

N° d'ordre : 3361

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

par **Guillaume MOUROT**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : **MÉCANIQUE**

EFFET DE TAILLE LIÉ À L'ENDOMMAGEMENT DES MORTIERS

Soutenue le : 21 mars 2007

Après avis de :

MM.	S. ZAPPERI (PROFESSEUR, ITALIE)	Rapporteurs
	C. LA BORDERIE (PROFESSEUR, DIR. LaSAGeC2)	

Devant la commission d'examen formée de :

MM.	D. BREYSSE (PROFESSEUR, UNIVERSITÉ BORDEAUX 1)	Président
	S. ZAPPERI (PROFESSEUR, ITALIE)	Rapporteurs
	C. LA BORDERIE (PROFESSEUR, DIR. LaSAGeC2)	
	J.P. HULIN (PROFESSEUR)	Examineurs
	E. BOUCHAUD (INGENIEUR DE RECHERCHE, HDR, CEA)	
	G. VALENTIN (PROFESSEUR, UNIVERSITÉ BORDEAUX 1)	
	S. MOREL (MDC, HDR, UNIVERSITÉ BORDEAUX 1)	

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Stéphane Morel, qui a encadré cette thèse. Je le remercie profondément pour sa disponibilité, ses conseils, les longues journées enfermés dans son bureau à solliciter nos neurones et les bons moments passés en vadrouille.

Un grand merci également à Elisabeth Bouchaud et Gérard Valentin qui ont dirigé cette thèse de façon complémentaire.

Merci à Stéfano Zapperi et Christian La Borderie pour avoir accepté d'être rapporteurs de mon travail.

Merci à Denys Breysse pour avoir accepté, à la dernière minute, de faire partie du jury et de le présider.

Merci à l'ensemble des membres du jury pour leurs commentaires qui ont fait tant de bien à mon ego.

Merci à Daniel Bonamy et Laurent Ponson pour nos longues et profitables discussions. Merci également à Silke Prades et Claude Guillot ainsi qu'à toutes les personnes si passionnantes qui ont croisé ma route au CEA.

Merci à Jean Schmittbuhl pour sa précieuse collaboration.

Merci au personnel du LRBB pour son aide et son soutien : Jacqueline Etourneau, Philippe Taris, Jean-Louis Daban-Haurou, Françoise Rodriguez, Pierrette Wyss, Patrick Castera, Michel Chassagnes, Jean-Marc Sibaud, Christophe Lavergne et Bernard Solbes.

Un grand merci à Carole Puche pour nous avoir préparé le thé de 10h00 pendant toutes ces années et pour la chaleur de son amitié.

Merci bien sûr à tous mes collègues et amis : Régis Pommier, Vincent Gardelle, Joseph Morlier, Marie Genet, Maodo Ba, Philippe Woessner, Michel Kokutse, Juliette Surleau, Marion Lamazouade, Myriam Chapelain, Rafik Bouadjel, Christophe Lespine, Alain Cointe, Jean-Luc Coureau et tous ceux qui m'ont accompagné durant toutes ces années.

Merci enfin à toute ma famille pour leur inestimable et indéfectible soutien, en particulier un grand merci à mon épouse Nadia.

Tout ce qui mérite d'être fait mérite d'être bien fait. (Hubert Renaud)

Table des matières

I	Introduction	5
I.1	Matériaux quasi-fragiles et objectifs de l'étude	5
I.2	Structures entaillées : loi d'effet de taille de Bažant	6
I.2.1	Contrainte nominale	6
I.2.2	Hypothèses de la loi de Bažant	7
I.2.3	Développement asymptotique aux grandes tailles	8
I.2.4	Développement asymptotique aux petites tailles	9
I.2.5	Expression complète de la loi d'effet de taille de Bažant	10
I.3	Discussion sur la loi d'effet de taille de Bažant	10
II	Expérimentations	13
II.1	Description	13
II.1.1	Géométrie des échantillons	13
II.1.2	Matériau choisi pour l'étude	14
II.1.3	Réalisation des échantillons	15
II.1.4	Dispositif expérimental	17
II.1.5	Emission acoustique	21
II.2	Résultats	24
II.2.1	Effet d'échelle sur la charge au pic et la contrainte nominale	24
II.2.2	Prise en compte du poids propre des échantillons	27
II.2.3	Comportement courbe de résistance	28
II.2.3.1	Origines du comportement courbe de résistance	28
II.2.3.2	Approche élastique équivalente	29
II.2.3.3	Calcul de la résistance	30

II.2.3.4	Calcul de la complaisance de la structure par éléments finis	32
II.2.3.5	Courbes-R expérimentales	36
II.2.4	Emission acoustique	38
III	Fractographie quantitative	39
III.1	Numérisation des surfaces de rupture	39
III.1.1	Appareillage	39
III.1.2	Cartographies obtenues	41
III.2	Auto affinité	42
III.2.1	Bibliographie	42
III.2.2	Exposant de rugosité local	43
III.2.2.1	Méthode de la bande de largeur variable	43
III.2.2.2	Méthode de la puissance spectrale	45
III.2.2.3	Méthode du coefficient d'ondelette moyen	45
III.2.2.4	Résultats	46
III.3	Croissance rugueuse	46
III.3.1	Description de la croissance rugueuse	46
III.3.2	Limite de la croissance rugueuse	47
III.3.3	Loi d'échelle de Family-Vicsek	49
III.3.4	Loi anormale d'échelle	49
III.3.5	Détermination des exposants de rugosité	52
III.3.6	Résultats	55
IV	Relation entre la morphologie des surfaces et les propriétés de rupture	57
IV.1	Équilibre énergétique	57
IV.1.1	Critère de Griffith	58
IV.1.2	Longueur développée d'un profil rugueux	58
IV.1.3	Résistance	59
IV.1.4	Effet de taille sur la résistance critique	60
IV.2	Introduction d'un critère sur la taille de la zone endommagée	61
IV.2.1	Introduction d'une résistance critique d'endommagement volumique	61
IV.2.2	Comportement asymptotique aux petites tailles	62

IV.2.3	Comportement asymptotique aux grandes tailles	62
IV.2.4	Effet de la taille de la structure sur la taille critique de la zone endommagée	63
IV.2.5	Limitation due à la longueur du ligament	63
IV.2.6	Limitation de la taille critique de la zone endommagée	64
IV.2.7	Effet de taille sur la courbe de résistance	65
IV.3	Ajustement aux courbes de résistance expérimentales	66
IV.3.1	Résultats obtenus	66
IV.3.2	Discussion sur les problèmes d'ajustement	67
V	Modèle d'effet de taille basé sur la courbe de résistance	69
V.1	Localisation du pic de charge sur la courbe de résistance	69
V.1.1	Constatations expérimentales	69
V.1.2	Vérification théorique	70
V.2	Effet de taille théorique sur la base de la courbe de résistance analytique .	71
V.2.1	Effet de taille sur la résistance au pic de charge	72
V.2.1.1	Comportement asymptotique aux petites tailles	73
V.2.1.2	Comportement asymptotique aux grandes tailles	73
V.2.1.3	Limite imposée par la taille critique de la zone endommagée	75
V.2.1.4	Limitation de la résistance critique	75
V.2.1.5	Bilan	76
V.2.2	Effet de taille sur la contrainte nominale	76
V.2.2.1	Cas où $G_{Ru} = G_{Rmax}$	77
V.2.2.2	Cas où $G_{Ru} = G_{RC}$	79
V.2.2.3	Cas où α_u est unique	79
V.2.2.4	Cas des très petites tailles	81
V.2.2.5	Bilan	82
V.3	Confrontation du modèle aux résultats expérimentaux	83
V.3.1	Résultats expérimentaux	83
V.3.2	Calage du modèle sur les résultats expérimentaux	83
V.3.3	Discussion sur la validité du modèle	84

VI Conclusion	87
VI.1 Etude du comportement courbe de résistance	87
VI.2 Etude de la morphologie des surfaces de rupture	88
VI.3 Mise au point d'un modèle décrivant les courbes-R	89
VI.4 Etude de l'effet de taille sur la contrainte nominale	91
Annexes	93
A Lexique des notations employées	95
B Caractéristiques des échantillons testés	101
C Résultats des essais de flexion	105
D Caractéristiques des cartographies étudiées	109
E Exposants de rugosité obtenus expérimentalement	111
F Grandeurs caractérisant la saturation de la rugosité des surfaces de rupture étudiées	115
G Résultats de l'ajustement du modèle théorique aux courbes-R expérimentales	119
H Banc de collage	123
Bibliographie	135

Chapitre I

Introduction

I.1 Matériaux quasi-fragiles et objectifs de l'étude

Les mortiers et les bétons mais également les roches, la glace de mer, le bois ou encore certaines céramiques appartiennent à une catégorie de matériaux qualifiés de quasi-fragiles. La fissuration de ces matériaux est caractérisée par le développement, en avant du front de fissure principale, d'une large zone endommagée microfissurée. Le comportement mécanique de ces matériaux, localement élastique fragile, apparaît élastique endommageable à l'échelle de la structure en raison du développement de l'endommagement. Il en résulte un comportement courbe de résistance (courbe-R), c'est-à-dire une augmentation de la résistance que le matériau oppose à la propagation de la fissure avec l'avancée de celle-ci [1] (Voir section II.2.3).

La localisation de la microfissuration est fortement liée à la microstructure du matériau, caractérisée par des longueurs internes. Cette influence du développement de la microfissuration sur le comportement global de la structure est à l'origine d'un effet de la taille de la structure sur les caractéristiques de rupture dont l'étude est la raison d'être de ce travail.

La suite de ce chapitre introductif présente le travail de Z.P. Bažant qui, actuellement, fait référence en matière d'effet de taille pour les structures entaillées [2–5]. Ce chapitre met également en relief les points faibles de la loi d'effet de taille de Bažant, notamment son importante incertitude pour les tailles de structures intermédiaires. Or, ce domaine de tailles correspond aux dimensions adaptées aux études en laboratoire pour certains

matériaux quasi-fragiles et en particulier pour le béton.

Le chapitre II décrit les expérimentations qui ont été menées dans le cadre de cette thèse afin de renforcer et de mieux définir la loi d'effet de taille. Ce chapitre présente également les résultats de l'étude, classique, des courbes de résistance.

Ensuite, une approche innovante - la fractographie quantitative - est présentée au chapitre III. Basée sur l'idée que la morphologie d'une surface de rupture est à l'image de la résistance que le matériau oppose à la propagation de la fissure, cette voie d'analyse post-mortem renforce et complète l'étude classique.

La comparaison de ces deux approches, au chapitre IV, aboutit à une description analytique des courbes-R en fonction des paramètres décrivant la morphologie des surfaces de rupture.

Les effets de taille sur la résistance au pic de charge puis sur la contrainte nominale développés au chapitre V, sur la base de la description analytique établie au chapitre précédent, devraient permettre, sans renier la loi de Bažant, de l'affiner dans le domaine de tailles adapté aux études expérimentales en laboratoire.

I.2 Structures entaillées : loi d'effet de taille de Bažant

I.2.1 Contrainte nominale

Habituellement, en mécanique, l'effet de la taille de la structure est étudié sur la contrainte nominale. Cette contrainte, que nous noterons σ_N [MPa], est définie comme étant le rapport de la force au pic, ou force maximale atteinte au cours de l'essai, P_u sur la section de la structure BD avec B l'épaisseur et D la hauteur. Dans le cas étudié, B et D sont égales et D est choisie comme dimension caractéristique de la structure (Voir section II.1.1 pour la description de la géométrie des échantillons).

$$\sigma_N = \frac{P_u}{BD} \quad (\text{I.1})$$

Dans le cadre de cette étude, la résistance à la propagation de la fissure, exprimée en J/m^2 , sera notée G_R et la sollicitation correspondante appelée taux de restitution d'énergie, également exprimée en J/m^2 , sera notée G . Il est à noter que la fissure se propage lorsque la sollicitation est égale à la résistance, c'est-à-dire lorsque $G = G_R$.

Dans ce cas, G_R correspond à l'énergie consommée par la création de 1 unité de surface de fissure.

Dans le cadre de la Mécanique Linéaire Élastique de la Rupture (MLER) et selon les notations adoptées, la contrainte nominale peut s'écrire sous la forme [2] :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E'G_R(\alpha_u)}{Dg(\alpha_u)}} \quad (I.2)$$

où α_u est la longueur relative de fissure au pic de charge (Voir section II.2.3.2), E' le module d'élasticité effectif du matériau et g la fonction adimensionnelle du taux de restitution d'énergie. Cette dernière, sans dimension, reflète les variations du taux de restitution d'énergie : $G = g.P^2/BE'$. Elle caractérise la géométrie de la structure, le trajet de la fissure et le chargement sans dépendre de la taille de l'échantillon. Pour un matériau isotrope, le module d'élasticité effectif E' s'exprime de la manière suivante en fonction du module de Young E et du coefficient de Poisson ν :

$$\begin{cases} E' = E & \text{en contraintes planes,} \\ E' = \frac{E}{1-\nu^2} & \text{en déformations planes.} \end{cases} \quad (I.3)$$

I.2.2 Hypothèses de la loi de Bažant

Dans le cas des structures entaillées, pour lesquelles la fissuration se développe à partir d'une entaille initiale, Bažant propose une loi d'effet de taille pour la contrainte nominale [2]. Cette loi se base sur un comportement courbe-R caractérisé par une résistance critique notée G_f [J/m^2] et par une énergie d'endommagement volumique G_d [J/m^3]. G_f s'apparente à la résistance critique G_{RC} définie à la section II.2.3.1. G_f et G_d sont des constantes liées par une longueur caractéristique du matériau $c_f = G_f/G_d = E'G_f/f_t^2$ avec f_t la contrainte de traction maximale du matériau. Si a est la taille de la zone endommagée, c_f est sa valeur critique (maximale) dans une approche élastique équivalente. Une telle approche consiste à remplacer la structure réelle microfissurée, complexe à étudier, par une structure équivalente d'un point de vue élastique ne comportant qu'une seule fissure. La longueur de cette fissure unique est telle que les souplesses des deux structures sont égales (voir section II.2.3.2). La longueur relative de fissure $\alpha = a/D$ peut s'écrire $\alpha = \alpha_0 + \theta$ où α_0 est la longueur relative initiale de fissure et où θ est l'incrément de lon-

gueur relative de fissure. On définit alors un paramètre adimensionnel $\theta_c = c_f/D$. Selon Bažant, la courbe-R s'exprime alors sous la forme :

$$G_R(\alpha) = G_f \cdot r(\alpha_0, \alpha, \theta) \quad (\text{I.4})$$

Notons que la courbe-R définie en I.4 est indépendante de la taille D . Il n'y a donc pas d'effet de taille sur la courbe-R. Se pose alors la question de la longueur relative de fissure α_u pour laquelle le pic de charge est atteint. Il est connu [3] que, au pic de charge et à force imposée, la courbe du taux de restitution d'énergie en fonction de la longueur de fissure est tangente à la courbe de résistance. Cela se traduit par l'égalité suivante :

$$\frac{\partial G}{\partial \alpha} = \frac{\partial G_R}{\partial \alpha} \quad (\text{I.5})$$

Comme $G = G_R$ lorsque la fissure se propage, l'égalité précédente peut se présenter sous la forme :

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial \alpha} = \frac{1}{G_R} \frac{\partial G_R}{\partial \alpha} \quad (\text{I.6})$$

La solution de I.6 est $G_R(\alpha_u) = G_f \cdot r(\alpha_0, \alpha_u(\alpha_0, \theta_c), \theta_c)$ et, en conséquence, l'expression de la contrainte nominale devient :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E'G_f}{Df(\alpha_0, \theta_c)}} \quad (\text{I.7})$$

avec :

$$f(\alpha_0, \theta_c) = \frac{g(\alpha_0, \alpha_u(\alpha_0, \theta_c), \theta_c)}{r(\alpha_0, \alpha_u(\alpha_0, \theta_c), \theta_c)} \quad (\text{I.8})$$

Toutefois, l'équation I.6 permettant d'obtenir α_u ne peut être résolue car $r(\alpha_0, \alpha, \theta)$ est inconnue. C'est pourquoi l'auteur construit deux développements asymptotiques, aux petites et grandes tailles. Il établit alors la loi d'effet de taille sur la contrainte nominale en réunissant les deux comportements asymptotiques en une unique loi.

I.2.3 Développement asymptotique aux grandes tailles

Lorsque $D \rightarrow +\infty$, $\theta_c = c_f/D \rightarrow 0$ ce qui autorise le développement en séries de Taylor autour de (α_0, θ_c) :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E'G_f}{D}} \left(f(\alpha_0, 0) + f_1(\alpha_0, 0) \frac{c_f}{D} + \frac{1}{2!} f_2(\alpha_0, 0) \left(\frac{c_f}{D} \right)^2 + \dots \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{I.9})$$

avec

$$f_i(\alpha_0, 0) = \frac{\partial^i f}{\partial \theta^i}(\alpha_0, 0) \quad (\text{I.10})$$

En introduisant les grandeurs suivantes :

$$D'_0 = \frac{f_1(\alpha_0, 0)}{f(\alpha_0, 0)} c_f \quad (\text{I.11})$$

$$b_i = \frac{f(\alpha_0, 0)^{i-1} f_i(\alpha_0, 0)}{i! f_1(\alpha_0, 0)^i} \quad (\text{I.12})$$

$$\sigma'_{max} = \sqrt{\frac{E'G_f}{D'_0 f(\alpha_0, 0)}} \quad (\text{I.13})$$

l'expression de la contrainte nominale devient :

$$\sigma_N = \sigma'_{max} \left(1 + \frac{D}{D'_0} + b_2 \left(\frac{D'_0}{D} \right) + b_3 \left(\frac{D'_0}{D} \right)^2 + \dots \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{I.14})$$

Il en résulte, si $D \rightarrow +\infty$, un effet de taille similaire à celui prédit par la MLER :

$$\sigma_N \sim D^{-\frac{1}{2}} \text{ si } D \rightarrow +\infty \quad (\text{I.15})$$

I.2.4 Développement asymptotique aux petites tailles

Pour des petites tailles de structure, il est attendu que la zone endommagée occupe tout le volume de la structure. En conséquence, il est nécessaire de définir une nouvelle variable $\eta = 1/\theta = D/c_f$ et une nouvelle fonction ψ telle que $Df(\alpha_0, \theta) = c_f \psi(\alpha_0, \eta)$. L'expression de la contrainte nominale (Equation I.2) devient alors :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E'G_f}{c_f \psi(\alpha_0, \eta)}} \quad (\text{I.16})$$

Le fait que $\lim_{D \rightarrow 0} \eta = 0$ autorise le développement suivant autour de $(\alpha_0, 0)$:

$$\sigma_N = \sigma''_{max} \left(1 + \frac{D}{D_0''} + c_2 \left(\frac{D}{D_0''} \right)^2 + c_3 \left(\frac{D}{D_0''} \right)^3 + \dots \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{I.17})$$

avec :

$$\sigma''_{max} = \sqrt{\frac{E'G_f}{c_f\psi(\alpha_0, 0)}} \quad (\text{I.18})$$

$$D_0'' = \frac{\psi(\alpha_0, 0)}{\psi_1(\alpha_0, 0)} c_f \quad (\text{I.19})$$

$$c_i = \frac{\psi(\alpha_0, 0)^{i-1} \psi_i(\alpha_0, 0)}{i! \psi_i(\alpha_0, 0)^i} \quad (\text{I.20})$$

Il en résulte une indépendance de la contrainte nominale à la taille de la structure si cette dernière est suffisamment petite :

$$\sigma_N = \text{constante si } D \rightarrow 0 \quad (\text{I.21})$$

I.2.5 Expression complète de la loi d'effet de taille de Bažant

En réunissant les deux comportements asymptotiques en une unique expression somme de deux lois puissance, Bažant obtient :

$$\sigma_N = \frac{\sigma_{max}}{\sqrt{1 + \frac{D}{D_0}}} \quad (\text{I.22})$$

I.3 Discussion sur la loi d'effet de taille de Bažant

La loi d'effet de taille ainsi formulée est très largement adoptée et s'avère sécurisante en proposant, aux grandes échelles, un effet de taille égal à celui prévu par la MLER. Néanmoins, plusieurs insuffisances peuvent être relevées.

D'une part, elle s'appuie sur une courbe-R caractérisée par une résistance critique G_f constante. Or, des résultats expérimentaux [6, 7] montrent une dépendance de ce paramètre, noté ici résistance critique G_{RC} , à la taille de la structure. Un des objectifs de la campagne d'expérimentation décrite au chapitre II est de quantifier cet effet de taille. Les résultats se sont malheureusement avérés inexploitable en ce sens.

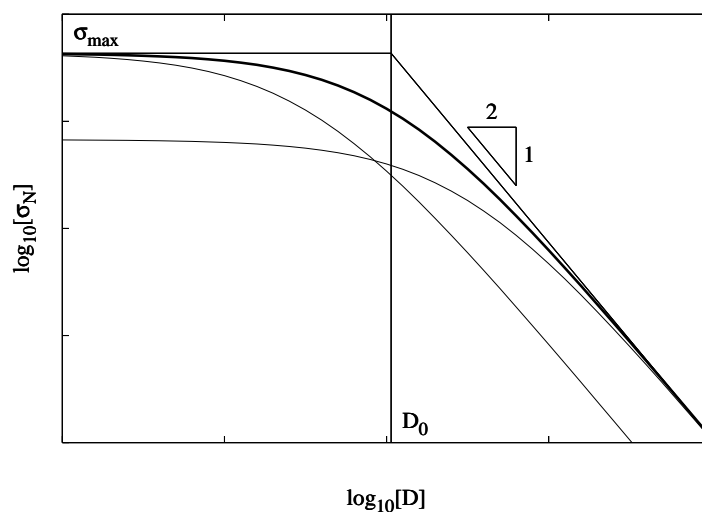


FIG. I.1 : La loi d'effet de taille de Bažant (trait épais) est caractérisée par deux paramètres : σ_{max} et D_0 . Les développements asymptotiques aux petites et aux grandes échelles ainsi que les asymptotes correspondantes sont représentés en trait plus fin.

D'autre part, elle est bâtie sur deux développements asymptotiques, aux petites et grandes tailles, et la transition entre les deux asymptotes est assez mal définie. Or la plupart des points expérimentaux se situent dans cette zone de transition [4], en particulier pour les bétons dont l'importance en génie civil est de tout premier ordre et qui permettent la réalisation d'ouvrages de dimensions très variées. L'erreur sur le calcul des paramètres D_0 et σ_{max} à partir des données expérimentales peut alors conduire à une mauvaise extrapolation aux grandes tailles. Une meilleure définition de l'effet de taille dans la zone de transition permettrait de réduire ce risque.

Chapitre II

Expérimentations

II.1 Description

II.1.1 Géométrie des échantillons

Les échantillons choisis pour les essais de rupture sont des éprouvettes entaillées de flexion (figure II.1). Le choix de la flexion se justifie par la difficulté à appliquer directement un effort de traction à ce type de matériau. Les échantillons seront sollicités en flexion 4 points plutôt qu'en flexion 3 points afin d'éloigner les points d'application de l'effort de la zone de fissuration. Les échantillons, de section carrée, sont caractérisés par leur hauteur D et ont une longueur $L = 10D$. Les échantillons sont entaillés jusqu'à mi-hauteur : $a_0 = 0.5D$. Une étude par éléments finis détaillée à la section II.2.3.4 montre qu'une telle longueur d'entaille et un tel élancement assurent une propagation stable de la fissure. Six tailles d'échantillons géométriquement semblables (homothétie $3D$) ont été testées : 20, 30, 50, 100, 140 et 200 mm de hauteur (figure II.2). Le choix d'une homothétie parfaite se justifie par la volonté d'étudier un effet de taille 3D étant donnée la nature tridimensionnelle des sources probables des phénomènes étudiés, bien que le choix d'une épaisseur constante aurait permis de limiter l'impact des effets de bord liés au coulage et aux interactions hydriques aux frontières.

Le rapport de taille entre le plus petit et le plus grand échantillon est de 10. Il aurait été délicat de réaliser des échantillons plus petits que 20 mm étant donné que les plus gros grains de sable sont de l'ordre de 1,8 mm . De plus, des échantillons plus grands que

200 mm ($L = 2m$) auraient été difficiles à mettre en oeuvre.

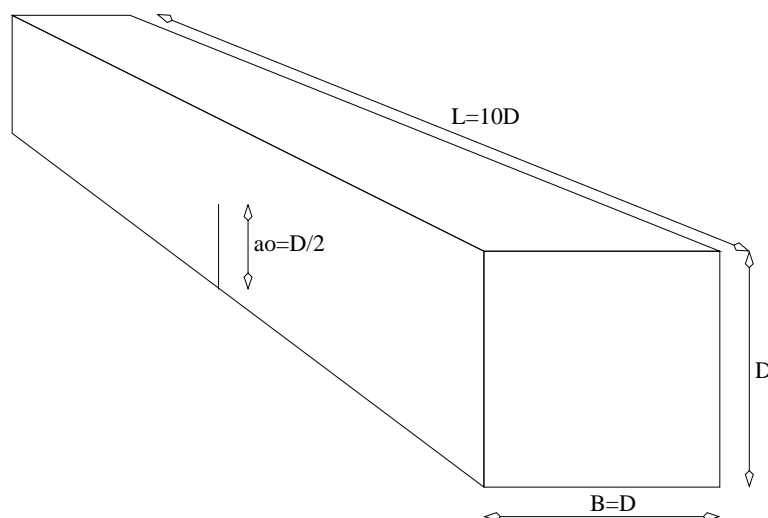


FIG. II.1 : Éprouvettes entaillées de flexion d'élancement 10.



FIG. II.2 : 6 tailles d'échantillons ont été testées : 20, 30, 50, 100, 140 et 200 mm.

II.1.2 Matériau choisi pour l'étude

Le ciment utilisé est un ciment Portland artificiel hautes performances CEM I 52,5. Ce type de ciment a pour avantages d'être composé de ciment presque pur et, de part la bonne adhésion des granulats à la pâte de ciment hydraté, de favoriser la rupture transgranulaire.

La composition du mortier utilisé a été choisie afin de se rapprocher au plus près du mortier normalisé EN 196-1. Le sable employé est un mélange de trois sables d'étendues granulaires complémentaires. Ce mélange est tel que sa courbe granulométrique passe au mieux dans le fuseau spécifié par la norme. L'ensemble des courbes granulométriques ainsi

que les limites normatives sont représentées figure II.3. Les proportions retenues pour $1 m^3$ de mortier sont spécifiées dans le tableau II.1. Le rapport eau/ciment est de 0,5. L'ajout de particules fines aurait été nécessaire pour remplir parfaitement les conditions de la norme.

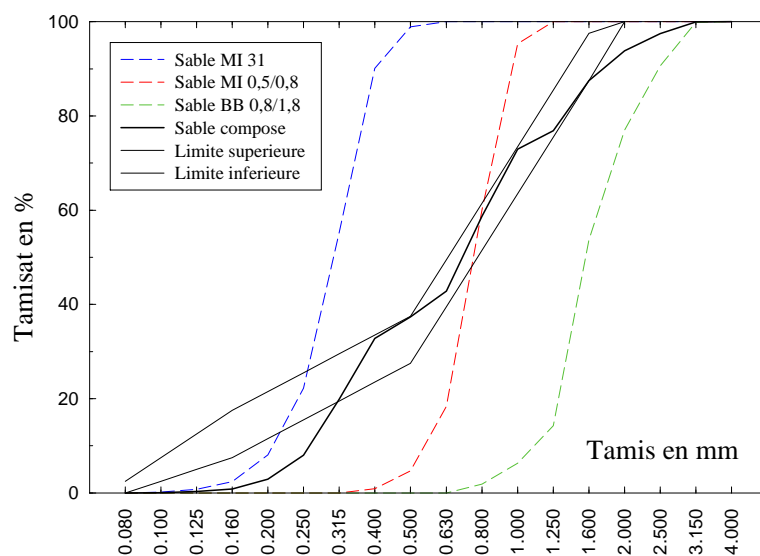


FIG. II.3 : Le sable entrant dans la composition du mortier utilisé est une combinaison de trois sables. la granulométrie résultante est proche de celle préconisée par la norme EN 196-1.

Afin de limiter le nombre et la taille des bulles d'air dans le matériau, l'emploi d'adjuvants s'est avéré indispensable. Des combinaisons de 4 produits en proportions variables ont été testées. Ces produits sont 3 fluidifiants commercialisés par la société SKW POLYMERS (MELFLUX®1641F, MELFLUX®PP100F et MELMENT®F10) et un débullant commercialisé par la société MÜNZING CHEMIE GMBH (AGITAN P803). L'observation des matériaux obtenus a permis de retenir la combinaison MELMENT®F10 (0,5 0/00) et AGITAN P803 (0,25 0/00 de la masse totale des ingrédients). L'emploi de ces adjuvants a permis de diviser par 2 le nombre de bulles d'air occluses et par 2 également la taille des plus grosses bulles.

II.1.3 Réalisation des échantillons

Le mortier est réalisé dans un malaxeur de petit volume afin d'obtenir une très bonne homogénéité du matériau. Les proportions par gâchée sont spécifiées dans le tableau II.1.

Ingrédients	Pour 1 m^3	Par gâchée
Ciment CEM I 52,5	488 kg	450 \pm 2 g
Eau	244 kg	225 \pm 1 g
Sable MI 31	543 kg	500 \pm 5 g
Sable MI 0,5/0,9	512 kg	472 \pm 5 g
Sable BB 0,8/1,8	410 kg	378 \pm 5 g
Fluidifiant F10	2,17 kg	1,0 g
Débullant P803	0,54 kg	0,5 g

TAB. II.1 : La composition du mortier utilisé est très proche de celle du mortier normalisé EN 196-1.

Le mode opératoire est le suivant : introduction dans le malaxeur du ciment, des adjuvants et de l'eau, 30 s de malaxage à petite vitesse, ajout des sables puis malaxage 60 s à petite vitesse. Cette procédure est une version simplifiée de la procédure normalisée (EN 196-1). Les phases de malaxage à vitesse rapide ont été supprimées car elles introduisaient trop d'air dans le matériau. Le mélange est alors versé dans les moules qui sont ensuite fortement vibrés sur une table vibrante pendant 25 s.

L'entaille initiale à partir de laquelle se développera la fissuration est réalisée à l'aide d'une feuille d'acier de 0,4 mm d'épaisseur recouverte d'une fine pellicule de teflon. La feuille est insérée dans le mortier frais et est retirée après 24 heures. Les échantillons sont ensuite démoulés et stockés en piscine au minimum un mois.

Afin de faciliter la réalisation et la manutention des éléments les plus lourds (Tailles 100, 140 et 200 mm), ceux-ci sont coulés en 3 parties : 2 bras et un cœur. Le cœur est un tronçon dont la longueur est égale à 2 fois sa hauteur centré sur l'entaille (Figures II.5 et II.6). Les trois morceaux sont ensuite assemblés par collage à proximité de la machine d'essai. Le collage est réalisé après ponçage des faces à encoller. La colle utilisée est de l'EPONAL 340 (BOSTIK FINDLEY) composée d'une résine et d'un durcisseur. Ce découpage permet également de conséquentes économies de matière puisque les bras peuvent être sciés après essai et réutilisés. Le dispositif de collage inclut une bride boulonnée sur l'échantillon destinée à le rigidifier pour empêcher sa fissuration prématurée durant sa mise en place sur la machine d'essai (Figure II.7). La bride n'est désolidarisée

de l'échantillon que le plus tard possible. Pour information, un croquis du dispositif de collage adapté aux trois tailles concernées est donné en annexe H.



FIG. II.4 : Des moules en contreplaqué sont utilisés pour couler, d'une pièce, les plus petits échantillons.



FIG. II.5 : Moules en aluminium ayant servi à réaliser le coeur des plus gros échantillons. Une feuille d'acier calibrée permet de créer l'entaille.

II.1.4 Dispositif expérimental

Les essais ont été conduits sur une presse mécanique capable d'exercer un effort de 20 kN . Le bâti de flexion qui porte les échantillons est constitué par une poutrelle de type HEA 100 fixée sur un socle en acier dont on négligera la déformation. Le choix de ce profilé métallique a été guidé par un impératif de hauteur maximale disponible sous la presse et un critère de déplacement. Le déplacement du bâti ne doit pas excéder 10 % du déplacement de l'échantillon dans le cas le plus défavorable. Le choix du chevêtre permettant d'appliquer la charge et de répartir celle-ci sur les deux appuis supérieurs est soumis aux mêmes exigences. Là encore un profilé HEA 100 a été choisi.

Les appuis ont été choisis de manière à ne pas exercer d'effort de torsion sur la poutre, la torsion influençant grandement la fissuration du mortier. Les appuis inférieurs sont un rouleau (contact linéaire) et une bille (contact ponctuel) surmontés de plaques d'appui en aluminium (Figure II.9). Les appuis supérieurs sont réalisés par deux billes. Une articulation du chevêtre de type pivot permet une répartition de l'effort entre les deux appuis (Figure II.10). Les appuis inférieurs et supérieurs sont fixés sur des éléments pouvant coulisser le long de la semelle supérieure du bâti et inférieure du chevêtre respectivement. Une



FIG. II.6 : Afin de faciliter la réalisation et la manutention des éléments les plus lourds, ceux-ci sont coulés en trois parties puis assemblés par collage.



FIG. II.7 : Éprouvette lors de sa mise en place sur le bâti de flexion. La presse est utilisée pour lever les échantillons les plus lourds à l'aide de sangles. Une bride boulonnée protège son coeur entaillé.

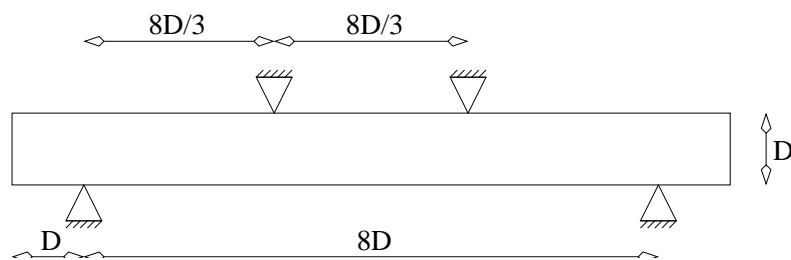


FIG. II.8 : Représentation symbolique des appuis. Les appuis supérieurs liés au chevêtre sont espacés du tiers de la portée de la poutre.

fois les appuis positionnés, ces éléments sont solidarités au profilé par serrage. Cette disposition permet d'adapter le montage expérimental aux différentes tailles d'échantillons.

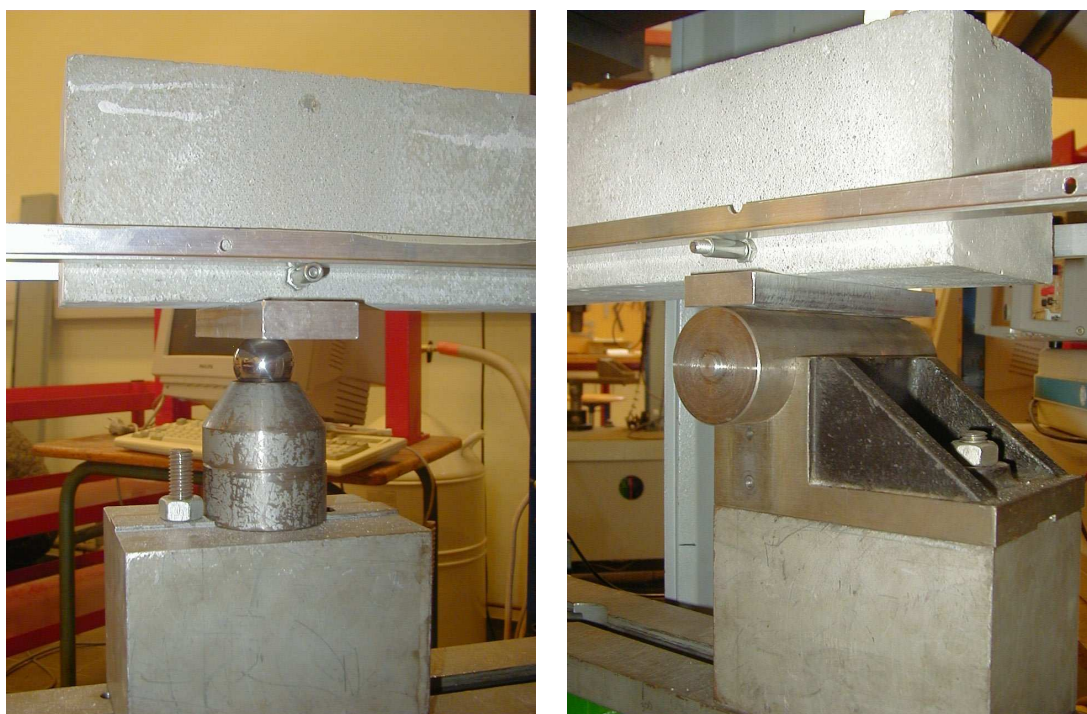


FIG. II.9 : Les appuis inférieurs de la poutre sont une bille et un rouleau. Ces éléments sont graissés afin de limiter les frottements, en particulier le rouleau qui a une grande surface de contact avec sa base.

Un dynamomètre placé entre la traverse de la presse et l'articulation du chevêtre assure la mesure de l'effort appliqué sur la poutre. La gamme de mesure du dynamomètre varie suivant l'échantillon testé.

Les déplacements que l'on désire mesurer étant très faibles, il n'est pas possible de se satisfaire de la mesure du déplacement de la traverse. Pour justification, le déplacement dû à la déformation du corps d'épreuve du dynamomètre peut dépasser 10 % du déplacement de la poutre. Le déplacement des points d'application de l'effort est donc mesuré à l'aide de 2 paires de LVDT. L'utilisation de paires de capteurs disposés de part et d'autre de la poutre permet de mesurer non seulement un déplacement dans le plan de flexion mais aussi une éventuelle rotation des éléments. 2 LVDT de gamme 2 mm mesurent le déplacement du chevêtre en son milieu (Figure II.11). En raison de l'encombrement des capteurs et de l'espace en hauteur sous la presse limité, la mesure ne se fait pas directement sous le chevêtre mais sous deux règles reposant chacune sur deux appuis ponctuels positionnés

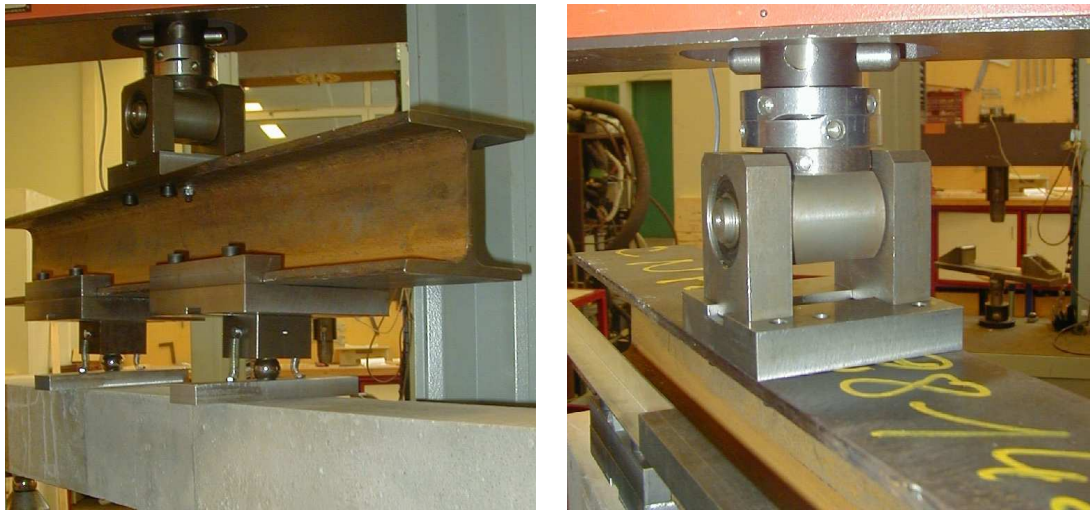


FIG. II.10 : Les appuis supérieurs sont deux billes. Une articulation du chevêtre de type pivot permet une répartition équitable de l'effort entre les deux appuis.

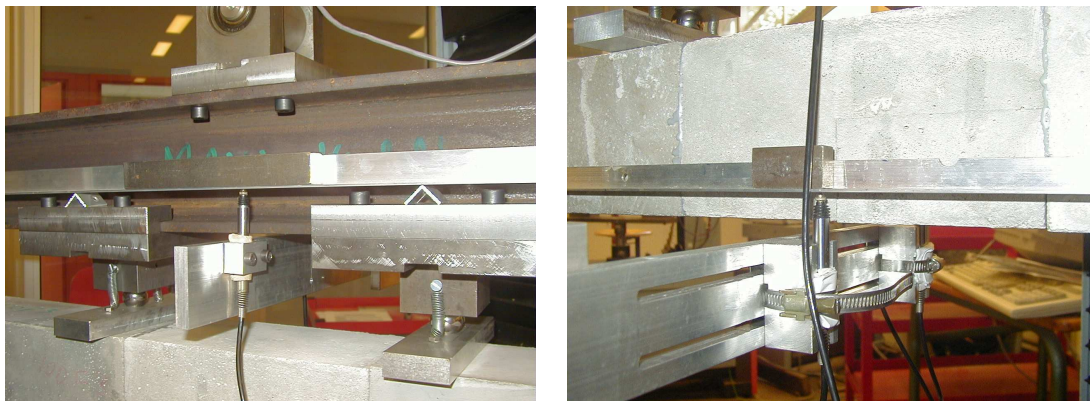


FIG. II.11 : L'utilisation de paires de LVDT disposés de part et d'autre de la poutre permet de mesurer précisément le déplacement des points d'application de la force ainsi qu'une éventuelle rotation des éléments.

au droit des billes. Une seconde paire de LVDT de gamme 1 *mm* mesure le déplacement de deux règles positionnées de part et d'autre de la poutre (Figure II.11). Ces règles reposent chacune sur deux tiges collées au droit des appuis à 10 *mm* de la face inférieure de la poutre. Les tiges doivent être placées suffisamment près de la bille et du rouleau pour pouvoir négliger le déplacement dû à la rotation sur ses appuis de la poutre fléchie et suffisamment loin des plaques d'appui pour s'affranchir de l'indentation du mortier. Les position choisie est un compromis entre ces deux nécessités. Le déplacement mesuré ainsi correspond essentiellement à la flexion du bâti, à l'écrasement des plaques d'appui et à l'indentation du mortier. Avec ce dispositif, le déplacement des points d'application de la force sera égal au déplacement moyen des LVDT placés sous le chevêtre ôté du déplacement moyen des LVDT placés en partie inférieure de la poutre.

L'enregistrement de la force et des déplacements mesurés par les 4 LVDT est effectué à une fréquence de 10 *Hz*. Une série de 3 cycles de charge-décharge avant chaque essai permet une bonne mise en place l'éprouvette. La force maximale appliquée au cours de ces cycles est d'environ 40 % de la charge au pic estimée.

II.1.5 Emission acoustique

Lors de la nucléation ou de la propagation d'une fissure, une onde acoustique est émise. En captant cette même onde en différents endroits, il est possible de calculer la position spatiale de la source et donc de la fissure.

Un tel dispositif de relevé des émissions acoustiques a été mis en place au cours de nos essais afin de visualiser la zone endommagée et son évolution au fil du temps. 6 capteurs piézoélectriques ont été répartis sur les quatre faces principales des échantillons (Figures II.12 et II.13). Ils sont positionnés de manière à être uniformément répartis sur une sphère centrée sur la zone à étudier (Figure II.14). Les capteurs sont plaqués sur la surface de l'échantillon par des élastiques et un joint silicone permet un bon couplage entre les deux.

La position des capteurs étant connue et la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans le matériau calculée par ailleurs (voir plus loin), les inconnues sont au nombre de 4 : les 3 inconnues de la position spatiale de la source et la date de l'événement source. Un minimum de 4 capteurs est donc nécessaire. L'utilisation de 2 capteurs supplémentaires permet de limiter l'effet d'écran de l'entaille initiale et du nuage de microfissures.



FIG. II.12 : 6 capteurs piézoélectriques de diamètre 8 mm et de fréquence de résonance 300 kHz ont été utilisés.

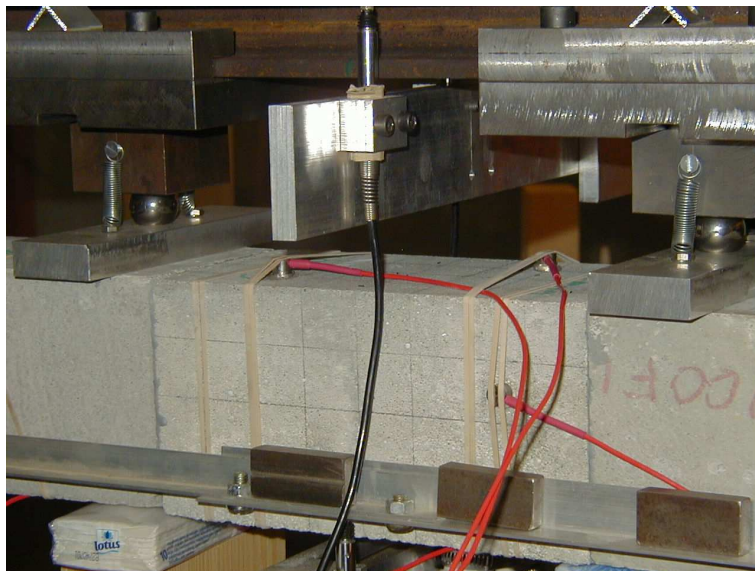


FIG. II.13 : Les capteurs sont maintenus en place par des élastiques qui ceinturent l'échantillon. Un joint de silicone assure un bon couplage entre les capteurs et la surface de l'échantillon.

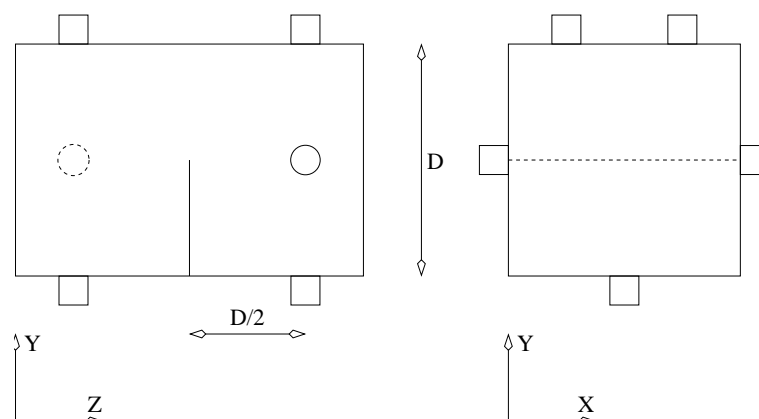


FIG. II.14 : Les capteurs sont disposés sur les 4 faces principales de l'échantillon, autour de la zone à étudier.

Lors du calcul de la position de la source sonore, seuls les 4 premiers capteurs atteints par l'onde sont pris en compte.

Le diamètre des capteurs est de 8 mm et leur fréquence de résonance est 300 kHz . Le signal recueilli est ensuite amplifié avec un gain de 40 dB dans une bande de fréquence comprise entre 10 kHz et 2 MHz . Le bruit est éliminé en fixant un seuil de détection du signal à 33 dB .

Tester le couplage entre les capteurs et la surface, calculer la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans le matériau et évaluer la précision de la localisation requièrent la possibilité de générer des événements acoustiques clairement identifiables sans endommager le matériau. De tels événements peuvent être créés par le bris de mines en graphite sur la surface de l'échantillon (Figure II.15). La reproductibilité de ces événements est assurée par un porte-mine spécial muni d'une collerette en teflon. Les mines sont de diamètre $0,5\text{ mm}$ et de type $2H$, une mine plus dure générant un signal plus net. Ce dispositif fait l'objet d'une norme.

Le couplage entre les capteurs et la surface de l'échantillon est testé en générant des événements acoustiques à proximité directe du capteur. Un signal mesuré d'amplitude supérieure à 90 dB traduit un bon couplage.

Deux capteurs suffisent pour calculer la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans le matériau. Il est nécessaire de connaître la distance séparant la source de chacun des capteurs et la date d'arrivée du signal à chacun d'eux. Pour le mortier utilisé, cette vitesse est d'environ 4500 m/s .

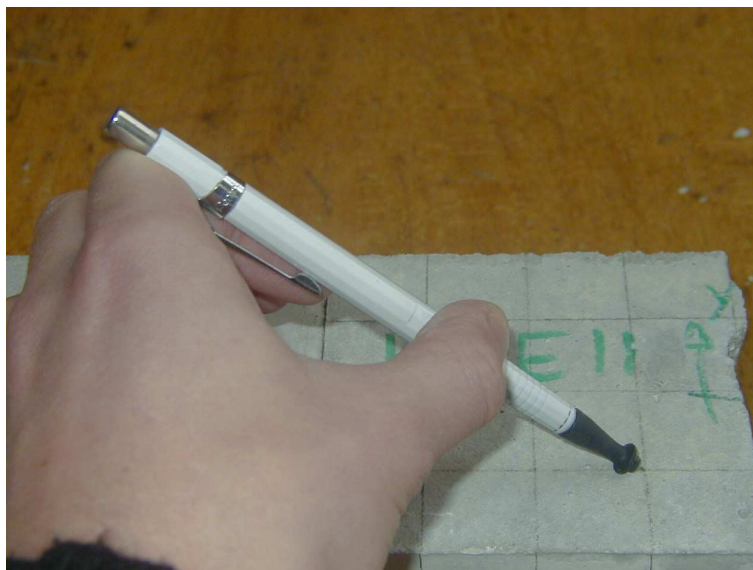


FIG. II.15 : Des événements acoustiques sont générés sur la surface de l'échantillon à l'aide d'un porte-mine muni d'une collerette spéciale.

La technique retenue pour évaluer la précision de la localisation est de créer des événements acoustiques à diverses positions sur le pourtour de l'échantillon et de mesurer l'écart entre la position connue des événements et celle mesurée. En l'occurrence, les événements sont générés sur un quadrillage tracé sur l'échantillon (Figure II.16). La précision relevée est de $\pm 4 \text{ mm}$. Il est à noter que cette valeur est une limite supérieure puisqu'elle est calculée à la périphérie de la zone de mesure des capteurs. Il est attendu que la précision soit plus élevée au cœur du matériau, là où se développera la zone endommagée, du moins tant que le nuage de microfissures sera suffisamment peu dense pour ne pas perturber la vitesse de propagation des ondes acoustiques.

II.2 Résultats

II.2.1 Effet d'échelle sur la charge au pic et la contrainte nominale

Une courbe force-déplacement typique est représentée figure II.17. La complaisance initiale correspondant au régime élastique sera notée λ_0 , la charge au pic P_u et le déplacement correspondant δ_u (figure II.17).

La figure II.18 montre une superposition de courbes force-déplacement obtenues à

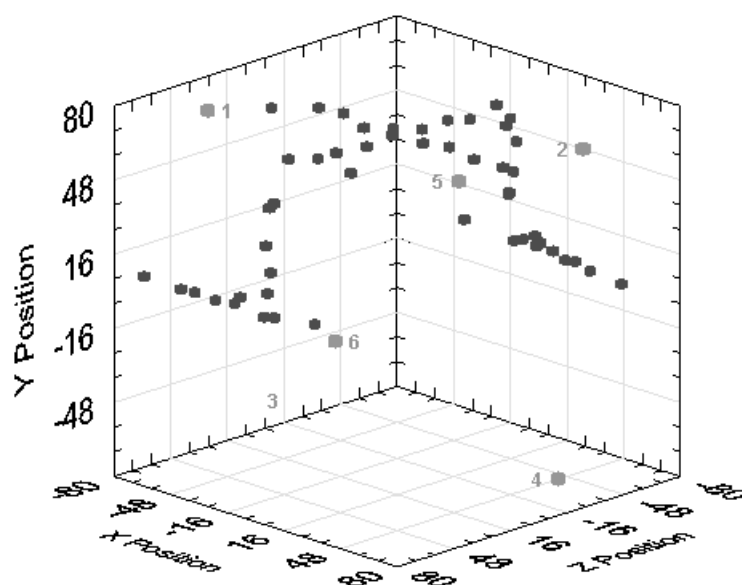


FIG. II.16 : Détection d'événements acoustiques générés suivant un quadrillage tracé sur l'échantillon.

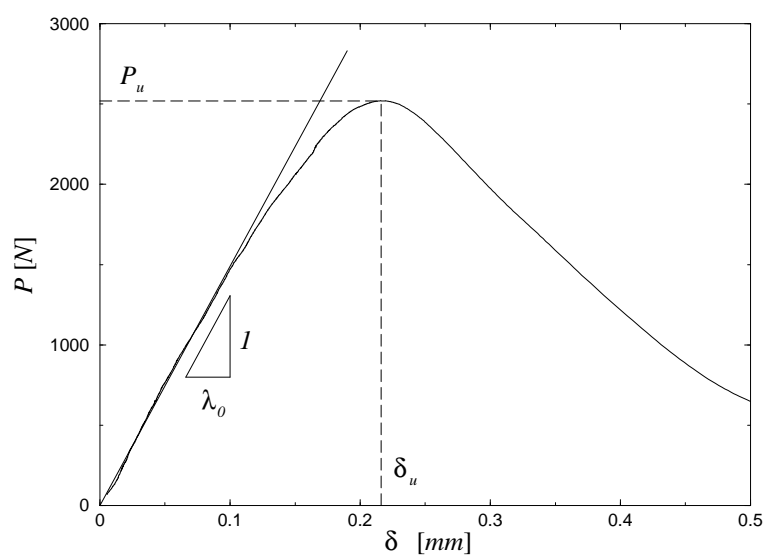


FIG. II.17 : Courbe force-déplacement typique.

partir de 6 tailles d'échantillons. Plus l'échantillon est grand, plus la force au pic est élevée. Il en va de même pour le déplacement au pic de charge. La complaisance, quand à elle, est d'autant plus faible que l'échantillon est grand. Dans une représentation $\log - \log$ de la charge au pic P_u en fonction de la taille D , les points semblent parfaitement alignés (Figure II.19). La charge au pic évoluerait donc en fonction de la taille de l'échantillon selon une loi puissance. Le degré de cette loi puissance serait proche de 1.6.

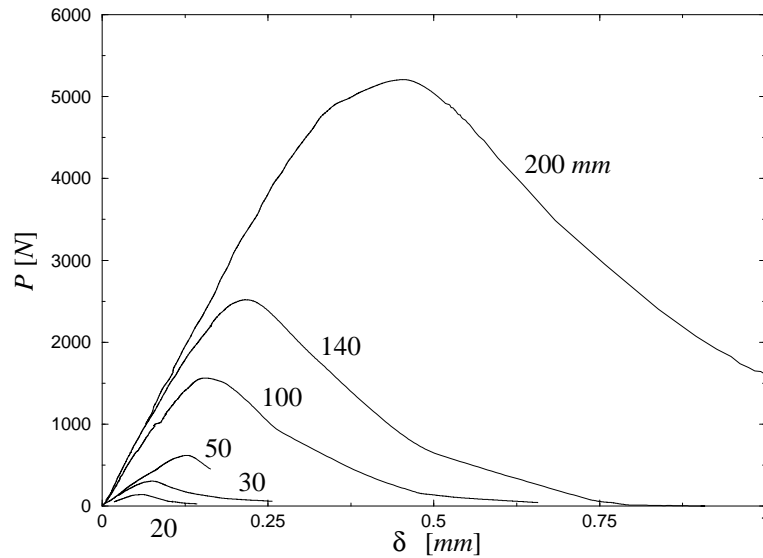


FIG. II.18 : Tracé d'une courbe force-déplacement pour chacune des 6 tailles d'échantillon testées.

Rappelons que le paramètre dont nous souhaitons étudier la variation en fonction de la taille de la structure est non pas la force au pic P_u mais la contrainte nominale σ_N et que cette dernière est définie par l'équation II.1.

$$\sigma_N = \frac{P_u}{BD} \quad (\text{II.1})$$

Si nous traçons la contrainte nominale en fonction de la taille de l'échantillon dans un repère $\log - \log$, l'effet d'échelle sur ce paramètre apparaît plus complexe que la simple loi puissance (Figure II.20). Ce comportement est passé inaperçu pour la charge au pic en raison du degré élevé de la loi puissance observée. De plus, l'effet d'échelle observé correspond, au moins qualitativement, à celui prévu par la loi d'échelle de Bazant [2]. Nous y reviendrons au chapitre V.

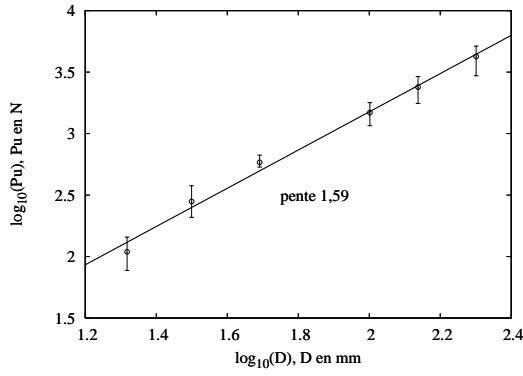


FIG. II.19 : Effet d'échelle sur la force au pic.

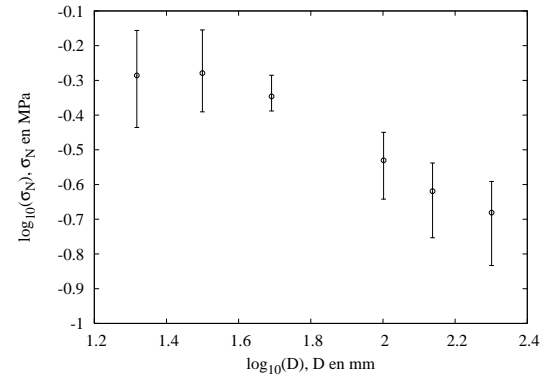


FIG. II.20 : Effet d'échelle sur la contrainte nominale.

II.2.2 Prise en compte du poids propre des échantillons

Notons que, avec une densité moyenne de 2,3, le poids propre des échantillons ne peut être négligé devant la force appliquée pour les plus grandes tailles (Tableau II.2). Il est donc indispensable de faire intervenir celui-ci dans la valeur de la charge au pic et, par conséquent, dans la contrainte nominale. Il a donc été calculé une force équivalente au poids propre de chaque échantillon pouvant être directement additionnée à la force appliquée. Cette force équivalente, notée P_{pp} , est la force qu'il faut appliquer à la structure, aux points de chargement de celle-ci, pour obtenir un déplacement de ces points égal au déplacement provoqué par son poids propre. Le déplacement δ sous l'action combinée de la charge P et du poids propre q s'écrit :

$$\delta(\alpha) = \lambda_q(\alpha)q + \lambda_P(\alpha)P(\alpha) \quad (\text{II.2})$$

avec λ_q et λ_P les complaisances de la structure en flexion 4 points (figure II.21) et sous une charge répartie (figure II.22) respectivement. Ces complaisances ont été calculées par éléments finis. Alors, il est possible d'exprimer P_{pp} en fonction des complaisance et du poids propre :

$$\delta(\alpha) = \lambda_p(\alpha) (P(\alpha) + P_{pp}) \quad (\text{II.3})$$

Et, en conséquence, de (II.2) et (II.3) il vaut :

$$P_{pp} = \frac{\lambda_q(\alpha)}{\lambda_P(\alpha)} q \quad (\text{II.4})$$

Une telle correction n'est facilement applicable que dans le cas où le rapport λ_q/λ_P est indépendant de la longueur relative de fissure α . Il s'avère que cette hypothèse peut être faite sur le domaine de α considéré dans ce travail, $0,5 < \alpha < 0,6$. Les valeurs de P_{pp} obtenues pour toutes les tailles de structure sont reportées dans le tableau II.2. Il est à noter que les résultats présentés sur les figures II.19 et II.20 sont corrigés pour prendre en compte le poids propre des échantillons.

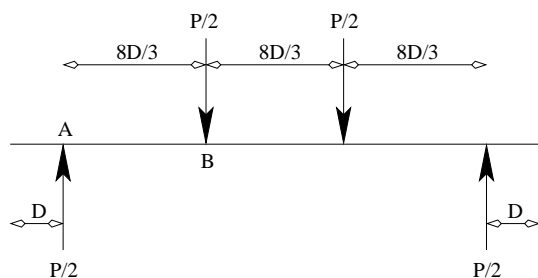


FIG. II.21 : Schéma mécanique des échantillons non pesants en flexion 4 points..

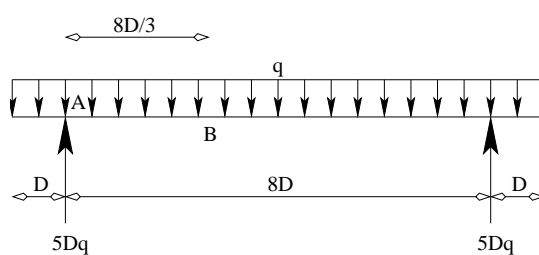


FIG. II.22 : Schéma mécanique des échantillons soumis à leur poids propre seul..

Taille	Masse	P_{pp}	P_u	P_{pp}/P_u
20 mm	0.2 kg	1 N	109 N	0.9 %
30 mm	0.6 kg	3 N	280 N	1.1 %
50 mm	2.9 kg	15 N	583 N	2.6 %
100 mm	22.4 kg	120 N	1483 N	8.1 %
140 mm	60.7 kg	325 N	2388 N	13.6 %
200 mm	180.0 kg	998 N	4231 N	23.6 %

TAB. II.2 : Pour les échantillons de grande taille, le poids propre de la structure ne peut être négligé devant la force appliquée.

II.2.3 Comportement courbe de résistance

II.2.3.1 Origines du comportement courbe de résistance

Rappelons que la fissuration des matériaux quasi-fragiles est caractérisée par le développement d'une zone endommagée, microfissurée, en avant du front de la fissure princi-

pale. Or, plus la taille de la zone endommagée est importante, plus l'énergie nécessaire à l'ouverture du plus grand nombre de microfissures est importante donc plus il faut d'énergie pour propager la fissure principale. L'augmentation de l'énergie consommée par la fissuration et donc de la résistance à la propagation de la fissure G_R qui accompagne le développement de la zone endommagée est appelé comportement courbe de résistance ou comportement courbe-R [1] (Figure II.23).

Or la zone endommagée ne croît pas indéfiniment. Une fois sa taille critique atteinte, les micro-fissures qui continuent de s'ouvrir induisent une translation de la zone endommagée accompagnée d'une propagation de la fissure principale [5] (Figure II.24). Cette stabilisation de la taille de la zone endommagée se traduit par une propagation de fissure à résistance constante (Figure II.23).

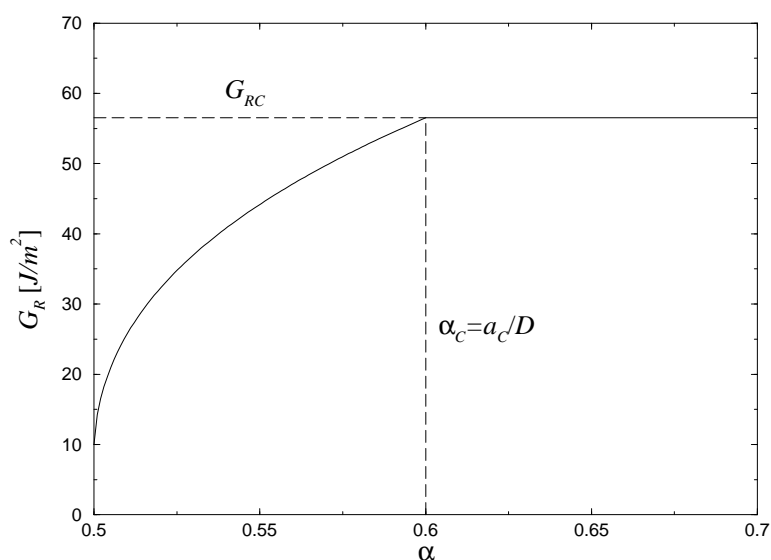
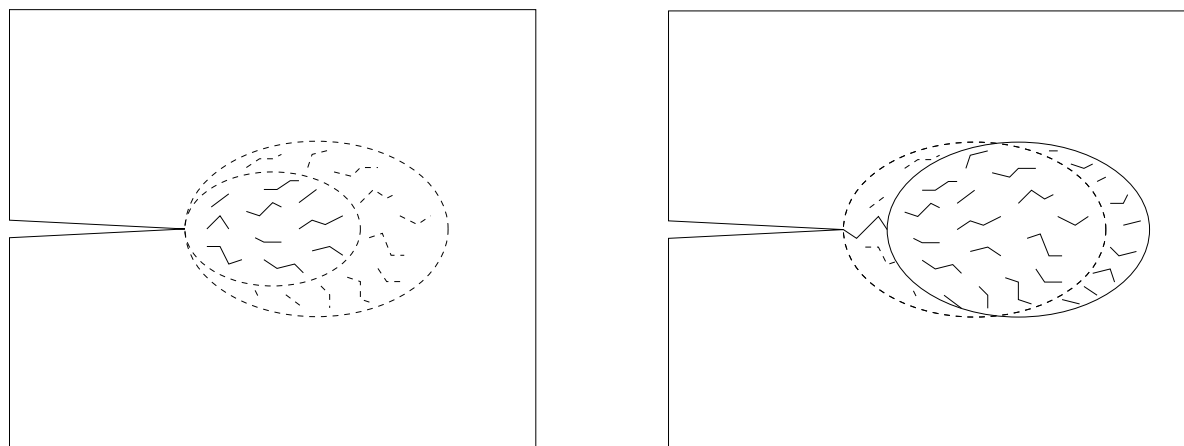


FIG. II.23 : Comportement courbe-R théorique.

II.2.3.2 Approche élastique équivalente

Il est maintenant bien connu que le problème de la fracture des matériaux quasi-fragiles peut être abordé par une approche élastique équivalente [2, 5, 7]. Ainsi, plutôt que d'utiliser la longueur de fissure vraie, difficile à évaluer en raison du nuage de microfissures, il est préférable d'utiliser une longueur de fissure élastique équivalente. Une structure élastique non endommagée mais fissurée sur cette longueur aurait la même souplesse que la structure réelle endommagée. La longueur de fissure élastique équivalente sera notée a , la



(a) La zone endommagée n'a pas encore atteint sa taille critique.

(b) La zone endommagée a atteint sa taille critique et ne croît plus en taille.

FIG. II.24 : Evolution de la zone endommagée.

longueur de l'entaille initiale a_0 et l'incrément de longueur de fissure élastique équivalente Δa (Figure II.25). On introduira également $\alpha = a/D$ afin de disposer d'un paramètre adimensionnel.

$$a = a_0 + \Delta a$$

$$\alpha = \alpha_0 + \theta$$

Par la suite, les termes "longueur de fissure" et "incrément de longueur de fissure" désigneront la longueur de fissure élastique équivalente et l'incrément de longueur de fissure élastique équivalente respectivement.

Une telle approche est possible car les matériaux quasi-fragiles présentent un comportement élastique endommageable. Autrement dit, un matériau quasi-fragile fissuré reste élastique mais la complaisance de la structure est d'autant plus grande que le matériau est endommagé.

II.2.3.3 Calcul de la résistance

La résistance est égale, au signe près, à la dérivée de l'énergie mécanique E_m par rapport à la surface de fissure créée A_p , surface projetée dans le plan moyen de fissuration.

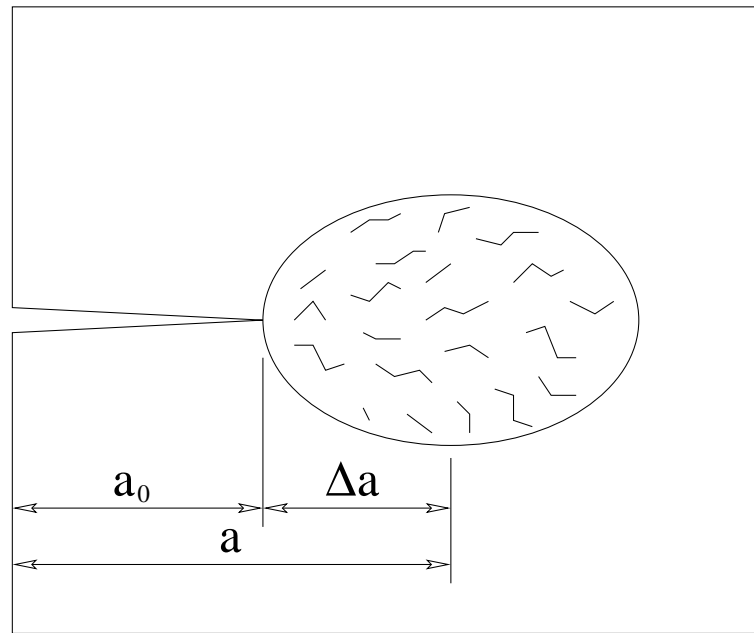


FIG. II.25 : La longueur de fissure élastique équivalente a est égale à la longueur de fissure réelle plus une partie de la longueur de la zone endommagée.

$$G_R = -\frac{\partial E_m}{\partial A_p} = -\frac{1}{BD} \frac{\partial E_m}{\partial \alpha} \quad (\text{II.5})$$

Or l'énergie mécanique est égale au travail des efforts extérieurs diminué de l'énergie de déformation élastique $E_m = W_{ext} - E_{el}$. Si l'on néglige le poids propre de la structure, pour une petite variation de longueur relative de fissure $\delta\alpha$ autour de α , la variation d'énergie mécanique, ou énergie consommée pour la propagation de la fissure élastique équivalente, est égale à l'aire sous la courbe force déplacement dans le secteur limité par les droites d'équation $P = \lambda_P(\alpha - \delta\alpha/2)P$ et $P = \lambda_P(\alpha + \delta\alpha/2)P$. Cette aire est grisée sur la figure II.26. λ_P est la complaisance de la structure. Cette complaisance est définie comme étant le rapport entre la force P exercée sur la structure et le déplacement dû à cette force de ses points d'application. On en déduit la résistance [7–9].

Mais si le poids propre de la structure ne peut pas être négligé, il faut ajouter le travail du poids propre à l'énergie mécanique.

Notons que la courbe-R obtenue amplifie les irrégularités (bruit expérimental) de la courbe force-déplacement. Il est donc indispensable de lisser cette dernière pour obtenir un résultat lisible. Les courbes force-déplacement ont donc été lissées en moyennant la

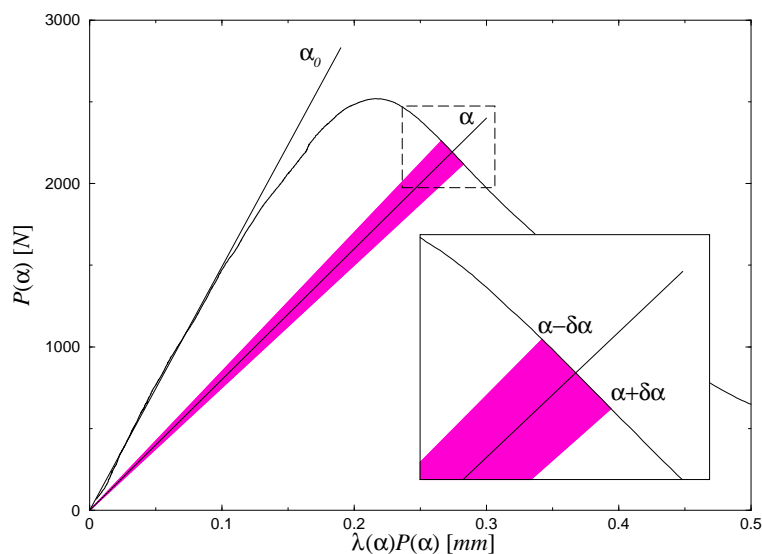


FIG. II.26 : La résistance est calculée pour chaque point de la courbe force-déplacement en considérant une petite variation $\pm\delta\alpha$ de longueur de fissure α .

force dans une fenêtre glissante. Après plusieurs essais permettant de s'assurer que le filtrage est suffisant sans altérer les courbes-R, la largeur de cette fenêtre a été fixée à 21 points de mesure. La fréquence d'acquisition choisie étant de 10 Hz , le filtrage est effectué sur une durée de 2 s .

La variation de longueur relative de fissure $\delta\alpha$ permet également d'obtenir une courbe-R moins bruitée si elle est choisie assez grande. Toutefois, une valeur trop grande peut sensiblement fausser le résultat. La valeur $\delta\alpha = 0,015$ semble réaliser un bon compromis dans le cadre de cette étude.

Le calcul de la résistance nécessite la connaissance de la relation liant la complaisance de la structure à la longueur relative de fissure α dans le cas d'un chargement de flexion 4 points mais aussi dans le cas d'une charge uniformément répartie pour la prise en compte du poids propre de la structure.

II.2.3.4 Calcul de la complaisance de la structure par éléments finis

Le calcul par éléments finis de la complaisance en fonction de la longueur de fissure est effectué à l'aide du code éléments finis CASTEM2000. Un maillage composé de 5 couronnes d'éléments concentriques est utilisé pour le fond de fissure (Figure II.27). A chaque pas de calcul, cet élément de maillage rayonnant est déplacé du pas d'avancée

de la fissure depuis le fond de l'entaille initiale jusqu'au bord supérieur de l'échantillon. Le maillage de la zone entourant le trajet de la fissure permet un passage progressif du maillage fin du fond de fissure au maillage plus grossier du reste de l'échantillon (Figures II.28 et II.29).

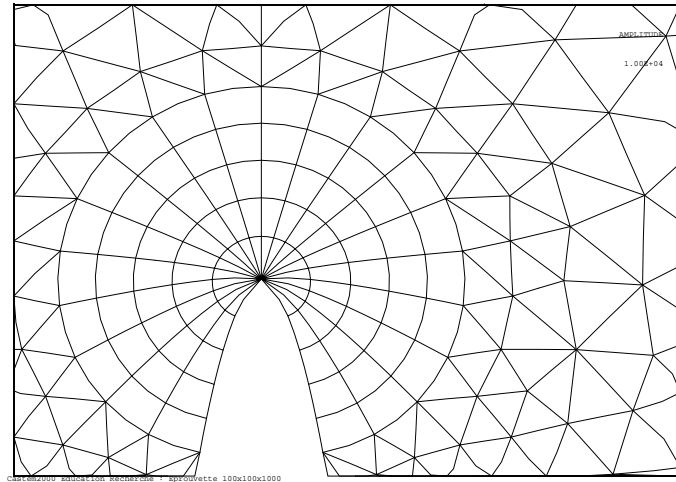


FIG. II.27 : Maillage rayonnant déformé du fond de fissure.

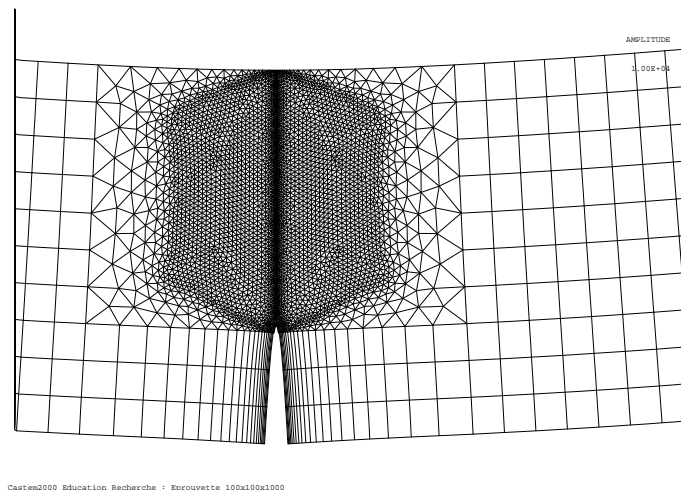


FIG. II.28 : Maillage de la zone environnant le trajet de la fissure.

Pour chaque longueur de fissure, deux calculs sont effectués correspondants à deux types de chargement. Un chargement en 4 points imitant l'effort exercé par la presse sur la structure (Figure II.21) et un chargement uniformément réparti imitant l'effet du poids

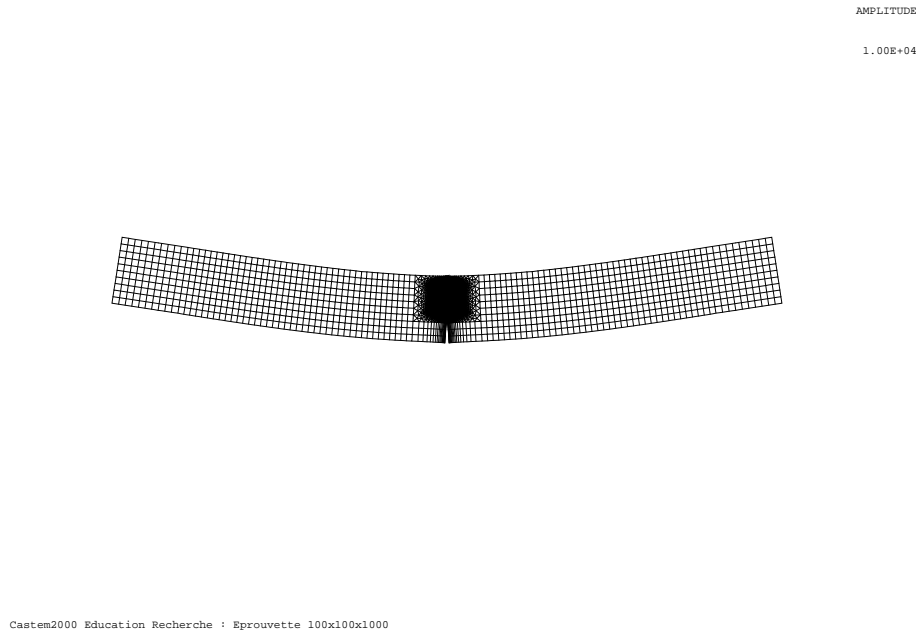


FIG. II.29 : Maillage complet de l'échantillon sous sollicitation.

propre (Figure II.22). On en déduit deux complaisances λ_P et λ_q . Le déplacement des points d'application de la force sous l'action conjointe de la force P et du poids propre q se calcule de la manière suivante :

$$\delta(\alpha) = \lambda_q(\alpha)q + \lambda_P(\alpha)P(\alpha) \quad (\text{II.6})$$

Notons que les déplacements mesurés expérimentalement n'incluent pas la flèche initiale de la structure soumise à son seul poids propre.

$$\delta(\alpha) = \delta_{mesure} + \delta_0 = \delta_{mesure} + \lambda_q(\alpha_0)q \quad (\text{II.7})$$

De plus, le calcul du travail du poids propre impose de connaître la déformée complète de la poutre. Ainsi, pour chaque longueur de fissure, le déplacement de chaque noeud de la fibre supérieure de la poutre pour une charge q unitaire est enregistré. La fibre supérieure est choisie par facilité, la fibre neutre étant dépendante de la longueur de fissure.

Pour le calcul, en contraintes planes, le module de Young E du mortier est pris égal à 33 GPa et le coefficient de poisson ν égal à 0,2. Le matériau est élastique isotrope et,

par conséquent, les complaisances calculées sont inversement proportionnelles au module de Young utilisé. Cette particularité nous permet, dans le calcul de la résistance, de tenir compte de la variabilité de la complaisance des échantillons testés. Ceci, en ajustant la valeur de la complaisance pour une longueur de fissure donnée en la multipliant par le rapport entre la complaisance initiale expérimentale mesurée au cours de la phase élastique (Figure II.17) et la complaisance initiale calculée par la méthode éléments finis.

Il est à noter que la complaisance est ici exprimée en mm^2/N , c'est à dire pour un échantillon d'épaisseur 1 mm . Cette disposition permet d'obtenir une courbe $\lambda(\alpha)$ unique, indépendante de la taille de l'échantillon (Figure II.30).

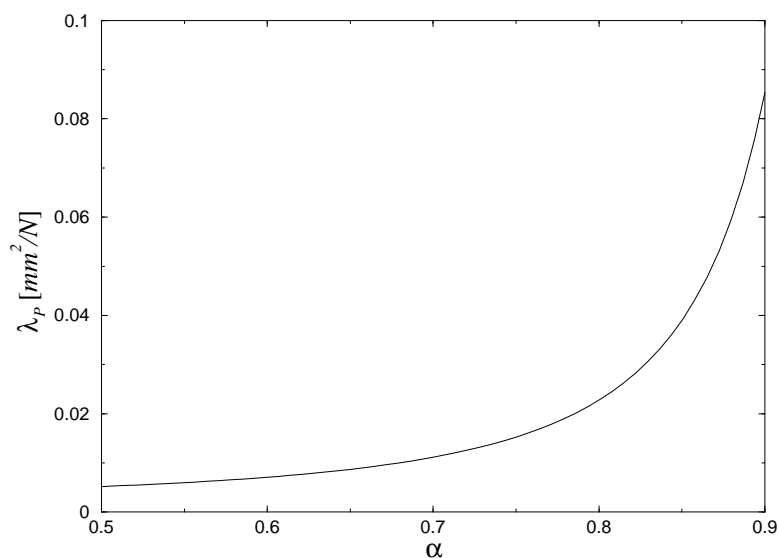


FIG. II.30 : Complaisance de la structure pour un chargement de type flexion 4 points en fonction de la longueur relative de fissure. Elle est définie comme étant le rapport entre la force appliquée à la structure et le déplacement du à cette force de ses points d'application. Elle est, de plus, calculée pour une poutre d'épaisseur unité.

Cette modélisation par éléments finis a également permis de déterminer une longueur d'entaille a_0 assurant une propagation stable de la fissure. La longueur choisie, $a_0 = 0.5D$, laisse néanmoins une légère instabilité au démarrage de la fissuration (Figure II.31). Cette instabilité due à la géométrie est compensée par la stabilité apportée par le développement de la zone endommagée caractéristique des matériaux quasi-fragiles.

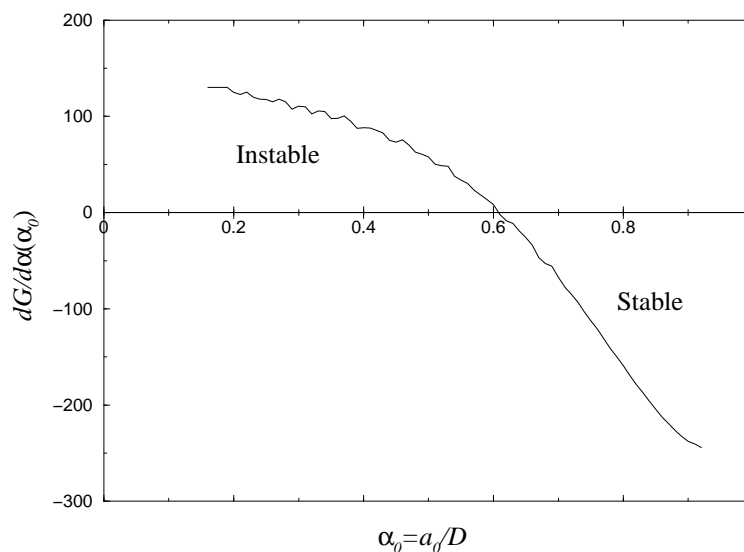


FIG. II.31 : Une étude par éléments finis de stabilité de la propagation de la fissure a été faite.

II.2.3.5 Courbes-R expérimentales

Une constatation s'impose : l'allure des courbes-R obtenues expérimentalement (Figure II.32) ne correspond pas avec la forme théorique de ces courbes (Figure II.23). Quelle que soit la taille de la structure, la courbure semble correspondre jusqu'à 60 % de longueur relative de fissure et même un peu plus mais, au-delà, la tendance s'inverse et la résistance croît exponentiellement. Quant à la saturation, elle ne survient jamais. La sollicitation de flexion explique cet état de fait. En effet, tant que la zone endommagée se développe dans la zone tendue, l'allure de la courbe-R correspond à la courbe théorique mais lorsque la zone endommagée atteint la zone comprimée, l'ouverture des microfissures est gênée et la fissuration consomme plus d'énergie (Figure II.33). Ce phénomène était attendu mais on pouvait espérer que la taille critique de la zone endommagée soit suffisamment faible pour qu'une partie de la saturation soit observable au moins sur les échantillons les plus gros. La première partie des courbes-R, correspondant à une longueur relative de fissure $\alpha < 0.6$, peut être considérée comme exploitable tandis que la seconde partie, $\alpha > 0.6$, est fortement influencée par les conditions aux limites.

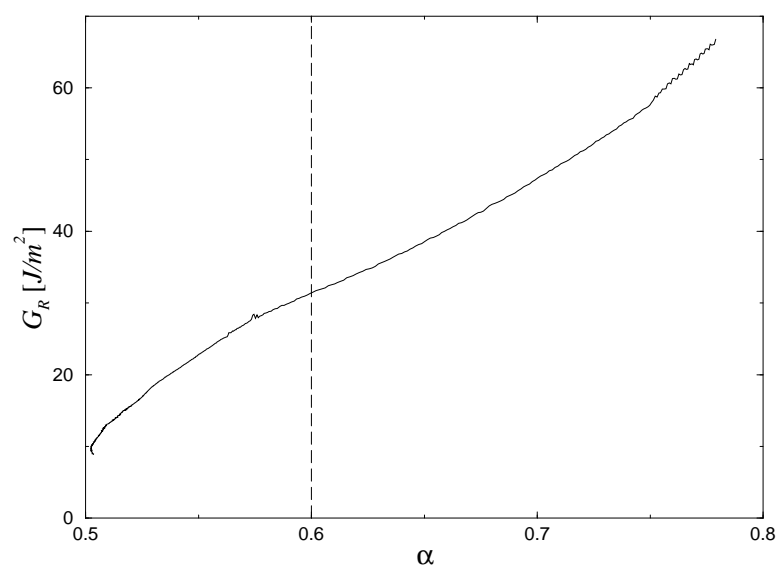


FIG. II.32 : Exemple de courbe-R obtenue expérimentalement.

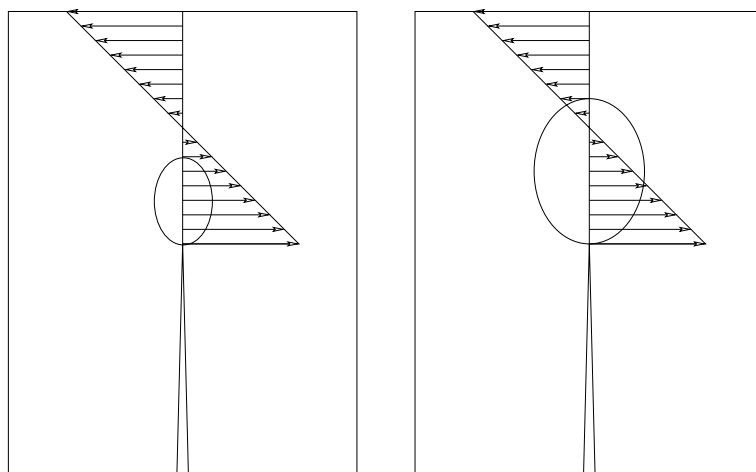


FIG. II.33 : Lorsque la zone endommagée atteint la zone de mortier comprimé, la nucléation et la propagation des microfissures requiert plus d'énergie.

II.2.4 Emission acoustique

La totalité des échantillons testés ont été suivis par émission acoustique au cours de leur rupture. Cependant, étant donné le diamètre des capteurs (8 mm), la localisation en 3 dimensions des microfissures n'a été possible que sur les échantillons de taille 50 mm et au delà. Pour les plus petits échantillons, 20 mm et 30 mm , seul un comptage des événements a pu être effectué.

L'ensemble de ces mesures représente un conséquent travail expérimental puisque la mise en place d'un échantillon, son équipement et la vérification du bon couplage entre les capteurs et l'échantillon a nécessité jusqu'à 7 heures pour les plus gros d'entre eux. La somme des informations collectées est toute aussi conséquente. Néanmoins, faute de temps, celles-ci n'ont pas pu être analysées.

Les quelques images d'événements acoustiques localisés réalisées (Figures II.34 et II.35) et les travaux de Haidar *et al.* (en 2D) [10] laissent entrevoir les grandes avancées dans la connaissance de l'évolution de la zone endommagée que peut permettre cette technique.

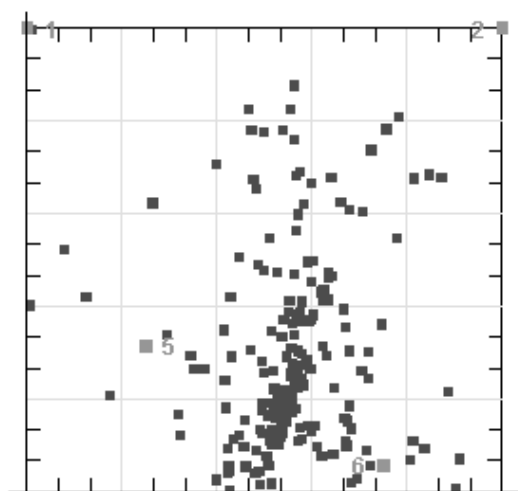


FIG. II.34 : Evénement acoustiques localisés lors de la rupture d'un échantillon de taille $D = 140\text{ mm}$. La pointe de l'entaille initiale se situe au milieu de l'axe des abscisses. Seuls les événements de très forte amplitude sont ici représentés.

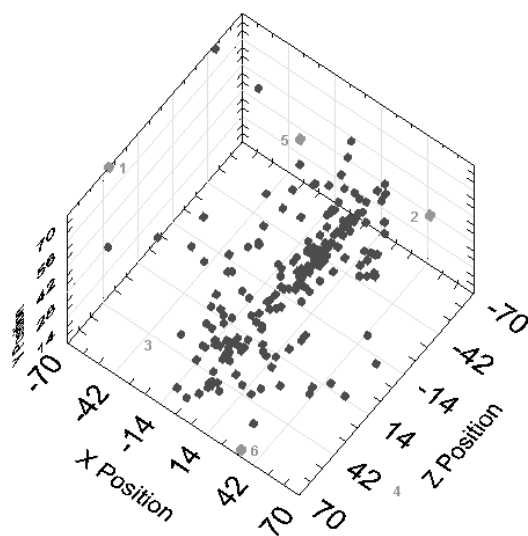


FIG. II.35 : Le matériel d'émission acoustique utilisé permet la localisation en 3 dimensions des événements acoustiques.

Chapitre III

Fractographie quantitative

L'étude de l'effet d'échelle sur la contrainte nominale par observation directe et au travers d'une approche élastique équivalente ayant donné des résultats partiellement exploitables, la fractographie quantitative peut s'avérer être un outil d'analyse intéressant pour combler les manques. Cette approche se base sur l'idée que la morphologie d'une fissure est à l'image de la résistance que le matériau oppose à sa propagation. Plus une surface de fissure est rugueuse, plus l'énergie nécessaire à sa création est importante.

III.1 Numérisation des surfaces de rupture

III.1.1 Appareillage

La première étape de cette nouvelle approche est la numérisation des surfaces de rupture. Les demi-éprouvettes sont sciées pour ne conserver qu'une mince plaquette (Figure III.1).

Les plaquettes obtenues sont cartographiées par un profilomètre laser (Figure III.2). L'appareil mesure l'altitude de la surface éclairée par le laser en analysant la lumière rétro-diffusée par cette dernière. Le diamètre du spot laser est de $25 \mu m$. L'utilisation d'un laser permet une mesure sans contact donc sans risque de détérioration de la surface et rapide puisque la fréquence d'acquisition est de $1000 Hz$. La précision de mesure dépend de la lentille utilisée. Le choix de la lentille est guidé par l'altitude des pics et la profondeur des vallées de la carte. Les caractéristiques des deux lentilles employées sont résumées dans le tableau III.1.



FIG. III.1 : Les demi-éprouvettes sont sciées pour ne conserver qu'une mince plaquette.



FIG. III.2 : Échantillon en cours de cartographie.

Distance focale	Gamme de mesure	Précision
50 mm	8 mm	$\pm 6 \mu m$
75 mm	18 mm	$\pm 10 \mu m$

TAB. III.1 : Caractéristiques des lentilles utilisées.

L'échantillon est déplacé sous le rayon laser grâce à deux tables de déplacement horizontales (Figure III.3). La précision de positionnement des tables est de $2 \mu m$ et leur défaut de planéité est inférieur à $5 \mu m$ sur $50 mm$. La course maximale des tables de déplacement étant de $120 mm$, les surfaces de rupture de $200 mm$ de large ont été cartographiées en deux fois et les cartes obtenues aboutées.



FIG. III.3 : Vue d'ensemble de la station de rugosimétrie et vue rapprochée des tables de déplacement.

L'appareil est piloté par un PC qui recueille également les données. Une caméra, placée en série avec la source laser et la lentille, permet de positionner et de suivre le déplacement du spot sur un écran annexe.

III.1.2 Cartographies obtenues

Les cartes sont constituées de profils parallèles au fond de l'entaille initiale, direction x . Chaque profil est légèrement décalé suivant la direction y , perpendiculaire à la direction x (Figure III.4). Chaque profil compte 1024, 2048 ou 4196 points selon la largeur de la surface à numériser. Le nombre, variable, de profils par carte est compris entre 200 et 800. La résolution des cartographies découle du nombre de profils, du nombre de points par profil et des dimensions de la surface numérisée. Elle varie entre 10 et $26 \mu m$ dans la direction x et entre 15 et $60 \mu m$ dans la direction y .

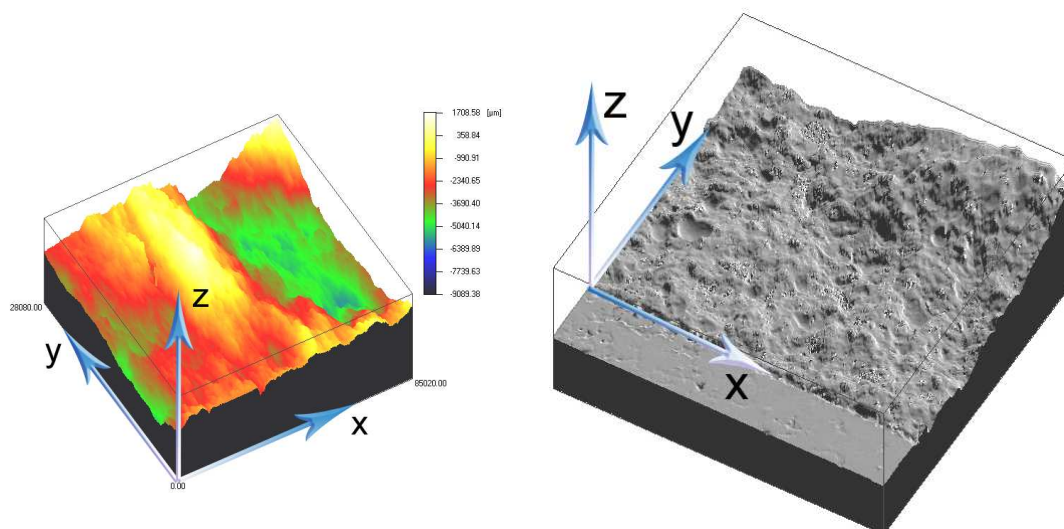


FIG. III.4 : Cartographies de surfaces de rupture.

III.2 Auto affinité

III.2.1 Bibliographie

Inspirés par les travaux de Mandelbrot *et al.* [11], de nombreux travaux statistiques de caractérisation des surfaces de rupture ont été publiés depuis les années 90. Ils portent sur diverses tailles, formes de structure, modes de chargement et sur une large gamme de matériaux aussi différents que des alliages métalliques [8, 12–14], des céramiques [15, 16], des verres [17], des roches [18, 19], de la glace de mer [20] ou encore des essences de bois [9, 21, 22]. E. Bouchaud a publié plusieurs articles dressant un panorama de ces travaux [23, 24]. Toutes ces études ont mis en évidence les propriétés fractales auto-affines des surfaces de rupture.

Si un objet auto-similaire est caractérisé par une invariance lors d'un changement d'échelle, un objet auto-affine est caractérisé par la transformation anisotropique suivante [23] :

$$(x, y, z) \rightarrow (bx, by, b^H z) \quad (\text{III.1})$$

où b désigne le facteur de changement d'échelle dans les directions x et y et où H désigne l'exposant de Hurst que nous noterons ζ_{loc} et appellerons exposant de rugosité local dans le cas particulier de ce travail.

Ce paramètre est lié à la dimension fractale d_F selon l'équation suivante où d_T est la

dimension topologique.

$$d_F = d_T + 1 - \zeta_{loc} \quad (\text{III.2})$$

III.2.2 Exposant de rugosité local

L'auto-affinité d'une surface de rupture peut être observée, en 2 dimensions, sur un profil rugueux ($d_T = 1$) parallèle au fond de l'entaille initiale. Pour cela, un large panel de méthodes a été mis au point. Nous utiliserons la méthode de la bande de largeur variable [23, 25] pour sa simplicité, la méthode de la puissance spectrale [25] et celle du coefficient d'ondelette moyen [26] pour sa fiabilité.

Il est à noter qu'en considérant, en première approximation, un front de fissure uniquement rugueux hors du plan moyen de fissuration (direction z_T), un profil parallèle au fond de l'entaille initiale est alors l'image du front de fissure à un instant donné. Même si le front de fissure réel n'est pas rectiligne dans le plan $x - y$, rappelons que nous considérons le front de fissure élastique équivalent et non le front réel.

III.2.2.1 Méthode de la bande de largeur variable

La rugosité W peut être définie comme étant l'écart type des fluctuations de hauteur d'un morceau du profil contenu dans une fenêtre de largeur l (Figure III.5). La largeur de la fenêtre est alors l'échelle d'observation.

$$W(l) = \left\langle \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l z_T(x_i)^2 - \left(\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l z_T(x_i) \right)^2 \right\rangle_j^{1/2}. \quad (\text{III.3})$$

La figure III.6 est une représentation de la rugosité en fonction de l'échelle dans un plan $\log - \log$. Nous pouvons distinguer deux domaines.

Pour $l \ll \xi$, le comportement est fractal auto-affine. La pente du tracé correspond à l'exposant de rugosité local ζ_{loc} .

Pour $l \gg \xi$, la rugosité sature. En effet, la longueur de corrélation ξ correspondant à la taille du motif fractal, mesurer la rugosité sur un domaine plus grand revient à mesurer la rugosité de plusieurs motifs similaires. La rugosité n'évolue pas avec le nombre de motifs pris en compte, d'où la saturation.

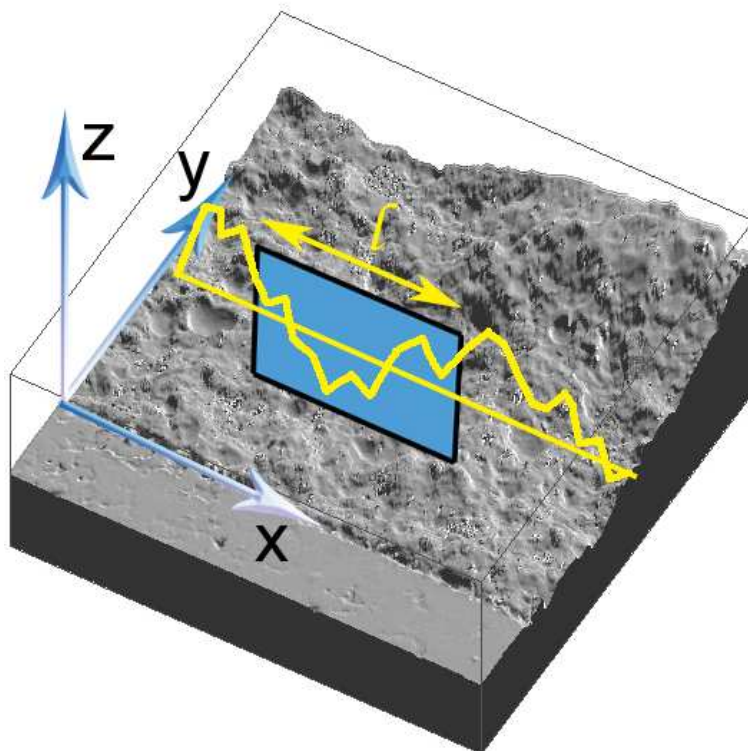


FIG. III.5 : La rugosité W peut être définie comme étant l'écart type des fluctuations de hauteur d'un morceau du profil contenu dans une fenêtre de largeur l .

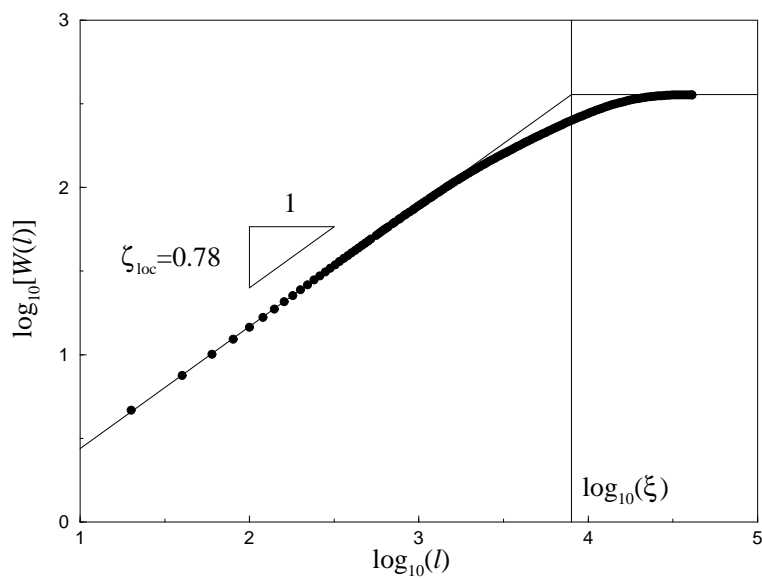


FIG. III.6 : Rugosité W en fonction de l'échelle d'observation l .

La méthode de la bande de largeur variable peut également être employée avec d'autres définitions de la rugosité, par exemple la différence de hauteur entre le point le plus haut et le point le plus bas dans la fenêtre.

III.2.2.2 Méthode de la puissance spectrale

La puissance spectrale est l'amplitude au carré de la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du profil : $\langle z_T(x+\Delta x)z_T(x) \rangle_x$. Exprimée en fonction du vecteur d'onde $k = 1/\Delta x$, elle évolue suivant l'équation III.4 dans le domaine auto-affine (Figure III.7). A l'instar de l'écart type des fluctuations de hauteur, la puissance spectrale sature aux plus basses fréquences.

$$S(k) \sim k^{-(2\zeta_{loc}+1)}. \quad (\text{III.4})$$

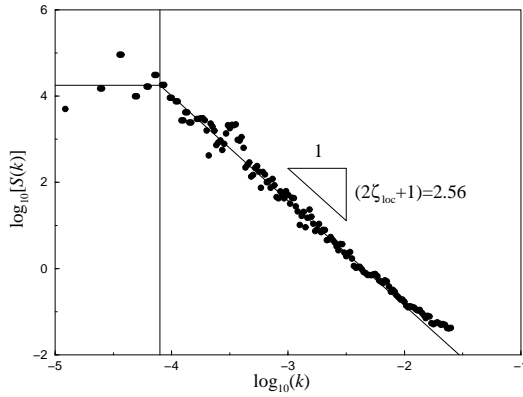


FIG. III.7 : Puissance spectrale S en fonction du vecteur d'onde k .

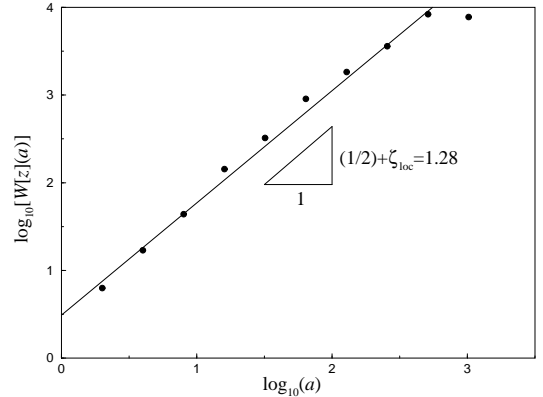


FIG. III.8 : Coefficient d'ondelette moyen $W[z_T]$ en fonction du facteur de translation a .

III.2.2.3 Méthode du coefficient d'ondelette moyen

Cette méthode utilise une transformée par ondelette. Contrairement à la fonction *sinus* utilisée dans une transformée de Fourier, une ondelette est une fonction très localisée dans l'espace et en fréquence. L'ondelette utilisée dans cette étude est de type *Daubechies*. L'ondelette $f(x)$ est transformée par un facteur d'échelle a et un facteur de translation b la manière suivante :

$$f_{a,b}(x) = f\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (\text{III.5})$$

Le coefficient d'ondelette moyen $W[z_T](a, b)$ est défini ainsi :

$$W[z_T](a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f_{a,b}^*(x) z_T(x) dx \quad (\text{III.6})$$

où f^* est la conjuguée complexe de f . L'équation III.7 prédit l'évolution du coefficient d'ondelette moyen $W[z_T]$ en fonction du facteur d'échelle a (Figure III.8).

$$W[z_T](a) \sim a^{1/2 + \zeta_{loc}}. \quad (\text{III.7})$$

III.2.2.4 Résultats

Depuis 1990 et les travaux de E. Bouchaud [12], il est reconnu que l'exposant de rugosité local est universel. Autrement dit, sa valeur ne dépend ni du matériau, ni du mode de rupture. Dans le cas des structures tridimensionnelles, $\zeta_{loc} \approx 0.8$. Les résultats obtenus et synthétisés dans le tableau III.2 sont en accord avec cette valeur universelle. Le détail des résultats par éprouvette est donné en annexe C.

Taille	Ecart type	Puissance spectrale	Ondelette
20 mm	0.74	0.85	0.84
30 mm	0.74	0.82	0.98
50 mm	0.77	0.79	0.89
100 mm	0.71	0.74	0.76
140 mm	0.75	0.78	0.83
200 mm	0.78	0.79	0.85
Moyenne	0.74	0.78	0.84

TAB. III.2 : Exposant de rugosité local moyen obtenu par méthode et pour chaque taille d'échantillons.

III.3 Croissance rugueuse

III.3.1 Description de la croissance rugueuse

Si l'exposant de rugosité local est indépendant de la distance y entre le profil étudié et l'entaille, il existe néanmoins des différences sensibles entre deux tracés de la rugosité W

en fonction de l'échelle d'observation l calculés à deux positions distinctes (Figure III.14).

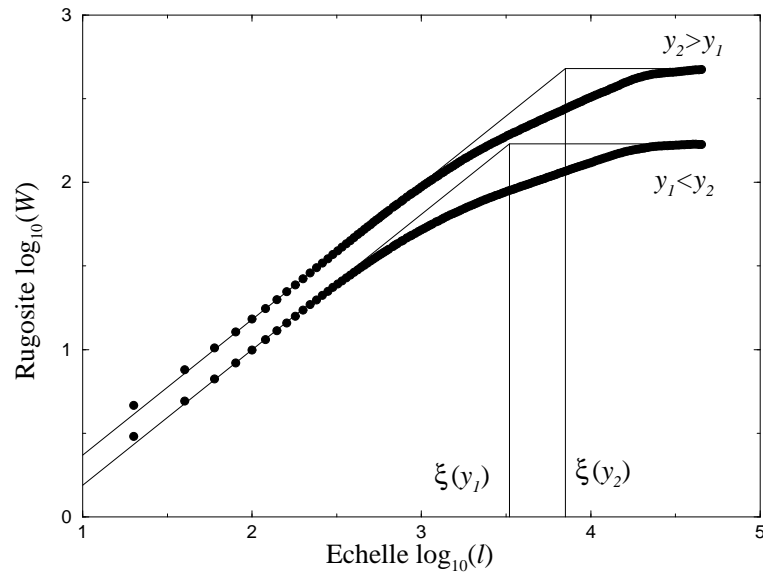


FIG. III.9 : Evolution de la rugosité W en fonction de la distance y à l'entaille.

Premièrement, on observe une augmentation de l'amplitude de la rugosité lorsqu'on s'éloigne de l'entaille. Les domaines auto-affines sont parallèles mais ne se superposent pas d'un tracé à l'autre. Deuxièmement et toujours en s'éloignant de l'entaille, la taille du domaine auto-affine ξ croît également. L'augmentation du préfacteur associée à la croissance du motif auto-affine sans évolution de l'exposant local induit une augmentation de l'amplitude maximale de la rugosité lorsque le profil considéré s'éloigne de l'entaille (Figure III.14).

III.3.2 Limite de la croissance rugueuse

Le développement rugueux a cependant ses limites. Au delà d'une distance à l'entaille que nous noterons y_{sat} , la rugosité sature aux petites échelles (préfacteur) comme aux grandes (amplitude maximale). La longueur de corrélation ξ , par conséquent, cesse également de croître. La figure III.10 montre clairement cette saturation. Sur cette figure, les files de points correspondent chacune à une échelle différente.

Or il a été constaté que y_{sat} correspondait approximativement à la longueur de fissure élastique équivalente critique Δa_C [9]. La fractographie quantitative serait donc en mesure de fournir la taille critique de la zone endommagée que l'analyse des courbes-R ne nous permettait pas d'obtenir. Toutefois, les pentes peu marquées de la croissance rugueuse

dans un diagramme $\log - \log$ et la transition progressive à la saturation ne permettent pas une lecture précise de y_{sat} .

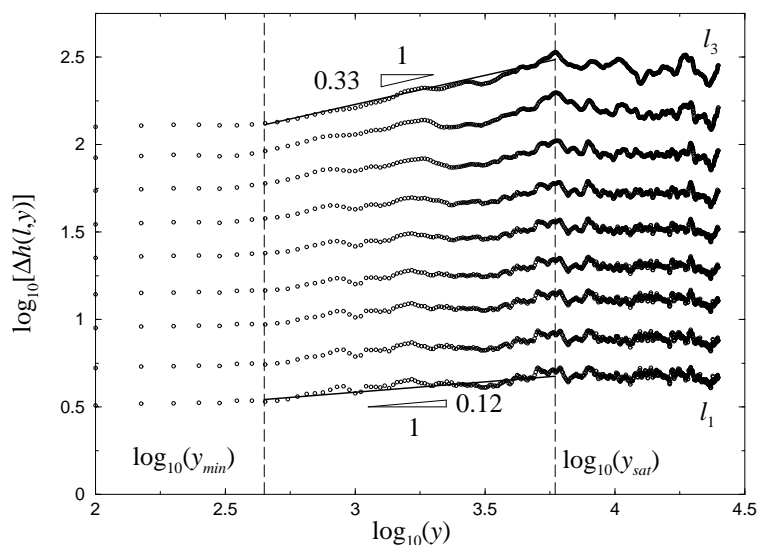


FIG. III.10 : Croissance rugueuse pour différentes échelles d'observation.

L'analyse des résultats obtenus pour les différentes tailles d'échantillons montre que la longueur de corrélation à la saturation ξ_{sat} est directement proportionnelle à la taille de la structure et vaut environ 10 % de la largeur de l'échantillon (Figure III.11).

$$\xi_{sat} = cD \quad (\text{III.8})$$

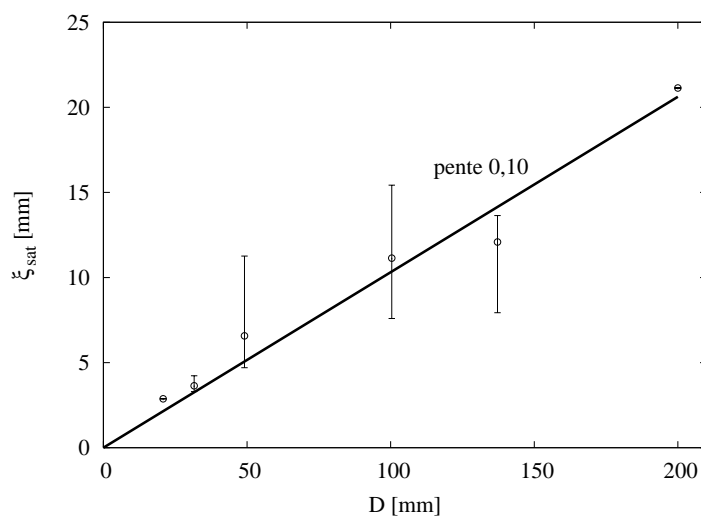


FIG. III.11 : Taille du motif auto-affine mesurée à une distance de l'entaille $y > y_{sat}$. Il apparaît que ξ_{sat} vaut approximativement 10 % de la largeur de l'échantillon.

Sur la figure III.10 on peut également constater que, quelle que soit l'échelle, l'amplitude de la rugosité des profils proches de l'entaille est constante. Ce phénomène est probablement dû à l'épaisseur non nulle de l'entaille. Rappelons que celle-ci est réalisée par l'insertion dans le mortier frais d'une feuille d'acier de 0.4 mm d'épaisseur. La distance à l'entaille au delà de laquelle la croissance rugueuse est observable sera notée y_{min} , sa valeur, proche de 1 mm et très variable, ne semble pas dépendre de la taille de la structure.

III.3.3 Loi d'échelle de Family-Vicsek

La première et la plus fréquemment utilisée des lois d'échelle décrivant une croissance rugueuse est la loi de Family-Vicsek [27]. En plus de l'exposant de rugosité local ζ_{loc} , elle introduit l'exposant dynamique z qui pilote la croissance de la longueur de corrélation ξ .

$$\xi(y) = \mathcal{B}y^{1/z} \quad (\text{III.9})$$

L'équation III.10 décrit entièrement cette loi d'échelle. La figure III.12 est la transcription de cette loi dans un repère tridimensionnel (W, l, y) .

$$W(l, y) \simeq \mathcal{A} \begin{cases} l^{\zeta_{loc}} & \text{si } l \ll \xi(y), \\ \xi(y)^{\zeta_{loc}} & \text{si } l \gg \xi(y), \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Cependant, la loi de Family-Vicsek ne permet pas de rendre compte de l'évolution de l'amplitude de la rugosité aux petites échelles. Une autre loi est nécessaire : la loi anormale d'échelle.

III.3.4 Loi anormale d'échelle

La rugosité anormale a pu être observée dans plusieurs travaux numériques [28–33] et expérimentaux [9, 19, 22, 34–39]. Le nom de cette seconde loi lui vient de ce qu'elle permet de décrire un comportement anormal vis-à-vis de la loi de family-Vicsek. Elle fait intervenir un troisième exposant appelé exposant de rugosité global ζ , distinct de l'exposant local, qui pilote l'évolution de l'amplitude de la rugosité aux grandes échelles et fait apparaître une croissance rugueuse aux petites échelles inexistante dans la loi de

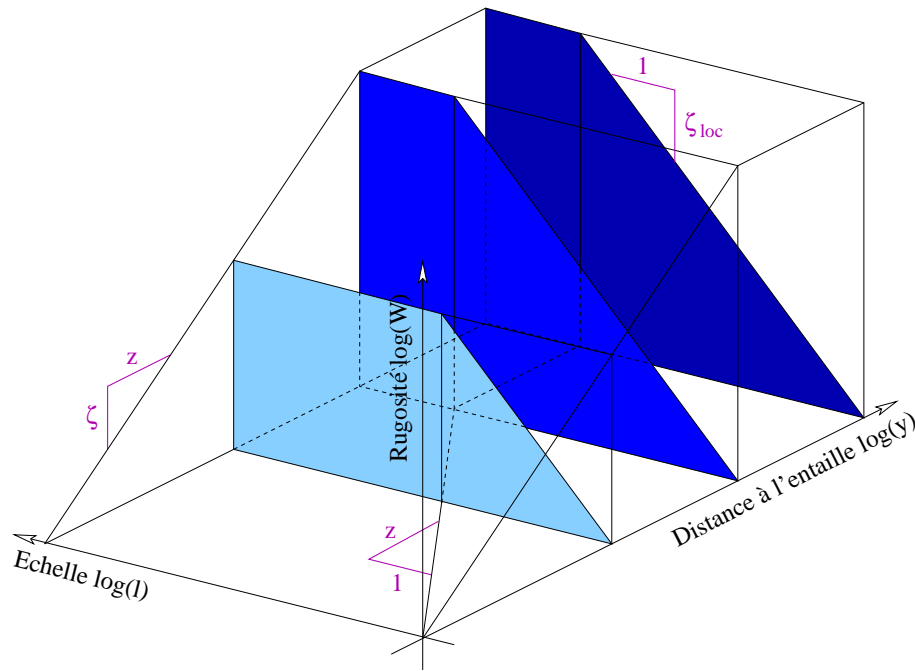


FIG. III.12 : Loi d'échelle de F. Family et T. Vicsek.

Family-Vicsek [31, 32, 40]. Elle est néanmoins plus générale que la loi de Family-Vicsek qui peut être vue comme un cas particulier pour lequel $\zeta = \zeta_{loc}$.

$$W(l, y) \simeq \mathcal{A} \begin{cases} l^{\zeta_{loc}} \xi(y)^{\zeta - \zeta_{loc}} & \text{if } l \ll \xi(y), \\ \xi(y)^{\zeta} & \text{if } l \gg \xi(y), \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

Il est à noter que la loi anormale, comme la loi de Family-Vicsek, est habituellement exprimée en fonction du temps et non en fonction de la position y . Le passage de l'un à l'autre n'est possible que si la vitesse de propagation de la fissure est constante. Dans cette étude, nous supposons que cette condition est vérifiée.

Mais quelle peut être la source de la rugosité anormale ? Il a été récemment montré par López et ses collaborateurs [41] que la croissance rugueuse anormale ne pouvait exister dans des modèles numériques locaux et que, par conséquent, des désordres et/ou des causes non locales devaient en être responsables dans les conditions expérimentales réelles. Parallèlement, Hansen *et al.* [42] ont récemment montré, en effectuant des analyses par ondelettes sur des profils rugueux auto-affines artificiels, que le comportement anormal observé est lié à des causes intrinsèques au signal qui ne se retrouvent pas sur des profils rugueux issus d'expérimentations réelles. Cela suggère que les mécanismes phy-

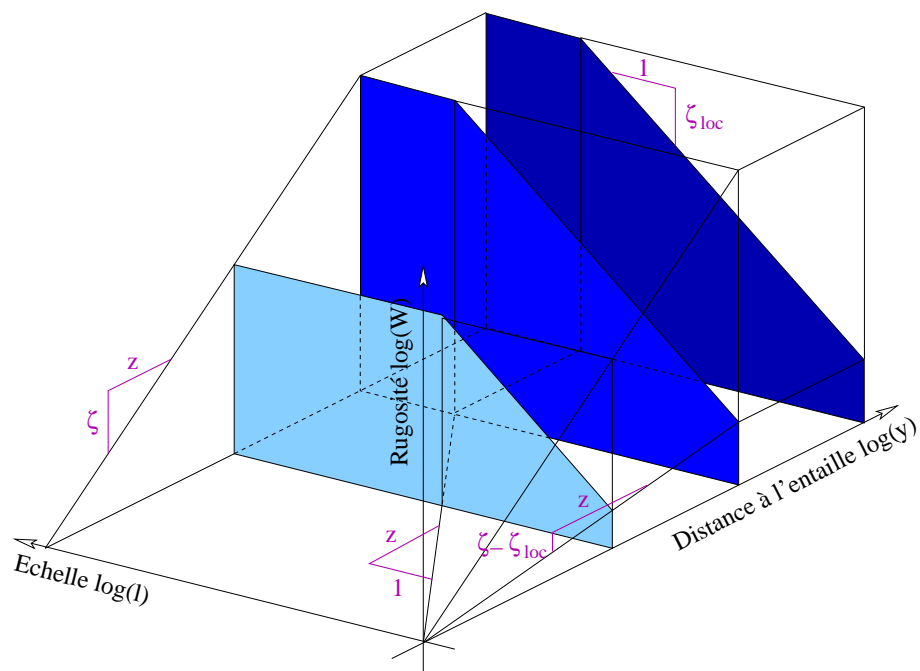


FIG. III.13 : Loi anormale d'échelle.

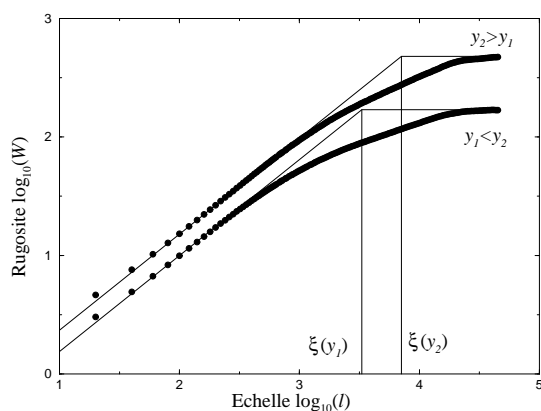


FIG. III.14 : Loi anormale dans le plan $W(l)$.

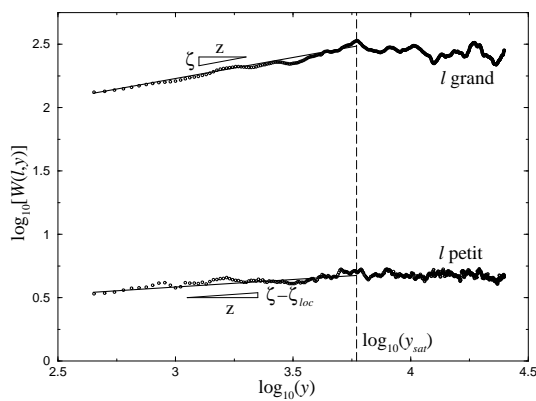


FIG. III.15 : Loi anormale dans le plan $W(y)$.

siques induisant le comportement particulier de la loi anormale aux petites échelles est lié à des changements à grande échelle, en particulier dans la longueur de corrélation auto-affine [42,43]. Ainsi, comme nous l'avons pressenti [39,44], la croissance rugueuse anormale pourrait être l'héritage du développement de la zone endommagée qui caractérise la rupture des matériaux quasi-fragiles. L'existence d'interactions élastiques à grande distance et l'évolution de l'intensité de ces interactions avec l'avancée de la fissure pourrait expliquer la croissance rugueuse particulière aux petites échelles caractéristique du comportement anormal.

De plus, si le développement de la zone endommagée est la source de la croissance anormale, une fissuration impliquant des interactions élastiques à courte portée devrait induire une croissance rugueuse proche celle décrite par la loi de Family-Vicsek. Cela semble confirmé par les résultats de Bonamy *et al.* [45] où les surfaces de rupture, résultat d'un processus de rupture très localisé dans du verre de silice, adoptent un comportement faiblement anormal, c'est à dire proche d'un comportement Family-Vicsek.

III.3.5 Détermination des exposants de rugosité

La méthode la plus simple pour calculer la valeur des exposants de rugosité est de mesurer la pente de la zone de croissance aux petites et aux grandes échelles sur un tracé $\log - \log$ de la rugosité W en fonction de la position y (Figures III.10 et III.15). Selon la loi anormale d'échelle, cette pente est égale à $(\zeta - \zeta_{loc})/z$ aux petites échelles et ζ/z aux grandes. En croisant les deux et connaissant la valeur de ζ_{loc} calculée par ailleurs, on en déduit la valeur de chacun des exposants. Cependant cette méthode est assez sensible au choix des deux échelles utilisées.

López *et al.* [40] proposèrent une méthode simple exploitant l'ensemble des échelles d'observation. Elle utilise la transformation suivante : $g_A(u) = W(l, y)/l^\zeta$ où $u = l/y^{1/z}$. On déduit de l'équation III.11 que la fonction $g_A(u)$ évolue comme suit :

$$g_A(u) \simeq \begin{cases} u^{-(\zeta - \zeta_{loc})} & \text{if } u \ll 1, \\ u^{-\zeta} & \text{if } u \gg 1, \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

Si l'exposant de rugosité global ζ et l'exposant dynamique z sont bien choisis, les tracés de $g_A(u)$ pour tous les profils situés dans la zone de croissance de la rugosité doivent se

superposer (Figure III.16).

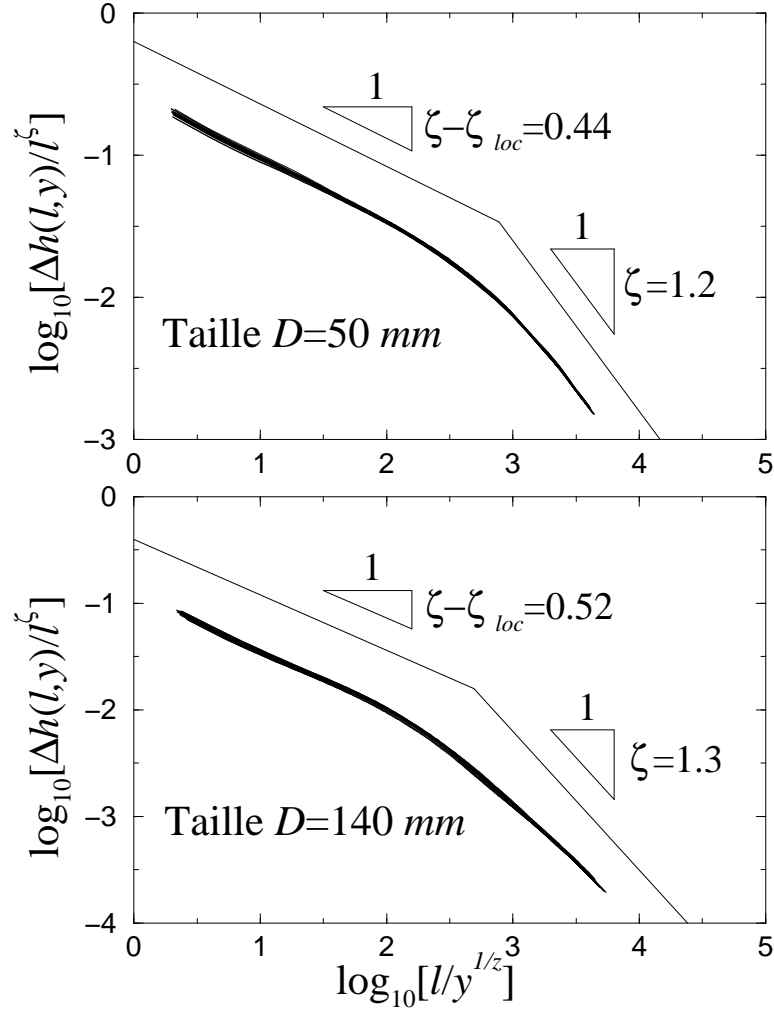


FIG. III.16 : Tracé de $g_A(u)$ pour tous les profils situés dans la zone de croissance de la rugosité et pour deux tailles d'échantillons. Les tracés se superposent au mieux pour les bonnes valeurs de ζ et z .

Une méthode similaire est applicable à la puissance spectrale [19, 38, 40, 46, 47]. Elle utilise la transformation : $s_A(v) = S(k, y)k^{2\zeta_{loc}+1}$ où $v = ky^{1/z}$. Cette fonction d'échelle évolue comme suit :

$$s_A(v) \simeq \begin{cases} v^{2\zeta+1} & \text{if } v \ll 1, \\ v^{2(\zeta-\zeta_{loc})} & \text{if } v \gg 1, \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Comme pour l'écart type, les bonnes valeurs de ζ et z conduisent les tracés à se superposer (Figure III.17).

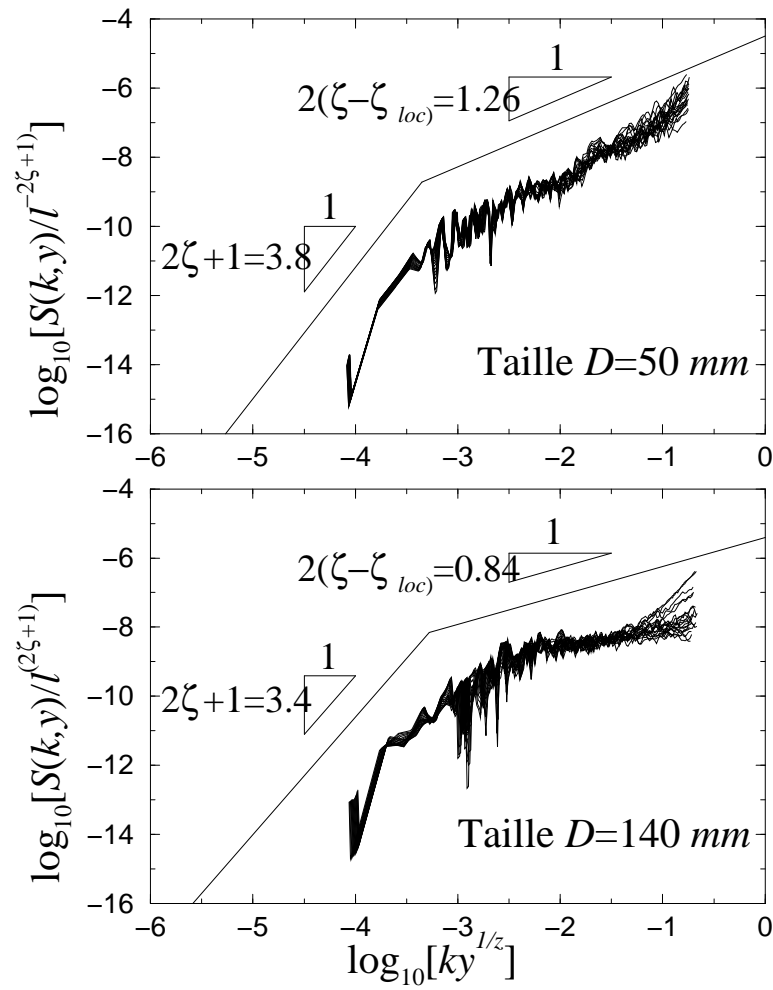


FIG. III.17 : Tracé de $s_A(v)$ pour tous les profils situés dans la zone de croissance de la rugosité et pour deux tailles d'échantillons. Les tracés se superposent au mieux pour les bonnes valeurs de ζ et z .

III.3.6 Résultats

Le croisement des trois méthodes permet de déterminer les exposants caractérisant la morphologie d'une surface de rupture avec une grande fiabilité. Les résultats obtenus sont synthétisés dans le tableau III.3. Le détail des résultats par éprouvette est donné en annexe C.

Taille D	Exposant global ζ	Exposant dynamique z
20 mm	1.1	4.3
30 mm	1.2	5.8
50 mm	1.3	6.5
100 mm	1.3	4.9
140 mm	1.2	4.2
200 mm	1.1	2.3
Moyenne	1.2	5.1

TAB. III.3 : Valeur moyenne des exposants obtenue pour chaque taille d'échantillon.

Les résultats expérimentaux nous autorisent à penser que l'exposant de rugosité global est indépendant de la taille de la structure. Malgré une plus grande variabilité des résultats, il n'est pas déraisonnable de penser qu'il en est de même pour l'exposant dynamique.

De récents travaux de Morel *et al.* [9] ayant avancé l'hypothèse que l'exposant ζ serait indépendant de la forme de la structure, cet exposant serait donc une caractéristique du matériau. Ce point n'est toutefois pas encore tranché [?], en particulier pour l'exposant dynamique z en raison de la difficulté à obtenir une valeur précise pour cet exposant. A titre comparatif, le tableau III.4 expose les exposants obtenus pour 3 matériaux quasi-fragiles : un granit (López and Schmittbuhl [19]) et deux essences de bois (Morel *et al.* [22]).

	Granit	Pin maritime	Epicéa	Mortier
Exposant de rugosité global ζ	1.20	1.35	1.60	1.20
Exposant dynamique z	1.2	2.3	3.0	5.1

TAB. III.4 : Exposants ζ et z obtenus pour différents matériaux quasi-fragiles.

Au final, en se basant sur le raisonnement mené au chapitre III.3.4 sur l'origine de la croissance rugueuse anormale, l'exposant de rugosité global ζ pourrait être dépendant du développement de la zone endommagée et du matériau plutôt que du seul matériau [44,48].

Chapitre IV

Relation entre la morphologie des surfaces et les propriétés de rupture

L'étude de la morphologies des surfaces de rupture a apporté de nombreux renseignements sur l'évolution de la zone endommagée ainsi que sur l'effet de la taille de la structure. Il est désormais avéré que l'évolution de la rugosité d'une surface de rupture d'un matériau quasi-fragile obéit à la loi anormale d'échelle et que les exposants de rugosité sont indépendants de la taille de la structure. L'étude du comportement courbe-R, quant à lui, n'a donné que peu de résultats en raison d'une impossibilité expérimentale à accéder à la résistance critique et à la longueur de fissure associée, fortement liée à la taille critique de la zone endommagée. L'établissement d'un lien théorique entre l'évolution de la rugosité des surfaces de rupture et le comportement courbe-R devrait permettre d'utiliser la partie exploitable des courbes-R pour en obtenir des informations sur la résistance critique.

IV.1 Équilibre énergétique

Plusieurs tentatives de connexions entre la dimension fractale des surfaces de rupture et l'énergie de rupture ont déjà été tentées [2, 11, 15, 49–53]. Cependant, peu de ces modèles analytiques prennent en compte le comportement courbe-R. De plus, ils sont construits sur la base de surfaces de rupture auto-affines isotropes, c'est à dire caractérisées par ζ_{loc} dans la direction x comme y . Ce qui est en contradiction avec la loi anormale d'échelle.

IV.1.1 Critère de Griffith

S. Morel *et al.* [6, 7] ont proposé une approche alternative basée sur le critère de Griffith. Pour un incrément infinitésimal de fissure δa , l'énergie spécifique de surface 2γ , qui caractérise la résistance à la rupture du matériau, s'équilibre avec l'énergie élastique restituée à une échelle macroscopique G_R . La première étant associée à la surface réelle de fissure, rugueuse, créée δA_r et la seconde à sa projection dans le plan moyen de fissuration $\delta A_p = D\delta a$ (Equation IV.1).

$$G_R \delta A_p = 2\gamma \delta A_r \quad (\text{IV.1})$$

L'accroissement réel de surface de fissure s'écrit $\delta A_r = \int_{\Delta a}^{\Delta a + \delta a} \psi(y) dy$ où $\psi(y)$ désigne la longueur développée du profil rugueux à la position y . En première approximation, nous prendrons $\delta A_r \approx \delta a \psi(y)$. L'équation IV.1 devient :

$$G_R = 2\gamma \frac{\psi(y)}{D} \quad (\text{IV.2})$$

IV.1.2 Longueur développée d'un profil rugueux

Il est possible d'estimer la longueur développée ψ d'un profil en le découpant en petits éléments de longueur projetée l_0 . La loi anormale d'échelle (Equation III.11) donne la dénivellation moyenne d'un tel élément : $\mathcal{A}\xi(y)^{\zeta - \zeta_{loc}} l_0^{\zeta_{loc}}$ si $y \ll y_{sat}$ (Figure IV.1). La longueur l_0 doit correspondre à la longueur de coupure inférieure du domaine auto-affine, soit la taille du plus petit élément de la microstructure de la pâte de ciment hydratée (quelques microns). L'équation IV.3 donne la longueur développée d'un profil à la position y .

$$\psi(y) \approx D \begin{cases} \left[1 + \left(\frac{\mathcal{A}\xi(y)^{\zeta - \zeta_{loc}}}{l_0^{1 - \zeta_{loc}}} \right)^2 \right]^{1/2} & \text{si } y \ll y_{sat} \\ \left[1 + \left(\frac{\mathcal{A}\xi_{sat}^{\zeta - \zeta_{loc}}}{l_0^{1 - \zeta_{loc}}} \right)^2 \right]^{1/2} & \text{si } y \gg y_{sat} \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

Il est à noter que lorsque la rugosité sature, $y \gg y_{sat}$, la longueur développée des profils cesse de dépendre de la position y du profil.

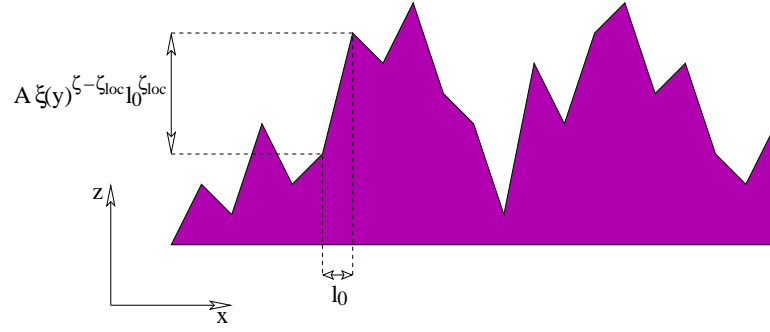


FIG. IV.1 : La longueur développée d'un profil peut être estimée en le découpant en petits éléments de longueur projetée l_0 .

IV.1.3 Résistance

La combinaison des équations IV.2 et IV.3 conduit à l'expression IV.4 [6, 7] pour la résistance G_R en fonction de l'incrément de longueur de fissure Δa et des exposants décrivant la morphologie de la surface de fissure.

$$G_R(\Delta a) \approx 2\gamma \begin{cases} \sqrt{1 + \left(\frac{AB^{\zeta-\zeta_{loc}}}{l_0^{1-\zeta_{loc}}}\right)^2 \Delta a^{2(\zeta-\zeta_{loc})/z}} & \text{si } \Delta a \ll \Delta a_C \\ \sqrt{1 + \left(\frac{AB^{\zeta-\zeta_{loc}}}{l_0^{1-\zeta_{loc}}}\right)^2 \Delta a_C^{2(\zeta-\zeta_{loc})}} & \text{si } \Delta a \gg \Delta a_C \end{cases} \quad (\text{IV.4})$$

Rappelons que la position y_{sat} peut être assimilée à l'incrément de longueur de fissure Δa_C (cf page 47) et que $\xi = \mathcal{B}y^{1/z}$ (III.9).

Le comportement obtenu pour la résistance est similaire à un comportement courbe-R. Tant que Δa reste petit devant Δa_C , $G_R(\Delta a)$ croît à la manière d'une courbe-R. Quant à la saturation, $G_{RC} = G_R(\Delta a \gg \Delta a_C)$ est indépendant de Δa .

De plus, il est important de remarquer qu'une longueur de coupure inférieure au domaine fractal l_0 a été introduite. Cette longueur de coupure correspondrait à la taille du plus petit élément intervenant dans le processus de rupture. Cela conduit à une surface de fissure et à une énergie de rupture finies, ce qui n'est pas le cas dans les modèles proposés par Carpinteri [51], Borodich [53] et Bažant [2] qui sont contraints à utiliser une énergie de rupture fractale (*fractal fracture energy*).

IV.1.4 Effet de taille sur la résistance critique

Dans la section III.3.2, nous avons établi que $\xi_{sat} = \mathcal{B}\Delta a_C^{1/z} = cD$ donc, en introduisant $\phi = \mathcal{A}/l_0^{1-\zeta_{loc}}$ et $D_C = c^{-1}\phi^{-1/(\zeta-\zeta_{loc})}$, le second membre de l'équation IV.4 devient :

$$G_R(\Delta a \gg \Delta a_C) = G_{RC} \approx 2\gamma \sqrt{1 + \left(\frac{D}{D_C}\right)^{2(\zeta-\zeta_{loc})}} \quad (\text{IV.5})$$

Pour les petites structures, c'est à dire $D \ll D_C$, il n'y a pas d'effet de taille sur la résistance critique et $G_{RC} \approx 2\gamma$. En revanche, il existe un effet de taille sous forme de loi puissance pour les grandes structures : $G_{RC}(D \gg D_C) \sim D^{\zeta-\zeta_{loc}}$ (Figure IV.2).

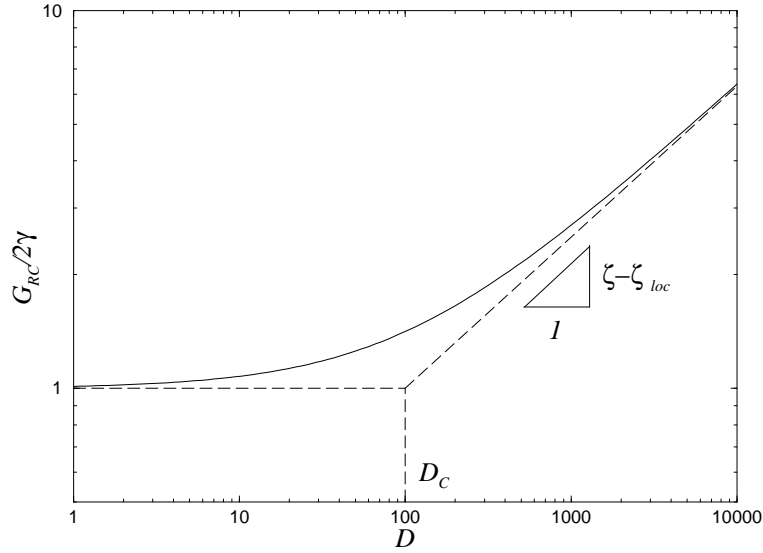


FIG. IV.2 : Effet d'échelle théorique sur la résistance critique obtenue à partir de l'équation IV.5.

Dans le cas de la loi de Family-Vicsek (Equation III.10), il a été montré que la résistance critique est indépendante de la taille de la structure [6] et reflète un comportement élastique parfait (MLER) :

$$G_{RC} \approx 2\gamma \sqrt{1 + \phi^2} \quad (\text{IV.6})$$

où, rappelons-le :

$$\phi = \frac{\mathcal{A}}{l_0^{1-\zeta_{loc}}} \quad (\text{IV.7})$$

Taille des échantillons	y_{sat}
20 mm	1.8 mm
30 mm	2.3 mm
50 mm	3.2 mm
100 mm	9.3 mm
140 mm	7.5 mm
200 mm	5.5 mm

TAB. IV.1 : Position moyenne y_{sat} du profil à partir duquel la rugosité sature pour chaque taille d'échantillons.

IV.2 Introduction d'un critère sur la taille de la zone endommagée

La question de l'effet de la taille de la structure sur la courbe-R ne saurait être totalement résolue sans la connaissance de l'effet de taille sur la longueur de fissure à la saturation Δa_C , autrement dit sur la taille critique de la zone endommagée. La fractographie quantitative, autant pour cette campagne expérimentale (Tableau IV.1) que pour de précédentes [19, 22], semble avoir des difficultés à lever le voile sur la dépendance de Δa_C (ou y_{sat}) à la taille de la structure.

IV.2.1 Introduction d'une résistance critique d'endommagement volumique

Une piste pour résoudre ce problème a été suggérée par Bažant [2]. Elle consiste à considérer que la rupture d'un matériau quasi-fragile n'est pas uniquement caractérisée par son énergie spécifique de surface 2γ mais également par une énergie d'endommagement G_d par unité de volume de la zone endommagée critique. Cela se traduit par l'équilibre énergétique suivant défini pour une zone endommagée complètement développée, $\Delta a = \Delta a_C$:

$$G_d V_{FPZ} = 2\gamma A_r(\Delta a_C) \quad (\text{IV.8})$$

Dans l'équation précédente, V_{FPZ} désigne le volume, à la saturation, de la zone endommagée (*Fracture Process Zone*). En faisant l'hypothèse simplificatrice que la zone endommagée est de forme parallélépipédique, ce volume peut être approché par $V_{FPZ} = D\Delta a_C^2/n$, avec $D\Delta a_C$ la surface de fissure projetée dans le plan moyen de fissuration et $\Delta a_C/n$ la hauteur de la zone endommagée. Nous ferons l'hypothèse que n est une constante (c'est-à-dire indépendante de la taille D).

IV.2.2 Comportement asymptotique aux petites tailles

La théorie de Bažant [2] ne prévoit aucun effet d'échelle pour les structures de petite taille. Il est possible que cette absence d'effet d'échelle soit due au fait que, pour une structure suffisamment petite, la zone endommagée occupe tout le volume de l'échantillon. Il en résulte une absence de concentration de contrainte et une rupture sans propagation de fissure. De plus, la rugosité des surfaces de rupture d'une structure de petite taille tend à être négligeable : $A_r(\Delta a_C, D \ll D_C) \approx D\Delta a_C$. Dans ces conditions, l'équation IV.8 devient :

$$\Delta a_C(D \ll D_C) = n \frac{2\gamma}{G_d} = c^* \quad (\text{IV.9})$$

Ainsi, pour de petites structures, la taille de la zone endommagée tend vers une longueur interne minimale c^* caractéristique du matériau puisque dépendant uniquement de paramètres caractéristiques du matériau. De plus, si $c^* = D - a_0$, la zone endommagée occupe la totalité du ligament de la structure.

$$\lim_{D \rightarrow 0} \left(\theta = \frac{\Delta a_C}{D} \right) = \infty \quad (\text{IV.10})$$

IV.2.3 Comportement asymptotique aux grandes tailles

Pour les grandes tailles de structure, la surface de fissure réelle peut être approchée par $A_r(\Delta a_C) \approx K\Delta a_C\psi(\Delta a_C)$ où $K = (1+\beta)^{-1}$ est une constante fonction des exposants de rugosité. L'équation IV.5 nous donne $\psi(\Delta a \gg \Delta a_C) \approx D(D/D_C)^{\zeta - \zeta_{loc}}$. Nous pouvons en déduire l'expression suivante régissant l'effet de la taille de la structure sur la taille critique de la zone endommagée dans le cas de structures de grande taille :

$$\Delta a_C(D \gg D_C) = c^* K \left(\frac{D}{D_C} \right)^{\zeta - \zeta_{loc}} \quad (\text{IV.11})$$

IV.2.4 Effet de la taille de la structure sur la taille critique de la zone endommagée

Les équations IV.9 et IV.11 définissent deux asymptotes à la loi d'effet de taille de l'incrément de longueur de fissure à la saturation Δa_C . Afin de relier ces asymptotes, nous ferons l'hypothèse, raisonnable, que cette loi d'effet de taille est une somme de deux lois puissance et peut s'écrire de la manière suivante :

$$\Delta a_C = c^* \left(1 + \left(\frac{D}{D_{Ca}} \right)^{\zeta - \zeta_{loc}} \right) \quad (\text{IV.12})$$

où

$$D_{Ca} = \frac{D_C}{K^{1/\zeta - \zeta_{loc}}} \quad (\text{IV.13})$$

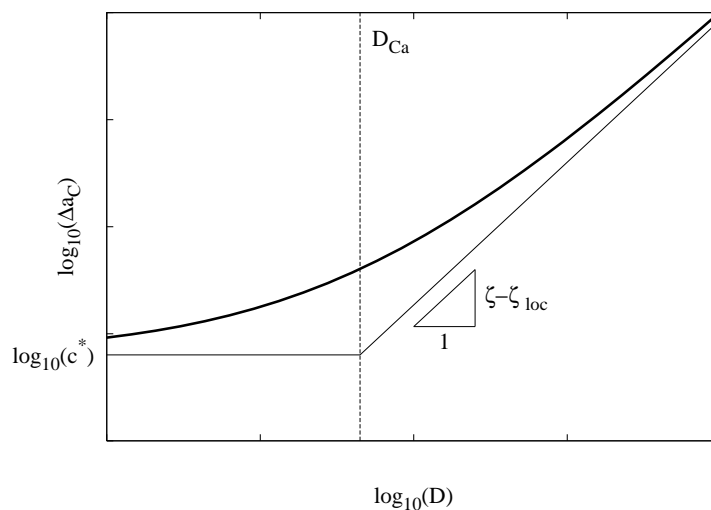


FIG. IV.3 : Effet de la taille D de la structure sur l'incrément de longueur de fissure à la saturation Δa_C .

IV.2.5 Limitation due à la longueur du ligament

L'existence d'une taille critique de zone endommagée minimale c^* implique que, inévitablement, pour une structure suffisamment petite, la zone endommagée occupe la totalité

de l'espace disponible représenté par la longueur du ligament $D - a_0$. Il est donc nécessaire de définir une taille de structure minimale D_{min} en deçà de laquelle les raisonnements décrits dans cette étude ne sont plus valables. Cette taille minimale est atteinte lorsque la taille critique de la zone endommagée Δa_C dont l'équation IV.12 décrit l'évolution est égale à la longueur du ligament $D - a_0$ (Figure IV.4).

$$\Delta a_C(D_{min}) = D_{min} - a_0 = D_{min} - \alpha_0 D_{min} = D_{min}(1 - \alpha_0) \quad (\text{IV.14})$$

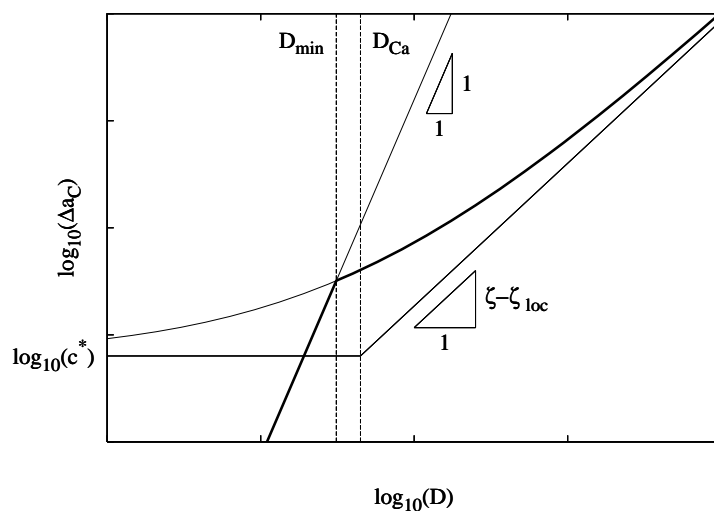


FIG. IV.4 : On définit une taille de structure minimale D_{min} en deçà de laquelle l'effet de taille sur la taille critique de la zone endommagée n'est plus valable car celle-ci occupe tout l'espace disponible..

IV.2.6 Limitation de la taille critique de la zone endommagée

A ce stade du développement du modèle d'effet de taille, la taille critique de la zone endommagée croît indéfiniment avec la taille de la structure. Toutefois, une vision réaliste du processus de rupture peut difficilement s'accommoder d'une zone endommagée de taille infinie. La pointe de fissure ne peut provoquer l'ouverture de microfissures à très grande distance. Il est donc raisonnable d'imaginer une limite supérieure à la taille critique de la zone endommagée Δa_{Cmax} correspondant à une taille D_{max} . Au delà de cette limite, $D \gg D_{max}$, la taille critique de la zone endommagée ne suit plus l'équation ?? mais devient constante et indépendante des dimensions de la structure (Figure IV.5) :

$$\Delta a_C(D \gg D_{max}) = \Delta a_{Cmax} = \text{constante} \quad (\text{IV.15})$$

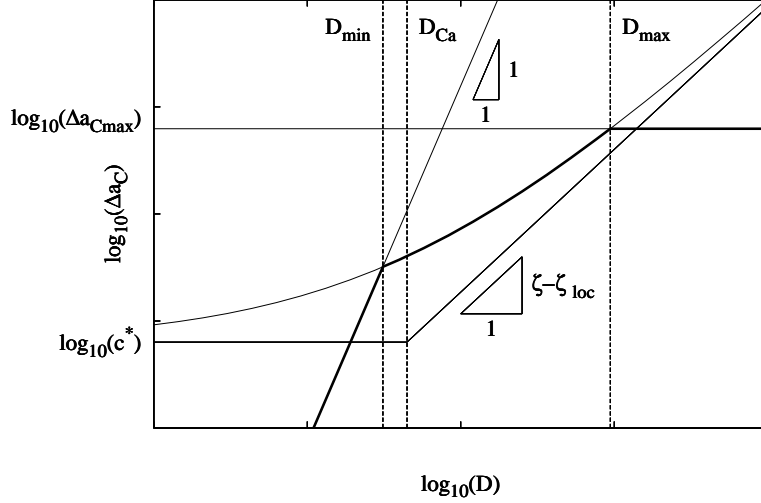


FIG. IV.5 : Si la structure est suffisamment grande, $D \gg D_{max}$, la taille critique de la zone endommagée est constante et indépendante de la taille de la structure..

La longueur critique de la zone endommagée Δa_{Cmax} est alors une longueur interne maximale. Elle correspond à la taille de structure limite D_{max} et elle s'écrit comme suit :

$$\Delta a_{Cmax} = c^* \left(1 + \left(\frac{D_{max}}{D_{Ca}} \right)^{\zeta - \zeta_{loc}} \right) \quad (\text{IV.16})$$

IV.2.7 Effet de taille sur la courbe de résistance

Par définition, $\xi_{sat} = \mathcal{B} \Delta a_C^{1/z}$. De plus, il a été observé expérimentalement que $\xi_{sat} = cD$ (Voir section III.3.2). Il en résulte que le préfacteur \mathcal{B} peut s'exprimer comme suit en fonction de la taille D de la structure :

$$\mathcal{B}(D) = \frac{cD_{Ca}}{c^{*1/z}} \frac{\left(\frac{D}{D_{Ca}} \right)}{\left(1 + \left(\frac{D}{D_{Ca}} \right)^{\zeta - \zeta_{loc}} \right)^{1/z}} \quad (\text{IV.17})$$

L'ensemble $cD_{Ca}c^{*-1/z}$, indépendant de la taille de la structure, sera noté \mathcal{B}^* . Ainsi, en substituant $\mathcal{B}(D)$ dans l'équation IV.4 décrivant la courbe-R on obtient l'expression de la résistance à la propagation de fissure suivante :

$$G_R(\Delta a) = 2\gamma\sqrt{1 + \Omega(D)(\alpha - \alpha_0)^{2\beta}} \quad (\text{IV.18})$$

où

$$\beta = \frac{\zeta - \zeta_{loc}}{z} \quad (\text{IV.19})$$

et

$$\Omega(D) = \left(\Omega^* \frac{\left(\frac{D}{D_{Ca}}\right)^{1+z}}{\left(1 + \left(\frac{D}{D_{Ca}}\right)^{\beta z}\right)} \right)^{2\beta} \quad (\text{IV.20})$$

avec

$$\Omega^* = \phi^{1/\beta} D_{Ca} \mathcal{B}^{*z} \quad (\text{IV.21})$$

IV.3 Ajustement aux courbes de résistance expérimentales

IV.3.1 Résultats obtenus

Les résultats théoriques obtenus doivent encore être confrontés aux données expérimentales. En particulier, l'équation IV.4 décrivant l'augmentation de la résistance à l'avancée de la fissure, la courbe-R. L'équation IV.22 est une forme simplifiée à 3 paramètres de l'équation IV.4. Pour chaque courbe-R, 2γ , Ω et β sont adaptés de manière à faire coïncider au mieux les deux courbes. L'exemple de la figure IV.6 illustre la bonne concordance entre le modèle théorique et les résultats expérimentaux.

$$G_R(\alpha) = 2\gamma\sqrt{1 + \Omega(\alpha - \alpha_0)^{2\beta}} \quad (\text{IV.22})$$

Il apparaît que le paramètre 2γ peut subir de grandes variations sans trop affecter la valeur des deux autres paramètres. En conséquence, il a donc été fixé à une valeur moyenne de 10 J/m^2 . Il est à noter que le rapport $2\gamma/G_{RC}$ est élevé ce qui est synonyme d'une forte augmentation de la résistance à la propagation de la fissure liée à l'endommagement

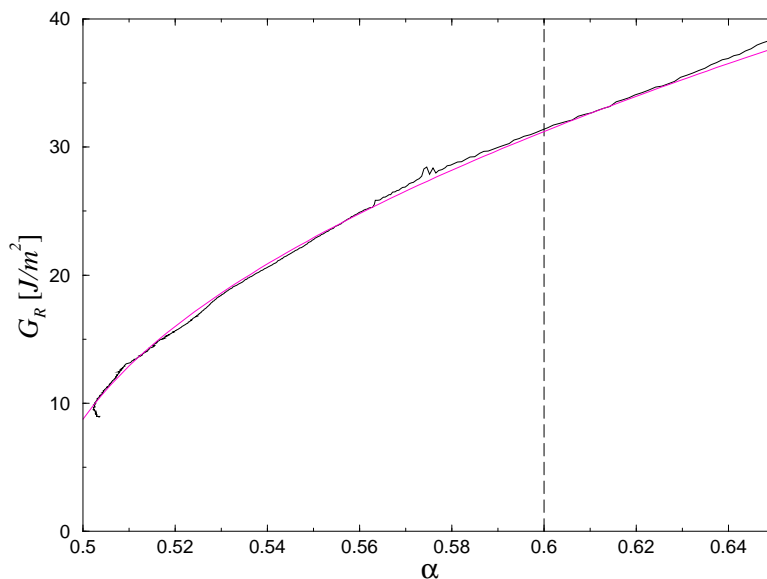


FIG. IV.6 : Ajustement de la loi de comportement théorique (Equation IV.4) sur une courbe-R expérimentale.

de microfissuration. En revanche, le résultat des ajustements s'avère très sensible à la longueur relative de fissure initiale α_0 . Ce paramètre a donc été laissé libre. Le tableau IV.2 résume les résultats obtenus. Le détail par éprouvette figure dans l'annexe G.

IV.3.2 Discussion sur les problèmes d'ajustement

Les résultats de l'ajustement aux courbes-R de leur expression théorique font apparaître un coefficient d'amplification Ω très supérieur à la valeur $(\mathcal{A}l_0^{(\zeta_{loc}-1)})^2(\mathcal{B}^z D)^{2(\zeta-\zeta_{loc})/z}$ prévue par l'équation IV.4. Le rapport entre les deux valeurs est supérieur à 10. Deux idées peuvent expliquer cet état de fait.

Premièrement, la longueur l_0 , distance entre deux points successifs d'une cartographie de surface de rupture n'est peut-être pas la limite inférieure du domaine auto-affine. Néanmoins, imputer la différence d'énergie à la seule prolongation de l'auto-affinité vers des échelles plus petites impliquerait une valeur de l_0 trop petite pour être raisonnable au regard de la microstructure du matériau.

Deuxièmement, la seule surface de fissure principale ne peut rendre compte de la totalité de l'énergie consommée par la fissuration dans la mesure où la zone endommagée est volumique. Elle contient quantité de microfissures en dehors du trajet de la fissure principale. L'énergie consommée par la microfissuration est sans aucun doute très supérieure

Taille des échantillons	Ω	α_0	β
20 mm	62	0.54	0.36
30 mm	156	0.51	0.41
50 mm	112	0.53	0.26
100 mm	246	0.53	0.35
140 mm	310	0.51	0.51
200 mm	228	0.52	0.34
Moyenne	172	0.53	0.37

TAB. IV.2 : Résultats moyens, par taille d'échantillons, obtenus pour l'ajustement de la loi de comportement théorique du comportement courbe-R (Equation IV.4) sur les résultats expérimentaux. L'énergie spécifique de surface 2γ est fixée à $10 J/m^2$ et la longueur relative de fissure initiale α_0 laissée libre.

à la seule énergie consommée par la fissure principale. Il a été montré [9] que l'énergie restituée par un nuage de microfissures dont l'évolution serait décrite par la loi anormale d'échelle conduit à une expression de la courbe-R analogue l'équation IV.4. Ainsi, l'amplification du facteur Ω est expliquée par la densité de microfissures à l'échelle l_0 [9].

La valeur de la courbure de la courbe-R obtenue par l'ajustement de l'équation IV.4 sur les données expérimentales est $\beta_{fit} = 0.37 \pm 0.15$ alors que l'analyse de la rugosité des surfaces de rupture donne $\beta_{rugo} = (\zeta - \zeta_{loc})/z = 0.11 \pm 0.03$. Les deux valeurs, bien que du même ordre de grandeur, ne coïncident pas.

Même si ce modèle, basé sur une idée des plus simples, est quantitativement faux, il décrit parfaitement le comportement courbe-R d'un point de vue qualitatif. Il peut donc être intéressant de continuer à développer ce modèle dans sa forme la plus générale en laissant en suspend la question de l'expression du coefficient d'amplification Ω et de la courbure β en fonction des exposants décrivant la morphologie des surfaces de rupture.

Chapitre V

Modèle d'effet de taille basé sur la courbe de résistance

V.1 Localisation du pic de charge sur la courbe de résistance

V.1.1 Constatations expérimentales

Une question importante, jusque là mise de côté dans ce travail, est la question de la localisation du pic de charge sur la courbe-R. Pour Bažant [2], celui-ci se situe à la transition entre le régime de croissance de la résistance et le plateau de propagation à résistance constante. Si cela est vrai pour certaines géométries [9], nous verrons par la suite ce qui caractérise ces géométries particulières, il a été montré que cela ne l'est pas dans le cas général [54]. La figure V.1 montre l'évolution de la force (ligne continue) et de la résistance (ligne en pointillés) en fonction de la longueur relative de fissure. La ligne verticale repère le pic de charge. Il est clair que ce dernier se situe dans la phase de croissance de la résistance, bien avant que sa valeur critique ne soit atteinte. La figure V.1 montre, en parallèle, l'évolution du nombre d'événements acoustiques enregistrés par unité de temps. On constate que le maximum de l'activité acoustique est atteint bien après le pic de charge, ce qui laisse supposer que la zone endommagée est encore en phase de croissance au pic de charge.

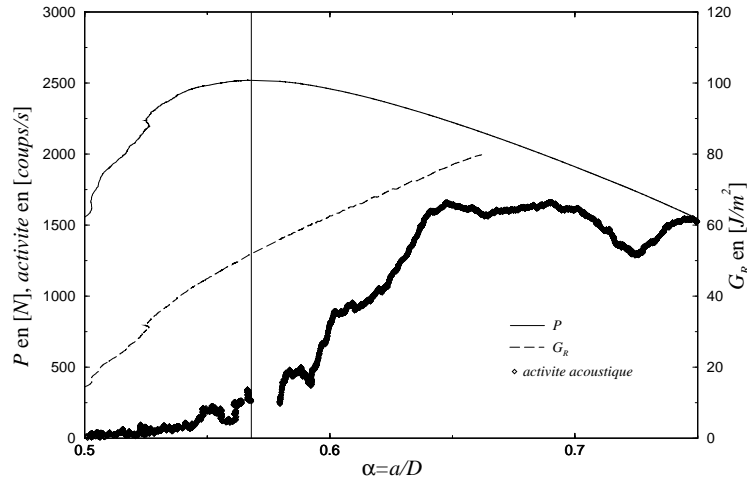


FIG. V.1 : Superposition de 3 courbes représentant la force, la résistance à l'avancée de la fissure et l'activité acoustique en fonction de la longueur relative de fissure pour un échantillon de dimension caractéristique 140 mm.

V.1.2 Vérification théorique

Un raisonnement simple, encore faut-il le mener, permet de localiser, de manière théorique, le pic de charge sur une courbe-R [54]. A celui-ci sont associés une résistance G_{Ru} , une longueur de fissure a_u et une longueur relative de fissure α_u . Considérons, dans un premier temps, un specimen instable, c'est-à-dire un échantillon pour lequel la dérivée partielle de la résistance par rapport à la longueur de fissure est supérieure à la dérivée partielle de l'énergie consommée, $G'(a) > G'_R(a)$. Dans ce cas, le pic de charge est atteint dès l'initiation de la fissure lorsque $G(a_0) = G_R(a_0)$ et une propagation stable de la fissure est impossible car l'énergie consommée par la fissuration croît plus vite que la résistance à la propagation. Ce raisonnement est valable à déplacement imposé comme à force imposée.

Le cas des specimens stables, $G'(a) < G'_R(a)$, mérite une réflexion plus poussée. Partons d'une expression de la résistance selon la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER) :

$$G = \frac{P^2 \lambda'(a)}{2B} \quad (\text{V.1})$$

où, rappelons le, P est la charge appliquée, $\lambda' = \partial\lambda/\partial a$ la dérivée de la complaisance de la structure par rapport à la longueur de fissure élastique équivalente et B la largeur

du specimen.

Puisque la fissure se propage lorsque $G(a) = G_R(a)$, la charge pour laquelle la fissure avance, à une longueur de fissure donnée, peut s'exprimer ainsi :

$$P = \sqrt{2B} \left(\frac{G_R(a)}{\lambda'(a)} \right)^{1/2} \quad (\text{V.2})$$

Un pic de charge est un extremum de la courbe force déplacement par conséquent $\partial P/\partial \delta = 0$ au pic de charge, $\partial P/\partial \delta > 0$ en pre-pic et $\partial P/\partial \delta < 0$ en post-pic. Le signe de $\partial P/\partial \delta$ est alors déterminant pour localiser le pic de charge. Comme $\partial P/\partial \delta = \partial P/\partial a \cdot \partial a/\partial \delta$ et comme $\partial a/\partial \delta > 0$, $\partial P/\partial a$ doit être nul au pic de charge. En dérivant l'équation V.2, on obtient :

$$\frac{\partial P}{\partial a} = \sqrt{\frac{B}{2}} \left(\frac{G_R(a)}{\lambda'(a)} \right)^{-1/2} \left(\frac{G'_R(a)\lambda'(a) - G_R(a)\lambda''(a)}{\lambda'(a)^2} \right) \quad (\text{V.3})$$

où seule la différence $G'_R(a)\lambda'(a) - G_R(a)\lambda''(a)$ n'est pas forcément strictement positive. Il en résulte que le pic de charge est atteint pour la longueur de fissure a solution de l'équation :

$$\frac{G'_R(a)}{G_R(a)} = \frac{\lambda''(a)}{\lambda'(a)} = \frac{g'(a)}{g(a)} \quad (\text{V.4})$$

avec $g(a) = E\lambda'(a)/2$. La figure V.2 illustre la résolution de l'équation V.4 et la détermination graphique du pic de charge. Il est à noter que le précédent raisonnement est valable tant à déplacement imposé qu'à force imposée ce qui implique que le pic de charge est atteint pour la même longueur de fissure dans les deux cas. Seul le comportement en post-pic diffère et est notamment inexistant à force imposée. Notons qu'une courbe-R sera donc tronquée au pic de charge lors d'un essai à force imposée tandis que celle-ci pourra continuer à se développer dans le post-pic lors d'un essai à déplacement imposé [54].

V.2 Effet de taille théorique sur la base de la courbe de résistance analytique

La contrainte nominale σ_N , définie au chapitre III, peut s'exprimer de la manière suivante selon la MLER :

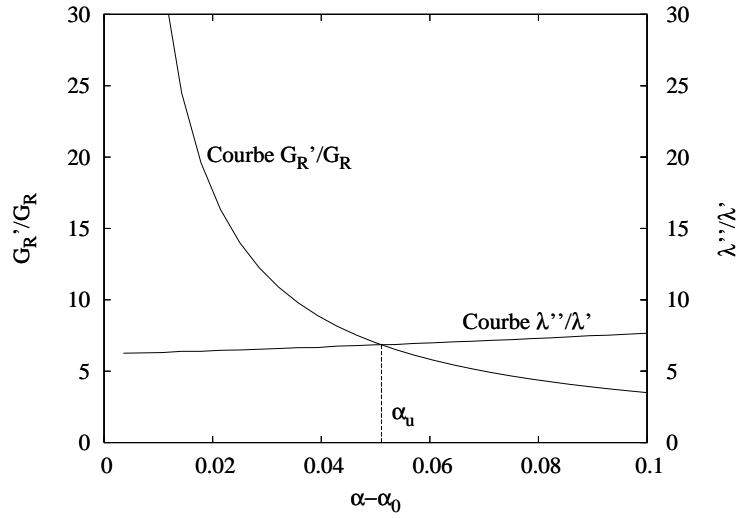


FIG. V.2 : La longueur de fissure au pic de charge a_u s'obtient à l'intersection de la courbe G'_R/G_R et de la courbe λ''/λ' .

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E'G_R(a_u)}{D.g(a_u)}} \quad (\text{V.5})$$

où a_u est la longueur de fissure au pic de charge, G_R la résistance, g la forme adimensionnelle du taux de restitution d'énergie dépendant de la dérivée partielle de la complaisance de la structure par rapport à la longueur de fissure $\lambda'(a_u)$, D la dimension caractéristique de la structure et E' le module d'élasticité effectif du matériau. $E' = E$ en contraintes planes et $E' = E/(1 - \nu^2)$ en déformations planes avec ν le coefficient de poisson du matériau et E son module de Young.

La complaisance de la structure $\lambda(a)$ et la longueur de fissure associée au pic de charge a_u étant connues, la connaissance de l'effet de taille sur la contrainte nominale σ_N passe par la connaissance de celui sur la résistance au pic de charge $G_R(a_u)$.

V.2.1 Effet de taille sur la résistance au pic de charge

A la section V.1.2, nous avons vu que la longueur de fissure correspondant au pic de charge vérifie l'égalité V.4 [54] faisant intervenir la résistance à la propagation de la fissure, la complaisance de la structure et leurs dérivées par rapport à la longueur de fissure. De plus, l'équation IV.18 précédemment établie est une formulation analytique de la courbe-R, $G_R(\alpha)$. De cette seconde équation, on peut écrire une expression du rapport

G'_R/G_R , premier membre de l'équation V.4 :

$$\frac{G'_R(\alpha)}{G_R(\alpha)} = \beta(\alpha - \alpha_0)^{-1} \frac{\Omega(\alpha - \alpha_0)^{2\beta}}{1 + \Omega(\alpha - \alpha_0)^{2\beta}} \quad (\text{V.6})$$

Devant la complexité de résolution d'une telle équation différentielle, une analyse asymptotique peut s'avérer un moyen judicieux de déterminer l'effet de taille sur la résistance au pic de charge G_{Ru} .

V.2.1.1 Comportement asymptotique aux petites tailles

L'effet de taille sur la résistance réside tout entier dans le paramètre Ω défini à la section IV.2.7 par l'équation IV.20 rappelée ci-dessous :

$$\Omega(D) = \left(\Omega^* \frac{\left(\frac{D}{D_{Ca}}\right)^{1+z}}{\left(1 + \left(\frac{D}{D_{Ca}}\right)^{\beta z}\right)} \right)^{2\beta} \quad (\text{V.7})$$

Lorsque D tend vers 0, Ω tend vers 0 et G_{Ru} tend vers une constante :

$$\lim_{D \rightarrow 0} G_{Ru} = 2\gamma \quad (\text{V.8})$$

V.2.1.2 Comportement asymptotique aux grandes tailles

D'après l'équation IV.20, lorsque D devient très grand, il est attendu que Ω varie comme $D^{2\beta z(1+1/z-\beta)}$ et tend vers l'infini. L'équation V.6 devient alors :

$$\lim_{D \rightarrow \infty} \frac{G'_R}{G_R} = \beta(\alpha - \alpha_0)^{-1} \quad (\text{V.9})$$

Par conséquent, lorsque D est suffisamment grand, toutes les courbes $G'_R/G_R(\alpha)$ se confondent en une seule (Figure V.3) qui intercepte la courbe $\lambda''/\lambda'(\alpha)$ pour une longueur relative de fissure au pic de charge α_u unique. Pour la géométrie des échantillons et le matériau employé dans cette étude, $\alpha_{u,unique} = 0,551$. La résistance au pic de charge G_{Ru} varie alors comme $D^{\beta z(1+1/z-\beta)}$ lorsque D est suffisamment grand, i.e., $D \gg D_{Cu}$.

L'effet de taille sur la résistance au pic de charge peut être résumé sous la forme suivante :

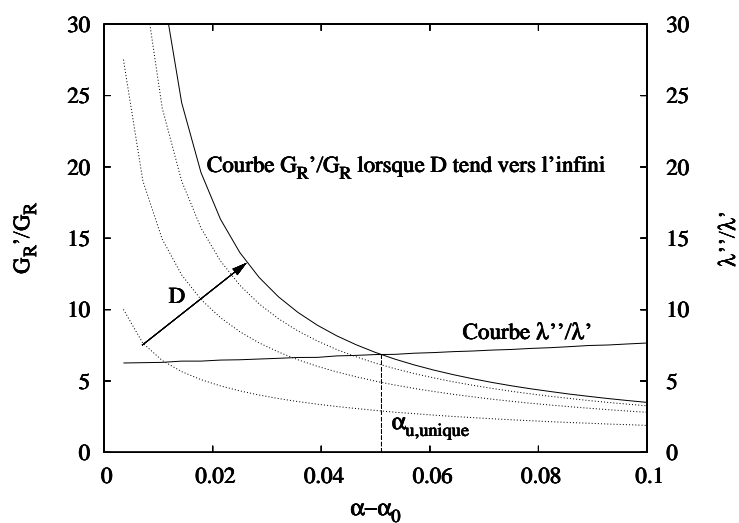


FIG. V.3 : Lorsque la taille D de la structure est suffisamment grande, toutes les courbes $G'_R/G_R(\alpha)$ se confondent en une seule induisant l'unicité de la longueur relative de fissure au pic de charge $\alpha_{u,unique}$.

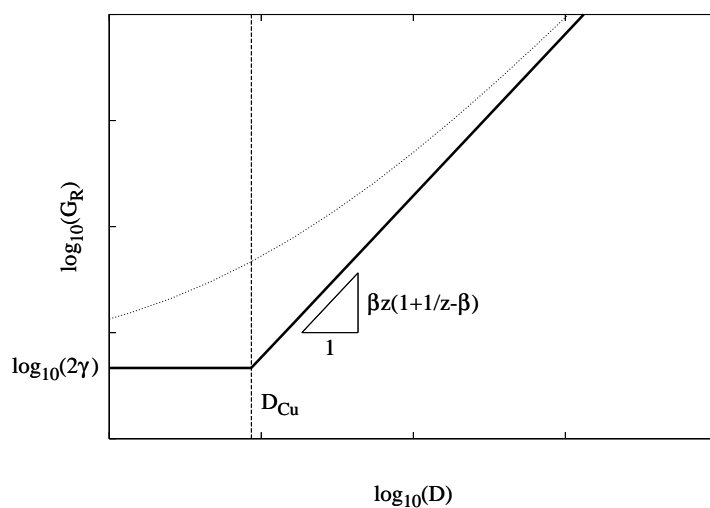


FIG. V.4 : Effet de la taille D de la structure sur la résistance au pic de charge G_{Ru} .

$$G_{Ru} = 2\gamma \left(1 + \left(\frac{D}{D_{Cu}} \right)^{\beta z(1+1/z-\beta)} \right) \quad (\text{V.10})$$

où la taille de transition D_{Cu} s'exprime en fonction de D_{Ca} , α_u , α_0 , Ω^* et des paramètres décrivant la rugosité des surfaces de rupture :

$$D_{Cu} = D_{Ca} ((\alpha_{u,unique} - \alpha_0)\Omega^*)^{\frac{1}{1+z-\beta z}} \quad (\text{V.11})$$

V.2.1.3 Limite imposée par la taille critique de la zone endommagée

De l'analyse asymptotique aux grandes échelles précédente, il résulte que G_{Ru} varie comme $D^{\beta z(1+1/z-\beta)}$ lorsque D est suffisamment grand. Or, le comportement courbe-R est limité par une saturation et G_R est toujours inférieur ou égal à G_{RC} (Section II.2.3). Connaissant l'effet de taille affectant G_{RC} (Equation IV.5), il est nécessaire de s'assurer que l'effet de taille sur G_{Ru} (Equation V.10) ne viole pas la condition $G_{Ru} \leq G_{RC}$.

Étant donnés les ordres de grandeur des paramètres décrivant la morphologie des surfaces de rupture ($\beta \simeq 1,2$ et $z \simeq 5,1$), si la taille de la structure est suffisamment grande, G_{Ru} croît plus vite que G_{RC} lorsque D augmente. Il en résulte que ces deux grandeurs se rejoindront inévitablement pour une taille de structure remarquable D_{CC} telle que :

$$\alpha_{u,unique} - \alpha_0 = \frac{\Delta a_C(D_{CC})}{D_{CC}} \quad (\text{V.12})$$

$$D_{CC} = D_{Cu}^{\frac{z+1-\beta z}{1-\beta z}} D_C^{\frac{-z}{1-\beta z}} \quad (\text{V.13})$$

Pour une taille de structure $D > D_{CC}$, G_{Ru} sera égal à G_{RC} et variera comme $D^{\beta z}$ (Figure V.5).

V.2.1.4 Limitation de la résistance critique

La section IV.2.6 définit une taille de structure limite D_{max} au delà de laquelle la taille critique de la zone endommagée $\Delta a_C(D \gg D_{max}) = \Delta a_{Cmax}$ est indépendante de la taille de la structure D et constante. Cette taille critique maximale de la zone

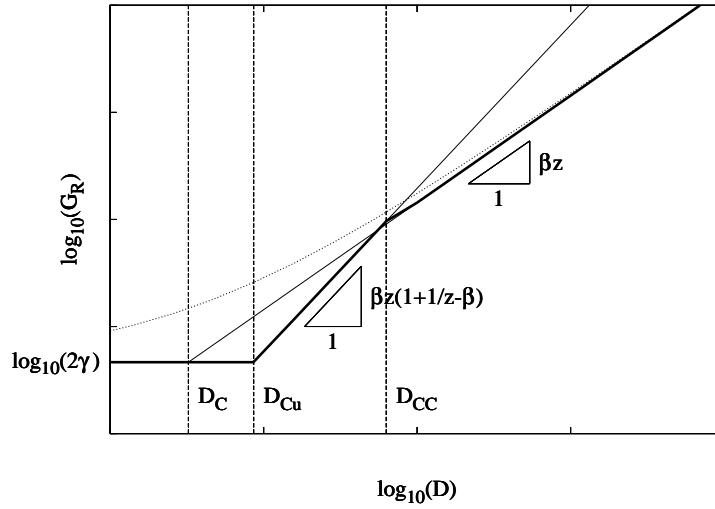


FIG. V.5 : Le taux de restitution d'énergie ne peut excéder la résistance critique qui évolue comme $D^{\beta z}$ si D est suffisamment grand.

endommagée engendre une résistance critique maximale G_{Rmax} (Equation IV.4). De même $G_{Ru} = G_{Rmax}$ si $D \gg D_{max} \gg D_{CC}$ (Figure V.6).

$$G_{Rmax} = 2\gamma \left(\frac{D_{max}}{D_C} \right)^{\beta z} \quad (\text{V.14})$$

De plus, pour $D \gg D_{max}$, $\Omega(D \gg D_{max}) = \Omega_{max}$, la courbe-R devient indépendante de D .

V.2.1.5 Bilan

En réunissant les effets de taille obtenus pour chaque gamme de tailles de structure, on obtient le résultat suivant, illustré par la figure V.6 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } D_{min} \ll D \ll D_{Cu} \quad , \quad G_{Ru} = 2\gamma \\ \text{Si } D_{Cu} \ll D \ll D_{CC} \quad , \quad G_{Ru} \sim D^{\beta z(1+1/z-\beta)} \\ \text{Si } D_{CC} \ll D \ll D_{max} \quad , \quad G_{Ru} \sim D^{\beta z} \\ \text{Si } D \gg D_{max} \quad \quad \quad , \quad G_{Ru} = G_{Rmax} \end{array} \right. \quad (\text{V.15})$$

V.2.2 Effet de taille sur la contrainte nominale

L'effet de taille sur la contrainte nominale σ_N découle directement de l'effet de taille sur la résistance au pic de charge. On rappelle que (Equation V.5) :

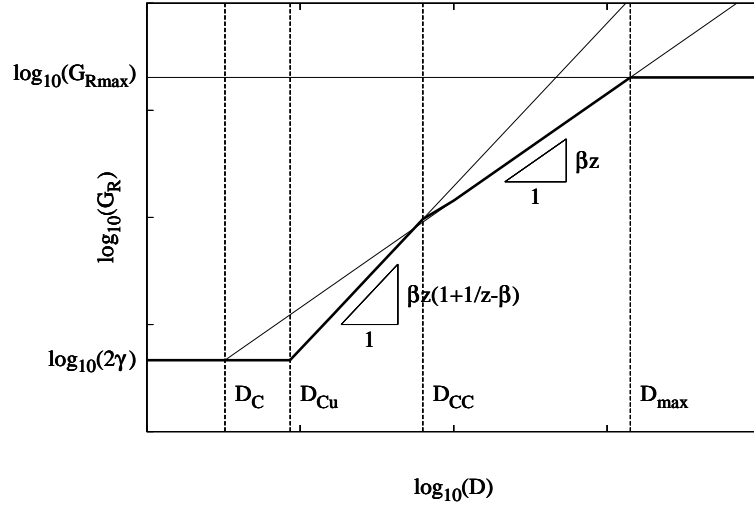


FIG. V.6 : Le taux de restitution d'énergie critique et la taille critique de la zone endommagée cessent de dépendre de la taille de la structure si cette dernière est suffisamment grande.

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E'G(Ru)}{D.g(\alpha_u)}} \quad (\text{V.16})$$

V.2.2.1 Cas où $G_{Ru} = G_{Rmax}$

Soit θ tel que $\alpha_u = \alpha_0 + \theta$ et $\theta = \frac{\Delta a_C}{D}$. Dans le cas où $D \gg D_{max}$, $G_{Ru} = G_{Rmax}$ et $\Delta a_C = \Delta a_{Cmax}$. La contrainte nominale σ_N définie par l'équation V.5 devient :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E'G_{Rmax}}{Dg(\alpha_u)}} \quad (\text{V.17})$$

De plus, $\lim_{D \rightarrow +\infty} \alpha_u = \alpha_0$ car $\lim_{D \rightarrow +\infty} \theta = 0$, ce qui autorise le développement suivant autour de α_0 :

$$\begin{aligned} \sigma_N = \sqrt{\frac{E'G_{Rmax}}{D}} & \left(g(\alpha_0) + g_1(\alpha_0) \frac{\Delta a_{Cmax}}{D} + \frac{1}{2!} g_2(\alpha_0) \left(\frac{\Delta a_{Cmax}}{D} \right)^2 \right. \\ & \left. + \frac{1}{3!} g_3(\alpha_0) \left(\frac{\Delta a_{Cmax}}{D} \right)^3 + \dots \right)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (\text{V.18})$$

avec

$$g_i(\alpha_0) = \frac{\partial^i(\alpha_0)}{\partial \theta^i} \quad (\text{V.19})$$

En arrangeant légèrement l'équation, on obtient :

$$\sigma_N = \sigma_{Nmax} \left(1 + \frac{D}{D_{Nmax}} + b_2 \left(\frac{D_{Nmax}}{D} \right) + b_3 \left(\frac{D_{Nmax}}{D} \right)^2 + \dots \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (V.20)$$

où :

$$\sigma_{Nmax} = \sqrt{\frac{E'G_{Rmax}}{g(\alpha_0)D_{Nmax}}} \quad (V.21)$$

$$D_{Nmax} = \frac{g_1(\alpha_0)}{g(\alpha_0)} \Delta a_{Cmax} \quad (V.22)$$

$$b_i = \frac{g(\alpha_0)^{i-1} g_i(\alpha_0)}{i! g_1(\alpha_0)^i} \quad (V.23)$$

En limitant la suite à ses 2 premiers termes, on obtient une expression de la contrainte nominale similaire à l'expression donnée par Bažant (Equation I.22) qui prévoit un effet de taille de la forme $\sigma_N \sim D^{-1/2}$ lorsque D tend vers $+\infty$ (Effet d'échelle de la MLER).

$$\sigma_N = \frac{\sigma_{Nmax}}{\sqrt{1 + \frac{D}{D_{Nmax}}}} \quad (V.24)$$

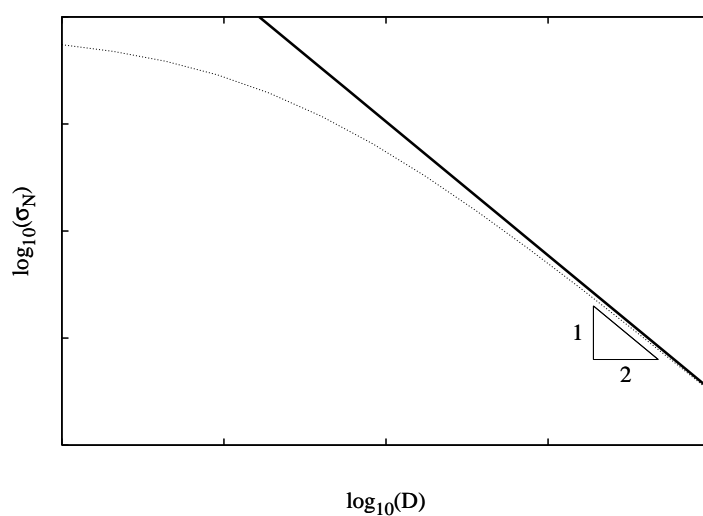


FIG. V.7 : Effet de la taille de la structure sur la contrainte nominale pour les structures de grande taille.

V.2.2.2 Cas où $G_{Ru} = G_{RC}$

Dans le cas où $G_{Ru} = G_{RC}$, la contrainte nominale devient :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E'G_{RC}}{Dg(\alpha_u)}} \quad (\text{V.25})$$

Les equations IV.5 et IV.12 traduisent l'effet de taille sur G_{RC} et Δa_C respectivement. Il en résulte que $\theta = \frac{\Delta a_C}{D} \sim D^{\zeta - \zeta_{loc} - 1}$ et par conséquent, étant donné l'ordre de grandeur des exposants de rugosité ($\zeta \simeq 1,2$ et $\zeta_{loc} \simeq 0,8$), $\lim_{D \rightarrow +\infty} \theta = 0$ ce qui autorise le développement suivant autour de $\alpha_u = \alpha_0$:

$$\sigma_N = \sigma_{NC} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{D}{D_C}\right)^{2(\zeta - \zeta_{loc})}}}{\frac{D}{D_{NC}} + \left(\frac{D}{D_{Ca}}\right)^{\zeta - \zeta_{loc}} + b_2 \left(\frac{D_{NC}}{D}\right) \left(\frac{D}{D_{Ca}}\right)^{2(\zeta - \zeta_{loc})} + b_3 \left(\frac{D_{NC}}{D}\right)^2 \left(\frac{D}{D_{Ca}}\right)^{3(\zeta - \zeta_{loc})}}} \quad (\text{V.26})$$

où

$$\sigma_{NC} = \sqrt{\frac{E'2\gamma}{g(\alpha_0)D_{NC}}} \quad (\text{V.27})$$

et

$$D_{NC} = \frac{g_1(\alpha_0)}{g(\alpha_0)} c^* \quad (\text{V.28})$$

Il en résulte que, si $D \rightarrow +\infty$:

$$\sigma_N = \sigma_{NC} \sqrt{\frac{\left(\frac{D}{D_C}\right)^{\zeta - \zeta_{loc}}}{\left(\frac{D}{D_{NC}}\right)}} \sim D^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\zeta - \zeta_{loc})} \quad (\text{V.29})$$

L'effet d'échelle obtenu est moins important que celui de la MLER car $G_{Ru} \sim D^{\zeta - \zeta_{loc}}$ alors que la MLER considère que G_{Ru} est une constante.

V.2.2.3 Cas où α_u est unique

Dans le cas où la longueur relative de fissure correspondant au pic de charge α_u est une valeur unique quelle que soit la taille D de la structure (Section V.2.1.2), la contrainte nominale s'écrit simplement :

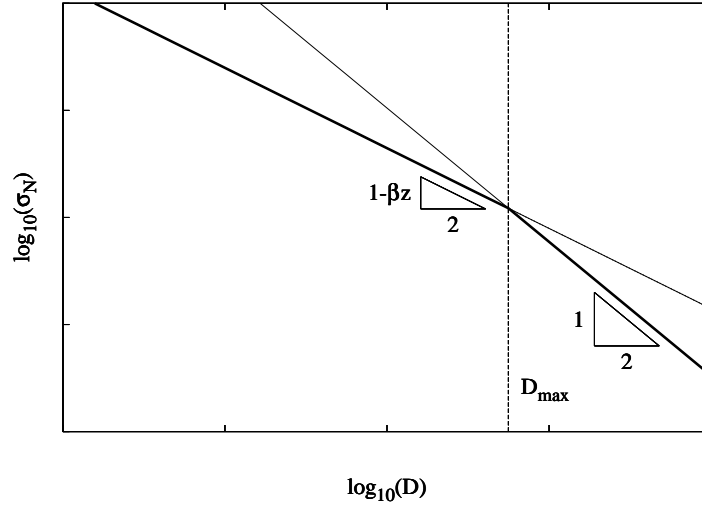


FIG. V.8 : Pour des tailles de structure inférieures à D_{max} , l'effet de la taille de la structure sur la contrainte nominale suit une autre loi puissance, moins prononcée.

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E' G_{Ru}(\alpha_{u,unique})}{D g(\alpha_{u,unique})}} \quad (\text{V.30})$$

L'effet de taille sur G_{Ru} étant décrit par l'équation V.10, la contrainte nominale peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\sigma_N = \sigma_{Nu} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{D}{D_{Cu}}\right)^{\beta z(1+1/z-\beta)}}{\left(\frac{D}{D_{Cu}}\right)}} \quad (\text{V.31})$$

où

$$\sigma_{Nu} = \sqrt{\frac{2\gamma E'}{g(\alpha_{u,unique}) D_{Cu}}} \quad (\text{V.32})$$

Par conséquent, si $D \rightarrow +\infty$, $\sigma_N \sim D^{-\frac{1}{2} + \frac{\beta z}{2}(1 + \frac{1}{z} - \beta)}$.

Il est à noter que la taille de structure D_{CCN} pour laquelle le régime où α_u est unique cède le pas au régime où $G_{Ru} = G_{RC}$ est différente de D_{CC} et vaut :

$$D_{CCN} = \left(\frac{g(\alpha_{u,unique})}{g(\alpha_0)} D_C^{-\beta z} D_{Cu}^{\beta z(1 + \frac{1}{z} - \beta)} \right)^{\frac{1}{\beta z(\frac{1}{z} - \beta)}} \quad (\text{V.33})$$

Cela s'explique par le fait que les longueurs relatives de fissure au pic de charge sont différentes dans les 2 régimes asymptotiques, $\alpha_{u,unique}$ dans l'équation V.31 et α_0 dans l'équation V.29.

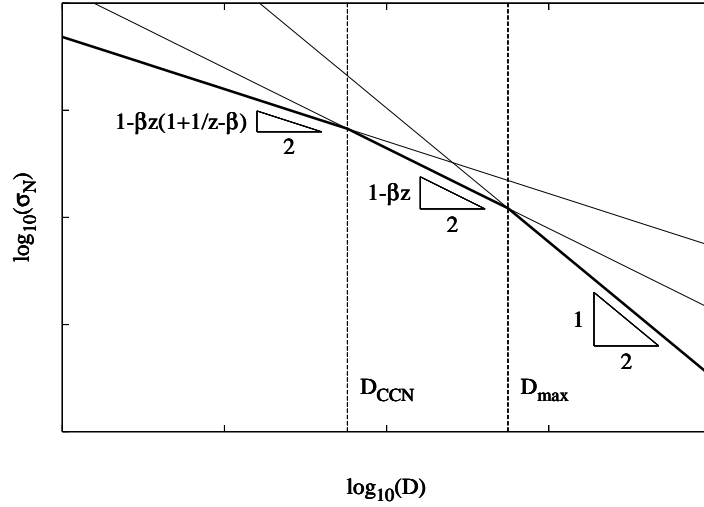


FIG. V.9 : Dans la gamme de tailles de structure où la longueur relative de fissure au pic de charge α_u ne dépend pas de la taille de la structure, l'effet de taille sur la contrainte nominale obéit à une troisième loi puissance encore moins prononcée que les deux premières.

V.2.2.4 Cas des très petites tailles

En imitant le développement asymptotique vers les petites tailles décrit à la section I.2.4, une nouvelle variable $\eta = 1/\theta = D/\Delta a_u$ et une nouvelle fonction ψ telle que $Dg(\alpha_0 + \theta) = \Delta a_u \psi(\alpha_0, \eta)$ peuvent être définies. Sachant que $\lim_{D \rightarrow 0} G_{Ru} = 2\gamma$ et en formulant l'hypothèse que $\lim_{D \rightarrow 0} \Delta a_u = \Delta a_{u\min}$, l'expression de la contrainte nominale devient :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{2\gamma E'}{\Delta a_{u\min} \psi(\alpha_0, \eta)}} \quad (\text{V.34})$$

Or $\lim_{D \rightarrow 0} \eta = 0$, ce qui autorise le développement suivant autour de $(\alpha_0, 0)$:

$$\sigma_N = \sigma_{\min} \left(1 + \frac{D}{D_{N\min}} + c_2 \left(\frac{D}{D_{N\min}} \right)^2 + c_3 \left(\frac{D}{D_{N\min}} \right)^3 + \dots \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{V.35})$$

avec :

$$\sigma_{\min} = \sqrt{\frac{2\gamma E'}{\Delta a_{u\min} \psi(\alpha_0, 0)}} \quad (\text{V.36})$$

$$D_{Nmin} = \frac{\psi(\alpha_0, 0)}{\psi_1(\alpha_0, 0)} \Delta a_{umin} \quad (V.37)$$

$$c_i = \frac{\psi(\alpha_0, 0)^{i-1} \psi(\alpha_0, 0)}{i! \psi_1(\alpha_0, 0)^i} \quad (V.38)$$

Il en résulte que, avec σ_{min} une constante :

$$\lim_{D \rightarrow 0} \sigma_N = \sigma_{min} \quad (V.39)$$

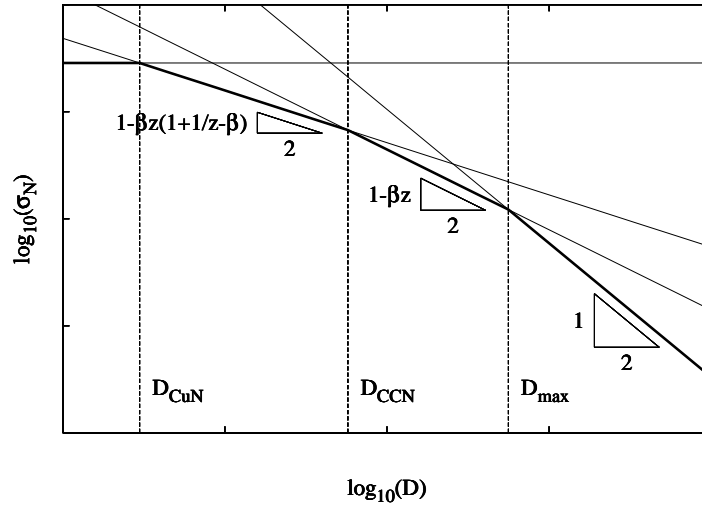


FIG. V.10 : Pour les structures de petite taille, la contrainte nominale est indépendante de la taille de la structure.

La taille de structure D_{CuN} pour laquelle le régime d'effet de taille où $\sigma_N = \sigma_{min}$ bascule vers le régime où $\sigma_N \sim D^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\beta z(1 + \frac{1}{z} - \beta)}$ s'écrit :

$$D_{CuN} = D_{Cu} \left(\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{Nu}} \right)^{\frac{2}{-1 + \beta z(1 + \frac{1}{z} - \beta)}} \quad (V.40)$$

V.2.2.5 Bilan

En résumé, l'effet de la taille de la structure sur la contrainte nominale, illustré par la figure V.10, est défini par morceaux de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Si } D \ll D_{CuN} & \sigma_N = \text{constante} \\ \text{Si } D_{CuN} \ll D \ll D_{CCN} & \sigma_N \sim D^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\beta z(1 + \frac{1}{z} - \beta)} \\ \text{Si } D_{CCN} \ll D \ll D_{max} & \sigma_N \sim D^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\beta z} \\ \text{Si } D \gg D_{max} & \sigma_N \sim D^{-\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (\text{V.41})$$

V.3 Confrontation du modèle aux résultats expérimentaux

V.3.1 Résultats expérimentaux

A partir des données expérimentales, la résistance au pic de charge G_{Ru} et la contrainte nominale σ_N qui en résulte ont été calculées (Voir section II.2.3.3 et équation V.5 pour les détails des calculs). Les moyennes obtenues pour chaque taille d'échantillons ont été reportées dans le tableau V.1. Les résultats détaillés, par échantillon, sont présentés en annexe C.

Taille	G_{Ru} moyen	σ_N moyen
[mm]	[J/m ²]	[MPa]
20	23,3	0,52
30	34,8	0,53
50	45,0	0,45
100	37,2	0,29
140	47,4	0,24
200	37,9	0,21

TAB. V.1 : Valeurs moyennes par taille d'échantillons des résultats expérimentaux obtenus pour la résistance au pic de charge G_{Ru} et la contrainte nominale σ_N .

V.3.2 Calage du modèle sur les résultats expérimentaux

La dernière étape consiste à ajuster les paramètres du modèle afin de faire coïncider, au mieux, ce dernier avec les points expérimentaux. Ces paramètres sont au nombre de

3 (contre 2 pour la loi de Bažant) : $\phi = \mathcal{A}/l_0^{1-\zeta_{loc}}$, la longueur interne c^* et la valeur maximale de la résistance au pic de charge G_{Rmax} . L'optimum est obtenu pour les valeurs regroupées dans le tableau V.2. Outre celles des 3 paramètres fondamentaux, plusieurs valeurs de paramètres intermédiaires sont précisées dans ce tableau. Le tableau V.3 liste, quand à lui, les tailles de structure correspondant aux transitions entre les différents effet de taille du modèle. La figure V.11 montre la loi d'effet de taille sur la contrainte nominale correspondant à ce jeu de paramètres. Les valeurs expérimentales sont également représentées ainsi que la loi d'effet de taille de Bažant. Cette dernière est tracée en utilisant les paramètres suivants : $\sigma_{max} = 0,92 \text{ MPa}$ et $D_0 = 11 \text{ mm}$.

ϕ	c^*	G_{Rmax}	B^*	Ω^*	Δa_{Cmax}
3,2	0,2 mm	62 J/m ²	0,423	13,62	1,119 mm

TAB. V.2 : Paramètres du modèle basé sur la courbe-R permettant une correspondance optimale entre ce modèle et les résultats expérimentaux. Les seules variables sont ϕ , c^* et G_{Rmax} , les autres paramètres sont des résultats intermédiaires.

D_{min}	D_C	D_{Ca}	D_{Cu}	D_{CC}	D_{max}	D_{CuN}	D_{CCN}
0,73 mm	0,55 mm	1,16 mm	0,94 mm	2,64 mm	52,3 mm	1,98 mm	12,56 mm

TAB. V.3 : Tailles de transition entre les différents effets de taille du modèle basé sur la courbe-R.

L'évolution de la résistance au pic de charge en fonction de la taille de la structure a également été tracée en utilisant le jeu de paramètres issu du calage de la loi en contraintes (Tableau V.2) et confrontée aux résultats expérimentaux (Figure V.12). Il apparaît que, si la loi établie dans ce chapitre passe effectivement dans le nuage de points expérimentaux, elle ne rend pas au mieux compte de ceux-ci. Les valeurs $\phi = 2,2$, $c^* = 0,17 \text{ mm}$ et $G_{Rmax} = 45 \text{ J/m}^2$ donnent un bien meilleur résultat (Figure V.13).

V.3.3 Discussion sur la validité du modèle

D'une part, on constate une bonne adéquation entre les résultats expérimentaux et le modèle établi au cours de ce travail, tant pour la contrainte nominale que pour la

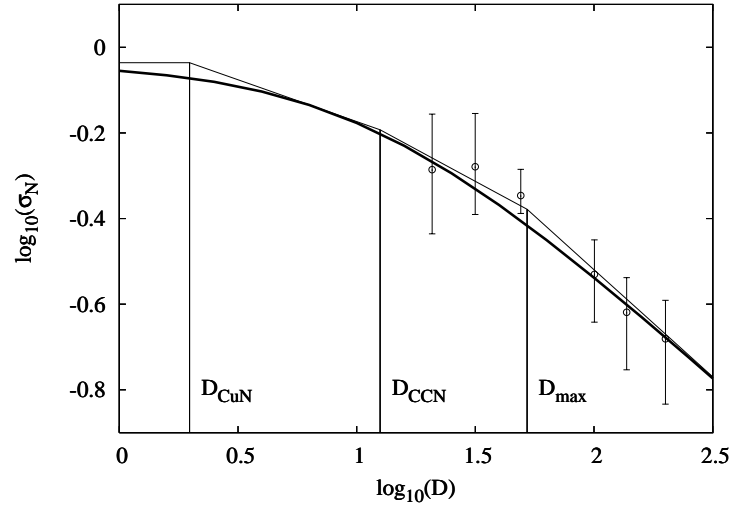


FIG. V.11 : La loi d'effet de taille basée sur la courbe-R (ligne brisée fine) et la loi proposée par Bazant (courbe épaisse) sont ajustées aux résultats expérimentaux (cercles).

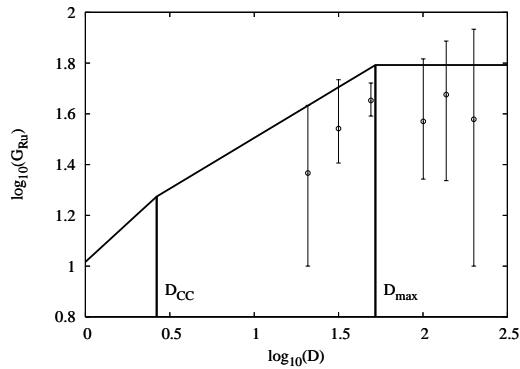


FIG. V.12 : Confrontation aux résultats expérimentaux de la loi d'effet de taille sur la résistance au pic de charge tracée avec : $\phi = 3,2$, $c^* = 0,2 \text{ mm}$ et $G_{Rmax} = 62 \text{ J/m}^2$.

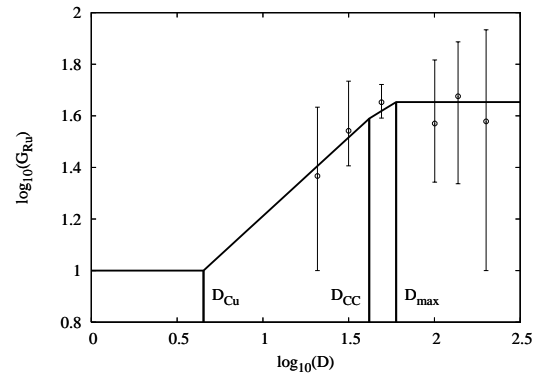


FIG. V.13 : Même loi d'effet de taille mais avec les paramètres suivants : $\phi = 2,2$, $c^* = 0,17 \text{ mm}$ et $G_{Rmax} = 45 \text{ J/m}^2$.

résistance au pic de charge. Néanmoins, la dispersion des valeurs expérimentales rend délicat le calage du modèle.

D'autre part, le nouveau modèle s'accorde presque parfaitement à celui de Bažant, universellement reconnu, y compris pour des domaines de tailles exempts de résultats expérimentaux ($D \ll D_{CCN}$). L'objectif d'établir un modèle qui, sans contredire celui de Bažant, serait plus fin dans la zone de transition entre les deux asymptotes, est donc atteint.

Chapitre VI

Conclusion

Cette étude s'est fixé pour objectifs : d'une part de quantifier l'effet de taille sur la résistance critique G_{RC} , d'autre part d'affiner la connaissance de l'effet de taille sur la contrainte nominale décrit, jusqu'alors, par la loi de Bazant.

VI.1 Etude du comportement courbe de résistance

L'étude du comportement courbe-R à partir d'essais menés sur des échantillons de flexion, entaillés, s'est soldée par une demi-victoire. En effet, le ligament des échantillons s'est avéré trop court pour pouvoir observer une saturation des courbes-R. Néanmoins, la première partie de celles-ci, jusqu'à une longueur relative de fissure de 60 % de la hauteur de l'échantillon, est exploitable.

Une nouvelle campagne expérimentale est nécessaire afin de récolter les données manquantes sur la résistance critique et la taille critique de la zone endommagée correspondante. Les plus gros échantillons étudiés dans ce travail étant longs de 2 m, il est difficilement concevable d'étendre la gamme de tailles vers de plus grands échantillons. En revanche, changer les éprouvettes de flexion 4 points, qui présentent le double avantage d'être d'une forme simple à réaliser et de nécessiter un montage expérimental des plus simples, pour des éprouvettes de traction de type TDCB ou CT devrait permettre d'observer une saturation des courbes-R sur des échantillons de taille raisonnable pour des essais de laboratoire. En effet, ces éprouvettes offrent plus de distance à la zone endommagée pour se développer. Le principal risque avec ce type d'éprouvettes en mortier et que la

rupture survienne non pas en fond d'entaille mais au niveau des points d'application de l'effort ou, dans le cas des éprouvettes TDCB, à l'endroit où la section est la plus faible. C'est cette difficulté supplémentaire qui a conduit à choisir des éprouvettes de flexion dans cette étude.

VI.2 Etude de la morphologie des surfaces de rupture

Un modèle de description complète des courbes-R est alors nécessaire pour obtenir la résistance critique G_{RC} à partir des courbes-R incomplètes obtenues expérimentalement. La piste suivie pour y parvenir se base sur l'idée que la morphologie des surfaces de rupture est à l'image de la résistance que le matériau oppose à l'avancée de la fissure. Une étude fractographique des surfaces de rupture a donc été menée.

La fractographie quantitative permet de décrire l'évolution de la rugosité d'une surface de fissure, aux propriétés auto-affines, en fonction de l'échelle d'observation et de la distance à l'entaille initiale de rugosité nulle. Pour un matériau quasi-fragile tel que le mortier, cette évolution obéit à la loi d'échelle dite anormale [31, 32, 40] utilisant 3 exposants de rugosité. L'universalité de l'exposant de rugosité local ζ_{loc} [12] a pu être vérifiée par 3 méthodes indépendantes. En accord avec de précédents travaux [9], l'exposant de rugosité global ζ et l'exposant dynamique z seraient des caractéristiques du matériau indépendantes de la taille de la structure.

Toutefois, davantage de résultats expérimentaux sont nécessaires pour confirmer ces conclusions, en particulier pour les échantillons de grande taille ($D = 200mm$), plus difficiles à mettre en oeuvre, et pour les plus petits échantillons ($D = 20mm$), plus sensibles au soin apporté à leur réalisation et aux défauts du matériau (bulles d'air par exemple).

De plus, les perspectives offertes par ce type d'investigation dépassent la seule complémentation des courbes-R qui n'auraient pas atteint la saturation. L'image habituellement utilisée pour la morphologie d'une surface de rupture est celle du livre qui contiendrait l'histoire de la rupture du matériau. Ainsi, être capable de lire les caractéristiques de rupture dans la morphologie d'une surface permettrait de se passer de l'enregistrement en cours d'essai des paramètres force et déplacement. On peut également imaginer pouvoir

expertiser post-mortem la ruine d'une structure à partir de surfaces de rupture. Pour cela, il est nécessaire de déterminer, par de nombreux essais sur différents matériaux et différentes formes et tailles de structure, quels paramètres décrivant la morphologie des surfaces de rupture dépendent du matériau, de la forme de la structure ou de sa taille et de quelle manière ils en dépendent.

VI.3 Mise au point d'un modèle décrivant les courbes-R

Basé sur le calcul de la surface réelle de fissure, supérieure à la surface projetée dans le plan moyen de fissuration, à partir de la loi anormale d'échelle, le modèle, établi par Morel *et al.* [6, 7], permettant de décrire entièrement les courbes-R s'est avéré quantitativement faux. La raison en est, notamment, l'incapacité de la seule surface de fissure principale à refléter la totalité de l'énergie consommée par le nuage de microfissures. D'un point de vue qualitatif, le modèle s'avère cependant prometteur. En effet, en laissant libres certains paramètres issus de l'analyse fractographique, il parvient à rendre compte de l'effet de taille sur la résistance critique G_{RC} donc sur la courbe-R.

L'émission acoustique, qui permet de localiser en 3 dimensions des sources d'événements acoustiques comme la nucléation ou la propagation d'une microfissure, doit permettre de déterminer la taille de la zone endommagée et son évolution. Ces informations pourraient s'avérer très précieuses pour corriger et paramétrer le modèle établi. De plus, une telle investigation acoustique fournit non seulement des informations sur la localisation spatiale de la microfissuration mais également sur son intensité et, par conséquent, sur l'énergie dissipée par la création d'endommagement. Une grande quantité de données a été collectée par cette technique au cours de cette étude. Néanmoins, faute de temps, ces données n'ont pas pu être analysées. Etant donné la quantité de ces données, collectées sur toutes les tailles d'échantillons étudiées, et l'important travail expérimental qu'elles représentent, il serait dommage qu'elles ne le soient pas.

De plus, une hypothèse proposée par Ponson *et al.* pourrait permettre de mieux faire coïncider le modèle avec les résultats expérimentaux, notamment pour la courbure des courbes-R caractérisée par le paramètre $\beta = (\zeta - \zeta_{loc})/z$. L'évolution de la rugosité d'une

surface de rupture en fonction de l'échelle d'observation, dans la direction perpendiculaire à la propagation, serait caractérisée non pas par un (Figure VI.1) mais par deux exposants de rugosité : $\zeta_{loc} \simeq 0,8$ et $\zeta_e \simeq 0,4$. Ainsi, ce qui avait, jusque là, été considéré comme une large zone de transition pourrait cacher un second régime auto-affine (Figure VI.2). Dans le cas du scénario à 2 régimes, l'évolution de la longueur de corrélation ξ_e apparaît plus importante pour la même distance y à l'entaille initiale. En effet, si ξ_{sat} et y_{sat} sont identiques pour les 2 scénarii, ξ_e est inférieur à ξ dans la zone de croissance de la rugosité ($y \ll y_{sat}$). Cela se traduit par l'inégalité suivante :

$$\left(\frac{\xi_{sat}}{\xi_e} = \left(\frac{y_{sat}}{y} \right)^{1/z_e} \right) > \left(\frac{\xi_{sat}}{\xi} = \left(\frac{y_{sat}}{y} \right)^{1/z} \right) \quad (VI.1)$$

Il en résulte que $z_e < z$ donc $\beta_e > \beta$ ce qui pourrait expliquer l'écart observé entre la valeur de β issue de l'analyse fractographique et celle obtenue par l'ajustement des courbes-R modélisées aux courbes-R expérimentales.

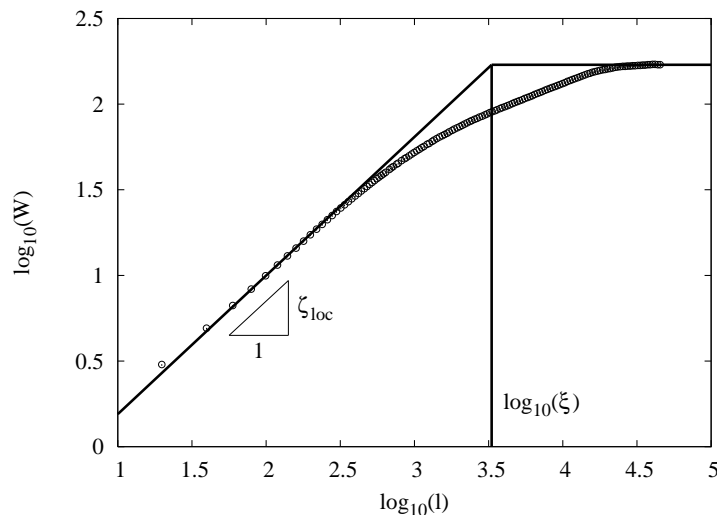


FIG. VI.1 : Description par un unique exposant de rugosité $\zeta_{loc} \simeq 0,8$ de l'évolution de la rugosité W en fonction de l'échelle d'observation l .

Même si de nouvelles expériences fournissent suffisamment de données sur la saturation des courbes-R, un tel modèle, dont les défauts actuels seraient éliminés, permettrait de réduire le nombre des essais nécessaires à la connaissance complète de la courbe-R. On peut même imaginer que, pour un matériau et une forme de structure donnés, une seule taille de structure suffirait pour connaître l'effet d'échelle sur la courbe-R.

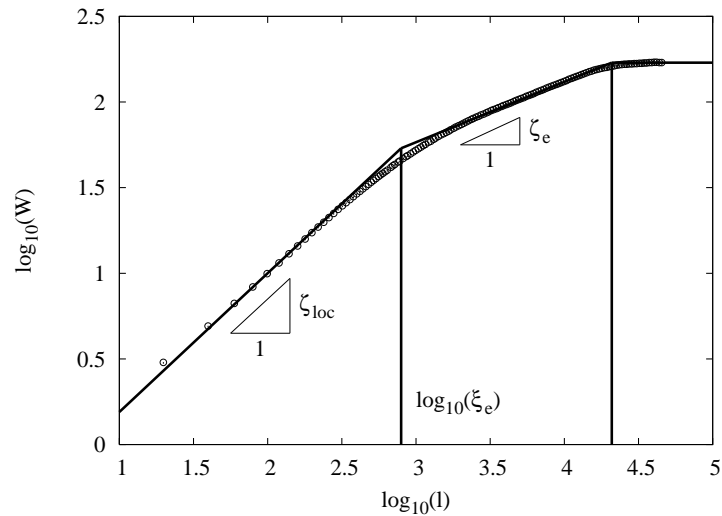


FIG. VI.2 : L'introduction d'un second exposant de rugosité local $\zeta_e \simeq 0,4$ permettrait de mieux décrire l'évolution de la rugosité W en fonction de l'échelle d'observation l .

VI.4 Etude de l'effet de taille sur la contrainte nominale

En utilisant la courbe-R décrite par le modèle de Morel *et al.* et une technique de localisation du pic de charge sur la courbe-R publiée par Morel *et al.* [54], il est possible de calculer l'effet de taille sur la contrainte nominale σ_N . La confrontation aux résultats expérimentaux et à la loi de Bažant s'est avérée très satisfaisante, y compris dans la zone de transition entre les deux asymptotes de la loi de Bažant où, sans renier cette loi globalement reconnue, le modèle apporte un raffinement. Ce raffinement pourrait réduire le risque d'erreur sur l'extrapolation vers les grandes tailles des résultats obtenus sur modèles réduits. En effet, la loi d'effet de taille n'est plus composée par la somme de 2 lois puissances mais par la réunion de 4 lois puissance au prix, cependant, d'un paramètre supplémentaire et donc de la nécessité de réaliser plus d'essais expérimentaux pour y ajuster le modèle.

Toutefois, si certains de ces paramètres s'avéraient dépendants uniquement du matériau ou de la forme de la structure, l'ajustement du modèle s'en trouverait grandement facilité et le nombre d'essais nécessaires diminué. Des campagnes expérimentales sur différents matériaux et formes de structure permettraient de répondre à cette question et, peut-être, de constituer une bibliothèque de valeurs pour certains de ces paramètres.

Annexes

Annexe A

Lexique des notations employées

A_r	Surface de rupture	μm^2	p 61
A_p	Surface de fissure projetée dans le plan moyen de fissuration	mm^2	p 31
\mathcal{A}	Préfacteur de la loi d'échelle de Family-Vicsek et de la loi anormale d'échelle		p 50
a_0	Longueur de l'entaille initiale	mm	p 14
a	Longueur de fissure	mm	p 29
a_C	Longueur de fissure critique	mm	p 29
a_u	Longueur de fissure au pic de charge	mm	p 70
a	Facteur de translation		p 46
B	Largeur du spécimen	mm	p 14
\mathcal{B}	Préfacteur liant la longueur de corrélation à la distance à l'entaille		p 49
\mathcal{B}^*	Partie du préfacteur \mathcal{B} indépendante de la taille de la structure		p 65
c	Facteur de proportionnalité entre la longueur de corrélation à la saturation et la largeur du spécimen		p 48
c_f	Taille critique de la zone endommagée selon Bažant	mm	p 7
c^*	Longueur interne correspondant à la taille critique minimale de la zone endommagée	μm	p 62
D	Hauteur et dimension caractéristique du spécimen	mm	p 14
D_0	Taille de transition entre les deux comportements asymptotiques de la loi de Bažant	mm	p 10
D_C	Taille de transition de l'effet de taille sur G_{RC}	mm	p 60
D_{Cu}	Taille de transition de l'effet de taille sur G_{Ru}	mm	p 75
D_{CC}	Taille de transition de l'effet de taille sur G_{Ru}	mm	p 75
D_{min}	Taille de structure pour laquelle la zone endommagée critique occupe tout le ligament		p 64

D_{Ca}	Taille de transition entre les 2 comportements asymptotiques de l'effet de taille sur Δa_C	mm	p 63
D_{max}	Taille pour laquelle la longueur critique de la zone endommagée est maximale	mm	p 65
D_{Nmax}	Taille de structure utilisée dans l'effet de taille sur σ_N	mm	p 78
D_{NC}	Taille de structure utilisée dans l'effet de taille sur σ_N	mm	p 79
D_{Nmin}	Taille de structure utilisée dans l'effet de taille sur σ_N	mm	p 82
D_{CCN}	Taille de transition de l'effet de taille sur σ_N	mm	p 80
D_{CuN}	Taille de transition de l'effet de taille sur σ_N	mm	p 82
d_T	Dimension topologique		p 43
d_F	Dimension fractale		p 43
E	Module d'élasticité du matériau	MPa	p 7
E'	Module d'élasticité effectif du matériau	MPa	p 7
E_m	Energie mécanique	J	p 31
E_{el}	Energie de déformation élastique	J	p 31
f_t	Contrainte maximale en traction du matériau	MPa	p 7
G	Taux de restitution d'énergie	J/m^2	p 6
G_R	Résistance à la propagation de la fissure	J/m^2	p 29
G_{RC}	Résistance critique	J/m^2	p 29
G_{Ru}	Résistance au pic de charge	J/m^2	p 70
G_{Rmax}	Résistance maximale	J/m^2	p 77
G_f	Résistance critique selon Bažant	J/m^2	p 7
G_d	Energie d'endommagement volumique	J/m^3	p 61
g	Forme adimensionnelle du taux de restitution d'énergie		p 7
g_A	Transformée de la rugosité		p 52
H	Exposant de Hurst		p 42
K	Constante fonction des exposants de rugosité		p 63
k	Vecteur d'onde		p 45

L	Longueur du spécimen	mm	p 14
l	Echelle d'observation	μm	p 44
l_0	Longueur projetée dans le plan moyen de fissuration d'un petit élément d'un profil rugueux	μm	p 59
n	Rapport entre la longueur de la zone endommagée et sa hauteur		p 61
P	Force appliquée	N	p 25
P_u	Force au pic	N	p 25
P_{pp}	Charge ponctuelle équivalente au poids propre	mm	p 27
q	Poids propre linéique de la structure	N/mm	p 27
S	Puissance spectrale		p 45
s_A	Transformée de la puissance spectrale		p 53
u	Transformée de l'échelle d'observation		p 52
V_{FPZ}	Volume de la zone endommagée à la saturation	μm^3	p 61
v	Transformée du vecteur d'onde		p 53
W	Rugosité par la méthode de l'écart type	μm	p 43
$W[z_T]$	Coefficient d'ondelette moyen		p 46
W_{ext}	Travail des efforts extérieurs	J	p 31
x	Position d'un point sur un profil rugueux dans la direction parallèle au fond d'entaille	μm	p 42
y	Distance d'un profil au fond d'entaille	μm	p 42
y_{min}	Distance à l'entaille au delà de laquelle la croissance rugueuse est observable		p 48
y_{sat}	Distance à l'entaille initiale au delà de laquelle la croissance rugueuse sature		p 48
z_T	Altitude d'un point sur un profil rugueux	μm	p 42
z	Exposant dynamique		p 49

α_0	Longueur relative de fissure initiale		p 29
α	Longueur relative de fissure		p 29
α_C	Longueur relative de fissure critique		p 29
α_u	Longueur relative de fissure au pic de charge		p 70
$\alpha_{u,unique}$	Unique solution pour la longueur relative de fissure au pic de charge pour une structure suffisamment grande		p 74
β	Courbure de la courbe-R et paramètre fonction des exposants de rugosité		p 66
2γ	Energie spécifique de surface	J/m^2	p 58
Δa	Incrément de longueur de fissure et longueur de la zone endommagée	mm	p 29
Δa_C	Incrément de longueur de fissure critique	mm	p 29
Δa_{Cmax}	Longueur critique maximale de la zone endommagée	μm	p 65
Δa_u	Incrément de longueur de fissure au pic de charge	mm	p 70
Δa_{umin}	Longueur minimale de la zone endommagée	mm	p 81
δ	Déplacement des points d'application de la force	mm	p 25
δ_u	Déplacement au pic de charge	mm	p 25
δ_0	Déplacement initial de la structure soumise à son seul poids	mm	p 34
$\delta\alpha$	Petite variation de longueur relative de fissure		p 32
δa	Incrément infinitésimal de fissure	μm	p 58
δA_r	Incrément de surface de fissure réelle (rugueuse)	μm^2	p 58
δA_p	Incrément de surface de fissure projetée dans le plan moyen de fissuration	μm^2	p 58
ζ_{loc}	Exposant de rugosité local		p 44
ζ	Exposant de rugosité global		p 50
ζ_e	Second exposant de rugosité dans le cas d'un double régime auto-affine		p 91
η	Inverse de l'incrément relatif de longueur de fissure		p 9

θ	Incrément relatif de longueur de fissure		p 29
θ_c	Longueur relative critique de la zone endommagée		p 7
λ	Complaisance du spécimen	mm/N	p 25
λ_0	Complaisance initiale	mm/N	p 25
λ_P	Complaisance de la structure en flexion 4 points	mm/N	p 27
λ_q	Complaisance de la structure sous une charge répartie	mm^2/N	p 27
ν	Coefficient de poisson du matériau		p 7
ξ	Longueur de corrélation auto-affine, taille du motif fractal	μm	p 44
ξ_{sat}	Longueur de corrélation auto-affine à la saturation	μm	p 48
ξ_e	Longueur de corrélation dans le cas d'un double régime auto-affine	μm	p 91
σ_N	Contrainte nominale	MPa	p 6
σ_{max}	Contrainte nominale pour une structure suffisamment petite	MPa	p 10
σ_{Nmax}	Contrainte utilisée dans l'effet de taille sur σ_N	mm	p 78
σ_{NC}	Contrainte utilisée dans l'effet de taille sur σ_N	mm	p 79
σ_{Nu}	Contrainte utilisée dans l'effet de taille sur σ_N	mm	p 80
σ_{min}	Contrainte utilisée dans l'effet de taille sur σ_N	mm	p 81
ϕ	Paramètre adimensionnel traduisant la rugosité d'un profil de rupture		p 60
ψ	Longueur développée d'un profil rugueux	μm	p 58
Ω	Coefficient d'amplification de la résistance		p 66
Ω^*	Partie du coefficient d'amplification indépendante de la taille de la structure		p 66

Annexe B

Caractéristiques des échantillons testés

Les tableaux suivants regroupent certaines caractéristiques des échantillons testés : leurs dimensions (Voir figure II.1), leur masse et leur densité.

Echantillon	Hauteur D [mm]	Largeur B [mm]	Longueur L [mm]	Masse [kg]	Densité
20-01	21,1	20,4	200	0,194	2,25
20-02	19,9	20,4	200	0,195	2,40
20-03	21,1	20,1	200	0,195	2,30
20-04	20,6	20,0	200	0,191	2,32
20-05	20,4	20,1	200	0,190	2,32
20-06	20,2	20,3	200	0,195	2,38
20-07	20,1	20,0	200	0,190	2,36
20-09	20,6	20,0	200	0,195	2,37
20-10	20,5	20,3	200	0,194	2,33
20-11	21,4	20,4	200	0,196	2,24
20-12	21,4	20,0	200	0,195	2,28
20-13	21,8	20,4	200	0,195	2,19
20-14	21,2	19,9	200	0,193	2,29
Moyenne	20,8	20,2	200	0,194	2,31

Echantillon	Hauteur D [mm]	Largeur B [mm]	Longueur L [mm]	Masse [kg]	Densité
30-07	31,7	30,0	300	0,652	2,29
30-08	30,8	30,0	300	0,643	2,32
30-10	30,8	30,4	300	0,647	2,30
30-13	31,3	29,6	300	0,635	2,28
30-14	30,6	29,7	300	0,624	2,29
30-15	31,9	29,6	300	0,640	2,26
30-16	31,3	30,0	300	0,652	2,31
30-18	32,6	30,2	300	0,657	2,22
30-19	33,1	29,8	300	0,655	2,21
30-21	31,8	30,4	300	0,667	2,30
Moyenne	31,6	30,0	300	0,647	2,28

Echantillon	Hauteur D [mm]	Largeur B [mm]	Longueur L [mm]	Masse [kg]	Densité
50-01	49,0	53,6	504	2,912	2,20
50-02	49,3	52,2	504	2,850	2,20
50-03	49,3	53,4	504	2,903	2,19
50-04	49,5	53,8	504	2,897	2,16
50-05	48,3	53,6	504	2,900	2,22
50-06	49,3	51,0	504	2,898	2,29
50-07	49,3	52,5	504	2,871	2,20
50-08	49,0	51,3	503	2,806	2,22
Moyenne	49,1	52,7	504	2,880	2,21

Echantillon	Hauteur D [mm]	Largeur B [mm]	Longueur L [mm]	Masse [kg]	Densité
100-04	100,1	100,8	1002	22,540	2,25
100-05	101,2	100,5	1002	22,740	2,23
100-06	101,4	100,5	996	22,620	2,23
100-07	99,6	100,2	997	22,440	2,26
100-08	100,7	100,4	989	22,480	2,25
100-09	100,7	99,5	992	22,280	2,24
100-10	100,7	99,8	994	22,270	2,23
100-12	99,6	99,9	982	21,900	2,24
100-13	99,8	100,4	987	22,060	2,23
100-14	100,2	100,6	992	22,400	2,24
Moyenne	100,3	100,3	993	22,393	2,24

Echantillon	Hauteur D [mm]	Largeur B [mm]	Longueur L [mm]	Masse [kg]	Densité
140-01	137,5	140,6	1379	59,600	2,24
140-02	138,0	141,1	1392	60,220	2,22
140-03	137,0	141,1	1400	61,600	2,28
140-04	137,0	140,6	1400	61,500	2,28
140-05	137,0	141,1	1391	60,480	2,25
140-06	138,0	141,1	1391	60,510	2,23
140-07	136,0	141,1	1400	60,650	2,26
Moyenne	137,2	141,0	1393	60,651	2,25

Echantillon	Hauteur D	Largeur B	Longueur L	Masse	Densité
	[mm]	[mm]	[mm]	[kg]	
200-01	200,0	200,6	2006	180,000	2,24
200-04	200,0	201,1	2006	180,000	2,23
200-05	200,0	200,1	1789	180,000	2,51
200-06	200,0	201,1	2004	180,000	2,23
Moyenne	200,0	200,7	1951	180,000	2,30

Annexe C

Résultats des essais de flexion

Les tableaux suivants regroupent l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus, λ_0 étant la complaisance initiale du spécimen, P_{pp} la charge équivalente au poids propre du point de vue du déplacement (voir section II.2.2), δ_u le déplacement au pic de charge, P_u la charge au pic, σ_N la contrainte nominale, α_u la longueur relative de fissure au pic de charge et G_{Ru} la résistance au pic de charge.

Spécimen	λ_0 [$10^{-3}mm^2/N$]	P_{pp} [N]	δ_u [mm]	P_u [N]	σ_N [MPa]	α_u	G_{Ru} [J/m^2]
20-01	5.08	1	0.036	105	0.51	0.59	18.4
20-02	6.77	1	0.041	90	0.44	0.60	10.0
20-03	5.56	1	0.046	85	0.42	0.68	26.3
20-04	5.93	1	0.052	141	0.70	0.65	31.7
20-05	6.57	1	0.046	98	0.48	0.61	22.2
20-06	6.78	1	0.058	142	0.63	0.68	25.0
20-07	6.22	1	0.045	124	0.57	0.70	19.2
20-09	8.53	1	0.055	100	0.48	0.67	24.3
20-10	6.88	1	0.058	144	0.66	0.67	30.9
20-11	6.72	1	0.057	77	0.37	0.70	10.0
20-12	10.80	1	0.083	127	0.60	0.66	43.0
20-13	10.20	1	0.054	86	0.41	0.62	20.2
20-14	9.61	1	0.056	102	0.47	0.69	21.5
Moyenne	7.36	1	0.053	109	0.52	0.66	23.3

Spécimen	λ_0 [$10^{-3}mm^2/N$]	P_{pp} [N]	δ_u [mm]	P_u [N]	σ_N [MPa]	α_u	G_{Ru} [J/m^2]
30-07	6.16	3	0.064	221	0.41	0.61	26.1
30-08	5.25	3	0.059	239	0.45	0.61	25.5
30-10	5.94	3	0.068	246	0.46	0.61	30.7
30-13	5.81	3	0.064	208	0.41	0.64	29.1
30-14	5.62	3	0.064	290	0.57	0.56	28.6
30-15	5.30	3	0.069	346	0.68	0.56	36.9
30-16	5.65	3	0.075	308	0.54	0.67	34.2
30-18	5.38	3	0.078	376	0.70	0.56	54.3
30-19	4.65	3	0.057	260	0.49	0.61	29.9
30-21	5.17	4	0.086	307	0.54	0.64	53.2
Moyenne	5.49	3	0.068	280	0.53	0.60	34.8

Spécimen	λ_0 [$10^{-3}mm^2/N$]	P_{pp} [N]	δ_u [mm]	P_u [N]	σ_N [MPa]	α_u	G_{Ru} [J/m ²]
50-01	9.18	15	0.120	537	0.41	0.56	44.0
50-02	8.09	15	0.115	564	0.43	0.56	44.3
50-03	8.67	15	0.123	604	0.45	0.55	45.5
50-04	7.70	15	0.104	574	0.46	0.55	42.4
50-05	7.83	15	0.109	548	0.44	0.58	43.7
50-06	7.34	15	0.119	669	0.52	0.87	52.7
50-07	8.61	15	0.127	634	0.47	0.54	48.1
50-08	9.24	15	0.112	534	0.43	0.90	39.1
Moyenne	8.33	15	0.116	583	0.45	0.64	45.0

Spécimen	λ_0 [$10^{-3}mm^2/N$]	P_{pp} [N]	δ_u [mm]	P_u [N]	σ_N [MPa]	α_u	G_{Ru} [J/m ²]
100-04	10.04	120	0.220	1512	0.30	0.63	65.6
100-05	12.03	120	0.153	1159	0.23	0.56	26.6
100-06	8.94	121	0.157	1525	0.30	0.57	39.1
100-07	7.91	120	0.154	1684	0.33	0.57	41.3
100-08	10.20	122	0.203	1786	0.36	0.56	55.0
100-09	8.33	120	0.170	1590	0.32	0.60	42.5
100-10	7.93	120	0.121	1337	0.27	0.57	25.5
100-12	6.66	120	0.124	1655	0.33	0.78	31.7
100-13	7.73	120	0.113	1409	0.28	0.79	22.0
100-14	9.64	121	0.127	1169	0.23	0.57	22.6
Moyenne	8.94	120	0.154	1483	0.29	0.62	37.2

Spécimen	λ_0 [$10^{-3}mm^2/N$]	P_{pp} [N]	δ_u [mm]	P_u [N]	σ_N [MPa]	α_u	G_{Ru} [J/m ²]
140-01	7.91	325	0.176	2671	0.27	0.78	42.2
140-02	9.34	323	0.219	2842	0.29	0.63	53.4
140-03	9.50	327	0.167	2093	0.21	0.59	31.7
140-04	12.56	327	0.190	1821	0.18	0.60	28.9
140-05	16.40	325	0.365	2621	0.27	0.84	76.8
140-06	9.67	325	0.279	2911	0.29	0.61	77.1
140-07	11.48	322	0.155	1758	0.18	0.57	21.7
Moyenne	10.98	325	0.222	2388	0.24	0.66	47.4

Spécimen	λ_0 [$10^{-3}mm^2/N$]	P_{pp} [N]	δ_u [mm]	P_u [N]	σ_N [MPa]	α_u	G_{Ru} [J/m ²]
200-01	9.83	951	0.130	2952	0.15	0.58	17.6
200-04	13.39	951	0.255	4225	0.20	0.54	38.1
200-05	6.79	1138	0.179	4589	0.23	0.62	10.0
200-06	13.10	953	0.389	5157	0.26	0.60	85.8
Moyenne	10.78	998	0.238	4231	0.21	0.59	37.9

Annexe D

Caractéristiques des cartographies étudiées

Les tableaux suivants regroupent l'ensemble des caractéristiques des cartographies réalisées.

Spécimen	Largeur carte (x)		Longueur carte (y)		Pas (x)	Pas (y)
	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[μm]	[μm]
20-06	1024	17,391	295	4,998	17	17

Spécimen	Largeur carte (x)		Longueur carte (y)		Pas (x)	Pas (y)
	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[μm]	[μm]
30-08	1024	26,598	220	5,694	26	26
30-13	1024	26,598	193	4,992	26	26
30-14	1024	26,598	351	9,100	26	26
30-19	1024	26,598	220	5,694	26	26

Spécimen	Largeur carte (x)		Longueur carte (y)		Pas (x)	Pas (y)
	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[μm]	[μm]
50-01	4096	40,950	801	12,000	10	15
50-04	2048	42,987	251	10,000	21	40
50-07	2048	42,987	601	12,000	21	20
50-08 Face A	4096	40,950	801	12,000	10	15
50-08 Face B	2048	40,940	601	12,000	20	20

Spécimen	Largeur carte (x)		Longueur carte (y)		Pas (x)	Pas (y)
	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[μm]	[μm]
100-06	4096	85,995	401	20,000	21	50
100-09	4096	81,900	401	20,000	20	50
100-10	4096	94,185	401	20,000	23	50
100-12	4096	81,900	501	20,000	20	40
100-13 Face A	4096	81,900	501	20,000	20	40
100-13 Face B	4096	81,900	1101	22,000	20	20
100-14	4096	81,900	334	19,980	20	60

Spécimen	Largeur carte (x)		Longueur carte (y)		Pas (x)	Pas (y)
	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[μm]	[μm]
140-01	4096	106,470	334	19,980	26	60
140-03	4096	106,470	301	15,000	26	50
140-04 Face A	4096	81,900	501	25,000	20	50
140-04 Face B	4096	81,900	501	25,000	20	50
140-06	4096	106,470	301	15,000	26	50
140-07	4096	110,565	501	20,000	27	40

Spécimen	Largeur carte (x)		Longueur carte (y)		Pas (x)	Pas (y)
	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[<i>points</i>]	[<i>mm</i>]	[μm]	[μm]
200-04	8192	163,820	468	28,020	20	60

Annexe E

Exposants de rugosité obtenus expérimentalement

Les tableaux suivants détaillent les exposants de rugosité caractérisant les surfaces de ruptures numérisées.

Exposant :		ζ_{loc}		ζ	z
Méthode :	Ecart type	Puissance spectrale	Ondelette		
20-06	0,74	0,85	0,84	1,1	4,3

Exposant :		ζ_{loc}		ζ	z
Méthode :	Ecart type	Puissance spectrale	Ondelette		
30-08	0,76	0,80	1,05	1,1	4,1
30-13	0,76	0,84	1,01	1,2	7,0
30-14	0,73	0,86	0,99	1,3	6,6
30-19	0,72	0,78	0,86	1,2	5,4
Moyenne	0,74	0,82	0,98	1,2	5,8

Exposant :	ζ_{loc}			ζ	z
Méthode :	Ecart type	Puissance spectrale	Ondelette		
50-01	0,76	0,77	0,83	1,2	4,2
50-04	0,76	0,79	0,96	1,3	5,2
50-07	0,75	0,80	0,87	1,4	6,3
50-08 Face A	0,80	0,81	0,89	1,1	10,1
50-08 Face B	0,70		0,81	1,4	7,1
Moyenne	0,77	0,79	0,89	1,3	6,5

Exposant :	ζ_{loc}			ζ	z
Méthode :	Ecart type	Puissance spectrale	Ondelette		
100-06	0,70	0,72	0,73	1,1	4,0
100-09	0,71	0,81	0,77	1,2	5,0
100-10	0,73	0,59	0,78	1,5	4,8
100-12	0,71	0,76	0,73	1,3	3,5
100-13 Face A	0,69		0,77	1,4	6,0
100-13 Face B	0,70	0,75	0,76	1,3	6,2
100-14	0,74	0,79	0,75	1,3	4,8
Moyenne	0,71	0,74	0,76	1,3	4,9

Exposant :	ζ_{loc}			ζ	z
Méthode :	Ecart type	Puissance spectrale	Ondelette		
140-01	0,74	0,74	0,82	1,2	5,5
140-03	0,76	0,83	0,82	1,4	5,2
140-04 Face A	0,78	0,78	0,86	1,3	3,1
140-04 Face B	0,77		1,01	1,2	3,6
140-06	0,70	0,80	0,70	1,0	2,4
140-07	0,75	0,73	0,74	1,3	5,6
Moyenne	0,75	0,78	0,83	1,2	4,2

Exposant :		ζ_{loc}		ζ	z
Méthode :	Ecart type	Puissance spectrale	Ondelette		
200-04	0,78	0,79	0,85	1,1	2,3

Annexe F

Grandeurs caractérisant la saturation de la rugosité des surfaces de rupture étudiées

Les tableaux suivants regroupent les valeurs obtenues expérimentalement pour la longueur de corrélation à la saturation ξ_{sat} et la distance à l'entaille initiale y_{sat} pour laquelle cette saturation survient. La grandeur $c = \xi_{sat}/B$ est également mentionnée.

Spécimen	ξ_{sat}	y_{sat}	c
	[mm]	[mm]	[%]
20-06	2,87	1,82	14,1

Spécimen	ξ_{sat}	y_{sat}	c
	[mm]	[mm]	[%]
30-08	3,44	2,34	11,5
30-13	4,23	1,58	14,3
30-14	3,30		11,1
30-19	3,58	2,82	12,0
Moyenne	3,64	2,25	12,2

Spécimen	ξ_{sat} [mm]	y_{sat} [mm]	c [%]
50-01	6,00	5,40	11,2
50-04	11,26	1,64	20,9
50-07	4,70	5,01	9,0
50-08 Face A	5,79	0,87	11,3
50-08 Face B	5,09	1,78	9,9
Moyenne	6,94	3,23	13,1

Spécimen	ξ_{sat} [mm]	y_{sat} [mm]	c [%]
100-06	8,57	9,36	8,5
100-09	8,32	14,52	8,4
100-10	7,59	8,71	7,6
100-12	15,43	8,58	15,4
100-13 Face A	14,19	6,04	14,1
100-13 Face B	13,61	4,37	13,6
100-14	10,29	13,74	10,2
Moyenne	11,14	9,33	11,1

Spécimen	ξ_{sat} [mm]	y_{sat} [mm]	c [%]
140-01	13,64	4,07	9,7
140-03	12,22		8,7
140-04 Face A	13,20	8,13	9,4
140-04 Face B	7,93		5,6
140-06	13,21	9,50	9,4
140-07	12,33	8,13	8,7
Moyenne	12,09	7,46	8,6

Spécimen	ξ_{sat}	y_{sat}	c
	[<i>mm</i>]	[<i>mm</i>]	[%]
200-04	21,14	5,50	10,5

Annexe G

Résultats de l'ajustement du modèle théorique aux courbes-R expérimentales

Les tableaux suivants regroupent l'ensemble des résultats obtenus en ajustant les paramètres de l'équation IV.22 aux courbes-R obtenues expérimentalement, la forme de cette équation ayant été obtenue en reliant la morphologie des surfaces de rupture aux propriétés de rupture IV.

Spécimen	Ω	$\alpha_{0,fit}$	β
20-01	15	0,59	0,48
20-03	117	0,64	1,03
20-04	30	0,57	0,29
20-05	86	0,57	1,00
20-06	76	0,51	0,62
20-07	44	0,47	0,93
20-09	45	0,55	0,70
20-10	84	0,49	0,65
20-12	90	0,54	0,46
20-13	34	0,56	0,69
20-14	57	0,48	0,97
Moyenne	62	0,54	0,36

Spécimen	Ω	$\alpha_{0,fit}$	β
30-07	49	0,53	0,67
30-08	108	0,50	1,07
30-10	105	0,51	0,86
30-13	141	0,55	1,04
30-14	19	0,50	0,23
30-15	123	0,47	0,74
30-16	173	0,44	1,06
30-18	425	0,52	0,74
30-19	160	0,53	1,10
30-21	257	0,55	0,73
Moyenne	156	0,51	0,41

Spécimen	Ω	$\alpha_{0,fit}$	β
50-01	118	0,52	0,65
50-02	91	0,55	0,46
50-03	61	0,51	0,36
50-04	69	0,57	0,36
50-05	139	0,56	0,61
50-06	210	0,51	0,72
50-07	157	0,50	0,61
50-08	51	0,54	0,33
Moyenne	112	0,53	0,26

Spécimen	Ω	$\alpha_{0,fit}$	β
100-04	1472	0,54	1,49
100-05	90	0,51	0,97
100-06	80	0,56	0,48
100-07	152	0,53	0,73
100-08	442	0,49	1,05
100-09	78	0,53	0,57
100-10	28	0,55	0,43
100-12	85	0,53	0,69
100-13	16	0,52	0,40
100-14	18	0,54	0,45
Moyenne	246	0,53	0,35

Spécimen	Ω	$\alpha_{0,fit}$	β
140-01	175	0,53	0,78
140-02	363	0,50	0,98
140-03	233	0,50	1,32
140-04	152	0,50	1,18
140-05	274	0,53	0,54
140-06	915	0,51	1,19
140-07	55	0,50	0,97
Moyenne	310	0,51	0,51

Spécimen	Ω	$\alpha_{0,fit}$	β
200-01	38	0,51	1,00
200-04	47	0,51	0,34
200-06	599	0,54	0,72
Moyenne	228	0,52	0,34

Annexe H

Banc de collage

Les spécimens de taille 100, 140 et 200 *mm* ont été coulés en trois éléments, 2 bras et 1 coeur, puis assemblés à l'aide d'une colle bi-composants sur un banc de collage réalisé en planches de LVL d'épaisseur 50 *mm*. Les figures ci-après représente la configuration du banc de collage pour chaque taille de spécimen.

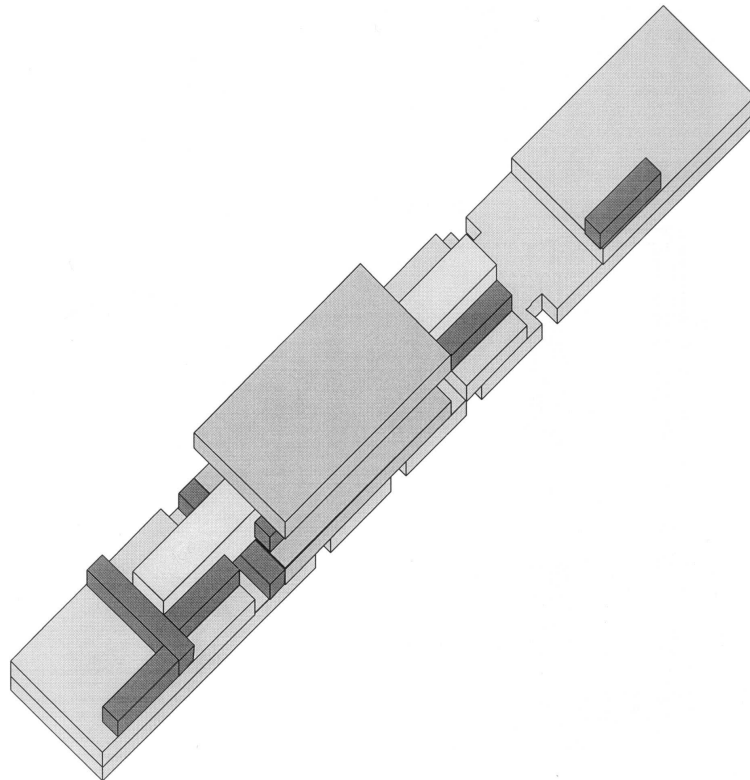


FIG. H.1 : Configuration du banc de collage pour l'assemblage des spécimens de taille 100 *mm*.

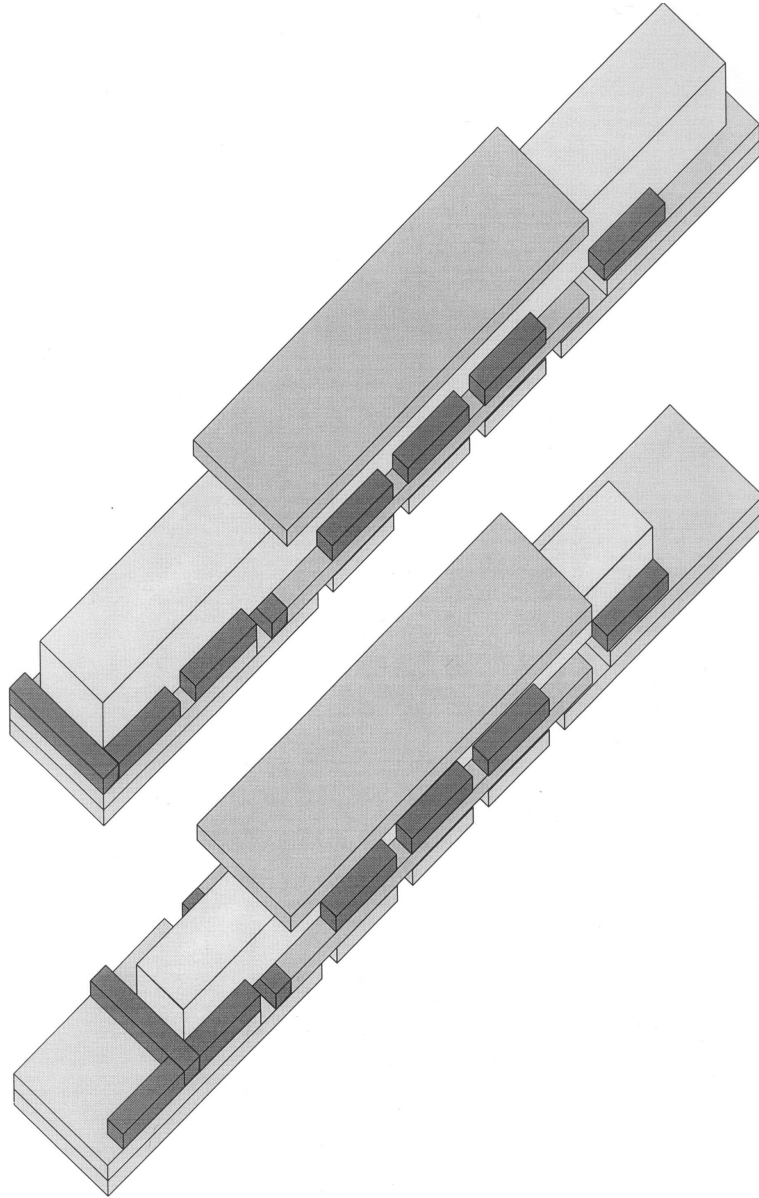


FIG. H.2 : Configurations du banc de collage pour l'assemblage des spécimens de taille 140 et 200 *mm*.

Liste des tableaux

II.1	La composition du mortier utilisé est très proche de celle du mortier normalisé EN 196-1.	16
II.2	Pour les échantillons de grande taille, le poids propre de la structure ne peut être négligé devant la force appliquée.	28
III.1	Caractéristiques des lentilles utilisées.	40
III.2	Exposant de rugosité local moyen obtenu par méthode et pour chaque taille d'échantillons.	46
III.3	Valeur moyenne des exposants obtenue pour chaque taille d'échantillon.	55
III.4	Exposants ζ et z obtenus pour différents matériaux quasi-fragiles.	55
IV.1	Position moyenne y_{sat} du profil à partir duquel la rugosité sature pour chaque taille d'échantillons.	61
IV.2	Résultats moyens, par taille d'échantillons, obtenus pour l'ajustement de la loi de comportement théorique du comportement courbe-R (Equation IV.4) sur les résultats expérimentaux. L'énergie spécifique de surface 2γ est fixée à $10 J/m^2$ et la longueur relative de fissure initiale α_0 laissée libre.	68
V.1	Valeurs moyennes par taille d'échantillons des résultats expérimentaux obtenus pour la résistance au pic de charge G_{Ru} et la contrainte nominale σ_N	83
V.2	Paramètres du modèle basé sur la courbe-R permettant une correspondance optimale entre ce modèle et les résultats expérimentaux. Les seules variables sont ϕ , c^* et G_{Rmax} , les autres paramètres sont des résultats intermédiaires.	84

V.3	Tailles de transition entre les différents effets de taille du modèle basé sur la courbe-R.	84
-----	---	----

Table des figures

I.1	La loi d'effet de taille de Bažant (trait épais) est caractérisée par deux paramètres : σ_{max} et D_0 . Les développements asymptotiques aux petites et aux grandes échelles ainsi que les asymptotes correspondantes sont représentés en trait plus fin.	11
II.1	Éprouvettes entaillées de flexion d'élanement 10.	14
II.2	6 tailles d'échantillons ont été testées : 20, 30, 50, 100, 140 et 200 mm.	14
II.3	Le sable entrant dans la composition du mortier utilisé est une combinaison de trois sables. la granulométrie résultante est proche de celle préconisée par la norme EN 196-1.	15
II.4	Des moules en contreplaqué sont utilisés pour couler, d'une pièce, les plus petits échantillons.	17
II.5	Moules en aluminium ayant servi à réaliser le coeur des plus gros échantillons. Une feuille d'acier calibrée permet de créer l'entaille.	17
II.6	Afin de faciliter la réalisation et la manutention des éléments les plus lourds, ceux-ci sont coulés en trois parties puis assemblés par collage.	18
II.7	Éprouvette lors de sa mise en place sur le bâti de flexion. La presse est utilisée pour lever les échantillons les plus lourds à l'aide de sangles. Une bride boulonnée protège son coeur entaillé.	18
II.8	Représentation symbolique des appuis. Les appuis supérieurs liés au chevrete sont espacés du tiers de la portée de la poutre.	18
II.9	Les appuis inférieurs de la poutre sont une bille et un rouleau. Ces éléments sont graissés afin de limiter les frottements, en particulier le rouleau qui a une grande surface de contact avec sa base.	19

II.10	Les appuis supérieurs sont deux billes. Une articulation du chevêtre de type pivot permet une répartition équitable de l'effort entre les deux appuis.	20
II.11	L'utilisation de paires de LVDT disposés de part et d'autre de la poutre permet de mesurer précisément le déplacement des points d'application de la force ainsi qu'une éventuelle rotation des éléments.	20
II.12	6 capteurs piézoélectriques de diamètre 8 mm et de fréquence de résonance 300 kHz ont été utilisés.	22
II.13	Les capteurs sont maintenus en place par des élastiques qui ceinturent l'échantillon. Un joint de silicone assure un bon couplage entre les capteurs et la surface de l'échantillon.	22
II.14	Les capteurs sont disposés sur les 4 faces principales de l'échantillon, autour de la zone à étudier.	23
II.15	Des événements acoustiques sont générés sur la surface de l'échantillon à l'aide d'un porte-mine muni d'une collerette spéciale.	24
II.16	Détection d'événements acoustiques générés suivant un quadrillage tracé sur l'échantillon.	25
II.17	Courbe force-déplacement typique.	25
II.18	Tracé d'une courbe force-déplacement pour chacune des 6 tailles d'échantillon testées.	26
II.19	Effet d'échelle sur la force au pic.	27
II.20	Effet d'échelle sur la contrainte nominale.	27
II.21	Schéma mécanique des échantillons non pesants en flexion 4 points.	28
II.22	Schéma mécanique des échantillons soumis à leur poids propre seul.	28
II.23	Comportement courbe-R théorique.	29
II.24	Evolution de la zone endommagée.	30
II.25	La longueur de fissure élastique équivalente a est égale à la longueur de fissure réelle plus une partie de la longueur de la zone endommagée.	31
II.26	La résistance est calculée pour chaque point de la courbe force-déplacement en considérant une petite variation $\pm\delta\alpha$ de longueur de fissure α .	32
II.27	Maillage rayonnant déformé du fond de fissure.	33
II.28	Maillage de la zone environnant le trajet de la fissure.	33

II.29	Maillage complet de l'échantillon sous sollicitation.	34
II.30	Complaisance de la structure pour un chargement de type flexion 4 points en fonction de la longueur relative de fissure. Elle est définie comme étant le rapport entre la force appliquée à la structure et le déplacement du à cette force de ses points d'application. Elle est, de plus, calculée pour une poutre d'épaisseur unité.	35
II.31	Une étude par éléments finis de stabilité de la propagation de la fissure a été faite.	36
II.32	Exemple de courbe-R obtenue expérimentalement.	37
II.33	Lorsque la zone endommagée atteint la zone de mortier comprimé, la nucléation et la propagation des microfissures requiert plus d'énergie. . .	37
II.34	Événement acoustiques localisés lors de la rupture d'un échantillon de taille $D = 140 \text{ mm}$. La pointe de l'entaille initiale se situe au milieu de l'axe des abscisses. Seuls les événements de très forte amplitude sont ici représentés.	38
II.35	Le matériel d'émission acoustique utilisé permet la localisation en 3 dimensions des événements acoustiques.	38
III.1	Les demi-éprouvettes sont sciées pour ne conserver qu'une mince plaquette.	40
III.2	Échantillon en cours de cartographie.	40
III.3	Vue d'ensemble de la station de rugosimétrie et vue rapprochée des tables de déplacement.	41
III.4	Cartographies de surfaces de rupture.	42
III.5	La rugosité W peut être définie comme étant l'écart type des fluctuations de hauteur d'un morceau du profil contenu dans une fenêtre de largeur l .	44
III.6	Rugosité W en fonction de l'échelle d'observation l	44
III.7	Puissance spectrale S en fonction du vecteur d'onde k	45
III.8	Coefficient d'ondelette moyen $W[z_T]$ en fonction du facteur de translation a	45
III.9	Evolution de la rugosité W en fonction de la distance y à l'entaille. . . .	47
III.10	Croissance rugueuse pour différentes échelles d'observation.	48

III.11	Taille du motif auto-affine mesurée à une distance de l'entaille $y > y_{sat}$. Il apparaît que ξ_{sat} vaut approximativement 10 % de la largeur de l'échantillon.	48
III.12	Loi d'échelle de F. Family et T. Vicsek.	50
III.13	Loi anormale d'échelle.	51
III.14	Loi anormale dans le plan $W(l)$	51
III.15	Loi anormale dans le plan $W(y)$	51
III.16	Tracé de $g_A(u)$ pour tous les profils situés dans la zone de croissance de la rugosité et pour deux tailles d'échantillons. Les tracés se superposent au mieux pour les bonnes valeurs de ζ et z	53
III.17	Tracé de $s_A(v)$ pour tous les profils situés dans la zone de croissance de la rugosité et pour deux tailles d'échantillons. Les tracés se superposent au mieux pour les bonnes valeurs de ζ et z	54
IV.1	La longueur développée d'un profil peut être estimée en le découpant en petits éléments de longueur projetée l_0	59
IV.2	Effet d'échelle théorique sur la résistance critique obtenue à partir de l'équation IV.5.	60
IV.3	Effet de la taille D de la structure sur l'incrément de longueur de fissure à la saturation Δa_C	63
IV.4	On définit une taille de structure minimale D_{min} en deçà de laquelle l'effet de taille sur la taille critique de la zone endommagée n'est plus valable car celle-ci occupe tout l'espace disponible.	64
IV.5	Si la structure est suffisamment grande, $D \gg D_{max}$, la taille critique de la zone endommagée est constante et indépendante de la taille de la structure.	65
IV.6	Ajustement de la loi de comportement théorique (Equation IV.4) sur une courbe-R expérimentale.	67
V.1	Superposition de 3 courbes représentant la force, la résistance à l'avancée de la fissure et l'activité acoustique en fonction de la longueur relative de fissure pour un échantillon de dimension caractéristique 140 mm.	70
V.2	La longueur de fissure au pic de charge a_u s'obtient à l'intersection de la courbe G'_R/G_R et de la courbe λ''/λ'	72

V.3	Lorsque la taille D de la structure est suffisamment grande, toutes les courbes $G'_R/G_R(\alpha)$ se confondent en une seule induisant l'unicité de la longueur relative de fissure au pic de charge $\alpha_{u,unique}$	74
V.4	Effet de la taille D de la structure sur la résistance au pic de charge G_{Ru}	74
V.5	Le taux de restitution d'énergie ne peut excéder la résistance critique qui évolue comme $D^{\beta z}$ si D est suffisamment grand.	76
V.6	Le taux de restitution d'énergie critique et la taille critique de la zone endommagée cessent de dépendre de la taille de la structure si cette dernière est suffisamment grande.	77
V.7	Effet de la taille de la structure sur la contrainte nominale pour les structures de grande taille.	78
V.8	Pour des tailles de structure inférieures à D_{max} , l'effet de la taille de la structure sur la contrainte nominale suit une autre loi puissance, moins prononcée.	80
V.9	Dans la gamme de tailles de structure où la longueur relative de fissure au pic de charge α_u ne dépend pas de la taille de la structure, l'effet de taille sur la contrainte nominale obéit à une troisième loi puissance encore moins prononcée que les deux premières.	81
V.10	Pour les structures de petite taille, la contrainte nominale est indépendante de la taille de la structure.	82
V.11	La loi d'effet de taille basée sur la courbe-R (ligne brisée fine) et la loi proposée par Bazant (courbe épaisse) sont ajustées aux résultats expérimentaux (cercles).	85
V.12	Confrontation aux résultats expérimentaux de la loi d'effet de taille sur la résistance au pic de charge tracée avec : $\phi = 3,2$, $c^* = 0,2 \text{ mm}$ et $G_{Rmax} = 62 \text{ J/m}^2$	85
V.13	Même loi d'effet de taille mais avec les paramètres suivants : $\phi = 2,2$, $c^* = 0,17 \text{ mm}$ et $G_{Rmax} = 45 \text{ J/m}^2$	85
VI.1	Description par un unique exposant de rugosité $\zeta_{loc} \simeq 0,8$ de l'évolution de la rugosité W en fonction de l'échelle d'observation l	90

VI.2	L'introduction d'un second exposant de rugosité local $\zeta_e \simeq 0,4$ permettrait de mieux décrire l'évolution de la rugosité W en fonction de l'échelle d'observation l	91
H.1	Configuration du banc de collage pour l'assemblage des spécimens de taille 100 <i>mm</i>	123
H.2	Configurations du banc de collage pour l'assemblage des spécimens de taille 140 et 200 <i>mm</i>	124

Bibliographie

- [1] B.R. Lawn. *Fracture of brittle solids*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 2nd edition, 1993.
- [2] Z.P. Bažant. Scaling of quasibrittle fracture : asymptotic analysis. *Int. J. Fract.*, 83 :19–40, 1997.
- [3] Z.P. Bažant and L. Cedolin. *Stability of structures : elastic, inelastic, fracture and damage theories*. Oxford University Press, New York, 1991.
- [4] Z.P. Bažant and A. Yavari. Is the cause of size effect on structural strength fractal or energetic-statistical? *Eng. Fract. Mechanics*, 2004.
- [5] Z.P. Bažant and M. Kazemi. Size effect in fracture of ceramics and its use to determine fracture energy and effective process zone length. *J. Am. Ceram. Soc.*, 73 (7) :1841–1853, 1990.
- [6] S. Morel, J. Schmittbuhl, E. Bouchaud, and G. Valentin. Scaling of crack surfaces and implications for fracture mechanics. *Phys. Rev. Lett.*, 85 (8) :1678, 2000.
- [7] S. Morel, E. Bouchaud, J. Schmittbuhl, and G. Valentin. R-curve behavior and roughness development of fracture surfaces. *Int. J. Fract.*, 114 :307–325, 2002.
- [8] S. Morel, T. Lubet, J.-L. Pouchou, and J.-M. Olive. *Phys. Rev. Lett.*, 93 (6) :065504, 2004.
- [9] S. Morel, G. Mourot, and J. Schmittbuhl. Influence of the specimen geometry on r-curve behavior and roughening of fracture surfaces. *Int. J. Fract.*, 121 :23–42, 2003.
- [10] K. Haidar, G. Pijaudier-Cabot, J.F. Dubé, and A. Loukili. Correlation between the internal length, the fracture process zone and size effect in model materials. *Materials Structures*, 38, 2005.

-
- [11] B. B. Mandelbrot, D. E. Passoja, and A. J. Paullay. Fractal character of fracture surfaces of metals. *Nature*, 308 :721, 1984.
- [12] E. Bouchaud, G. Lapasset, and J. Planés. Fractal dimension of fractured surfaces : a universal value ? *Europhys. Letters*, 13 :73–79, 1990.
- [13] R. H. Dauskardt, F. Haubensak, and R. O. Ritchie. On the interpretation of the fractal character of fracture surfaces. *Acta Metallica Material*, 38 (2) :143–159, 1990.
- [14] A. Imre, T. Pajkossy, and L. Nyikos. Electrochemical determination of the fractal dimension of fractured surfaces. 1992.
- [15] J. J. Mecholsky, D. E. Passoja, and K. S. Feinberg-Ringel. Quantitative analysis of brittle fracture surfaces using fractal geometry. *J. Am. Ceram. Soc.*, 72 (1) :60–65, 1989.
- [16] K. J. Måløy, A. Hansen, E. L. Hinrichsen, and S. Roux. Experimental measurements of the roughness of brittle cracks. *Phys. Rev. Lett.*, 68 :213–215, 1992.
- [17] P. Daguer, B. Nghiem, E. Bouchaud, and F. Creuzet. Pinning / depinning of crack fronts in heterogeneous materials. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :1062–1065, 1997.
- [18] J. Schmittbuhl, F. Schmitt, and C. Scholz. Scaling invariance of crack surfaces. *Geo. Res.*, 100 :5953–5973, 1995.
- [19] J. M. López and J. Schmittbuhl. Anomalous scaling of fracture surfaces. *Phys. Rev. E*, 57 :6405–6409, 1998.
- [20] J. Weiss. Fracture and fragmentation of ice : a fractal analysis of scale invariance. *Eng. Fract. Mechanics*, 68 :1975–2012, 2001.
- [21] T. Engøy, K. J. Måløy, A. Hansen, and S. Roux. Roughness of two-dimensional cracks in wood. *Phys. Rev. Lett.*, 73 (6) :834–837, 1994.
- [22] S. Morel, J. Schmittbuhl, J. M. López, and G. Valentin. Anomalous roughening of wood fractured surfaces. *Phys. Rev. E*, 58 (6) :6999–7005, 1998.
- [23] E. Bouchaud. Scaling properties of cracks. *J. Phys. Condens. Mat.*, 9 :4319, 1997.
- [24] E. Bouchaud. The morphology of fracture surfaces : a tool for understanding crack propagation in complex materials. *Surf. Rev. Lett.*, 10 :73–79, 2003.
- [25] J. Schmittbuhl, J.-P. Vilotte, and S. Roux. Reliability of self-affine measurements. *Phys. Rev. E*, 51 (1) :131–147, 1995.

-
- [26] I. Simonsen, A. Hansen, and O. M. Nes. Using wavelet transformations for hurst exponent determination. *Phys. Rev. E*, 58 (3) :2779–2787, 1998.
- [27] F. Family and T. Vicsek. *Dynamics of fractal surfaces*. World Scientific, Singapore, 1991.
- [28] M. Schroeder, M. Siegert, D. E. Wolf, J. D. Shore, and M. Plischke. Scaling of growing surfaces with large local slopes. *Europhys. Letters*, 24 (7) :563–568, 1993.
- [29] J. Krug. Turbulent interfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :2907–2910, 1994.
- [30] S. Das Sarma, C. J. Lanczycki, R. Kotlyar, and S. V. Ghaisas. Scale invariance and dynamical correlations in growth models of molecular beam epitaxy. *Phys. Rev. E*, 53 :359–389, 1996.
- [31] J. M. López and M. A. Rodríguez. Lack of self-affinity and anomalous roughening in growth processes. *Phys. Rev. E*, 54 (3) :R2189–R2192, 1996.
- [32] J. M. López, M. A. Rodríguez, and R. Cuerno. Superroughening versus intrinsic anomalous scaling of surfaces. *Phys. Rev. E*, 56 (4) :3993–3998, 1997.
- [33] M. Castro, R. Cuerno, A. Sánchez, and F. Domínguez-Adame. Anomalous scaling in a nonlocal growth model in the kardar-parisi-zhang universality class. *Phys. Rev. E*, 57 :R2491–R2494, 1998.
- [34] H. N. Yang, G. C. Wang, and T. M. Lu. Instability in low-temperature molecular-beam epitaxy growth si/si(111). *Phys. Rev. Lett.*, 73 :2348–2351, 1994.
- [35] J. H. Jeffries, J. K. Zuo, and M. M. Craig. Instability of kinetic roughening in sputter-deposition growth of pt on glass. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :4931–4934, 1996.
- [36] S. Huo and W. Schwarzacher. Anomalous scaling of the surface width during cu electrodeposition. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :256–259, 2001.
- [37] J. Santamaria, M. E. Gómez, J. L. Vicent, K. M. Krishnan, and J. K. Schuller. Scaling of the interface roughness in fe-cr superlattices : self-affine versus non-self-affine. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :196601–1/196601–4, 2002.
- [38] J. Soriano, J. Ortín, and A. Hernández-Machado. Anomalous roughening in experiments of interfaces in hele-shaw flows with strong quenched disorder. *Phys. Rev. E*, 67 (5), 2003.

- [39] G. Mourot, S. Morel, E. Bouchaud, and G. Valentin. Anomalous scaling of mortar fracture surfaces. *Phys. Rev. E*, 71 :016136–1/016136–7, 2005.
- [40] J. M. López, M. A. Rodríguez, and R. Cuerno. Power spectrum scaling in anomalous kinetic roughening of surfaces. *Physica A*, 246 :329–347, 1997.
- [41] J. M. López, M. Castro, and R. Gallego. Scaling of local slopes, conservation laws, and anomalous roughening in surface growth. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :166103–1/166103–4, 2005.
- [42] A. Hansen, J. Kalda, and K. J. Måløy. Wavelet analysis of anomalous scaling in self-affine traces. *Physica A*, 246 :329–347, 2005.
- [43] M.J. Alava, P.K.V.V. Nukala, and S. Zapperi. Morphology of two dimensional fracture surfaces. *J. Stat. Mech.*, page L10002, 2006.
- [44] G. Mourot, S. Morel, E. Bouchaud, and G. Valentin. Scaling properties of mortar fracture surfaces. *Int. J. Fract.*, 140 :39–54, 2006.
- [45] D. Bonamy, L. Ponson, S. Prades, E. Bouchaud, and C. Guillot. Scaling exponents for fracture surfaces in homogeneous glass and glassy ceramics. *Phys. Rev. Lett.*, 13 :135504–1–4, 2006.
- [46] J. Soriano, J. J. Ramasco, M. A. Rodríguez, A. Hernández-Machado, and J. Ortín. Anomalous roughening of hele-shaw flows with quenched disorder. *Phys. Rev. Lett.*, 89 (2), 2002.
- [47] J. J. Ramasco, J. M. López, and M. A. Rodríguez. Generic dynamic scaling in kinetic roughening. *Phys. Rev. Lett.*, 84 (10) pages =, 2000.
- [48] L. Ponson, D. Bonamy, H. Auradou, G. Mourot, S. Morel, E. Bouchaud, C. Guillot, and J.P. Hulin. Anisotropic self-affine properties of experimental fracture surfaces. *Int. J. Fract.*, 140 :27–37, 2006.
- [49] A. B. Mosolov. Mechanics of fractal cracks in brittle solids. *Europhys. Letters*, 24 :673, 1993.
- [50] E. Bouchaud and J. P. Bouchaud. Fracture surfaces : apparent roughness, relevant length scales, and fracture toughness. 50 :17752, 1994.
- [51] A. Carpinteri. *Int. J. Solids Struct.*, 31 :291, 1994.

-
- [52] A. S. Balankin. The effect of fracture surface morphology on the crack mechanics in a brittle material. *Int. J. Fract.*, 76 :R63, 1996.
- [53] F. M. Borodich. *J. Mech. Phys. Solids*, 45 :239, 1997.
- [54] S. Morel, N. Dourado, G. Valentin, and J. Morais. Wood : a quasibrittle material. r-curve behavior and peak load evaluation. *Int. J. Fract.*, 131 :385–400, 2005.

Effet de taille lié à l'endommagement des mortiers

Résumé

La fissuration des matériaux quasi-fragiles, tels que les mortiers, est caractérisée par le développement d'une zone endommagée microfissurée en avant du front de fissure principale. Cet endommagement induit un comportement courbe de résistance ou courbe-R. Le rôle de la microstructure du matériau dans le développement de la microfissuration est à l'origine d'un effet d'échelle conséquent dont la bonne connaissance est synonyme d'économie et de sécurité dans l'extrapolation à l'ouvrage fonctionnel des résultats obtenus en laboratoire.

Une loi d'effet de taille sur la contrainte nominale, proposée par Z.P. Bažant, est largement connue et utilisée. Néanmoins, celle-ci, issue de la réunion de deux comportements asymptotiques, mériterait d'être affinée dans le domaine de tailles de structure où se situent la plupart des résultats expérimentaux.

Ce travail présente l'analyse, par deux méthodes indépendantes, de résultats de rupture en flexion sur des éprouvettes entaillées en mortier. Outre l'approche mécanique classique, la fractographie quantitative est utilisée pour calculer l'énergie consommée par la fissuration à partir de la morphologie des surfaces de rupture. Le croisement des deux approches aboutit à une description analytique des courbes-R utilisant les paramètres décrivant de la morphologie des surfaces de rupture. Sur la base de cette description, une nouvelle loi d'effet de taille sur la résistance au pic de charge puis sur la contrainte nominale a été proposée. Cette nouvelle loi, sans contredire celle de Bažant, en apporte une définition plus fine.

Mots-clés : Fissuration, effet de taille, quasi-fragile, courbe-R, fractographie.

Size effects linked to mortars damaging

Abstract

The failure of quasibrittle materials such as mortars is characterized by the development of a microcracked fracture process zone ahead of the main crack. That kind of damage development lead to a R-curve behavior. The part of the material microstructure in the crack development is the cause of a important size effect. A good knowledge of that size affect is necessary in order to transpose results from laboratory tests to real structure for money and security reasons.

A scaling law for the nominal strength suggested by Z.P. Bažant is already widely used. Nevertheless this law, which is obtained from the merging of two asymptotic analysis, could be more precise in the scale range of most of experimental results.

This study describes the analysis of fracture tests on notched 4 point bending specimens using two independent methods. Besides the classical mechanical approach, quantitative fractography is used to evaluate the energy consume by the crack propagation from the crack surface morphology. The melt of the two approaches leads to an analytic description of R-curves using parameters describing the crack surface morphology. Based on that description, a new scaling law for the strength at the peak load and the nominal strength is established. It refines the Bažant's scaling law without refute it.

Key-words : Cracking, size effect, quasibrittle, R-curve, fractography.