



Simulation hybride MEF-POD du procédé DED-Laser Poudre

Cécile LEROY-DUBIEF^(a), Fabien POULHAON^(a), Pierre JOYOT^(a)

(a) Univ. Bordeaux, ESTIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY, F-64210 Bidart, France

Mail : c.leroydubief@estia.fr

Résumé : La fabrication additive métallique est un enjeu phare de l'industrie du futur. Appartenant à la famille des procédés *Directed Energy Deposition* (DED), la technologie DED-Laser-Poudre consiste à projeter de la poudre dans un bain de fusion généré par une source laser et permet une construction couche par couche de la géométrie souhaitée. Des phénomènes thermiques complexes surviennent au cours du procédé et impactent la qualité géométrique et métallurgique du produit fabriqué. En complément de la mesure, la simulation de l'histoire thermique vue par le matériau permet d'accroître la maîtrise du procédé. De nombreux modèles font appel à la méthode des éléments finis (MEF), mais le coût de calcul déjà conséquent pour les petites pièces devient considérable pour des pièces de grandes dimensions. C'est pourquoi une simulation hybride couplant MEF et décomposition orthogonale propre (POD) est proposée. Elle consiste à extraire en cours de calcul et dans une partie du domaine (substrat et couches inférieures) les modes thermiques les plus caractéristiques. Les modes identifiés sont alors employés pour estimer le champ thermique aux pas de temps suivants dans la partie inférieure de la pièce, tandis que le calcul par éléments finis se poursuit dans les couches supérieures pour garder une bonne précision, là où le gradient thermique est important. La continuité du champ à l'interface entre les domaines POD et éléments finis est assurée à chaque pas de temps. Néanmoins, un contrôle de l'erreur introduite par la POD est nécessaire pour assurer la stabilité du calcul.

Mots clés : DED-LP, Histoire thermique, Réduction de modèle, Hybridation MEF-POD.

1 Introduction

Conçu à l'origine pour du rechargement de matière, le procédé *Directed Energy Deposition - Laser Poudre* (DED-LP) offre un large éventail de possibilités en termes de fabrication de pièces et d'ajout de fonctions. Cette technologie consiste à projeter de la matière sous forme de poudre via un gaz porteur (argon), mise en fusion grâce à un faisceau laser. Cela mène à la formation d'un bain de matière liquide qui se déplace dans l'espace, formant couche après couche, la pièce. Pour atteindre le point de fusion des métaux, le flux d'énergie doit être suffisamment important ; ceci implique de nombreux phénomènes thermiques tels que la conduction, la radiation ou encore la convection. Les propriétés métallurgiques et mécaniques de la pièce découlent de l'histoire thermique subie par le matériau au cours du procédé. En effet, un surplus de chaleur peut conduire à des écroulements de la structure ou a contrario, des manques de fusion découlant sur des porosités. Afin d'anticiper voire d'éviter ces défauts, il est nécessaire de simuler l'histoire thermique en amont de la fabrication de la pièce. Par ailleurs, cette modélisation du procédé permet d'itérer plus rapidement dans le processus de conception et d'optimisation des paramètres de fabrication.

De nombreuses études font appel à la méthode des éléments finis (MEF) (Peyre, 2017; Biegler, 2018; Lu, 2018) ; cependant le coût calcul déjà conséquent pour des petites pièces, devient considérable pour des pièces de grandes dimensions. C'est pourquoi, pour pallier cet inconvénient, certains auteurs ont mis en place différentes stratégies pour alléger le coût de calcul : par une réduction de l'ordre du modèle (Favoretto, 2019; Weisz-Patrault, 2020), par un remaillage dynamique (Denlinger, 2014) ou par une décomposition des domaines permettant la parallélisation des calculs (Jolivet, 2012). Des approches reposant sur des sources de chaleur équivalentes « étendues » et l'utilisation de pas de temps plus grands sont aussi proposées (Nain, 2021).

Dans les travaux présentés ici, est exploité un phénomène propre à la fabrication additive dû à la répétitivité du procédé (Roy, 2020): à partir d'une certaine couche, un équilibre est atteint entre la quantité de chaleur apportée par le laser et la quantité évacuée. Par conséquent, le champ de température dans la partie inférieure de la pièce, varie peu et peut être représenté par un ensemble de modes. Certains de ces modes sont alors sélectionnés pour reconstruire le champ de température dans le substrat (Wang, 2021) (Figure 1). De cette manière, le domaine d'application de la MEF est réduit aux couches les plus impactées par des variations thermiques, celles proches de la source laser (Fic, 2005; Ryckelynck, 2009). La continuité à l'interface des deux domaines, MEF et POD, est assurée à chaque pas de temps: le couplage sans recouvrement peut se faire grâce aux méthodes FETI (Farhat, 1994), les multiplicateurs de Lagrange (Im, 2019) ou encore le complément de Schur (Buffoni, 2007). Afin de ne pas augmenter le nombre de degrés de liberté (DDL), la méthode de Nitsche (Hansbo, 2005) est privilégiée.

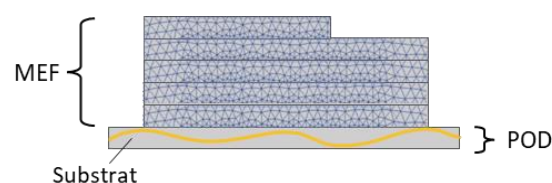


Figure 1 : Application de la MEF sur les couches supérieures et de la POD sur le substrat

Finally, the solution obtained by a standard MEF simulation is compared to the solution obtained with the hybrid MEF-POD model. The reduction of the number of DDLs reduces the calculation time drastically while maintaining a good approximation of the solution. Nevertheless, a control of the error introduced by the POD is necessary to ensure the stability of the calculation.

2 Stratégie de modélisation

2.1 Approche générale

The analysis of the thermal history consists in evaluating the temperature field at any point in the domain and throughout the process. A reduction of the number of DDLs is indispensable to obtain a reasonable calculation time. Proper Orthogonal Decomposition (POD) allows a reduction of the model size by extracting characteristic modes. It allows, for this purpose, to take advantage of the iterative nature of the additive manufacturing process. In fact, the laser beam heats the material in order to deposit a layer, this layer is then reheated during the deposition of the next layer and so on; this leads to repeated heating and cooling cycles during the entire fabrication of the part.

The model reduction operates in several phases :

- Extraction of thermal modes in the substrate where the temperature field has been previously calculated by finite elements. This step implies the use of an SVD algorithm (*Singular Value Decomposition*)
- Selection of the number of modes to keep by a discriminant criterion
- Reconstruction of the thermal field « in place » (at the nodes where the modes were extracted) at the next time steps
- Continuation of the calculation in finite elements on the upper layers.

In addition, the Nitsche method allows to guarantee the continuity of the thermal field at the interface of the two domains as well as the application of the boundary conditions, at all time steps.

2.2 Analyse thermique par éléments finis

The final goal of the presented works is to analyze the thermal history of the material during the fabrication of a part in DED-LP, this amounts to solving the heat equation (Eq. 1).

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla u) = q \\ \frac{\partial u}{\partial \vec{n}} \Big|_r = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \vec{n}}, u|_r = \bar{u} \\ u(t=0) = u^0 \end{cases} \quad (1)$$

Where u represents the temperature, ρ the density of the material, c its thermal capacity, k its thermal conductivity, q is the source term and \vec{n} the normal vector.

Pour ses premiers développements, des hypothèses simplificatrices sont considérées :

- Les propriétés thermiques du matériau sont constantes
- Les phénomènes radiatifs et convectifs au niveau des surfaces extérieures sont négligés

Le domaine d'étude est alors divisé en éléments à l'aide d'un maillage, ce qui permet une discrétisation en espace du problème (Eq.1). Une fois toutes les matrices élémentaires assemblées, le problème global s'exprime ainsi sous la forme (Eq.2).

$$\begin{cases} C \frac{\partial u}{\partial t} + Ku = Q \\ u(t = 0) = u^0 \end{cases} \quad (2)$$

Où K est appelée matrice de conductance, C matrice de capacitance et Q vecteur du terme source.

En outre, le régime transitoire nécessite une discrétisation du temps et l'application d'une condition initiale, correspondant à la température ambiante.

2.3 Réduction du modèle par POD

2.3.1 Extraction des modes

La décomposition en valeurs singulières (SVD) donne un poids (qui n'est autre que la valeur singulière) à chaque mode extrait du champ thermique, calculé au préalable par éléments finis. Ces poids, classés par ordre décroissant, quantifient l'importance ou non des informations extraites. Afin de sélectionner exclusivement les modes les plus représentatifs des comportements thermiques du matériau, les différents poids σ sont comparés au critère donné par (Eq.3).

$$\forall 1 \leq i \leq s, \quad \sigma_i \geq 10^{-6} \sigma_1 \quad (3)$$

Où s est le nombre total de modes (correspondant au nombre de pas de temps sur lesquels ils ont été extraits).

Autrement dit, ne sont conservés que les p premiers modes dont la valeur singulière est supérieure à 10^{-6} fois la première valeur singulière (qui est la plus élevée).

2.3.2 Plage d'extraction

Une des spécificités de la réduction de modèle par POD appliquée à la fabrication additive est le choix de la plage temporelle d'extraction des modes. En effet, les modes à acquérir sont ceux qui représentent au mieux, le champ thermique à reproduire aux pas de temps futurs. La plage de prise d'information est donc choisie de façon pertinente, afin de capturer le comportement thermique du substrat après un certain nombre de couches déposées (Figure 2).

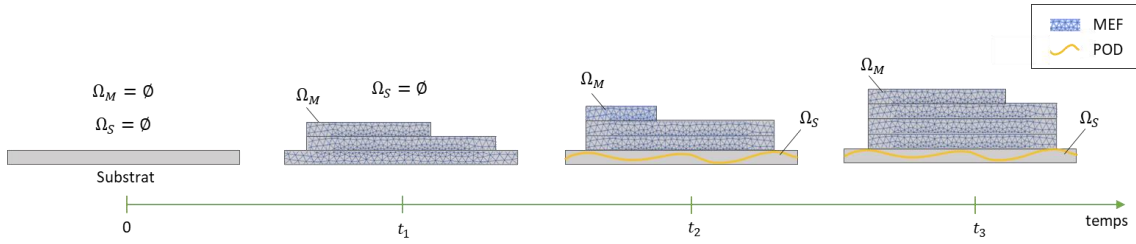


Figure 2 : Évolution du domaine « mur » et du domaine « substrat » au cours du calcul

2.3.3 Reconstruction du champ thermique

Le principe de la décomposition orthogonale propre (POD) réside dans l'écriture du champ thermique u comme une combinaison linéaire des p modes thermiques extraits. Cette opération peut se mettre sous la forme (Eq. 4).

$$u = \sum_{i=1}^p \beta_i \phi_i = [\phi_1 \quad \dots \quad \phi_p] \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} \quad (4)$$

Dans le domaine POD, il ne s'agit alors plus d'évaluer le champ des températures aux nœuds du maillage mais d'estimer les pondérations des modes, regroupées dans le vecteur β . Le nombre de modes étant bien inférieur au nombre de nœuds initialement présents dans le domaine POD, ceci permet une réduction du temps de calcul.

2.4 Modèle hybride MEF-POD

On distingue deux domaines :

- le domaine « mur » (noté Ω_M) comprend les couches supérieures sur lesquelles est appliquée la MEF car le gradient thermique est fort à cause de la proximité de la source laser
- le domaine « substrat » (noté Ω_S) constitué du substrat (puis éventuellement complété par les couches inférieures de la pièce) où la température varie de façon moins prononcée. Dans ce domaine, le champ thermique est calculé en éléments finis sur les premiers pas de temps, et ensuite par sa version réduite par POD aux pas de temps suivants.

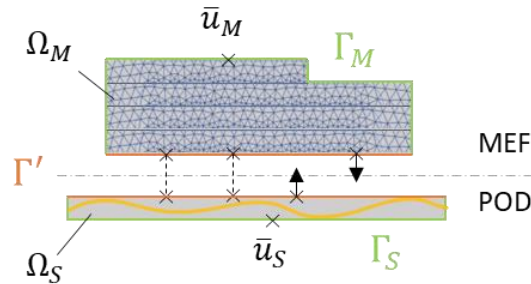


Figure 3 : Représentation du domaine « mur » (MEF) et du domaine « substrat » (POD) avec conditions aux limites et continuité à l'interface

2.4.1 Conditions aux limites

Les phénomènes physiques complexes jouent un rôle important dans l'histoire thermique subie par la matériau au cours du procédé. Leur prise en compte dans les conditions aux limites peut se faire par la méthode de Nitsche (Zienkiewicz, 2013). Il s'agit donc d'appliquer des conditions de type Dirichlet aux bords Γ_M et Γ_S respectifs des domaines Ω_M et Ω_S (Figure 3). Cela revient à ajouter deux termes de part et d'autre de l'équation (Eq. 5). Ces deux matrices N_l^{POD} (Eq. 6) et N_r^{POD} (Eq.7) ont vu leur partie inférieure correspondant au domaine « substrat », réduite par POD.

$$\left\{ \begin{bmatrix} K_M & 0 \\ 0 & K_S^{POD} \end{bmatrix} + N_l^{POD} \right\} \begin{Bmatrix} u_M \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_M \\ Q_S^{POD} \end{bmatrix} + N_r^{POD} \quad (5)$$

Où

$$N_l^{POD} = \begin{bmatrix} N_{lM} & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & 0 & 0 & \\ & & 0 & 0 & \\ & & \ddots & & \ddots \\ 0 & & & & N_{lS}^{POD} \end{bmatrix} \text{ et } N_r^{POD} = \begin{bmatrix} N_{rM} \\ N_{rS}^{POD} \end{bmatrix} \quad (6) \text{ et } (7)$$

Par souci de clarté, l'application des conditions aux limites est ici présentée en régime stationnaire (toutefois, cela reste valable pour le régime transitoire qui peut être vu comme une suite d'états stationnaires).

2.4.2 Continuité à l'interface

La température étant une variable continue dans l'espace, il est nécessaire d'assurer la continuité du champ thermique à l'interface des deux domaines. Pour ce faire, la méthode de Nitsche permet également de garantir cette contrainte (Zienkiewicz, 2013). En effet, obtenir la continuité à l'interface revient à imposer des conditions aux limites à chacune des extrémités des domaines à raccorder. La finalité est donc de « recoller » les domaines Ω_M et Ω_S à leur interface commune Γ' (Figure 3). De la même manière que l'application des conditions aux limites, le terme $N_l'^{POD}$ contenant des composants d'ordre réduit (Eq. 9), s'ajoute au membre de gauche de l'équation (Eq. 8).

$$\left\{ \begin{bmatrix} K_M & 0 \\ 0 & K_S^{POD} \end{bmatrix} + N_l'^{POD} \right\} \begin{Bmatrix} u_M \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_M \\ Q_S^{POD} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Où

$$N_l'^{POD} = \begin{bmatrix} 0 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & N_{lMM} & N_{lMS}^{POD} & \\ & & N_{lSM}^{POD} & N_{lSS}^{POD} & \\ & & \ddots & & \ddots \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Il est à noter que les matrices N_l^{POD} (Eq. 6) et $N_l'^{POD}$ (Eq. 9) peuvent être additionnées pour former une matrice unique imposant à la fois, les conditions aux limites et la continuité du champ à l'interface.

2.5 Ressources

Le programme du modèle hybride MEF-POD est implémenté en Julia. La machine de calcul dispose d'un processeur Intel® Core i5 @ 1.6 GHz (4 cœurs) et une mémoire RAM de 8 GB.

3 Cas d'application

3.1 Géométrie et maillage de la pièce

La modélisation hybride MEF-POD est mise en œuvre pour évaluer le champ de température lors de la construction d'un mur mono-cordon formé de 30 couches. La stratégie de fabrication consiste en des allers simplele mur a pour dimensions 45,9 x 0,9 x 17,4 mm tandis que le substrat mesure 56,7 x 29,7 mm et a une épaisseur de 2,32 mm (Figure 4). Ces dimensions restent modestes mais correspondent aux dimensions d'éprouvettes standards utilisées en amont pour le recalage du modèle MEF. Le maillage utilisé se compose d'éléments rectangulaires linéaires (8 nœuds/éléments) réguliers. Il compte 14 104 nœuds dont les trois quarts sont situés dans le substrat.

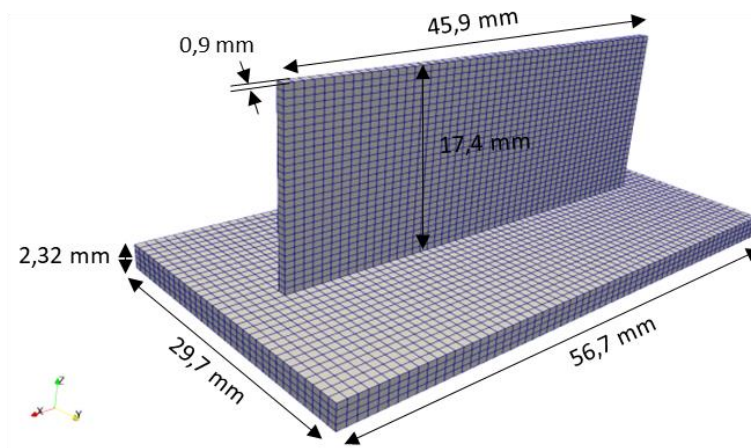


Figure 4 : Dimensions et maillage du mur de 30 couches

3.2 Matériau et propriétés thermiques

Le matériau considéré est un acier inoxydable 316L. Par souci de simplicité, ses propriétés thermiques k (conductivité thermique), ρ (densité) et c (capacité thermique) sont considérées indépendantes de la température et leur valeur à température ambiante (20°C) vaut respectivement : 14 W/mK, 7960 kg/m³ et 475 J/kgK.

3.3 Extraction des modes

Après que la température ait été calculée par éléments finis dans le domaine « substrat » lors du dépôt des 5 premières couches, 250 modes thermiques sont extraits par SVD, dont

les six premiers sont représentés sur la Figure 5. Ainsi, les DDL dans le substrat ont été réduits à 250 grâce à la POD contre 10 578 en MEF, constituant une réduction de plus de 97%.

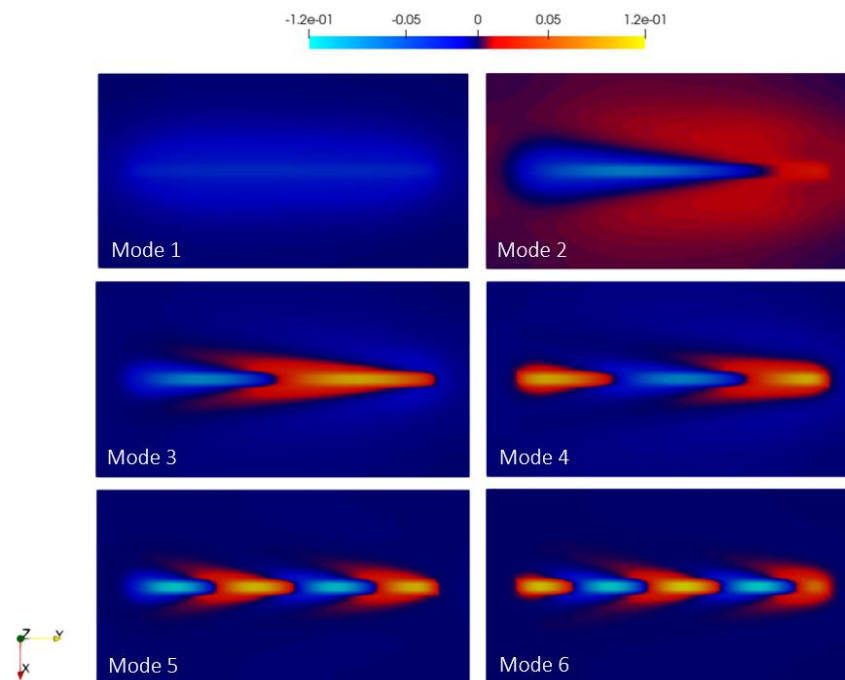


Figure 5 : Représentation des 6 premiers modes thermiques extraits du substrat

4 Résultats et discussion

Une comparaison du champ thermique dans le mur est illustrée à la Figure 6, confrontant l'ordre plein MEF et l'ordre réduit hybride MEF-POD sur le même pas de temp (après le dépôt de la 25^{ième} couche). À première vue, la reconstruction par POD du champ de température dans le substrat paraît analogue aux valeurs fournies par la MEF. Les extrema de température semblent similaires.

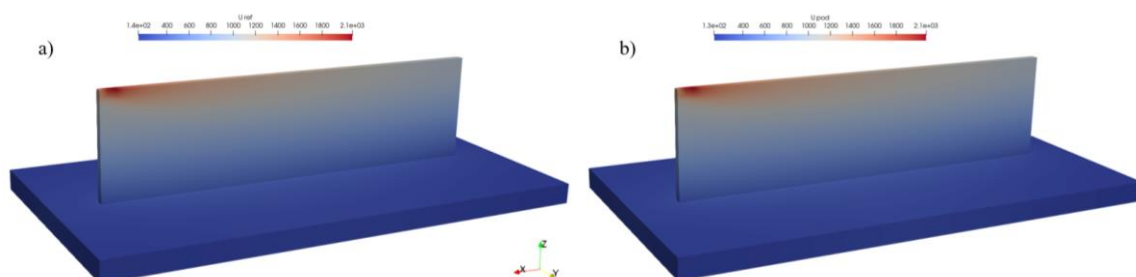


Figure 6 : Comparaison du champ thermique obtenue a) par MEF d'ordre plein et b) par calcul hybride MEF-POD après le dépôt de la 25^{ième} couche

Toutefois, l'erreur relative atteint sa valeur maximale à 8,9% soit un écart de 20°C aux bords du substrat sur les derniers pas de temps. En effet, l'histoire thermique d'un point

(point 1) situé sur la face supérieure, au centre du substrat (Figure 7.a), présente une différence de $5,7^{\circ}\text{C}$ (0,87%) entre la solution MEF et sa version réduite. Cet écart est également présent, lorsque le point est plus éloigné de la source de chaleur (Figure 7.b). Ainsi le point 2 situé sur la face inférieure du substrat présente une histoire thermique reconstruite erronée de 0,90% soit $5,2^{\circ}\text{C}$. Ces erreurs non-négligeables sur les derniers pas de temps, s'expliquent par le fait que les modes considérés sont incapables de représenter les comportements thermiques du substrat lorsque la source de chaleur est éloignée, puisqu'ils ont été extraits au début de la construction du mur, après le dépôt des 5 premières couches. Pour pallier cette dérive, une des solutions envisagées consiste à enrichir la base réduite utilisée en s'appuyant sur une évaluation du résidu dans le domaine POD.

Tableau 1 : Évaluation des erreurs en deux points du substrat

| | Nombre de DDL | Erreur absolue max ($^{\circ}\text{C}$) | | Erreur relative max (%) | |
|-----------------|---------------|---|---------|-------------------------|---------|
| | | Point 1 | Point 2 | Point 1 | Point 2 |
| MEF ordre plein | 14104 | 5,7 | 5,2 | 0,87 | 0,90 |
| Hybride MEF-POD | 3474 | | | | |

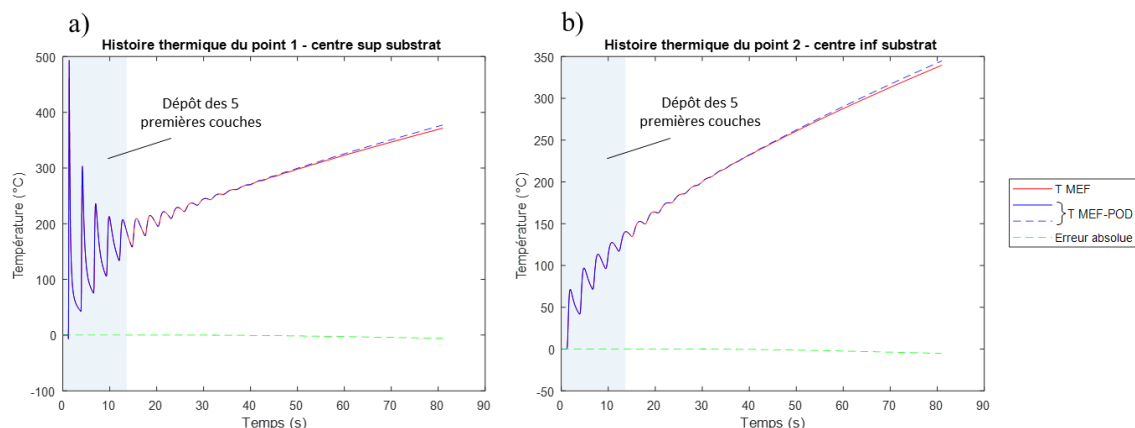


Figure 7 : Histoire thermique de 2 points situés sur le substrat a) au centre de la face supérieure, b) au centre de la face inférieure (la plage d'extraction apparaît bleutée)

5 Conclusion

Les travaux présentés ont pour but de simuler l'histoire thermique d'une pièce fabriquée par le procédé DED-LP à un coût de calcul moindre. En ce sens, une simulation hybride MEF-POD a été développée : le champ thermique est d'une part, calculé par éléments finis dans les couches les plus récentes, fortement impactées par la source de chaleur et d'autre part, reconstruit par POD dans le substrat et les couches plus anciennes, après avoir extrait les modes les plus représentatifs par SVD. Le modèle réduit MEF-POD permet une estimation satisfaisante du champ de température. Néanmoins, une dérive progressive est constatée au cours du temps : les modes extraits au début de la fabrication ne sont plus en mesure de représenter le comportement thermique du substrat sur les

derniers pas de temps. Une amélioration de cet aspect est à prévoir en enrichissant la base initialement construite. De plus, dans ces travaux, la POD est appliquée uniquement au substrat car il représente à lui seul $\frac{3}{4}$ des DDL ; toutefois, il est envisageable d'accroître le domaine POD au cours du temps afin d'y inclure les couches inférieures une fois qu'elles sont déposées et réduire ainsi un peu plus le nombre de DDL et donc le temps de calcul.

Remerciements

Ces recherches ont été entreprises avec l'aide des ressources et des services de la plateforme ADDIMADOUR, Additive Manufacturing Solutions et financées par la communauté d'agglomération du Pays basque.

Références

- Biegler, M. *et al.* (2018) 'Finite element analysis of in-situ distortion and bulging for an arbitrarily curved additive manufacturing directed energy deposition geometry', *Additive Manufacturing*, 24, pp. 264–272.
- Buffoni, M., Telib, H. and Iollo, A. (2007) 'Iterative methods for model reduction by domain decomposition', *Computers & Fluids*, 38(6), pp. 1160–1167.
- Denlinger, E., Irwin, J. and Michaleris, P. (2014) 'Thermomechanical Modeling of Additive Manufacturing Large Parts', *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 136, p. 061007.
- Farhat, C., Mandel, J. and Roux, F.X. (1994) 'Optimal convergence properties of the FETI domain decomposition method', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 115(3), pp. 365–385.
- Favoretto, B. *et al.* (2019) 'Reduced order modeling via PGD for highly transient thermal evolutions in additive manufacturing', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 349, pp. 405–430.
- Fic, A., Bialecki, R.A. and Kassab, A.J. (2005) 'Solving Transient Nonlinear Heat Conduction Problems by Proper Orthogonal Decomposition and the Finite-Element Method', *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 48(2), pp. 103–124.
- Hansbo, P. (2005) 'Nitsche's method for interface problems in computational mechanics', *GAMM-Mitteilungen*, 28(2), pp. 183–206.
- Im, S., Kim, E. and Cho, M. (2019) 'Reduction process based on proper orthogonal decomposition for dual formulation of dynamic substructures', *Computational Mechanics*, 64(5), pp. 1237–1257.
- Jolivet, P. *et al.* (2012) 'High performance domain decomposition methods on massively parallel architectures with freefem++', *Journal of Numerical Mathematics*, 20(3–4), pp. 287–302.
- Lu, X. *et al.* (2018) 'Finite element analysis and experimental validation of the thermomechanical behavior in laser solid forming of Ti-6Al-4V', *Additive Manufacturing*, 21, pp. 30–40.
- Nain, V. *et al.* (2021) 'Development of an Elongated Ellipsoid Heat Source Model to Reduce Computation Time for Directed Energy Deposition Process', *Frontiers in Materials*, 8, p. 747389.
- Peyre, P. *et al.* (2017) 'Simplified numerical model for the laser metal deposition additive manufacturing process', *Journal of Laser Applications*, 29(2), p. 022304.
- Roy, M. and Wodo, O. (2020) 'Data-driven modeling of thermal history in additive manufacturing', *Additive Manufacturing*, 32, p. 101017.
- Ryckelynck, D. (2009) 'Hyper-reduction of mechanical models involving internal variables', *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 77(1), pp. 75–89.
- Wang, Y. *et al.* (2021) 'Numerical investigations on model order reduction to SEM based on POD-DEIM to linear/nonlinear heat transfer problems', *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 80(3–4), pp. 39–52.
- Weisz-Patrault, D. (2020) 'Fast simulation of temperature and phase transitions in directed energy deposition additive manufacturing', *Additive Manufacturing*, 31, p. 100990.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. and Zhu, J.Z. (2013) *The finite element method: its basis and fundamentals*. Seventh edition. Amsterdam: Elsevier, Butterworth-Heinemann.