération de fréquence somme entre l'impulsion et une onde monochromatique contenue dans l'impulsion étirée. Le doublage s'effectue dans un cristal de type II pour avoir uniquement la génération de fréquence somme sans générer la seconde harmonique provenant des impulsions répliques. De plus le cristal est suffisamment fin afin d'éviter les désagréments dus à l'acceptance angulaire.

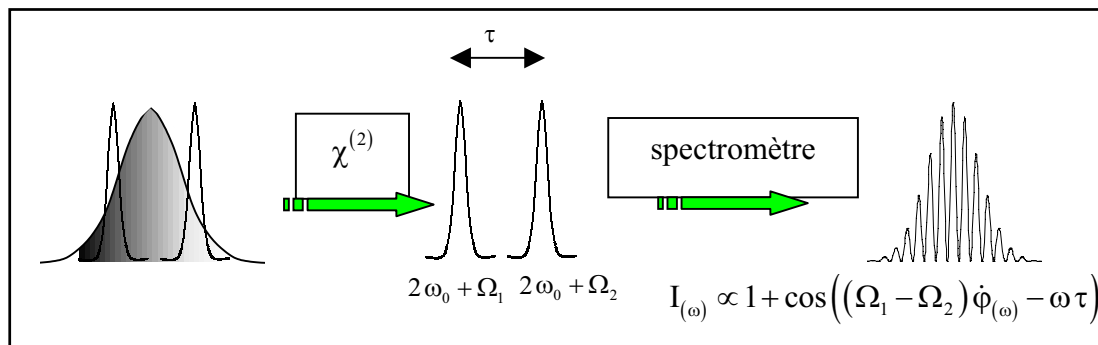


Figure 16 Principe de la technique SPIDER. Deux répliques de l'impulsion test sont créées par réflexion sur les deux faces d'une lame mince afin de limiter les fluctuations d'un interféromètre. Création d'une impulsion étirée par compresseur à réseaux (ou propagation dans un milieu dispersif). Décalage spectral par doublage dans un cristal. Analyse par un spectromètre des franges d'interférences.

Comme pour l'interférométrie spectrale, il est nécessaire de calibrer le spectromètre mais n'ayant accès qu'à la dérivée de la phase, nous ne pouvons pas utiliser les méthodes classiques de calibration utilisées pour cette technique relative. On se sert alors comme référence de l'interférogramme produit par les deux répliques de l'impulsion qui n'ont pas été

doublées. Le réseau est réglé en effet de sorte que l'on mesure en même temps, sur le même détecteur, le spectre fondamental à l'ordre 1 et le spectre harmonique à l'ordre 2. Par filtrage dans l'espace de Fourier, il est possible alors de calibrer l'appareil de mesure⁴⁶.

III.2.2. Mesure par diffraction à l'infini

On parle de mesure par diffraction à l'infini (ou méthodes spectrométriques) l'utilisation de filtres d'amplitude dans un domaine et la visualisation de l'effet dans le domaine conjugué au sens de Fourier.

Espace

La technique la plus répandue dans le domaine du diagnostic laser est la technique du Shack-Hartmann qui est un analyseur de surface d'onde constitué d'une matrice de micro-lentilles et d'un capteur CCD placé dans le plan focal de la matrice. Chaque lentille échantillonne une partie du faisceau et « image » au sens de Fourier le champ dans le plan focal. Cela revient à analyser la diffraction en champ lointain d'un faisceau par une plaque percée de trous.

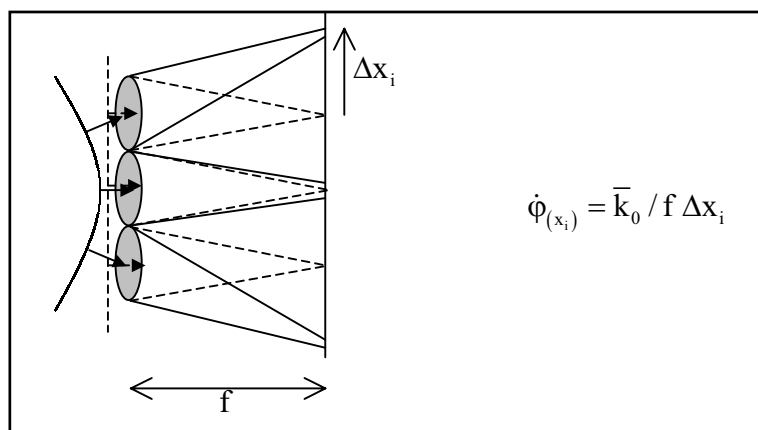


Figure 17 Principe du Shack-Hartmann. La position du point de focalisation après chaque lentille dépend de la dérivée de la phase vue par cette même lentille. La résolution de la mesure est limitée par la taille des micro-lentilles et la taille des pixels de la CCD.

La détermination du barycentre du point focal étant primordiale pour la mesure de la phase, la taille de la tache focale de même que le nombre limité de pixels assignés à une lentille sont les facteurs limitants de cette technique. Une possibilité d'augmenter la résolution est de remplacer la matrice de micro-lentilles par une matrice active à cristaux liquides équivalente à une plaque de trous dont on commanderait électriquement l'ouverture séquentielle. La

détection de la tache de diffraction se fait alors sur toute la CCD. On peut améliorer la mesure en étudiant la diffraction de deux trous simultanément ce qui permet d'avoir des franges d'interférence dans la tache de diffraction et de déterminer ainsi plus précisément le centre de la tache.

Temps

Dans le domaine temporel, la transcription d'une mesure par diffraction à l'infini peut se faire en appliquant un masque soit en temps soit en fréquence.

Le masque en fréquence a donné la technique FDPM⁴⁷ (pour Frequency Domain Phase Measurement) qui consiste à mesurer le décalage temporel de chaque coupe spectrale. En pratique on ponctionne, grâce à une fente mobile, une partie du spectre de l'impulsion au milieu d'une ligne à dispersion nulle et on reconstruit son enveloppe temporelle par corrélation croisée entre le signal filtré et une impulsion courteⁱ. Par comparaison avec les différentes positions de la fente, on accède ainsi à la dérivée de la phase spectrale. Si l'impulsion test ne possède pas de satellites, la mesure est directe. Dans le cas contraire il faut utiliser un algorithme itératif⁴⁸ⁱⁱ.

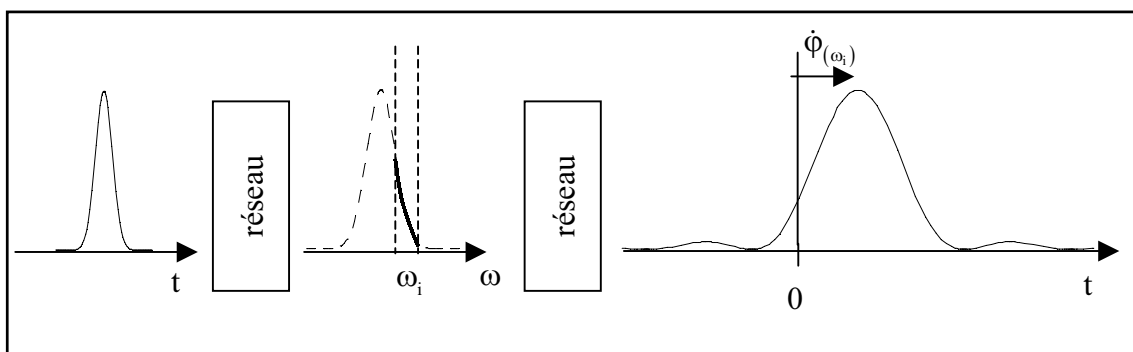


Figure 18 Principe de la technique FDPM. Au milieu d'une ligne à dispersion nulle constituée de deux réseaux, une fente sélectionne une bande spectrale de l'impulsion. Le signal filtré est alors en temps une impulsion de quelques picosecondes dont le barycentre s'est décalé de la dérivée de la phase à la fréquence considérée.

La difficulté de cette technique est de pouvoir déterminer le barycentre de chaque signal filtré afin de connaître le décalage temporel. Nous avons résolu le problème en analysant le signal

i) On peut remplacer la ligne à dispersion nulle (qui est difficile à régler) par un Fabry-Perot accordable et l'autocorrélateur par une diode à deux photons.
ii) Le nom de l'algorithme est TASC pour Temporal Analysis of Spectral Components.

par transformation de chirp qui est équivalent à une transformation de Fourier en basses fréquences (voir chapitre II). L'autre solution consiste à utiliser un masque fait de deux fentes ce qui permet alors de moduler le signal filtré par un battement d'interférence⁴⁹ et de mesurer plus précisément le centre du signalⁱ. Afin de rendre la technique monocoup on utilise un masque plus compliqué de sorte que le signal filtré soit une combinaison de battements discernables entre les différentes fréquences qui composent l'impulsion⁵⁰.

Le masque dans le domaine temporel est plus difficile à faire. On utilise pour cela une corrélation croisée non linéaire entre l'impulsion test et une impulsion référence (technique STRUT) ou une autocorrélation avec l'impulsion test (technique FROG).

La technique STRUT (pour Spectrally and Temporally Resolved Upconversion Technique)⁵¹ consiste à prendre comme impulsion de référence, l'impulsion test filtrée spectralement, puis à mesurer le spectre après une corrélation croisée dans un cristal doubleur. Cette technique mesure le retard de groupe de l'impulsion (comme pour la technique FDPM) et elle n'a pas besoin d'algorithmes itératifs. Il existe aussi des configurations monocoup basées sur des corrélateurs non colinéaires⁵².

La technique FROG^{53,54} (pour Frequency Resolved Optical Gating) est la technique la plus employée (avec SPIDER) pour caractériser une impulsion laser. De nombreuses configurations d'autocorrélation existent et sont répertoriées dans la référence 55 avec les inconvénients et les avantages de chacune d'elles : autocorrélation par génération de seconde harmonique (SHG FROG), par troisième harmonique (THG FROG), par autodiffraction (SD FROG), par une porte en polarisation (PG FROG) et par un réseau transitoire (TG FROG). La porte temporelle étant l'impulsion test, l'analyse du signal repose sur un algorithme itératif appelé projections généralisées⁵⁶ dont la convergence dépend de la topologie des contraintes entre le signal mesuré et le champ obtenu par le processus non linéaire.

La technique FROG n'est pas monocoup, ce qui la handicape par rapport à la technique SPIDER. Ce n'est que depuis un an que des améliorations ont été apportées afin de combler cette lacune. La nouvelle configuration est appelée GRENOUILLE⁵⁷ par ses concepteurs (pour GRating-Eliminated No-nonsense Observation of Ultrafast Incident Laser Light E-fields). L'autocorrélation colinéaire et le spectromètre sont remplacés par une

i) Le nom de la méthode est DOSPM pour Direct Optical Spectral Phase Measurement.

autocorrélation non colinéaire dans un cristal doubleur épais dont la faible acceptance angulaire joue le rôle de spectromètre. Deux lentilles cylindriques imagent ensuite sur une caméra CCD la distribution spatiale de la deuxième harmonique qui représente la trace d'autocorrélation en fonction de la longueur d'onde.

FROG est devenue une technique très performante. Le seule difficulté provient de l'erreur sur la solution qu'il est assez compliqué d'évaluer dans un traitement itératif⁵⁸ (au contraire de SPIDER ou de la technique FDPM).

On pourrait étendre le concept de la mesure par diffraction à l'utilisation de masques de phase. La modulation de phase induite par une impulsion pompe intense (en pratique l'impulsion à caractériser) sur une impulsion sonde de faible énergie (réplique de l'impulsion à caractériser) en fonction du délai entre les deux impulsions, est un bon exemple de masque de phase. Elle a donné lieu à une technique nommée XPM⁵⁹ (pour cross phase modulation) qui consiste à mesurer, pour chaque délai, le spectre après un effet non linéaire du troisième ordre. L'équivalent spatial de cette technique serait alors d'analyser les taches de diffraction dues à une matrice de micro-lentilles sur un capteur CCD qui n'est plus placé dans le plan focal de la matrice ou encore de mesurer en champ proche la tache de diffraction d'une matrice de trous. L'information de la phase dans le signal est alors plus inextricable (d'autant que le masque de phase dépend de la forme temporelle de l'impulsion test) mais une technique d'inversion du type FROG permet de remonter à l'information.

III.2.3. Mesures dans l'espace direct et dans l'espace de Fourier

Une façon très simple de connaître les caractéristiques spatiales d'un faisceau est de mesurer la distribution d'intensité dans l'espace direct et dans l'espace des vecteurs d'onde grâce à une lentille. En effet, nous savons que le champ au foyer image d'une lentille est la transformée de Fourier du champ situé au foyer objet. L'utilisation d'un algorithme itératif permet ensuite de recouvrer en théorie le front d'onde du faisceau (à condition de supposer que la lentille est bien sûr parfaitement connue).

Chaque étape de la propagation du faisceau peut être traduite en termes « temporels ». Nous avons vu en effet que la propagation d'un faisceau dans le vide était équivalente à la propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif, et qu'une lentille spatiale était

équivalente dans le temps à une modulation temporelle (on parle alors de lentille temporelle). En combinant ces différents éléments, il est alors possible de convertir le temps en fréquence et de mesurer ainsi l'enveloppe temporelle de l'impulsion avec un simple spectromètre. Des expériences ont été menées en utilisant comme modulateurs temporels des acousto-optiques⁶⁰ (ou des électro-optiques) mais à cause de leur lenteur elles n'ont pu mesurer que des impulsions picosecondes. Il a fallu attendre les premiers modulateurs produits par un effet non linéaire comme l'automodulation de phase ou la modulation de phase croisée (modulation créée par une impulsion pompe) pour arriver à convertir le temps en fréquence des impulsions femtosecondes. Néanmoins la modulation de phase non linéaire n'est pas tout à fait équivalente à une lentille sphérique spatiale (l'approximation d'une gaussienne par une parabole est seulement vraie au centre et le développement de la dispersion au deuxième ordre ne suffit pas toujours). L'image obtenue dans l'espace de Fourier est donc légèrement déformée⁶¹.

Les lentilles temporelles ont été aussi utilisées afin de faire des « agrandisseurs » d'impulsions^{62,63} (l'équivalent du microscope) ce qui a permis de mesurer une impulsion initialement femtoseconde avec une technologie picoseconde (comme par exemple la caméra à balayage de fente).

III.2.4. Mesure par propagation

On peut aborder le problème de la caractérisation spatiale du faisceau par une approche plus numérique. D'après les équations de Maxwell, la connaissance du champ électrique dans un plan de l'espace permet de prédire la forme du champ dans n'importe quel autre plan. Si maintenant nous connaissons en deux plans la distribution en intensité du faisceau, nous pourrions chercher le front d'onde initial qu'il faut pour passer, au cours de la propagation, d'un plan à l'autre. Comme dans le cas de la technique du M^2 , on se sert du profil du faisceau en champ proche et en champ lointain (plus un champ intermédiaire pour faciliter la convergence de l'algorithme). Ces techniques⁶⁴ bien qu'elles aient fait leurs preuves, ne sont pas encore très utilisées par les opticiens. Il est en effet difficile d'évaluer la validité d'une solution donnée par un traitement purement numérique.

Dans le domaine temporel, la réduction du problème à une dimension simplifie beaucoup l'analyse bien qu'elle puisse être tout aussi complexe si on doit tenir compte des dérivées supérieures de la dispersion de la vitesse de groupe. Afin de simplifier le problème,

la propagation de l'impulsion se fait dans un milieu suffisamment fin pour négliger les ordres supérieurs de la dispersion.

Les techniques de corrélation dissymétriques présentées dans la partie III.1.2.a sont dans le même esprit que les mesures spatiales par propagation (le spectre de l'impulsion représentant l'impulsion en champ lointain) sauf qu'il n'est pas utile ici d'utiliser un code de propagation vu la simplicité de l'analyse. La difficulté, comme nous l'avons constatée, réside en réalité à mesurer l'enveloppe temporelle par autocorrélation.

En revanche la propagation d'une impulsion dans un milieu non linéaire est plus intéressante car l'information de la propagation apparaît directement sur le spectre de l'impulsion qui est très facilement mesurable. En effet, si on prend le cas simple d'une impulsion à dérive de fréquence, après propagation non linéaire dans un régime d'automodulation de phase, le spectre de l'impulsion s'élargit pour une dérive de fréquence positive et se réduit pour une dérive négative. Des expériences de ce type ont été réalisées afin de retrouver la phase de l'impulsion en utilisant un algorithme itératif⁶⁵. Néanmoins cette technique fonctionne seulement dans le cadre d'une automodulation pure, ce qui n'est toujours vrai expérimentalement.

III.2.5. Mesure par effet spatio-temporel

Nous présentons dans cette partie deux techniques dérivées des corrélateurs classiques qui utilisent la déformation spatiale du front d'onde de l'onde harmonique générée.

La première méthode est une corrélation monocoup dans le domaine spectral⁶⁶. Elle permet de visualiser l'enveloppe temporelle de l'impulsion en prenant une impulsion de référence très courte par rapport à l'impulsion test. Cela consiste à modifier une ligne à dispersion nulle en plaçant au milieu de la ligne un cristal doubleur et en utilisant deux réseaux à l'entrée de la ligne (un réseau pour chaque impulsion) afin qu'au niveau du cristal, la somme des composantes spectrales de chaque impulsion soit égale à la fréquence double en tout point du cristal. Le front d'onde du signal harmonique est alors relié au délai entre l'impulsion de référence et l'impulsion test. Sur un écran placé à la sortie de la ligne (dont on a enlevé le réseau de sortie) on observe l'image temporelle de l'impulsion test.

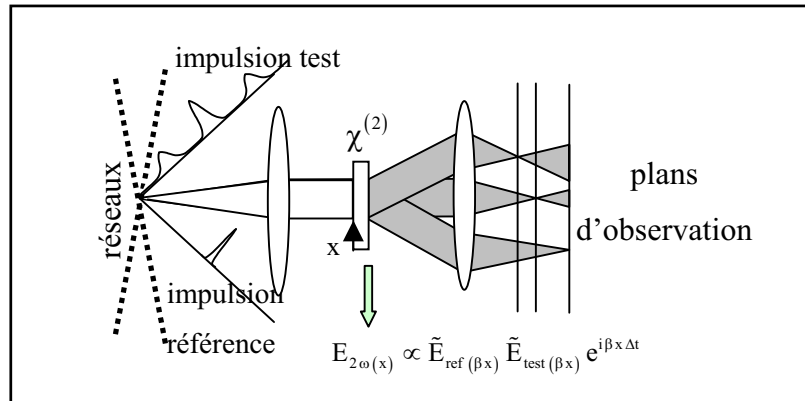


Figure 19 Principe de la technique d'imagerie d'impulsions optiques ultra courtes. La position de la focalisation des faisceaux indique la quantité de dérive de fréquence. Le coefficient β , qui relie la coordonnée spatiale x aux fréquences, dépend de l'efficacité du réseau et de la focale de la lentille. Δt est le délai entre l'impulsion référence et l'impulsion test.

Une corrélation non colinéaire entre une impulsion test et une impulsion de référence permettrait aussi de visualiser spatialement l'enveloppe temporelle, mais cette technique est capable d'évaluer en plus la dérive de fréquence (en bougeant le plan d'observation jusqu'à ce que la tache de la seconde harmonique soit la plus petite). La technique est néanmoins difficile à mettre en œuvre et elle est capable d'imager seulement des trains d'impulsions picosecondes.

La deuxième technique d'autocorrélation mesure la déformation du front d'onde de la seconde harmonique générée par une autocorrélation non colinéaire⁶⁷. La déformation du front d'onde est en effet liée à la dérive de fréquence de l'impulsion comme le montre la Figure 20.

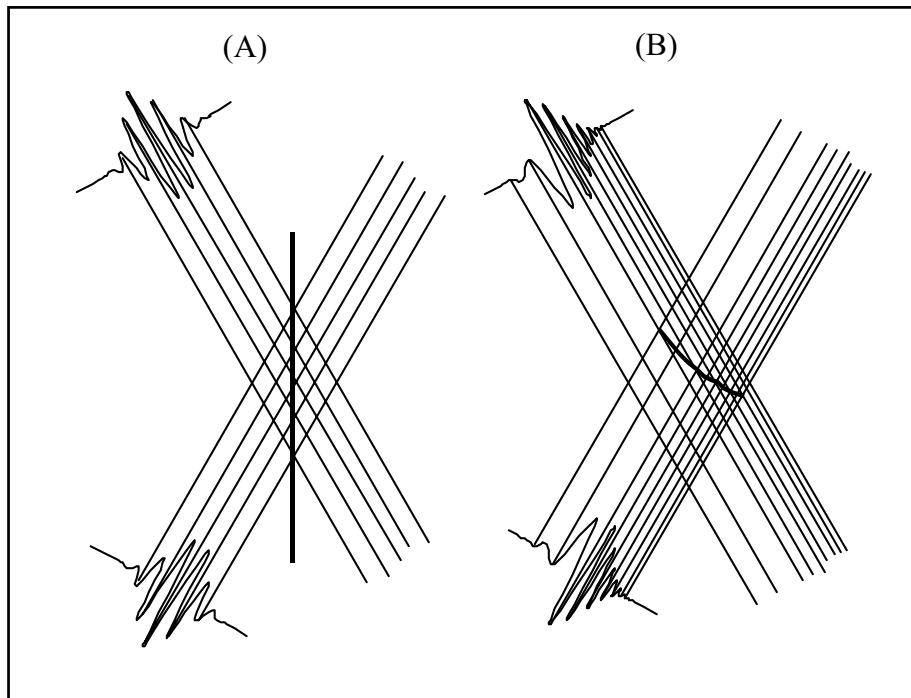


Figure 20 Formation de l'onde harmonique dans un cristal doubleur en configuration non colinéaire. (A) Impulsion limitée par transformée de Fourier: le front d'onde du champ harmonique est plan. (B) Impulsion à dérive de fréquences: le front d'onde se courbe.

Un montage optique constitué d'une fente et de lentilles cylindriques après le cristal doubleur, permet d'obtenir une image 2D qui ressemble à une distribution de Wigner : dans le cas d'une impulsion à dérive de fréquences, l'image s'incline comme dans une représentation de Wigner.

Pour que cette technique fonctionne, il faut que le faisceau ait une symétrie de révolution, qu'il n'ait pas de couplage spatio-temporel à l'entrée du cristal doubleur et que l'impulsion soit symétrique.

III.2.6. Mesure par polarisation

Une onde électromagnétique est caractérisée par l'amplitude, la fréquence, la phase et la polarisation. Jusqu'à présent nous avons vu des techniques dont le principe était de projeter l'information de la phase sur l'amplitude (que ce soit dans l'espace direct ou conjugué au sens de Fourier). Une autre solution est de projeter l'information de la phase sur la polarisation.

Dans le domaine temporel, la technique FROG par une porte en polarisation est un exemple de mesure par polarisation mais il n'y a pas de relation directe entre l'information de la phase et la polarisation.

En revanche dans le domaine spatial il existe une technique récente⁶⁸ qui code la polarisation de l'onde suivant son front d'onde. Elle tire avantage de l'acceptance angulaire d'un cristal biréfringent. En effet un front d'onde (surface des équi-phases) est constitué de vecteurs d'onde locaux qui pointent dans des directions différentes de l'espace. Au cours de la propagation du faisceau dans un milieu biréfringent, la polarisation n'est plus la même suivant chaque direction des vecteurs d'onde locaux et il suffit ensuite d'analyser la polarisation du faisceau pour remonter à la distribution des vecteurs d'onde (donc à la phase spatiale).

Une des difficultés de cette technique réside sur le choix du cristal. Plus un cristal est épais et plus l'acceptance angulaire diminue (donc la résolution augmente) mais en contre partie il faut tenir compte de la propagation de l'onde dans le cristal en appliquant la théorie de diffraction de la lumière (et la mesure ne devient alors plus directe). La deuxième difficulté provient de la distribution en intensité du faisceau qui peut aussi codée la polarisation.

Conclusion

La caractérisation complète du faisceau impulsionnel, que ce soit dans le domaine temporel ou spatial, a atteint un niveau de maturation et de conceptualisation qui permet à présent d'appréhender et de mesurer de manière routinière le champ électrique de l'impulsion optique. Les efforts dans la voie de la caractérisation complète d'impulsions ultracourtes ont été de nombreuses fois couronnés de succès, et des améliorations sont sans cesse apportées aux techniques afin d'augmenter la dynamique de la mesure, d'étudier des impulsions de longueurs d'ondes un peu plus exotiques et de tendre vers la mesure des impulsions attosecondes. Cette recherche vers la mesure en amplitude et en phase du champ a peut-être occulté une deuxième approche de la caractérisation qui est plus « statistique » dans le sens où nous voulons connaître des paramètres simples tels que l'écart quadratique moyen temporel de l'impulsion, son facteur de forme et son facteur de chirp. Ces données, aussi élémentaires qu'elles soient, sont souvent suffisantes pour les applications qui font intervenir les impulsions ultracourtes, et leurs obtentions ne nécessitent pas un dispositif optique très complexe.

Ce premier chapitre a permis de faire l'inventaire des techniques principales de caractérisation du champ impulsionnel et de placer dans leurs environnements les techniques de mesure temporelle et spatiale développées au chapitre II et III, et utilisées au chapitre IV pour des mesures de couplages spatio-temporelles.

Ce premier chapitre a permis aussi de poser les bases d'une description simplifiée du champ électrique dont nous nous servirons au chapitre IV afin d'analyser les résultats du couplage spatio-temporel sans avoir recours à des traitements numériques complexes.

Références bibliographiques

- 1 I.P. Christov, M.M. Murnane, H.C. Kapteyn, J.P. Zhou, C.P. Huang, *Fourth-order dispersion-limited solitary pulses*, Opt. Lett. **19**, 1465 (1994).
- 2 J.D. Harvey, J.M. Dudley, P.F. Curley, C. Spielmann, F. Krausz, *Coherent effects in a self-mode-locked Ti : Sapphire laser*, Opt. Lett. **19**, 972 (1994).
- 3 B. Kohler, V.V. Yakovlev, J. Che, J.L. Krause, M. Messina, K. R. Wilson, N. Schwentner, R.M. Whitnell, Y. Yan, *Quantum control of wave packet evolution with tailored femtosecond pulses*, Phys. Rev. Lett. **74**, 3360 (1995).
- 4 D.J. Bradley, G.H.C. New, *Ultrashort pulse measurements*, proceedings of the IEEE **62**, 313 (1974).
- 5 E.B. Treacy, *Measurement and interpretation of dynamic spectrograms of picosecond light pulses*, J; Appl. Phys. **42**, 3848 (1971).
- 6 C. Froely, A. Lacourt, J.C. Vienot, *Notions de réponse impulsionnelle et de fonction de transfert temporelles des pupilles optiques, justifications expérimentales et applications*, J. Opt. (Paris) **4**, 183 (1973).
- 7 N. Hubin, L. Noethe, *Active optics, adaptive optics, and laser guide stars*, Science **262**, 1390 (1993).
- 8 A.E. Siegman, *Laser*, University Science Books, Mill Valley (1986).
- 9 R.W. Boyd, *Nonlinear optics*, Academic Press (1992).
- 10 E. Hecht, *Optics*, Addison-Wesley Longman, 3rd edition (1998).
- 11 I.A. Walmsley, V. Wong, *Characterization of the electric field of ultrashort optical pulses*, J. Opt. Soc. Am. B **13**, 2453 (1996).
- 12 C. Dorrer, *Caractérisation et modulation d'impulsions laser femtoseconde*, thèse de doctorat de l'Ecole Polytechnique (1999).
- 13 J.C. Chanteloup, *Contrôle et mise en forme de phase et d'énergie d'impulsions lasers brèves ultra-intenses*, thèse de doctorat de l'Ecole Polytechnique (1998).
- 14 J.R Lalanne, A. Ducasse, S. Kielich, *Intéraction laser molécule*, Polytechnica (1994).
- 15 F. Salin, *Etude et réalisation d'une chaîne laser femtoseconde. Rôle des phénomènes solitons dans les lasers femtosecondes à dispersion contrôlée*, Thèse de doctorat à l'Université d'Orsay (1987).

- 16 O.E. Martinez, R.L. Fork, J.P. Gordon, *Theory of passively mode locked laser for the case of nonlinear complex propagation coefficient*, JOSA B **2**, 753 (1985).
- 17 R.J. Jones, J.C. Diels, J. Jasapara, W. Rudolph, *Stabilization of the frequency, phase, and repetition rate of an ultra-short pulse train to a Fabry-Perot reference cavity*, Opt. Comm. **175**, 409 (2000).
- 18 R.J. Jones, J.C. Diels, *Stabilization of femtosecond lasers for optical frequency metrology and direct optical to radio frequency synthesis*, Phy. Rev. Lett. **86**, 3288 (2001).
- 19 S.A. Diddams, D.J. Jones, J. Ye, S.T. Cundiff, J.L. Hall, J.K. Ranka, R.S. Windeler, R. Holzwarth, T. Udem, T.W. Hänsch, *Direct link between Microwave and Optical Frequencies with a 300 THz Femtosecond Laser Comb*, Phys. Rev. Lett. **84**, 5102 (2000).
- 20 J.W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill (1996) second edition.
- 21 W. Mecklenbräuker et F. Hlawatsch, *The Wigner distribution : Theory and Application in signal processing*, Eds. Amsterdam : Elsevier (1997), et plus particulièrement le dernier chapitre de M.J. Bastiaans.
- 22 P.D. Einziger, S. Raz et M. Shapira, *Gabor representation and aperture theory*, JOSA A **3**, 508 (1986).
- 23 I. Daubechies, *The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis*, IEEE Trans. Inform. Theory **36**, 961 (1990).
- 24 H.M. Ozaktas, D. Mendlovic, *Fourier transforms of fractional order and their optical interpretation*, Optics Com. **101**, 163 (1993).
- 25 A.W. Lohmann, B.H. Soffer, *Relationships between the Radon-Wigner and fractional Fourier transforms*, JOSA A **11**, 1798 (1994).
- 26 M.G. Raymer, M. Beck, D.F. mcAlister, *Complex Wave-Field reconstruction using phase-space tomography*, Physical Review Letters **72**, 1137 (1994).
- 27 S. Alenius, *On noise reduction in iterative image reconstruction algorithms for emission tomography : median root prior*, Thèse de doctorat à l'Université de Tampere (Finland) (1999).
- 28 M. Joffre, *cours d'optique non linéaire au DEA de Physique Quantique*, Université Paris VI, <http://www.enseignement.polytechnique.fr/profs/physique/Manuel.Joffre/dea/cours.pdf>.
- 29 M.J. Bastiaans, *The Wigner distribution function and Hamilton's characteristics of a geometric-optical system*, Opt. Comm. **30**, 321 (1979).
- 30 S. Santran, *Caractérisation non linéaire de composants optiques d'une chaîne laser de forte puissance*, Thèse de doctorat à l'Université de Bordeaux I (2000).

Références bibliographiques

- 31 J.K. Ranka, A.L. Gaeta, A. Baltuska, M.S. Pshenichnikov and D.A. Wiersma, *Autocorrelation measurement of 6 fs pulses based on the two-photon-induced photocurrent in a GaAsP photodiode*, Optics Letters **22**, 1344 (1997).
- 32 C. Rullière, *Femtosecond Laser Pulses : Principles and Experiments*, Springer Ed. (1998), voir le chapitre 7 de L. Sarger et J. Oberlé.
- 33 J.C. Diels, E.W. Van Stryland and D. Gold, *Investigation of the parameters affecting subpicosecond pulse durations in passively mode locked dye lasers*, in *Picosecond Phenomena*, Berlin, West Germany : Springer-Verlag (1978).
- 34 K. Naganuma, K. Mogi, H. Yamada, *General Method for Ultrashort Light Pulse Chirp Measurement*, IEEE Journal of Quantum Elect. **25**, 1225 (1989).
- 35 C. Yan, J.C. Diels, *Amplitude and phase recording of ultrashort pulses*, J. Opt. Soc. Am. B **8**, 1259 (1991).
- 36 J.P. Chambaret, C. Dorrer, M. Franco, A. Mysyrowicz, B. Prade, S. Ranc, J.F. Ripoche, J.P. Rousseau, *High-dynamic range measurements of ultrashort pulses*, UltraFast Optics conference (1999).
- 37 J. W. Nicholson, M. Mero, J. Jasapara, W. Rudolph, *Unbalanced third-order correlations for full characterization of femtosecond pulses*, Optics Lett. **25**, 1801 (2000).
- 38 F. Salin, P. Georges, G. Roger, A. Brun, *Single shot measurement of 52 fs pulse*, Appl. Opt. **26**, 4528 (1987).
- 39 L. Lepetit, G. Chériaux et M. Joffre, *Linear techniques of phase measurement by femtosecond spectral interferometry for applications in spectroscopy*, J. Opt. Soc. Am. B **12**, 2467 (1995).
- 40 C. Dorrer, *Influence of the calibration of the detector on spectral interferometry*, J. Opt. Soc. Am. B **15**, 1160 (1999).
- 41 D. Meshulach, D. Yelin, Y. Silberberg, *Real-time spatial-spectral interference measurements of ultrashort optical pulses*, J. Opt. Soc. Am. B **14**, 2095 (1997).
- 42 J. Primot, L. Sogno, *Achromatic three-wave (or more) lateral shearing interferometer*, J. Opt. Soc. Am. A **12**, 2679 (1995).
- 43 J.C. Chanteloup, F. Druon, M. Nantel, A. Maksimchuck, G. Mourou, *Single-shot wave-front measurements of high intensity ultrashort laser pulses with a three-wave interferometer*, Opt. Lett. **23**, 621 (1998).
- 44 J. Debeau, B. Kowalski, R. Boittin, *Simple method for the complete characterization of an optical pulse*, Opt. Lett. **23**, 1784 (1998).
- 45 C. Iaconis, I. Walmsley, *Spectral phase interferometry for direct electric field reconstruction of ultrashort optical pulses*, Opt. Lett. **23**, 792 (1998).

- 46 C. Dorrer, *Implementation of spectral phase interferometry for direct electric field reconstruction using a simultaneously recorded interferogram*, Opt. Lett. **24**, (1999).
- 47 J.L.A. Chilla, O.E. Martinez, *Direct determination of the amplitude and the phase of femtosecond light pulses*, Opt. Lett. **16**, 39 (1991).
- 48 V. Wong, I. Walmsley, *Ultrashort-pulse characterization from dynamic spectrograms by iterative phase retrieval*, J. Opt. Soc. Am. B **14**, 944 (1997).
- 49 K.C. Chu, J.P. Heritage, R.S. Grant, K.X. Liu, A. Dienes, W.E. White, A. Sullivan, *Direct measurement of the spectral phase of femtosecond pulses*, Opt.Lett. **20**, 904 (1995).
- 50 K.C. Chu, J.P. Heritage, R.S. Grant, W.E. White, *Temporal interferometric measurement of femtosecond spectral phase*, Opt. Lett. **21**, 1842 (1996).
- 51 J.P. Foing, L.P. Likforman, M. Joffre, A. Migus, *Femtosecond pulse phase measurement by spectrally resolved up-conversion: application to continuum compression*, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 2285 (1992).
- 52 J.K. Rhee, T.S. Sosnowski, A.C. Tien, T.B. Norris, *Real-time dispersion analyzer of femtosecond laser pulses with use of a spectrally and temporally resolved upconversion technique*, J. Opt. Soc. Am. B **13**, 1780 (1996).
- 53 R. Trebino, D.J. Kane, *Using retrieval to measure the intensity and phase of ultrashort pulses: frequency-resolved optical gating*, J. Opt. Soc. Am. A **10**, 1101 (1993).
- 54 J. Paye, M. Ramawamy, J.G. Fujimoto, E.P. Ippen, *Measurement of the amplitude and phase of ultrashort light pulses from spectrally resolved autocorrelation*, Opt. Lett. **18**, 1946 (1993).
- 55 R. Trebino et ses collaborateurs, *Measuring ultrashort laser pulses in the time-frequency domain using frequency-resolved gating*, Rev. Sci. Instrum. **68**, 3277 (1997).
- 56 K.W. DeLong, D.N. Fittinghoff, R. Trebino, B. Kohler, K. Wilson, *Pulse retrieval in frequency-resolved optical gating based on the method of generalized projections*, Opt. Lett. **19**, 2152 (1994).
- 57 P. O'Shea, M. Kimmel, X. Gu, R. Trebino, *Highly simplified device for ultrashort-pulse measurement*, Opt. Lett. **26**, 932 (2001).
- 58 D.N. Fittinghoff, K.W. DeLong, R. Trebino, C.L. Ladera, *Noise sensitivity in frequency-resolved optical-gating measurement of ultrashort pulses*, J. Opt. Soc. Am. B **12**, 1955 (1995).
- 59 H. Lange, M. Franco, J. Ripoche, B. Prade, P. Rousseau, A. Mysyrowicz, *Reconstruction of the time profile of femtosecond laser pulses through cross-phase modulation*, IEEE J. of Selected Topics in Quantum Electronics **4**, 295 (1998).

Références bibliographiques

- 60 M.T. Kauffman, W.C. Banyai, A.A. Godil, D.M. Bloom, *Time-to-frequency converter for measuring picosecond optical pulses*, Appl. Phys. Lett. **64**, 270 (1994).
- 61 C.V. Bennett, B.H. Kolner, *Aberrations in temporal imaging*, IEEE J. of Quantum Elect. **37**, 20 (2001).
- 62 X. Yang, *Implementation of time lenses and optical temporal processors*, Optics Comm. **116**, 193 (1995).
- 63 C.V. Bennett, B.H. Kolner, *Upconversion time microscope demonstrating 103X magnification of femtosecond waveforms*, Opt. Lett. **24**, 783 (1999).
- 64 L. Bruel, *Reconstruction de front d'onde par des mesures d'intensité*, Optique et Photonique **1**, 35 (2000). Cette idée a fait l'objet d'un dépôt de brevet: "MIROMA B 12955.3PR"; L. Bruel, J. Belledent 02-98; CEA/COGEMA.
- 65 E.T.J. Nibbering, M.A. Franco, B.S. Prade, G. Grillon, J.P. Chambaret, A. Mysyrowicz, *Spectral determination of the amplitude and the phase of intense ultrashort optical pulses*, J. Opt. Soc. Am. B **13**, 317 (1996).
- 66 P.C. Sun, Y.T. Mazurenko, Y. Fainman, *Femtosecond pulse imaging: ultrafast optical oscilloscope*, J. Opt. Soc. Am. A **14**, 1159 (1997).
- 67 V. Kabelka, A.V. Masalov, S. Nikitin, H. Milchberg, *Tracing the phase distortion of a single ultrashort light pulse from angularly resolved second-harmonic autocorrelation*, Optics Comm. **156**, 43 (1998).
- 68 K. Buse, M. Luennemann, *3D imaging: Wave front sensing utilizing a birefringent crystal*, Phy. Rev. Lett. **85**, 3385 (2000).

Chapitre II

Caractérisation en amplitude et en phase de l'impulsion dans le domaine temporel : applications aux mesures des propriétés optiques linéaires et non linéaires.

INTRODUCTION.....	75
I. ANALYSE SPECTRALE DES IMPULSIONS PAR UNE LIGNE A DISPERSION NULLE : APPLICATION A UN EFFET KERR.....	76
I.1 LA TECHNIQUE FDPM.....	76
I.1.1. Principe et montage	76
I.1.2. La ligne à dispersion nulle.....	79
I.1.2.a Le réseau de diffraction	79
I.1.2.b Le champ issu de la ligne à dispersion.....	80
I.1.2.c Les effets d'un mauvais réglage sur le signal	82
I.1.2.d Alignement de la ligne à dispersion nulle et calibration	82
I.1.3. Les améliorations techniques et numériques.....	84
I.1.3.a Automatisation de la caractérisation d'impulsions : protocole RS232.....	84
I.1.3.b Transformation de Fourier et transformation de chirp	86
I.2 ANALYSE DES PROPRIETES LINEAIRES ET NON LINEAIRES DE MATERIAUX VITREUX	87
I.2.1. Mesure de la dispersion d'un échantillon vitreux	88
I.2.2. Mesure de l'indice non linéaire n_2	89
I.2.3. Détermination de la phase du laser à « l'intérieur » de l'oscillateur.....	92
II. CARACTERISATION DES IMPULSIONS PAR INTERFEROMETRIE SPECTRALE : APPLICATION A UN PROCESSUS DE CASCADE.....	95
II.1 L'INTERFEROMETRIE SPECTRALE	95
II.1.1. Principe de l'analyse du signal par Fourier.....	95
II.1.2. Résolution et calibration de la technique d'interférométrie spectrale.....	97
II.1.2.a Résolution du spectromètre	97
II.1.2.b Calibration de la technique	98
II.2 LE PROCESSUS DE CASCADE	99

<i>II.2.1. Eléments théoriques du phénomène de cascade.....</i>	<i>100</i>
II.2.1.a Approche onde plane	101
II.2.1.b Simulations numériques en prenant en considération la dispersion de la vitesse de groupe	102
II.2.1.c Réalités expérimentales dans les conditions d'un faisceau focalisé.....	107
<i>II.2.2. Mesures</i>	<i>108</i>
CONCLUSION	111
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	113

Introduction

Les impulsions courtes ont un champ électrique comparable aux champs internes des atomes et des molécules responsables de la liaison des électrons de valence. Lors de l'interaction d'un tel champ avec la matière, le milieu peut se comporter de manière non linéaire, subir des modifications structurelles et être endommagé. La réponse particulière de la matière agit alors sur la propagation de l'impulsion courte qui subit en retour de nombreuses modifications. L'intérêt des premières techniques de caractérisation d'impulsions étaient de constater ces modifications puis de contrôler les caractéristiques de l'impulsion afin d'optimiser l'effet désiré comme par exemple la génération de solitons dans des guides d'onde¹, de continuum dans un cristal ou d'impulsions X dans des gaz². Le deuxième intérêt des techniques de caractérisation est d'avoir accès aux propriétés de la matière via l'interaction de l'impulsion avec celle-ci.

Ce chapitre traite de deux techniques de caractérisation : la technique FDPM (pour Frequency-Domain Phase Measurement) et l'interférométrie spectrale que nous avons utilisées afin d'étudier l'effet Kerr optique et le phénomène de cascade de la susceptibilité du deuxième ordre. Nous détaillerons dans chaque partie relative aux techniques, le principe des processus physiques étudiés et les conditions expérimentales dans lesquelles nous avons obtenu les mesures. Ce chapitre a pour but de mettre en valeur la potentialité d'une technique de caractérisation temporelle à étudier les propriétés non linéaires des matériaux.

I. Analyse spectrale des impulsions par une ligne à dispersion nulle : application à un effet Kerr

L'analyse spectrale des impulsions par une ligne à dispersion nulle a été élaborée par Chilla et Martinez^{3,4} au début des années 90. Cette technique est équivalente dans le domaine spatial à la technique Shack-Hartmann basée sur une matrice de micro-lentilles. Afin de rendre cette technique performante, nous l'avons automatisée et nous l'avons dotée d'un traitement numérique qui permet d'augmenter d'une manière significative le rapport signal sur bruit. Après avoir calibré la ligne à dispersion nulle, nous appliquerons cette technique à la mesure de l'impulsion à la sortie de l'oscillateur, à la détermination de la dispersion d'un verre et enfin nous évaluerons l'indice non linéaire dans un échantillon de SF59.

I.1 La technique FDPM

Bien que dans son principe la technique FDPM soit une technique très simple, l'analyse requiert en réalité beaucoup de minutie de par la présence de la ligne à dispersion nulle (qui peut créer un couplage spatio-temporel sur l'impulsion) et du bruit sur le signal dû aux fluctuations de longueur entre les deux bras du corrélateur croisé.

I.1.1. Principe et montage

La technique repose sur une corrélation croisée entre une impulsion très courte (l'impulsion test de 100 fs) et la sortie d'un compresseur au milieu duquel on a placé une fente mobile. Le compresseur présenté à la Figure 1 est constitué de deux réseaux de 1800 traits par mm et de deux lentilles de longueur focale 210 mm.

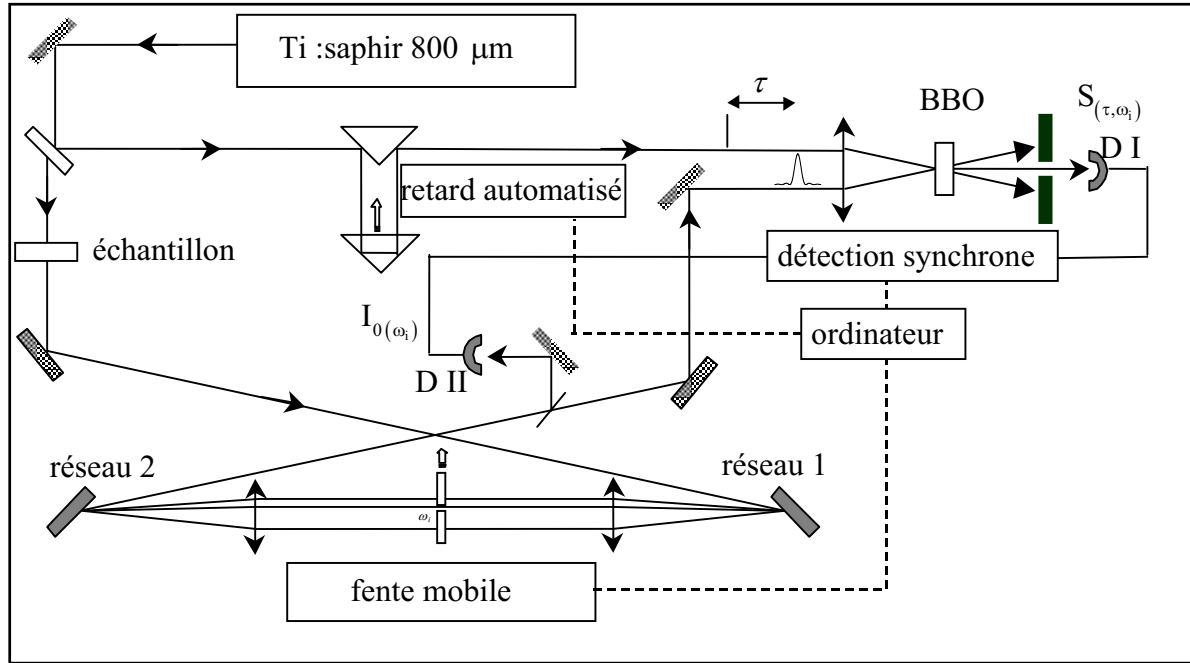


Figure 1 Schéma expérimental de la technique FDPM. L'amplitude spectrale est mesurée en utilisant une diode DII afin d'éviter les déformations d'amplitude dues aux contraintes d'accord de phase du cristal doubleur.

La ligne est réglée à dispersion nulle en superposant l'image du premier réseau sur le deuxième réseau. Le masque filtre une bande spectrale étroite $\Delta\omega$ dont le retard temporel (appelé aussi retard de groupe) reflète l'éventuelle dérive de fréquence de l'impulsion test. Parce que la largeur de la fente est de l'ordre de $1/30$ du spectre total (au centre de la ligne à dispersion pour une impulsion de 100 fs), la phase à travers la fente est supposée linéaire de sorte que le retard de groupe soit égal à la dérivée de la phase $\dot{\phi}_{(\omega_i)}$. On considère de plus que l'amplitude à travers la fente est constante. Le champ de l'impulsion filtrée s'exprime alors dans le domaine temporel sous la forme suivanteⁱ :

$$E_{\omega_i}(t) = \text{TF}^{-1} \left[\tilde{E}_{(\omega)} P_{(\omega_i, \Delta\omega)} \right]_{(t)} \propto \tilde{A}_{(\omega_i)} \text{sinc} \left[\Delta\omega \left(t + \dot{\phi}_{(\omega_i)} \right) \right] \quad (\text{II.1})$$

où sinc est la fonction mathématique sinus cardinal, transformée de Fourier de la fonction porte $P_{(\omega_i, \Delta\omega)}$ jouée par la fente centrée en ω_i et de largeur $\Delta\omega$.

i) En fait le champ filtré est égal à $E_{\omega_i}(t) \propto \tilde{A}_{(\omega_i)} \text{sinc} \left[\Delta\omega \left(t + \dot{\phi}_{(\omega_i)} \right) \right] + i \dot{\tilde{A}}_{(\omega_i)} \frac{d}{dt} \left[\text{sinc} \left[\Delta\omega \left(t + \dot{\phi}_{(\omega_i)} \right) \right] \right]$, c'est à dire que le champ est toujours symétrique et retardé de la valeur de la dérivée de la phase mais, suivant la valeur de la dérivée du spectre, le sinus cardinal peut se transformer en une fonction plus monolithique.

Les mesures du champ filtré et de son retard se font par corrélation croisée avec l'impulsion de référence qui est considérée par comparaison comme une fonction de Diracⁱ. Le signal obtenu par corrélation croisée dans un cristal doubleur entre les deux impulsions est exactement le sinus cardinal au carré

$$S_{(\tau, \omega_i)} = I_{0(\omega_i)} \text{sinc}^2 \left[\Delta\omega \left(\dot{\phi}_{(\omega_i)} + \tau \right) \right] \quad (\text{II.2})$$

avec $I_{0(\omega_i)}$ qui est l'intensité du champ test à la fréquence ω_i et τ le retard de la corrélation croisée. Ce résultat peut être interprété en utilisant l'analogie entre la diffraction spatiale et la dispersion temporelle. Le système {fente + ligne à dispersion nulle} est en effet équivalent dans le domaine temporel à la diffraction de Fraunhofer par une fente. Un système d'acquisition enregistre ensuite une image en deux dimensions en ω et τ (appelée sonogramme), c'est-à-dire qu'à chaque position de la fente dans le spectre, on enregistre la trace de corrélation en déplaçant le retard du corrélateur.

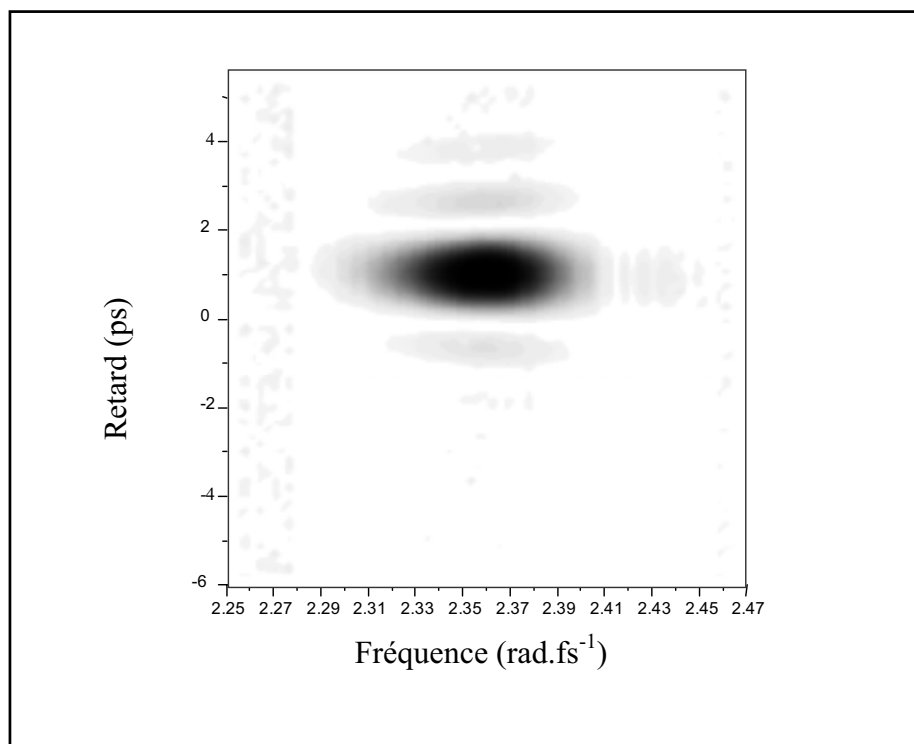


Figure 2 Sonogramme à la sortie du laser Ti :saphir obtenu par notre technique. Pour une fréquence particulière, on reconnaît, en fonction du retard, le sinus cardinal et ses lobes secondaires.

i) Le champ filtré est 20 fois plus large que l'impulsion de référence.

La mesure du retard de groupe permet a priori de recouvrer la phase spectrale de l'impulsion sans aucun algorithme itératif. Néanmoins si l'impulsion présente des satellites, il n'est plus possible de définir un unique retard de groupe et une déconvolution est nécessaire^{5,6}.

I.1.2. La ligne à dispersion nulle

L'utilisation des réseaux afin de compresser une impulsion optique est une chose courante et le principe a été formalisé par Treacy⁷ dans les années 70. L'article étudiait la dispersion rajoutée à l'impulsion par une paire de réseaux. Dans les années 80 Martinez a eu l'idée d'insérer une télescope entre les réseaux afin d'augmenter la dispersion et d'en contrôler le signe^{8,9}, puis il a étudié l'influence de la taille finie du faisceau sur l'homogénéité de l'impulsion à la sortie du compresseur^{10,11}. Afin d'évaluer les effets des mauvais réglages de la ligne à dispersion nulle sur la mesure de la phase, nous n'allons pas utiliser le formalisme matriciel qu'il a développé¹², mais nous servir plus simplement des outils d'analyse développés au chapitre I.

I.1.2.a Le réseau de diffraction

Les réseaux sont les éléments essentiels du montage. La relation fondamentale pour les réseaux de diffraction de pas d s'écrit

$$\sin \theta + \sin \gamma = \frac{m\lambda}{d} \quad (\text{II.3})$$

où γ et θ sont respectivement l'angle d'incidence et l'angle d'émergence du faisceau par rapport à la normale du réseau et m l'ordre de diffraction. Les réseaux que nous avons utilisés sont blazés à l'ordre -1 (l'efficacité étant alors de l'ordre supérieure à 70%) et nous avons travaillé dans une configuration proche de Littrowⁱ. La relation fondamentale des réseaux peut s'écrire par rapport à la fréquence centrale de l'impulsion et l'angle d'incidence principale du faisceau (qui correspond au vecteur d'onde central) sous la forme d'un développement limité au premier ordre

$$\theta_{(\omega,\gamma)} = \theta_0 + \beta(\omega - \omega_0) + \alpha(\gamma - \gamma_0) \quad (\text{II.4})$$

i) Littrow : configuration pour laquelle l'angle d'émergence est égale à l'angle d'incidence du faisceau sur le réseau

avec $\beta = -\frac{2\pi c m}{d\omega_0^2 \cos\theta_0}$ la dispersion angulaire du réseau et $\alpha = -\frac{\cos\gamma_0}{\cos\theta_0}$.

En terme de vecteurs d'onde transverse, si on note k_x' le vecteur d'onde transverse après le réseau et k_x le vecteur d'onde transverse avant le réseau, nous avons alors la relation suivante :

$$k_x' = \bar{k}_0 \beta (\omega - \omega_0) + \alpha k_x \quad (\text{II.5})$$

avec $k_x = \bar{k}_0 (\gamma - \gamma_0)$ et $k_x' = \bar{k}_0 (\theta - \theta_0)$ (et bien sûr $k_y' = k_y$)

Cela signifie qu'un champ dont la distribution en vecteur d'onde transverse est $\tilde{f}_{\text{espace}(k_{\perp})}$, se propage après un réseau sous la forme :

$$\tilde{E}_{(k_{\perp}', z, \omega)} = e^{i\frac{(k_{\perp}')^2}{2\bar{k}_0}z} \tilde{f}_{\text{espace}\left(\frac{(k_x' - \bar{k}_0 \beta (\omega - \omega_0)) / \alpha, k_y'}{\alpha, k_y'}\right)} \tilde{f}_{\text{temps}(\omega)} \quad (\text{II.6})$$

(l'origine de l'axe z est située au niveau du réseau)

1.1.2.b Le champ issu de la ligne à dispersion

Les deux lentilles forment un système afocal qui permet d'imager le premier réseau en un réseau de mêmes caractéristiques et parallèle au deuxième réseau ce qui équivaut à étudier une paire de réseaux dont la distance peut être positive ou négative.

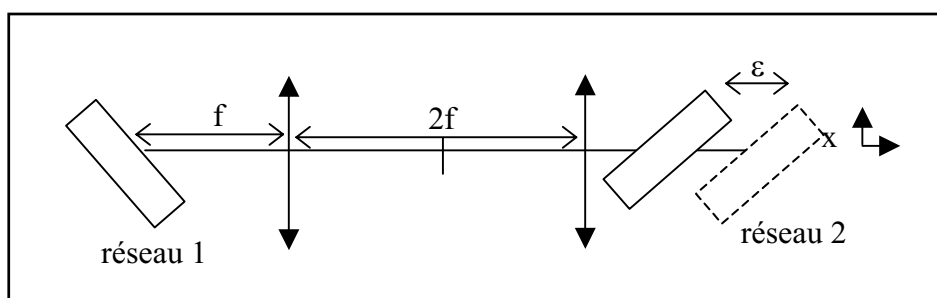


Figure 3 Image d'un réseau par un système afocal. Notez qu'au foyer de la première lentille, la distribution spatiale du faisceau est proportionnelle au spectre de l'impulsion d'un coefficient $f\beta$

Parce que l'angle d'émergence du premier réseau est égal à l'angle d'incidence du deuxième réseau, la relation fondamentale du deuxième réseau s'écrit alors en termes de vecteurs d'onde transverse sous la formeⁱ

$$k_x'' = -\bar{k}_0 \beta / \alpha (\omega - \omega_0) + \frac{1}{\alpha} k_x' \quad (\text{II.7})$$

Cela signifie que le champ après une paire de réseaux distants de la longueur ε devient

$$\tilde{E}_{(\mathbf{k}_\perp, z, \omega)} = e^{i \frac{(\alpha k_x + \bar{k}_0 \beta (\omega - \omega_0))^2 + k_y^2}{2\bar{k}_0} \varepsilon} e^{i \frac{k_x^2}{2\bar{k}_0} z} \tilde{f}_{\text{espace}(\mathbf{k}_\perp)} \tilde{f}_{\text{temps}(\omega)} \quad (\text{II.8})$$

où nous avons remplacé k_x'' par k_x (l'origine de l'axe z étant prise au niveau du deuxième réseau).

La paire de réseaux ajoute donc une phase qui dépend du temps et de l'espace. Si on développe cette phase quadratique,

$$\tilde{E}_{(\mathbf{k}_\perp, z, \omega)} = e^{i \bar{k}_0 / 2 \beta^2 (\omega - \omega_0)^2 \varepsilon} e^{i \alpha^2 \beta k_x (\omega - \omega_0) \varepsilon} e^{i \frac{\alpha^2 k_x^2 + k_y^2}{2\bar{k}_0} \varepsilon} e^{i \frac{k_x^2}{2\bar{k}_0} z} \tilde{f}_{\text{espace}(\mathbf{k}_\perp)} \tilde{f}_{\text{temps}(\omega)} \quad (\text{II.9})$$

nous pouvons distinguer trois effets consécutifs à la ligne à dispersion

- La ligne ajoute une dispersion proportionnelle à la distance entre les deux réseaux. Cette distance peut être positive ou négative suivant la position du deuxième réseau par rapport au système afocal.
- Un couplage spatio-temporel apparaît, il a pour effet d'incliner le faisceau sur son axe de propagation. En effet le centre de gravité de l'impulsion (décrite par le moment de premier ordre) varie suivant le vecteur d'onde transverse comme :

$$\langle t \rangle_{k_x} = \alpha^2 \beta \varepsilon k_x \quad (\text{II.10})$$

- Le faisceau devient elliptique si $\alpha \neq -1$ (si on ne travaille donc pas dans les conditions de Littrow).

i) Si le système afocal est mal réglé ou si le deuxième réseau n'est pas parallèle à l'image du premier réseau alors $k_x'' = \beta' \bar{k}_0 (\omega - \omega_0) + \alpha' k_x'$ où β' et α' dépendent de la configuration géométrique de la ligne.

I.1.2.c Les effets d'un mauvais réglage sur le signal

L'effet le plus gênant est sans nul doute la dispersion par la ligne qui s'ajoute à la phase de l'impulsion test (en décalant temporellement le signal) et qui modifie la forme du signalⁱ

$$S_{(\tau, \omega_i)} = I_{0(\omega_i)} \left(\text{TF}^{-1} \left[e^{i\bar{k}_0/2\beta^2 \varepsilon (\omega - \omega_0)^2} P_{(\omega_i, \Delta\omega)} \right]_{(\tau + \dot{\phi}_{(\omega_i)} + \bar{k}_0 \beta^2 \varepsilon (\omega_i - \omega_0))} \right)^2 \quad (\text{II.11})$$

En effet nous n'obtenons plus un sinus cardinal (TF de la fonction porte) mais l'équivalent en optique d'une diffraction en champ proche de la fonction porte (diffraction de Fresnel).

De plus le développement de l'équation fondamentale du réseau au premier ordre en $\omega - \omega_0$ n'est pas toujours suffisant, et dans le cas d'un mauvais réglage ($\varepsilon \neq 0$ ou réseaux non parallèles) une phase cubique en fréquence peut dissymétriser le signal. Cet effet est rédhibitoire pour l'analyse du signal qui nous sert à déterminer le retard de groupe.

Enfin la position de la fente dans le système afocal peut aussi modifier la forme du signal si elle n'est pas placée dans le plan focal de la lentille. En effet, hors du plan focal, la relation entre les coordonnées spatiales et les fréquences n'est plus linéaire ce qui a pour effet de brouiller l'information du retard de groupe et d'atténuer les oscillations du sinus cardinal.

I.1.2.d Alignement de la ligne à dispersion nulle et calibration

Nous présentons les étapes du réglage de la ligne à dispersion :

- Le pré-réglage de la ligne a été effectué par imagerie en positionnant un objet (cheveux, papier...) sur le premier réseau. Nous avons utilisé une lumière incohérente (dans l'infrarouge) pour diminuer la profondeur de champ qui limite la précision du réglage.
- Nous nous sommes servis d'une diode à deux photons, sensible à la largeur temporelle de l'impulsion, afin de positionner le deuxième réseau. En effet si la ligne est à dispersion nulle, le signal non linéaire (normalisé par rapport à la puissance moyenne) doit être le même avant et après la ligne.

i) Si on veut être rigoureux, il faudrait tenir compte aussi de la dispersion des lentilles du système afocal. L'effet des aberrations achromatiques des lentilles a été étudié dans la référence 12. Pour compenser cette dispersion il faut dérégler la ligne à dispersion. Une autre solution serait d'utiliser des miroirs concaves.

- L'inhomogénéité de l'impulsion est visible au niveau de la corrélation croisée entre l'impulsion filtrée et l'impulsion courte. Elle se manifeste par un déplacement horizontal du faisceau harmonique lorsqu'on fait varier le retard du corrélateur. Le réglage de l'angle du deuxième réseau se fait alors facilement.
- Nous avons positionné la fente lorsque le laser était continu. La position du faisceau focalisé après la première lentille indique le plan de Fourier.

Ces réglages, bien qu'ils soient nécessaires, n'empêchent pas des dispersions d'ordre élevé provenant par exemple des aberrations géométriques (l'image du premier réseau peut être un peu déformée). Afin de rendre la technique FDPM absolue, nous avons dû calibrer la ligne à dispersion et connaître la phase spectrale qu'elle ajoute au système. Nous avons utilisé pour cela la technique d'interférométrie spectrale (voir le paragraphe II.1) où l'impulsion de référence est l'impulsion avant la ligne et l'impulsion test est l'impulsion après la ligne ; et nous avons comparé le résultat avec la phase mesurée par la technique FDPM. Les deux résultats donnent la même phase d'ordre 4, ce qui signifie que la phase ajoutée par la ligne est si importante qu'elle cache la phase réelle du laser.

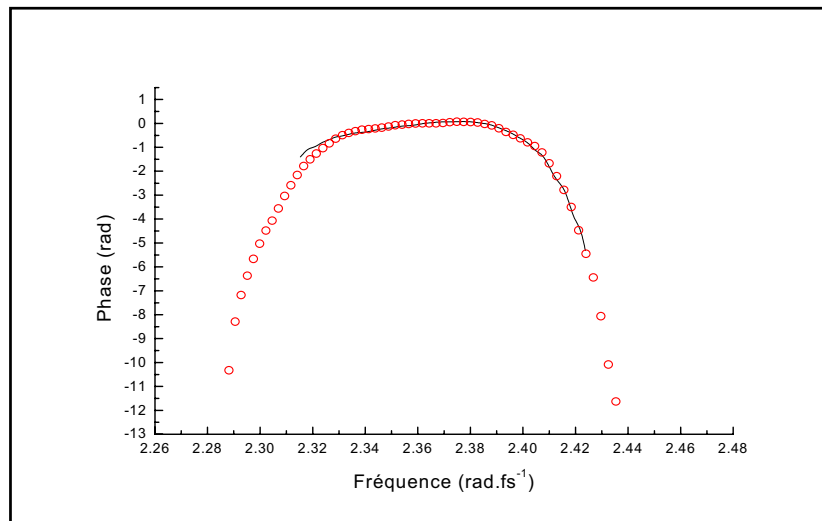


Figure 4 Comparaison entre la phase du laser obtenue par la technique du sonogramme (cercles) et la phase mesurée par interférométrie spectrale (trait)

I.1.3. Les améliorations techniques et numériques

Afin d'augmenter le rapport signal sur bruit, la seconde harmonique est générée dans un corrélateur du deuxième ordre non colinéaire. De plus nous utilisons une détection synchrone avec un gain réglable ce qui nous permet d'enregistrer la fonction sinus cardinal avec une dynamique de 120 dB. Mais ces améliorations ne sont pas encore suffisantes.

I.1.3.a Automatisation de la caractérisation d'impulsions : protocole RS232

Il est nécessaire de disposer d'un enregistrement rapide des signaux ainsi que d'une interface permettant la saisie directe sur notre ordinateur. Ces enregistrements sont effectivement propices à une automatisation du fait de leur caractère répétitif. La séquence élémentaire est le positionnement de la fente, puis le balayage complet sur 4096 pas avec aller retour.

L'acquisition des données a été faite sur ordinateur, par le protocole RS232. C'est une interface série (les données sont envoyées les une après les autres) asynchrone (il n'y a pas d'horloge qui synchronise l'envoyeur et le destinataire). Elle est formée de 9 broches et assure un débit de 4600 Bauds, bien que sa bande passante permette d'atteindre 19200 Bauds, sur une portée de 15 mètres. Les signaux sont échangés par octet et débutent par un bit d'adressage et 7 bits pour les données (généralement des ASCII).

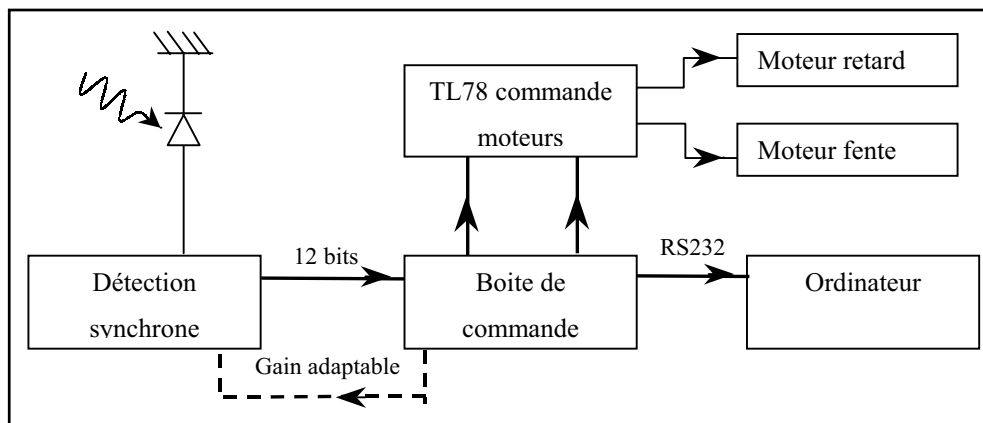


Figure 5 Schéma du montage électronique pilotant par l'intermédiaire de l'interface TL-78A (Micro contrôle), le déplacement des moteurs pour la fente et pour le retard. La commande sur la détection synchrone afin d'ajuster le gain pour chaque position de fente, n'a pas été réalisée bien qu'elle soit réellement envisageable.

La boite de commande, assure la synchronisation des différents dispositifs. Les paramètres requis pour une mesure complète du champ sont :

- Le nombre d'enregistrements : chaque déplacement de la fente sélectionne une composante spectrale et donne lieu à un enregistrement du signal de corrélation. Généralement, nous choisissons 32, 64 ou rarement 128 positions. Ces choix permettent bien sûr d'utiliser une transformation de Fourier rapide si nous désirons obtenir en temps le profil de l'impulsion après l'enregistrement et le dépouillement complet.
- La longueur du balayage du retard : son choix dépend du serrage de la fente puisque nous cherchons toujours à nous mettre dans des conditions où le sinus cardinal est nul sur le bord de l'enregistrement. Nous utilisons couramment 4096 pas de 1 micromètre (pour une largeur de fente autour de 200 micromètres), et plus exceptionnellement, nous avons recourt à 2048 ou 8192 pas. Par ailleurs, il faut effectuer un centrage du système afin que le retard zéro moyen se trouve dans la zone où est effectué le balayage.

Dans ces conditions, le boîtier de commande initialise les positions des moteurs et envoie les paramètres de mesure à l'ordinateur. Il effectue alors un premier balayage spectral qui nous permet sur une voie de mesure auxiliaire d'enregistrer le spectre de l'impulsion. Ensuite, il positionne la fente à l'extrémité de sa course, et commence le balayage du retard (figure 16). Le balayage aller n'est pas enregistré, il permet à l'expérimentateur d'ajuster le gain de la détection synchrone. Sur le balayage retour, la boîte de commande acquiert en synchronisme avec chaque pas du moteur une valeur issue de la détection synchrone. Ces valeurs sont converties dans un codage en 12 bits, et envoyées de manière séquentielle par RS232 à l'ordinateur. La fente est alors déplacée et un nouveau balayage du retard a lieu. Ce protocole permet l'acquisition totale du signal pour la caractérisation du champ.

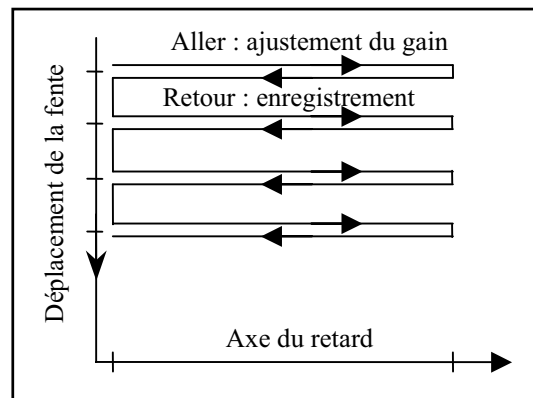


Figure 6 Enregistrement séquentiel pour le déplacement de la fente. Le balayage effectué ressemble à un balayage vidéo pour lequel nous partons d'un coin supérieur et lisons les données par ligne en décroissant.

1.1.3.b Transformation de Fourier et transformation de chirp

Le nœud du problème est la détermination du retard temporel de chaque signal filtré par la ligne à dispersion nulle. On pourrait ajuster directement le signal par un sinus cardinal au carré mais la convergence est souvent instable et elle dépend fortement des paramètres initiaux. Nous avons donc choisi d'analyser la transformée de Fourier du signal en τ pour deux raisons : la transformation filtre d'une part le bruit de haute fréquence et l'information du retard apparaît d'autre part comme une phase linéaire très facilement paramétrableⁱ. Néanmoins la TF a un inconvénient majeur : l'information pertinente dans l'espace de Fourier est contenue dans une portion étroite du signal en comparaison au signal entier (10 points pour 4100 points dans notre cas). Pour améliorer le traitement numérique il est courant d'ajouter des zéros au signal initial avant d'effectuer la TF dans le but d'augmenter la zone pertinente mais cela nécessite plus de mémoire. Une autre possibilité est d'utiliser une méthode de « transformation de chirp » qui permet d'appliquer un zoom sur les basses fréquences dans l'espace de Fourier où se trouve l'information¹³. L'expression de cette transformation de chirp (TC) est la suivante :

$$\text{TC}_Z \left[f_{(t)} \right]_{(\omega)} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{(t)} e^{-i(\omega/Z)t} dt = \text{TF} \left[f_{(t)} \right]_{(\omega/Z)} \quad (\text{II.12})$$

où Z est le coefficient de zoom.

i) La mesure du barycentre du signal filtré est moins intéressante car elle est plus sensible au bruit.

En utilisant la TC, la phase linéaire du signal (soit la position du sinus cardinal) peut être ajustée avec une droite sur 4000 points ce qui augmente la précision sur la mesure du retard temporel.

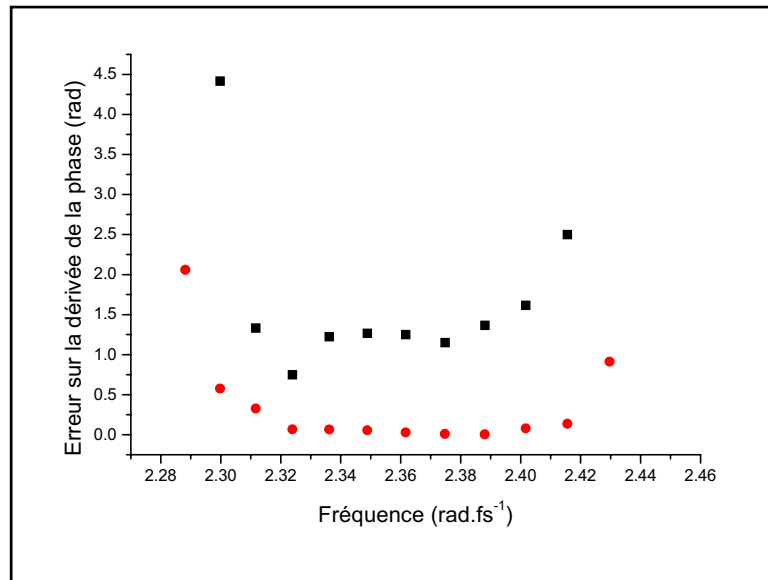


Figure 7 Précision de la phase d'une impulsion de largeur 98 fs à 0.8 μm pour différents facteurs de zoom: carrés pour $Z=1$ (donc pour une transformation de Fourier standard), cercles pour $Z=400$

En effet sans cette transformation, la mesure du retard sur 10 points est affectée par des fluctuations thermiques et mécaniques qui ne permettent pas d'avoir une valeur fiable.

L'utilisation de cette analyse abaisse l'incertitude à 1° (à la fréquence centrale de l'impulsion). Néanmoins la validité de la mesure du retard par la TC requiert une analyse croisée, dans l'espace de Fourier, de la phase du signal et de son amplitude pour prévenir des erreurs possibles dues au bruit qui, lorsque le signal est faible, peut déplacer artificiellement le barycentre du sinus cardinal (et modifier l'amplitude du signal dans l'espace de Fourier, d'où l'analyse croisée).

I.2 Analyse des propriétés linéaires et non linéaires de matériaux vitreux

En calibrant la ligne à dispersion, nous avons rendu la technique absolue, c'est-à-dire que la mesure ne nécessite plus de phase de référence. Nous sommes maintenant capables d'analyser les propriétés optiques des matériaux. La connaissance en effet des caractéristiques de

l'impulsion avant et après propagation dans un matériau peut permettre d'analyser ses propriétés optiques. Nous avons pu ainsi mesurer la dispersion et l'indice non linéaire d'un verre.

I.2.1. Mesure de la dispersion d'un échantillon vitreux

Les propriétés de dispersion peuvent être aisément mises en évidence par un polynôme de la phase spectrale. Nous présentons ici un résultat obtenu simplement sur le verre SF6 de Schott.

Pour effectuer cette analyse, nous devons éviter de favoriser d'autres phénomènes de propagation, notamment les phénomènes non linéaires. Nous travaillons donc avec des faisceaux non focalisés dont le diamètre sur l'échantillon est de l'ordre de 4 mm. Il est toutefois important de conserver une puissance suffisante afin de disposer de l'énergie nécessaire dans chaque tranche spectrale sélectionnée durant la manipulation. La Figure 8 est un exemple de signal révélant la forme polynomiale autour du zéro de la phase spectrale. Nous avons effectué un ajustement cubique sur cette courbe car la largeur de nos impulsions ne nous permet pas réellement de tester tous les ordres de dispersion.

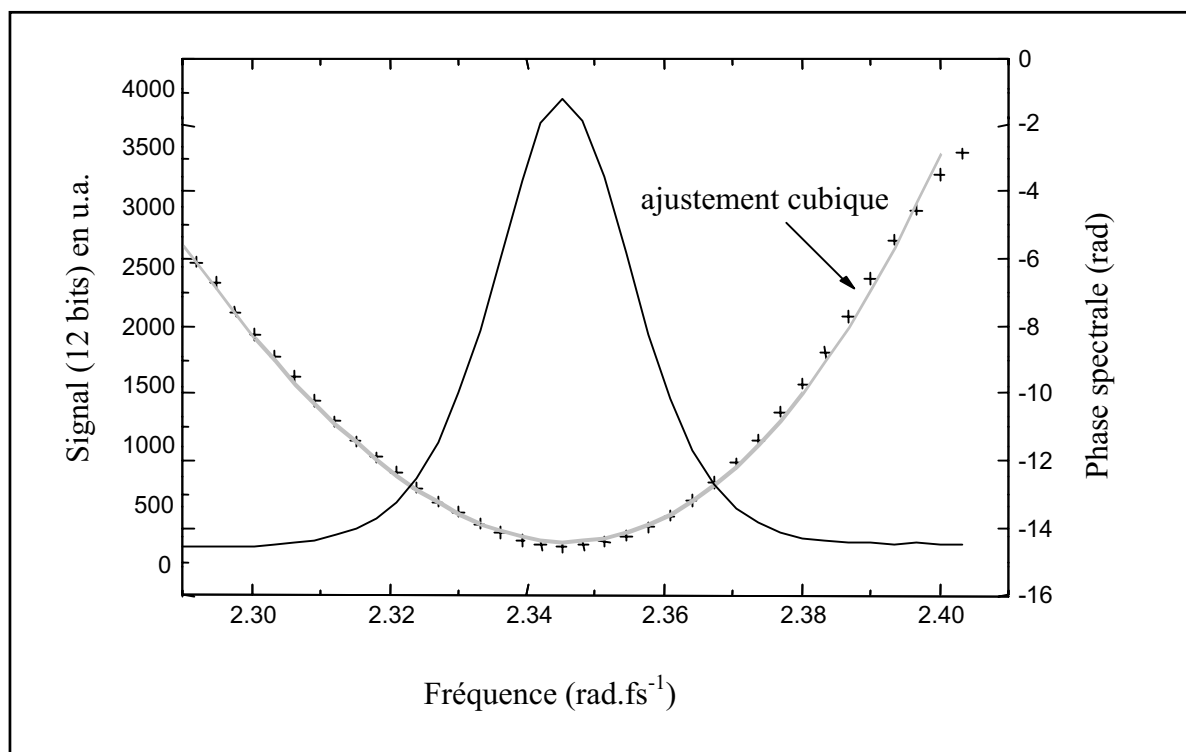


Figure 8 Détermination de l'amplitude et de la phase d'une impulsion après une traversée d'un centimètre dans le verre SF6 de Schott.

Nous pouvons aussi obtenir la dérivée première traduisant la vitesse de groupe, simplement déduite du déplacement temporel du signal que l'on observe lorsque nous plaçons l'échantillon. Les valeurs des différents coefficients de dispersion sont regroupées dans le tableau ci-dessous.

Coefficients de dispersion	Valeurs expérimentales	Valeurs théoriques	Comparaison
$\left(\frac{dk}{d\omega}\right)_{804nm}$	$6,108 \cdot 10^{-9} \text{ s/m}$	$6,104 \cdot 10^{-9} \text{ s/m}$	0,05%
$\left(\frac{d^2k}{d\omega^2}\right)_{804nm}$	$0,18 \cdot 10^{-24} \text{ s}^2/\text{m}$	$0,19 \cdot 10^{-24} \text{ s}^2/\text{m}$	5,5%
$\left(\frac{d^3k}{d\omega^3}\right)_{804nm}$	$2,6 \cdot 10^{-40} \text{ s}^3/\text{m}$	$1,3 \cdot 10^{-40} \text{ s}^3/\text{m}$	Facteur 2

Tableau 1 Mesures de la dispersion dans le verre SF6 de Schott à 804 nm. En ce qui concerne la dispersion du troisième ordre, notre valeur est différente d'un facteur 2. Pour mesurer correctement le troisième ordre, notre technique devrait être capable de mesurer une phase aussi petite que $\varphi_{\min} = \frac{\ddot{k}_0}{6} e(\Delta\omega)^3$ où $\Delta\omega$ et e sont respectivement la largeur spectrale du laser et la longueur de l'échantillon. Par exemple pour ce matériau, la phase attendue de $\varphi_{\min} \approx 0.28^\circ$ est trop petite pour les performances de la technique...

I.2.2. Mesure de l'indice non linéaire n_2

Une impulsion laser ultracourte se propageant à travers un matériau de susceptibilité non linéaire $\chi^{(3)}$ est modélisée par l'équation non linéaire de Schrödinger. En l'absence d'auto-focalisation et dans l'approximation d'un échantillon fin, une phase proportionnelle à l'intensité est ajoutée au champ qui a traversé le milieu

$$E_{NL(t)} = E_{0(t)} e^{-in_2 \bar{k}_0 e I_{0(t)}} \quad (\text{II.13})$$

où n_2 est l'indice non linéaire, e la longueur de l'échantillon et \bar{k}_0 le vecteur d'onde. On constate qu'il est judicieux de décrire ce phénomène en temps car toute l'information non linéaire est contenue dans la phase. En revanche dans le domaine spectral, la signature de la non linéarité est plus difficile à cerner. Pour s'en convaincre, on peut simuler la dérivée de la phase spectrale (donnée par le sonogramme) après un effet Kerr en prenant une impulsion gaussienne limitée par TF, une impulsion sécante hyperbolique et une impulsion mesurée expérimentalement par notre technique à la sortie de l'oscillateur (avec tout ce que cela peut

comporter comme bruit). La Figure 9 montre que le signal est complètement différent suivant la forme de l'impulsion et que le bruit est exalté par l'indice non linéaire sous la forme d'oscillations au bord du spectre. La dérivée de la phase n'est donc pas une mesure pertinente pour quantifier un effet non linéaire.

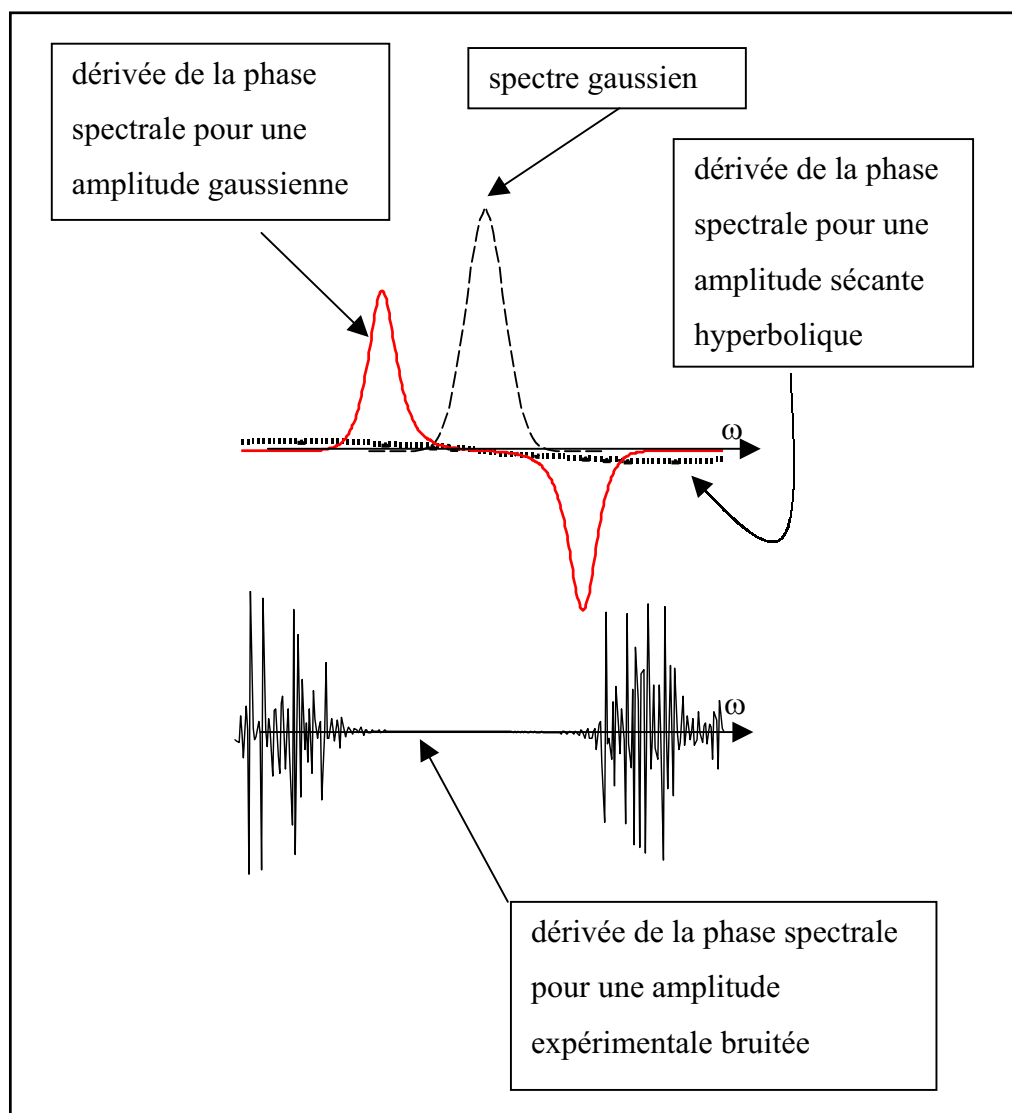


Figure 9 Représentation de la dérivée de la phase spectrale pour différentes formes d'impulsions de $1\text{GW}/\text{cm}^2$ pour un indice n_2 de $10^{-19} \text{ m}^2 \cdot \text{W}^{-1}$.

Nous avons vu que la comparaison de la dérivée de la phase spectrale avant et après l'échantillon non linéaire n'est pas très pertinente. En revanche la comparaison du champ avec et sans effet non linéaire peut être plus facilement exploitable. Nous avons étudié le module de la différence entre les deux champs que nous avons noté S_{n_2}

$$S_{n_2(\omega)} = \left| \tilde{E}_{\text{NL}(\omega)} - \tilde{E}_{0(\omega)} \right| \quad (\text{II.14})$$

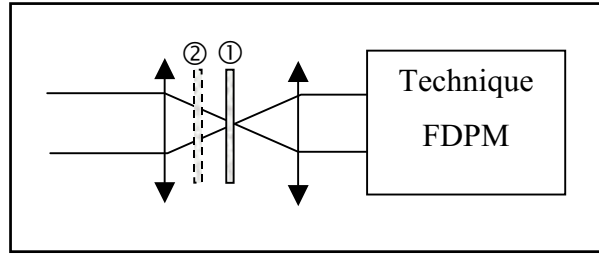


Figure 10 L'échantillon non linéaire est placé dans un système afocal. On mesure le champ suivant deux positions de l'échantillon. Position ① : l'échantillon est dans le col du faisceau. Position ② : l'échantillon n'est pas au foyer de la lentille, il n'y a pas d'énergie suffisante pour initier un phénomène non linéaire.

En effet si l'effet non linéaire est faible, un traitement perturbatif est possible et au cours de la propagation, nous pouvons considérer que l'amplitude du champ n'est pas affectée par la non linéarité. Le champ à la sortie de l'échantillon peut être alors écrit sous la forme :

$$\tilde{E}_{NL(\omega)} = \tilde{A}_{0(\omega)} e^{i(\tilde{\varphi}_{0(\omega)} + \tilde{\varphi}_{(n_2, \omega)})} \quad (\text{II.15})$$

où $\tilde{\varphi}_{(n_2, \omega)}$ est la phase de perturbation générée par le milieu non linéaire. Parce que la phase est mesurée par le sonogramme à une constante près, nous fixons arbitrairement la valeur de la phase à zéro au centre du spectre de l'impulsion, soit

$$\tilde{\varphi}_{NL(\omega)} = \tilde{\varphi}_{0(\omega)} + \tilde{\varphi}_{(n_2, \omega)} - \tilde{\varphi}_{(n_2, \omega_0)} \quad (\text{II.16})$$

le signal différentiel S_{n_2} est alors égal à

$$S_{n_2(\omega)} = \tilde{A}_{0(\omega)} \left| 1 - \exp \left[i \left(\tilde{\varphi}_{NL(\omega)} - \tilde{\varphi}_{0(\omega)} \right) \right] \right| \approx \tilde{A}_{0(\omega)} \left| \tilde{\varphi}_{(n_2, \omega)} - \tilde{\varphi}_{(n_2, \omega_0)} \right| \quad (\text{II.17})$$

Le signal S_{n_2} est ainsi proportionnel à la phase non linéaire et il n'est plus sensible à la dispersion du milieu. Cette analyse permet d'hétérodyner l'information non linéaire avec le spectre de l'impulsion.

Nous avons pu ainsi mesurer l'indice non linéaire du verre SF59. Le signal S_{n_2} est présenté pour différentes positions de l'échantillon : une au col du faisceau et deux de part et d'autre du col. En ajustant la valeur de l'indice non linéaire au signal, nous trouvons une valeur de $4,2 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2 \cdot \text{W}^{-1}$ ce qui est cohérent avec les valeurs dans la littérature¹⁴.

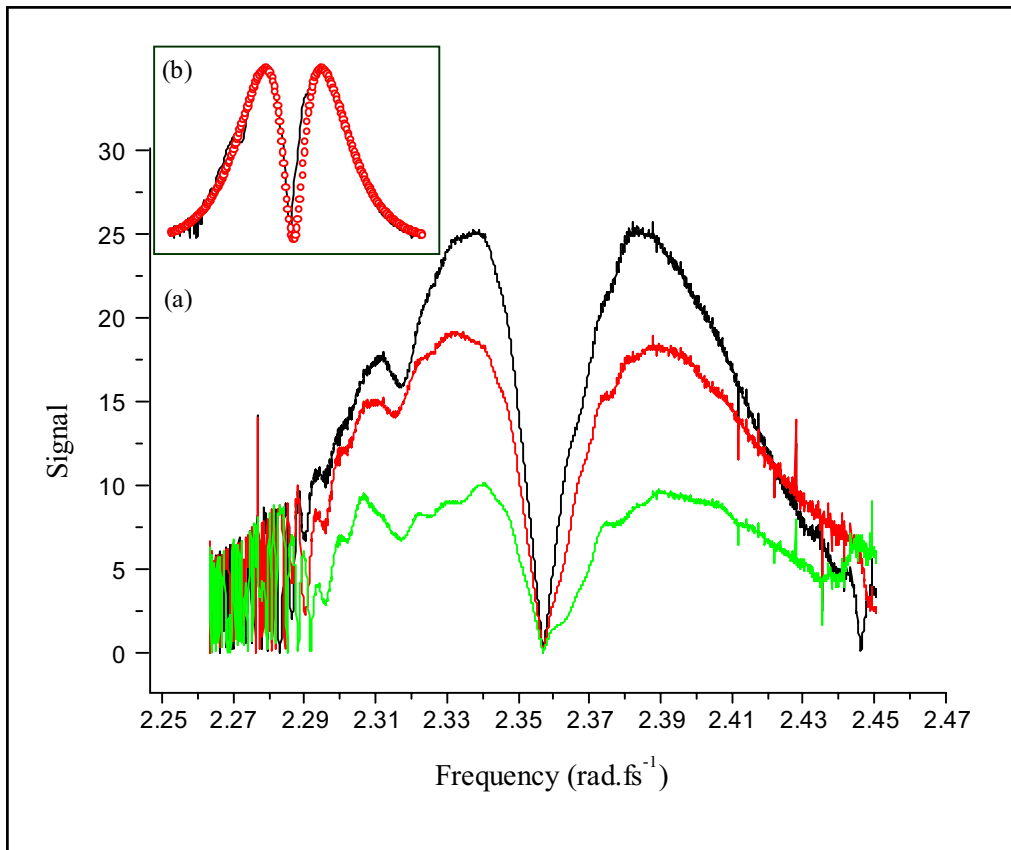


Figure 11 (a) Nouvelle analyse utilisant le module $\left| \tilde{E}_{NL(\omega)} - \tilde{E}_{0(\omega)} \right|$ pour différentes positions de l'échantillon dans un système afocal, soit pour différentes intensités. La phase est arbitrairement fixée à zéro au centre de l'impulsion, ce qui explique que le signal possède un point de rebroussement à la fréquence centrale. (b) L'ajustement correspond à la position de l'échantillon au foyer (20 μm). Il donne une valeur de n_2 de $4,2 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2 \text{ W}^{-1}$.

I.2.3. Détermination de la phase du laser à « l'intérieur » de l'oscillateur

Nous avons vu au chapitre I que l'onde laser était définie en temps et en espace par la cavité du milieu amplificateur et que dans un oscillateur la propagation des impulsions est de type soliton. Grâce à la technique de caractérisation absolue, nous pouvons mesurer l'impulsion à la sortie de l'oscillateur et vérifier ces propriétés en enlevant numériquement la dispersion due au miroir de sortie du laser. La mesure de phase obtenue correspond alors artificiellement à la phase spectrale à « l'intérieur » du laser.

Après avoir soustrait, à la phase donnée par la technique FDPM, la phase ajoutée par la ligne, nous obtenons une phase parabolique qui correspondrait à une dispersion dans un verre de BK7 de 15 mm. Ce résultat est facilement explicable car l'impulsion délivrée par le

Tsunami de Spectra-Physics, doit traverser à la sortie de l'oscillateur un miroir de sortie de 10 mm et quelques millimètres de verre dus à une lame séparatrice et une fenêtre à Brewster.

La phase intra cavité est obtenue en soustrayant la phase due à cette dispersion nuisible. Nous présentons la phase reconstruite intra cavité pour différentes largeurs d'impulsion. Nous constatons que la phase spectrale est relativement plate quelle que soit la largeur de l'impulsion bien que des défauts de phase semblent apparaître sur les courbes l et k sous la forme de bosses. En temps on obtient une phase impaire à cause de la légère dissymétrie du spectre.

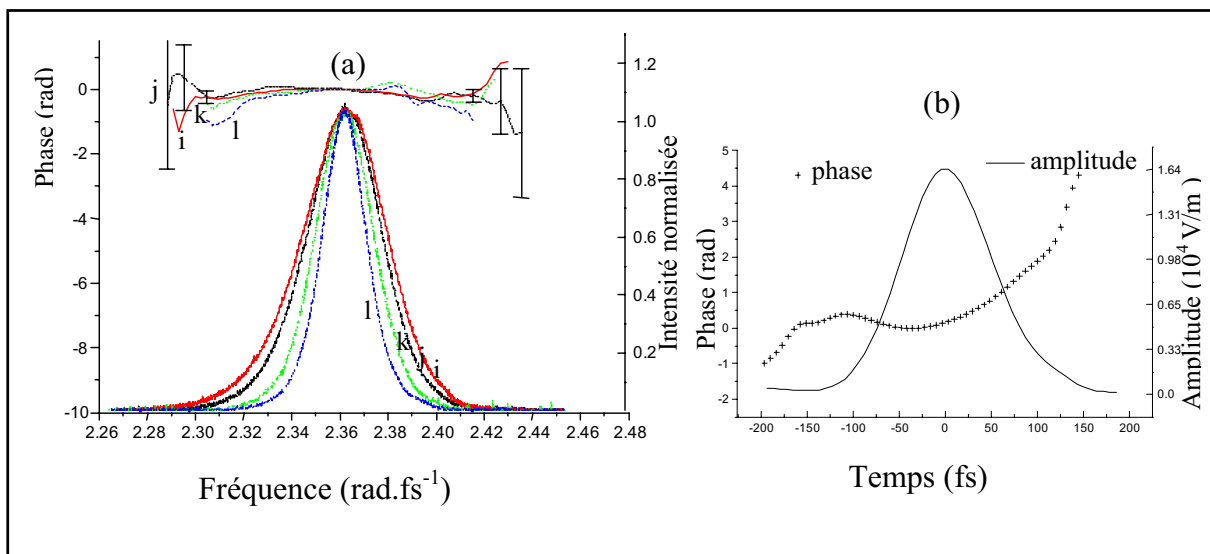


Figure 12 (a) Mesure de la phase (sans la fenêtre de sortie du laser) et de l'intensité pour différentes largeurs d'impulsions dans le domaine spectral. (b) Reconstruction de l'amplitude et de la phase en temps après la fenêtre de sortie du laser pour la courbe j.

L'impulsion à la sortie de l'oscillateur est facilement paramétrable, et elle peut être utilisée comme une référence dans les techniques de caractérisation à référence. L'analyse des propriétés de matériaux optiques ne nécessite donc plus l'emploi d'une technique absolue, ce qui permet d'étendre le choix des techniques à un ensemble plus vaste dont les spécifications sont plus intéressantes.

La technique FDPM est une technique absolue, performante et facile à mettre en place mais elle est sensible aux fluctuations thermiques et mécaniques de l'environnement du fait qu'il est nécessaire d'avoir une stabilité temporelle pour réaliser la corrélation croisée. Bien que nous ayons automatisé le déplacement de la fente et du retard du corrélateur, la mesure du champ impulsionnel prend une dizaine de minutes et cette durée reste trop importante si nous voulons mesurer des déphasages petits.

L'interférométrie spectrale quant à elle est une technique monocoup et linéaire, c'est à dire qu'elle est beaucoup moins sensible au bruit et que l'énergie de l'impulsion test ne pose pas de problème à la caractérisation (contrairement à la technique FDPM pour laquelle l'énergie doit être telle qu'elle puisse générer une onde harmonique). La partie suivante étudie le phénomène de cascade par la technique d'interférométrie spectrale.

II. Caractérisation des impulsions par interférométrie spectrale : application à un processus de cascade

L'utilisation de l'interférométrie spectrale, comme technique de caractérisation temporelle, est une idée qui date d'une trentaine d'années¹⁵, et elle a été employée avec succès lorsque on a commencé à combiner le traitement de Fourier numérique¹⁶ à l'étude détaillée de la fonction réponse du spectromètre et de sa calibration. Nous nous appuyerons sur les récents progrès du traitement du signal interférométrique afin d'appliquer l'interférométrie spectrale à l'étude du processus de cascade des effets du second ordre.

II.1 L'interférométrie spectrale

L'interférométrie spectrale consiste à décaler temporellement de la valeur τ deux impulsions \tilde{E}_0 et \tilde{E} (dont l'une sert de référence) et à analyser les interférences sur le spectre. Le signal dans le spectromètre est de la forme :

$$S_{(\omega)} = \left| \tilde{E}_{0(\omega)} + \tilde{E}_{(\omega)} e^{i\omega\tau} \right|^2 = I_{0(\omega)} + I_{(\omega)} + 2\sqrt{I_{0(\omega)} I_{(\omega)}} \cos(\varphi_{(\omega)} - \varphi_{0(\omega)} + \omega\tau) \quad (\text{II.18})$$

où φ_0 et φ sont les phases spectrales respectives de l'impulsion de référence et de l'impulsion test. L'information de la phase est ainsi codée par des franges spectrales qui battent à τ .

II.1.1. Principe de l'analyse du signal par Fourier¹⁷

Afin de sortir la phase de la fonction cosinus de l'équation (II.18), on utilise habituellement toute la puissance de la transformation de Fourier qui permet d'isoler le terme oscillant dans l'espace conjugué, d'appliquer un masque, puis de revenir dans l'espace direct par une transformation de Fourier inverse.

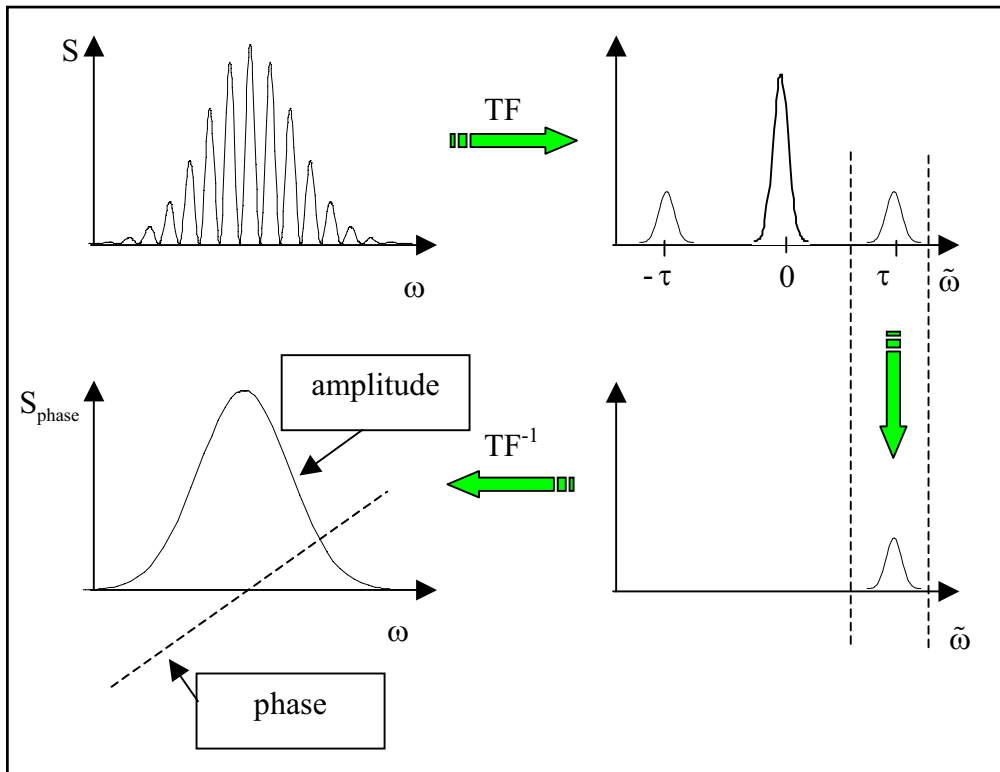


Figure 13 Principe de l'analyse de l'interférométrie spectrale par la Transformation de Fourier

Nous obtenons ainsi un nouveau signal S_{phase} qui cette fois est complexe et dont la phase dépend de la différence de phase spectrale entre l'impulsion test et l'impulsion de référence.

$$S_{\text{phase}(\omega)} = \sqrt{I_{0(\omega)} I_{(\omega)}} e^{i(\varphi_{(\omega)} - \varphi_{0(\omega)} - \omega\tau)} \quad (\text{II.19})$$

Le calcul de l'argument du signal permet alors de recouvrer la phase de l'impulsion.

En réalité cette manière de procéder n'est pas complètement adaptée au signal que délivre le spectromètre. Le spectre est en effet enregistré sur une caméra CCD qui image la distribution en longueur d'onde de l'impulsion (au premier ordre) et cela nécessite donc une plus grande précaution sur le traitement du signal.

La première transformation de Fourier se fait dans le domaine des longueurs d'onde ce qui a pour conséquence d'élargir les pics dans l'espace conjugué de manière analogue à une impulsion à dérive de fréquence (ou un faisceau diffracté en champ proche). On applique ensuite un masque pour isoler le terme oscillant. La transformation de Fourier inverse est un peu particulière car on échantillonne dans l'espace des longueurs d'onde de sorte qu'en termes de pulsations la discrétisation soit à pas constant. La Figure 14 résume les étapes

mathématiques de l'analyse du signal interférométrique où on note $S_{(\lambda)}^\lambda$ l'interférogramme donné par le spectromètre.

Signal théorique : $S_{(\omega)}$

Signal expérimental discrétisé : $S_{(\lambda_k)}^\lambda = S_{\left(\frac{2\pi c}{\lambda_k}\right)}$ avec $\lambda_k = \lambda_0 + k \Delta_\lambda$ $k = -N/2, \dots, N/2$

où Δ_λ et N sont respectivement la résolution du spectromètre et le nombre de pixels sur une ligne.

1^{ière} TF discrète : $\tilde{S}_{(\tilde{\lambda}_n)}^\lambda = \Delta_\lambda \sum_{k=-N/2}^{N/2} S_{(\lambda_k)}^\lambda e^{-i\tilde{\lambda}_n \lambda_k}$ avec $\tilde{\lambda}_n = \frac{n}{N \Delta_\lambda}$ $n = -N/2, \dots, N/2$

où $\tilde{\lambda}_n$ est la variable conjuguée de λ_k

2^{ème} TF discrète après avoir appliqué le masque $P_{(\tilde{\lambda}_n)}$ dans le domaine $\tilde{\lambda}_n$:

$$S_{\text{phase}(\lambda'_k)}^\lambda = \frac{1}{2\pi N \Delta_\lambda} \sum_{n=-N/2}^{N/2} \left(\tilde{S}_{(\tilde{\lambda}_n)}^\lambda P_{(\tilde{\lambda}_n)} \right) e^{i\tilde{\lambda}_n \lambda'_k}$$

en choisissant λ'_k tel que $\lambda'_k = \frac{2\pi c}{\omega_0 - k \Delta_\omega}$

avec $\Delta_\omega = \frac{4\pi c}{N} \frac{\lambda_{N/2} - \lambda_0}{\lambda_0 \lambda_{N/2}}$ (nous avons alors $\lambda_{-N/2} < \lambda'_k \leq \lambda_{N/2} \quad \forall k \in [-N/2, N/2]$)

Ainsi nous obtenons un nouveau signal S_{phase} exprimable dans le domaine des pulsations :

$$S_{\text{phase}(\lambda'_k)}^\lambda = S_{\text{phase}\left(\frac{2\pi c}{\lambda'_k}\right)} = S_{\text{phase}(\omega_k)} \quad \text{avec} \quad \omega_k = \omega_0 - k \Delta_\omega$$

Figure 14 Résumé des calculs numériques nécessaires pour obtenir un signal dans l'espace discret des pulsations à pas constant. Une autre solution est d'interpoler le signal $S_{\text{phase}(\lambda)}^\lambda$ afin d'échantillonner le signal à pas constant en pulsations.

II.1.2. Résolution et calibration de la technique d'interférométrie spectrale

L'analyse de l'interférogramme passe, comme pour tous les détecteurs, par l'étude de la fonction réponse du spectromètre. Cette étude classique est valide pour un comportement linéaire en longueur d'onde. Nous verrons que cette linéarisation abusive peut engendrer une erreur importante sur la phase spectrale déduite du signal.

II.1.2.a Résolution du spectromètre¹⁸

La résolution du spectromètre doit tenir compte de la fonction réponse du réseau $R_{(\lambda)}$ et de la taille de chaque pixel de la caméra qui intègre le signal sur sa surface. Pour un détecteur

constitué de pixels jointifs, le signal donné par le spectromètre s'écrit sous la forme de produits de convolutions :

$$S_{(\lambda)}^{\text{détecteur}} = P_{(\lambda)} \otimes (R_{(\lambda)} \otimes S_{(\lambda)}^{\lambda}) \quad (\text{II.20})$$

où $P_{(\lambda)}$ une fonction porte dont la largeur est de la taille du pixel. Il faudrait multiplier en toute rigueur le signal par un peigne de Dirac pour signifier que le signal est discrétisé par la CCD.

Une manière de déterminer les fonctions P et R est de comparer, dans l'espace de Fourier à la fréquence du délai entre les impulsions, l'amplitude du signal expérimental avec celui d'un signal idéal (pour lequel R et P sont des Dirac). On obtient alors la fonction réponse à la fréquence du délai. La totalité de la réponse est obtenue pour plusieurs retards entre les deux impulsions ce qui permet de reconstruire point par point la fonction réponse de l'appareil.

II.1.2.b Calibration de la technique¹⁹

Expérimentalement, la loi qui relie les pixels de la CCD à la longueur d'onde n'est pas une loi linéaire. Pour s'affranchir de cette non linéarité, il est courant de calibrer le spectromètre avec des raies atomiques connues et d'étendre la calibration à l'ensemble du détecteur par extrapolation polynomiale mais cette technique n'est pas une calibration globale sur le détecteur et elle ne permet pas d'éliminer totalement l'erreur de calibration. Elle est néanmoins nécessaire pour connaître la relation au premier ordre qui lie les pixels aux longueurs d'onde.

C. Dorrer a proposé récemment une méthode qui consiste à analyser l'interférogramme pour deux délais. Notons ω' la pulsation expérimentale sur la CCD et $e_{(\omega)}$ l'erreur de calibration non linéaire telle que :

$$\omega' = \omega + e_{(\omega)} \quad (\text{II.21})$$

La phase ϕ mesurée par la technique d'interférométrie spectrale est alors égale à

$$\phi_{(\omega')} = \phi_{(\omega + e_{(\omega)})} = \Delta\phi_{(\omega + e_{(\omega)})} + (\omega + e_{(\omega)})\tau \quad (\text{II.22})$$

où $\Delta\phi$ est la différence de phase spectrale entre les deux impulsions. Une erreur faible sur la calibration, parce qu'elle est multipliée par un délai qui peut être important, engendre une erreur non négligeable sur la phase. Par exemple pour une résolution de 0,1 nm avec un délai de 1 ps, l'erreur sur la phase ($e_{(\omega)}\tau$) est de 0,3 rad.

Soient τ_1 et $-\tau_2$ les délais (de signe opposé) entre les deux impulsions, et soient ϕ_1 et ϕ_2 les phases associées aux délais en ne gardant que le pic dans le domaine $\tilde{\lambda} > 0$. Nous avons alors les relations algébriques suivantes :

$$\begin{aligned}\phi_{1(\omega')} &= \Delta\varphi_{(\omega+e(\omega))} + e(\omega) \tau_1 \\ \phi_{2(\omega')} &= -\Delta\varphi_{(\omega+e(\omega))} + e(\omega) \tau_2\end{aligned}\tag{II.23}$$

Nous avons enlevé le comportement linéaire en ω en ajustant la phase par un polynôme d'ordre un (après avoir redressé la phase qui comporte des sauts de 2π à cause du calcul de l'argument). Ceci nous permet de connaître la valeur précise des retards τ_1 et τ_2 , et de remonter à la différence de phase entre les deux impulsions

$$\Delta\varphi_{(\omega')} = \frac{\tau_2 \phi_{1(\omega')} - \tau_1 \phi_{2(\omega')}}{\tau_1 + \tau_2}\tag{II.24}$$

$$\omega = \omega' - \frac{\phi_{1(\omega')} + \phi_{2(\omega')}}{\tau_1 + \tau_2}\tag{II.25}$$

II.2 Le processus de cascade

Les phénomènes optiques non linéaires de second ordre sont utilisés habituellement afin de générer de nouvelles longueurs d'onde ce qui permet d'avoir des lasers accordables de l'infrarouge à l'ultraviolet. Ce processus est obtenu dans les conditions d'accord de phase parfait. Lorsque l'accord de phase n'est plus respecté, une phase temporelle apparaît sur l'impulsion fondamentale due à la sommation de fréquence $\left(\omega_0 + \omega_0 \xrightarrow{\chi^{(2)}} 2\omega_0\right)$ et à la recombinaison $\left(2\omega_0 - \omega_0 \xrightarrow{\chi^{(2)}} \omega_0\right)$. Ces deux effets non linéaires concomitants sont connus sous l'appellation de processus de cascade du second ordre. Pour de faibles irradiances, la phase ajoutée par cascade peut être interprétée comme le résultat d'un effet Kerr équivalent dont l'indice non linéaire (et le signe) varie suivant l'accord de phase²⁰²¹. Cet effet, qui peut compenser la dispersion de vitesse de groupe et la diffraction spatiale du faisceau, est utilisé dans la compression d'impulsions temporelles^{22,23} et dans la génération de solitons spatiaux-temporels²⁴. La phase de cascade a déjà été mesurée de manière indirecte par des technique Z-

scan²⁵ et des techniques pompe-sonde²⁶. Nous nous proposons dans cette partie de mesurer directement la phase de cascade par interférométrie spectrale.

II.2.1. Eléments théoriques du phénomène de cascade

Lorsqu'une onde se propage dans un milieu anisotrope, les propriétés du milieu vues par l'onde dépendent de sa direction de propagation et de sa polarisation. Nous nous plaçons dans le cas de cristaux uniaxes, caractérisés par une direction particulière appelée l'axe optique, pour lesquels la description est simplifiée. La lumière polarisée perpendiculaire au plan contenant le vecteur de propagation \mathbf{k} et l'axe optique voit l'indice de réfraction ordinaire $n_{o(\omega)}$. La lumière polarisée dans le plan contenant \mathbf{k} et l'axe optique voit l'angle de réfraction $n_{e(\theta,\omega)}$ qui dépend de l'angle entre l'axe optique et \mathbf{k} selon la relation :

$$\frac{1}{n_{e(\theta,\omega)}^2} = \frac{\sin^2 \theta}{\bar{n}_e^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} \quad (\text{II.26})$$

où \bar{n}_e est la valeur principale de l'indice extraordinaire. Si $n_o > \bar{n}_e$, on parle d'uniaxe négatif.

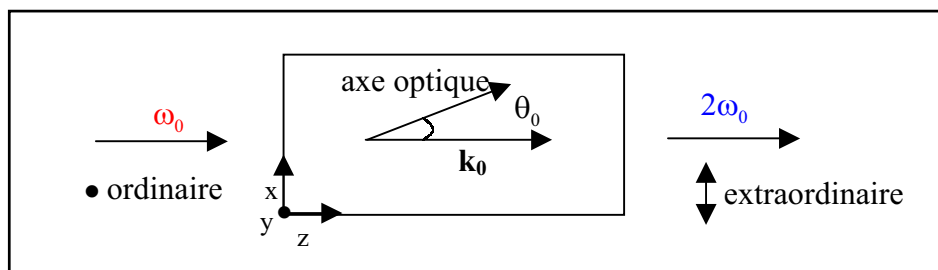


Figure 15 Géométrie de la génération de seconde harmonique en ajustant l'angle entre l'axe optique et le vecteur d'onde principal.

Dans le cas d'un cristal uniaxe négatif, le processus de cascade $\chi^{(2)} : \chi^{(2)}$ peut être décrit à travers les équations d'ondes couplées de Shrödinger où l'onde fondamentale est polarisée dans la direction ordinaireⁱ :

i) Nous avons négligé les effets de « walkoff » qui concernent les rayons extraordinaires. En effet quel que soit l'angle entre la direction de propagation et l'axe optique (excepté $\theta = 90^\circ$), le vecteur de Poynting et le vecteur de propagation ne sont pas parallèles pour les rayons extraordinaires. Cet effet de « walkoff » limite alors le recouvrement spatial des deux ondes fondamentale et harmonique, et diminue l'efficacité de la conversion.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\Delta_{\perp} - 2i \bar{k}_{2(2\omega_0, \theta)} \left(\frac{\partial}{\partial z} + \beta_2^{(1)} \frac{\partial}{\partial t} \right) - \left((\beta_2^{(1)})^2 + \beta_2^{(2)} \bar{k}_{2(2\omega_0, \theta)} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_{2\omega_0}(r_{\perp}, z, t) = \\ \quad - \frac{(2\omega_0)^2}{c^2} \chi_{(2\omega_0)}^{(2)} E_{\omega_0}(r_{\perp}, z, t) E_{\omega_0}(r_{\perp}, z, t) e^{-i\Delta k_{(\theta)} z} \\ \left(\Delta_{\perp} - 2i \bar{k}_{1(\omega_0)} \left(\frac{\partial}{\partial z} + \beta_1^{(1)} \frac{\partial}{\partial t} \right) - \left((\beta_1^{(1)})^2 + \beta_1^{(2)} \bar{k}_{1(\omega_0)} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_{\omega_0}(r_{\perp}, z, t) = \\ \quad - \frac{\omega_0^2}{c^2} \chi_{(\omega_0)}^{(2)} E_{2\omega_0}(r_{\perp}, z, t) E_{\omega_0}^*(r_{\perp}, z, t) e^{i\Delta k_{(\theta)} z} \end{array} \right. \quad (\text{II.27})$$

pour lesquelles on définit les coefficients β tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_1^{(i)} = \left. \frac{d^i \bar{k}_{1(\omega)}}{d\omega^i} \right|_{\omega_0} \quad (i=1, 2) \\ \beta_2^{(i)} = \left. \frac{\partial^i \bar{k}_{2(\omega, \theta)}}{\partial \omega^i} \right|_{(2\omega_0, \theta)} \quad (i=1, 2) \end{array} \right. \quad (\text{II.28})$$

avec $\Delta k_{(\theta)} = 2\bar{k}_{1(\omega_0)} - \bar{k}_{2(2\omega_0, \theta)}$

II.2.1.a Approche onde plane

Nous pouvons simplifier les équations en négligeant la différence de vitesse de groupe entre les ondes fondamentale et harmonique, et en supposant que la dispersion de la vitesse de groupe n'élargit pas les impulsions. Dans le cadre de ces approximations et dans l'hypothèse d'une onde plane, nous obtenons le système simplifié d'équations couplées

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_{2\omega_0}(z, t)}{\partial z} = -i \frac{(2\omega_0)^2}{2 \bar{k}_{2(2\omega_0, \theta)} c^2} \chi_{(2\omega_0)}^{(2)} E_{\omega_0}(z, t) E_{\omega_0}(z, t) e^{-i\Delta k_{(\theta)} z} \\ \frac{\partial E_{\omega_0}(z, t)}{\partial z} = -i \frac{\omega_0^2}{2 \bar{k}_{1(\omega_0)} c^2} \chi_{(\omega_0)}^{(2)} E_{2\omega_0}(z, t) E_{\omega_0}^*(z, t) e^{i\Delta k_{(\theta)} z} \end{array} \right. \quad (\text{II.29})$$

En l'absence de perte, les relations de Manley-Rowe conduisent à la relation $\chi_{(\omega)}^{(2)} = 2 \left(\chi_{(2\omega_0)}^{(2)} \right)^*$.

Dans l'hypothèse d'une petite efficacité de conversion, nous pouvons de plus négliger l'intensité de l'onde harmonique devant l'intensité du fondamental et aboutir à l'équation du deuxième ordre :

$$\frac{\partial^2 E_{1\omega_0}(z, t)}{\partial z^2} - i \Delta k_{(\theta)} \frac{\partial E_{1\omega_0}(z, t)}{\partial z} + \Gamma^2 E_{1\omega_0}(z, t) = 0 \quad (\text{II.30})$$

avec $\Gamma = \frac{\sqrt{2} \omega_0^2}{\sqrt{\bar{k}_{1(\omega_0)} \bar{k}_{2(2\omega_0, \theta)}} c^2} \left| \chi_{(2\omega_0)}^{(2)} \right| \left| E_{1\omega_0}(z=0, t) \right|$. Pour des désaccords de phase importants (c'est-à-dire $|\Delta k| \ll |\Gamma|$) nous cherchons une solution de l'équation (II.30) sous la forme

$$E_{1\omega_0}(z, t) = \left| E_{1\omega_0}(z=0, t) \right| e^{i\Delta\phi^{NL}} \quad \text{avec} \quad \Delta\phi^{NL} = \alpha z \quad (\text{II.31})$$

La résolution de l'équation conduit à une phase non linéaire de cascade dont l'expression est :

$$\Delta\phi_{(\theta, t)}^{NL} \approx \frac{\Gamma^2}{\Delta k_{(\theta)}} z = \frac{2\omega_0^4}{\Delta k_{(\theta)} \bar{k}_{1(\omega_0)} \bar{k}_{2(2\omega_0, \theta)} c^4} \left| \chi_{(2\omega_0)}^{(2)} \right|^2 z \left| E_{1\omega_0}(z=0, t) \right|^2 \quad (\text{II.32})$$

et qui est équivalente à un effet Kerr optique pour lequel la phase est proportionnelle à l'intensité de l'onde fondamentale initiale.

II.2.1.b Simulations numériques en prenant en considération la dispersion de la vitesse de groupe

Plaçons nous dans le repère de groupe de l'onde fondamentale sans négliger la dispersion de la vitesse de groupe dans le phénomène de cascade.

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{\Delta V_g} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{i}{2a_g^{(2)}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_{2\omega_0}(r_{\perp}, z, t) = -i \kappa_2 E_{\omega_0}(r_{\perp}, z, t) E_{\omega_0}(r_{\perp}, z, t) e^{-i\Delta k_{(\theta)} z} \\ \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2a_g^{(1)}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_{\omega_0}(r_{\perp}, z, t) = -i \kappa_1 E_{2\omega_0}(r_{\perp}, z, t) E_{\omega_0}^*(r_{\perp}, z, t) e^{i\Delta k_{(\theta)} z} \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

Avec la différence de vitesse de groupe égale à

$$\Delta V_g = \left(\beta_2^{(1)} - \beta_1^{(1)} \right)^{-1} \quad (\text{II.34})$$

les coefficients $a_g^{(1)}$ et $a_g^{(2)}$ égaux à

$$\begin{aligned} a_g^{(1)} &= \bar{k}_{2(2\omega_0, \theta)} \left(\left(\beta_2^{(1)} \right)^2 + \beta_2^{(2)} \bar{k}_{2(2\omega_0, \theta)} \right)^{-1} \\ a_g^{(2)} &= \bar{k}_{1(\omega_0)} \left(\left(\beta_1^{(1)} \right)^2 + \beta_1^{(2)} \bar{k}_{1(\omega_0)} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

et les coefficients κ_1 et κ_2 dont l'expression est

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{\omega_0^2}{2 \bar{k}_{1(\omega_0)} c^2} \chi_{(\omega_0)}^{(2)} \\ \kappa_2 &= \frac{(2\omega_0)^2}{2 \bar{k}_{2(2\omega_0, \theta)} c^2} \chi_{(2\omega_0)}^{(2)} \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

Ces équations couplées n'ont pas de solutions analytiques et une simulation numérique est nécessaire pour évaluer la phase temporelle de cascade qui affecte le faisceau fondamental. Notre code est basé sur un schéma de différence finie implicite avec l'utilisation de deux maillages intercalés pour décrire la propagation simultanée de chacun des champs.

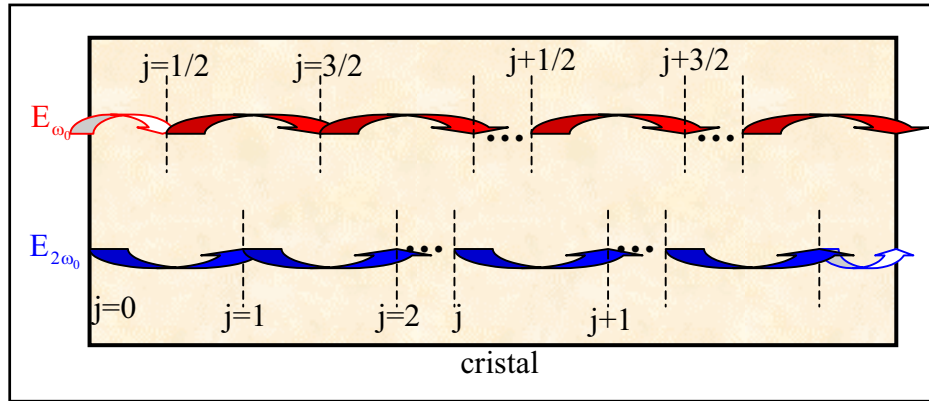


Figure 16 Principe de la résolution numérique du système d'équations couplées par deux maillages en z intercalés. Pour initialiser le code de calcul, on fait propager le champ fondamental sur une demi-maille sans champ harmonique.

Il y a plusieurs façons de discrétiser les équations différentielles. La première, la plus classique, est dite explicite car elle consiste à calculer une solution au rang $j+1$ en utilisant les champs du rang précédent qui sont solutions du système couplé. Cette technique d'analyse a pour inconvénient d'accumuler les erreurs au cours de la propagation dans le milieu.

La deuxième manière de procéder est de forcer les champs à être solutions au rang $j+1$ en utilisant comme terme source les champs du rang j . L'écriture est dite implicite car le terme que nous cherchons au rang $j+1$, s'écrit en fonction des termes du même rang qui nous sont inconnus. Afin de discrétiser le système différentiel couplé, nous décrivons les champs harmonique et fondamental sur un maillage en temps et en z . Les champs sur les nœuds de ce maillage ont pour expression :

$$E_{\omega_0}(z_j, t_k) = {}^j_k E_{\omega_0} \quad \text{et} \quad E_{2\omega_0}(z_j, t_k) = {}^j_k E_{2\omega_0} \quad (\text{II.37})$$

où $z_j = j\delta z$ et $t_k = k\delta t$ (δz et δt étant la longueur d'une maille en propagation et en temps).

Dans ces conditions, le système couplé devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{j+1}{k} E_{2\omega_0} - \frac{j}{k} E_{2\omega_0} + \frac{1}{\Delta V_g} \frac{j+1}{k+1} E_{2\omega_0} - \frac{j+1}{k-1} E_{2\omega_0} - \frac{i}{2a_g^{(2)}} \frac{j+1}{k+1} E_{2\omega_0} - 2 \frac{j+1}{k} E_{2\omega_0} + \frac{j+1}{k-1} E_{2\omega_0} \\ \frac{j+1/2}{k} E_{\omega_0} - \frac{j-1/2}{k} E_{\omega_0} - \frac{i}{2a_g^{(1)}} \frac{j+1/2}{k+1} E_{\omega_0} - 2 \frac{j+1/2}{k} E_{\omega_0} + \frac{j+1/2}{k-1} E_{\omega_0} \\ \end{array} \right. \begin{array}{l} = -i \kappa_2 \frac{j-1/2}{k} E_{\omega_0} \frac{j-1/2}{k} E_{\omega_0} e^{-i\Delta k_{(\theta)}(j+1)} \\ = -i \kappa_1 \frac{j}{k} E_{2\omega_0} \left(\frac{j+1/2}{k} E_{\omega_0} \right)^* e^{i\Delta k_{(\theta)}(j+1/2)} \end{array} \quad (\text{II.38})$$

La première équation s'écrit alors sous la forme :

$$\alpha \frac{j+1}{k-1} E_{2\omega_0} + \beta \frac{j+1}{k} E_{2\omega_0} + \alpha \frac{j+1}{k+1} E_{2\omega_0} = \frac{1}{\delta z} \frac{j}{k} E_{2\omega_0} - i \kappa_2 \frac{j-1/2}{k} E_{\omega_0} \frac{j-1/2}{k} E_{\omega_0} e^{-i\Delta k_{(\theta)}(j+1)} \quad (\text{II.39})$$

que l'on peut réécrire sous une forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \ddots & \ddots & & & \\ \ddots & \beta & \gamma & & 0 \\ & \alpha & \beta & \gamma & \\ & & 0 & \alpha & \beta & \ddots \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \frac{j+1}{k-1} E_{2\omega_0} \\ \frac{j+1}{k} E_{2\omega_0} \\ \frac{j+1}{k+1} E_{2\omega_0} \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{1}{\delta z} \begin{bmatrix} \vdots \\ \frac{j}{k-1} E_{2\omega_0} - i \kappa_2 \delta z \frac{j-1/2}{k-1} E_{\omega_0} \frac{j-1/2}{k-1} E_{\omega_0} e^{-i\Delta k_{(\theta)}(j+1)} \\ \frac{j}{k} E_{2\omega_0} - i \kappa_2 \delta z \frac{j-1/2}{k} E_{\omega_0} \frac{j-1/2}{k} E_{\omega_0} e^{-i\Delta k_{(\theta)}(j+1)} \\ \frac{j}{k+1} E_{2\omega_0} - i \kappa_2 \delta z \frac{j-1/2}{k+1} E_{\omega_0} \frac{j-1/2}{k+1} E_{\omega_0} e^{-i\Delta k_{(\theta)}(j+1)} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{II.40})$$

La matrice de cette première équation est tridiagonale et on peut l'inverser très facilement par des routines optimisées²⁷.

La deuxième équation du système (II.38) n'est pas inversible à cause du conjugué du champ fondamental. Nous avons alors fait l'approximation suivante qui permet de linéariser le problème et d'obtenir une autre matrice tridiagonale :

$$\left(\frac{j+1/2}{k} E_{\omega_0} \right)^* \Rightarrow \frac{j+1/2}{k} E_{\omega_0} \frac{\left(\frac{j-1/2}{k} E_{\omega_0} \right)^*}{\frac{j-1/2}{k} E_{\omega_0}} \quad (\text{II.41})$$

Le code de propagation a été testé sur plusieurs exemples classiques et il s'est révélé que l'erreur moyenne est inférieure à 0,1% (nous nous sommes affranchis des effets de bord en prenant une grille en temps plus grande que l'impulsion). Pour notre étude, les paramètres expérimentaux sont les suivants : une impulsion gaussienne de 100 fs, une puissance crête de 60 kW, une taille de faisceau de 30 μm et un cristal BBO de longueur $L=400 \mu\text{m}$.

Les résultats numériques de la Figure 17 présentent le signal harmonique en fonction du désaccord de phase.

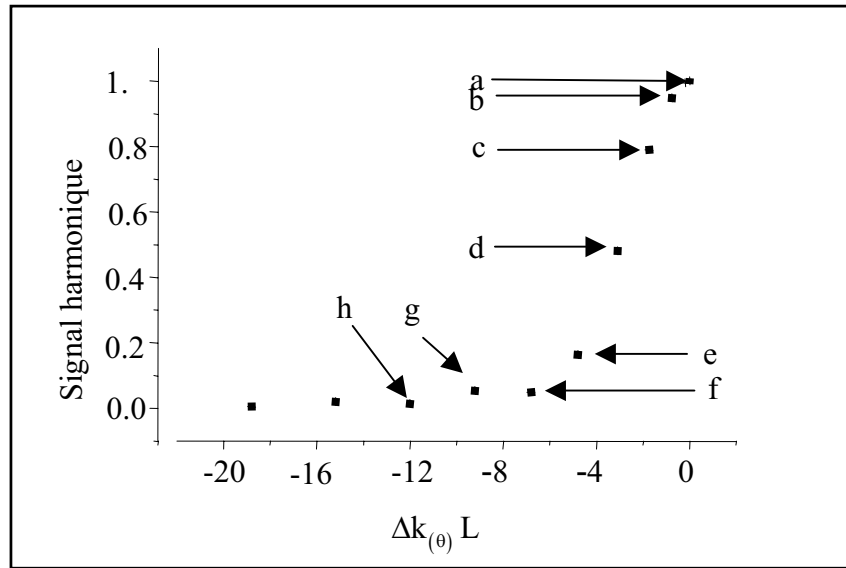


Figure 17 Simulation numérique de l'intensité de la deuxième harmonique en fonction du produit du désaccord de phase avec la longueur du cristal. La fonction sinus cardinal attendue est légèrement atténuée en raison du phénomène de la dispersion du deuxième ordre.

Pour chaque désaccord de phase, la Figure 18 représente la modulation de phase en temps à laquelle nous avons soustrait la phase quadratique due à la dispersion du milieu.

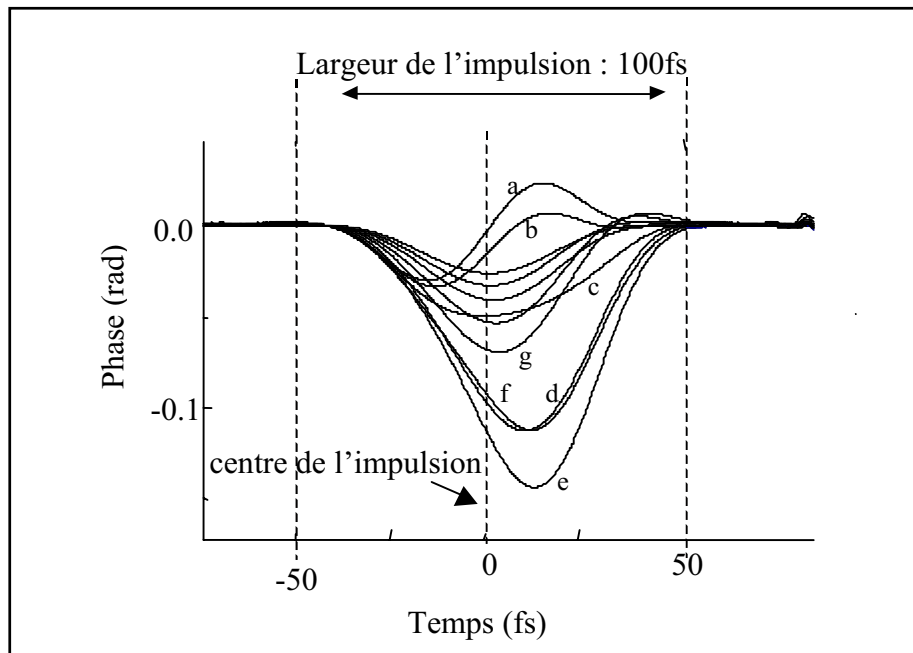


Figure 18 Résultats numériques : comportement de la phase temporelle ajoutée par le phénomène de cascade en fonction du désaccord de phase. La courbe (a) correspond à un accord de phase parfait. La moyenne de cette courbe est égale à zéro. Les autres courbes correspondent à un désaccord de phase négatif. Ces courbes sont retardées par rapport au centre de l'impulsion. Le déphasage maximum est obtenu pour la courbe e. En ce qui concerne les courbes de (g) à (k), le comportement de la phase ressemble de plus en plus à une gaussienne (bien que la phase soit légèrement décalée). L'amplitude de la phase décroît peu à peu.

Au vu des simulations, nous pouvons tirer trois caractéristiques du comportement de la phase spectrale :

- Pour de faibles désaccords de phase, la phase de cascade oscille autour de zéro et elle commence à ressembler à une phase de type Kerr (c'est-à-dire une phase qui suit le profil de l'intensité de l'impulsion) pour des $|\Delta k L|$ supérieurs à 1.
- Nous avons seulement représenté l'évolution de la phase pour des désaccords négatifs. Comme nous pouvons le voir, la phase de cascade est négative. Pour des désaccords positifs, la phase de cascade est positive et elle présente le même comportement suivant la valeur du désaccord (pour de faibles désaccords, la phase ne peut pas être interprétée comme un effet Kerr équivalent).
- La phase de cascade est décalée par rapport au centre de l'impulsion. Cet effet provient de la vitesse de groupe qui n'est pas la même pour l'onde harmonique

et l'onde fondamentale. En effet, sur la longueur d'interaction entre les deux ondes, le glissement d'une onde par rapport à l'autre délocalise le processus de cascade dans l'impulsion.

II.2.1.c Réalités expérimentales dans les conditions d'un faisceau focalisé

Ne disposant pas d'une énergie suffisante pour générer le processus de cascade, nous avons dû focaliser à 20 μm le faisceau dans le cristal non linéaire pour augmenter la densité de la puissance. La contrepartie de ce mode opératoire est la difficulté d'analyse du signal. La focalisation du faisceau dans le cristal doubleur génère en effet une distribution de vecteurs d'onde. Chaque vecteur d'onde impliqué dans le processus de cascade, produit une phase non linéaire dont le comportement ressemble aux simulations numériques du paragraphe précédent. Le désaccord de phase de chaque vecteur d'onde dépendant de l'angle entre le vecteur d'onde et l'axe optique, on montre que cet angle s'écrit au premier ordre comme

$$\theta = \theta_0 - k_x / k_0 \quad (\text{II.42})$$

où θ_0 est l'angle entre l'axe optique et le vecteur d'onde principal, et k_x le vecteur d'onde transverse dans le plan défini par l'axe optique et le vecteur d'onde principalⁱ.

La phase mesurée résultante est alors égale à la phase de cascade convoluée à la distribution des vecteurs d'onde k_x

$$\Delta\phi_{\text{focalisé}(\theta_0,t)}^{\text{NL}} = \frac{1}{A_x^0} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}_x(k_x) \Delta\phi_{(\theta_0-k_x/k_0,t)}^{\text{NL}} dk_x = \frac{k_0}{A_x^0} \left(\tilde{f}_x(k_x \theta_0) \otimes \Delta\phi_{(\theta_0,t)}^{\text{NL}} \right) \quad (\text{II.43})$$

avec $\tilde{f}_x(k_x)$ la distribution des vecteurs d'onde transverses k_x et A_x^0 un terme de normalisation égal à l'intégrale de la distribution $\tilde{f}_x(k_x)$ sur tous les vecteurs k_x .

Ce résultat signifie que la mesure de la phase de cascade générée par un faisceau fortement focalisé n'est pas possible car la distribution des vecteurs d'onde transverses est telle que la phase résultante est alors proche de zéro. Néanmoins si nous réussissons à sélectionner une partie des vecteurs d'onde qui contribuent au signal, la phase résultante n'est plus moyennée sur toute la distribution des vecteurs d'onde et la mesure de la phase est égale alors à la phase de cascade suivant la résolution donnée par la sélection en vecteurs d'onde.

i) Lorsque le faisceau fondamental est focalisé dans un cristal doubleur, le désaccord de phase dépend seulement du vecteur transverse k_x ce qui a pour effet de générer un faisceau harmonique elliptique. La forme du faisceau harmonique est un bon critère pour vérifier les conditions d'acceptance angulaire du cristal.

II.2.2. Mesures

La mesure de la phase de cascade a été réalisée par une technique d'interférométrie spectrale en plaçant un système afocal et l'échantillon non linéaire dans un des bras de l'interféromètre. Pour faire la mesure nous avons considéré que l'effet non linéaire était suffisamment faible pour que la phase de cascade s'ajoute à la phase engendrée par la dispersion du cristal.

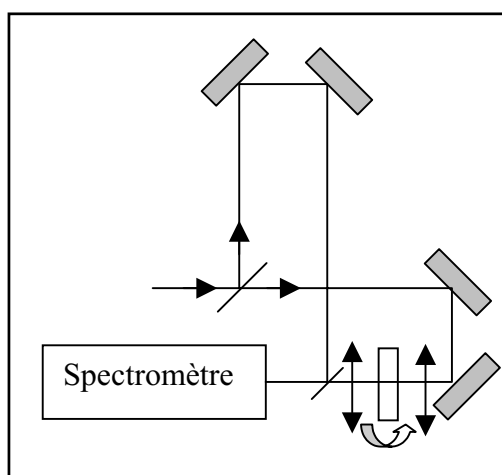


Figure 19 Schéma du montage expérimental de l'interféromètre. Un bras sert de référence par rapport à l'autre bras dans lequel nous avons placé le système afocal et le cristal non linéaire. L'axe optique du cristal est perpendiculaire au dispositif optique.

La sélection en vecteurs d'onde se fait naturellement par la fente du spectromètre qui est placé si possible au foyer image de la deuxième lentille du système afocalⁱ. En effet au plan focal image de cette deuxième lentille, nous avons la distribution des vecteurs d'onde qui participent à l'effet de cascade.

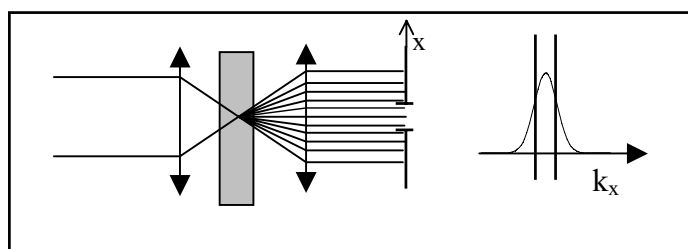


Figure 20 Sélection des vecteurs d'onde transverses en plaçant la fente du spectromètre au plan focal objet de la deuxième lentille du système afocal.

i) Si cela n'est pas possible à cause de l'encombrement, on peut imager le plan focal image de la deuxième lentille avec une autre lentille.

Pour faire la mesure nous avons pris une largeur de fente de $100\ \mu\text{m}$ équivalente à un dixième de la largeur de l'onde harmonique ce qui nous permet d'être suffisamment sélectifs pour mesurer la phase de cascade sans qu'elle soit trop moyennée. De plus nous analysons l'interférogramme sur une ligne de la CCD ce qui revient à faire une sélection sur la distribution des vecteurs d'onde k_y .

Les résultats expérimentaux sont en adéquation avec le comportement théorique de nos simulations. On peut observer sur la Figure 21 que le signe de la phase de cascade a le même signe que le désaccord de phase.

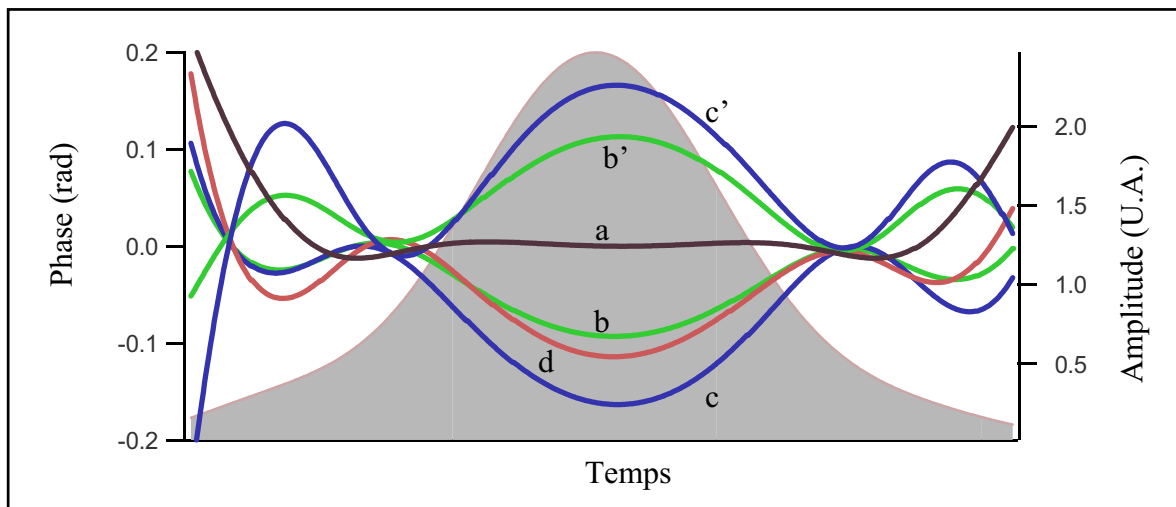


Figure 21 Mesure de la phase de cascade par interférométrie spectrale. L'aire grisée correspond à l'amplitude du champ électrique en fonction du temps. Les courbes de couleurs représentent le comportement de la phase suivant le désaccord de phase. Courbe (a): $\Delta kL = 0$, courbes b et b': $\Delta kL = \pm 2$, courbes c et c': $\Delta kL = \pm 4$, courbe d: $\Delta kL = -6$. Notez le décalage entre le maximum de l'amplitude et le maximum de la phase de cascade.

De plus la forme de la phase suit le profil en intensité de l'impulsion ce qui signifie que la phase de cascade peut être interprété comme un effet Kerr équivalent. Enfin le décalage de la phase par rapport au centre de l'impulsion apparaît clairement comme dans les simulations. Concernant le désaccord nul, le comportement oscillatoire n'est pas présent car notre résolution en désaccord de phase n'est pas suffisante. En fait le résultat est une moyenne des petits désaccords positifs et négatifs. Cette limitation n'est pas dommageable pour les grands désaccords vu que l'évolution du signal est plutôt lente. Enfin il est important de noter qu'en raison du filtrage par la fente, toute l'énergie ne contribue pas au signal alors que le déphasage expérimental est du même ordre de grandeur que nos simulations numériques. Ceci implique

que le déphasage non linéaire donné par l'expérience doit être plus importante que nos prédictions numériques.

Néanmoins, à cause de la focalisation qui complique sérieusement l'analyse, la configuration expérimentale actuelle ne nous permet pas de chiffrer avec rigueur l'effet de cascade bien que le comportement général de la phase en fonction du désaccord de phase corresponde aux résultats numériques. Pour nous assurer que notre mesure de la phase de cascade avait du sens, nous avons mesuré la phase en fonction de la puissance à un désaccord donné. Nous pouvons vérifier sur la Figure 22 que l'amplitude de la phase varie suivant la puissance du laser ce qui signe la non linéarité de l'effet.

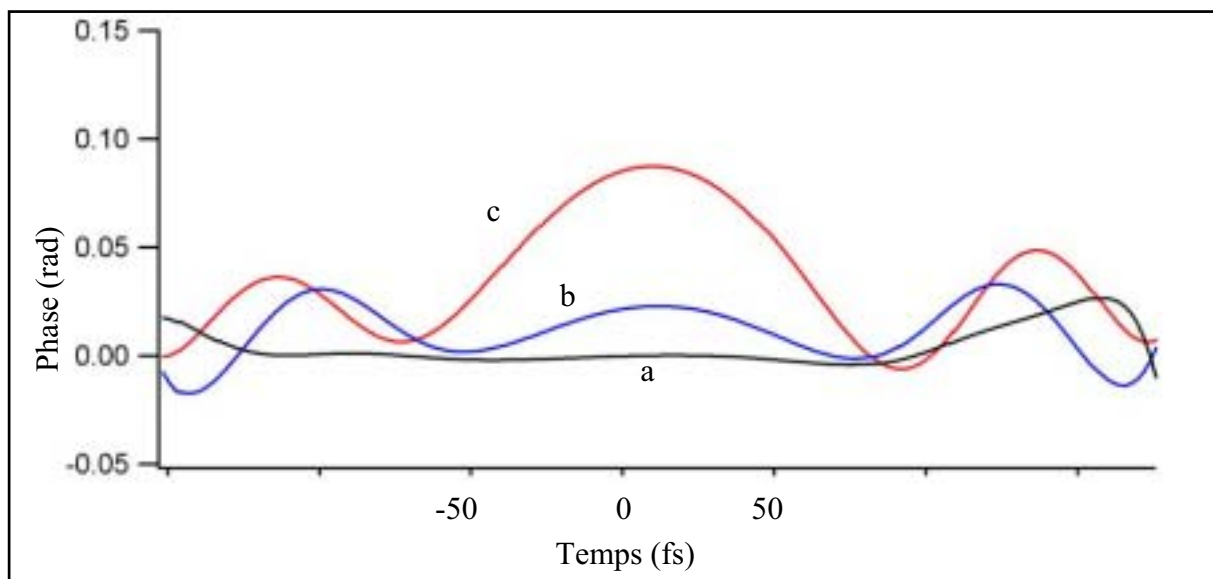


Figure 22 Mesure de la phase de cascade pour différentes puissances du laser dans l'échantillon. Courbe a : puissance égale à 10 mW, courbe b : puissance de 250 mW, courbe c : puissance de 1 W.

Cependant, pour mener à bien cette étude de cascade par interférométrie spectrale, il faudrait travailler avec un laser amplifié ce qui nous éviterait de focaliser le faisceau dans l'échantillon.

Conclusion

Les études des processus non linéaires par des techniques de caractérisation complète du champ a permis de visualiser les effets non linéaires des matériaux, et de comparer les deux techniques que nous avons étudiées dans ce chapitre. La technique FDPM est une technique absolue mais elle est non linéaire et assez lente. En revanche la technique d'interférométrie spectrale est linéaire et monocoup ce qui permet d'être moins sensible aux fluctuations mécaniques et thermiques de la pièce et d'avoir un rapport signal sur bruit suffisamment important pour mesurer des faibles déphasages. Néanmoins l'interférométrie spectrale est une technique à référence et ce point peut devenir rédhibitoire si on doit étudier des phénomènes non linéaires qui ne s'ajoutent pas de manière linéaire à la phase initiale de l'impulsion.

Par rapport aux inconvénients et aux avantages des deux techniques décrites précédemment, nous avons choisi de nous servir de l'interférométrie spectrale au chapitre IV pour mesurer la phase spectrale au centre du faisceau. Cette mesure pourrait se faire aussi avec une technique SPIDER ou FROG dont la robustesse a été maintes fois vérifiée et qui sont des techniques absolues et rapides.

Références bibliographiques

- 1 A. Weiner, J. Heritage, R. Hawkins, R. Thurston, E. Kirschner, D. Leaird, W. Tomlinson, *Experimental observation of the fundamental dark soliton in optical fibers*, Phys. Rev. Lett. **61**, 2445 (1988).
- 2 J.C. Chanteloup, *Contrôle et mise en forme des fronts de phase et d'énergie d'impulsions laser brèves ultra-intenses*, Thèse de doctorat de l'Ecole Polytechnique (1998), voir la première partie concernant la génération de X par des impulsions inhomogènes.
- 3 J.L.A. Chilla, O.E. Martinez, *Direct determination of the amplitude and the phase of femtosecond light pulses*, Opt. Lett. **16**, 39 (1991).
- 4 M. Martin, *Détermination des propriétés non linéaires des matériaux optiques à 1,5 μm par interférométrie et absorption transitoire en configuration pompe sonde colinéaire. Prise en compte de la forme spatio-temporelle du champ*, Thèse de doctorat de l'Université de Bordeaux I (1998), voir le chapitre V concernant la caractérisation complète du champ.
- 5 D.T. Reid, *Algorithm for complete and rapid retrieval of ultrashort pulse amplitude and phase from a sonogram*, IEEE J. Quant. Electron. **35**, 193 (1999).
- 6 V. Wong, I. Walmsley, *Ultrashort-pulse characterization from dynamic spectrograms by iterative phase retrieval*, J. Opt. Soc. Am. B **14**, 944 (1997).
- 7 E.B. Treacy, *Optical pulse compression with diffraction gratings*, IEEE J. of Quant. Electr. **5**, 454 (1969).
- 8 O.E. Martinez, J.P. Gordon, R.L. Fork, *Negative group velocity dispersion using refraction*, J. Opt. Soc. Am. A **1**, 1003 (1984).
- 9 O.E. Martinez, *3000 times grating compressor with positive group velocity dispersion: application to fiber compensation in 1.3-1.6 μm region*, IEEE J. of Quant. Elect. **23**, 59 (1987).
- 10 O.E. Martinez, *Grating and prism compressors in the case of finite beam size*, J. Opt. Soc. Am. B **3**, 929 (1986).
- 11 O.E. Martinez, *Pulse distortions in tilted pulse schemes for ultrashort pulses*, Optics Comm. **59**, 229 (1986).
- 12 O. E. Martinez, *Matrix formalism for pulse compressors*, IEEE J. of Quant. Elect. **24**, 2530 (1988).

- 13 M. Martin, *Détermination des propriétés non linéaires des matériaux optiques à 1,5 μm par interférométrie et absorption transitoire en configuration pompe sonde colinéaire. Prise en compte de la forme spatio-temporelle du champ*, Thèse de doctorat de l'Université de Bordeaux I (1998).
- 14 L. Sarger, P. Semonds, L. Canioni, F. Adamietz, A. Ducasse, *Time-resolved absolute interferometric measurement of third-order non linear optical susceptibilities*, J. Opt. Soc. Am. B **11**, 995 (1994).
- 15 C. Froehly, A. Lacourt et J.C. Vienot, *Notions de réponse impulsionnelle et de fonction de transfert temporelles des pupilles optiques, justifications expérimentales et applications*, J. Opt. (Paris) **4**, 183 (1973).
- 16 L. Lepetit, G. Chériaux et M. Joffre, *Linear techniques of phase measurement by femtosecond spectral interferometry for applications in spectroscopy*, J. Opt. Soc. Am. B **12**, 2467 (1995).
- 17 N. Belabas, *Interférométrie spectrale et temporelle à l'aide d'impulsions femtosecondes*, Rapport de stage de DEA sous la conduite de M. Joffre au Laboratoire d'Optique et des Biosciences (1999).
- 18 C. Dorrer, N. Belabas, J.P. Likforman, M. Joffre, *Spectral resolution and sampling in Fourier transform*, J. Opt. Am. B **17**, 1795 (2000).
- 19 C. Dorrer, *Influence of the calibration of the detector on spectral interferometry*, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 1160 (1999).
- 20 H.J. Bakker, P.C.M. Planken, L. Kuipers, A. Lagendijk, *Phase modulation in second-order nonlinear-optical processes*, Phys. Rev. A **42**, 4085 (1990).
- 21 R. DeSalvo, D.J. Hagan, M. Sheik-Bahae, G. Stegeman, E.W. Van Stryland, *Phase-controlled transistor action by cascading of second-order non-linearities in KDP*, Optics Lett. **19**, 1305 (1994)
- 22 M.A. Arbore, O. Marco, M.M. Fejer, *Pulse compression during second-harmonic generation in aperiodic quasi-phase-matching gratings*, Optics Lett. **22**, 865 (1997).
- 23 X. Liu, L. Qian, F. Wise, *High-energy pulse compression by use of negative phase shifts produced by the cascade $\chi^{(2)} : \chi^{(2)}$ nonlinearity*, Optics Lett. **24**, 1777 (1999).
- 24 X. Liu, L.J. Qian, F.W. Wise, *Generation of optical spatiotemporal solitons*, Phys. Rev. Lett. **82**, 4631 (1999).
- 25 M. Sheik-Bahae, A.A. Said, T.H. Wei, D.J. Hagan, E.W. Van Stryland, *Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam*, IEEE J. of Quant. Elect. **26**, 760 (1990).

Références bibliographiques

- 26 O. Albert, J. Etchepare, *Femtosecond temporal behavior measurement of Kerr-like cascaded second-order non-linearities*, *Optics Comm.* **154**, 345 (1998).
- 27 W.R. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, *Numerical recipes, Fortran*, Cambridge university Press (1986).

Chapitre III

Mesure du front d'onde par interférométrie à décalage tri-latéral.

INTRODUCTION.....	119
I. LA TECHNIQUE A DECALAGE TRI-LATERAL	120
I.1 PRINCIPE DE LA TECHNIQUE IDTL ET ANALYSE DU SIGNAL	120
I.1.1. <i>Interférogramme 2D obtenu après le réseau 2D.....</i>	<i>121</i>
I.1.2. <i>Traitement du signal.....</i>	<i>123</i>
I.1.2.a Généralisation à 2D de l'analyse de Fourier utilisée par l'interférométrie spectrale	124
I.1.2.b Dépliage d'une phase 2D.....	126
Première étape.....	126
Deuxième étape.....	127
I.2 PERFORMANCES DE L'IDTL	129
I.2.1. <i>Acceptance spectrale.....</i>	<i>130</i>
I.2.2. <i>Sensibilité de la technique.....</i>	<i>130</i>
I.2.3. <i>Dynamique de la technique.....</i>	<i>132</i>
I.2.4. <i>Le Tri-latéral et le Shack-Hartmann.....</i>	<i>133</i>
II. EXEMPLES DE MESURES DE PHASE.....	134
II.1 EFFETS DE LA PROPAGATION SUR LE FRONT D'ONDE	134
II.1.1. <i>Masque de phase.....</i>	<i>134</i>
II.1.2. <i>Masque d'amplitude.....</i>	<i>136</i>
II.2 IMAGERIE PAR FAISCEAU LASER	139
II.2.1. <i>Image dans l'espace direct.....</i>	<i>140</i>
II.2.2. <i>Image dans l'espace de Fourier.....</i>	<i>141</i>
CONCLUSION	144
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	145

Introduction

La mesure du front d'onde est un sujet toujours d'actualité qui couvre essentiellement deux domaines : le contrôle de la qualité des surfaces optiques (rayon de courbure des miroirs, des lentilles...) et le contrôle du faisceau laser pour adapter sa forme à l'application choisie.

Ce chapitre traite de la mesure spatiale du faisceau par une technique interférométrique à décalage, appelée Interférométrie à Décalage Tri-Latéral (IDTL), le décalage étant obtenu par un réseau à 2 dimensions qui permet de dupliquer en trois faisceaux l'onde incidente. Nous avons étudié dans une première partie l'algorithme qui permet de mesurer le front d'onde du faisceau et en particulier les difficultés liées à la mesure de la phase en 2 dimensions (redressement de la phase et intégration d'un gradient). Nous illustrerons ensuite les performances de l'IDTL par quelques exemples de mesures de front d'onde, à savoir les effets de la propagation sur le faisceau après avoir traversé un masque de phase et d'amplitude, puis la mesure du champ dans les conditions d'imagerie.

I. La technique à décalage tri-latéral

L'interférométrie à décalage est une technique ancienne qui consiste à dupliquer un champ en deux, à les décaler latéralement puis à analyser les interférences sur un écran. Dans le domaine temporel, l'équivalent à l'interférométrie à décalage spatial est la technique SPIDER. Cette technique permet de mesurer la phase sans utiliser un champ de référence. La seule différence entre le domaine spatial et temporel réside dans la dimension de chacun des espaces. Alors que le domaine temps-fréquence est à deux dimensions, le domaine espace-vecteurs d'onde est à six dimensions ce qui implique d'analyser les interférences spatiales pour deux décalages orthogonaux ou encore d'étudier les interférences de trois faisceaux décalés issus du champ que l'on désire étudier si on veut avoir une mesure monocoup. Alors que la technique du Shack-Hartmann semblait la technique la plus fiable, une nouvelle technologie basée sur un réseau en 2 dimensions, qui permet de dupliquer en trois un faisceau, a relancé l'intérêt de la mesure de la phase pour une technique à décalage. La technique porte le nom de IDTL (Interférométrie à Décalage Tri-Latéral^{1,2,3,4,5}).

I.1 Principe de la technique IDTL et analyse du signal

La duplication de l'onde incidente en trois répliques est réalisée grâce à un réseau en transmission fabriqué à l'ONERA⁶ (Figure 1).

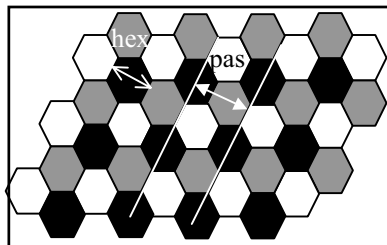


Figure 1 Vue de dessus du réseau. Les hexagones blancs ont pour cote 0, les gris $\lambda_0/3$ et les noirs $2\lambda_0/3$.

Cet objet de phase est constitué de trois sortes d'hexagones dont les hauteurs respectives sont des fractions de la longueur d'onde du champ. Il peut être aussi vu comme la superposition de trois réseaux blazés à une dimension de pas p égal à $3/2$ de la taille d'un hexagone, dont l'angle de diffraction β est défini par la relation fondamentale des réseaux

$$p(\sin \theta + \sin \beta) = \lambda \quad (\text{III.1})$$

où θ est l'angle d'incidence.

I.1.1. Interférogramme 2D obtenu après le réseau 2D

Ce réseau génère trois faisceaux répartis sur les sommets d'un triangle équilatéral. A une distance z du réseau, dans un plan parallèle à celui-ci, les trois répliques du champ incident s'écrivent alors

$$E_{n(r,z)} = \frac{1}{3} E_{0(r-\Delta_n,z)} e^{-i\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(\cos\beta-1)z} \quad \text{avec } n = 1, 2, 3 \quad (\text{III.2})$$

où \mathbf{k}_n les vecteurs d'onde dans la direction de la diffraction.

$$\mathbf{k}_n = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \beta \frac{\Delta_n}{\|\Delta_n\|} \quad (\text{III.3})$$

et $\Delta_n = z \tan(\beta) \begin{pmatrix} \cos(n 2\pi/3) \\ \sin(n 2\pi/3) \end{pmatrix}$ est le décalage de chaque faisceau dans le plan d'observation.

Ainsi, la distance z entre le plan d'observation et le réseau fixe la valeur du décalage.

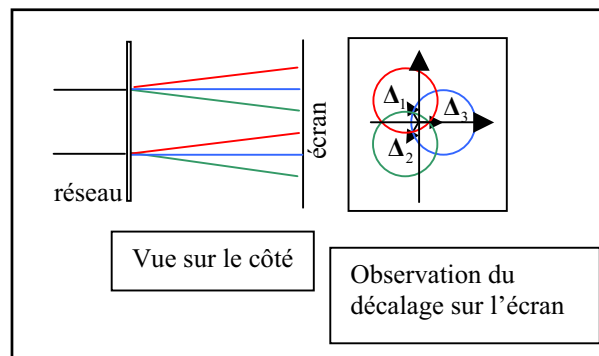


Figure 2 Duplication de l'onde incidente en trois répliques décalés de Δ_n

La validité de cette description est conservée si les trois conditions suivantes sont respectées :

- La première condition est de placer l'écran d'observation (c'est-à-dire la CCD) de sorte que nous soyons dans les conditions de champs lointains. Cela signifie que le nombre de Fresnel $N_F = \frac{\text{hex}^2}{z \lambda}$ est inférieur à 1 où « hex » est la taille d'un hexagone du réseau. En pratique, avec un hexagone de 100 μm et une longueur d'onde de 0,8 μm , la distance entre le réseau et la CCD doit être supérieure à 1,25 cm.
- La deuxième condition est de s'assurer que la projection des trois champs sur la CCD ne peut pas déformer la figure d'interférence. L'angle de sortie du réseau étant typiquement de $\beta=5.10^{-3}$ rad, un capteur de 1024 par 1024 pixels est trop petit pour être sensible à la projection.
- Enfin l'écriture des trois ondes diffractées est correcte si on considère que le réseau ne déforme pas le champ incident, c'est-à-dire que l'équation (III.1) est linéarisable ou en d'autres termes, que le réseau a une acceptation angulaire suffisante. On peut considérer que l'équation (III.1) est linéaire en β pour un angle d'incidence inférieur à 10° .

Après nous être assurés de la validité de la formule (III.2), nous pouvons développer à présent la phase spatiale des trois champs au premier ordre du décalage (qui est typiquement de 90 μm dans nos applications) à condition que le décalage soit petit par rapport à la taille du faisceau, et aboutir à l'écriture suivante :

$$E_{n(r)} = \frac{1}{3} A_{0(r-\Lambda_n)} e^{i(\varphi_0(r) - (\Lambda_n \vec{\nabla}) \varphi_0(r))} e^{-i \mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}} \quad (n = 1, 2, 3) \quad (\text{III.4})$$

où A_0 est l'amplitude du champ initial, φ_0 sa phase au niveau du plan d'observation et ∇ l'opérateur gradient.

Sur l'écran, l'intensité de la figure d'interférence à 3 ondes est ainsi égale à

$$I_{(r)} = \left| \sum_{n=1}^3 E_{n(r)} \right|^2 = \frac{1}{9} I_{0(r)} \sum_{j,m=1}^3 S_{jm} e^{-i(\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_m) \cdot \mathbf{r}} \quad \text{avec} \quad S_{jm} = e^{-i[(\Lambda_j - \Lambda_m) \vec{\nabla}] \varphi_0(r)} \quad (\text{III.5})$$

Nous avons supposé ici que le décalage n'affectait pas l'intensité pour alléger les calculs qui aboutiraient de toute manière aux mêmes résultats. Le signal enregistré sur la CCD est similaire à celui mesuré dans l'espace temporel par la technique SPIDER. L'information du

gradient de la phase $\left[(\Delta_j - \Delta_m) \vec{\nabla} \right] \varphi_{0(r)}$ est codée à la fréquence $(\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_m)$ et elle intervient dans un signal réel et positif. On peut remarquer d'autre part que l'interfrange de l'interférogramme est indépendant de la longueur d'onde puisque la fréquence de codage du signal ne s'exprime pas en fonction de la longueur d'onde

$$\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_m = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \beta \left(\frac{\Delta_j}{\|\Delta_j\|} - \frac{\Delta_m}{\|\Delta_m\|} \right) = \frac{2\pi}{p} \begin{pmatrix} \cos(j2\pi/3) - \cos(m2\pi/3) \\ \sin(j2\pi/3) - \sin(m2\pi/3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \end{pmatrix} \quad (\text{III.6})$$

Néanmoins, le réseau dont la hauteur des niveaux de gravure a été choisie afin de travailler à l'ordre +1, fonctionne à la longueur d'onde fixée par la hauteur des hexagones. Pour un faisceau qui a une longueur d'onde différente, le réseau peut être beaucoup moins efficace et travailler à l'ordre +1, -1 et 0. Cela, en fait, n'est pas très important car on peut appliquer sans difficulté le traitement du signal du paragraphe qui va suivre.

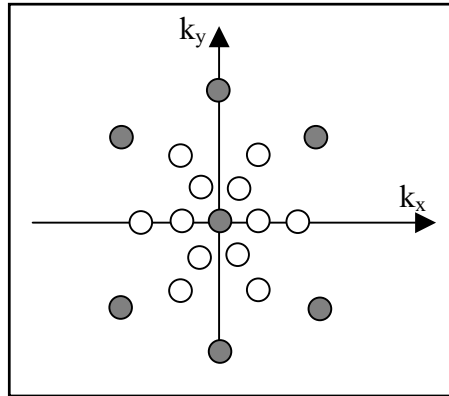


Figure 3 Transformation de Fourier 2D de l'interférogramme enregistré sur la CCD. Si le blaze du réseau est efficace, le réseau génère trois faisceaux qui interfèrent. Dans l'espace de Fourier, les fréquences qui codent le signal interférométrique, sortent sous la forme de 6 pics représentés en gris, chaque pic étant la TF du faisceau. Si le réseau ne fonctionne pas en blaze, d'autres fréquences apparaissent. Nous les avons représentées dans l'espace de Fourier par des pics blancs. La hauteur des pics dépend du contraste de l'interférogramme.

Le seul problème pourrait venir d'un faible contraste de l'interférogramme dans le cas où l'ordre zéro du réseau serait plus intense que les autres ordres. Cela induirait alors une erreur plus importante sur la mesure de la phase.

I.1.2. Traitement du signal

La procédure pour extraire l'information du gradient $\left[(\Delta_j - \Delta_m) \vec{\nabla} \right] \varphi_{0(r)}$ est basée sur l'analyse de Fourier. En effet dans l'espace réciproque, les contributions des différentes projections du

gradient de la phase et de leurs conjugués sont séparées physiquement sous la forme de pics que l'on note H_{jm} . Il suffit alors de les isoler au moyen de masques et de revenir dans l'espace direct.

1.1.2.a Généralisation à 2D de l'analyse de Fourier utilisée par l'interférométrie spectrale

Cette analyse est similaire à l'interférométrie spectrale. L'extraction de l'information du gradient se fait suivant les mêmes étapes :

- une transformation de Fourier de l'interférogramme
- la division par la fonction réponse de l'appareil
- la sélection des pics H_{jm} aux fréquences porteuses de l'interférogramme
- une transformation de Fourier inverse
- l'élimination des fréquences porteuses
- le calcul de l'argument pour obtenir le gradient de la phase

Ces étapes sont explicitées un peu plus mathématiquement sur la Figure 4.

De par la dimension de l'espace et les propriétés du réseau, il existe des différences notables avec l'interférométrie spectrale. En effet l'analyse du signal conduit à mesurer le gradient projeté sur trois axes qui ne sont pas orthogonaux (car les décalages $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ sont au nombre de trois et ils ne sont pas orthogonaux). En théorie deux projections suffisent pour avoir l'information complète. Nous nous sommes servis de cette redondance pour minimiser l'erreur en moyennant la contribution des différents termes. De plus comme nous pouvons le voir sur la Figure 4, afin de calculer l'argument des termes S_{jm} , il est nécessaire d'éliminer les fréquences porteuses ($\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_m$) qui dépendent des caractéristiques du réseau et de la taille des pixels de la CCD. Ces fréquences sont connues à la précision théorique des hexagones et des pixels, et nous pourrions les calculer afin d'enlever les fréquences porteuses ($\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_m$). Une autre solution est de calibrer le système avec une onde plane et de repérer le barycentre des termes H_{jm} en les ajustant avec une forme adaptée (souvent une gaussienne), pour connaître les fréquences porteuses à mieux que $2\pi/(N\Delta_{\text{pix}})$ où N est le nombre de pixels sur une ligne de la CCD et Δ_{pix} la taille d'un pixel. La connaissance de la position des pics est primordiale car une phase parabolique sur le faisceau se traduit au premier ordre par une translation de ces

pics de leur position d'origine (qui correspond à un faisceau onde plane). La sélection des pics H_{jm} se fait en mettant à zéro toute l'image dans l'espace de Fourier excepté le pic que l'on veut sélectionner.

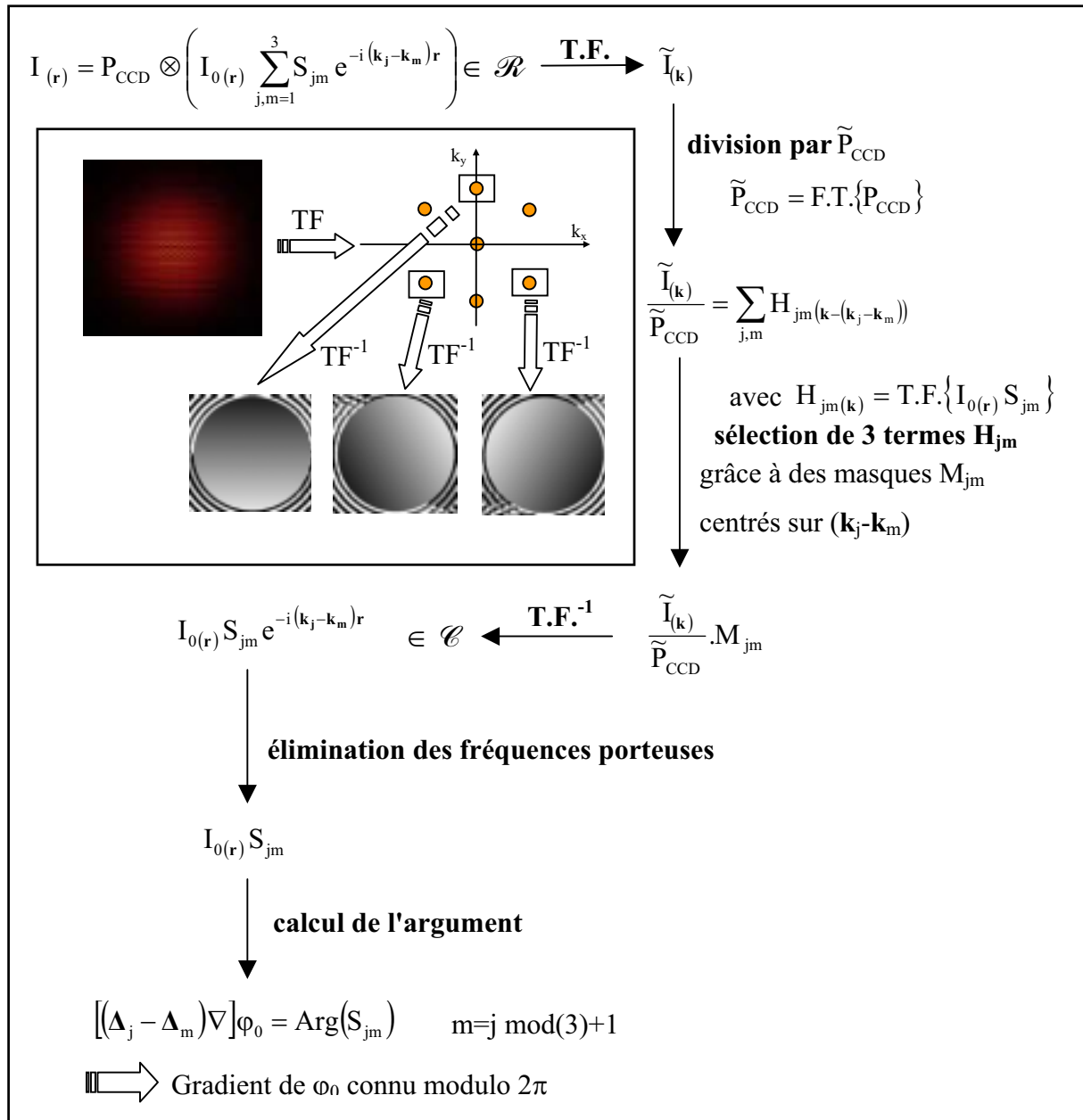


Figure 4 Principe du traitement numérique basé sur la technique employée par l'interférométrie spectrale pour accéder à la phase du champ. En encart, nous avons reproduit graphiquement les premières étapes du traitement numérique, à savoir la transformation de Fourier de l'interférogramme, la sélection des trois pics, notés H_{jm} , dans l'espace réciproque, et la transformation de Fourier inverse de chaque pic.

Toujours par rapport à l'interférométrie spectrale, la mesure de la phase spatiale est simplifiée en comparaison à la mesure de la phase temporelle. En interférométrie spectrale,

les phases mesurées sont petites et la relation (longueur d'onde-pixel de la CCD) qui n'est pas linéaire peut être la source d'une erreur importante. En interférométrie spatiale, le problème n'existe pas car un pixel n'est pas assigné à un vecteur d'onde, et le signal est simplement modifié par la pixélisation P_{CCD} de la caméra suivant le produit de convolution :

$$I_{\text{mesuré}}(r) = P_{\text{CCD}} \otimes I(r) \quad (\text{III.7})$$

Ce produit de convolution peut modifier la mesure de la phase. Afin de s'en affranchir il faut diviser, dans l'espace réciproque de Fourier, la figure d'interférence par la fonction due à la pixélisation.

Enfin la forme de l'intensité ne perturbe pas a priori la mesure de la phase bien qu'il faille rester prudent car, si les fréquences porteuses ne sont pas suffisamment importantes pour séparer les différents termes H_{j_m} , l'intensité pourrait "contaminer" la phase par notre traitement numérique.

1.1.2.b Dépliage d'une phase 2D

La difficulté de la mesure de la phase 2D vient du fait que nous avons accès à des projections d'un gradient d'une fonction connue modulo 2π . Il va falloir redresser dans un premier temps les trois projections du gradient, afin de pouvoir calculer ensuite le gradient sur deux projections orthogonales et intégrer le gradient pour recouvrer le front d'onde du faisceau.

Il existe de nombreuses techniques de dépliage de phase 2D qui sont plus ou moins efficaces et coûteuses en temps⁷. L'algorithme simple que nous avons élaboré se décompose en deux étapes. La première consiste à enlever les discontinuités sur le gradient de la fonction à redresser. La seconde est d'intégrer ce gradient en utilisant les propriétés de TF. On notera f la fonction à redresser c'est-à-dire pour nous $f_{(r)} = [(\Delta_j - \Delta_m) \vec{V}] \varphi_{0(r)}$

Première étape

L'astuce⁸ est de créer, à partir de la fonction f originale, une fonction dont les sauts de phase sont décalés, et de comparer les deux fonctions afin d'éliminer ces discontinuités. Le décalage se fait simplement en ajoutant π au signal avant de calculer l'argument.

$$\arg(e^{i f}) = f \quad \text{modulo } [2\pi] = f_1 \quad (\text{III.8})$$

$$\arg(e^{i(f+\pi)}) = f + \pi \quad \text{modulo } [2\pi] = f_2 \quad (\text{III.9})$$

Suivant la fonction f , il se peut que certains sauts de phase ne soient pas décalés. On doit alors créer d'autres fonctions en ajoutant des déphasages différents au signal. Lorsqu'on dérive ces fonctions, les sauts de phase apparaissent sous forme de pics dont l'amplitude est égale à 2π .

$$\vec{\nabla}f_1 = \vec{\nabla}f + \mathbf{d}_1 \quad \text{avec} \quad \mathbf{d}_1 = \begin{pmatrix} ((-1)^{h_i} 2\pi) \delta_{(r-r_i)} \\ ((-1)^{h_j} 2\pi) \delta_{(r-r_j)} \end{pmatrix} \quad (\text{III.10})$$

$$\vec{\nabla}f_2 = \vec{\nabla}f + \mathbf{d}_2 \quad \text{avec} \quad \mathbf{d}_2 = \begin{pmatrix} ((-1)^{h_k} 2\pi) \delta_{(r-r_k)} \\ ((-1)^{h_l} 2\pi) \delta_{(r-r_l)} \end{pmatrix} \quad (\text{III.11})$$

où r_i, r_j, r_k, r_l sont les positions des pics, $\delta_{(\cdot)}$ la fonction Dirac et h_i, h_j, h_k, h_l des nombres égaux à 1 ou 2 suivant le cas.

Il est ensuite très facile de remonter au gradient de la fonction débarrassé des discontinuités en utilisant la relation :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(\partial_x f_2 - \partial_x f_1) [\text{sign}(|\partial_x f_1| - |\partial_x f_2|) - 1] + \partial_x f_2 = \partial_x f \\ \frac{1}{2}(\partial_y f_2 - \partial_y f_1) [\text{sign}(|\partial_y f_1| - |\partial_y f_2|) - 1] + \partial_y f_2 = \partial_y f \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

Cette égalité est valable lorsque $|\vec{\nabla}f| < 2\pi \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, c'est-à-dire lorsque nous sommes capables de différencier un saut de phase du comportement réel de la fonction. La deuxième condition est que $r_i \neq r_k$ et $r_j \neq r_l$ sinon les discontinuités en ces points ne sont pas éliminées.

Deuxième étape

Nous avons réussi à obtenir un gradient de la fonction qui n'est plus affecté par des sauts de phase. Il reste maintenant à intégrer ce gradient pour obtenir la fonction f sans discontinuités. Malheureusement l'intégration 2D dépendant fortement du chemin d'intégration, cette étape est loin d'être triviale. Il existe des méthodes efficaces basées sur les intégrales de Green mais elles sont difficiles à mettre en œuvre. Nous proposons ici une méthode itérative basée sur les propriétés de la transformée de Fourier. Cette méthode utilise la relation bien connue à une dimension

$$\text{TF} \left[\dot{f}_{(x)} \right]_{(k_x)} = i k_x \text{TF} \left[f_{(x)} \right]_{(k_x)} \quad (\text{III.13})$$

que nous pouvons généraliser à deux dimensions

$$\text{TF} \left[\vec{\nabla} f_{(r)} \right]_{(k)} = i \mathbf{k} \text{TF} \left[f_{(r)} \right]_{(k)} \quad (\text{III.14})$$

Afin de ne pas privilégier une projection de f par rapport à une autre, nous pouvons multiplier les deux membres de l'égalité par \mathbf{k} et obtenir une expression de l'intégration 2D par transformée de Fourier que l'on note Int_{TF} :

$$f_{(r)} = \text{Int}_{\text{TF}} \left[\vec{\nabla} f \right]_{(r)} \quad \text{avec} \quad \text{Int}_{\text{TF}} \left[\vec{\nabla} f \right]_{(r)} = -i \text{TF}^{-1} \left[\frac{\mathbf{k} \text{TF} \left[\vec{\nabla} f \right]_{(k)}}{k^2} \right]_{(r)} \quad (\text{III.15})$$

L'intégration par Fourier ne donnant pas un résultat exact à cause en autres des effets de bord, il est nécessaire d'utiliser une boucle itérative sur l'indice n pour limiter les erreurs et converger vers la fonction d'origine sans saut de phase que l'on appelle f_{calcul} et qui est alors la somme des termes g_n :

$$\begin{aligned} \text{Int}_{\text{TF}} \left\{ \left[\vec{\nabla} f - \vec{\nabla} \left(\sum_{j=0}^n g_j \right) \right] \cdot \mathbf{M} \right\} &= g_{n+1} \quad \text{avec} \quad g_0 = 0 \\ f_{\text{calcul}} &= \left(\sum_{j=0}^{n+1} g_j \right) \cdot \mathbf{M} \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

où \mathbf{M} est un masque qui réduit les contraintes des effets de bord.

Les conditions d'arrêt de la boucle sont de plusieurs ordres:

- La comparaison entre f_{calcul} et la fonction f_1 non dépliée permet d'ajouter localement les multiples de 2π à f_1 . Cette procédure qui redresse la fonction sans ajouter de bruit est réalisable lorsque nous avons la condition :

$$\left| \frac{f_{\text{calcul}} - f_1}{2\pi} - E \left[\frac{f_{\text{calcul}} - f_1}{2\pi} \right] \right| < \frac{1}{2} \quad \text{où } E[] \text{ est la partie entière} \quad (\text{III.17})$$

- Le rapport entre la norme $E_j = \iint (|g_j|^2 \mathbf{M}) dS_{\text{image}}$ et la norme de f_{calcul} est inférieur à une constante que l'on a fixée au préalable.
- Le développement diverge, c'est-à-dire que la norme $E_j > E_{j-1}$

Cette technique de redressement donne de bons résultats comme nous pouvons le voir sur les deux exemples fabriqués sans ajout de bruit. Au bout de 5 itérations, la fonction redressée est égale à la fonction théorique avec un écart inférieur à 1 %.

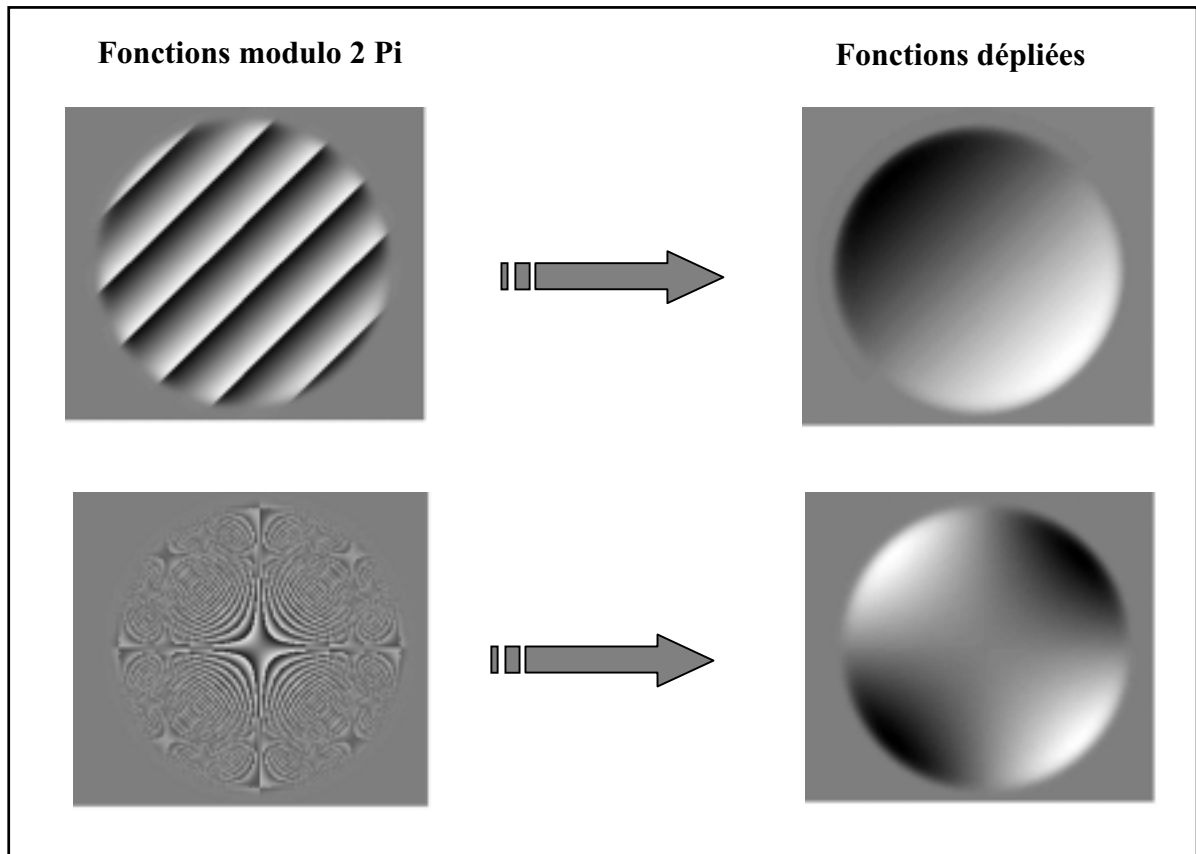


Figure 5 Exemples de redressement de phase 2D. Le premier exemple concerne une fonction linéaire ($y=a(x+y)$). Le deuxième exemple est la fonction $y=a x y$ dont le motif modulo 2π est plus complexe. Ces deux exemples ont été fabriqués sans ajout de bruit. 5 itérations ont suffi pour obtenir un résultat proche de la fonction théorique avec un écart inférieur de 0,1%.

Après avoir redressé le gradient de la phase projeté sur les trois décalages, le calcul du gradient sur deux axes orthogonaux ne pose pas de problème et on utilise la deuxième étape précédemment décrite pour intégrer le gradient de la phase.

I.2 Performances de l'IDTL

Le décalage tri-latéral, en plus d'être une technique absolue et monocoup, peut se prévaloir d'une acceptation spectrale, d'une sensibilité et d'une dynamique très intéressantes au regard des performances des autres senseurs de front d'onde.

I.2.1. Acceptance spectrale

Si on veut mesurer le front d'onde d'un faisceau impulsionnel, il faut s'assurer que l'ordre +2 de la composante spectrale $\lambda = \lambda_0 - \Delta\lambda/2$ (où $\Delta\lambda$ est la largeur spectrale de l'impulsion) ne se superpose pas à l'ordre $m=+1$ de la composante spectrale $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda/2$. Si c'est le cas, l'angle d'émergence $\beta_{2(\lambda_0 - \Delta\lambda/2)}$ à l'ordre +2 serait égal à l'angle d'émergence $\beta_{1(\lambda_0 + \Delta\lambda/2)}$, ce qui impliquerait, d'après la relation fondamentale des réseaux, que nous avons la relation :

$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda_0}{3} \quad (\text{III.18})$$

$\Delta\lambda$ représente alors l'acceptance angulaire. Par exemple si la longueur d'onde centrale est de 1 μm , l'acceptance spectrale est de 650 nm (à comparer à la largeur spectrale d'une impulsion de 100 fs qui est typiquement d'une dizaine de nanomètres).

I.2.2. Sensibilité de la technique

Il y a deux manières d'aborder le problème : soit on considère une variation de phase uniquement locale, soit on évalue la plus petite phase parabolique que peut détecter le Tri-latéral (et dans ce cas la phase est considérée globale sur tout le détecteur).

Considérons dans un premier temps une variation de phase locale. L'interférogramme enregistré sur la CCD évolue dans la direction d'un décalage Δ sous la forme

$$\cos\left[\frac{2\pi}{\delta}r - (\Delta\nabla)\varphi_{(r)}\right] \quad (\text{III.19})$$

où δ est l'interfrange dans la direction du décalage. Ce signal est bien sûr discrétisé à cause de la pixélisation de la CCD. Cela signifie que le plus petit déphasage que l'on peut mesurer est égal à

$$(\Delta\nabla)\varphi_{\min}^{\text{local}} = 2\pi\frac{\Delta_{\text{pix}}}{\delta} \quad (\text{III.20})$$

où Δ_{pix} est la taille d'un pixel de la CCD. La résolution transverse étant donné par la valeur du décalage Δ , l'évaluation de la variation de la phase doit se faire sur le décalage, ce qui signifie que $(\Delta\nabla)\varphi_{\min}^{\text{local}} = \varphi_{\min}^{\text{local}}$. Pour les senseurs de surface, il est courant d'exprimer la sensibilité (et la dynamique) en termes de longueurs d'onde sachant qu'un déphasage de 2π équivaut à une distance λ . Ainsi, la sensibilité est égale à

$$\text{Sensibilité}_{\text{locale}} = \lambda \frac{\Delta_{\text{pix}}}{\delta} \quad (\text{III.21})$$

Par exemple, si nous utilisons une caméra de 512*512 pixels dont la taille est de 10 μm , et si l'interfrange vaut 100 μm , la sensibilité est alors égale à $\lambda/10$.

Etudions à présent la plus petite phase parabolique que peut détecter le Tri-latéral et qui met en contribution l'ensemble de la CCD. Supposons une phase parabolique d'expression :

$$\varphi_{(r)} = a \frac{r^2}{\Delta_{\text{pix}}^2} \quad (\text{III.22})$$

Sur l'écran, dans la direction d'un décalage, nous mesurons alors un interférogramme dont les oscillations sont sous la forme

$$\cos\left[\frac{2\pi}{\delta} r - \Delta \varphi_{(r)}\right] = \cos\left[\frac{2\pi}{\delta} r - \frac{2a\Delta}{\Delta_{\text{pix}}^2} r\right] \quad (\text{III.23})$$

Cela signifie que dans l'espace de Fourier le pic qui correspond à la fréquence $2\pi/\delta$ est décalé de la valeur $\frac{2a\Delta}{\Delta_{\text{pix}}^2}$. Or la taille d'un « pixel » dans l'espace de Fourier est de $\frac{2\pi}{N\Delta_{\text{pix}}}$ (N étant le nombre de pixels sur une ligne de la CCD), ce qui signifie que la plus petite phase parabolique doit être de

$$\varphi_{(r)} = \frac{\pi}{N\Delta/\Delta_{\text{pix}}} \frac{r^2}{\Delta_{\text{pix}}} \quad (\text{III.24})$$

La résolution spatiale étant égale au décalage Δ , cela signifie localement que la plus petite phase est égale à

$$\varphi_{(\Delta)} = \frac{\pi}{N\Delta_{\text{pix}}/\Delta} \quad (\text{III.25})$$

soit une sensibilité en termes de longueurs d'onde égale à :

$$\text{Sensibilité}_{\text{parabolique}} = \frac{\lambda}{2N\Delta_{\text{pix}}/\Delta} \quad (\text{III.26})$$

Par exemple, si nous utilisons une caméra de 512*512 pixels dont la taille est de 10 μm , et si nous plaçons la CCD à une distance telle que le décalage (donc la résolution transverse spatiale) soit de 100 μm , la sensibilité est égale à $\lambda/100$.

Pour déterminer la sensibilité du Tri-latéral, nous n'avons pas considéré la dynamique de la CCD qui joue aussi un rôle important dans la résolution longitudinale. Prenons une caméra de dynamique n bits= 2^n . L'intensité de l'interférogramme est donc distribuée sur ces 2^n valeurs et la phase, qui est égale à l'arctangente de la partie réelle sur la partie imaginaire, a donc une sensibilité de $1/2^n$, soit en termes de longueurs d'onde :

$$\text{Sensibilité}_{\text{CCD}} = \frac{\lambda}{\pi 2^{n+1}} \quad (\text{III.27})$$

On peut ainsi considérer que, pour les caméras supérieures à 10-bits, la réponse de la CCD est négligeable en comparaison à la réponse du Tri-latéral.

I.2.3. Dynamique de la technique

L'étude de la dynamique peut être entreprise sous les deux aspects précédemment décrits, à savoir une vision locale ou globale de la phase.

Considérons le cas de la phase locale. Le plus grand déphasage que l'on peut mesurer est égal à

$$(\Delta \nabla) \varphi_{\text{max}}^{\text{local}} = 2\pi \quad (\text{III.28})$$

Cela signifie que sur un pixel de la CCD, le déphasage maximum vaut $\varphi_{\text{max}}^{\text{local}} = 2\pi \Delta_{\text{pix}} / \Delta$. La dynamique qui est le produit du nombre de pixels avec le déphasage maximum sur un pixel s'exprime alors, en termes de longueurs d'onde, sous la forme :

$$\text{Dynamique}_{\text{locale}} = \lambda \frac{N \Delta_{\text{pix}}}{\Delta} \quad (\text{III.29})$$

Par exemple, si nous utilisons une caméra de 512×512 pixels dont la taille est de $10 \mu\text{m}$, et si nous plaçons la CCD à une distance telle que le décalage (donc la résolution transverse) soit de $100 \mu\text{m}$, la dynamique est de l'ordre de 50λ .

Dans le cas d'une phase parabolique, les choses sont très différentes. Alors que la sensibilité se posait en ces termes : avec quelle précision je peux mesurer le déplacement du pic dans l'espace de Fourier, la dynamique revient à se demander de combien au maximum je peux déplacer le pic dans l'espace de Fourier.

La fréquence de coupure étant de $\frac{\pi}{\Delta_{\text{pix}}}$, si nous supposons une phase parabolique $\varphi_{(r)} = a \frac{r^2}{\Delta_{\text{pix}}^2}$,

le déplacement maximum du pic dans l'espace de Fourier est réalisé pour une phase égale à :

$$\Phi_{(r)} = \frac{\Delta_{\text{pix}}^2}{2\Delta} \left(\frac{\pi}{\Delta_{\text{pix}}} - \frac{2\pi}{\delta} \right) \frac{r^2}{\Delta_{\text{pix}}^2} \quad (\text{III.30})$$

La dynamique est alors égale à $\Phi_{(\Delta_{\text{pix}} N/2)}$, soit en termes de longueurs d'onde :

$$\text{Dynamique}_{\text{parabolique}} = \lambda \frac{N^2 \Delta_{\text{pix}}}{16\Delta} - \lambda \frac{N^2 \Delta_{\text{pix}}^2}{8\Delta\delta} \quad (\text{III.31})$$

Par exemple, si nous utilisons une caméra de 512*512 pixels dont la taille est de 10 μm , et si nous plaçons la CCD à une distance telle que le décalage (donc la résolution transverse) soit de 100 μm , la dynamique est de l'ordre de $1,5 \cdot 10^3 \lambda$. La technique du Tri-latéral est donc particulièrement adaptée pour la mesure de phases globales.

I.2.4. Le Tri-latéral et le Shack-Hartmann

La comparaison entre le Tri-latéral et le Shack-Hartmann est assez difficile car autant la première est très adaptée pour la mesure de phases globales sur toute la CCD, autant la seconde mesure des variations de phase locale au niveau de chaque lentille de la matrice. Néanmoins même pour des variations de phase locales, le Shack-Hartmann a le désavantage de mesurer la phase sur un nombre restreint de points (le nombre de micro lentilles) en comparaison au Tri-latéral. De plus le nombre limité de pixels assignés à la mesure de la tache focale après chaque lentille restreint la bande passante de l'appareil. Cela conduit alors à diminuer la sensibilité et la dynamique de l'appareil.

Le Tri-latéral, quant à lui, est capable de mesurer des phases paraboliques avec une très grande dynamique. De plus on peut ajuster la bande passante en fonction du décalage (donc de la distance réseau-CCD) ce qui permet de mesurer les échelles de phase qui nous intéressent. Une autre solution serait aussi de fabriquer un réseau 2D avec des cristaux liquides ce qui permettrait de choisir la période du réseau donc la bande passante de l'appareil de mesure.

II. Exemples de mesures de phase

Nous avons illustré les performances du tri-latéral en étudiant deux domaines distincts : les effets de la propagation sur son front d'onde du faisceau et l'imagerie par laser.

II.1 Effets de la propagation sur le front d'onde

L'intérêt premier de cette technique est de mesurer les déformations de front d'onde afin de s'assurer que le faisceau a les propriétés attendues et de le modifier si besoin est. Nous avons mesuré la déformation du front d'onde au cours de la propagation après que le faisceau eut traversé un masque de phase et un masque d'amplitude.

II.1.1. Masque de phase

Le masque de phase le plus couramment employé est la lentille. Pour valider la technique nous avons mesuré le front d'onde du laser après un système de deux lentilles dont nous avons modifié l'écartement. Lorsque le système est en effet afocal, c'est-à-dire que le plan focal des deux lentilles sont confondus, un faisceau qui avait un front d'onde plan à l'entrée du système, conserve la forme de front d'onde, c'est-à-dire que la phase est nulle. En revanche si la distance entre les deux lentilles est inférieure à la somme des distances focales de chaque lentille, le faisceau diverge, auquel cas la phase du faisceau devient parabolique et la courbure de la parabole est négative. Si au contraire la distance entre les deux lentilles est supérieure à la somme des distances focales, le faisceau converge et le comportement de la phase s'inverse. Nous pouvons constater une parfaite concordance des mesures expérimentales avec la théorie sur la série de mesures de phase de la Figure 6.

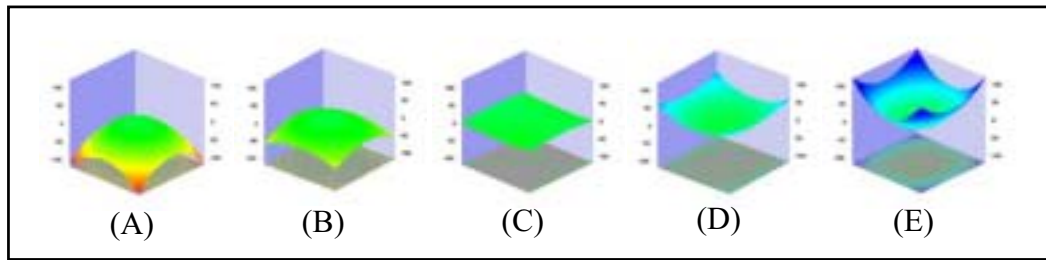


Figure 6 Mesure du front d'onde après un système afocal de deux lentilles (7 cm et 17 cm) en fonction de la distance entre les deux lentilles. (A): décalage de -1,5 mm, (B): décalage de -1 mm, (C): système afocal, (D): décalage de 1 mm, (E): décalage de 1,5 mm.

Dans le domaine spatial, pour un faisceau gaussien, il est courant de parler de rayon de courbure à la place de phase spatiale. Le rayon de courbure R , défini au chapitre I, s'exprime en fonction de la phase spatiale φ , sous la forme :

$$R = -\frac{\bar{k}_0}{\ddot{\varphi}_{(r=0)}} \quad (\text{III.32})$$

Sur la courbe de la Figure 7 sont reportés les rayons de courbure moyens en fonction du dérèglement du système afocal. En encart, la phase pour deux positions des lentilles est représentée en radiant.

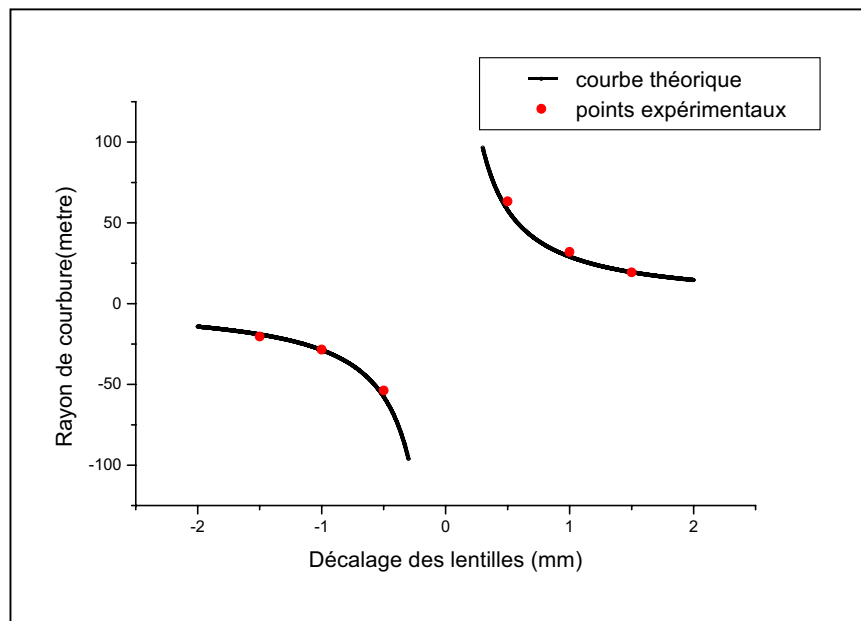


Figure 7 Mesure de la courbure du front d'onde après un système afocal de deux lentilles (7 cm et 17 cm) en fonction de la distance entre les deux lentilles. La phase en radiant est représentée par des courbes de niveaux sur la CCD pour deux écarts du système afocal.

Un système équivalent de deux lentilles appelé agrandisseur de faisceau nous a permis de calibrer le Tri-latéral. L'agrandisseur de faisceau a été réglé avec une lame à décalage afin que le faisceau à sa sortie ait un front d'onde plan. Nous avons effectué la mesure du front d'onde du faisceau en son centre pour limiter les aberrations sur les bords. La mesure nous a servi de référence par rapport à toutes les autres mesures de front d'onde.

II.1.2. Masque d'amplitude

Depuis une dizaine d'années, on étudie les faisceaux optiques à singularités de phase car ils pourraient être utilisés dans de nombreuses applications. Par exemple, si une onde avec une singularité de phase se propage à travers un milieu non linéaire, un soliton noir peut être généré pour former des guides d'onde non linéaires⁹. Ou encore un faisceau avec une singularité de phase a été étudié pour piéger au plan focal d'une lentille des petites particules¹⁰. Plus récemment l'utilisation des faisceaux à singularités a été envisagée afin de contrôler un laser moléculaire/atomique via un échange de moment angulaire^{11,12}.

Une onde plane qui a une singularité de phase, signifie qu'il existe un saut de phase de $2n\pi$ (où n , un entier, est appelé charge topologique), autour d'un point dans un plan transverse. Dès que la phase en ce point n'est plus définie, son intensité doit être égale à zéro, ce qui forme une structure d'intensité en « doughnut »ⁱ dans le plan transverse.

Il y a de nombreux moyens de générer un faisceau avec une singularité de phase. L'un d'eux est d'utiliser un hologramme généré par ordinateur. Une figure d'interférence entre un faisceau de singularité et une onde plane est calculée puis enregistrée sur un film photosensible. Lorsque le film est éclairé par une onde plane, un faisceau de singularité apparaît. De tels masques d'amplitude ont été publiés dans les revues scientifiques¹³. Nous avons pris des clichés de ces masques et nous les avons développés sur des plaques de verre. La propagation de ces faisceaux de singularité de phase est gouvernée par la diffraction de Fresnel. On peut se représenter la propagation de ces faisceaux en un faisceau qui tourne comme une vis conique jusqu'à converger vers la forme d'un doughnut, puis qui diverge en s'enroulant. Il est courant de visualiser la singularité de phase par interférométrie spatiale lorsque le faisceau a la forme d'un doughnut. Dans ce cas le comportement de la phase est représenté par la Figure 8. La phase présente des discontinuités dans un plan particulier de la

i) Succulente pâtisserie américaine en forme de tore.

propagation. En dehors de ce plan, la phase varie continûment en s'enroulant comme un tourbillon.

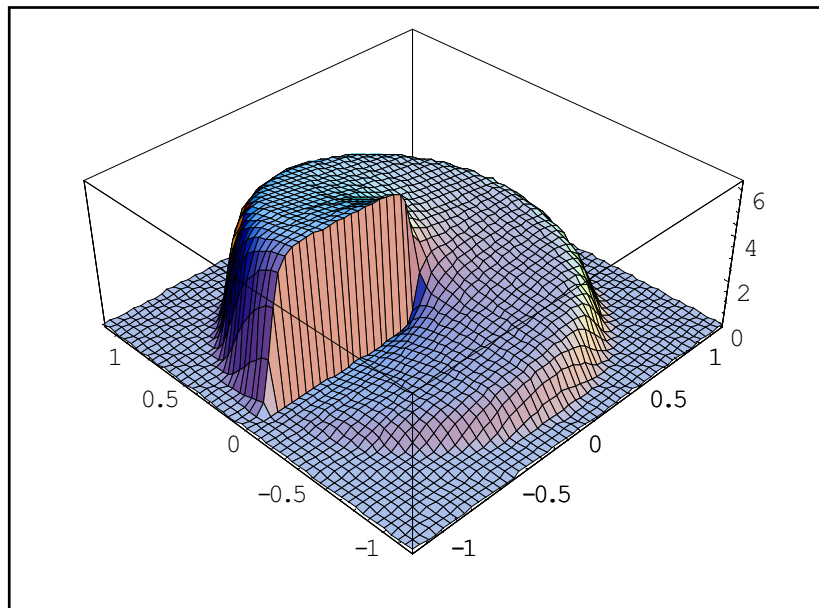


Figure 8 Variation théorique de la phase d'une onde qui possède une singularité de phase de charge topologique égale à un sur une ouverture circulaire de la taille du faisceau. Le saut de phase est donc de 2π . Ce comportement de phase est spécifique lorsque, au cours de la propagation du faisceau, dans un plan transverse particulier, le profil de l'intensité ressemble à un beignet. Hors ce plan particulier, la phase varie sans discontinuité en s'enroulant autour de l'axe de propagation.

Parce que le Tri-latéral, comme tous les senseurs de surface, n'est pas capable de mesurer des sauts de 2π , nous avons mesuré la phase du faisceau laser après le masque d'amplitude, lorsque le profil de l'intensité ressemble à un tourbillon.

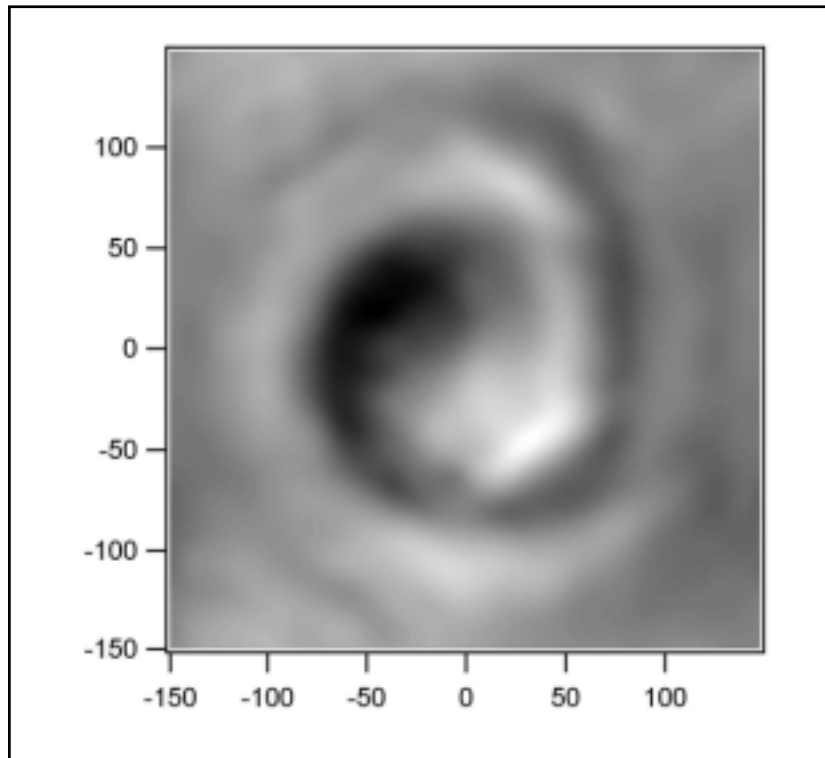


Figure 9 Mesure du front d'onde d'un faisceau qui s'est propagé sur un mètre après un masque d'amplitude. La forme de la phase montre que le faisceau laser s'enroule comme une vis conique.

La phase permet de visualiser le faisceau en 3D alors qu'habituellement nous n'avons accès qu'à une projection du faisceau sur un plan. La phase représente en quelque sorte le temps d'arrivée des photons sur la caméra. La Figure 10 donne une représentation 3D du faisceau à singularité de phase.

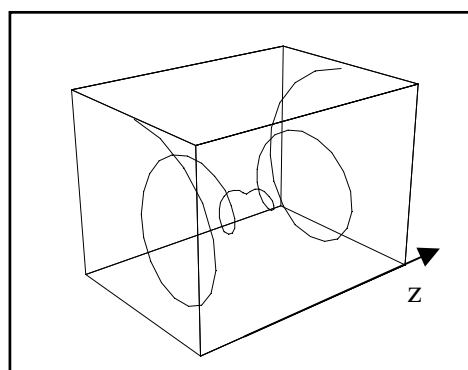


Figure 10 Représentation en 3D du trajet du centre d'un faisceau à singularité de phase.

Cet exemple montre le potentiel de la technique Tri-latérale qui peut mesurer des phases beaucoup plus complexes que des phases paraboliques et ce potentiel ouvre la voie naturellement à l'imagerie par faisceau laser.

II.2 Imagerie par faisceau laser

De par ses propriétés de cohérence, le laser est indispensable pour faire de l'imagerie 3D (à travers ou non des milieux diffusants). Généralement l'imagerie consiste à transférer l'amplitude d'un objet dans le plan d'observation avec un certain grossissement. Dans notre application, ce n'est pas l'amplitude mais le champ que nous voulons transférer dans le plan d'observation. Ceci se réalise classiquement avec un système afocal. En effet, si on se sert de l'intégrale de Huygens ABCD¹⁴ qui décrit la propagation d'un champ dans l'approximation paraxiale, on peut obtenir des relations simples qui lie le champ objet et le champ image après un système optique.

Dans le cas d'une lentille (Figure 11 (A)), il n'existe pas de plan pour lequel le champ reste identique, il est toujours affecté d'une phase parabolique.

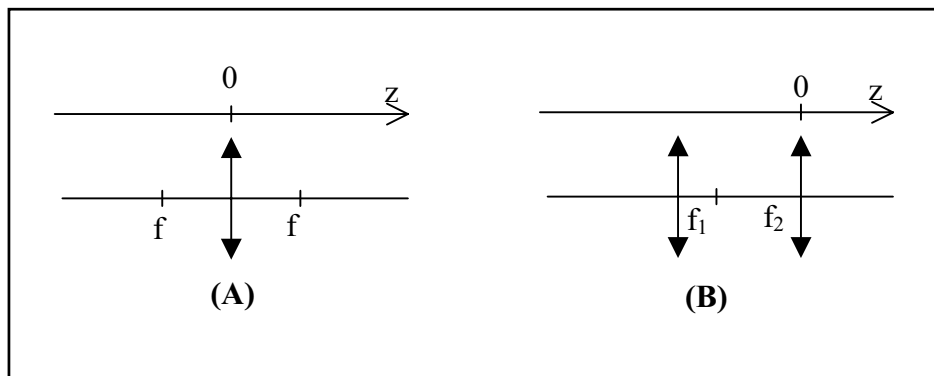


Figure 11 (A) Cas d'une lentille. (B) Cas d'un télescope.

Si on note E_0 le champ initial à l'entrée du système optique et E_1 le champ dans le plan image (au sens de l'intensité), nous obtenons la relation suivante pour $z > 0$:

$$E_{1(r,z)} = e^{iA} \sqrt{g} e^{-i \frac{\pi g}{\lambda_0 f} r^2} E_0 \left(-gr, \frac{-2f+z}{g} - 2f \right) \quad \text{avec} \quad g = (z-f)/f \quad (\text{III.33})$$

où A est une constante. Par exemple lorsque z est égal à $2f$, le grossissement vaut 1 et l'amplitude du champ d'entrée est identique à l'amplitude du champ de sortie. Par contre leurs phases ne sont pas égales.

En optique, les plans qui sont liés par une transformée de Fourier ont aussi leur importance. Nous nous sommes placés dans le cas particulier du champ de sortie situé au plan focal image de la lentille et nous avons cherché l'expression mathématique qui liait le champ d'entrée au

champ du plan focal image. Le champ du plan focal s'écrit alors comme une transformation de Fourier du plan d'entrée affecté d'une phase parabolique :

$$E_{1(r,f)} = e^{iB} \frac{1}{\sqrt{f \lambda_0}} e^{-i \frac{\pi(z+f)}{\lambda_0 f^2} r^2} \text{TF} \left[E_{0(r_1,z)} \right]_{\left(k_1 = \frac{2\pi r}{f \lambda_0} \right)} \quad \text{pour } z < 0 \quad (\text{III.34})$$

où B est une constante. Lorsque le champ d'entrée est au plan focal objet ($z=-f$), le champ au plan focal image est exactement la transformée de Fourier du plan objet. Sinon, pour un champ d'entrée quelconque, le champ de sortie est affecté par une phase parabolique.

Dans le cas d'un télescope (Figure 11 (B)), les plans images de l'optique géométriques correspondent aux plans qui imagent le champ. En effet nous pouvons constater à travers l'expression (III.35) qu'aucune phase parabolique ne vient s'ajouter au champ d'entrée.

$$E_{1(r,z)} = e^{iC} \sqrt{g} E_0 \left(-gr, -(2f_1+f_2) + \frac{z-f_2}{g^2} \right) \quad \text{avec } 0 < z < f_2(1+g) \text{ et } g = f_2/f_1 \quad (\text{III.35})$$

où C est une constante. Nous pouvons en conclure que si nous désirons faire l'image d'un champ, il nous faudra utiliser un système de deux lentilles.

Nous nous sommes intéressés à deux cas particuliers : faire l'image d'un objet de phase dans l'espace directe et dans l'espace réciproque de Fourier.

II.2.1. Image dans l'espace direct

Nous avons coupé la moitié du faisceau par une lame de microscope de 1mm dont nous avons fait l'image avec le système de deux lentilles précédemment décrit. La Figure 12 montre ce saut de phase dont la différence de marche ne peut être qu'un multiple de la longueur d'onde à cause de la connaissance de la phase modulo 2π .



Figure 12 Mesure de la phase du faisceau coupé en son milieu par une lame de microscope. A cause de la connaissance de la phase modulo 2π , l'épaisseur de la lame est mesurée modulo λ .

Cet exemple illustre la difficulté de mesurer des phases dont les variations sont supérieures à 2π . Afin de lever l'indétermination, il faudrait faire la mesure avec deux longueurs d'onde proches en contrôlant par exemple en température une diode laser. En effet la hauteur maximale accessible dépend alors de la différence des deux couleurs de la manière suivante :

$$\text{hauteur} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (\text{III.36})$$

Une différence de 1% par rapport à la longueur d'onde permettrait de mesurer au maximum une hauteur de 100λ .

II.2.2. Image dans l'espace de Fourier

Il est parfois difficile d'imager au sens du champ un objet de petite taille. C'est le cas par exemple d'une lentille Kerr produite par la focalisation d'un faisceau dans un milieu non linéaire. Généralement on utilise l'effet de cette lentille Kerr sur le comportement du faisceau pour mesurer la susceptibilité non linéaire du milieu. Cette méthode, connue sous le nom de Z-scan¹⁵, est sensible aux caractéristiques du faisceau (ellipticité, astigmatisme.) et aux propriétés du matériau (absorption non linéaire, effets thermiques) qui peuvent nuire à l'interprétation des résultats car la technique réduit la complexité du phénomène à la mesure d'une variable qui est l'intensité du faisceau à travers un trou.

Au foyer d'une lentille de focale $f=10$ cm placée après l'échantillon, nous avons mesuré, pour différentes puissances du laser, le front d'onde du faisceau c'est-à-dire la phase de la transformée de Fourier du champ au niveau de l'échantillon. Une mesure à faible puissance (10 mW) nous a servi de front d'onde de référence. Nous avons de plus pris soin de focaliser le faisceau sur la face de sortie de l'échantillon pour limiter les problèmes de propagation.

Dans ces conditions et dans l'hypothèse où l'échantillon est fin, l'effet non linéaire ajoute une phase de la forme

$$\varphi_{\text{NL}} = -\bar{k}_0 n_2 I_{(r)} l \quad (\text{III.37})$$

où n_2 est l'indice non linéaire, $I_{(r)}$ l'intensité du faisceau et l la longueur de l'échantillon. Dans l'approximation parabolique, l'intensité I varie suivant r comme

$$I_{(r)} \approx \frac{P_{\text{crête}}}{W_0^2} \left(1 - \frac{2r^2}{W_0^2} \right) \quad (\text{III.38})$$

où W_0 est la taille du col du faisceau dans le verre non linéaire et $P_{\text{crête}}$ la puissance crête du laser impulsif. La phase non linéaire peut être alors interprétée comme la phase produite par une lentille de focale f_{Kerr} dont l'expression est

$$f_{\text{Kerr}} = \frac{W_0^4}{4 n_2 P_{\text{crête}}} \quad (\text{III.39})$$

Notez que, suivant la forme du faisceau, la lentille Kerr peut être astigmatique ce qui fut notre cas lors de l'expérience. La phase mesurée au foyer de la lentille de focale f s'exprime sous la forme suivante :

$$\Phi_{(r)} = -\frac{1}{4} \left(\frac{\bar{k}_0}{f} \right)^2 \frac{\bar{k}_0 / (2 f_{\text{Kerr}})}{\left(\bar{k}_0 / (2 f_{\text{Kerr}}) \right)^2 + 1 / W_0^4} r^2 \approx -\frac{1}{8} \frac{\bar{k}_0^3 W_0^4}{f^2 f_{\text{Kerr}}} r^2 \quad (\text{III.40})$$

Ce résultat a été obtenu dans l'hypothèse très simplificatrice d'un échantillon infiniment fin. Il existe cependant d'autres modèles plus réalistes qui tiennent compte de la propagation du faisceau dans l'échantillon et qui ont été utilisés dans les publications de mesures par Z-scan.

Deux mesures ont été effectuées pour des puissances de 500 mW et 300 mW sur 1 mm de SF59 après une lentille de distance focale de 10 cm.

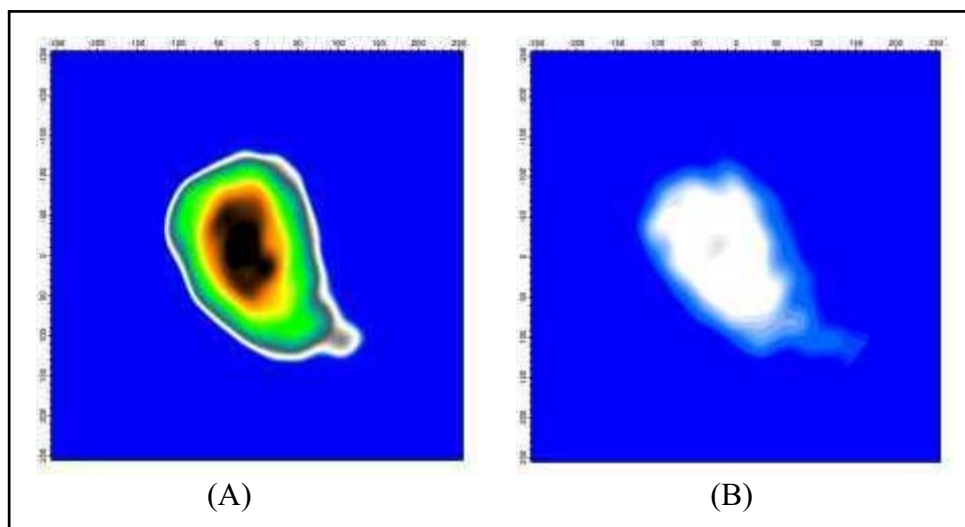


Figure 13 Phases mesurées au foyer de la lentille qui image au sens de Fourier le plan de sortie du verre non linéaire. (A) Phase pour une puissance de 500 mW avec une taille focalisée de 20 μm et de largeur temporelle 100 fs. (B) Phase pour une puissance de 300 mW.

Chacune d'elles donne un indice non linéaire de $4 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2/\text{W}$ à 10 % en tenant compte de la forme elliptique du faisceau. Pour des puissances plus faibles, le front d'onde est perturbé par les défauts de phase dus au système optique.

Au regard des performances de la technique du Tri-latéral, l'étape supplémentaire serait de faire de l'imagerie 3D, c'est-à-dire de mesurer la phase du faisceau qui s'est réfléchi sur un objet et de pouvoir ainsi déterminer sa profondeur. Ce serait en quelque sorte de l'holographie sans référence ce qui est très intéressant du point de vue de la précision de la mesure et de la simplicité du montage. L'autre avantage du Tri-latéral est la possibilité d'utiliser une source de faible cohérence spatiale car la technique a besoin d'une cohérence de l'ordre du décalage entre les faisceaux. Néanmoins l'utilisation du Tri-latéral pour une imagerie 3D est limitée par la qualité optique des surfaces sur lesquelles le faisceau se réfléchit. En effet alors qu'en holographie le faisceau à mesurer est hétérodyné par un faisceau de référence, en interférométrie à décalage le faisceau se mélange avec lui-même et si le faisceau comporte du speckle, l'interférogramme devient trop bruité et inexploitable. La cohérence spatiale qui permet le transport de l'information à travers la phase du faisceau, peut aussi altérer le faisceau à travers la génération de speckle. Pour limiter les effets du speckle tout en conservant l'information du front d'onde, il est alors nécessaire de travailler avec des faisceaux petits dont on mesure le front d'onde (la mesure de la divergence permet de déterminer la distance entre la source et la surface) et que l'on balaye sur toute la surface à l'aide d'un scanner. Chaque position du faisceau donne une côte qui une fois collectée avec les autres positions, permet de remonter au relief de l'objet. La résolution transverse de l'appareil de mesure est donnée dans ce cas par la taille du faisceau au niveau de l'échantillon.

Conclusion

La technique d'interférométrie à décalage tri-latéral est une technique qui semble très prometteuse bien que le traitement du signal soit beaucoup plus élaboré par rapport à la technique de Shach-Hartmann. L'IDTL est particulièrement bien adaptée pour la mesure de phases paraboliques et on peut facilement ajuster la bande passante de la mesure de la phase en réglant par exemple la distance entre le réseau et la CCD (entre lesquels on peut aussi insérer un télescope pour modifier la résolution transverse de l'appareil). L'IDTL est donc une technique très appropriée pour mesurer les rayons de courbure et nous l'avons utilisée dans ce but au chapitre IV.

Références bibliographiques

- 1 L. Sogno, *L'interféromètre à décalage Tri-latéral: une nouvelle technique d'analyse de surface d'onde*, Thèse de doctorat de l'Université Paris XI Orsay (1996).
- 2 J.C. Chanteloup, *Contrôle et mise en forme des fronts de phase et d'énergie d'impulsions lasers brèves ultra-intenses*, Thèse de l'école polytechnique (1998).
- 3 J. Primot, *Three wave lateral shearing interferometer*, Appl. Opt. **12**, 2679 (1995).
- 4 J. Primot et L. Sogno, *Achromatic three-wave (or more) lateral shearing interferometer*, J. Opt. Soc. Am. A **12**, 2679 (1995).
- 5 J.C. Chanteloup, F. Druon, M. Nantel, A. Maksimchuck, G. Mourou, *Single-shot wave-front measurements of high intensity ultrashort laser pulses with a three-wave interferometer*, Opt. Lett. **23**, 621 (1998).
- 6 J. Primot, L. Sogno, B. Fracasso, K. Heggarty, *Wavefront sensor prototype for industrial applications based on a three-level phase grating*, Opt. Eng. **36**, 901 (1997).
- 7 D.C. Ghiglia, M.D. Pritt, *Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms and software*, a Wiley-interscience publication (1998).
- 8 L'astuce a été proposée par Xavier Dupuis qui a présenté une thèse à l'ONERA sur le redressement de la phase en utilisant les fonctions de Green.
- 9 G.A. Swartzlander, C.T. Law, *Optical vortex solitons observed in Kerr nonlinear media*, Phys. Rev. Lett. **69**, 2503 (1992).
- 10 S. Sato, Y. Harada, Y. Waseda, *Optical trapping of microscopic metal particles*, Opt. Lett. **19**, 1807 (1994).
- 11 G.M. Galletin, P.L. Gould, *Laser focusing of atomics beams*, J. Opt. Soc. Am. B **8**, 502 (1991).
- 12 J.J. McClelland, M.R. Scheinfein, *Laser focusing of atoms: a particle-optics approach*, J. Opt. Soc. Am. B **8**, 1974 (1991).
- 13 N.R. Heckenberg, R. McDuff, C.P. Smith, A.G. White, *Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms*, Opt. Lett. **17**, 221 (1992).
- 14 A.E. Siegman, *Laser*, University Science Books, Mill Valley (1986).

- 15 M. Sheik-Bahae, A.A. Said, T.H. Wei, D.J. Hagan, E.W. Van Stryland, *Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam*, IEEE Journal of Quant. Elec. **26**, 760 (1990).

Chapitre IV

Caractérisation complète en amplitude et en phase dans le domaine spatio-temporel. Mesure du couplage spatio-temporel dans une configuration d'imagerie et dans le cas d'une propagation non linéaire.

INTRODUCTION.....	149
I. CARACTERISATION SPATIO-TEMPORELLE.....	150
I.1 LE FILTRE DE LYOT ACCORDABLE A DOUBLE PASSAGE	151
I.1.1. Principe et réalisation.....	152
I.1.2. Performances et limitations	155
I.2 LA TECHNIQUE SPATIO-TEMPORELLE.....	157
I.2.1. Principe de la technique.....	157
I.2.2. Interprétations des mesures fournies par la technique spatio-temporelle	158
I.2.2.a Cas de la propagation d'une impulsion dans le vide.....	159
I.2.2.b Cas général d'une mesure par la technique spatio-temporelle et interprétations.....	161
II. MESURES DU COUPLAGE SPATIO-TEMPOREL.....	164
II.1 MESURE DU COUPLAGE SPATIO-TEMPOREL AU Foyer D'UN OBJECTIF.....	164
II.1.1. <i>Eléments théoriques d'un faisceau impulsifnel ultracourt au foyer d'une lentille mince</i>	164
II.1.1.a La lentille achromatique	165
Amplitude spectrale de l'impulsion au foyer d'une lentille.....	166
Phase spectrale de l'impulsion au plan focal image	166
II.1.1.b Effets de la dispersion d'une lentille sur l'impulsion.....	167
II.1.2. <i>Mesure du couplage au foyer d'un objectif</i>	171
II.2 MESURE DU COUPLAGE SPATIO-TEMPOREL DU A UN EFFET NON LINEAIRE	178
II.2.1. <i>Quelques éléments théoriques de l'effet Kerr spatio-temporel</i>	178
II.2.2. <i>Mesure du couplage après une propagation non linéaire</i>	179
CONCLUSION	186
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	187

Introduction

La mesure de l'impulsion dans le domaine spatio-temporel s'inscrit dans la continuité de la métrologie du champ laser dans le domaine temporel et spatial. Différentes branches de la physique commencent à s'intéresser à l'impulsion et à ses propriétés dans le faisceau. Par exemple, en microscopie non linéaire, la forme de l'impulsion et sa répartition dans le faisceau sont des éléments importants car ce sont ces paramètres qui vont conditionner les performances du microscope. Par ailleurs les concepteurs de lasers qui travaillent sur les impulsions amplifiées ultracourtes, sont également concernés par la connaissance de l'impulsion dans le domaine spatio-temporel car les méthodes qu'ils emploient pour amplifier une impulsion très courte, utilisent abondamment des interactions non linéaires, ce qui favorise les couplages spatio-temporels et limite les performances de leurs techniques.

Ce dernier chapitre décrit la technique que nous avons employée pour mesurer le champ dans le domaine spatio-temporel et applique cette technique à la mesure des couplages induits par une propagation linéaire dans une expérience d'imagerie au foyer d'un objectif de microscope et à la mesure des couplages induits par une propagation non linéaire dans un milieu anisotrope.

Pour mener à bien ces études, nous utiliserons la description de l'impulsion basée sur les moments du chapitre I, la technique d'interférométrie spectrale du chapitre II, et la technique IDTL du chapitre III. Nous traiterons de plus dans la première partie de ce chapitre d'un autre outil que nous avons dû construire pour la mise en œuvre de la technique spatio-temporelle, et qui est un filtre biréfringent accordable.

I. Caractérisation spatio-temporelle

La caractérisation du front d'onde d'un faisceau monochromatique et la mesure d'un champ électrique d'une impulsion ultracourte sont devenues des opérations courantes de diagnostic laser, bien que la recherche dans ce domaine continue toujours. Il existe en revanche très peu d'expériences qui permettent de mesurer la distribution complète du champ électrique dans le domaine spatial et temporel sans faire l'approximation classique du comportement spatial de l'onde découplé au comportement temporel. La technique doit pouvoir en effet mesurer l'amplitude et la phase du champ suivant trois variables (deux variables transverses x et y et une variable temporelle t) :

$$E_{(x,y,t)} = A_{(x,y,t)} \exp \left[i \varphi_{(x,y,t)} \right] \quad (\text{IV.1})$$

La première idée qui vient à l'esprit, est de mesurer l'impulsion (son amplitude et sa phase) en chaque point du faisceau spatial. On pourrait par exemple imaginer un dispositif constitué d'une matrice de microlentilles et, au foyer de la matrice, d'une CCD dont chaque pixel se comporterait comme une diode à absorption à deux photons. Grâce à ce système on pourrait mesurer le front d'onde du faisceau et la trace d'autocorrélation en chaque point du faisceau.

Une autre façon d'aborder le problème est d'étudier le champ électrique dans le domaine spectral.

$$\tilde{E}_{(x,y,\omega)} = A_{(x,y,\omega)} \exp \left[i \varphi_{(x,y,\omega)} \right] \quad (\text{IV.2})$$

La connaissance de la fonction $\varphi_{(x,y,\omega)}$ revient à connaître le gradient de la phase sur les deux axes x et y , et la dérivée première en ω .

$$\varphi_{(x,y,\omega)} \text{ connu (à une constante près) revient à connaître } \begin{cases} \vec{\nabla} \varphi_{(x,y,\omega)} \\ \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \omega} \right|_{(x,y,\omega)} \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

Les techniques d'interférométrie à décalage conviennent parfaitement à ce type de problème car elles sont capables de mesurer la dérivée de la phase. Pour caractériser donc un champ dans le domaine spatio-temporel, il faut à la fois une technique à décalage spatial et une technique à décalage spectral (soit la technique SPIDER). Cette technique de mesure spatio-temporelle a été proposée récemment par le groupe de I.A. Walmsley¹, concepteur de la

technique SPIDER. La mesure du front d'onde a été effectuée sur un seul axe et la technique n'est pour l'instant pas monocoup.

Une autre façon de connaître $\varphi_{(x,y,\omega)}$ est de mesurer le gradient spatial de la phase pour différentes composantes spectrales et de déterminer la phase spectrale au centre du faisceau.

$$\varphi_{(x,y,\omega)} \text{ connu (à une constante près) revient à connaître } \begin{cases} \vec{\nabla}\varphi_{(x,y,\omega)} \\ \varphi_{(x=0,y=0,\omega)} \end{cases} \quad (\text{IV.4})$$

Dans ce cas il est nécessaire de posséder un filtre spectral qui n'affecte pas les propriétés du front d'onde pour pouvoir le mesurer, puis d'effectuer une mesure de la phase spectrale au centre du faisceau en utilisant une technique à référence. Nous avons choisi cette option qui n'est certes pas monocoup (la mesure du front d'onde se fait pour différentes sélections spectrales) car elle permet de mesurer le front d'onde complètement et de manière très performante grâce à l'IDTL.

La mesure du couplage spatio-temporel n'est encore qu'à ses débuts et on pourrait imaginer d'autres dispositifs : par exemple un système constitué de plusieurs fibres qui sélectionneraient une partie du faisceau et qui mesureraient leurs largeurs temporelles en utilisant la technique d'interférométrie spectrale afin de connaître la phase relative entre les différentes impulsions dans le faisceau. Il faudrait dans ce cas mesurer aussi le front d'onde du faisceau pour une composante spectrale.

Nous présentons dans le paragraphe qui suit le filtre spectral que nous avons dû construire pour la mesure spatio-temporelle du champ électrique impulsionnel.

I.1 Le filtre de Lyot accordable à double passage

Il existe de nombreux types de filtres spectraux tels que les réseaux, les filtres interférentiels (dont l'interféromètre de Fabry-Perot) et les filtres biréfringents, mais peu d'entre eux peuvent répondre aux exigences liées à l'utilisation d'une source laser ultra courte inférieure à 100 fs, à savoir une bande passante de 2 nm, une accordabilité sur 80 nm et une grande acceptance angulaire qui permet de ne pas déformer l'image. Ce cahier des charges correspond en fait (en moins restrictif) aux attentes des astronomes qui prennent des clichés d'étoiles en isolant leurs différentes radiations. Ils sont capables d'avoir une résolution de quelques Angströms sur la plage du visible, ce qui est une performance en soi. Ils utilisent

pour cela des filtres biréfringents très sophistiqués composés de nombreuses lames retardatrices en limitant le nombre de polariseurs (afin de ne pas perdre trop d'intensité lumineuse) et l'emploi de lames demi-onde et quart d'onde (dont l'achromaticité peut nuire à la sélection spectrale)².

Pour notre application, étant donné la gamme étroite sur laquelle nous désirons accorder le filtre, nous ne nous limiterons ni par le nombre de lames demi-onde et quart d'onde (qui peuvent être considérées alors comme achromatiques), ni par le nombre de polariseurs dont le coefficient de transmission s'est nettement amélioré ces dernières années (près de 90% de transmission). Ces choix technologiques permettent d'envisager des configurations très simples parmi tous les filtres biréfringents. Nous avons opté pour le filtre le plus connu et le plus facile d'utilisation, le filtre de Lyot accordable en longueur d'onde.

I.1.1. Principe et réalisation

Le filtre de Lyot exploite astucieusement les propriétés spectrales d'une lame biréfringente insérée entre deux polariseurs. En effet si on envoie dans ce système une lumière blanche, on obtient en sortie un spectre cannelé comme on peut le voir sur la Figure 1

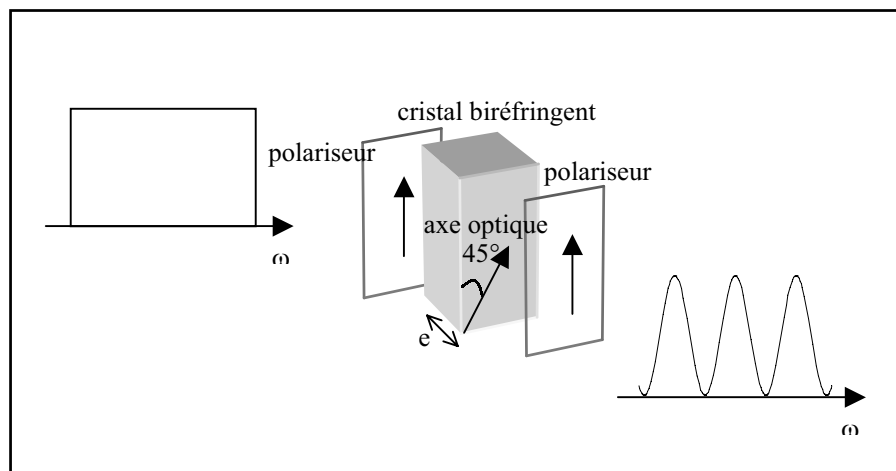


Figure 1 Obtention d'un spectre cannelé grâce à un cristal biréfringent pris entre deux polariseurs. Notez que l'axe optique du cristal doit être positionné à 45° par rapport à l'axe des polariseurs.

L'intensité spectrale varie alors comme un cosinus au carré qui dépend de la différence Δn des indices ordinaires et extraordinaires, et de l'épaisseur e du cristal.

$$I_{(\omega)} \propto \cos^2\left(\frac{e \Delta n}{2c} \omega\right) = \cos^2\left(\frac{e \Delta n}{2c} (\omega - \omega_0)\right) \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \kappa \frac{2\pi c}{e \Delta n} \quad \text{et} \quad \kappa \in \mathbb{Z} \quad (\text{IV.5})$$

Le filtre de Lyot accordable à double passage

Ce sont les valeurs de l'épaisseur du cristal et de la différence d'indices qui fixent la période des oscillations et la position des maxima des cannelures. Afin de pouvoir accorder les cannelures sur les fréquences que l'on désire, il est courant d'utiliser en plus une lame quart d'onde et demi-onde.

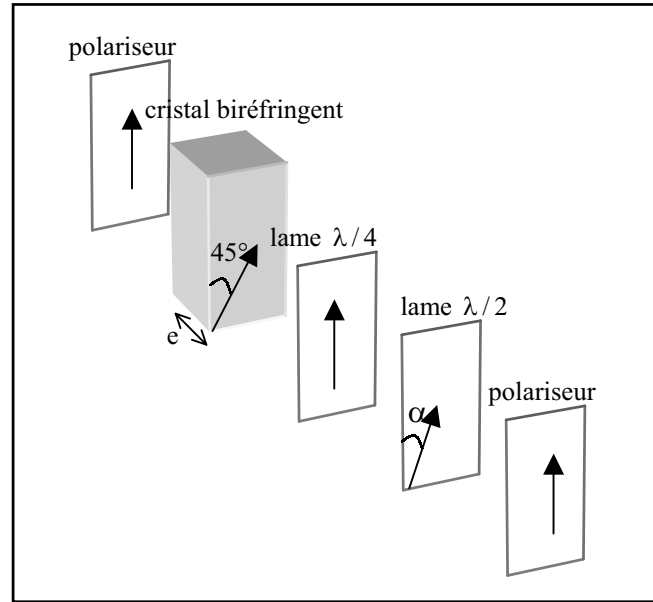


Figure 2 Principe permettant de pouvoir modifier la position des cannelures en changeant l'angle de la lame $\lambda/2$.

Dans ce cas, le signal à la sortie du système est un cosinus au carré dont le déphasage est égal à deux fois l'angle entre l'axe optique de la lame demi-onde et l'axe du polariseur.

$$I_{(\omega)} \propto \cos^2 \left(-2\alpha + \frac{e \Delta n}{2c} (\omega - \omega_0) \right) = \cos^2 \left(\frac{e \Delta n}{2c} (\omega - (\omega_0 + \omega_\alpha)) \right) \quad \text{avec} \quad \omega_\alpha = \frac{4c\alpha}{e \Delta n} \quad (\text{IV.6})$$

où α est l'angle de la lame demi-onde. Il est alors très simple de tourner cette lame afin de décaler les cannelures sur l'axe des fréquences.

Le filtre de Lyot accordable consiste à répéter le dispositif expérimental précédemment décrit en multipliant chaque fois par deux l'épaisseur du cristal biréfringent. La première lame biréfringente fixe alors l'intervalle spectral libre du dispositif final, et le nombre total de cristaux biréfringents définit la résolution spectrale du filtre. Prenons par exemple (p) fois le motif élémentaire de la Figure 2 avec un angle α_p et une épaisseur $2^p e$.

Dans ces conditions, l'intensité à la sortie du filtre de Lyot est proportionnelle à

$$I_{(\omega)} \propto \cos^2 \left(\frac{2^0 e \Delta n}{2c} (\omega - (\omega_0 + \omega_{\alpha_0} / 2^0)) \right) \dots \cos^2 \left(\frac{2^{p-1} e \Delta n}{2c} (\omega - (\omega_0 + \omega_{\alpha_{p-1}} / 2^{p-1})) \right) \quad (\text{IV.7})$$

Pour que le filtre fonctionne correctement, les angles des lames demi-onde doivent être choisis de sorte que la fréquence centrale ω_α soit la même pour tous les cosinus, c'est-à-dire que :

$$\omega_{\alpha_0} = \frac{1}{2} \omega_{\alpha_1} = \dots = \frac{1}{2^{p-1}} \omega_{\alpha_{p-1}} \quad \text{soit} \quad \alpha_p = 2^p \alpha_0 \quad (\text{IV.8})$$

Nous obtenons alors une fonction piquée de largeur δ périodique.

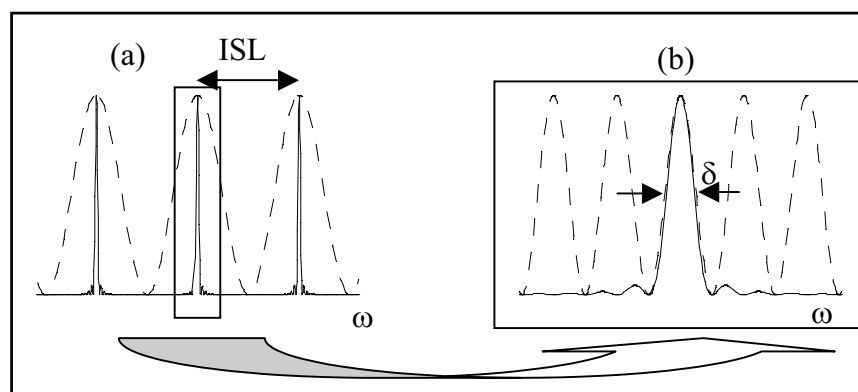


Figure 3 Fonction réponse du filtre de Lyot. (a) Représentation de l'Intervalle Spectral Libre (ISL) et de la fonction réponse de la première lame biréfringente. (b) La résolution du filtre est pilotée par la dernière lame biréfringente.

La condition des angles des lames $\lambda/4$ réalisée, nous obtenons une valeur de l'intervalle spectral libre (ISL) de

$$\text{ISL} = \frac{2\pi c}{e\Delta n} \quad (\text{en pulsation}) \quad , \quad \text{ISL} = \frac{\lambda_0^2}{e\Delta n} \quad (\text{en longueur d'onde}) \quad (\text{IV.9})$$

et une résolution spectrale δ égale à

$$\delta = \frac{\pi c}{2^{p-1} e\Delta n} \quad (\text{en pulsation}) \quad , \quad \delta = \frac{\lambda_0^2}{2^p e\Delta n} \quad (\text{en longueur d'onde}) \quad (\text{IV.10})$$

soit une finesse $F = \text{ISL} / \delta$ égale à $F = 2^p$. Par exemple, avec cinq lames, la finesse est de 32, ce qui est équivalent à la finesse d'un Fabry-Perot ordinaire. Néanmoins le filtre de Lyot présente l'inconvénient d'avoir des oscillations autour de la fonction piquée, affectant ainsi la dynamique du signal. Pour s'en affranchir, nous avons choisi de faire un double passage dans le filtre de Lyot, ce qui a pour effet d'élever au carré l'intensité spectrale obtenue après un seul passage dans le dispositif optique et d'améliorer le filtrage.

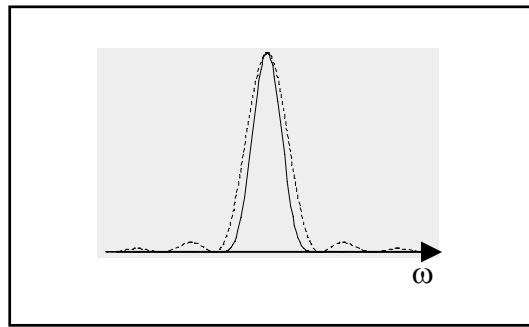


Figure 4 Fonction réponse du filtre de Lyot pour un passage (courbe en traits discontinus) et pour deux passages (traits continus). Notez que le double passage permet d'éliminer les oscillations et d'augmenter la résolution du filtre.

Nous pouvons en effet nous permettre d'effectuer un double passage dans le filtre de Lyot car les polariseursⁱ que nous utilisons ont une transmission maximale très importante de l'ordre de 90% à 800 nm.

I.1.2. Performances et limitations

La difficulté de ce type de filtre est de tourner mécaniquement chaque lame biréfringente d'un angle $2^p \alpha_0$. La Figure 5 présente la pièce mécanique dans laquelle ont été insérés les différents éléments optiques.

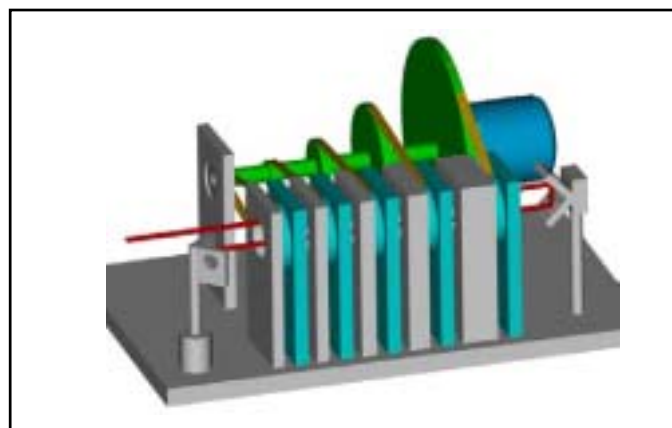


Figure 5 Présentation du filtre de Lyot à double passage et du système des cinq roues dentées qui entraînent les lames biréfringentes

i) Polariseurs « polarcor » de la société Corning.

En vis-à-vis des cristaux biréfringents, une roue dentée de rayon $2^p R_0$ (R_0 étant le rayon de la première roue) fait tourner la lame par l'intermédiaire d'une courroie. Toutes les roues sont fixées à un axe dont la rotation est commandée soit manuellement, soit par un moteur. La rotation de l'axe permet ainsi d'accorder le filtre sur la fréquence que l'on désire sélectionner. Nous avons choisi de fabriquer un filtre de Lyot à cinq lames biréfringentes dont la plus petite lame en quartz produit un déphasage de $e\Delta n = 10\lambda_0$ (λ_0 étant prise à $0,8 \mu\text{m}$), ce qui correspond à un intervalle spectral libre de 80 nm , et une résolution de $2,5 \text{ nm}$ pour un seul passage dans le filtre de Lyot et approximativement de 2 nm pour un double passage. Nous avons validé les performances du filtre de Lyot en mesurant avec un spectromètre le spectre filtré d'une impulsion de 100 fs . Nous reportons sur la Figure 6 la sélection spectrale effectuée sur un laser Titane : saphir de 100 fs pour différents angles des lames demi-onde.

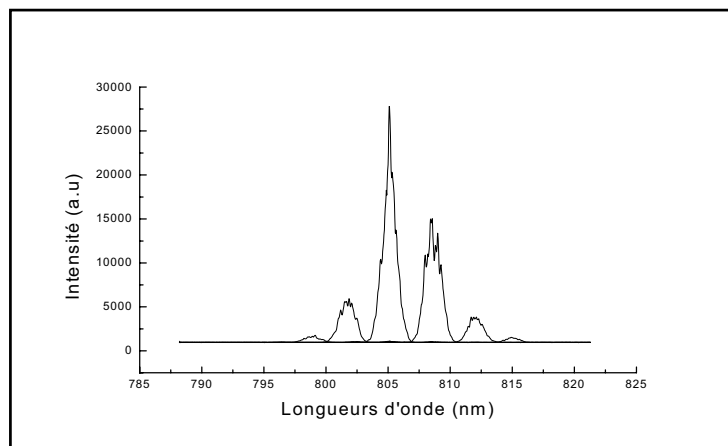


Figure 6 Fonction réponse du filtre de Lyot après un double passage d'une impulsion de 100 fs à l'entrée de l'appareil. Chaque pic correspond à une rotation de l'axe sur lequel sont fixés les roues dentées. La résolution (largeur à mi-hauteur) est égale à $1,5 \text{ nm}$.

Nous avons testé le filtre de Lyot sur un domaine spectral relativement étroit de quelques dizaines de nanomètre. L'étude doit être prochainement menée sur un laser plus court de 15 fs afin de vérifier que la fonction réponse du filtre ne se déforme pas lorsqu'on parcourt une grande gamme spectrale. La difficulté majeure peut provenir du système mécanique et surtout de l'erreur sur les rapports entre les roues dentées qui ne sont pas exactement des puissances de deux. D'autres facteurs peuvent modifier les caractéristiques du filtre de Lyot, par exemple la température qui modifie le déphasage induit par les lames biréfringentes, ou les contraintes des supports, mais ces paramètres ne sont pas critiques dans notre cas car la finesse de notre filtre n'est pas très grande. Il en serait autrement si on devait travailler avec des résolutions de l'angström.

Enfin, l'acceptance angulaire du filtre de Lyot doit être suffisante pour que la sélection spectrale soit indépendante de la structure du faisceau. La situation dans laquelle la fréquence sélectionnée par le filtre dépendrait du vecteur d'onde transverse du faisceau, serait en effet rédhibitoire pour notre application. Nous ne développons pas le calcul qui mène à la détermination de l'acceptance angulaire. Ce calcul est basé sur le comportement de l'indice extraordinaire de la lame biréfringente qui varie suivant l'angle entre le vecteur d'onde et son axe optique. Ainsi, à un angle d'entrée θ dans le filtre de Lyot, correspond une fréquence sélectionnée $\omega_{0(\theta)} = \kappa \frac{2\pi c}{e_{(\theta)} \Delta n_{(\theta)}}$ (κ étant égal à 10 pour notre filtre).

Si nous prenons comme critère l'inégalité entre la variation des fréquences sélectionnées et la résolution du filtre

$$\left| \omega_{0(\theta)} - \omega_{0(\theta=0)} \right| \leq \delta / 2 \quad (\text{IV.11})$$

nous obtenons alors une acceptation angulaire de 4° ce qui est suffisant pour nos applications car nous travaillons généralement avec des faisceaux dont la divergence est de l'ordre du 10^{-3} radiant.

I.2 La technique spatio-temporelle

La technique spatio-temporelle que nous avons développée, regroupe trois dispositifs qui ont été étudiés indépendamment dans les chapitres précédents, à savoir le filtre de Lyot accordable à double passages, l'interférométrie à décalage tri-latéral et l'interférométrie spectrale.

I.2.1. Principe de la technique

La technique consiste d'une part à mesurer le front d'onde pour chaque sélection spectrale réalisée par le filtre de Lyot, et à mesurer d'autre part la phase spectrale de l'impulsion au centre du faisceau. La deuxième voie de mesure permet ainsi de raccorder les front d'onde des différentes pulsations par la relation de phase spectrale trouvée au centre du faisceau.

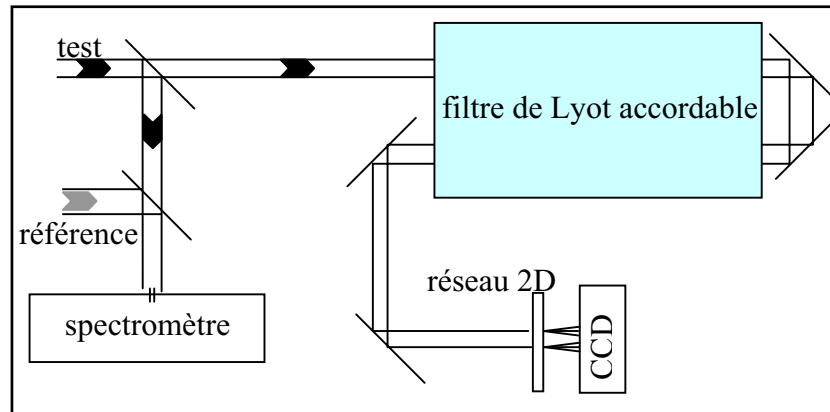


Figure 7 Dispositif expérimental permettant de mesurer le champ impulsionnel dans le domaine spatio-temporel. Le faisceau est séparé en deux. La première voie de mesure consiste à mesurer la phase spectrale au centre du faisceau avec un spectromètre. La deuxième voie de mesure consiste à sélectionner une bande spectrale grâce au filtre de Lyot et de mesurer le front d'onde, correspondant à cette sélection spectrale, par la technique IDTL.

Au regard de l'intervalle spectral libre du filtre spectral, cette technique est capable de mesurer des champs impulsionnels de $0,8 \mu\text{m}$ allant de la centaine de femtoseconde à une dizaine de femtoseconde. Le temps d'acquisition n'est pour l'instant pas optimisé mais nous comptons à terme automatiser le filtre de Lyot afin de pouvoir l'accorder très rapidement et effectuer ainsi la mesure en quelques minutes.

I.2.2. Interprétations des mesures fournies par la technique spatio-temporelle

La technique spatio-temporelle permet de caractériser complètement le champ électrique c'est-à-dire l'amplitude et la phase en fonction des coordonnées spatiales transverses et de la fréquence ω . La mesure de la distribution en intensité du faisceau se fait par la technique tri-latérale qui fournit en même temps l'information du front d'onde et la répartition en intensité du faisceau. Nous ne l'avons pas mentionné au chapitre III, mais il suffit de sélectionner dans l'espace de Fourier le pic central de l'interférogramme pour avoir dans l'espace direct la distribution en intensité du faisceau.

La technique spatio-temporelle permet ainsi d'avoir accès à l'expression du champ suivant :

$$E_{(x,y,\omega)} = \sqrt{I_{(x,y,\omega)}} \exp\left[i\left(\phi_{(x,y,\omega)} + \varphi_{(\omega)}\right)\right] \quad (\text{IV.12})$$

où $I_{(x,y,\omega)}$ et $\phi_{(x,y,\omega)}$ sont obtenus par le filtre de Lyot et la technique IDTL, et $\varphi_{(\omega)}$ est mesuré par la technique d'interférométrie spectrale pour laquelle il est nécessaire d'avoir une impulsion de référence.

La représentation de l'impulsion dans l'espace devrait s'effectuer théoriquement en calculant la transformée de Fourier du champ pour passer dans le domaine temporel. Cependant si le couplage spatio-temporel est faible, c'est-à-dire que la distribution en intensité est égale au produit entre une fonction dépendante de la fréquence ω et une fonction dépendante des coordonnées spatiales, il est possible de raisonner directement sur les résultats fournis par la technique spatio-temporelle. Nous allons voir deux exemples d'analyse des résultats : un premier exemple qui traite de la propagation dans le vide d'une impulsion, et un deuxième exemple plus théorique qui explique comment on peut interpréter simplement les résultats délivrés par la technique spatio-temporelle.

1.2.2.a Cas de la propagation d'une impulsion dans le vide

Au chapitre I nous avons étudié, dans le domaine des vecteurs d'onde, le comportement d'une impulsion « portée » par un faisceau gaussien. Nous pouvons de même étudier le comportement de l'impulsion dans le domaine (x,y,z) en utilisant l'intégrale de diffraction dans l'approximation de Fresnel-Kirchoff exprimée dans le cadre des matrices de propagation ABCD. Cette description étant uniquement correcte pour des ondes monochromatiques, l'analyse du champ se fait dans le domaine fréquentiel, ce qui conduit à exprimer le champ E_2 à la fréquence ω dans le plan z_i en fonction du champ initial E_1 dans le plan z_0 sous la forme :

$$E_{2(r,z_i,\omega)} = \int \frac{i\omega}{B 2\pi c} \text{Exp} \left[-i \frac{\omega}{B 2c} (A r_1^2 - 2 \mathbf{r}_1 \mathbf{r} + D r^2) \right] E_{1(r_1,z_i,\omega)} d^2 r_1 \quad (\text{IV.13})$$

où c est la vitesse de la lumière. Pour une propagation sur une distance L dans le vide, le champ s'écrit sous la forme :

$$E_{2(r,L,\omega)} = \int \frac{i\omega}{L 2\pi c} \text{Exp} \left[-i \frac{\omega}{L 2c} (r_1 - r)^2 \right] E_{1(r_1,z=0,\omega)} d^2 r_1 \quad (\text{IV.14})$$

Si on suppose que le champ initial E_1 est un point source spatial afin de simplifier le problème, le champ devient après une propagation sur une distance L :

$$E_{2(r,L,\omega)} \propto f_{(\omega)} \text{Exp} \left[-i \left(\frac{\omega_0}{2cL} + \frac{\omega - \omega_0}{2cL} \right) r^2 \right] \quad (\text{IV.15})$$

où $f_{(\omega)}$ est la distribution spectrale de l'impulsion.

Lorsqu'on trace le coefficient du deuxième ordre en r^2 de la phase en fonction de ω , en d'autres termes si on mesure la courbure du front d'onde par le tri-latéral et cela pour chaque

réglage du filtre de Lyot, on obtient une droite de coefficient linéaire $\alpha = -1/(2cL)$ décalée par rapport à l'origine de $\beta = -\omega_0/(2cL)$.

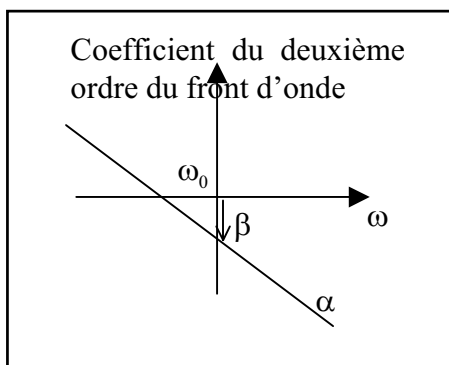


Figure 8 Comportement théorique du coefficient du deuxième ordre en r^2 du front d'onde en fonction de la fréquence pour une propagation linéaire sur une distance L .

La pente de la droite correspond en fait au barycentre de l'impulsion qui varie en fonction de la coordonnée r comme :

$$\langle t \rangle_{(r)} = \alpha r^2 \quad (\text{IV.16})$$

et le décalage δ de la droite de la Figure 8 correspond à un front d'onde en ω_0 égal à

$$\varphi_{\text{front d'onde}} = \beta r^2 \quad (\text{IV.17})$$

Pour une propagation dans le vide, le centre de l'impulsion suivant r est fixé sur le front d'onde du faisceau car nous avons la relation $\alpha = \beta/\omega_0$. En effet si l'impulsion est accrochée au front d'onde (en ω_0) nous avons la relation $\varphi_{\text{front d'onde}} = \beta r^2 = \bar{k}_0 (\langle t \rangle_{(r)} c) = \omega_0 \alpha r^2$.

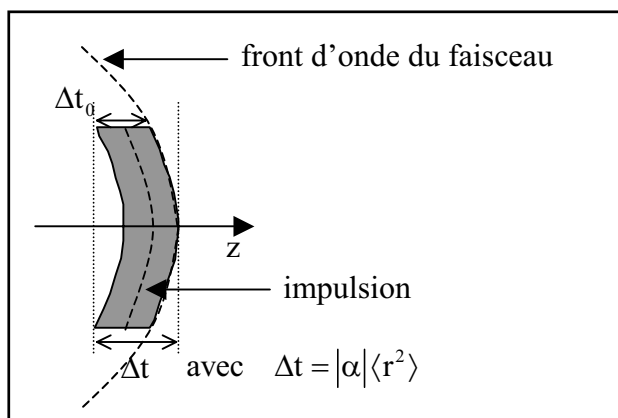


Figure 9 Représentation schématique de l'impulsion déduite du comportement de la mesure fournie par la technique spatio-temporelle.

Dans l'exemple que nous avons pris, il n'apparaît pas d'élargissement temporel de l'impulsion en fonction de r car nous avons considéré la propagation d'une onde sphérique. Il en aurait été tout autrement si nous avions étudié la propagation d'un faisceau gaussien.

Cet exemple simple montre que le comportement spectral du coefficient du deuxième ordre en r^2 du front d'onde peut se prêter à une interprétation immédiate des modifications de l'impulsion dans le faisceau. La partie qui va suivre, généralise les interprétations que nous pouvons faire sur les mesures fournies par la technique spatio-temporelle.

1.2.2.b Cas général d'une mesure par la technique spatio-temporelle et interprétations

Reprenons l'expression (IV.12) du champ électrique et développonsⁱ la en puissance de r et de ω . Le développement aboutit alors à l'expression :

$$E_{(x,y,\omega)} = \sqrt{I_{(x,y,\omega)}} \exp \left[i \left(\sum_{j,k} \alpha_j^k (\omega - \omega_0)^j r^k + \sum_k \beta_k r^k + \sum_j \gamma_j (\omega - \omega_0)^j \right) \right] \quad (\text{IV.18})$$

où α_j^k , β_k , et γ_j sont les termes du développement en séries de la phase en fonction de r et ω .

La mesure du front d'onde en fonction de la fréquence permet de remonter au comportement de l'impulsion dans le faisceau. Etudions par exemple le comportement en r^k du front d'onde en fonction de la fréquence. Dans ce cas, nous pouvons obtenir les caractéristiques suivantes :

- le front d'onde du faisceau est en puissance de r

$$\varphi_{\text{front d'onde}} = \beta_k r^k \quad (\text{IV.19})$$

- le décalage de l'impulsion avec le front d'onde est égal à

$$\delta t_{(r)}^{(k)} = \left(\alpha_1^k - \frac{\beta_k}{\omega_0} \right) r^k \quad (\text{IV.20})$$

i) L'étude qui va suivre pourrait être menée en x et en y (au lieu de la coordonnée radiale) si le faisceau n'avait pas une symétrie de révolution

- la largeur temporelle de l'impulsion en fonction de sa position dans le faisceau devient

$$\left(\Delta t_{(r)}^{(k)}\right)^2 = \Delta t_0^2 + \left\langle \sum_j j^2 (\alpha_k^j r^k + \gamma_j)^2 (\omega - \omega_0)^{2j-2} \right\rangle_0 - \left\langle \sum_j j (\alpha_k^j r^k + \gamma_j) (\omega - \omega_0)^{j-1} \right\rangle_0^2 \quad (\text{IV.21})$$

où Δt_0 est la largeur de l'impulsion sans dérive de fréquences.

- la largeur globale de l'impulsion vaut :

$$\Delta t_k \approx \left\langle \left(\Delta t_{(r)}^{(k)}\right)^2 \right\rangle^{1/2} + |\alpha_1^k| \langle r^k \rangle \quad (\text{IV.22})$$

où $\left\langle \left(\Delta t_{(r)}^{(k)}\right)^2 \right\rangle$ signifie que l'on considère la largeur temporelle de l'impulsion moyennée sur tout le faisceau.

Généralement, le front d'onde du faisceau est parabolique ce qui réduit l'étude de la phase spatiale à l'ordre 2, les ordres supérieurs étant alors considérés comme des aberrations géométriques.

Afin d'illustrer l'analyse des mesures par la technique spatio-temporelle, supposons que le champ s'écrive sous la forme :

$$E_{(x,y,\omega)} \propto \exp \left[i \left(\left(\alpha_1 (\omega - \omega_0) + \alpha_2 (\omega - \omega_0)^2 \right) r^2 + \beta_2 r^2 + \gamma_2 (\omega - \omega_0)^2 \right) \right] \quad (\text{IV.23})$$

Si nous mesurons le comportement du deuxième ordre du front d'onde en fonction de la fréquence, nous pouvons déterminer les coefficients $\alpha_1, \alpha_2,$ et β_2 . Le coefficient γ_2 est obtenu par une mesure d'interférométrie spectrale au centre du faisceau. De la connaissance des différents coefficients nous sommes alors en mesure de représenter l'impulsion comme le montre la Figure 10.

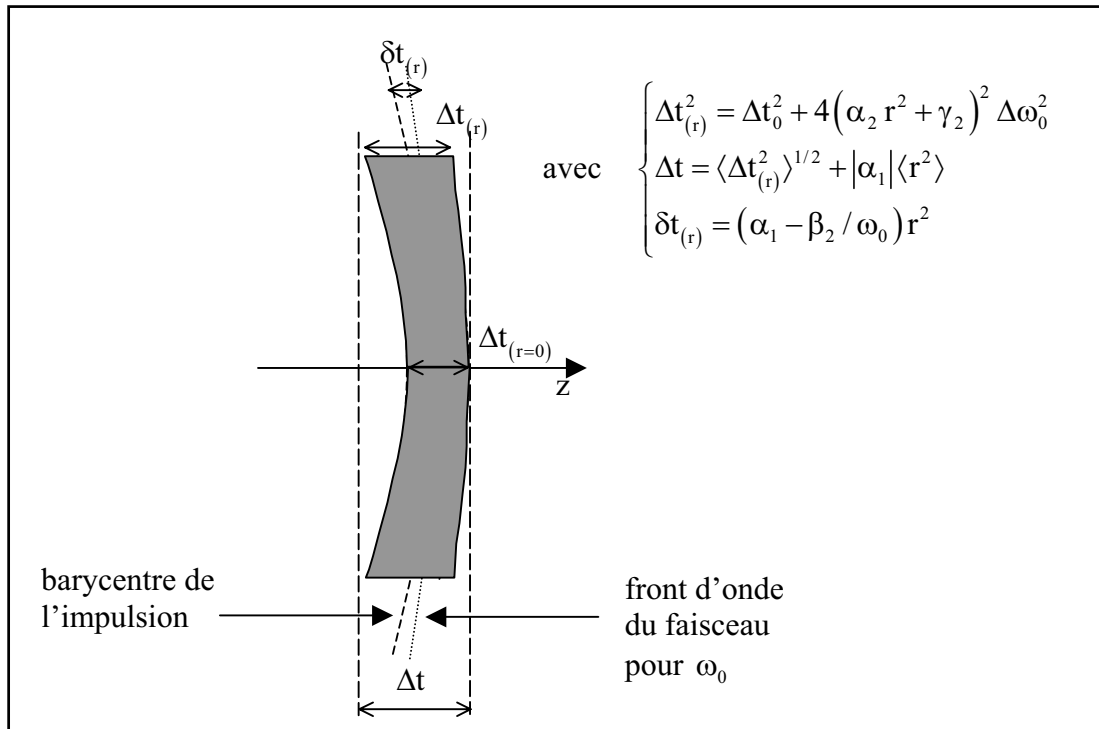


Figure 10 Représentation de l'impulsion en utilisant l'information donnée par le comportement de la courbure du front d'onde en fonction de la fréquence.

Cette analyse au premier ordre du couplage spatio-temporel a le mérite de révéler de manière simple la déformation de l'impulsion dans le faisceau. On peut y voir deux effets caractéristiques : un élargissement temporel de l'impulsion au bord du faisceau, une variation de la position du centre de l'impulsion dans le faisceau. Dans la partie suivante nous illustrerons ces deux effets par des mesures de couplage spatio-temporel après une propagation linéaire et non linéaire du faisceau laser impulsionnel.

II. Mesures du couplage spatio-temporel

Nous allons utiliser la technique spatio-temporelle précédemment décrite afin d'illustrer l'importance des couplages spatio-temporels en optique. Nous étudierons dans une première partie le couplage induit par une propagation linéaire qui est caractéristique au foyer d'une lentille non achromatique, puis nous aborderons dans une deuxième partie le couplage induit par une propagation non linéaire dans un milieu anisotrope.

II.1 Mesure du couplage spatio-temporel au foyer d'un objectif

L'illumination par un laser impulsif ultracourt est une voie d'étude de plus en plus empruntée dans la microscopie optique actuelle : la microscopie résolue en temps et la microscopie non linéaire sont les deux exemples de l'utilisation du laser impulsif qui joue un rôle crucial dans les études de biologie. Il apparaît alors primordial de connaître la distribution de la lumière dans la région du plan focal^{3,4,5} pour évaluer la résolution du système optique et l'efficacité du processus non linéaire qui dépend de l'énergie déposée dans le milieu. Cette étude peut être compliquée pour des objectifs à forte ouverture numérique, c'est-à-dire à un angle de convergence maximum très important, car l'approximation paraxiale classique n'est plus valide et il est nécessaire alors d'utiliser la théorie de diffraction dite de Debye⁶. Dans l'étude que nous proposons de faire, nous allons nous placer dans le cadre de l'approximation de Fresnel-Kirchoff qui est une approximation paraxiale en champ proche et dont la validité est vérifiée pour des ouvertures numériques inférieures à 0,7.

II.1.1. Eléments théoriques d'un faisceau impulsif ultracourt au foyer d'une lentille mince^{7,8}

Nous avons mis en évidence au chapitre I un facteur de couplage facilement calculable qui évalue le couplage entre le temps et l'espace c'est-à-dire le comportement temporel de l'impulsion en chaque point du faisceau. Ce facteur de couplage donne une première estimation du phénomène du couplage mais il ne rend pas compte de la largeur réelle de

l'impulsion qui a pu s'élargir de manière homogène sur tout le faisceau après avoir traversé la lentille. Afin de connaître l'effet de la lentille sur le comportement temporel de l'impulsion, il est nécessaire de déterminer le champ complexe au foyer de la lentille. Nous avons utilisé pour cela l'intégrale de diffraction dans l'approximation de Fresnel-Kirchoff exprimée dans le cadre des matrices de propagation ABCD. Cette description étant uniquement correcte pour des ondes monochromatiques, l'analyse du champ se fait dans le domaine fréquentiel, ce qui conduit à exprimer le champ E_2 à la fréquence ω dans le plan z_i en fonction du champ initial E_1 dans le plan z_o sous la forme :

$$E_{2(r,z_o,\omega)} = e^{-i\omega n(\omega) e/c} \int \frac{i\omega}{B 2\pi c} \text{Exp} \left[-i \frac{\omega}{B 2c} (A r_1^2 - 2\mathbf{r}_1 \mathbf{r} + D r^2) \right] E_{1(r_1,z_i,\omega)} d^2 r_1 \quad (\text{IV.24})$$

où c est la vitesse de la lumière, $n(\omega)$ l'indice du matériau qui constitue la lentille et e son épaisseur.

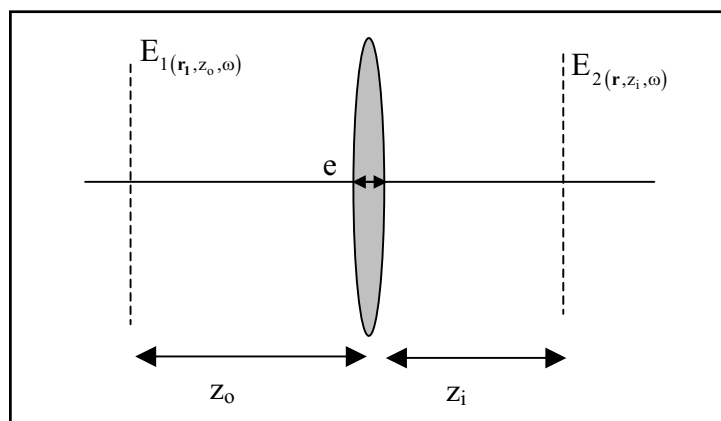


Figure 11 Diffraction d'un champ E_1 par une lentille mince d'épaisseur e et d'indice n .

Cette étude a été réalisée en prenant un faisceau dont la distribution en intensité est une fonction gaussienne. Nous traiterons du cas théorique de la lentille achromatique et du cas plus réaliste de la lentille dispersive. Ces deux lentilles ont été traitées comme des lentilles minces.

II.1.1.a La lentille achromatique

Considérons le problème théorique d'une impulsion focalisée par une lentille achromatique (c'est-à-dire sans dispersion de vitesse de groupe). Au foyer f de la lentille, le champ s'écrit d'après la relation de Fresnel-Kirchoff sous la forme d'une amplitude et d'une phase qui dépendent à la fois de la fréquence et de la coordonnée \mathbf{r} .

Amplitude spectrale de l'impulsion au foyer d'une lentille

Si nous évaluons la largeur moyenne du spectre de l'impulsion sur tout le faisceau, nous pouvons constater que le spectre de l'impulsion au foyer de la lentille est très légèrement modifié par rapport au spectre initial. En effet si nous prenons, comme spectre initial, un spectre gaussien, l'expression du spectre au plan focal est égal à

$$A_{(\omega)} = \text{Exp} \left[- \left(\frac{\langle r^2 \rangle W_0^2}{4f} + \Delta t_0^2 \right) (\omega - \omega_0)^2 \right] \text{Exp} \left[- \frac{\langle r^2 \rangle W_0^2}{2f^2 c^2} \omega_0 (\omega - \omega_0) \right] \quad (\text{IV.25})$$

où W_0 est la taille spatiale du faisceau au plan z_0 , et Δt_0 la largeur temporelle initiale de l'impulsion. En particulier, pour un col de faisceau situé au plan focal objet, l'expression de l'amplitude se simplifie sous la forme :

$$A_{(\omega)} \approx \text{Exp} \left[- \left(\frac{1}{\omega_0^2} + \Delta t_0^2 \right) (\omega - \omega_0)^2 \right] \text{Exp} \left[-2 \frac{1}{\omega_0} (\omega - \omega_0) \right] \approx \text{Exp} \left[-\Delta t_0^2 (\omega - \omega_0)^2 \right] \quad (\text{IV.26})$$

La déformation du spectre étant très faible, nous considérerons donc par la suite que le spectre de l'impulsion reste inchangé après une lentille et nous nous concentrerons sur l'étude de la phase spectrale de l'impulsion.

Phase spectrale de l'impulsion au plan focal image

Au foyer de la lentille, le calcul de l'intégrale de diffraction conduit aussi à une expression de la phase qui dépend de la fréquence et de la coordonnée radiale r .

$$\phi_{\text{couplage}(\omega,r)} = \frac{z_0 - f}{2cf^2} r^2 (\omega - \omega_0) \quad (\text{IV.27})$$

Cette phase signifie que le barycentre de l'impulsion varie suivant le point du faisceau considéré

$$\langle t \rangle_{(r)} = r^2 \frac{z_0 - f}{2cf^2} \quad (\text{IV.28})$$

Nous pouvons constater qu'il existe un couplage spatio-temporel au foyer d'une lentille achromatique et ce couplage augmente à mesure que le col du faisceau objet est placé loin de la lentille. Néanmoins cet effet est très faible vu que le faisceau a une très petite taille au plan focal.

On peut ainsi considérer dans une première approximation qu'une lentille parfaitement achromatique n'a pas d'incidence sur l'élargissement temporel de l'impulsion. Néanmoins, en pratique, il faudrait se demander ce que l'on entend par une lentille achromatique.

Généralement les objectifs achromatiques sont constitués de doublets de lentilles de différents matériaux afin de s'assurer qu'en plusieurs longueurs d'onde l'indice est le même. Bien qu'on puisse considérer qu'à l'échelle du domaine visible l'indice reste constant, ce n'est pas le cas si on regarde localement le comportement de l'indice en fonction de la longueur d'onde. En effet de nombreuses publications ont mesuré la dispersion des objectifs à l'échelle du spectre des lasers femtosecondes et elles ont constaté avec ironie que la dispersion était proportionnelle au prix de l'objectif. Cette loi « physico-économique » s'explique par le nombre important de lentilles à l'intérieur de l'objectif qui compensent les aberrations spatiales et qui augmentent, à mesure que la qualité de l'objectif croît, la longueur de verre traversée par l'impulsion. L'intérêt d'étudier les effets d'une lentille chromatique sur l'impulsion paraît alors nécessaire dans les conditions réelles d'utilisation d'un objectif de microscope.

II.1.1.b Effets de la dispersion d'une lentille sur l'impulsion

Afin de tenir compte de la dispersion du matériau qui constitue l'objectif de microscope, on peut développer l'indice du matériau jusqu'au deuxième ordre autour de la fréquence centrale ω_0 .

$$n_{(\omega)} = n_0 + \dot{n}_0 (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \ddot{n}_0 (\omega - \omega_0)^2 \quad (\text{IV.29})$$

D'une manière similaire, nous pouvons développer la focale en fonction de la fréquence puisque la distance focale d'une lentille mince est définie en fonction de l'indice sous la forme :

$$f_{(\omega)} = f_{(\omega_0)} \frac{n_0 - 1}{n_{(\omega)} - 1} \quad (\text{IV.30})$$

Le développement limité au deuxième ordre centré en ω_0 donne alors

$$f_{(\omega)} = f_0 + \dot{f}_0 (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \ddot{f}_0 (\omega - \omega_0)^2 \quad (\text{IV.31})$$

avec $\dot{f}_0 = -f_0 \frac{\dot{n}_0}{n_0 - 1}$ et $\ddot{f}_0 = \frac{f_0}{n_0 - 1} \left(\frac{2}{n_0 - 1} \dot{n}_0^2 - \ddot{n}_0 \right)$

Ce développement en puissance de ω est à l'origine, comme nous allons le voir, des modifications temporelles de l'impulsion après la lentille.

Plaçons nous au foyer image de la lentille $f_{(\omega_0)}$ et considérons le col du faisceau au foyer objet pour la fréquence centrale. La matrice ABCD de ce système est alors égale à

$$\begin{bmatrix} 1 - \frac{f_0}{f(\omega)} & f_0 \left(2 - \frac{f_0}{f(\omega)} \right) \\ -\frac{1}{f(\omega)} & 1 - \frac{f_0}{f(\omega)} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.32})$$

Si on tient compte du développement en fréquences dans le calcul de l'intégrale de diffraction, nous obtenons l'expression de la phase spectrale qui est la contribution de plusieurs phases

$$\Phi = \Phi_{\text{dispersion}(\omega)} + \Phi_{\text{Gouy}(\omega, W_0)} + \Phi_{\text{couplage}(r, W_0, \omega)} + \phi_{\text{couplage}(r, \omega)} \quad (\text{IV.33})$$

La phase $\Phi_{\text{dispersion}}$ correspond à la phase classique ajoutée par la traversée d'un milieu dispersif d'épaisseur e

$$\Phi_{\text{dispersion}(\omega)} = -\bar{k}_0 e \left(n_0 + \dot{n}_0 (\omega - \omega_0) + \left(\frac{\dot{n}_0}{\omega_0} + \frac{1}{2} \ddot{n}_0 \right) (\omega - \omega_0)^2 \right) \quad (\text{IV.34})$$

La phase de Gouy vient de la variation importante de phase à proximité du plan de focalisation

$$\Phi_{\text{Gouy}(\omega, W_0)} = -\text{Arc tan} \left[\frac{A W_0^2 \omega}{2 c B} \right] \approx -\frac{\pi W_0^2}{\lambda_0 f_0^2} \left(\dot{f}_0 (\omega - \omega_0) + \left(\frac{\dot{f}_0}{\omega_0} - \frac{2 \dot{f}_0^2}{f_0} + \frac{\ddot{f}_0}{2} \right) (\omega - \omega_0)^2 \right) \quad (\text{IV.35})$$

La phase de couplage Φ_{couplage} est le paramètre déterminant pour comprendre l'évolution de la largeur de l'impulsion après une lentille. Son expression est la suivante :

$$\Phi_{\text{couplage}(r, W_0, \omega)} = \frac{\pi^3 W_0^4}{\lambda_0^3 f_0^4} r^2 \left(\dot{f}_0 (\omega - \omega_0) + \left(3 \frac{\dot{f}_0}{\omega_0} - 4 \frac{\dot{f}_0^2}{f_0} + \frac{\ddot{f}_0}{2} \right) (\omega - \omega_0)^2 \right) \quad (\text{IV.36})$$

et elle signifie que le barycentre de l'impulsion varie suivant la coordonnée radiale du faisceau au plan focal

$$\langle t \rangle_{(r)} = \frac{\pi^3 W_0^4 \dot{f}_0}{\lambda_0^3 f_0^4} r^2 \quad (\text{IV.37})$$

Enfin la deuxième phase de couplage ϕ_{couplage} est un terme négligeable qui ne dépend pas de la taille du faisceau à l'entrée de la lentille.

Des expressions des différentes phases, nous pouvons représenter schématiquement l'impulsion au plan focal dont l'effet prépondérant est le décalage du barycentre de l'impulsion avec le front d'onde.

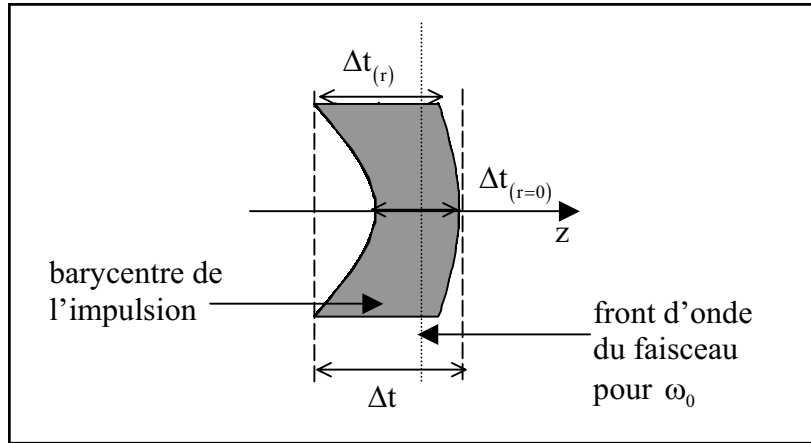


Figure 12 Représentation de l'impulsion au foyer d'une lentille chromatique. L'élargissement de l'impulsion au centre du faisceau est dû à la dispersion de verre traversée par le faisceau et à la phase de Gouy. La largeur de l'impulsion évolue en fonction de la position de l'impulsion dans le faisceau à cause de la phase de coulage qui est responsable de même du décalage entre le barycentre de l'impulsion et le front d'onde plan du faisceau.

La mesure Δt de l'impulsion intégrée dans le plan focal est une donnée très intéressante qui illustre le couplage spatio-temporel et qui rend surtout compte de l'énergie crête disponible pour des applications non linéaire au foyer de la lentille. Le barycentre moyen sur tout le faisceau est égal, d'après la relation entre les lentilles et les cols de faisceaux¹, à

$$\langle t \rangle = \frac{\pi^3 W_0^4 \dot{f}_0}{\lambda_0^3 f_0^4} \langle r^2 \rangle = \frac{\pi W_0^2 \dot{f}_0}{\lambda_0 f_0^2} \quad (\text{IV.38})$$

La largeur temporelle de l'impulsion au plan focal image s'exprime alors sous la forme :

$$\Delta t \approx \frac{W_0^2 \pi}{f_0^2 \lambda_0} |\dot{f}_0| + \langle \Delta t_{(r)}^2 \rangle^{1/2} \quad (\text{IV.39})$$

avec $\langle \Delta t_{(r)}^2 \rangle = \Delta t_0^2 + \left(\left(\frac{\dot{n}_0}{\omega_0} + \frac{1}{2} \ddot{n}_0 \right) \bar{k}_0 e + 2 \frac{W_0^2 \pi}{f_0^2 \lambda_0} \left(\frac{\dot{f}_0^2}{f_0} - \frac{\dot{f}_0}{\omega_0} \right) \right)^2 \frac{1}{\Delta t_0^2}$

Le raisonnement qui nous a conduit à ce résultat est un raisonnement que je qualifierais de purement spectral. Souvent l'élargissement temporel dû à la lentille est interprété différemment grâce à une vision plus temporelle. En effet l'impulsion qui traverse le centre de la lentille va être plus retardée que l'impulsion qui traverse le bord de la lentille en raison de la différence d'épaisseur de verre traversée. Au plan focal, l'impulsion résultante est alors

i) La taille du faisceau au plan image est reliée à la taille du col du faisceau du foyer objet par la relation classique : $W_1 = \frac{\lambda_0 f_0}{\pi W_0}$ dans le cas où la diffraction due à la lentille ne contrôle pas la taille du faisceau focalisé.

élargie à cause de la différence de propagation entre les différentes impulsions. D'autre part à cause de la dispersion de la vitesse de groupe qui est aussi différente au centre et au bord de la lentille, l'impulsion finale est encore plus altérée.

Pour obtenir l'expression de la largeur temporelle, nous avons utilisé un faisceau gaussien de taille W_0 en supposant que la taille de la lentille était supérieure à la taille du faisceau. On peut généraliser le résultat (IV.39) en prenant un faisceau dont la taille est égale à la lentille (et en négligeant les effets de diffraction). Dans ce cas, la largeur temporelle de l'impulsion s'écrit sous la forme

$$\Delta t = NA^2 \frac{\pi}{\lambda_0} |\dot{f}_0| + \left[\Delta t_0^2 + \left(\left(\frac{\dot{n}_0}{\omega_0} + \frac{1}{2} \ddot{n}_0 \right) \bar{k}_0 e + 2 NA^2 \frac{\pi}{\lambda_0} \left(\frac{\dot{f}_0^2}{f_0} - \frac{\dot{f}_0}{\omega_0} \right) \right)^2 \frac{1}{\Delta t_0^2} \right]^{1/2} \quad (\text{IV.40})$$

où $NA \approx \frac{a}{f_0}$ est l'ouverture numérique (NA pour numerical aperture) de la lentille (la lentille étant supposée être dans le vide), et a représente le demi diamètre de la lentille. Cette relation est valide lorsque la diffraction ne pilote pas la focalisation du faisceau, soit pour de faibles valeurs d'ouvertures numériques. De plus nous avons considéré que l'impulsion était sans dérive de fréquences à l'entrée de la lentille. Si cela n'était pas le cas, la largeur temporelle de l'impulsion deviendrait alors

$$\Delta t = \underbrace{NA^2 \frac{\pi}{\lambda_0} |\dot{f}_0|}_{\text{couplage}} + \left[\Delta t_0^2 + \left(\underbrace{\left(\frac{\dot{n}_0}{\omega_0} + \frac{1}{2} \ddot{n}_0 \right) \bar{k}_0 e}_{\text{dispersion verre}} + \underbrace{2 NA^2 \frac{\pi}{\lambda_0} \left(\frac{\dot{f}_0^2}{f_0} - \frac{\dot{f}_0}{\omega_0} \right)}_{\text{Gouy et couplage en } \omega^2} + \ddot{\Phi}_{\text{chirp}} \right)^2 \frac{1}{\Delta t_0^2} \right]^{1/2} \quad (\text{IV.41})$$

où $\ddot{\Phi}_{\text{chirp}}$ est le terme de chirp de l'impulsion avant que le faisceau ne soit focalisé.

En conclusion les aberrations d'achromaticité de la lentille provoquent un élargissement global de l'impulsion qui est la somme de plusieurs phénomènes. La première contribution évidente à l'élargissement provient de la dispersion du verre qui constitue la lentille. La deuxième contribution vient de la phase de Gouy et du terme de couplage (IV.36) en ω^2 . Ces deux termes dépendent de la taille du faisceau à l'entrée de la lentille. Néanmoins il est possible d'éliminer globalement l'élargissement temporel en choisissant judicieusement la quantité de dispersion (par une ligne de prismes) qu'il faut ajouter à l'impulsion avant la lentille.

La troisième contribution provient du décalage entre le barycentre de l'impulsion et le front d'onde, dont la valeur dépend de la taille d'entrée du faisceau. Cet effet ne peut pas être compensé en utilisant une ligne à dispersion avant la lentille. Une méthode serait par exemple d'utiliser un disque circulaire opaque qui pourrait réduire l'influence de la dépendance radiale (ou de posséder une lentille parfaitement achromatique). Sinon l'élargissement doit être pris en compte. Par exemple une lentille mince en BK7 de focale 20 cm et d'ouverture numérique 0.05 peut induire un élargissement de 26 fs si le faisceau recouvre totalement la lentille ce qui est loin d'être négligeable.

II.1.2. Mesure du couplage au foyer d'un objectif

La difficulté de caractériser un champ au foyer d'un objectif provient de la taille micrométrique du faisceau qui ne permet pas l'utilisation de la technique IDTL. La seule possibilité est d'imager le champ du plan focal grâce à un système imageur constitué de deux lentilles (voir le paragraphe II.2 du chapitre III). Au lieu de placer deux lentilles après l'objectif, nous avons mis un miroir au plan focal image de l'objectif, ce qui nous permet d'utiliser l'objectif à qualifier comme une composante du système imageur. La deuxième lentille du système imageur est une lentille de distance focale 1m. Ce dispositif a de plus l'avantage de multiplier par deux l'effet de l'objectif sur la phase mesurée par le tri-latéral.

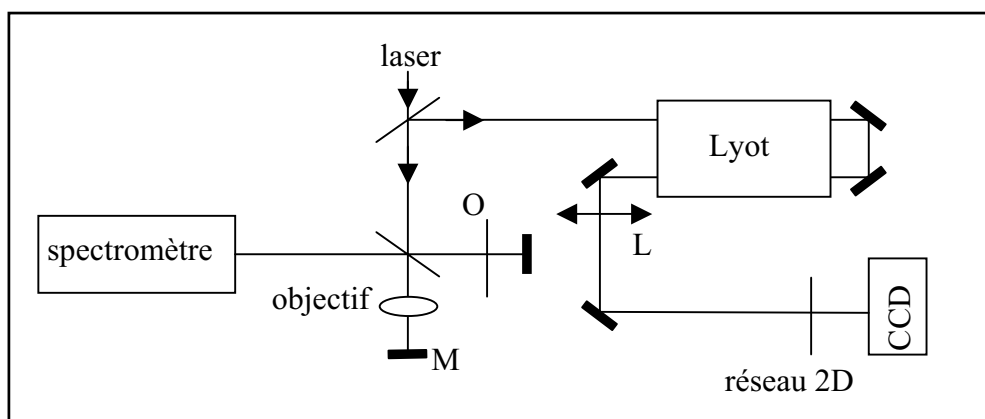


Figure 13 Schéma du dispositif expérimental qui a permis de mesurer le couplage spatio-temporel créé par un objectif. Suivant la position de l'obturateur (O), on commute soit vers la mesure du front d'onde par la technique tri-latérale, soit vers la mesure de la phase temporelle au centre du faisceau par la technique d'interférométrie spectrale. Un miroir (M) est placé au foyer de l'objectif pour une composante spectrale de l'impulsion. Une lentille (L) de distance focale 1 m, placée à un mètre de l'objectif, forme avec celui-ci un système imageur du plan focal de l'objectif. La CCD est placée à 1 mètre de la lentille (L). Dans le plan de la CCD, le champ au foyer de l'objectif est imagé.

La mesure du couplage spatio-temporel de l'objectif peut être vue comme la mesure des défauts du système afocal. En effet, puisque les composantes spectrales ne focalisent pas au même endroit (en raison des aberrations d'achromaticité de l'objectif), le système objectif-miroir-objectif ne peut être afocal que pour une seule longueur d'onde. Mise à part cette longueur d'onde, le système afocal est « déréglé » et le faisceau est donc soit convergent soit divergent.

L'étude a été menée sur un objectif de microscope $\times 8$ dont l'ouverture numérique est égale à 0,2. Cet objectif, fabriqué par la société Zeiss, est qualifié par le constructeur d'Epiplan, c'est-à-dire qu'il est corrigé pour avoir un champ plan au foyer image.

Nous avons placé la CCD dans le plan image qui correspond à un front d'onde plan pour la longueur d'onde centrale de l'impulsion. Cette mesure nous a servi de référence par rapport aux mesures des fronts d'onde des autres longueurs d'onde. Nous reportons sur la Figure 14 le coefficient du deuxième ordre du front d'onde pour chaque valeur de la sélection spectrale. Le comportement linéaire de la courbe, qui signe le couplage spatio-temporel, est en adéquation avec la théorie (IV.36).

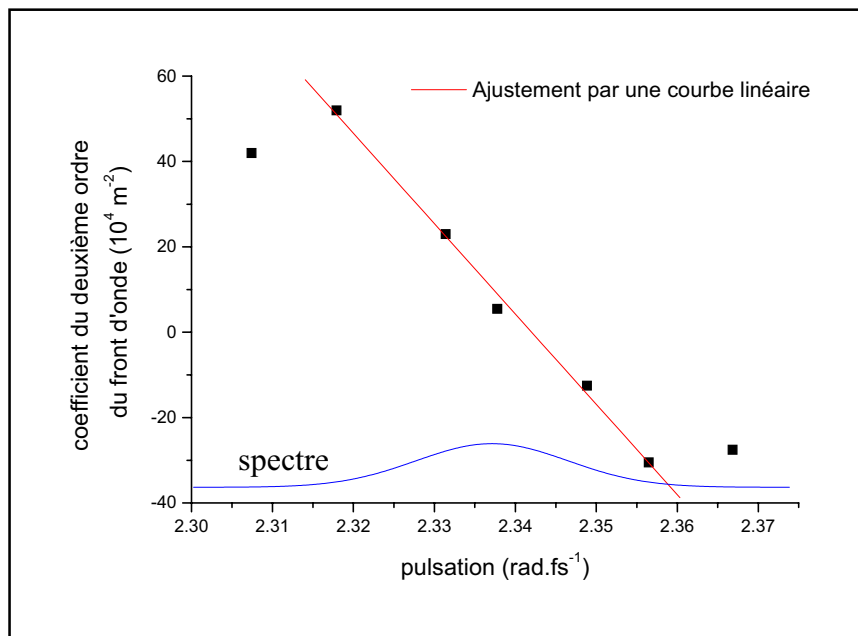


Figure 14 Mesure du coefficient du deuxième ordre en r^2 du front d'onde en fonction de la pulsation. Ce comportement révèle la présence d'un décalage entre le barycentre de l'impulsion dans le faisceau et son front d'onde.

En d'autres termes, la connaissance du coefficient directeur de la droite permet de chiffrer le décalageⁱ de l'impulsion suivant la coordonnée radiale du faisceau (au plan focal) qui est de :

$$\langle t \rangle_{(r)} = (-1,06 \pm 0,04) 10^7 G^2 r^2 \quad [\text{en fs}] \quad (\text{IV.42})$$

où G est le facteur de grandissement entre la taille du faisceau au plan focal de l'objectif et la taille du faisceau au niveau de la CCD. Nous pouvons évaluer l'élargissement temporel dû au couplage en quantifiant le décalage global sur tout le faisceau :

$$\langle t \rangle = (-1,06 \pm 0,04) 10^7 G^2 \langle r^2 \rangle \approx 11 \text{ fs} \quad (\text{IV.43})$$

$G^2 \langle r^2 \rangle$ étant égal à la taille du faisceau au carré au niveau de la CCD. Le résultat est à comparer avec la théorie qui donne un décalage moyen de $\langle t \rangle \approx 41 \text{ fs}$ pour une lentille mince en BK7 d'ouverture numérique de 0,2 et de focale 20 mm. Le couplage spatio-temporel expérimental est du même ordre de grandeur que le couplage théorique, bien qu'il soit 4 fois plus faible. Cette différence s'explique essentiellement par la difficulté de modéliser un objectif de microscope.

En revanche la courbe de la Figure 14 ne présente pas de comportement en ω^2 ce qui signifie que la largeur de l'impulsion ne varie pas de manière significative dans le faisceau, soit

$$\Delta t_{(r)} \approx \Delta t_{(r=0)} \quad (\text{IV.44})$$

Enfin, la mesure de la phase spectrale au centre du faisceau par la technique d'interférométrie spectrale permet de remonter à la largeur temporelle de l'impulsion au centre du faisceau.

i) Parce que nous mesurons le couplage spatio-temporel après un double passage à travers l'objectif, il faut prendre garde de diviser par deux le coefficient de la droite dont nous nous servons pour ajuster les mesures expérimentales.

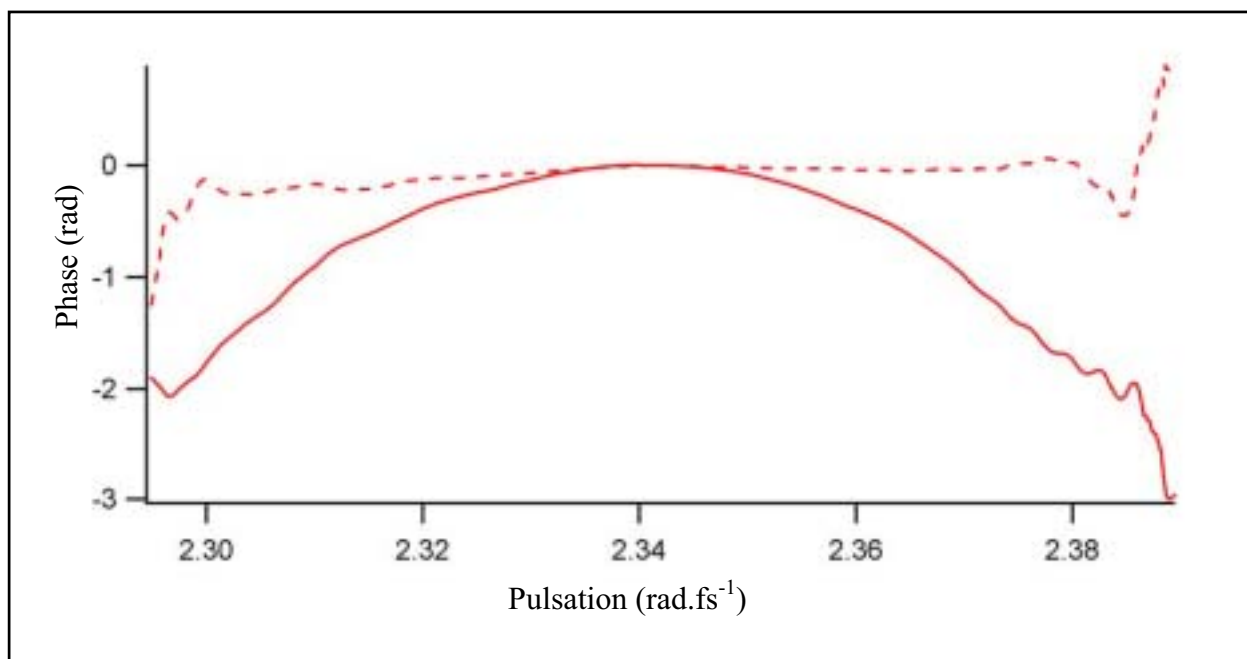


Figure 15 Mesure de la phase spectrale au centre du faisceau par la technique d'interférométrie spectrale. La courbe en pointillés représente la phase spectrale sans l'objectif. Le coefficient du deuxième ordre en ω^2 est de 60 fs^2 . La légère dispersion provient de la lame séparatrice de l'interféromètre. L'autre courbe correspond à la dispersion accumulée après un double passage dans l'objectif. Le coefficient du deuxième ordre en ω^2 est de 1085 fs^2 .

Grâce à la connaissance de la dispersion accumulée par l'impulsion après un double passage dans l'objectif, la largeur temporelle de l'impulsion au centre du faisceau dans le plan focal de l'objectif est égale à:

$$\Delta t_{(r=0)}^2 = \Delta t_0^2 + \gamma^2 \frac{1}{\Delta t_0^2} \quad (\text{IV.45})$$

où dans notre étude expérimentale, $\gamma = (480 \pm 10) \text{ fs}^2$. Cette dispersion correspond à la traversée du verre au centre de la lentille et à la dispersion ajoutée par la phase de Gouy. Si on fait abstraction de cette phase, la dispersion correspondrait à une épaisseur de 2,2 cm de BK7, ce qui semble cohérent.

La mesure du front d'onde pour chaque fréquence et la mesure de la phase spectrale au centre du faisceau nous ont permis de connaître les caractéristiques de l'impulsion au foyer de l'objectif.

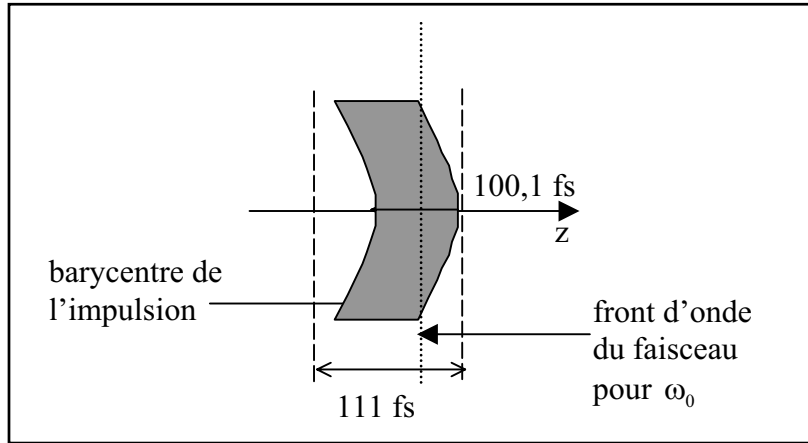


Figure 16 Caractéristiques de l'impulsion de 100 fs dans le plan focal d'un objectif de microscope ($\times 8$) qui n'est pas achromatique.

Ce résultat est très intéressant pour des applications en microscopie non linéaire où la forme de l'impulsion va conditionner les performances de la mesure. Une autre manière d'aborder le problème du couplage spatio-temporel est de se demander comment vont se répartir spatialement, dans la région du plan focal de l'objectif, les différentes fréquences qui composent l'impulsion. Cette information est en fait contenu dans la Figure 14. Nous avons en effet seulement exploité le comportement linéaire de la courbe, mais en réalité la courbe est beaucoup plus riche. Pour pouvoir l'interpréter, nous devons faire quelques rappels sur l'évolution d'un faisceau gaussien au cours d'une propagation dans le vide (le faisceau est pris monochromatique). Le champ E d'un faisceau gaussien s'écrit en fonction de la position z sous la forme

$$E_{(r_1, z)} = \frac{w_0}{w_{(z)}} e^{-\frac{r_1^2}{w_{(z)}^2}} e^{-i\bar{k}_0 \frac{r_1^2}{2R_{(z)}}} e^{i\varphi_{(z)}} \quad (\text{IV.46})$$

avec $w_{(z)}^2 = w_0^2 \left(1 + \left(\frac{2z}{\bar{k}_0 w_0^2} \right)^2 \right)$, $R_{(z)} = z \left(1 + \left(\frac{\bar{k}_0 w_0^2}{2z} \right)^2 \right)$ et $\tan \varphi_{(z)} = \frac{2z}{\bar{k}_0 w_0^2}$. Si nous évaluons

le comportement du coefficient du deuxième ordre du front d'onde en fonction de z (soit $-\bar{k}_0 / 2R_{(z)}$), nous constatons que le coefficient est maximum lorsque nous nous plaçons au bord de la zone focale.

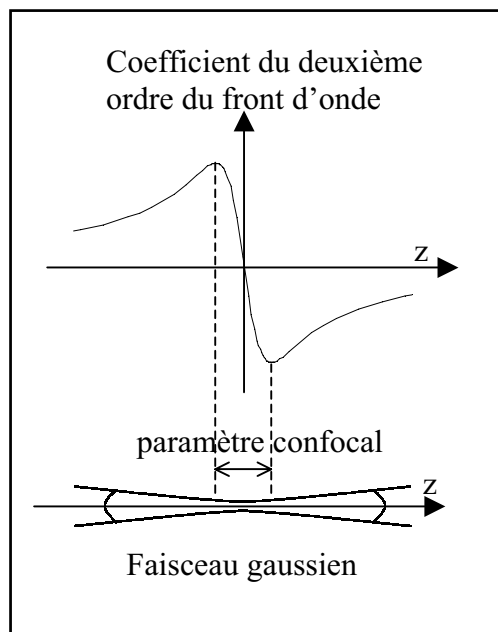


Figure 17 Relation entre le coefficient du deuxième ordre du front d'onde et la propagation du faisceau gaussien. Le front d'onde a une courbure maximale au bord du paramètre confocal.

Si nous supposons que le faisceau se comporte comme un faisceau gaussien dans la région focale de l'objectif, la Figure 14 peut nous renseigner sur la position de la focalisation de chaque fréquence (qui composent l'impulsion). Grâce à un raisonnement purement graphique, il est en effet possible de déterminer la position des cols des faisceaux pour chaque fréquence. La Figure 18 démontre expérimentalement que les fréquences de l'impulsion se focalisent, dans la région focale de l'objectif $\times 8$, à l'intérieur d'une zone comprise dans le paramètre confocal du faisceau. Ce résultat est une autre description du couplage spatio-temporel d'une lentille.

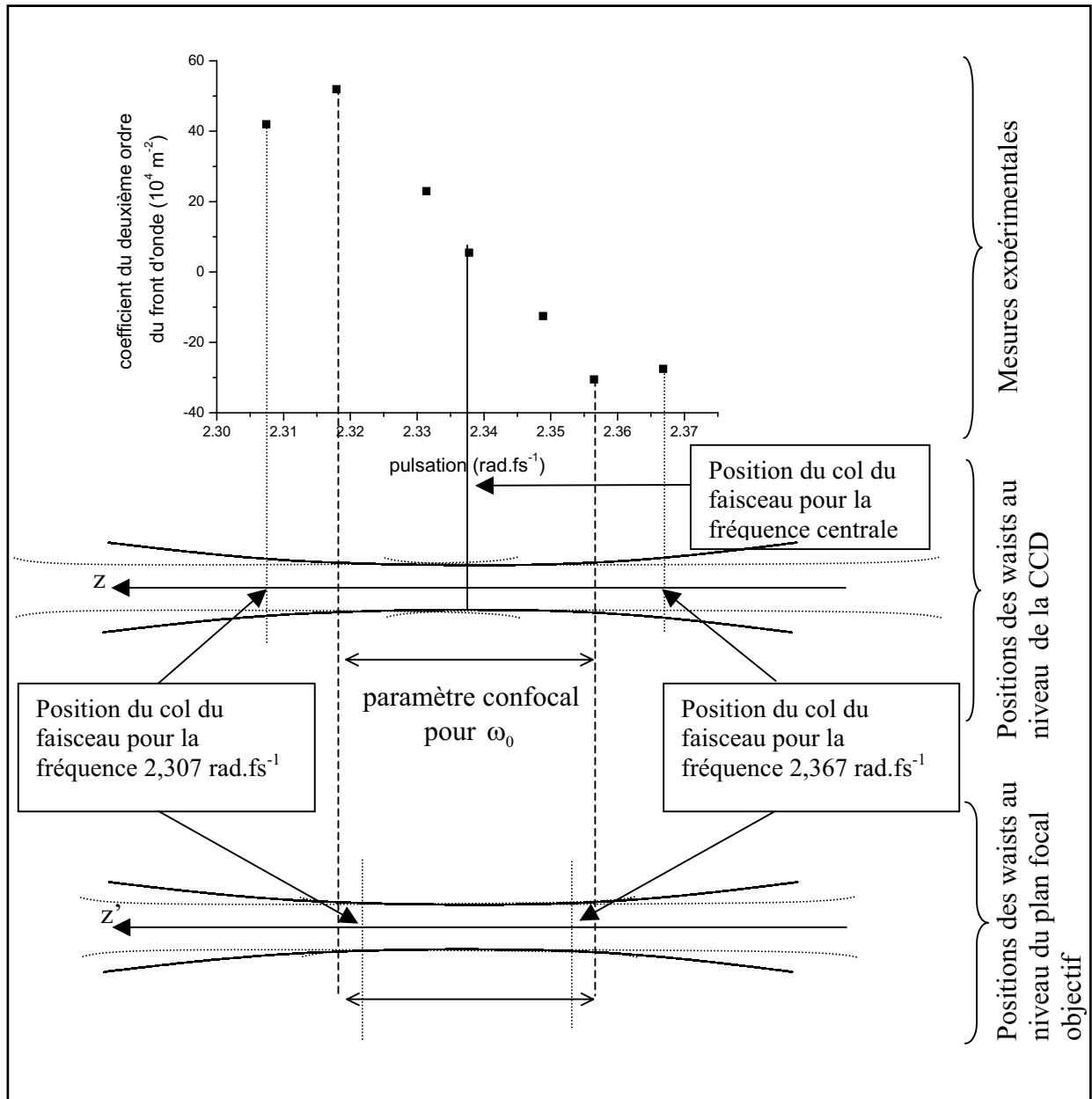


Figure 18 Détermination de la position du col du faisceau des fréquences de l'impulsion dans la région du plan focal de l'objectif. Le couplage spatio-temporel se traduit par une focalisation différente des longueurs d'onde qui composent l'impulsion. Si on considère que la structure des faisceaux est la même pour toutes les fréquences (taille, divergence), mise à part la position du col du faisceau, il est possible de savoir où les différentes fréquences vont focaliser par rapport au paramètre confocal de la fréquence centrale. Nous avons représenté la position des cols de faisceau pour les fréquences extrêmes de l'impulsion, au niveau de la CCD (axe z). Au niveau du plan focal de l'objectif (axe z'), afin de tenir compte du double passage à travers l'objectif, il faut diviser par deux le décalage entre les différents cols du faisceau. On constate que les faisceaux de chaque fréquence se focalisent à l'intérieur du paramètre confocal obtenu pour la fréquence centrale.

II.2 Mesure du couplage spatio-temporel dû à un effet non linéaire

L'étude du couplage spatio-temporel induit par un effet non linéaire est une problématique qui concerne essentiellement le domaine de l'amplification des lasers ultracourts. En effet une façon de générer une impulsion courte est d'élargir la bande spectrale de l'impulsion en la faisant propager dans un milieu non linéaire, puis de recompresser l'impulsion par une ligne à dispersion pour remettre en phase les différentes composantes spectrales. En raison des couplages spatio-temporels qui apparaissent dans la propagation non linéaire, les performances de la recompression ne sont pas optimales et l'impulsion n'est pas aussi courte que ce qu'elle devrait être.

Nous proposons dans cette dernière partie de mesurer l'évolution des couplages non linéaires en fonction de la puissance du laser. Après avoir fait quelques rappels sur l'effet Kerr, nous présenterons les premiers résultats obtenus dans un verre de Tellure non linéaire.

II.2.1. Quelques éléments théoriques de l'effet Kerr spatio-temporel

Nous avons vu au chapitre I qu'une propagation non linéaire d'ordre trois se traduisait (dans l'hypothèse d'un milieu fin et d'une irradiance faible) par une modulation de phase sans altérer l'amplitude du champ. Dans ce cas le faisceau se comporte comme s'il voyait un indice de la forme :

$$n = n_0 + n_2 I_{(r,t)} \quad (\text{IV.47})$$

où $I_{(r,t)}$ est l'intensité lumineuse du champ, n_2 l'indice non linéaire et n_0 l'indice linéaire du matériau. Si nous supposons qu'il n'y a pas de couplage spatio-temporel à l'entrée du milieu non linéaire, le champ s'écrit après propagation dans ce milieu comme :

$$E_{(r,t)} = E_{(r)} E_{(t)} \exp \left[-i \bar{k}_0 l \left(n_0 + n_2 I_{(r)} I_{(t)} \right) \right] \quad (\text{IV.48})$$

où l est la longueur d'interaction non linéaire.

Puisque nous mesurons le champ dans le domaine (r, ω) , il serait intéressant de calculer la transformée de Fourier du champ après propagation. Pour cela, nous supposons que les champs $E_{(r)}$ $E_{(t)}$ sont réels et gaussiens, et que l'indice n_2 est très petit. Dans ce cas, nous pouvons développer au premier ordre l'exponentielle par rapport à n_2

$$E_{(r,t)} \propto E_{(r)} E_{(t)} \left(1 - i \bar{k}_0 l n_2 E_{(r)}^2 E_{(t)}^2 \right) \quad (\text{IV.49})$$

et calculer la TF du champ

$$\tilde{E}_{(r,\omega)} \propto E_{(r)} \left(\tilde{E}_{(\omega)} - i \bar{k}_0 1n_2 \tilde{E}_{(\omega)}^{1/3} E_{(r)}^2 \right) \quad (\text{IV.50})$$

avec $\text{TF}\left[E_{(t)}\right]_{(\omega)} = \tilde{E}_{(\omega)}$ et $\text{TF}\left[E_{(t)}^3\right]_{(\omega)} \propto \tilde{E}_{(\omega)}^{1/3}$ pour une gaussienne. L'expression (IV.50) peut

encore se mettre sous la forme :

$$\tilde{E}_{(r,\omega)} \approx E_{(r)} \tilde{E}_{(\omega)} \exp\left[-i \bar{k}_0 1n_2 \tilde{E}_{(\omega)}^{-2/3} E_{(r)}^2\right] \approx E_{(r)} \tilde{E}_{(\omega)} \exp\left[-i \bar{k}_0 1n_2 \tilde{E}_{(\omega)}^{-2/3} I_0 (1 - \beta r^2)\right] \quad (\text{IV.51})$$

si nous développons le profil de l'intensité au deuxième ordre en r^2 .

L'effet Kerr agit à la fois dans le domaine temporel et spatial mais aussi dans le domaine spatio-temporel. En effet, la courbure du front d'onde dépend de l'intensité lumineuse (effet d'autofocalisation) et le champ est modulé en fréquence par le spectre de l'impulsion (effet d'automodulation de phase). Nous avons mesuré dans les chapitres précédents ces deux effets indépendamment, le chapitre IV a pour but de mesurer l'effet Kerr globalement dans le domaine temps-espace.

Il suffit en effet de mesurer le coefficient du deuxième ordre du front d'onde en fonction de la fréquence pour avoir accès au couplage spatio-temporel généré par l'effet Kerr, et de mesurer par interférométrie spectrale l'automodulation de phase temporelle de l'impulsion au centre du faisceau pour caractériser complètement le champ après l'interaction non linéaire.

II.2.2. Mesure du couplage après une propagation non linéaire

Nous avons mesuré le couplage temps-espace induit par un effet non linéaire après que le faisceau s'est propagé sur un mètre. Ne disposant pas d'une intensité lumineuse suffisante, nous avons été obligés de focaliser le faisceau laser dans le milieu non linéaire. Nous avons alors placé le verre de Tellure au milieu d'un système afocal constitué de deux lentilles de 5 cm. La mesure spatio-temporelle a été effectuée à 1,25 m du système afocal. La mesure rend compte du couplage dans le plan de détection, elle ne représente pas le couplage au niveau du milieu non linéaire. Il faudrait éventuellement un code de calcul afin de remonter à l'information du couplage au niveau du milieu non linéaire.

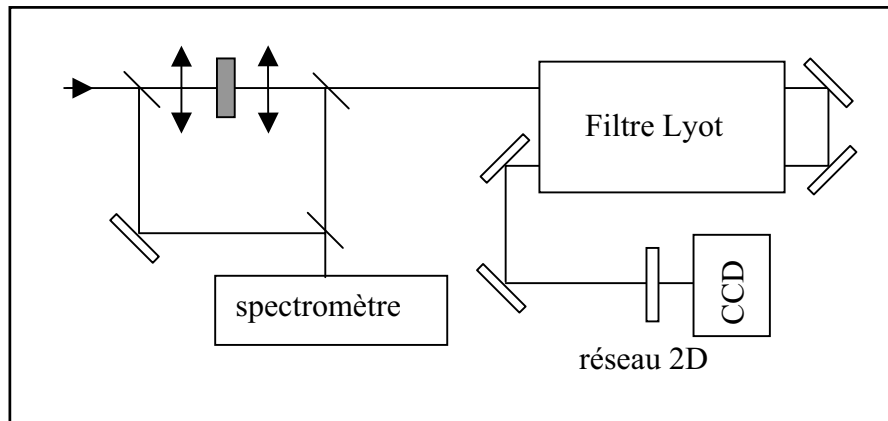


Figure 19 Montage expérimental de la mesure du couplage spatio-temporel d'une propagation non linéaire. Le montage que nous avons utilisé n'est pas complètement rigoureux. Il aurait fallu imager avec deux lentilles la sortie du filtre de Lyot sur la CCD. Le faisceau étant collimaté, nous pouvons considérer que l'erreur commise est minimale.

Nous reportons sur la Figure 20 la mesure du coefficient du deuxième ordre en r^2 du front d'onde en fonction de la fréquence et de la puissance moyenne du laser au niveau de l'échantillon. Pour une puissance de 0,1 mW, le coefficient du deuxième ordre varie de manière linéaire en fonction de la fréquence (une pente de $(2,2 \pm 0,6)10^6 \text{ m}^{-2} \cdot \text{fs} / \text{rad}$). A cette puissance, on peut considérer que les phénomènes non linéaires sont négligeables et que le couplage provient du système afocal associé à l'échantillon d'épaisseur 1 mm. En effet mises à part les aberrations d'achromaticité des lentilles, le système est afocal pour une longueur d'onde. De part et d'autre de cette longueur d'onde, à cause de la dispersion du verre de tellure, le système constitué des deux lentilles n'est plus afocal. Ce couplage vient donc s'ajouter au couplage induit par la propagation non linéaire et cela complique encore un peu plus l'analyse des résultats.

A la puissance 200 mW, le comportement du coefficient est essentiellement linéaire au centre du spectre avec un coefficient linéaire égal à $(11 \pm 1,5)10^6 \text{ m}^{-2} \cdot \text{fs} / \text{rad}$. De plus la valeur du coefficient à la fréquence centrale a augmenté et vaut $59 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}$, ce qui correspond à une focalisation du faisceau due au phénomène d'autofocalisation dans un milieu non linéaire du troisième ordre. Le comportement linéaire doit provenir du couplage linéaire induit par la dispersion des matériaux et du système afocal. A cause de l'autofocalisation, l'effet est exalté dans le plan de la CCD.

A mesure que la puissance du laser augmente, le faisceau se focalise de plus en plus (à 400 mW, le coefficient en r^2 du front d'onde vaut $108 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}$, et à 600 mW le coefficient est égal à $170 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}$). La forme, quant à elle, ne varie pas.

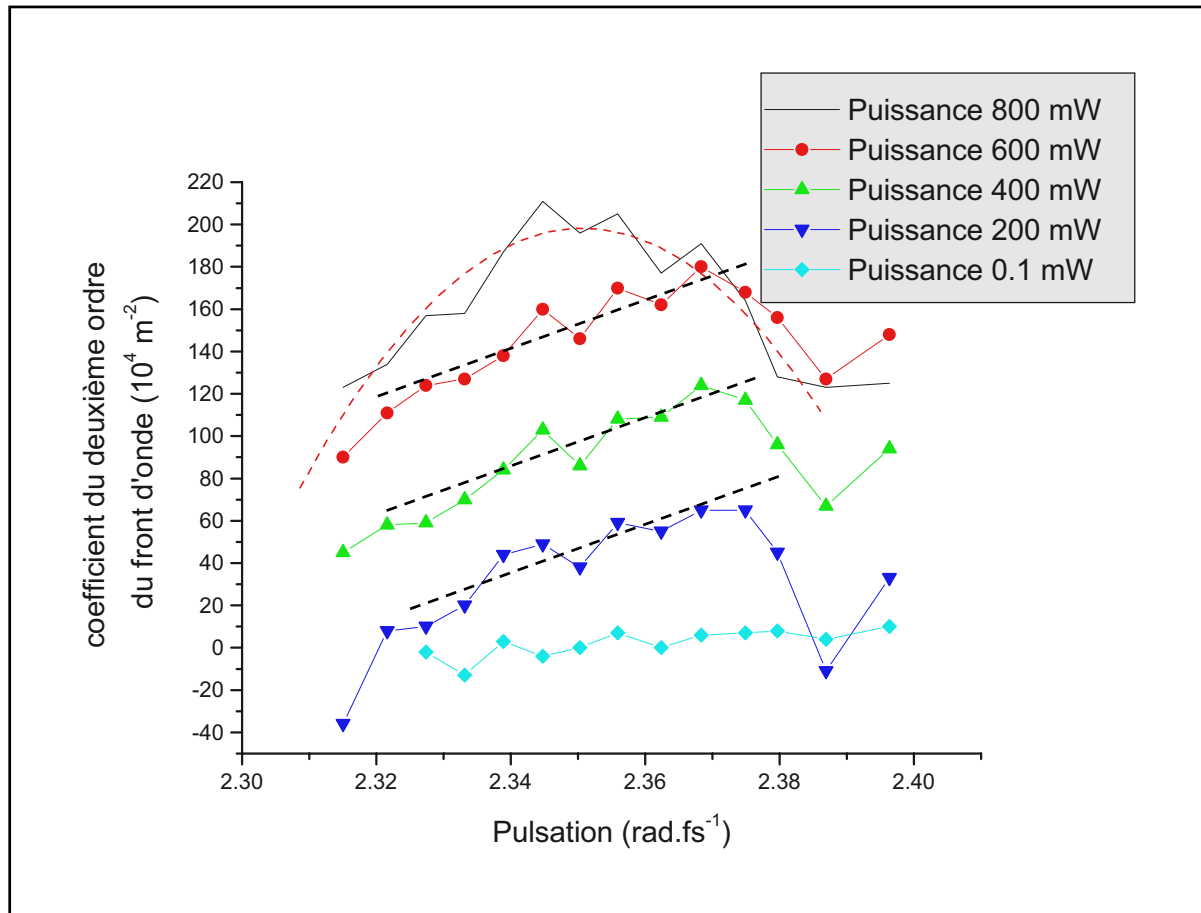


Figure 20 Mesure du coefficient du deuxième ordre du front d'onde en fonction de la puissance moyenne du laser et de la fréquence sélectionnée par le filtre de Lyot. Les brusques variations des courbes sur les bords du spectre ne proviennent pas d'un signal bruité. Néanmoins le modèle simple que nous utilisons ne permet pas de simuler ces comportements.

Pour une puissance de 800 mW, le comportement du coefficient en r^2 du front d'onde n'est plus linéaire en fonction de la fréquence mais essentiellement parabolique (le coefficient du deuxième ordre vaut $(-6 \pm 1) \cdot 10^8 \text{ m}^{-2} \text{ fs}^2 \text{ rad}^{-2}$). Ce changement de comportement s'explique par la présence de la lentille Kerr qui modifie la position de focalisation du faisceau après le système afocal. En fait, à 800 mW, le plan de la CCD se rapproche de la région confocale du faisceau, ce qui signifie, d'après la Figure 21, que l'on commence à imager au sens de Fourier le champ au niveau du cristal, et que le couplage artificiel induit par le système afocal disparaît.

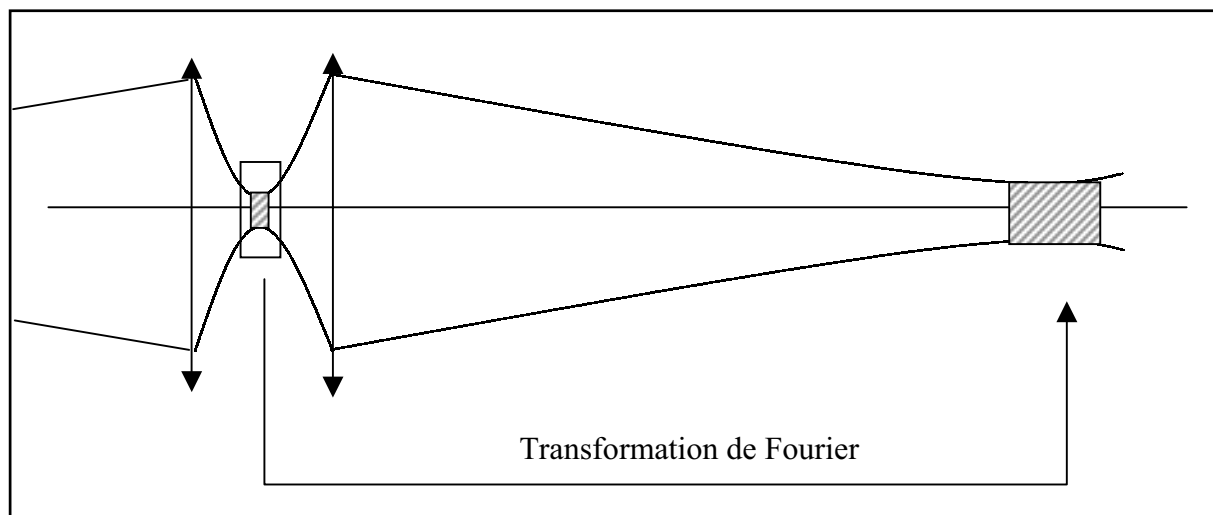


Figure 21 Les zones hachurées sont les régions confocales du faisceau. Ces zones, de part et d'autre d'une lentille, sont reliées par une transformation de Fourier. Ainsi si on mesure un champ dans la deuxième zone hachurée, cela revient à imager au sens de Fourier la première zone hachurée. Plus l'autofocalisation est importante au niveau de la première zone hachurée, plus la deuxième zone hachurée se rapproche de la lentille.

L'autofocalisation apparaît aussi à travers l'évolution de la taille du faisceau dans le plan de la CCD. La Figure 22 présente la taille du faisceau mesurée sur la CCD en fonction de la puissance moyenne au niveau de l'échantillon.

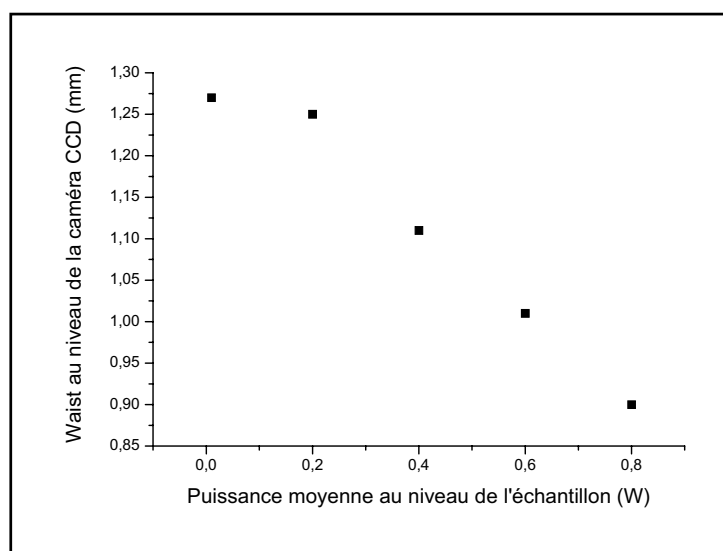


Figure 22 Mesure des waists des faisceaux au niveau de la CCD en fonction de la puissance moyenne du laser au niveau de l'échantillon non linéaire.

Enfin la dernière série de mesures concerne la caractérisation de la phase spectrale au centre du faisceau par la technique d'interférométrie spectrale. La phase spectrale est

essentiellement dominée par la dispersion des lentilles et du verre en tellure. Nous reportons sur la Figure 23 la phase temporelle et l'enveloppe de l'impulsion en fonction de la puissance moyenne après avoir retranché la phase parabolique provenant de la dispersion des matériaux. Nous retrouvons le comportement gaussien de la phase temporelle dont l'amplitude varie avec l'irradiance.

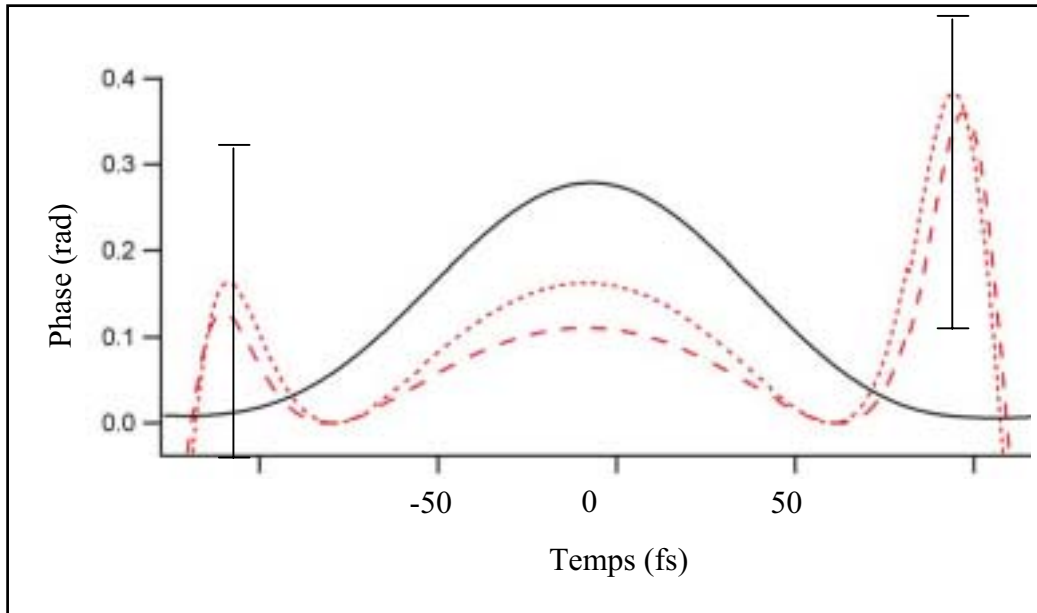


Figure 23 Mesure après une transformation de Fourier de l'automodulation de phase générée dans un verre de Tellure. La courbe en traits discontinus a été mesurée pour une puissance moyenne de 200 mW. La courbe en pointillés a été mesurée pour une puissance moyenne de 400 mW. La courbe en traits pleins représente l'enveloppe de l'impulsion. Sur le bord de l'impulsion, l'erreur est assez importante.

En conclusion, nous pouvons synthétiser tous ces résultats en donnant les paramètres caractéristiques qui permettent de tracer l'impulsion comme la Figure 10 l'explique.

Puissance (mW)	β (10^4 m^{-2})	α_1 (10^6 fs m^{-2})	α_2 ($10^8 \text{ fs}^2 \text{ m}^{-2}$)
0,1	0	2.2	0
200	59	11	0
400	108	13	0
600	170	13	0
800	190	0	-6

En effet, en utilisant les expressions du paragraphe I.2.2.b, nous obtenons les valeurs du front d'onde, le décalage de l'impulsion par rapport au front d'onde, la largeur temporelle en fonction de la position dans le faisceau et la largeur temporelle moyenne de l'impulsion.

Puissance (mW)	$\Phi_{\text{front d'onde}(r)}$ (pour ω_0)	$\delta t_{(r)}$ (fs)	$\Delta t_{(r)}$ (fs) ($\Delta t_0 = 100$ fs)	$ \alpha_1 \langle r^2 \rangle$ (fs)	Δt (fs)
0,1	Onde plane	$2,2 \cdot 10^6 r^2$	$\Delta t_{(r=0)} = 100,2$	3,5	103,7
200	$59 \cdot 10^4 r^2$	$10,7 \cdot 10^6 r^2$	$\Delta t_{(r=0)} = 100,2$	17	117,2
400	$108 \cdot 10^4 r^2$	$12,5 \cdot 10^6 r^2$	$\Delta t_{(r=0)} = 100,2$	16	116,2
600	$170 \cdot 10^4 r^2$	$12,2 \cdot 10^6 r^2$	$\Delta t_{(r=0)} = 100,2$	13	113,2
800	$190 \cdot 10^4 r^2$	$-0,8 \cdot 10^6 r^2$	$\Delta t_{(r)}^2 = \Delta t_0^2 + \frac{(-6 \cdot 10^8 r^2 - 629)^2}{\Delta t_0^2}$	0	100,6

Grâce aux valeurs de ce tableau, nous pouvons représenter l'impulsion après s'être propagée de manière non linéaire à travers un échantillon vitreux (Figure 24). Les effets prédominants sont de deux types :

- l'autofocalisation du faisceau
- la courbure de l'impulsion dans le faisceau qui disparaît à la puissance moyenne de 800 mW pour faire place à un élargissement de l'impulsion au bord du faisceau (le changement de comportement de l'impulsion, à la puissance de 800 mW, pouvant s'expliquer par la présence de la lentille Kerr qui modifie la propagation du faisceau).

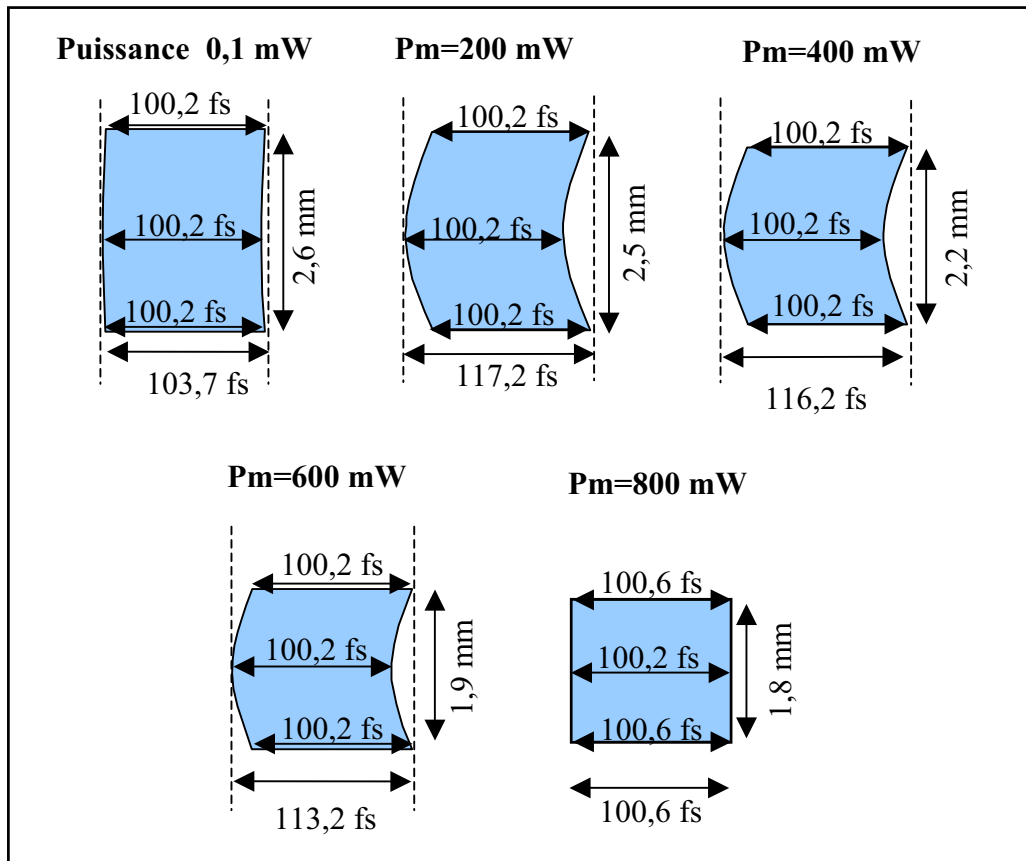


Figure 24 Représentation schématique de la déformation de l'impulsion dans le faisceau pour différentes puissances moyennes au niveau de la caméra qui sert à mesurer le front d'onde du faisceau.

Nous avons abordé le problème du couplage non linéaire d'une manière assez simple sans faire appel à des codes de calcul. Cependant le traitement que nous utilisons n'exploite pas toute la richesse de l'information contenue dans la Figure 20 (ajuster ces courbes par des droites et des paraboles peut fausser l'interprétation). De plus la position du plan où l'on mesure le couplage a une très grande importance, et peut-être qu'un plan plus judicieux existe pour voir certains phénomènes propres au couplage spatio-temporel (la compensation de la dérive de fréquence en est un).

Quoiqu'il en soit, ces premiers résultats sur les couplages spatio-temporels induits par un effet non linéaire sont encourageants et prometteurs. La représentation de l'impulsion dans l'espace peut certainement aider à la compréhension de l'interaction de l'impulsion avec la matière et elle a au moins le mérite de simplifier un problème complexe.

L'étape suivante serait de contrôler l'impulsion dans le domaine temporel ou spatial (par une ligne à dispersion, des miroirs déformables...) afin d'éliminer les couplages spatio-temporels, l'ultime étape étant de contrôler l'impulsion dans le domaine spatio-temporel.

Conclusion

La technique de caractérisation du champ dans le domaine spatio-temporel a permis d'étudier des couplages espace-temps provenant d'un processus linéaire et non linéaire.

Ces mesures ont validé le potentiel de la technique à caractériser un champ électromagnétique et elles ont permis de se familiariser avec la représentation de l'impulsion dans l'espace en faisant prendre conscience des difficultés expérimentales d'une étude spatio-temporelle.

Les mesures spatio-temporelles que nous avons faites sur un objectif de microscope et une propagation non linéaire, sont les premières à notre connaissance à pouvoir quantifier le couplage et à donner une représentation de l'impulsion dans un plan donné.

Références bibliographiques

- 1 C. Dorrer, E. Kosik, I.A. Walmsley, *Space-time characterization of ultrashort optical pulses using 2-dimensional shearing interferometry*, CLEO 2001.
- 2 S.E. Harris, E.O. Ammann, I.C. Chang, *JOSA* **54**, 1267 (1964).
- 3 M. Kempe, W. Rudolph, *Femtosecond pulses in the focal region of lenses*, *Physical Review A* **48**, 4721 (1993).
- 4 M. Kempe, W. Rudolph, *Impact of chromatic and spherical aberration on the focusing of ultrashort light pulses by lenses*, *Opt. Lett.* **18**, 137 (1993).
- 5 J. Jasapara, W. Rudolph, *Characterization of sub-10-fs pulse focusing with high-numerical-aperture microscope objectives*, *Opt. Lett.* **24**, 777 (1999).
- 6 M. Gu, *Advanced optical imaging theory*, *Optical sciences*, Springer Series (1999).
- 7 Z.L. Horvath, Z. Bor, *Behaviour of femtosecond pulses on the optical axis of a lens. Analytical description*, *Opt. Comm.* **108**, 333 (1994).
- 8 Z.L. Horvath, K. Osvay, Z. Bor, *Dispersed femtosecond pulses in the vicinity of focus*, *Opt. Comm.* **111**, 478 (1994).

Conclusions et perspectives

Au terme de ce travail, nous avons été capables de caractériser une impulsion dans le domaine spatio-temporel et de mesurer des couplages induits par une propagation linéaire dans un objectif de microscope et une propagation non linéaire dans un verre en Tellure. La technique spatio-temporelle a nécessité la mise en place de plusieurs techniques de caractérisation dans le domaine temporel et spatial : respectivement une technique d'interférométrie spectrale et une technique d'interférométrie à décalage. Ces deux techniques ont été utilisées indépendamment afin d'étudier des processus non linéaires tels que le phénomène de cascade de la susceptibilité du deuxième ordre et l'effet Kerr. La caractérisation spatio-temporelle a nécessité en outre la fabrication d'un filtre de Lyot accordable sur 80 nm et de résolution 1,5 nm dont la grande acceptance angulaire permet de ne pas altérer le front d'onde du faisceau.

L'intérêt de notre technique est qu'elle a permis de mettre en évidence expérimentalement les couplages spatio-temporels qui existent lors de la propagation et qui avaient été principalement simulés dans les revues spécialisées. L'analyse des résultats avec les moments de premier et de deuxième ordre permet d'interpréter plus facilement les effets des couplages sur l'impulsion. Néanmoins si nous voulons mesurer de manière routinière les couplages espace-temps, il va falloir rendre la technique plus rapide en contrôlant par exemple la rotation des lames du filtre de Lyot par un moteur, et en remplaçant le réseau 2D par une matrice de cristaux liquides dont on pourra modifier la période afin d'adapter la résolution et la dynamique de la mesure. Enfin l'analyse avec les moments, qui est adaptée aux faibles couplages lorsqu'ils apparaissent seulement dans la phase de l'onde, doit évoluer si nous voulons étudier les déformations du champ impulsionnel pour des irradiances élevées.

La métrologie spatio-temporelle est intéressante car, comme nous l'avons montré dans ce travail de thèse, elle peut se révéler être un outil performant pour étudier les processus physiques qui font intervenir l'impulsion optique, mais au-delà de ces études un enjeu plus ambitieux se dessine, celui du contrôle en amplitude et en phase dans le domaine temps-espace de l'impulsion. Il va falloir en effet dans un avenir proche pouvoir adapter la forme de

l'impulsion dans le faisceau afin de compenser les couplages spatio-temporels qui nuisent par exemple aux performances de recompression de l'impulsion dans les amplificateurs laser ultracourts ou encore qui détériorent la résolution d'une image obtenue par une technique de microscopie non linéaire. Aucune méthode à ce jour n'a été proposée et validée par l'expérience, mais nous ne sommes qu'au début de la métrologie spatio-temporelle...

**CARACTÉRISATION COMPLÈTE D'UN FAISCEAU LASER IMPULSIONNEL
FEMTOSECONDE : MISE EN ÉVIDENCE ET ANALYSE DU COUPLAGE SPATIO-
TEMPOREL DANS LA PROPAGATION LINÉAIRE ET NON LINÉAIRE**

RÉSUMÉ :

Une nouvelle approche de caractérisation complète d'un faisceau laser impulsionnel femtoseconde est démontrée en vue d'étudier les couplages spatio-temporels dans la propagation linéaire et non linéaire. La technique basée sur un filtre spectral accordable, une technique de mesure spatiale par décalage, et une technique de mesure temporelle par interférométrie spectrale, a permis de mesurer le couplage spatio-temporel au foyer d'un objectif. Cette technique a été aussi utilisée pour mesurer les couplages spatio-temporels induits par un échantillon non linéaire du troisième ordre.

MOTS CLÉS :

Laser - Impulsion femtoseconde - Métrologie laser - Caractérisation temporelle - Interférométrie spectrale - Technique FDPM - Caractérisation spatiale - Technique IDTL - Caractérisation spatio-temporelle - Optique non linéaire - Objectif de microscope.

**COMPLETE CHARACTERIZATION OF FEMTOSECOND PULSE LASER :
SPATIOTEMPORAL COUPLING ANALYSIS FOR LINEAR AND NONLINEAR
PROPAGATION**

ABSTRACT :

A new approach of a complete characterization of a femtosecond pulse laser beam is demonstrated for studying spatiotemporal couplings for a linear and nonlinear propagation. The technique is based on a tuneable spectral filter, a spatial shearing technique and a technique for temporal measurement by spectral interferometry. It permitted to measure the spatiotemporal couplings in the focal plane of a microscope objective. This technique was also used to measure the spatiotemporal coupling induced by a third order nonlinear sample.

KEY WORDS :

Laser - Femtosecond pulse - Laser metrology - temporal characterization - Spectral interferometry - FDPM technique - Spatial characterization - IDTL Technique - Spatiotemporal characterization - Nonlinear optic - Microscope objective.